



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada

Estudo da variação de recursos em um sistema presa-predador

Amanda Bianca Bezerra Pereira

Dissertação de Mestrado

Recife - PE

31 de Julho de 2020

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Amanda Bianca Bezerra Pereira

Estudo da variação de recursos em um sistema presa-predador

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada do Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física Aplicada.

Orientador: Dra. Viviane Moraes de Oliveira

**Recife - PE
31 de Julho de 2020**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- P436e Pereira, Amanda Bianca Bezerra
Estudo da variação de recursos em um sistema presa-predador / Amanda Bianca Bezerra Pereira. - 2020.
133 f. : il.
- Orientadora: Viviane Moraes de Oliveira.
Inclui referências.
- Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada, Recife, 2020.
1. Heterogeneidade Espacial. 2. Predação. 3. Quantidade de Recurso. 4. Riqueza de Espécies. I. Oliveira, Viviane Moraes de, orient. II. Título

CDD 621

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

—

Amanda Bianca Bezerra Pereira

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física, defendida e aprovada por unanimidade em 31/07/2020 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Profª. Dra. Viviane Moraes de Oliveira
SEDE - UFRPE

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Anderson Luiz da Rocha e Barbosa
SEDE - UFRPE

Prof. Dr. Carlos Augusto Melo de Souza
Centro Universitário São Miguel

"Não há limite para o que nós, como mulheres, podemos alcançar."

- Michelle Obama

Dedico esta, bem como todas as minhas demais conquistas, a minha mãe Adenilda Bezerra Cavalcanti e ao meu padrasto Luiz Carlos de França (*in memoriam*).

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por me conceder mais esta oportunidade de aprendizado e crescimento profissional.

Agradeço imensamente a minha mãe, Adenilda Bezerra Cavalcanti, por todo o amor, carinho, cuidado, dedicação e principalmente por todo o esforço para que eu chegasse até aqui. Ao meu padrasto Luiz Carlos de França (*in memoriam*) pelo papel de pai desempenhado e por sempre acreditar em mim.

Agradeço a minha orientadora, Dra Viviane Moraes de Oliveira, pela disponibilidade, dedicação, paciência e por todos os ensinamentos durante todo o processo de desenvolvimento da pesquisa.

Agradeço ao amigo Phagner Ramos pela ajuda e disponibilidade durante o processo de inscrição e matrícula na pós-graduação.

Agradeço aos amigos José Ancelmo Cintra e Jéssica Costa pelos conselhos, apoio e incentivo para o meu crescimento profissional e por estarem sempre ao meu lado nos melhores e piores momentos. Ao amigo e colega de casa Jefferson Galindo pelos conselhos e paciência.

Agradeço aos amigos que ganhei no mestrado, Juliana Silva, Djardiel Gomes, Josival dos Santos e Marconi Santos, por todos os conhecimentos compartilhados e momentos de descontração.

Agradeço aos colegas de laboratório Bárbara Carvalho, Sara Lucia Castillo, Ronaldo

Silva, David Avellaneda e Hemily Santos, por me guiarem na construção dos programas e realização das simulações computacionais.

Agradeço aos professores da Pós-Graduação em Física Aplicada e servidores do Departamento de Física, em especial a Atenógenes Neto pelo suporte dado sempre que foi necessário.

Agradeço a Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE) pelo apoio financeiro à esta pesquisa.

E por fim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão dessa etapa.

Resumo

A heterogeneidade espacial exerce um papel importante sobre os processos que ocorrem em ecossistemas e pode ter grande influência sobre o número de espécies em ambientes naturais. A distribuição dos recursos e a sua utilização pelas espécies são fatores importantes para os processos do ecossistema e que geram a heterogeneidade espacial. Nesse sentido, o nosso objetivo foi investigar os efeitos da heterogeneidade ambiental, da variação na quantidade de recursos e da variação temporal desses recursos sobre a dinâmica e o estado final do ecossistema em sistemas com interações do tipo presa-predador. Para isto, a heterogeneidade do ecossistema é introduzida com o uso de relevos fractais produzidos através do movimento Browniano fracionário e a variação da quantidade de recurso introduzida em função de uma constante QR . Verificamos que as espécies coexistem para baixas e médias da probabilidades de reprodução do predador e que a riqueza de espécies é ampliada para heterogeneidades intermediárias, independente da quantidade de recurso. Para uma quantidade de recurso alocada em cada sítio entre 0 e 1 as espécies coexistem para altas e baixas probabilidades de reprodução da presa. Multiplicando essa quantidade, verificamos que para $QR=0.1$ as espécies coexistem apenas para uma alta probabilidade de reprodução da presa e que para $QR=10$ e $QR=20$ as duas espécies também coexistem para baixas probabilidades de reprodução da presa. Quanto a variação temporal na quantidade de recurso, observamos um comportamento qualitativo semelhante e que há uma maior prevalência de presas no sistema.

Palavras-chave: Heterogeneidade espacial, predação, quantidade de recurso, riqueza de espécies.

Abstract

Spatial heterogeneity plays an important role in the processes that occur in ecosystems and can have a great influence on the number of species in natural environments. The distribution of resources and their use by species are important factors for ecosystem processes that generate spatial heterogeneity. In this sense, our objective was to investigate the effects of environmental heterogeneity, variation in the amount of resources and temporal variation of these resources on the dynamics and final state of the ecosystem in systems with prey-predator interactions. For this, the heterogeneity of the ecosystem is introduced with the use of fractal reliefs produced through the fractional Brownian movement and the variation of the amount of resource introduced as a function of a constant QR . We found that the species coexist for low and medium predator reproduction probabilities and that species richness is expanded to intermediate heterogeneities, regardless of the amount of resource. For a resource amount aswes at each site between 0 and 1 the species coexist for high and low probabilities of prey reproduction. Multiplying this amount, we found that for $QR=0.1$ the species coexist only for a high probability of prey reproduction and that for $QR=10$ and $QR=20$ the two species also coexist for low probabilities of prey reproduction. Regarding the temporal variation in the amount of resource, we observed a similar qualitative behavior and that there is a higher prevalence of prey in the system.

Keywords: Spatial heterogeneity, predation, amount of resource, species richness.

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão de Literatura	4
2.1	Modelo Lotka-Volterra	4
2.2	Heterogeneidade do habitat	7
3	Modelo Espacial da Interação Presa-Predador	12
4	Efeito da variação da quantidade de recurso	36
4.1	$QR=0.1$	36
4.2	$QR=10$	45
4.3	$QR=20$	57
4.4	Resultados	59
5	Interação Presa-Predador com Variação Sazonal do Recurso	62
6	Efeito da Variação Sazonal da Quantidade de Recurso	79
6.1	$QR=0.1$	79
6.2	$QR=10$	88
6.3	$QR=20$	101
6.4	Resultados	102
7	Considerações Finais	104

Lista de Figuras

2.1	Relação da diversidade de espécies em função da heterogeneidade variando a quantidade de recurso. A quantidade de recurso varia em função de uma constante QR que assume os valores 0.1, 1, 10 e 100. Figura retirada e adaptada de [50].	10
3.1	Vizinhança em uma rede de largura $L = 8$. Os sítios A e B destacados em amarelo e verde, possuem quatro vizinhos que estão enumerados de 1 a 4. Devido as condições de contorno, os sítios localizados nas bordas da rede também possuem quatro vizinhos.	13
3.2	Ilustração das superfícies utilizadas nas simulações para implementação da heterogeneidade com $H=0.01$, 0.5 e 0.99. Para $H=0.01$ a superfície é completamente heterogênea e para $H=0.99$ a superfície tem heterogeneidade intermediária. Figura retirada de [47].	14
3.3	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.01$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	16
3.4	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.01$ e $H=0.01$	17
3.5	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	18
3.6	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.1$ e $H=0.01$	19
3.7	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	20

3.8	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.3$ e $H=0.01$	21
3.9	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.5$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	22
3.10	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.5$ e $H=0.01$	22
3.11	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H . Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.	24
3.12	Estado final da rede para $r_p=0.1$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	25
3.13	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H . Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.	26
3.14	Estado final da rede para $r_p=0.2$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	27
3.15	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H . Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.	28

3.16	Estado final da rede para $r_p=0.3$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	29
3.17	Diagramas de fase. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	30
3.18	Estado final da rede para $r_p=0.1$ e $k=8$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	31
3.19	Estado final da rede para $r_p=0.2$ e $k=8$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	32
3.20	Estado final da rede para $r_p=0.4$ e $k=8$. Para $H=0.5$ à esquerda e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	34
4.1	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$. . .	37
4.2	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$	37
4.3	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$, para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$. . .	38
4.4	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$	39
4.5	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $H=0.5$, para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$. . .	40
4.6	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $H=0.5$	40

4.7	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$	41
4.8	Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado	41
4.9	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$	42
4.10	Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	42
4.11	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$	43
4.12	Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	43
4.13	Diagramas de fase para $QR=0.1$. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	44
4.14	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	45
4.15	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.01$ e $H=0.01$	46
4.16	Número de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	47
4.17	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$	47
4.18	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	48
4.19	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$	49

4.20	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$. Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.	50
4.21	Estado final da rede para $QR=10$ e $r_p=0.1$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	51
4.22	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$. Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.	52
4.23	Estado final da rede para $QR=10$ e $r_p=0.2$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	53
4.24	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$. Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.	54
4.25	Estado final da rede para $QR=10$ e $r_p=0.3$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	55
4.26	Diagramas de fase para $QR=10$. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	56
4.27	Diagramas de fase para $QR=20$. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	58

4.28	Número médio de indivíduos de cada espécie em função de QR . À esquerda para a presa e à direita para o predador, para os casos em que $r_p=0.1$ e $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$	61
5.1	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.01$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	64
5.2	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.01$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	65
5.3	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	66
5.4	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.1$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	66
5.5	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	67
5.6	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.3$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	68
5.7	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.5$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	69
5.8	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.5$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	69
5.9	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.	71

5.10	Estado final da rede para $r_p=0.1$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	72
5.11	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.	73
5.12	Estado final da rede para $r_p=0.2$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	74
5.13	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.	75
5.14	Estado final da rede para $r_p=0.3$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	76
5.15	Diagramas de fase para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	77
6.1	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	80
6.2	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$ com o recurso variando no tempo.	81

6.3	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	82
6.4	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$ com o recurso variando no tempo. .	82
6.5	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	83
6.6	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$, com o recurso variando no tempo.	83
6.7	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. . .	84
6.8	Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado	84
6.9	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e para $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. . .	85
6.10	Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	85
6.11	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. . .	86
6.12	Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	86

6.13	Diagramas de fase para $QR=0.1$, com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	87
6.14	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.01$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	89
6.15	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.01$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	90
6.16	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	91
6.17	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	91
6.18	Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.	92
6.19	Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.	93
6.20	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$, com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.	94
6.21	Estado final da rede para $QR=10$, $r_p=0.1$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	95
6.22	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$, com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.	96

6.23	Estado final da rede para $QR=10$, $r_p=0.2$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	97
6.24	Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$, com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.	98
6.25	Estado final da rede para $QR=10$, $r_p=0.3$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.	99
6.26	Diagramas de fase para $QR=10$, com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	100
6.27	Diagramas de fase para $QR=20$, com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$	101

Capítulo 1

Introdução

Em ecologia estuda-se as interações dos seres vivos entre si e com o meio ambiente, e como estas interações influenciam na distribuição e abundância de espécies nos ecossistemas. A distribuição e abundância de uma espécie em um habitat depende de fatores espaciais e temporais, tais como as variações no ambiente físico (solo, clima, umidade, temperatura), a disponibilidade e distribuição dos recursos, as taxas de natalidade e mortalidade, sua história evolutiva, bem como as interações com outros indivíduos [1].

Dentre as interações entre os seres vivos, podemos destacar a predação e a competição que são um dos fenômenos mais essenciais observados na natureza, uma vez que afetam tanto a distribuição das espécies quanto a sua evolução [2]. A predação ocorre quando um organismo, o predador, consome parte ou a totalidade de outro organismo vivo, a presa, para obter os recursos necessários para sua sobrevivência, desta forma, beneficiando-se ao mesmo tempo que reduz a população da presa. Na natureza, a maior parte dos organismos se alimenta e serve de alimento de outros organismos vivos [3].

A relação entre predador e presa desempenha um papel importante na dinâmica e estabilização das populações, uma vez que pode afetar fortemente a abundância de espécies dentro de uma comunidade [4]. Caso a intensidade de predação seja muito alta ou o predador tenha preferência por espécies de presa mais raras ou competidoras menos aptas, algumas espécies serão extintas, o que leva a uma menor riqueza de espécies. Por outro lado, caso o predador tenha preferência por espécies de presa que são competidoras mais aptas, a den-

sidade populacional dessas espécies é regulada, permitindo assim, que espécies inferiores competitivamente sobrevivam, o que leva ao aumento da riqueza de espécies na comunidade [2].

A riqueza de espécies pode ser mais evidenciada em alguns habitats do que em outros e entender por que isso ocorre tem sido um dos principais objetivos de estudo em Ecologia [5]. Além da predação, outros fatores podem influenciar a riqueza de espécies, tais como a produtividade do ambiente, a heterogeneidade espacial e as adversidades ambientais [2]. Na literatura, muito tem se discutido sobre o papel da heterogeneidade espacial na riqueza de espécies [6–12]. Pressupõe-se, que quanto mais heterogêneo um ambiente for, mais espécies ele possa abrigar, uma vez que uma gama maior de recursos pode aumentar o espaço de nicho disponível, permitindo, assim, que mais espécies coexistam [11]. Além disso, ambientes heterogêneos podem proporcionar uma maior quantidade de abrigos, refúgio e oportunidades de isolamento contra condições ambientais severas e variações climáticas, contribuindo para a persistência e diversificação das espécies, gerando uma dinâmica populacional mais estável [13].

Em comunidades naturais, a riqueza de espécies está relacionada a produtividade do ambiente, ou seja, a taxa de suprimento de energia do ecossistema. O padrão mais observado para essa relação é uma relação unimodal, em que para baixas produtividades a diversidade é baixa devido à escassez de recursos, para produtividades intermediárias a diversidade atinge o pico e para altas produtividades a diversidade é baixa devido à exclusão competitiva, causada pela alta concentração de recursos [14].

Em [15], introduziu-se um modelo em que presa e predador interagem em um ambiente heterogêneo com estrutura espacial. Nesse modelo, a taxa de crescimento da presa depende da disponibilidade do recurso disponível na região em que ela se encontra e também da sua habilidade no uso desse recurso. Os resultados mostram a extinção de ambas as espécies para o caso em que a probabilidade de reprodução do predador é alta e o ambiente é homogêneo. Por outro lado, o aumento da heterogeneidade espacial permite a coexistência de ambas as espécies para valores altos da probabilidade de reprodução da presa, enquanto a sobrevivência apenas da presa é verificada quando a probabilidade de reprodução da presa é baixa. Também observou-se uma relação unimodal entre o tamanho da população da presa

e a heterogeneidade espacial.

Nesse sentido, o objetivo principal desse trabalho é estudar o papel da abundância ou escassez de recursos sobre a configuração de equilíbrio do ecossistema, verificando como a quantidade de recurso disponível para a presa afeta o sistema, uma vez que a população de predadores depende da população de presas, e como o sistema lida com a variação sazonal da quantidade desse recurso, visto que a disponibilidade de certos recursos varia de acordo com a época do ano.

Para isto utilizamos um modelo computacional onde definimos a estrutura espacial, a interação entre os indivíduos e com o espaço e os recursos. A estrutura espacial é formada por uma rede quadrada dividida em sítios, em que cada sítio possui o mesmo tipo de recurso, de forma que a quantidade desse recurso varia de acordo com a heterogeneidade do habitat introduzida utilizando-se relevos fractais.

No Capítulo 2, apresentamos uma revisão de literatura, na qual apresentamos a descrição de um modelo do tipo presa-predador e suas possíveis aplicações em outras áreas do conhecimento e a influência da heterogeneidade.

No Capítulo 3, descrevemos o modelo de interação presa-predador utilizado e apresentamos os resultados obtidos com a variação do conjunto de parâmetros utilizados nas simulações computacionais. No Capítulo 4, apresentamos os resultados obtidos quando a quantidade de recurso no sistema é variada.

No Capítulo 5, apresentamos os resultados obtidos com a variação sazonal dos recursos. No capítulo 6, apresentamos os resultados obtidos com a variação da quantidade de recurso quando este varia sazonalmente no sistema.

No capítulo 7, apresentamos nossas conclusões.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

2.1 Modelo Lotka-Volterra

O modelo mais simples que descreve a interação entre presa e predador é o modelo clássico de Lotka-Volterra. Este foi o primeiro modelo criado com o intuito de descrever a dinâmica de populações em sistemas onde múltiplas espécies, com características distintas, interagem. Ele surgiu em meados da década de 1920, quando o biólogo marinho Umberto D’Ancona (1896-1964) observou que, com a suspensão da pesca em parte do Mar Adriático, durante a Primeira Guerra Mundial, houve um aumento na população de uma espécie de peixe do tipo predador e conseqüentemente uma diminuição de uma espécie de peixe do tipo presa [16]. Com base nesses dados, Vito Volterra (1860-1940), propôs, em 1926, um modelo para descrever o comportamento de presas e predadores observado por D’Ancona [17], chegando ao mesmo conjunto de equações propostas por Alfred Lotka (1880-1949), em 1925, para descrever reações químicas com oscilação de concentrações [18].

O modelo de Lotka-Volterra é descrito através de duas equações diferenciais de 1^a ordem que representam o crescimento populacional de presas e de predadores ao longo do tempo. Nesse modelo, presas e predadores encontram-se aleatoriamente, e o número de encontros é proporcional ao produto de suas densidades populacionais [19, 20]. Leva-se em consideração que a presa tem uma quantidade de recurso ilimitada à sua disposição e o predador tem a presa como seu único recurso alimentar. A competição entre organismos de mesma espécie

não é levada em consideração [21].

Na ausência de predadores, a população de presas cresce exponencialmente, uma vez que possui uma quantidade de recurso ilimitada à sua disposição, ou seja,

$$\frac{dx}{dt} = rx \quad (2.1)$$

E na ausência de presas, a população de predadores decresce exponencialmente, ou seja,

$$\frac{dy}{dt} = -sy \quad (2.2)$$

Quando as duas espécies interagem, os encontros tendem a inibir o crescimento da população de presas e a promover o crescimento da população de predadores, enquanto houver recurso (presa) disponível. Dessa forma, a presa é limitada somente pelo predador, e o predador é limitado somente pela presa [22, 23]. Levando em consideração esses pressupostos, somos levados às equações

$$\frac{dx}{dt} = rx - \alpha xy \quad (2.3)$$

$$\frac{dy}{dt} = -sy + \beta xy \quad (2.4)$$

em que x e y são as densidades populacionais de presas e predadores, respectivamente, r é a taxa de crescimento da presa na ausência do predador, s é a taxa de decrescimento do predador na ausência de presas e α e β são medidas da interação entre as duas espécies, ou seja, os encontros causam uma diminuição na população de presas com taxa α e um aumento na população de predadores com taxa β .

De maneira geral, as equações do modelo de Lotka-Volterra não são suficientes para descrever as relações mais complexas observadas na natureza. Assumir que na ausência de predadores a população de presas cresce sem limites, é irreal, uma vez que o ambiente possui um efeito limitante natural. Além disso, no modelo as duas espécies se reproduzem

continuamente enquanto houver recurso disponível, ou seja, elas nunca se saciam. Também não é levado em consideração o tempo que o predador leva para caçar e se alimentar, e que outros fatores também podem influenciar no tamanho das populações, como por exemplo as imigrações e emigrações. Apesar das limitações que o modelo apresenta, o estudo de modelos mais simples é um passo fundamental para a compreensão da dinâmica em modelos mais sofisticados [24, 25].

Modelos do tipo presa-predador podem ser aplicados em diferentes áreas do conhecimento, tais como em Agronomia, no controle biológico de pragas e insetos transmissores de doenças. O controle pode ser feito a partir do uso de outros insetos, parasitoides e microrganismos que são inofensivos ao meio ambiente e a saúde da população. A dinâmica é utilizada para se chegar a um estado de equilíbrio na população de pragas, evitando danos econômicos e sendo ao mesmo tempo um método de controle sadio e responsável [26].

Em Biologia, podem ser utilizados para estimar a evolução temporal das concentrações do gás dióxido de carbono CO_2 a curto e longo prazo. Em [27] foi utilizada uma versão modificada do modelo presa-predador para prever o aumento de CO_2 na atmosfera através da interação planta- CO_2 . Nesse modelo, CO_2 é uma presa inorgânica, ou seja, que não se reproduz, as plantas são os predadores. Sabe-se que com o aumento da concentração de CO_2 a taxa de fotossíntese também aumenta, possibilitando que as plantas tenham uma taxa de crescimento e reprodução mais rápidas e, conseqüentemente, uma maior absorção de CO_2 novamente. Entretanto, a partir de certa concentração de CO_2 as taxas de fotossíntese se estabilizam, podendo até diminuir caso essa concentração aumente demais e cause intoxicação nas plantas. Altas concentrações de CO_2 na atmosfera sem uma taxa suficiente de fotossíntese para o absorver contribuem para o efeito estufa e o aquecimento global. Meios para se calcular a quantidade de vegetação adequada que diminui o volume de CO_2 produzido pelas atividades humanas também são discutidos com o uso de modelos do tipo presa-predador em [28].

Na Medicina, podemos encontrar pesquisas relacionadas ao estudo da dinâmica do vírus HIV, onde é realizado o estudo da interação entre o vírus e as células hospedeiras e os efeitos das estratégias de tratamento atuais [29–31]. No estudo da dinâmica do câncer, onde é realizado o estudo da interação entre células normais e células cancerosas no desenvolvimento

do tumor. Em [32] considera-se um cálculo de um estabilizador para o modelo da dinâmica tumoral que pode ser desempenhado, por exemplo, por imunoterapia no tratamento clínico.

Em Economia, pode ser utilizado para descrever oscilações em bolsas de valores. Em [33] um modelo é utilizado para indicar tendências dos preços das ações através de um índice que pode ser utilizado para cronometrar as decisões de comprar ou vender ações, dentre outras aplicações.

2.2 Heterogeneidade do habitat

A complexidade do habitat é tão importante na estruturação das comunidades que há um crescente interesse no estudo do seu papel como mediador dos processos ecológicos [34]. Os padrões de distribuição espacial dos organismos nas comunidades são influenciados, constantemente, por diferentes características físicas do habitat, como por exemplo a heterogeneidade ambiental [35].

A heterogeneidade ambiental tem sido frequentemente proposta para explicar a manutenção da biodiversidade nos ecossistemas, uma vez que ambientes com estrutura heterogênea possuem distribuição e abundância dos recursos disponíveis para consumo em quantidades diferentes [6–12]. Esses recursos não são necessariamente alimento, mas condições que favorecem o crescimento, a sobrevivência e a reprodução das espécies, como espaço, luz, água, nutrientes, etc [36].

De acordo com [11], presume-se que ambientes mais heterogêneos podem acomodar populações maiores e com uma maior diversidade de espécies devido ao aumento na variedade de micro habitats, microclimas e recursos que podem aumentar o espaço de nicho disponível, permitindo que mais espécies coexistam [37–39]. Além disso, ambientes com uma heterogeneidade maior podem disponibilizar uma maior quantidade de abrigos, que permitem que as espécies se isolem em períodos de mudança climática e de condições ambientais severas, promovendo a sua persistência na comunidade [40–42], e promovendo também eventos de especiação, resultantes da adaptação às condições do ambiente [43–46].

Devido a isso, diversos estudos têm demonstrado a importância da heterogeneidade ambiental na dinâmica das interações ecológicas. Em [47] foi realizado um estudo a fim de se

investigar os efeitos da heterogeneidade ambiental sobre a dinâmica espaço-temporal de sistemas com predação e competição de espécies. Para o modelo de predação, a heterogeneidade ambiental é introduzida em uma rede contendo 262144 sítios através da correlação espacial entre os recursos disponíveis na rede para a presa. A correlação de recursos da rede é feita através de uma distribuição gaussiana bivariada e controlada por um parâmetro λ . Também foi analisado um segundo modelo de predação, em que a distribuição de recursos disponível para a presa é gerada através do movimento Browniano fracionário e no qual o expoente de Hurst controla a rugosidade do relevo. Para o modelo de competição a heterogeneidade ambiental é introduzida em uma rede contendo 250000 sítios também através da correlação espacial entre os recursos disponíveis na rede para a presa.

Feitas as análises, comprovou-se para os dois modelos de predação que a heterogeneidade do sistema favorecia a coexistência das duas espécies para valores baixos e intermediários da probabilidade de reprodução do predador. Para o modelo de competição, também foi comprovado que a heterogeneidade favorecia a coexistência de um número cada vez maior de espécies na rede, à medida que o grau de correlação dos recursos aumentava, alcançando a sua diversidade máxima para valores bem próximos da correlação máxima da rede.

Também foi considerado um modelo de competição por recursos e outro de predação em [48]. Nesse estudo investigou-se os efeitos da fragmentação dinâmica e o papel desempenhado pela heterogeneidade ambiental. A heterogeneidade ambiental é introduzida dividindo a rede em partes iguais e alocando a mesma quantidade de recurso em cada uma delas. Desta forma, cada região é homogênea, mas heterogênea entre as outras. Para o modelo de competição 1000 espécies foram distribuídas uniformemente em uma rede com 262144 sítios e 10 de recursos distintos disponível em cada sítio. Observou-se que a diversidade de espécies apresenta uma relação unimodal com a heterogeneidade, verificando-se o pico de diversidade para heterogeneidades intermediárias. Para o modelo de predação, onde foram consideradas três espécies, uma espécie de predador e duas espécies de presa, também utilizou-se uma rede com 262144 sítios e apenas dois recursos distintos disponível em cada sítio. Para esse modelo verificou-se que a heterogeneidade ambiental favorece a coexistência das três espécies na rede e que a probabilidade de as três espécies coexistirem aumenta para heterogeneidades intermediárias.

Em comunidades naturais, a heterogeneidade dos recursos contempla também a sua taxa média de fornecimento (produtividade). Espera-se que com uma maior disponibilidade de recursos e energia a diversidade de espécies aumente, mas o padrão mais observado é uma relação unimodal, de modo que a diversidade inicialmente cresce com o aumento da produtividade, atinge o pico para valores intermediários de produtividade e diminui para valores altos de produtividade. De acordo com os resultados obtidos em [49], a diversidade é baixa para níveis baixos de produtividade devido à escassez de recursos, enquanto que para altos níveis de produtividade ela é baixa devido à exclusão competitiva. Nesse trabalho investigou-se a relação entre a diversidade do fitoplâncton e a produtividade do oceano. Para isso, um modelo com 64 espécies de fitoplâncton foi utilizado. As espécies competem por nutrientes essenciais e são pertencentes a duas classes de tamanho e quatro grupos funcionais, ou seja, são 16 espécies por grupo. O modelo também apresenta dinâmica sazonal que depende da latitude e é caracterizada por baixa sazonalidade no equador e alta sazonalidade em zonas temperadas. Foi observado que numa escala espacial a diversidade do fitoplâncton cresce com o aumento da produtividade e decresce à medida que a produtividade diminui. Também é observado que numa escala temporal a diversidade do fitoplâncton atinge o pico somente após a produtividade ter atingido, principalmente em latitudes maiores.

Em [50] foi realizado o estudo do efeito da quantidade de recursos na diversidade utilizando um modelo de competição em que as espécies competem por 10 recursos. Nesse estudo foi utilizada uma rede contendo 262144 sítios e a heterogeneidade é introduzida dividindo a rede em partes iguais, onde cada parte possui a mesma quantidade de recurso alocada. Para esse modelo 1000 espécies foram distribuídas uniformemente. Dessa forma, observou-se, como ilustrado na Figura 2.1, que com o aumento da heterogeneidade o número de espécies cresce, até que este atinge um pico para um valor intermediário de heterogeneidade e decresce para um valor alto de heterogeneidade. Com o aumento da quantidade de recurso, observou-se que para um valor mais baixo de heterogeneidade a diversidade de espécies cresce, enquanto que para uma heterogeneidade maior, a riqueza de espécies generalistas cresce. Isto ocorre por que ambientes com níveis menores de heterogeneidade possuem um espaço disponível maior para as espécies se reproduzirem, enquanto que ambientes com níveis mais altos de heterogeneidade favorecem o crescimento de espécies generalistas, que

são espécies que tendem a ocupar maior parte do espaço disponível, causando a extinção de populações menores. Além disso, uma relação unimodal entre a quantidade de recursos e diversidade de espécies foi observada para valores intermediários de heterogeneidade.

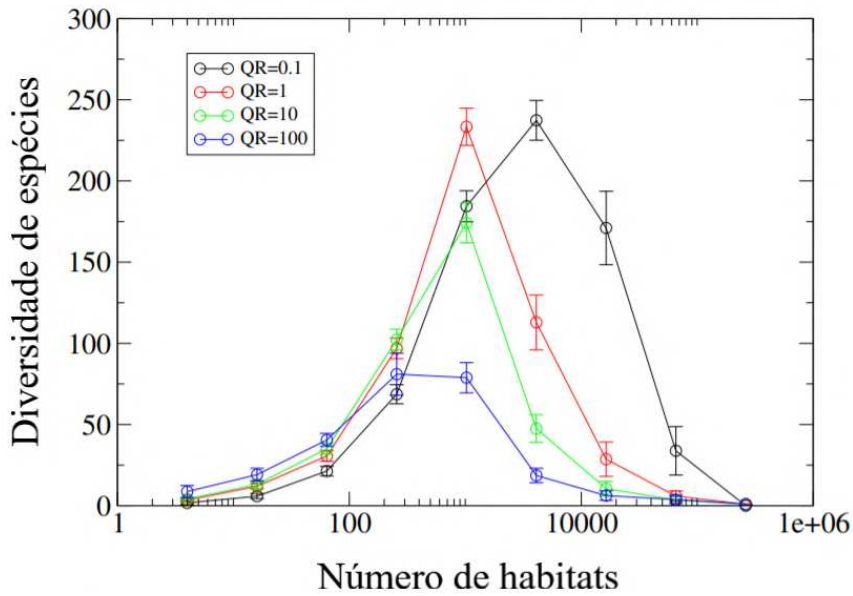


Figura 2.1: Relação da diversidade de espécies em função da heterogeneidade variando a quantidade de recurso. A quantidade de recurso varia em função de uma constante QR que assume os valores 0.1, 1, 10 e 100. Figura retirada e adaptada de [50].

Um estudo realizado com formigas arborícolas em [51] avaliou a importância da heterogeneidade e quantidade de recursos na determinação da riqueza e redundância funcional de formigas arborícolas. A redundância funcional é uma característica que mede o quão similares são as espécies quanto à sua função na comunidade. Para isso, foram realizadas amostragens em 42 parcelas separadas e distribuídas aleatoriamente. Estas parcelas representam um gradiente de vegetação no qual a densidade de plantas lenhosas varia entre 2 e 24 espécies e 4 e 58 indivíduos. Verificou-se que o aumento da quantidade de recursos influencia o aumento da riqueza de espécies, enquanto que o aumento da heterogeneidade e a redução da quantidade de recurso permite que as espécies se diferenciem funcionalmente, isto é, que menor seja a redundância funcional. Também foi verificado que uma menor heterogeneidade e uma maior quantidade de recurso pode acarretar a queda da variação de características funcionais presentes na comunidade, isto é, que maior seja a redundância funcional, devido

à exclusão competitiva.

Nesse sentido, podemos observar que se uma alta produtividade está ligada ao aumento variedade de recursos é provável que o número de espécies cresça, mas se uma alta produtividade está ligada apenas ao aumento da quantidade de recurso, o número de indivíduos cresce, mas não ocorre o aumento do número de espécies. Com base nesses estudos, faz-se importante investigar como a quantidade e a heterogeneidade de recurso atua sobre um sistema presa-predador quando a disponibilidade de recurso se dá ao longo do tempo e quando esta quantidade varia sazonalmente.

Capítulo 3

Modelo Espacial da Interação

Presas-Predador

O papel desempenhado pela estrutura espacial tem sido tema de um grande número de investigações teóricas e experimentais. Tem se verificado que habitats física e biologicamente complexos desempenham um papel importante na estabilização de interações do tipo presa-predador [52, 53]. Recentemente, foi introduzido um modelo em que presa e predador interagem em um ambiente heterogêneo com estrutura espacial [15]. Nesse trabalho é observado que, para determinadas situações, o aumento da heterogeneidade espacial possibilita a coexistência de ambas as espécies.

Nesse sentido, utilizamos um modelo computacional onde as espécies evoluem em uma rede quadrada bidimensional com $N = L \times L$ sítios, onde cada sítio pode assumir apenas um de três estados possíveis:

- 1 - vazio;
- 2 - ocupado por uma presa;
- 3 - ocupado por um predador.

Os indivíduos interagem por meio de uma vizinhança de Von Neumann, isto é, um indivíduo que ocupa um determinado sítio interage com os quatro vizinhos mais próximos. Utilizamos condições de contorno periódicas que garantem que mesmo os sítios localizados nas bordas da rede permaneçam com quatro vizinhos. Na Figura 3.1 é ilustrada a vizinhança.

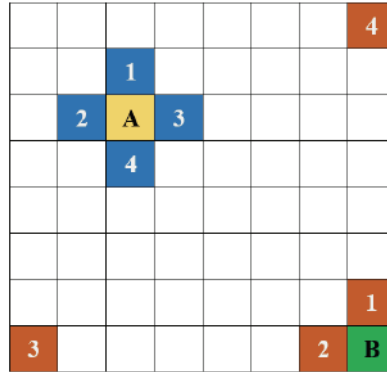


Figura 3.1: Vizinhança em uma rede de largura $L = 8$. Os sítios A e B destacados em amarelo e verde, possuem quatro vizinhos que estão enumerados de 1 a 4. Devido as condições de contorno, os sítios localizados nas bordas da rede também possuem quatro vizinhos.

Para a distribuição de recursos na rede utilizamos estruturas fractais construídas através do movimento Browniano fracionário. A geometria fractal refere-se ao estudo de curvas e planos enrugados. Muitas superfícies ou objetos encontrados na natureza são fractais no sentido que exibem um padrão autossimilar de tal forma que cada uma de suas partes pode, num sentido estatístico, ser considerada uma imagem em menor escala do todo [54]. Essa característica é chamada de autossimilaridade estatística.

Um movimento Browniano fracionário, $V_H(t)$, é uma função de uma variável t , que geralmente é o tempo, e seus incrementos

$$V_H(t_2) - V_H(t_1) \quad (3.1)$$

tem distribuição Gaussiana com variância

$$\langle |V_H(t_2) - V_H(t_1)|^2 \rangle \propto |t_2 - t_1|^{2H} \quad (3.2)$$

onde a quantidade entre os $\langle \rangle$ denota médias de conjuntos em muitas amostras de $V_H(t)$ e o parâmetro H , expoente de Hurst, varia entre $0 < H < 1$ [55]. Utilizando este processo, produzimos um relevo irregular, no qual o expoente de Hurst determina a rugosidade do

relevo. Quanto mais próximo de zero o expoente estiver, mais irregular será a superfície, mais anti-correlacionada. Quanto mais próximo de 1 o expoente estiver, mais suave será a superfície, mais correlacionada. E quando o expoente for igual a meio, $H = \frac{1}{2}$, teremos um movimento Browniano [48, 56]. A Figura 3.2 ilustra três superfícies rugosas geradas com os valores de H que foram utilizados nas simulações.

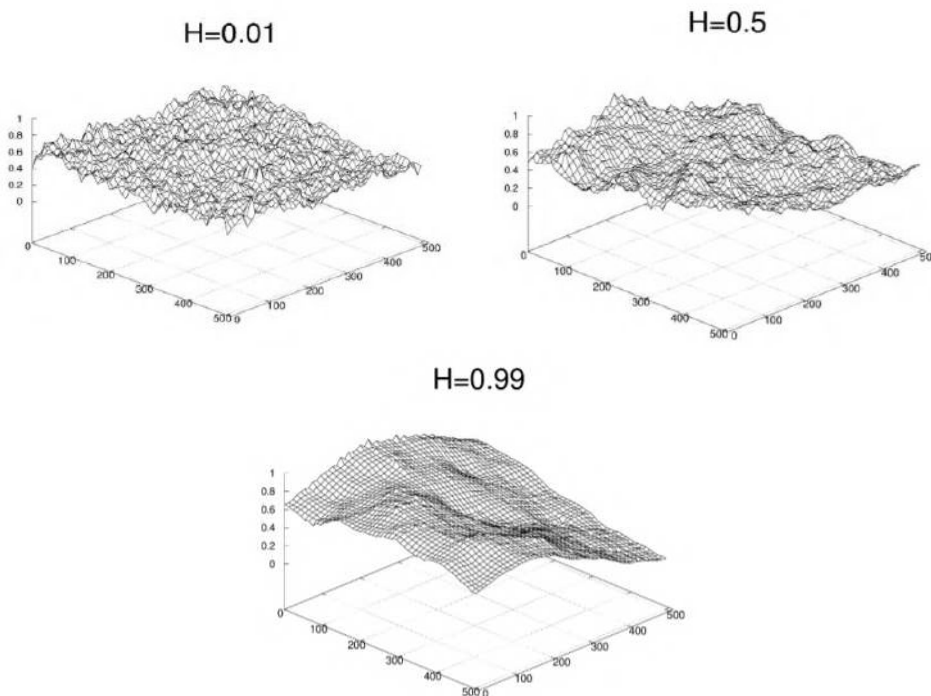


Figura 3.2: Ilustração das superfícies utilizadas nas simulações para implementação da heterogeneidade com $H=0.01$, 0.5 e 0.99 . Para $H=0.01$ a superfície é completamente heterogênea e para $H=0.99$ a superfície tem heterogeneidade intermediária. Figura retirada de [47].

Apenas um tipo de recurso fica disponível para a presa em cada sítio e a quantidade alocada varia entre 0 e 1. Após a distribuição dos recursos, as duas espécies são distribuídas na rede aleatoriamente, de forma que teremos a mesma proporção de sítios vazios, sítios ocupados por presas e sítios ocupados por predadores.

A dinâmica ocorre da seguinte forma:

- 1 - Um sítio é sorteado aleatoriamente;
- 2 - Se o sítio sorteado não estiver ocupado, retorna-se ao item 1;

3 - Se o sítio estiver ocupado por uma presa, verifica-se se ela sobrevive ou morre com probabilidade m_{presa} . Se a presa morre, retornamos ao passo 1. Caso não morra, verificamos se existem sítios vazios na sua vizinhança. Se não houverem sítios vazios, retornamos ao passo 1. Se houverem, verificamos se a espécie se reproduz. A probabilidade de reprodução é dada por:

$$f = \frac{R_{sítio}}{k + R_{sítio}} \quad (3.3)$$

onde:

$R_{sítio}$ é a quantidade de recurso disponível no sítio;

k é a constante de meia saturação, ou seja, a quantidade de recurso necessária para a espécie alcançar metade da sua taxa máxima de crescimento. É essa constante que define a aptidão e o desempenho da espécie em consumir determinado recurso.

Se há reprodução, a presa coloca sua prole no sítio vazio. Caso exista mais de um sítio vazio na sua vizinhança, a escolha é feita aleatoriamente.

4 - Se o sítio estiver ocupado por um predador, verifica-se se ele sobrevive ou morre com probabilidade $m_{predador}$. Se o predador morre, retornamos ao passo 1. Caso não morra, escolhemos aleatoriamente um sítio na sua vizinhança e verificamos se o sítio está ocupado. Se o sítio estiver ocupado por uma presa, o predador a consome e coloca sua prole no lugar com probabilidade r_p . Se o sítio vizinho escolhido estiver vazio ou ocupado por um predador retorna-se ao passo 1.

5 - Contamos um passo de tempo após N sítios visitados.

Para a obtenção dos resultados, realizamos 50 simulações independentes onde os cinco parâmetros do modelo assumem os seguintes valores:

- k : 0.1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9;
- r_p : 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 e 0.9;
- $m_{predador}$: 0.01;
- m_{presa} : 0.06;

- H : 0.01, 0.5 e 0.99.

Após as análises, três estados finais para o sistema foram observados:

- Coexistência de presas e predadores;
- Extinção de predadores e prevalência de presas;
- Extinção de presas e predadores.

Observamos, inicialmente (veja Figura 3.3), que para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.01$ a população de presas cresce até ocupar quase todos os sítios da rede para os valores menores de k . Devido a probabilidade de reprodução do predador ser igual a probabilidade de morte, sua população é extinta da rede.

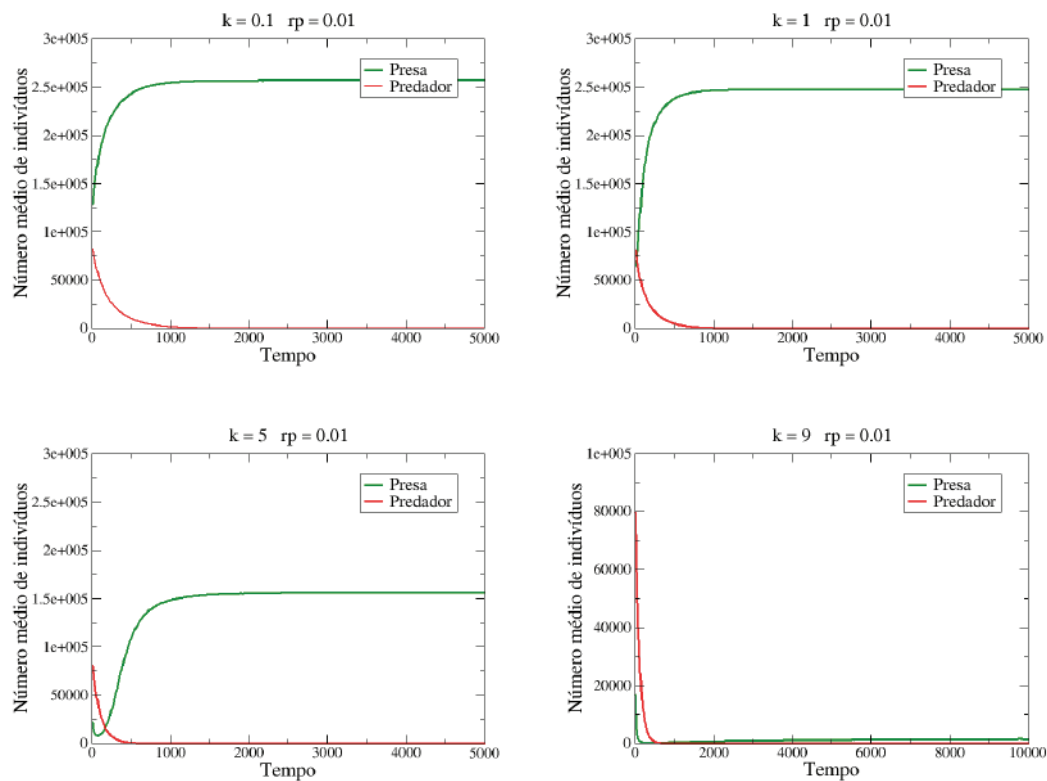


Figura 3.3: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.01$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

Para investigar o comportamento do número de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação calculamos a média dos 1000 passos finais de cada conjunto de simulações. Com isso, na Figura 3.4 observa-se que à medida que k aumenta a população de presas decresce, uma vez que com o aumento de k a presa tem uma probabilidade de reprodução menor.

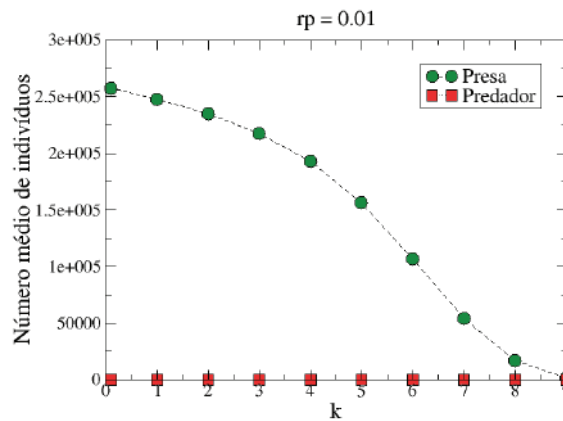


Figura 3.4: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.01$ e $H=0.01$.

Com uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$ as duas espécies coexistem ao longo do tempo para uma probabilidade de reprodução mais alta da presa e apenas a presa prevalece no sistema quando sua probabilidade de reprodução é mais baixa, como pode ser visto na Figura 3.5. Para os casos em que a presa tem uma maior probabilidade de reprodução o predador terá abundância de recurso à sua disposição, o que permite que ele mantenha uma população maior que a população de presas ao longo do tempo. À medida que a probabilidade de reprodução da presa diminui a população de predadores cai e a presa tem um aumento de sua população, exceto para uma alta constante de meia-saturação, em que a sua reprodução é dificultada.

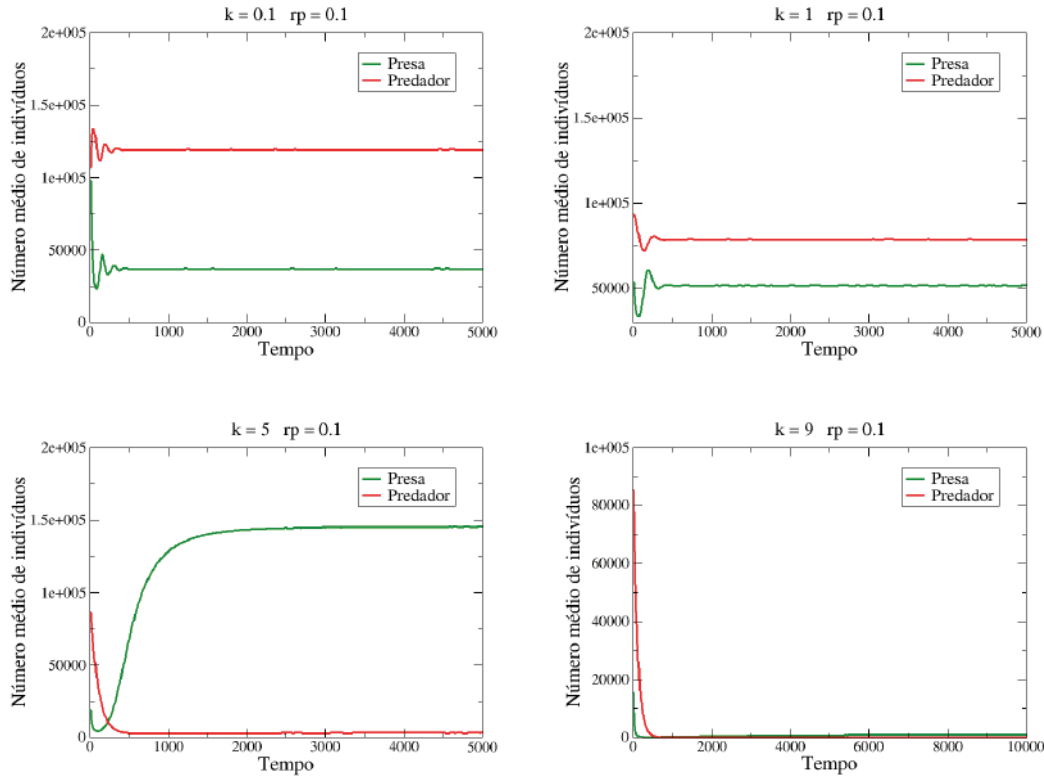


Figura 3.5: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

Investigando o comportamento do número de indivíduos em função da constante de meia-saturação da presa, observamos que à medida que k aumenta a população de presas cresce até atingir o pico para valores intermediários de k e decresce para altos valores dessa constante, enquanto que a população de predadores decresce à medida que k aumenta.

O crescimento no número de presas ocorre pelo fato de que quando k é muito pequeno, a probabilidade de reprodução da presa é muito alta, levando ao aumento da probabilidade de encontro com o predador. Logo, a presa é consumida mais facilmente. Com o aumento de k e, conseqüentemente, a diminuição da probabilidade de reprodução da presa, o encontro com predadores também diminui, levando à diminuição da população de predadores e ao aumento da população de presas. O aumento da população de presas ocorre até que a taxa de reprodução se torne muito pequena, para um valor muito alto de k , e a população passe

a diminuir (Veja Figura 3.6).

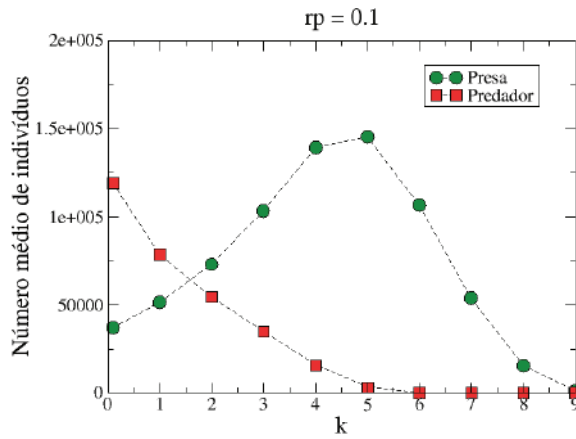


Figura 3.6: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.1$ e $H=0.01$.

Com o predador se reproduzindo com uma probabilidade $r_p=0.3$, observamos pela Figura 3.7 que conforme r_p aumenta a população das duas espécies decresce para os valores menores de k , em relação ao caso anterior. Isso ocorre por que à medida que a probabilidade de reprodução do predador aumenta, maior será o efeito da predação, principalmente para uma alta probabilidade de reprodução da presa. Com isso, o predador consome mais rapidamente as presas disponíveis e, posteriormente, sofre um decréscimo em sua população devido à escassez de recursos.

Assim como ocorre no caso em que $r_p=0.1$, as duas espécies coexistem ao longo do tempo para uma probabilidade de reprodução mais alta da presa e a população de predadores é maior que a de presa nesse caso devido ao efeito da predação. À medida que a constante de meia-saturação da presa aumenta, a população de presas passa a ser maior que a população de predadores, visto que número de encontros com o predador é menor. Para uma reprodução muito lenta da presa apenas a sua população se mantém na rede com um número muito pequeno de indivíduos e o predador é extinto devido à falta de recurso.

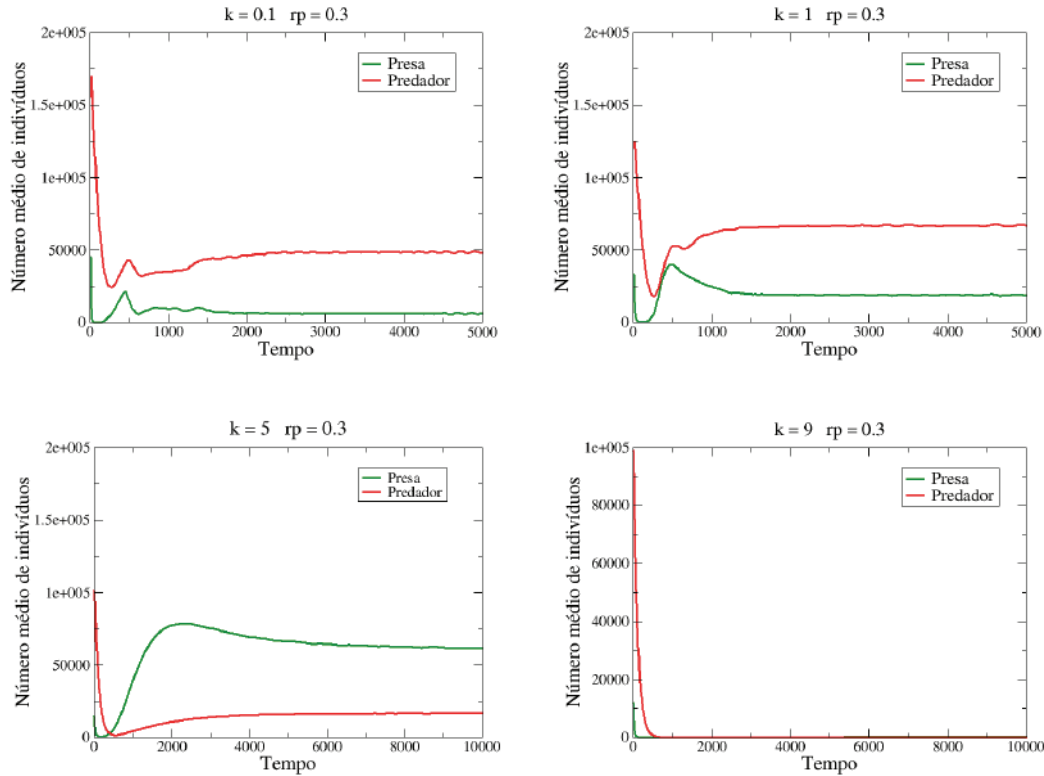


Figura 3.7: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

Observa-se pela Figura 3.8 que a população de predadores tem um breve crescimento para $k=1$ e volta a decrescer à medida que k aumenta. Esse crescimento ocorre devido ao efeito da predação ser muito intenso para $k=0.1$. Logo, o predador consome rapidamente um maior número de presas e, posteriormente, decresce por falta de recurso. Para $k=1$ a presa tem uma probabilidade de reprodução mais alta, mas menor que para $k=0.1$, reduzindo os efeitos da predação. Como para valores mais altos da constante de meia-saturação a disponibilidade de presas é muito menor, o número de predadores decresce gradativamente à medida que k aumenta. Em relação $r_p=0.1$, verificamos que a população de predadores é maior para os valores mais intermediários de k e que o pico no número de presas ocorre para $k=6$ e não para $k=5$. Isso ocorre devido ao predador consumir um maior número de presas, permitindo que ele se mantenha na rede com um número maior de indivíduos para valores

maiores de k .

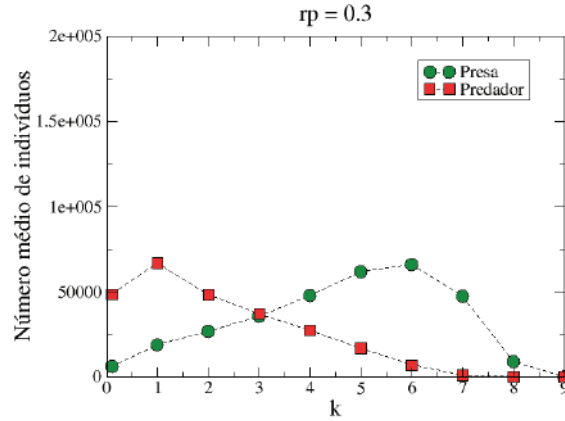


Figura 3.8: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.3$ e $H=0.01$.

Podemos observar pela Figura 3.9, que no caso em que $r_p=0.5$ as duas espécies são extintas para os casos em que $k=0.1$ e $k=1$. Isso ocorre por que para esses valores de k e r_p tanto a presa quanto o predador possuem uma alta probabilidade de reprodução e, portanto, o efeito da predação é mais intenso, causando a extinção das duas espécies do sistema. A presa é extinta efeito da predação e o predador é extinto pela falta de recurso após consumir todas as presas.

Verificamos que apenas quando a presa tem uma probabilidade intermediária de reprodução as duas espécies se mantêm no sistema ao longo do tempo, mas com populações pequenas. Devido o número de presas ser menor, o predador não consegue consumir rapidamente toda a sua população, permitindo que as duas espécies prevaleçam no sistema. Para o caso em que a presa tem probabilidade muito baixa de reprodução, verificamos a extinção das duas espécies do sistema. Como para uma alta constante de meia-saturação a presa tem uma menor probabilidade de se reproduzir, os indivíduos que são gerados são consumidos rapidamente e as duas espécies entram em extinção, como pode ser observado na Figura 3.10.

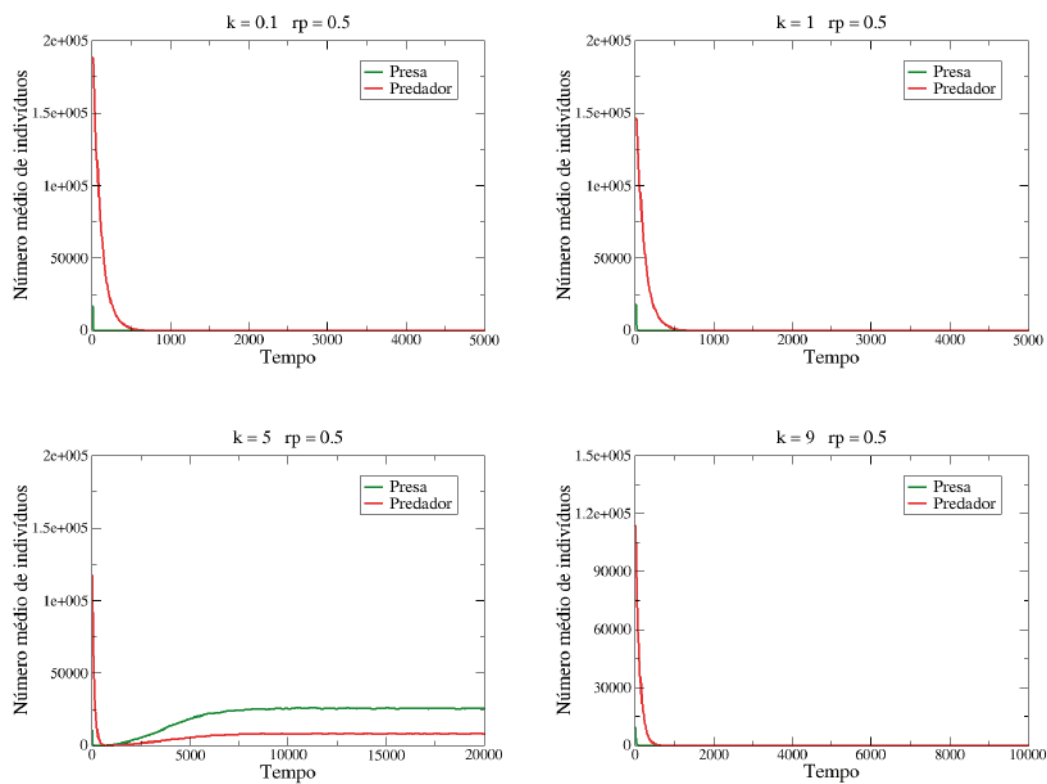


Figura 3.9: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.5$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

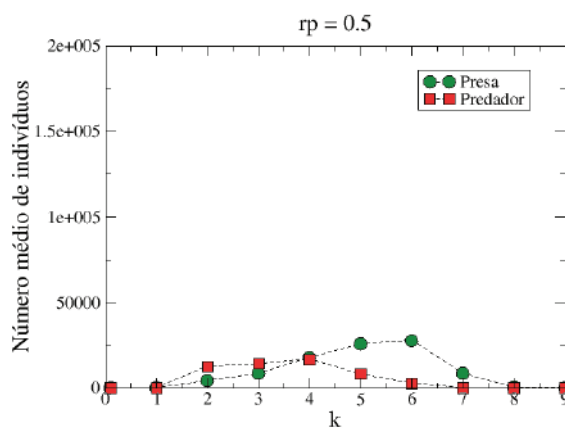


Figura 3.10: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.5$ e $H=0.01$.

Investigaremos agora como a heterogeneidade ambiental atua sobre a dinâmica espaço-temporal do sistema presa-predador fazendo a análise da população de presas e predadores nos casos em que as duas espécies coexistem ao longo do tempo na maior parte do conjunto de simulações realizadas, isto é, para a dupla de parâmetros $(k; r_p)$, com valores de r_p iguais a 0.1, 0.2 e 0.3. O expoente de Hurst, cujo os valores utilizados foram $H=0.01$, 0.5 e 0.99, controla o nível de heterogeneidade do sistema, isto é, quanto mais próximo de zero o expoente estiver, mais heterogêneo será o relevo e quanto mais próximo de 1 o expoente estiver, menos heterogêneo será o relevo.

Observamos, inicialmente, pelas Figuras 3.11, 3.13 e 3.15, que para uma probabilidade muito alta de reprodução da presa e uma menor probabilidade de reprodução do predador a população das duas espécies não varia entre valores de H . Como nesses casos a população das duas espécies se espalha por toda a rede (Veja Figuras 3.12, 3.14 e 3.16), o valor de H não tem muita influência sobre o estado final. Para $k=1$ verificamos que a população de predadores é maior para $H=0.01$ e a população de presas é maior para $H=0.99$. Como para esse caso a presa também tem uma probabilidade de reprodução mais alta, o predador tem recurso alimentar em abundância a sua disposição, principalmente quando $H=0.01$, uma vez que para esse valor a distribuição dos recursos é mais heterogênea, proporcionando à presa maiores oportunidades de reprodução. Dessa forma, a presa cresce, inicialmente, atinge o pico e decresce pelo efeito da predação, o que leva, conseqüentemente, a um aumento na população de predadores. Já para uma menor probabilidade de reprodução da presa ($k=5$), observamos que a população de presas é maior para $H=0.01$ e a de predadores para $H=0.99$. Para um valor mais alto de k a presa necessita de uma quantidade maior de recurso para se reproduzir e como para $H=0.99$ a presa forma aglomerados populacionais em regiões específicas da rede em que há uma maior concentração de recursos, a população de predadores é favorecida.

Para uma probabilidade mais alta de reprodução do predador ($r_p=0.3$) observamos que a população de presas e predadores é maior para $H=0.99$, quando $k=0.1$. Para esse valor de r_p verificamos que a população de predadores domina a maior parte da rede e que para $H=0.99$ a presa forma pequenos aglomerados populacionais em regiões cercadas por predador, permitindo que o predador prevaleça na rede com um número maior de indivíduos.

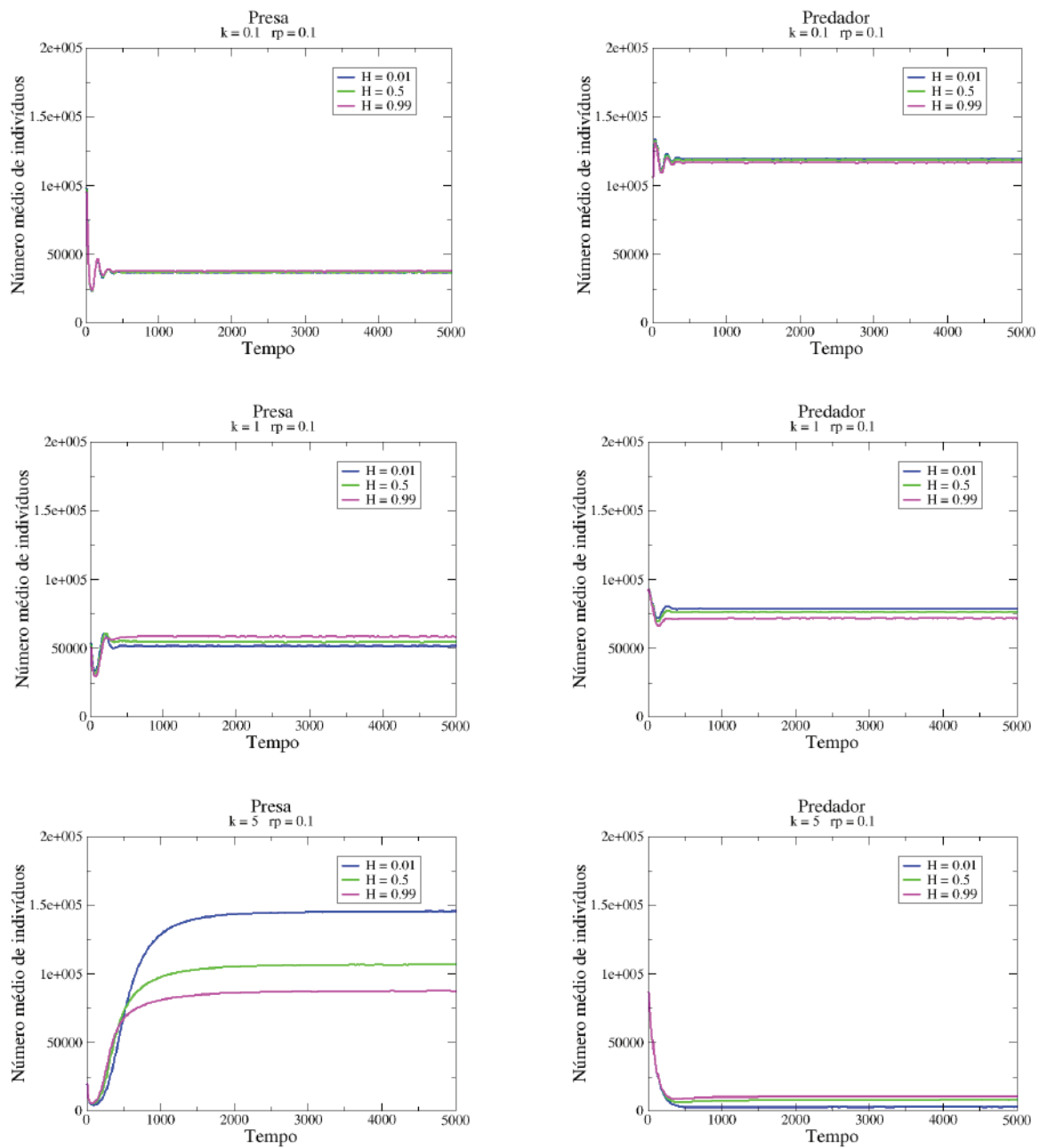


Figura 3.11: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H . Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.

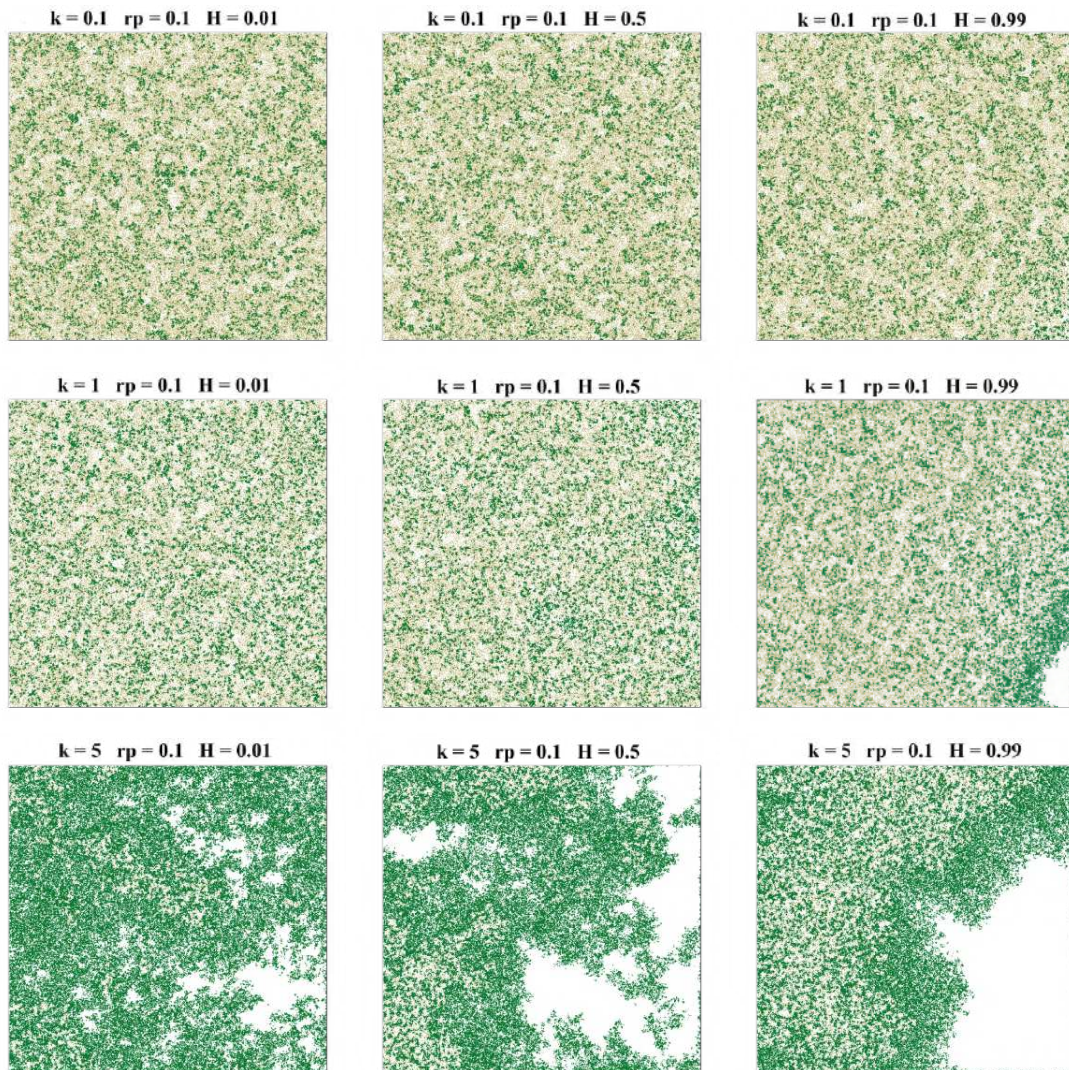


Figura 3.12: Estado final da rede para $r_p=0.1$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

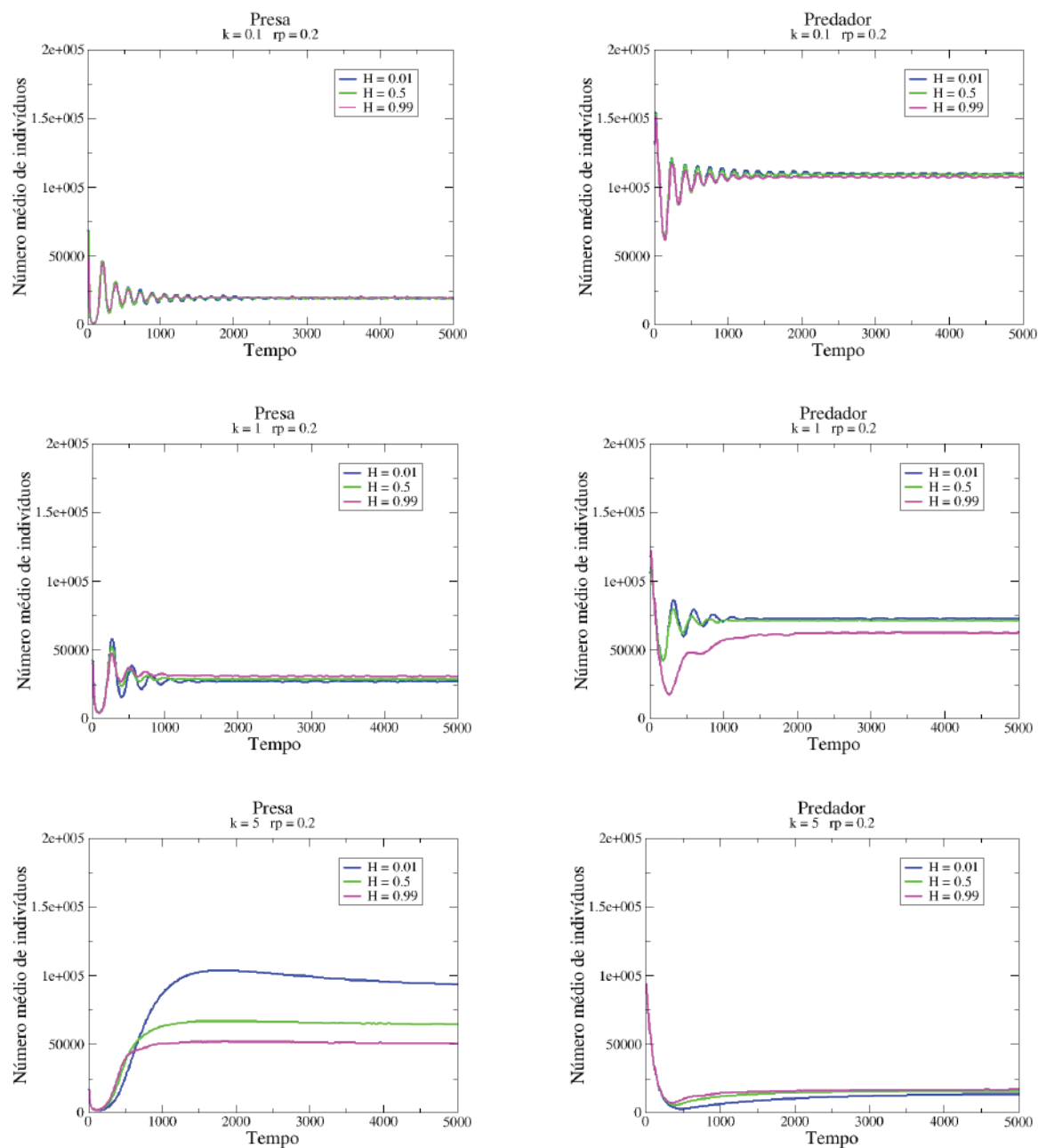


Figura 3.13: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H . Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.

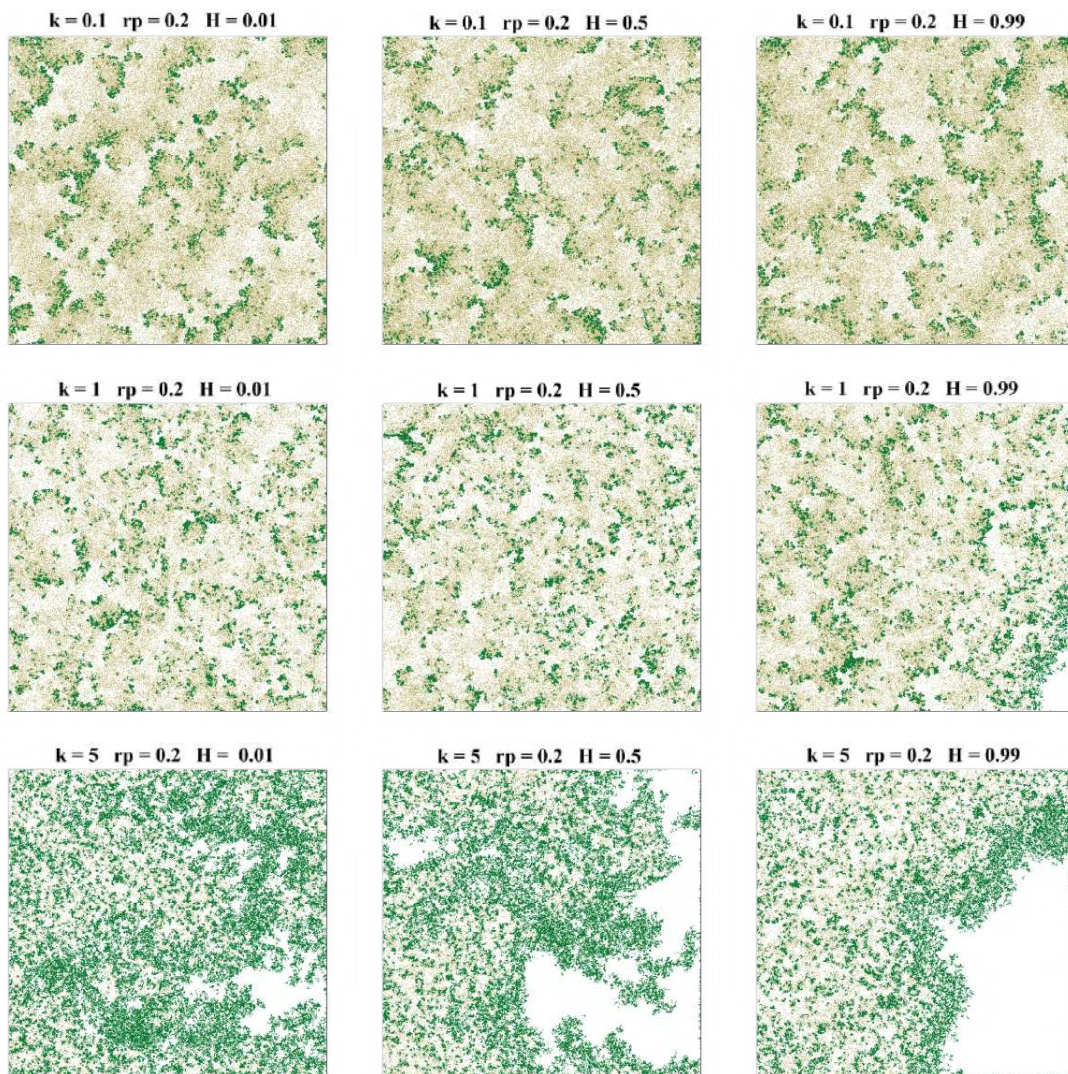


Figura 3.14: Estado final da rede para $r_p=0.2$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

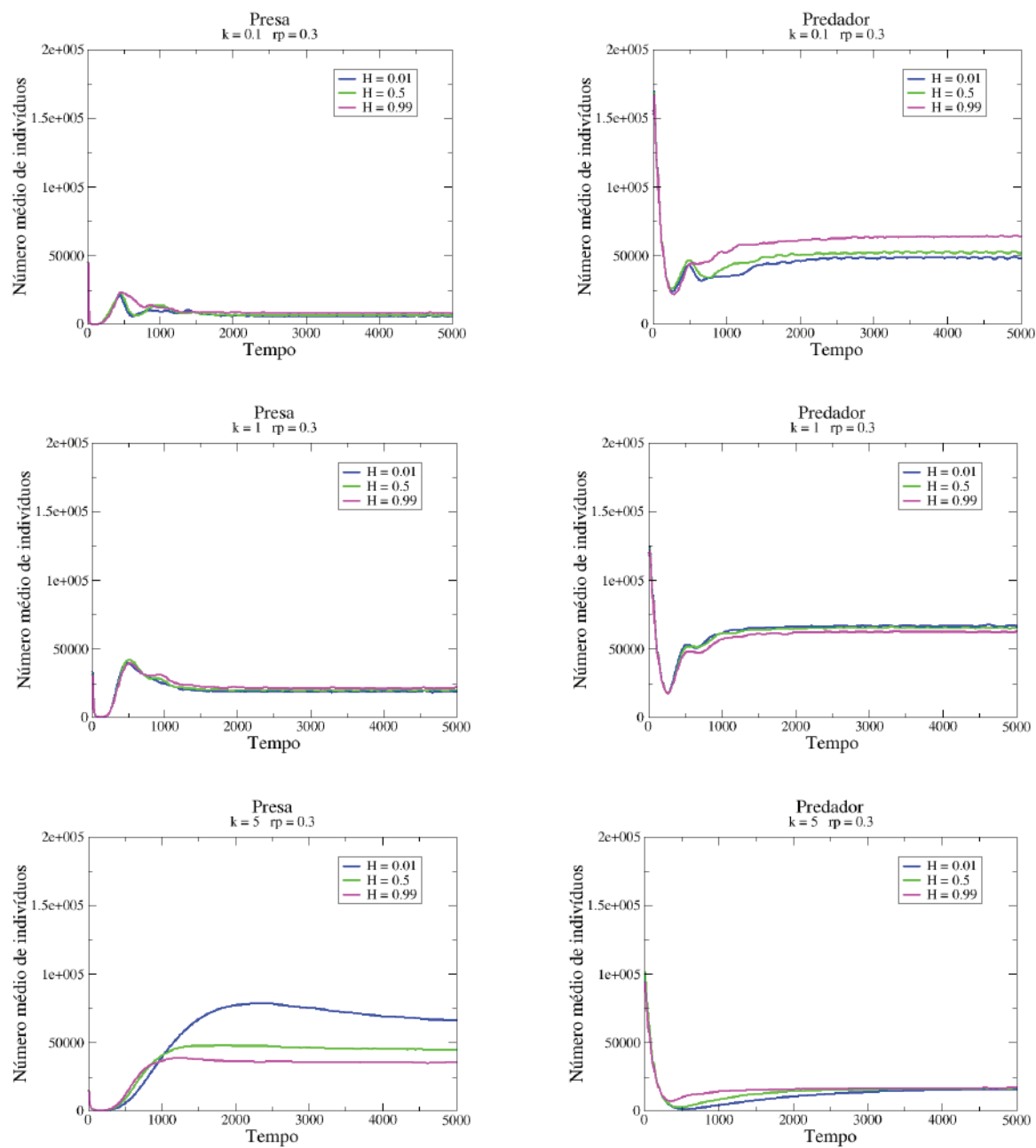


Figura 3.15: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H . Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.

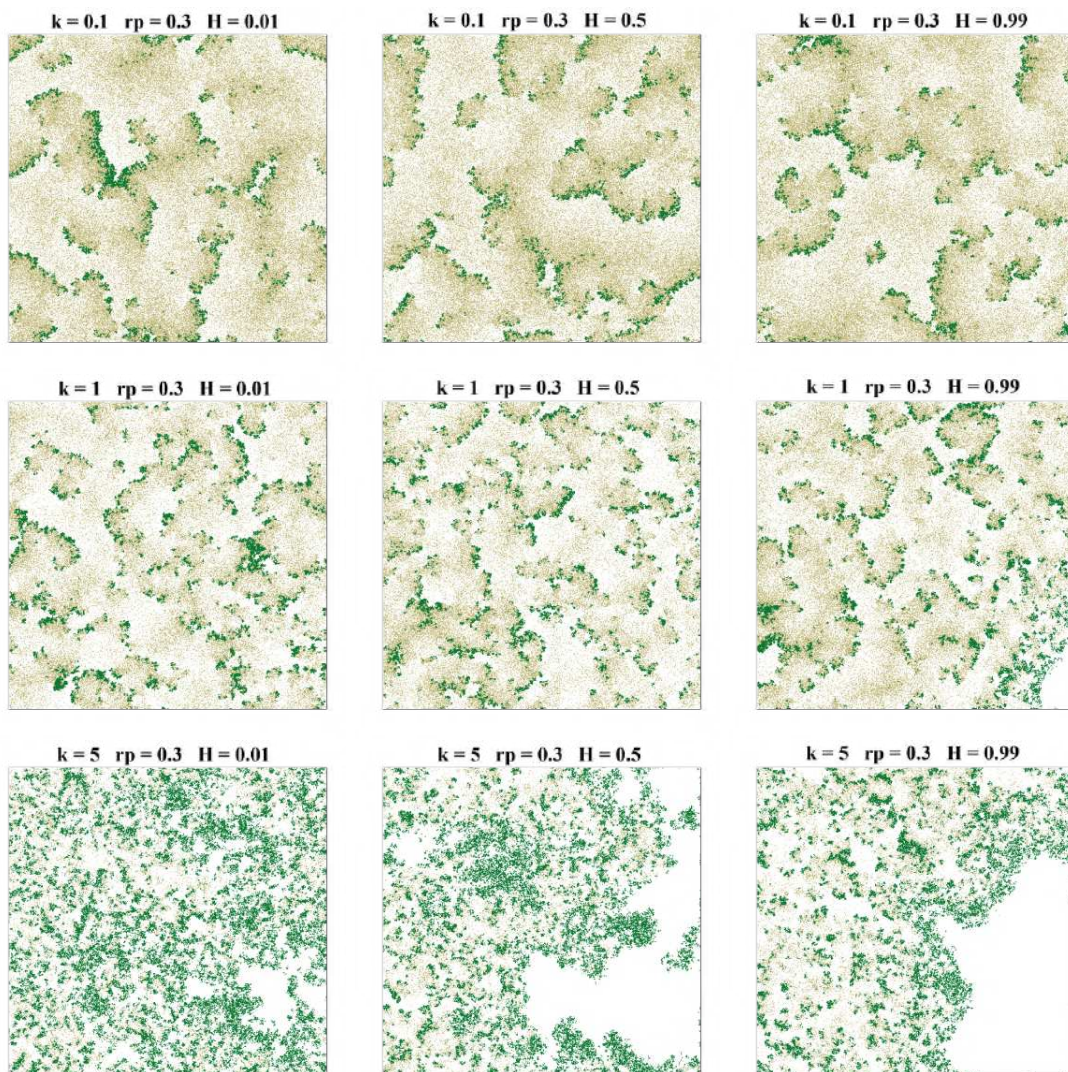


Figura 3.16: Estado final da rede para $r_p=0.3$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Abaixo apresentamos os diagramas de fase com os estados finais alcançados com cada conjunto de parâmetros para os três valores do expoente de Hurst utilizados nas simulações.

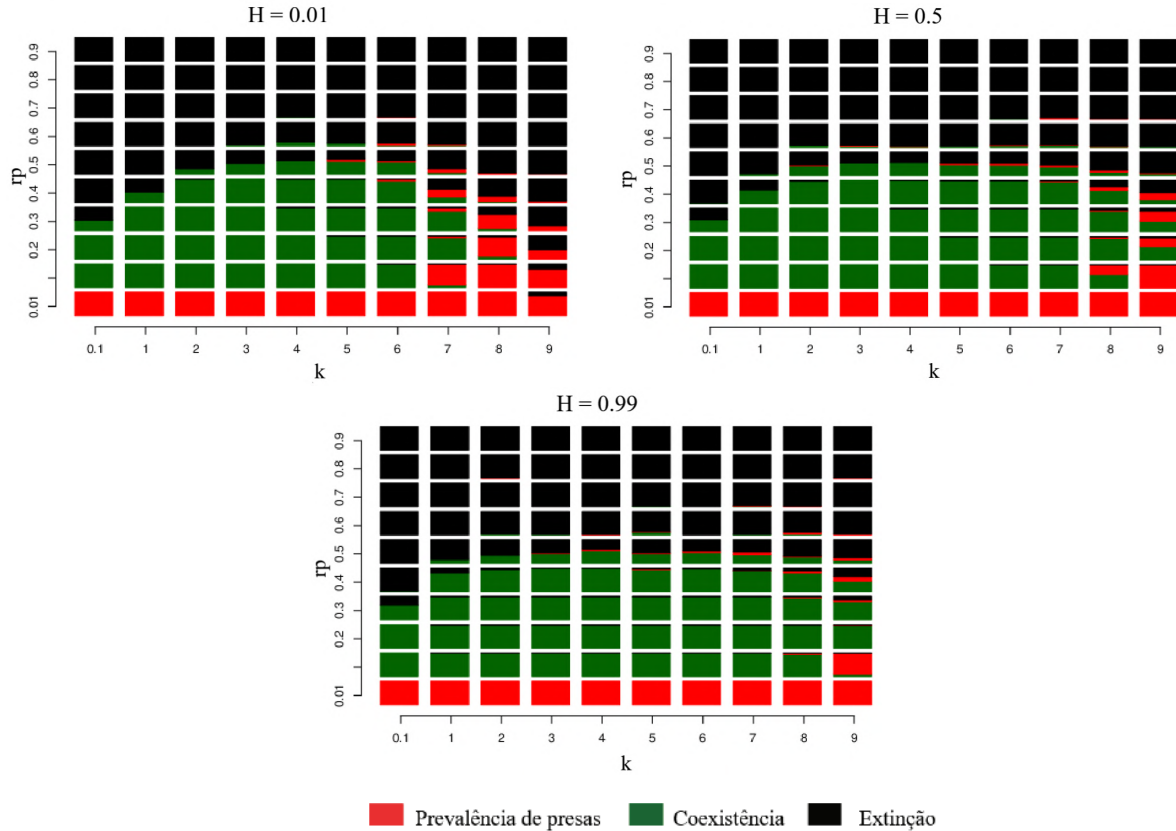


Figura 3.17: Diagramas de fase. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Como pode ser observado pela Figura 3.17, para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.01$ apenas a presa permanece no sistema para os três valores de H , uma vez que o predador também morre com uma probabilidade $m_{predador}=0.01$. Verificamos que para $H=0.01$ as duas espécies são extintas em uma parte das simulações realizadas quando a constante de meia-saturação da presa é $k=9$. Como para este valor de k a probabilidade de reprodução da presa é muito pequena e, como para $H=0.01$ as quantidades de recurso geradas variam muito de sítio para sítio, podendo haver sítios com uma grande quantidade de recurso, vizinhos de sítios com pouca quantidade de recurso, a presa pode não conseguir se manter na rede se estiver com pouca disponibilidade de recurso, vindo a ser extinta mesmo

após a extinção do predador.

Para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$ verificamos a coexistência das duas espécies nos três valores de H . Essa coexistência se dá para a maioria dos valores da constante de meia-saturação da presa, havendo algumas exceções para os casos em que a presa tem menor probabilidade de reprodução. Para $H=0.01$ há exceção para $k=[7,9]$, em que a prevalência de presas domina a maior parte do conjunto de simulações. Para $H=0.5$ há exceção nos casos em que $k=8$, onde a prevalência de presas também domina parte das simulações, e, para $k=9$ onde é observado apenas a prevalência de presas. Para $H=0.99$ há exceção apenas para o caso em que $k=9$, onde apenas a presa prevalece no sistema. Isso ocorre por que para os valores maiores de k a presa necessita de uma quantidade de recurso maior para se reproduzir e como para $H=0.01$ a distribuição dos recursos é muito heterogênea, a presa se espalha em pequenos grupos pela rede, habitando sítios com uma quantidade maior de recurso, dificultando o encontro com o predador, que morre por falta de recurso. Para uma rede menos heterogênea, como a quantidade de recurso disponível nos sítios é mais próxima, a presa se mantém com uma população maior ao longo do tempo, favorecendo a população de predadores, o que leva a um número maior de casos em que as duas espécies coexistem, como pode ser observado na Figura 3.18.

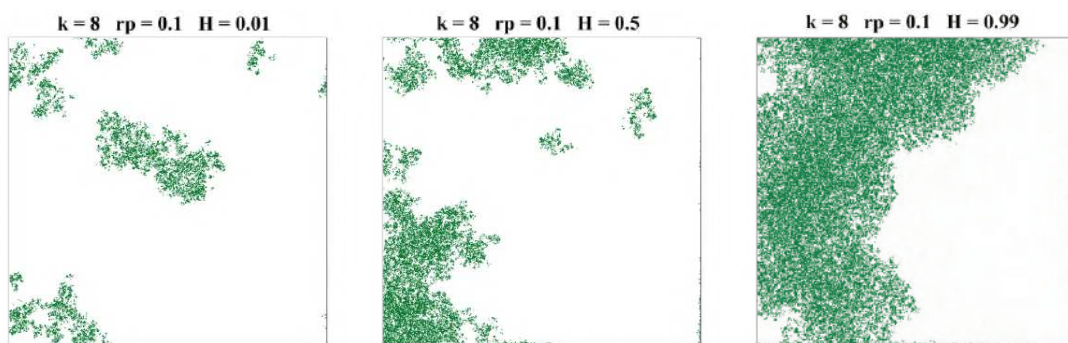


Figura 3.18: Estado final da rede para $r_p=0.1$ e $k=8$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Com o predador se reproduzindo com uma probabilidade $r_p=0.2$, podemos verificar uma ampliação da área de coexistência de presas e predadores para os três valores de H , em relação à $r_p=0.1$. Para $H=0.01$ há exceção apenas para $k=8$, em que a prevalência de presas domina a maior parte do conjunto de simulações. E também para $k=9$, em que a presa prevalece para uma pequena parte do conjunto de simulações e é extinta em sua maioria. Para esses valores de k , verificamos que com o aumento do valor de H as duas espécies coexistem na maior parte das simulações, principalmente para $H=0.99$. Como para esse valor de r_p o predador tem uma probabilidade de reprodução mais alta, maior será o número de encontros com a presa, o que leva as duas espécies serem extintas em um maior número de simulações quando $H=0.01$ e $k=9$. Já para uma rede menos heterogênea, o aumento do efeito da predação permite que as duas espécies coexistam em um maior número de casos, principalmente para $H=0.99$, devido a população de presas ser maior. Podemos verificar isso na Figura 3.19.

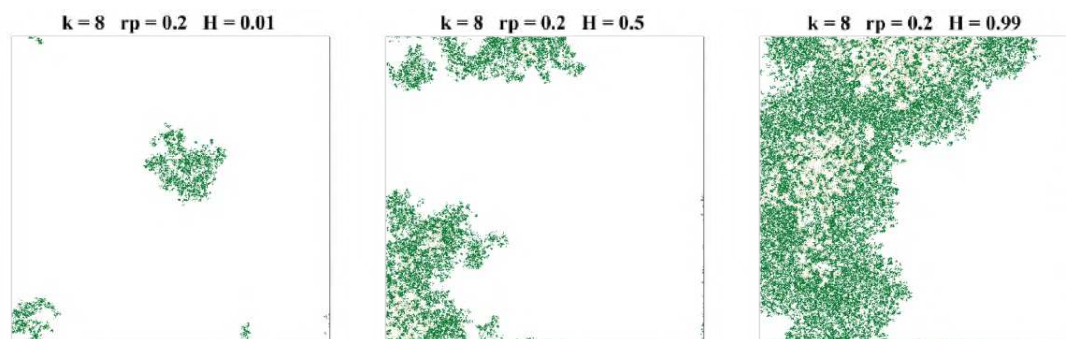


Figura 3.19: Estado final da rede para $r_p=0.2$ e $k=8$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Para $r_p=0.3$ observamos que as duas espécies também coexistem na maior parte das simulações nos três valores de k e H , havendo exceção apenas para os casos em que a presa tem probabilidade de reprodução muito alta ou muito baixa. Para uma alta probabilidade de reprodução da presa ($k=0.1$) verifica-se a coexistência e a extinção de ambas as espécies entre as simulações nos três valores de H . Já para uma baixa probabilidade de reprodução da

presa, podemos verificar, quando $H=0.01$, exceção para os casos em que $k=8$, onde há uma maior prevalência de presas nas simulações e para $k=9$, onde a extinção das duas espécies se sobressai à prevalência de presas no sistema. Quando $H=0.5$ há exceção para o caso em que $k=9$, onde verifica-se a coexistência das duas espécies e apenas a sobrevivência de presas entre o conjunto de simulações. Já quando $H=0.99$ a coexistência das duas espécies se dá em quase todas as simulações. Como para $r_p=0.3$ o efeito da predação é mais intenso, principalmente para os valores menores de k , o predador pode consumir as presas disponíveis e morrer, posteriormente, por falta de recurso. Com o aumento do valor de H , o predador será favorecido, coexistindo com a presa em um maior número de simulações.

Com $r_p=0.4$ verificamos uma área de transição entre coexistência e extinção das duas espécies. Observamos que para os três valores de H as duas espécies são extintas em todas as simulações quando $k=0.1$ e são extintas em parte das simulações quando $k=1$, visto que para os valores menores de k o efeito da predação é mais intenso. Quando a probabilidade de reprodução da presa é baixa, verificamos, para $H=0.01$, os três estados possíveis (prevalência de presa, coexistência e extinção das duas espécies) entre as simulações. Verificamos também que a extinção das duas espécies domina um número maior de simulações para $k=[7,9]$. Para $H=0.5$ e $H=0.99$ os três estados são observados para $k=8$ e $k=9$. Para $k=8$ as duas espécies coexistem na maior parte do conjunto de simulações, principalmente no caso em que $H=0.99$ enquanto que, para $k=9$, as espécies são extintas na maior parte das simulações, quando $H=0.5$, e coexistem quando $H=0.99$. Como vimos nos casos anteriores, a população de presas é reduzida para $H=0.01$, e com o aumento de r_p o predador levará a sua extinção da rede em um maior número de simulações. Já para $H=0.5$ e $H=0.99$, podemos verificar na Figura 3.20 que o aumento do efeito da predação causará uma redução na população de presas, mas permitirá que as duas espécies coexistam na rede.

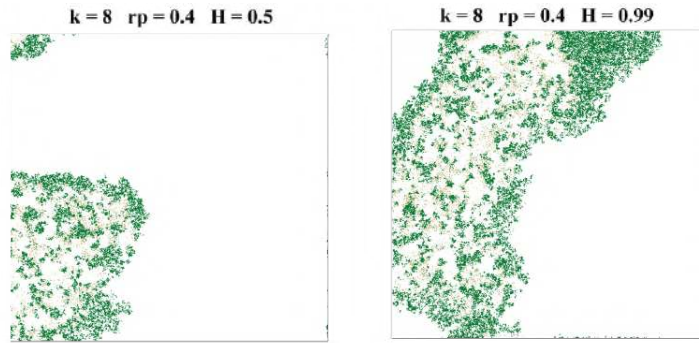


Figura 3.20: Estado final da rede para $r_p=0.4$ e $k=8$. Para $H=0.5$ à esquerda e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Com o predador se reproduzindo com uma probabilidade $r_p=0.5$ verificamos que a extinção das duas espécies sobressai para a maioria dos valores da constante de meia-saturação da presa. Como a probabilidade de reprodução do predador é muito alta, o predador consome muito rapidamente as presas disponíveis e entra em extinção devido à escassez de recurso. Observa-se que para uma reprodução intermediária da presa as duas espécies coexistem para um número maior de simulações. Nesses casos, a presa mantém uma população pequena ao longo do tempo espalhada na rede, de forma que em parte das simulações o predador não consegue consumir todas as presas, permitindo que as duas espécies coexistam no sistema.

Para valores mais altos da probabilidade de reprodução do predador verificamos que para alguns casos em que a presa tem uma probabilidade intermediária de reprodução as duas espécies coexistem ou a presa prevalece na rede para um número pequeno de simulações. Como nesses casos a presa se mantém na rede com uma população reduzida ao longo do tempo, o predador, mesmo com uma alta probabilidade de reprodução, pode demorar a encontrar todos os indivíduos, o que leva as duas espécies coexistirem na rede. Além disso, a presa pode conseguir escapar do predador em algumas simulações, permitindo a sua sobrevivência na rede após a extinção do predador.

Podemos constatar que para os valores do expoente de Hurst utilizados temos uma maior riqueza de espécies para $H=0.99$. Para essa distribuição de recursos na rede, a coexistência de espécies é maior que para $H=0.01$ e $H=0.5$. Para $H=0.01$, em que a distribuição dos

recursos é muito heterogênea, temos uma área maior de prevalência da presa quando sua probabilidade de reprodução é baixa, visto que a sua população é reduzida, diminuindo o número de encontros com o predador, que vem a ser extinto em grande parte das simulações. Para $H=0.5$ temos um aumento da região de coexistência das duas espécies em relação ao caso anterior, revelando a prevalência da presa para um número menor de casos. Os mesmos resultados foram encontrados em [47].

Capítulo 4

Efeito da variação da quantidade de recurso

Com o objetivo de estudar como a quantidade de recurso disponível para a presa afeta o número de espécies presentes no equilíbrio, variamos essa quantidade multiplicando o valor obtido para cada recurso por uma constante QR . Para essa constante QR atribuímos os seguintes valores: 0.1, 10 e 20. Foram realizadas 50 simulações independentes para cada conjunto de parâmetros utilizado.

4.1 $QR=0.1$

Vamos, inicialmente, investigar o efeito da diminuição da quantidade de cada recurso sobre o sistema reduzindo essa quantidade a 10% do valor utilizado anteriormente. Verifica-se pelas Figuras 4.1 e 4.2 que para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.01$ a população de presas cresce até ocupar quase todos os sítios da rede para uma constante de meia-saturação da presa $k=0.1$, enquanto que para valores mais altos dessa constante sobrevive apenas para $k=1$ e com uma população pequena. Isso ocorre por que à medida que k aumenta a probabilidade de reprodução da presa diminui e, como a quantidade de recurso disponível para um $QR=0.1$ é muito pequena, a presa não consegue se reproduzir e entra em extinção.

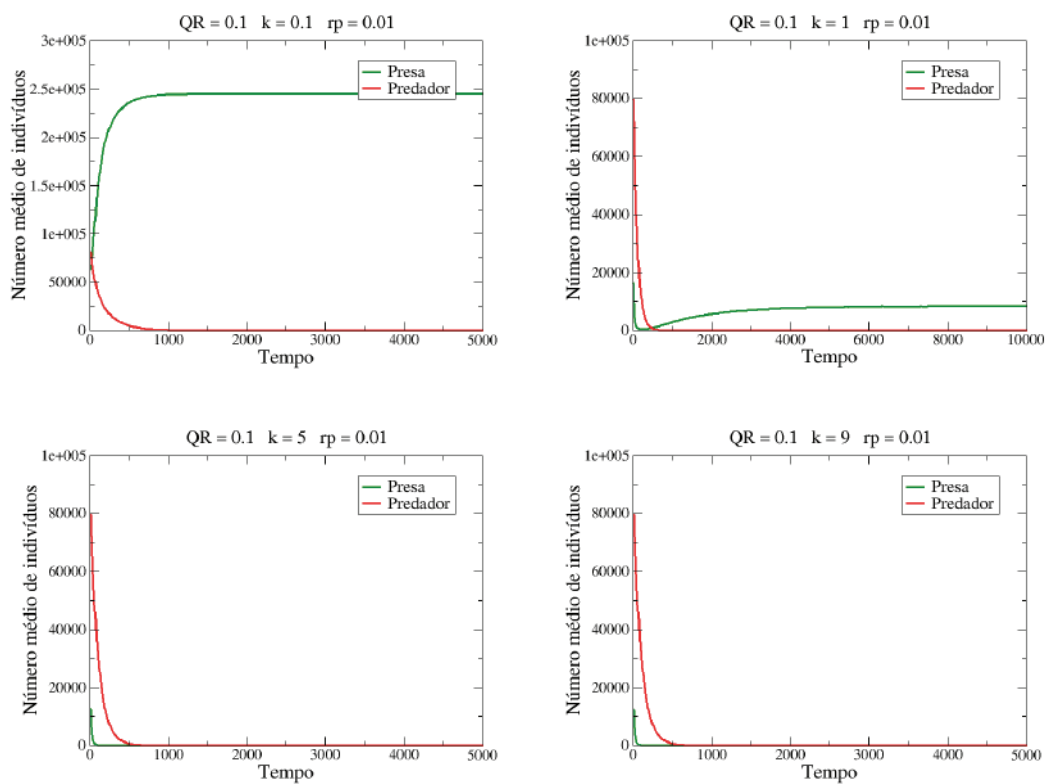


Figura 4.1: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

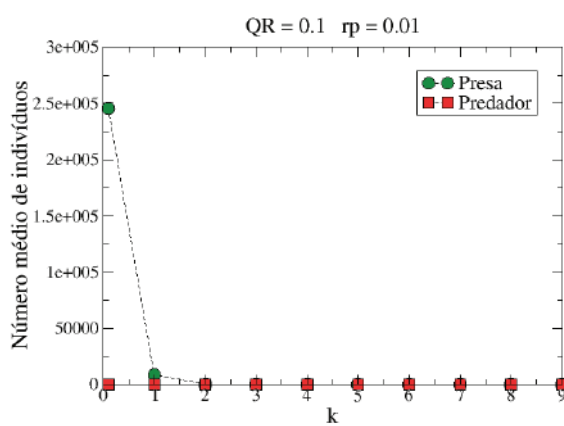


Figura 4.2: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$.

Com uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$ as duas espécies coexistem ao longo do tempo apenas para $k=0.1$. Para valores mais altos de k é observada a sobrevivência de presas para $k=1$ e a extinção das duas espécies para os demais valores dessa constante (Veja Figuras 4.3 e 4.4). Para $k=0.1$ o predador terá uma quantidade maior de recurso à sua disposição, o que permite que ele mantenha uma população maior que a população de presas ao longo do tempo. Com uma constante de meia-saturação da presa $k=1$ a presa tem uma probabilidade de reprodução menor que para $k=0.1$, mantendo uma população pequena ao longo do tempo, levando o predador à extinção por falta de recurso. Como a quantidade de recurso disponível para a presa é pequena para $QR=0.1$, para valores mais altos de k a presa não consegue se reproduzir e as duas espécies são extintas do sistema.

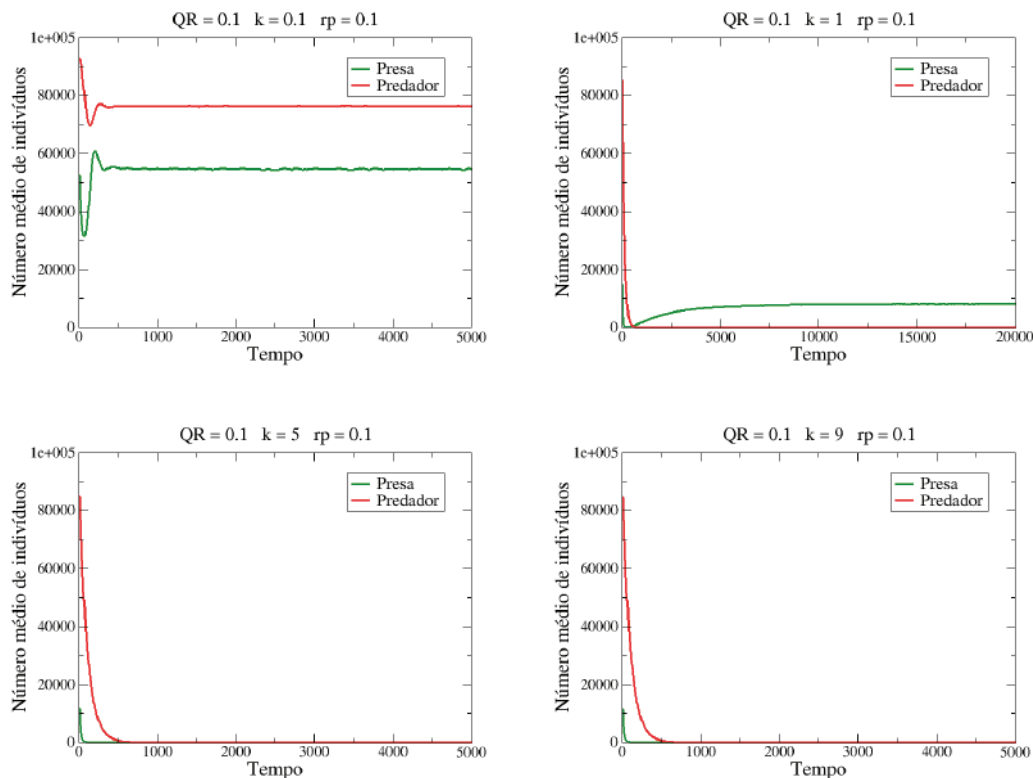


Figura 4.3: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$, para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

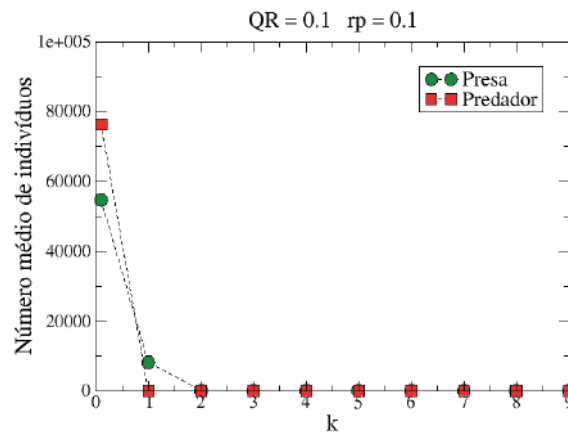


Figura 4.4: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$.

Para $r_p=0.3$ verificamos pelas Figuras 4.5 e Figura 4.6, que assim como ocorre para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$, as duas espécies coexistem para uma constante de meia saturação da presa $k=0.1$, entretanto com uma população menor, devido ao aumento do efeito da predação. Para $k=1$ apenas a presa prevalece no sistema e, para os demais valores de k , as duas espécies são extintas. Como para uma constante de meia-saturação da presa $k=1$ a presa se mantém com uma população muito pequena na rede o predador, que tem uma alta probabilidade de reprodução, consome as presas disponíveis e, posteriormente, entra em extinção por falta de recurso.

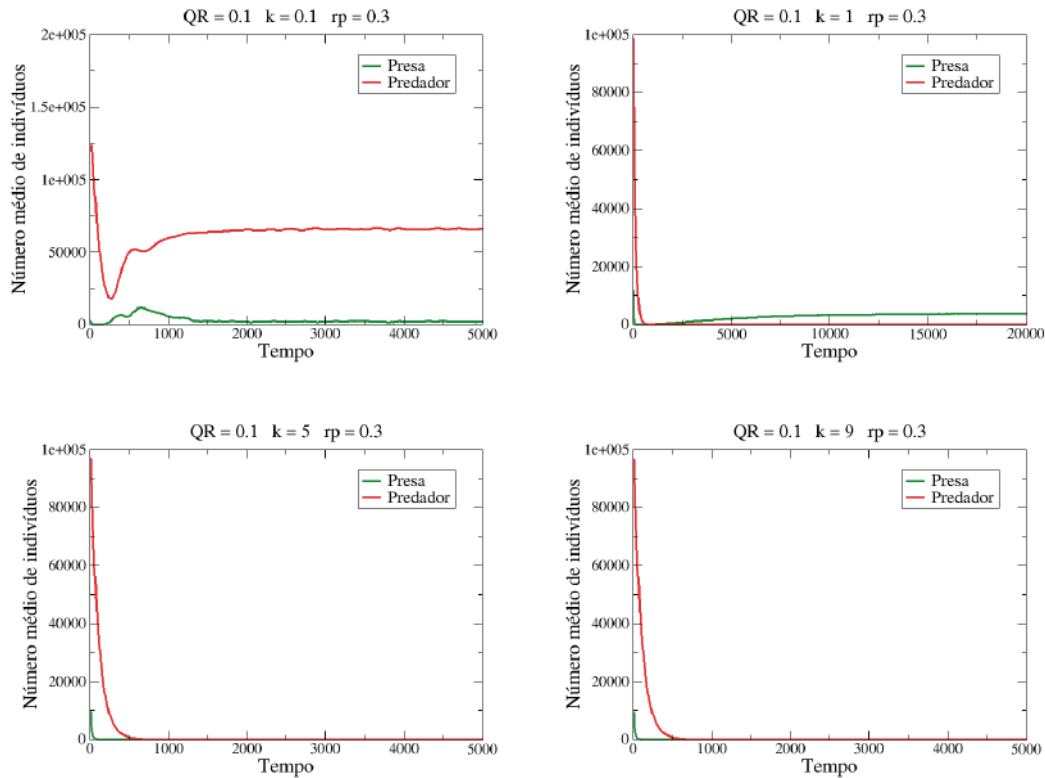


Figura 4.5: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $H=0.5$, para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

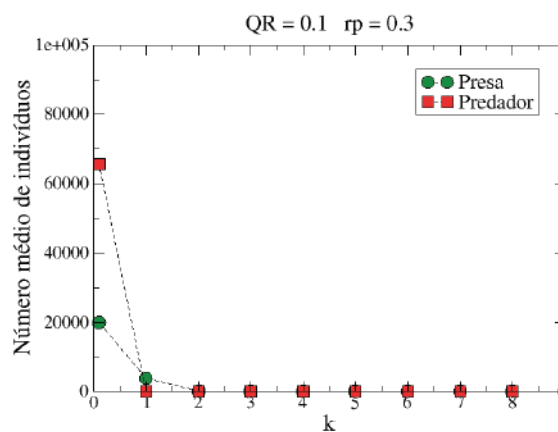


Figura 4.6: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $H=0.5$.

Investigando como a heterogeneidade atua sobre a dinâmica espaço-temporal do sistema presa-predador, observamos que para uma quantidade de recurso 10 vezes menor a população de presas é maior para $H=0.99$ e a população de predadores é maior para $H=0.01$ (Veja Figura 4.7, 4.9 e 4.11). Podemos observar pelas Figura 4.8, 4.10 e 4.12, que para os três valores de H a população das duas espécies se espalham pela rede, mas como para $H=0.99$ a presa forma pequenos aglomerados populacionais alguns indivíduos escapam do predador.

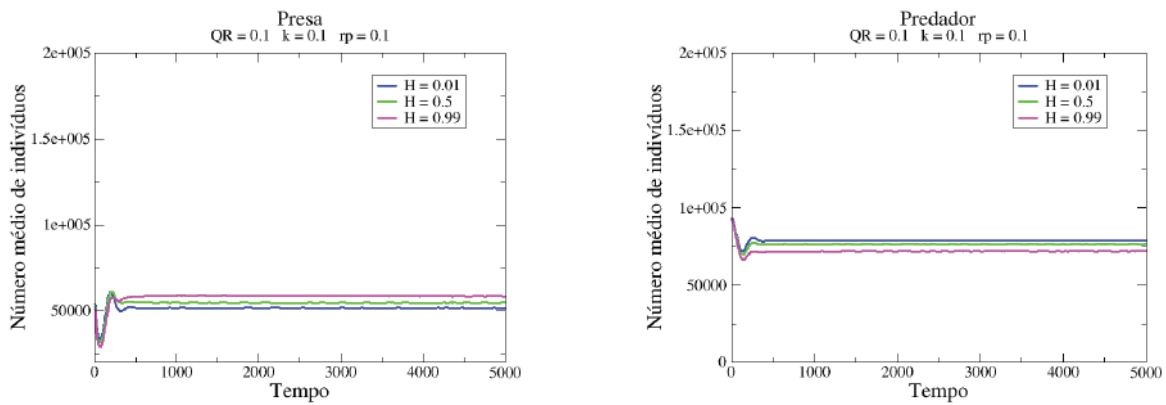


Figura 4.7: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$

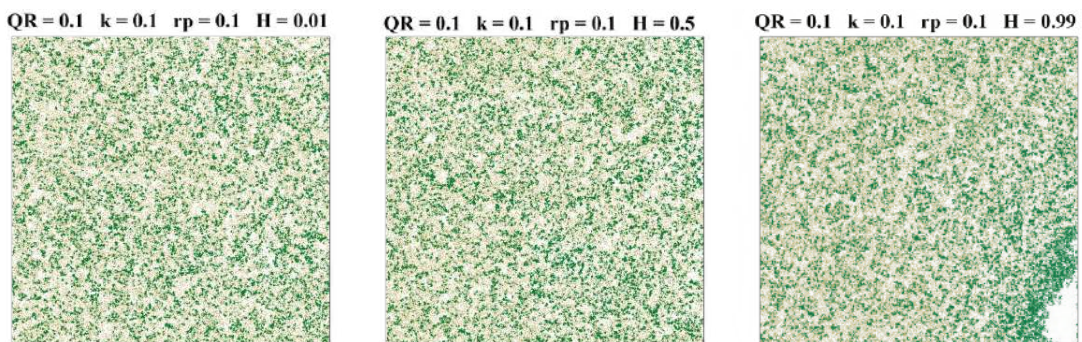


Figura 4.8: Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado

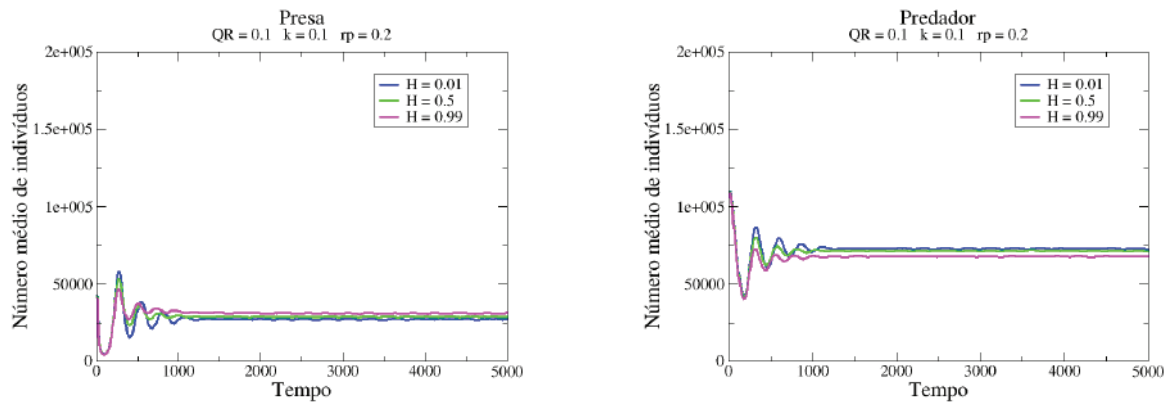


Figura 4.9: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$

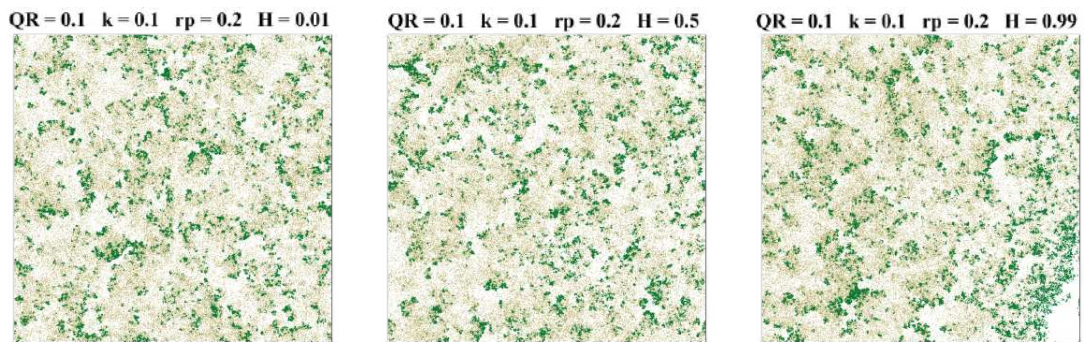


Figura 4.10: Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

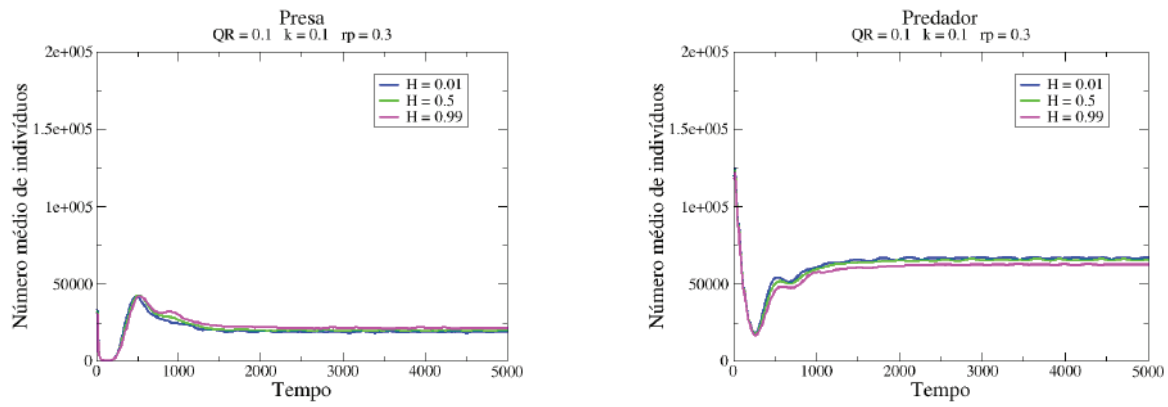


Figura 4.11: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$

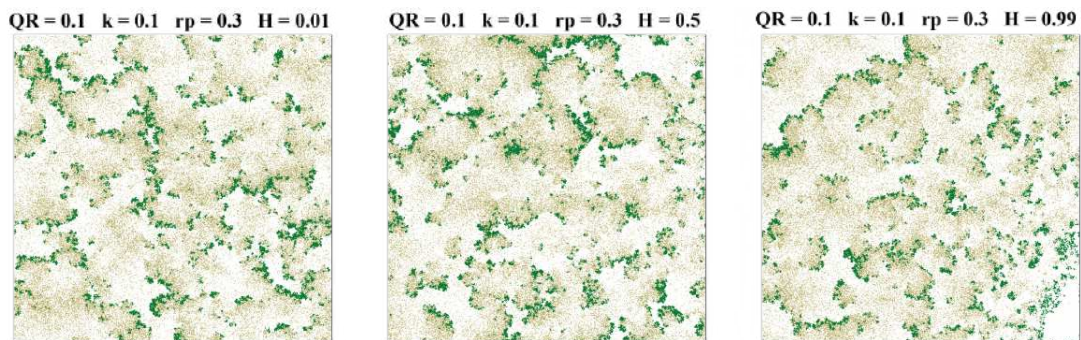


Figura 4.12: Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Na Figura 4.13 apresentamos os diagramas de fase com os estados finais alcançados para cada conjunto de parâmetros.

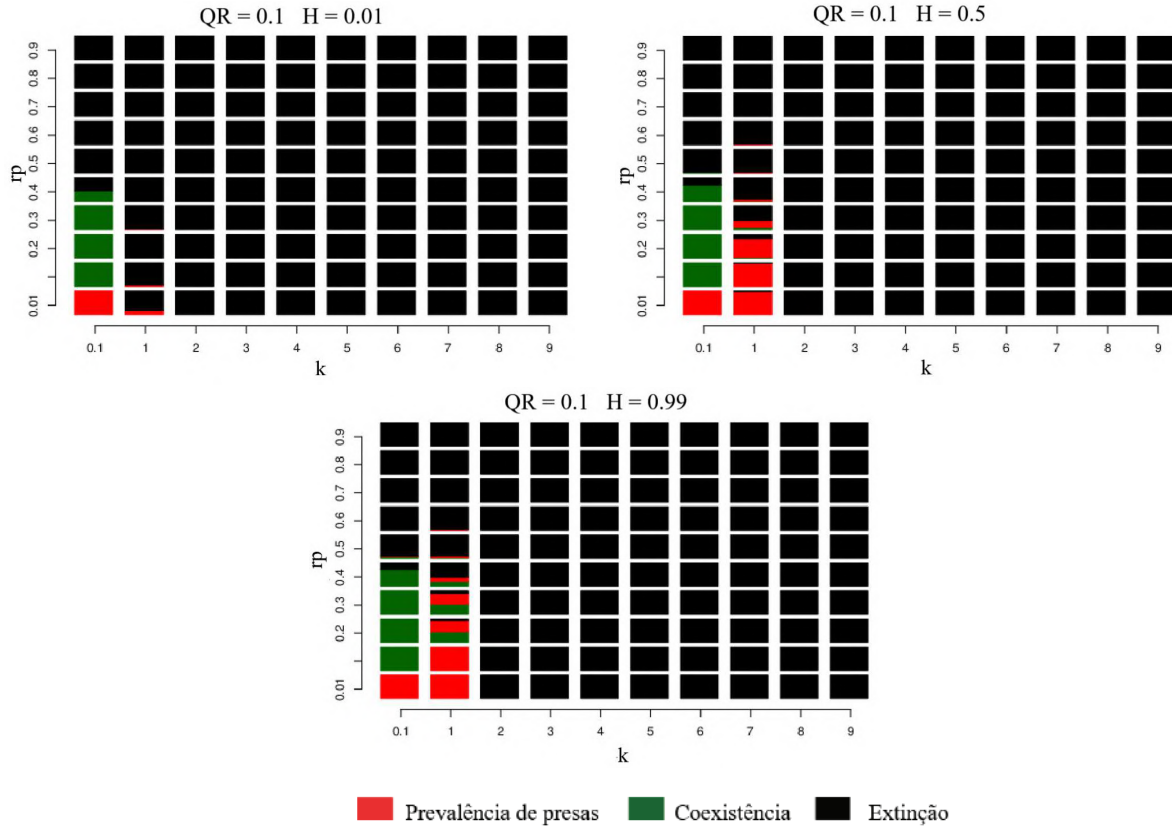


Figura 4.13: Diagramas de fase para $QR=0.1$. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Verificamos que reduzindo a quantidade de recurso à 10% há sobrevivência das espécies apenas para os casos em que a constante de meia-saturação da presa é menor. Como a quantidade de recurso disponível para a presa é pequena, ela consegue se reproduzir apenas para os casos em que a sua probabilidade de reprodução é alta. Para $r_p=[0.1, 0.4]$, verificamos que para $k=0.1$ as duas espécies coexistem na maior parte das simulações, enquanto que para $k=1$ verificamos, principalmente, a prevalência de presas. Para $H=0.01$ observamos que para $k=1$ a presa prevalece no sistema em um número pequeno de simulações. À medida que aumentamos o valor de H observamos que as duas espécies coexistem em um número maior de simulações quando $k=0.1$, e a presa prevalece em um número maior de simulações quando

$k=1$. Para $k=1$ também observamos que as duas espécies coexistem em parte das simulações com o aumento da probabilidade de reprodução do predador, quando $H=0.99$. Isso ocorre por que para os valores maiores de r_p o efeito da predação será mais intenso, permitindo que o predador encontre os aglomerados populacionais da presa, coexistindo com ela na rede.

4.2 $QR=10$

Para uma quantidade de recurso 10 vezes maior observa-se que para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.01$ a população de presas cresce até ocupar quase todos os sítios da rede, mesmo para valores mais altos de k , enquanto o predador é extinto (Veja Figura 4.14).

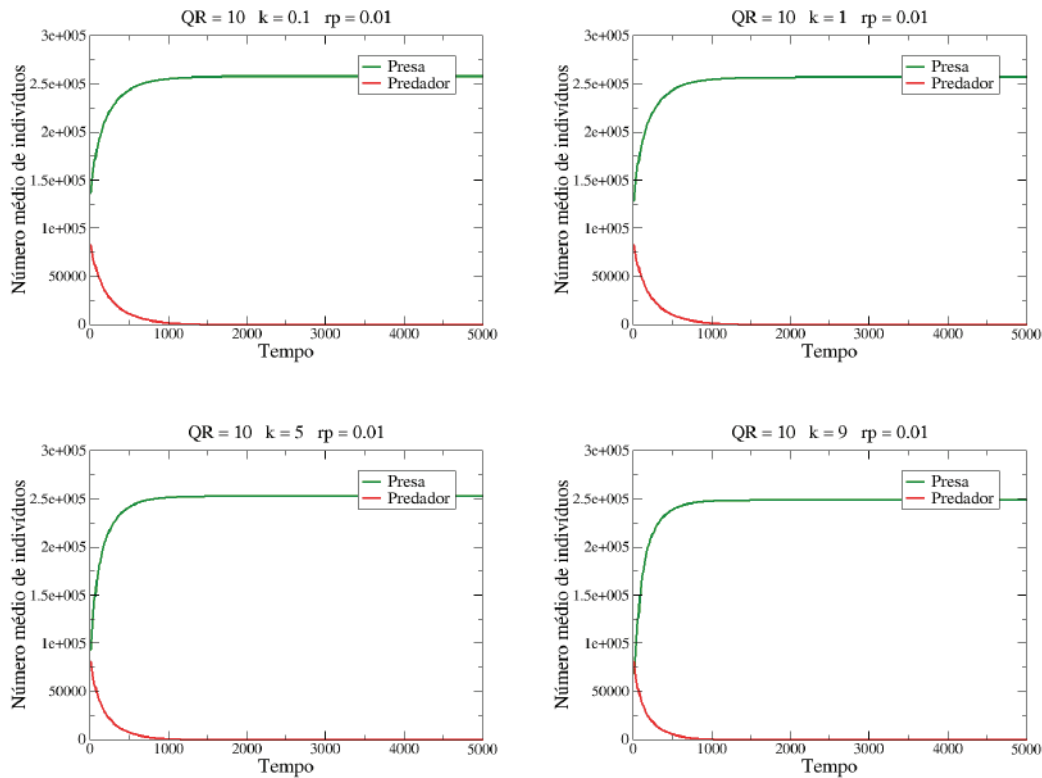


Figura 4.14: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

Verificamos pela Figura 4.15 que com o aumento da constante de meia-saturação a população de presas decresce, mas com uma taxa pequena. Devido a quantidade de recurso disponível para a presa ser mais alta para $QR=10$, a presa tem uma probabilidade de reprodução maior, o que leva a um número alto de presas no estado final.

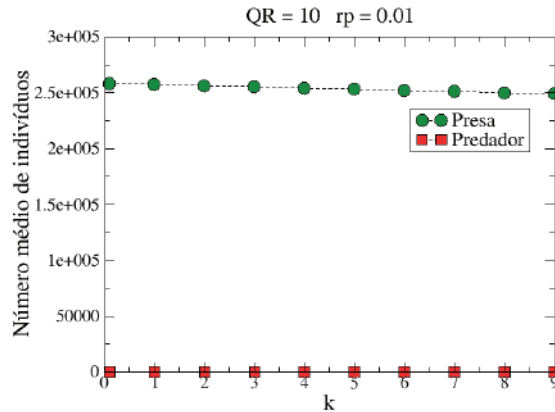


Figura 4.15: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.01$ e $H=0.01$.

Com uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$ as duas espécies coexistem ao longo do tempo para todos os valores da constante de meia-saturação da presa, como pode ser visto na Figura 4.16. Com uma quantidade mais alta de recurso para a presa a sua probabilidade de reprodução é alta, mesmo para valores maiores da constante de meia-saturação. Com isso, o predador terá abundância de recurso à sua disposição o que permite que ele mantenha uma população maior que a população de presas ao longo do tempo. Verificamos pela Figura 4.17 que à medida que a constante de meia-saturação da presa aumenta o predador sofre uma queda em sua população, enquanto que a população de presas aumenta, uma vez que à medida que k aumenta os encontros da presa com o predador diminuem.

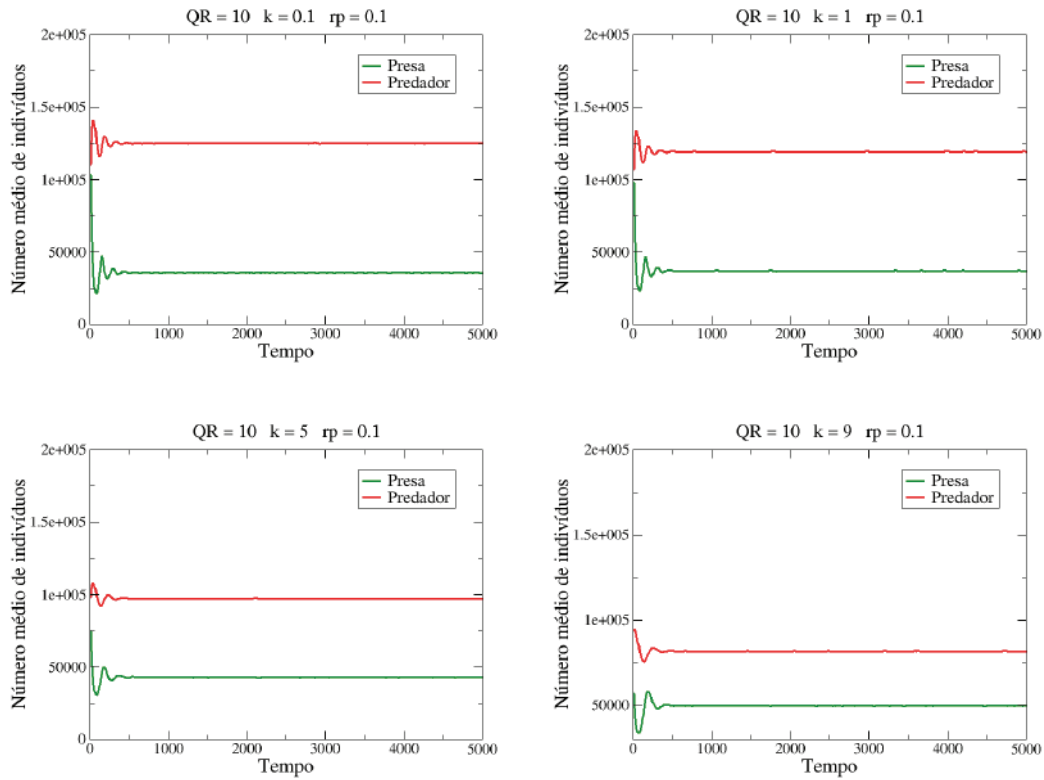


Figura 4.16: Número de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

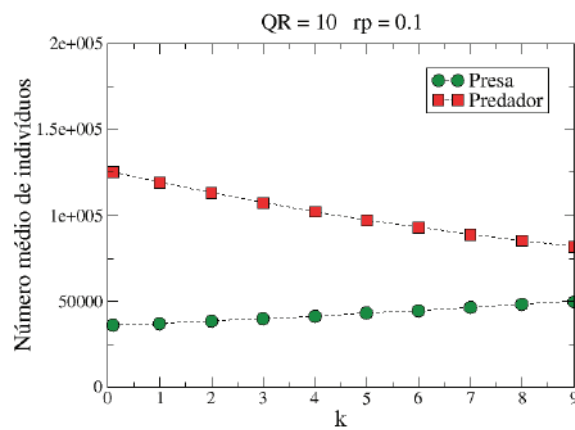


Figura 4.17: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$.

Para $r_p=0.3$ as duas espécies coexistem ao longo do tempo para todos os valores da constante de meia-saturação da presa, como pode ser observado na Figura 4.18. Pela Figura 4.19 observamos que à medida que k aumenta a população de predadores cresce até atingir o pico para valores intermediários de k . Como para $k=0.1$ a probabilidade de reprodução da presa é alta, o predador, que também possui uma alta probabilidade de reprodução, consome rapidamente as presas disponíveis, causando um decréscimo nas duas populações. Com o aumento de k os efeitos da predação serão reduzidos, levando ao aumento das duas populações. Esse aumento ocorre até valores intermediários de k para a população de predadores, visto que para valores mais altos dessa constante o número de encontros fica cada vez menor.

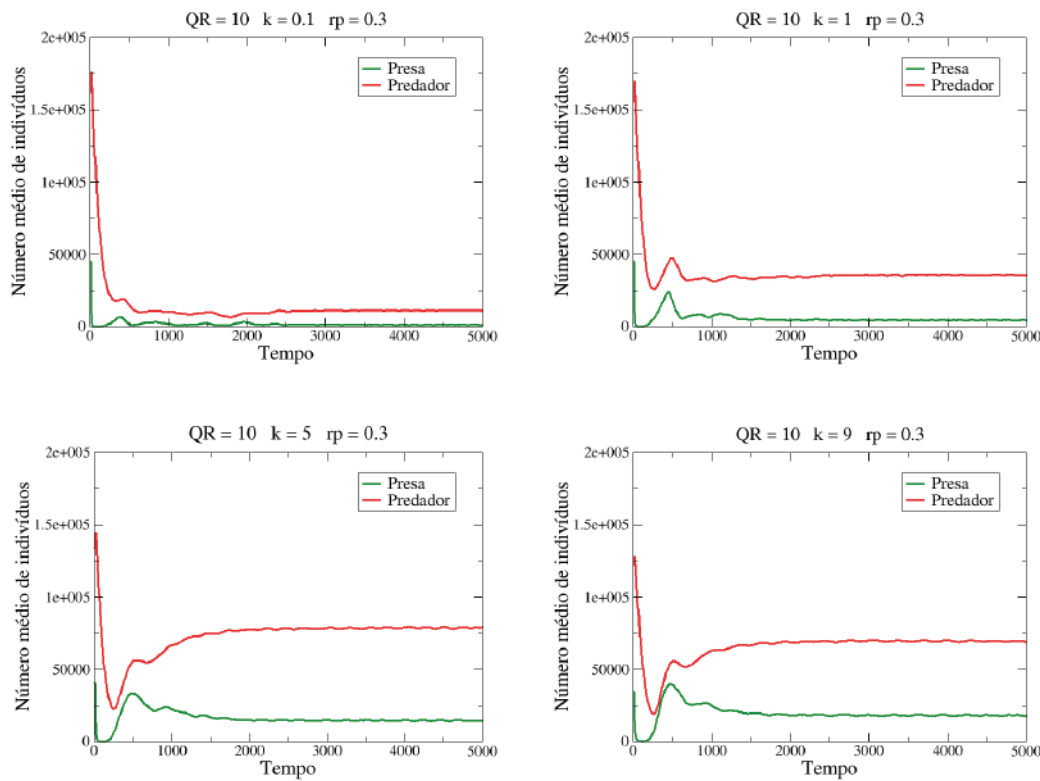


Figura 4.18: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$.

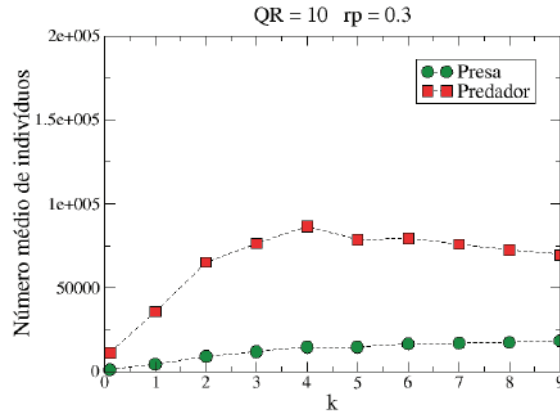


Figura 4.19: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$.

Investigando como a heterogeneidade atua sobre a dinâmica do sistema quando multiplicamos a quantidade de recurso alocada em cada sítio por 10, observamos pelas Figuras 4.20, 4.22 e 4.24 que para os casos em que as duas espécies coexistem na maior parte das simulações a população de presas e predadores não varia entre os valores de H quando a probabilidade de reprodução da presa é alta. Pelas Figuras 4.21, 4.23 e 4.25 verificamos que para esses casos a população das duas espécies se espalha por toda a rede nos três valores de H . Dessa forma, o valor de H não causa diferenças significativas na população de ambas as espécies. Já para uma baixa probabilidade de reprodução da presa, verificamos que a sua população é um pouco maior para $H=0.99$, enquanto que a população de predadores é maior para $H=0.01$. Isso ocorre devido a presa formar pequenos aglomerados populacionais para $H=0.99$, permitindo que alguns indivíduos escapem do predador. Para $H=0.01$ a população de presas se distribui por toda a rede, facilitando o encontro com o predador.

Uma exceção é verificada para o caso em que $k=1$ e $r_p=0.3$, em que a população do predador varia entre os valores de H e é maior para $H=0.99$. Nesse caso verificamos que os indivíduos da população de presas formam pequenos aglomerados na parte mais central da rede e como nessa região há uma concentração menor de predadores, o efeito da predação será menos intenso, evitando que o predador consuma a maior parte da população de presas rapidamente e decresça por falta de recurso, como acontece para os outros valores de H .

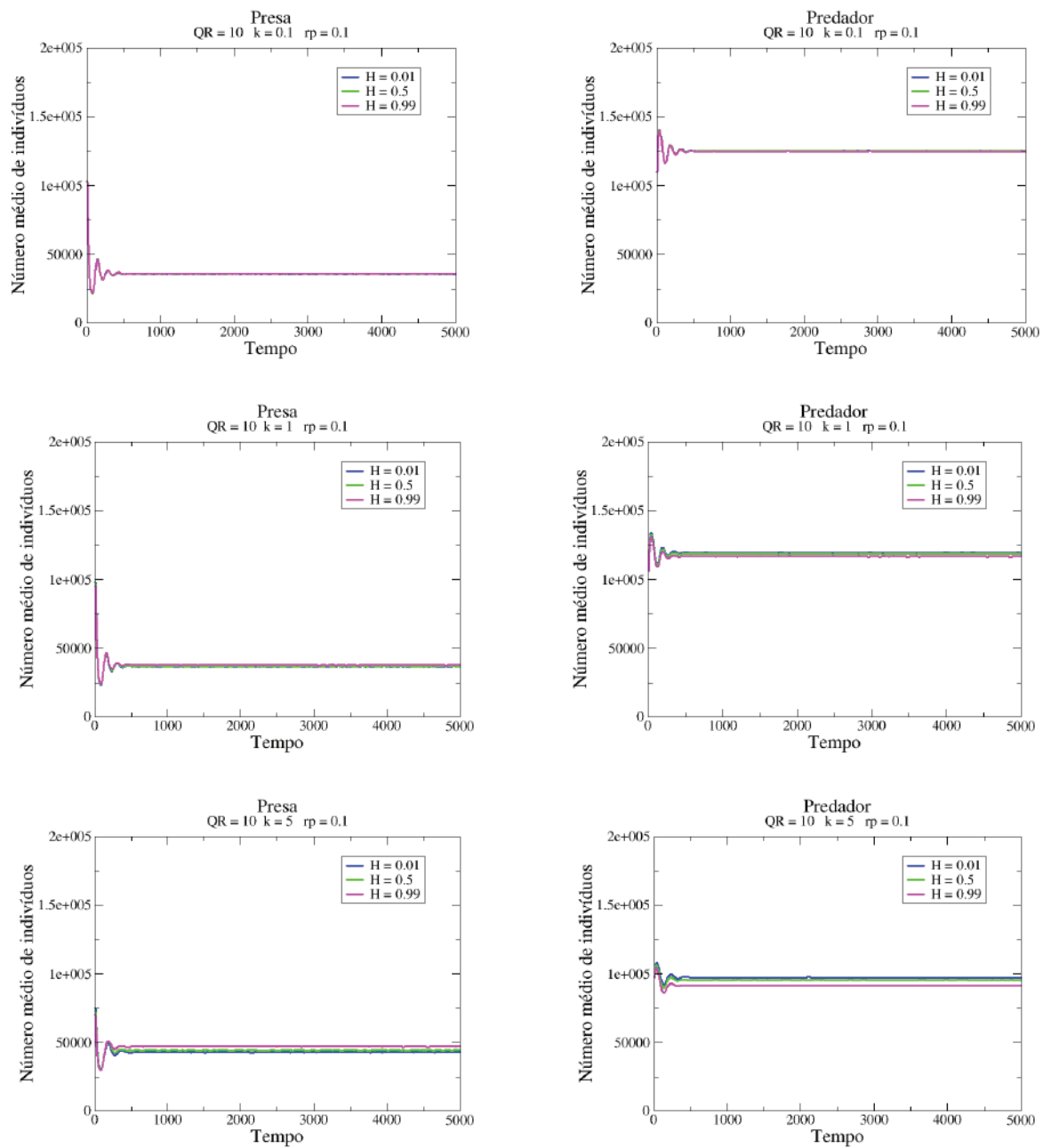


Figura 4.20: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$. Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.

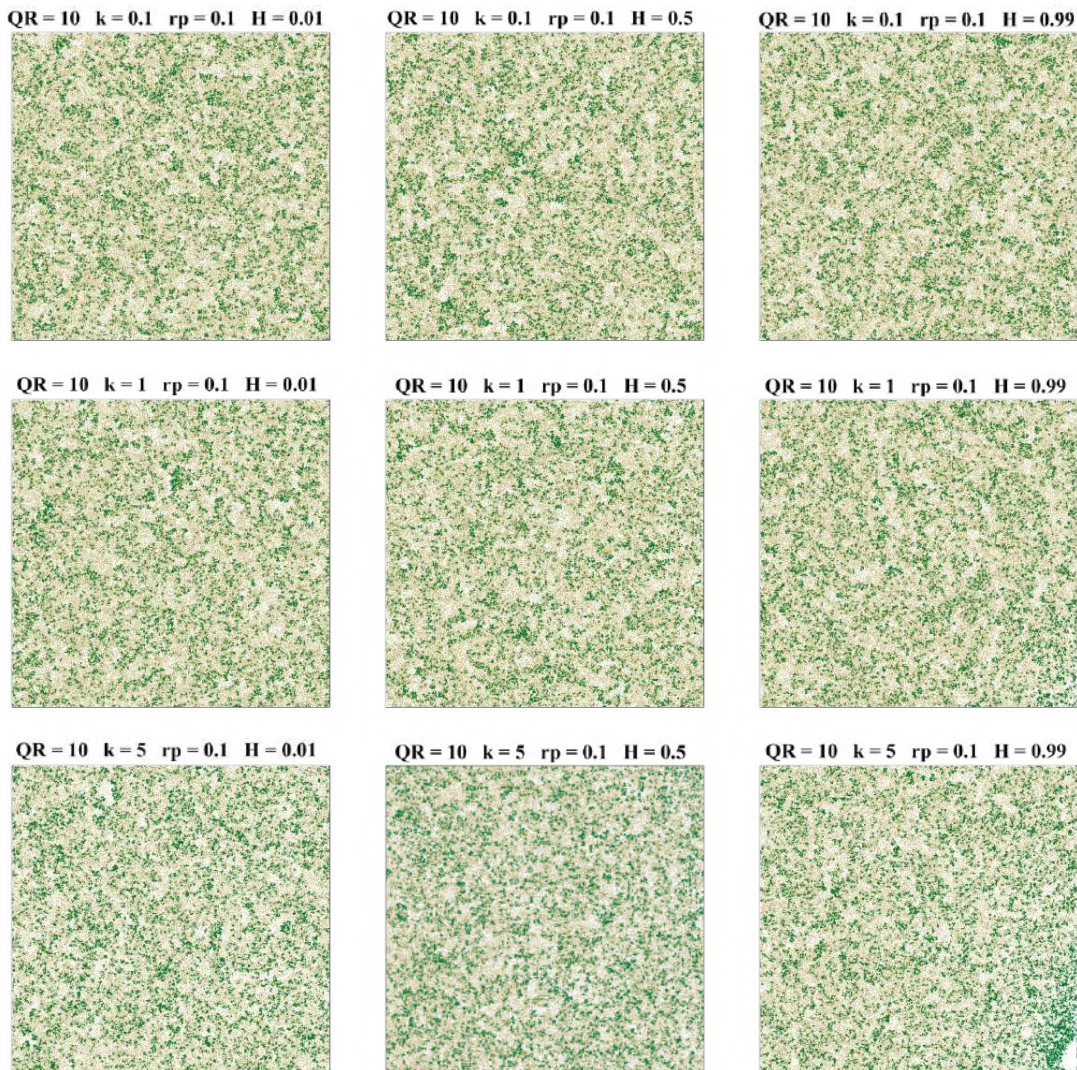


Figura 4.21: Estado final da rede para $QR=10$ e $r_p=0.1$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

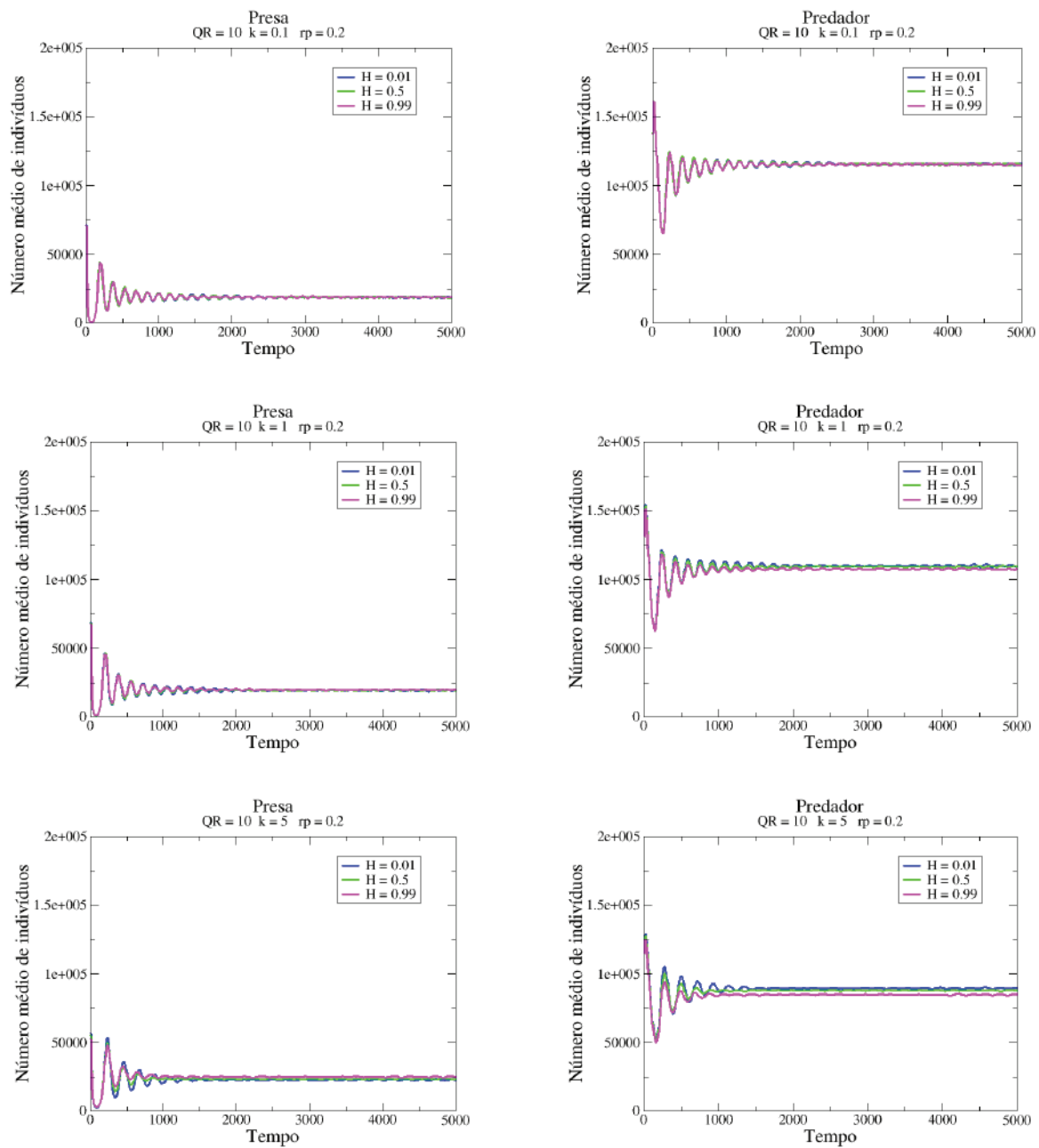


Figura 4.22: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$. Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.

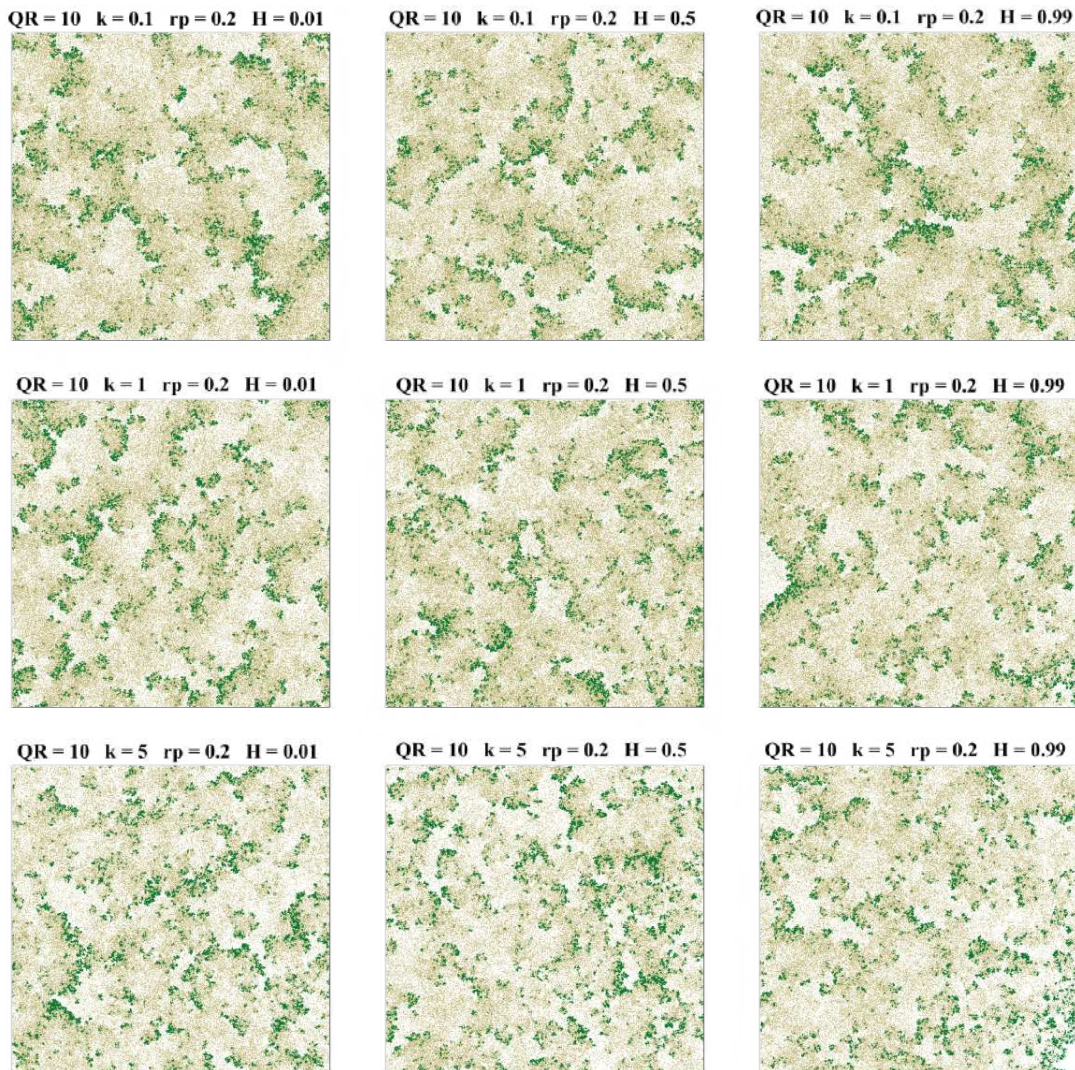


Figura 4.23: Estado final da rede para $QR=10$ e $r_p=0.2$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

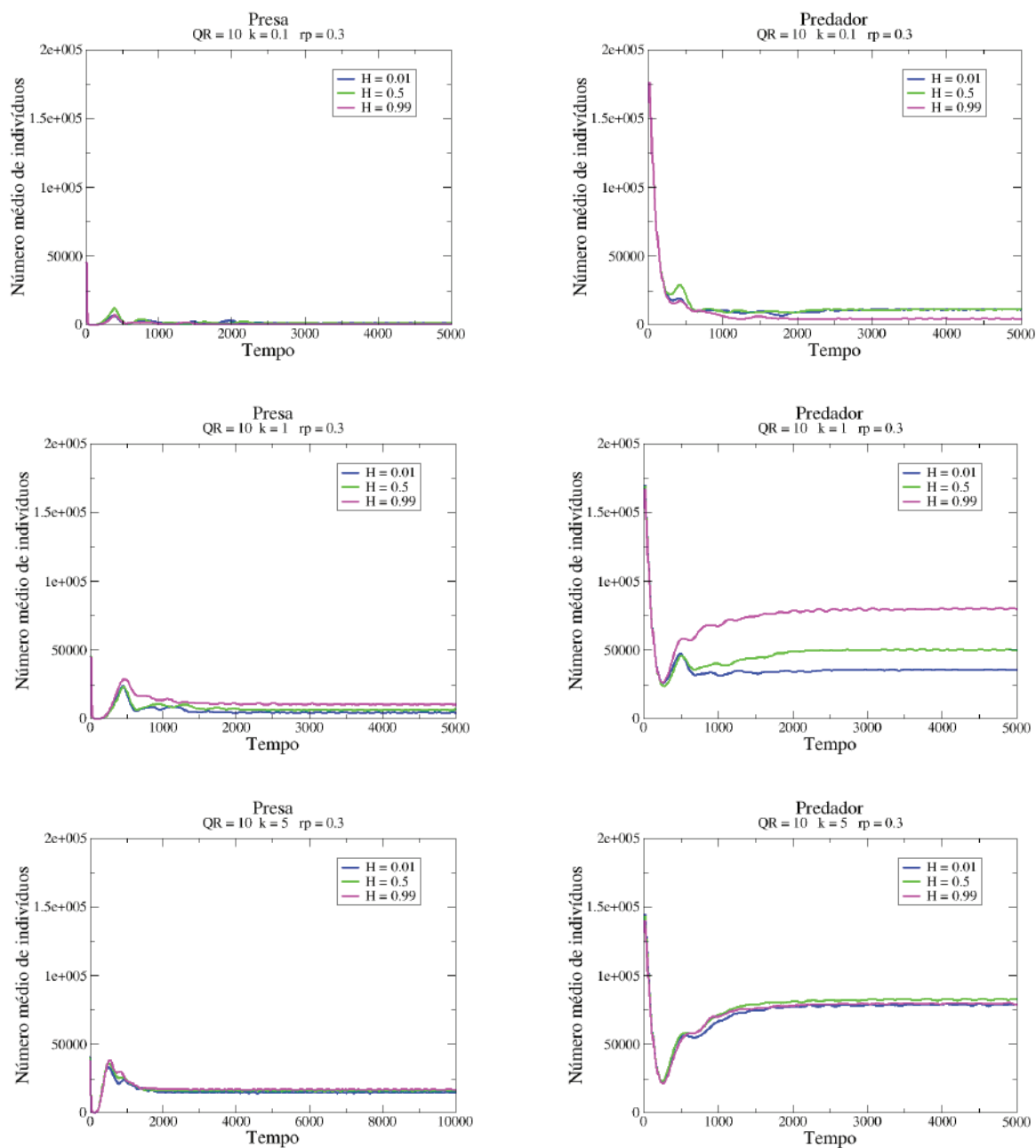


Figura 4.24: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$. Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.

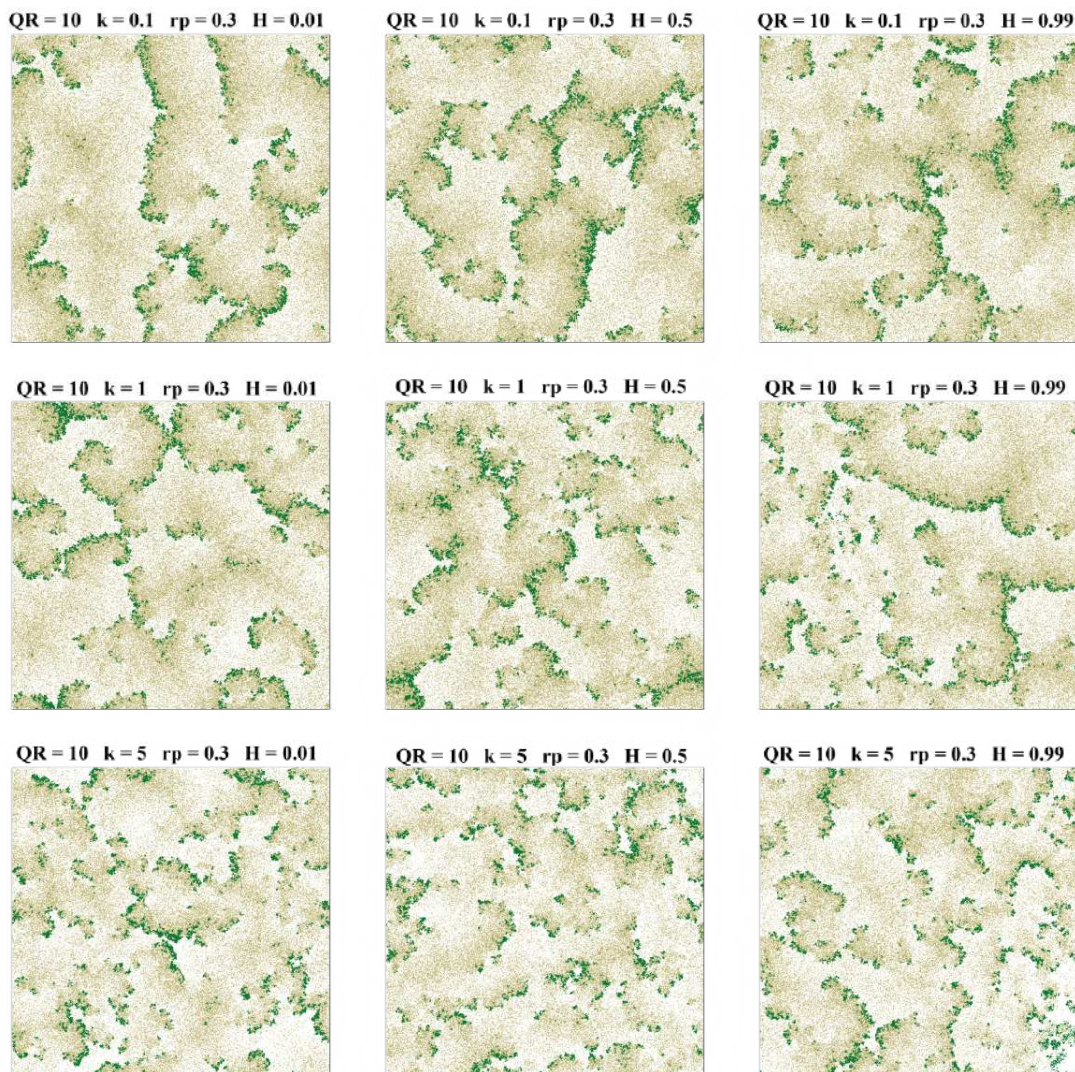


Figura 4.25: Estado final da rede para $QR=10$ e $r_p=0.3$. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Abaixo apresentamos os diagramas de fase com os estados finais alcançados para cada conjunto de parâmetros e para os três valores de H .

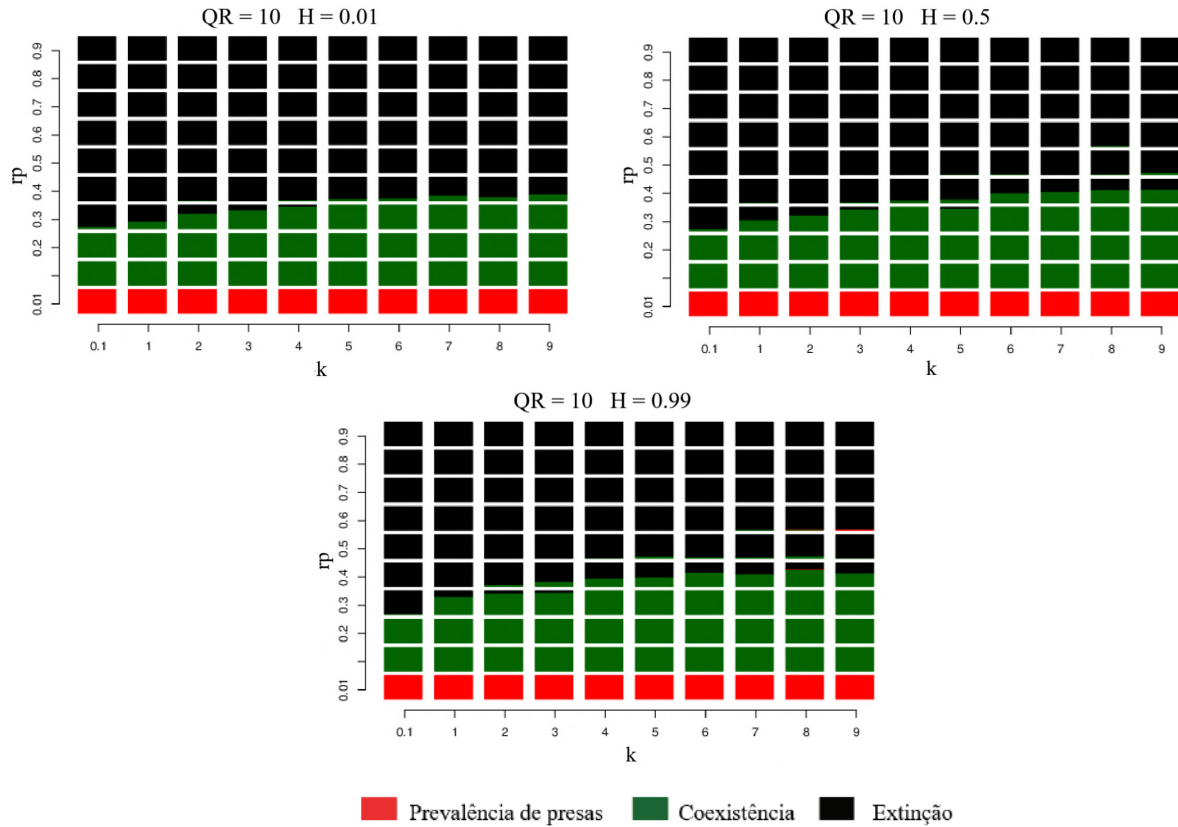


Figura 4.26: Diagramas de fase para $QR=10$. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Verificamos pela Figura 4.26 que para uma quantidade de recurso 10 vezes maior há prevalência de espécies para uma baixa e média probabilidade de reprodução de predador, entretanto, para um conjunto menor de valores de r_p . Em relação aos resultados encontrados para uma quantidade de recurso variando entre 0 e 1, observamos que as duas espécies são extintas na maior parte das simulações quando a probabilidade de reprodução da presa e do predador é alta, principalmente para $H=0.01$. Como a quantidade de recurso disponível para a presa é alta, a sua probabilidade de reprodução aumenta, principalmente para os valores menores de k . Com o aumento de presas no sistema, o predador terá abundância de recurso à sua disposição, aumentando cada vez mais a sua população. Com isso, para

valores mais altos de r_p , os efeitos da predação serão muito intensos, levando à extinção das duas espécies em grande parte das simulações.

Ao contrário do que observamos anteriormente, para $QR=10$ só temos prevalência de presas no sistema para uma probabilidade de reprodução do predador igual a sua probabilidade de morte. Isso ocorre por que mesmo com o aumento de k a presa ainda tem uma probabilidade mais alta de reprodução, devido a quantidade de recurso ser 10 vezes maior. Verificamos que com o aumento de k as espécies coexistem em um número maior de simulações e que isso também ocorre à medida que a rede fica menos heterogênea. Com o aumento de k a presa terá uma menor probabilidade de reprodução, mas o predador ainda terá abundância suficiente de recurso para se manter na rede. Além disso, como a população de presas forma pequenos aglomerados populacionais na rede, as duas espécies coexistem em um maior número de simulações.

4.3 $QR=20$

Com uma quantidade de recurso 20 vezes maior verificamos que os resultados são qualitativamente muito parecidos com o caso em que $QR=10$. Verificamos algumas diferenças numéricas à medida que os valores de k e r_p aumentam. Para o caso em que $r_p=0.01$, verificamos que a população de presas é maior que para $QR=10$, visto que a presa tem uma maior disponibilidade de recurso e não há efeito da predação. Para o caso em que a presa tem probabilidade de reprodução mais alta ($k=0.1$) observamos que a população das duas é maior, para valores baixos e médios da probabilidade de reprodução do predador. Com o aumento de r_p a população de predadores tem um aumento populacional mais expressivo, devido à maior disponibilidade de presas no sistema. À medida que k aumenta a população de presas fica menor e a população de predadores maior para $r_p=0.1$ e $r_p=0.2$. Já para $r_p=0.3$ a população das duas espécies é menor que para o caso anterior. Como a quantidade de recurso é ainda maior, para os valores menores de k a presa terá uma probabilidade de reprodução muito alta, levando ao aumento de sua população e, conseqüentemente, da população de predadores. Com o aumento do valor de k a população de presas, inicialmente, irá crescer mais rapidamente que para $QR=10$, mas decrescerá pelo efeito mais intenso da

predação, principalmente à medida que r_p aumenta. Como para $r_p=0.3$ o efeito da predação é muito intenso, a população das duas espécies diminui, pois o predador consome rapidamente as presas disponíveis e fica sem abundância de recurso, causando um decréscimo em sua população.

Na Figura 4.27 verificamos os diagramas de fase alcançados para cada conjunto de parâmetros.

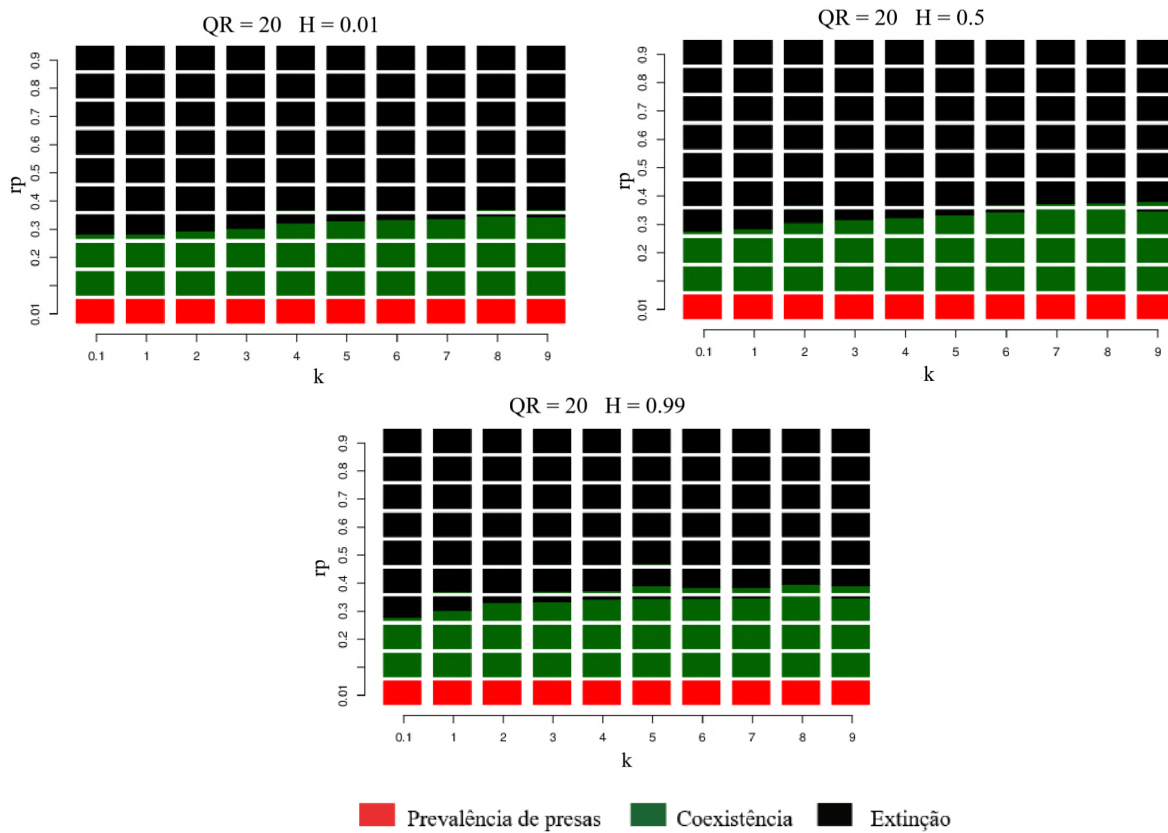


Figura 4.27: Diagramas de fase para $QR=20$. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Verificamos que para os três valores de H há coexistência de espécies para $k=0.1$ e $r_p=0.3$ em algumas simulações, o que não ocorria para $QR=10$. Como para esse caso há um maior número de indivíduos das duas espécies no sistema, as duas espécies conseguem sobreviver em alguns casos. Entretanto, devido ao efeito da predação ser muito intenso as espécies são extintas na maior parte das simulações. Para os demais valores de k , verificamos

que as duas espécies coexistem para um número menor de simulações, principalmente para os valores menores de k devido o número de encontros entre presas e predadores ser maior.

4.4 Resultados

De maneira geral, observamos que para os valores do expoente de Hurst utilizados temos uma maior prevalência de espécies para $H=0.99$ para todos os valores de QR . Como para esse caso a presa tende a formar aglomerados populacionais, ela consegue se manter na rede em um maior número de simulações, beneficiando a população do predador, quando ele tem uma probabilidade de reprodução mais alta.

Em relação a variação da quantidade de recurso verificamos, através dos diagramas de fase construídos, que para uma quantidade pequena de recurso ($QR=0.1$) as duas espécies conseguem sobreviver apenas para uma alta probabilidade de reprodução da presa. Isso ocorre por que aumentando a constante de meia-saturação da presa ela necessita de uma quantidade maior de recurso para se reproduzir, e como a quantidade de recurso disponível para ela é pequena, as duas espécies são extintas na maior parte do conjunto de simulações. Quando a quantidade de recurso alocada em cada sítio varia entre 0 e 1 observamos que as duas espécies prevalecem em um maior número de simulações e para um conjunto maior de valores de r_p . Entretanto, quando a quantidade de recurso é mais alta ($QR=10$ e $QR=20$), as espécies coexistem para um conjunto maior de valores de k e um conjunto menor de valores de r_p .

Para uma quantidade de recurso mais intermediária a população de presas é grande o suficiente para se manter na rede junto com o predador para um conjunto maior de valores de r_p , exceto para valores muito altos de k , visto que a probabilidade de reprodução da presa é muito pequena. Com uma quantidade maior desse recurso a presa consegue se reproduzir e se manter com uma população maior ao longo do tempo mesmo para os valores mais altos de k . Com isso, o predador tem abundância de recurso, aumentando cada vez mais a sua população. Entretanto, com o aumento das duas populações no sistema o número de encontros será maior, o que leva à extinção das duas espécies da rede quando o predador tem uma probabilidade de reprodução mais alta.

Verificamos pela Figura 4.28 como a população de presas e predadores se comporta com a variação da constante QR .

Para a presa observamos três comportamentos: quando sua probabilidade de reprodução é alta, a sua população decresce com o aumento da quantidade de recurso; para probabilidades intermediárias de reprodução, a sua população cresce, inicialmente, com o aumento da quantidade de recurso e decresce para uma alta quantidade de recurso; quando a sua probabilidade de reprodução é muito baixa, a sua população cresce com o aumento da quantidade de recurso. Isso ocorre por que para valores pequenos de k , o aumento da quantidade de recurso elevará os efeitos da predação, visto que quanto maior a disponibilidade de recurso, mais a presa irá se reproduzir, beneficiando o predador. Para valores intermediários de k , o aumento da quantidade de recurso favorece a sua reprodução, até que a quantidade de recurso seja muito alta e a sua população cresça, aumentando os efeitos da predação. Para valores mais altos de k , a presa necessita de uma quantidade maior de recurso, com isso, aumentando o valor de QR a sua população será beneficiada.

Já para população de predadores, observamos apenas o seu crescimento à medida que a quantidade de recurso aumenta. Para quantidades pequenas de recurso a sua população é extinta, principalmente para valores maiores de k . Com o aumento da quantidade de recurso sua população é sempre beneficiada, devido à maior abundância de recursos.

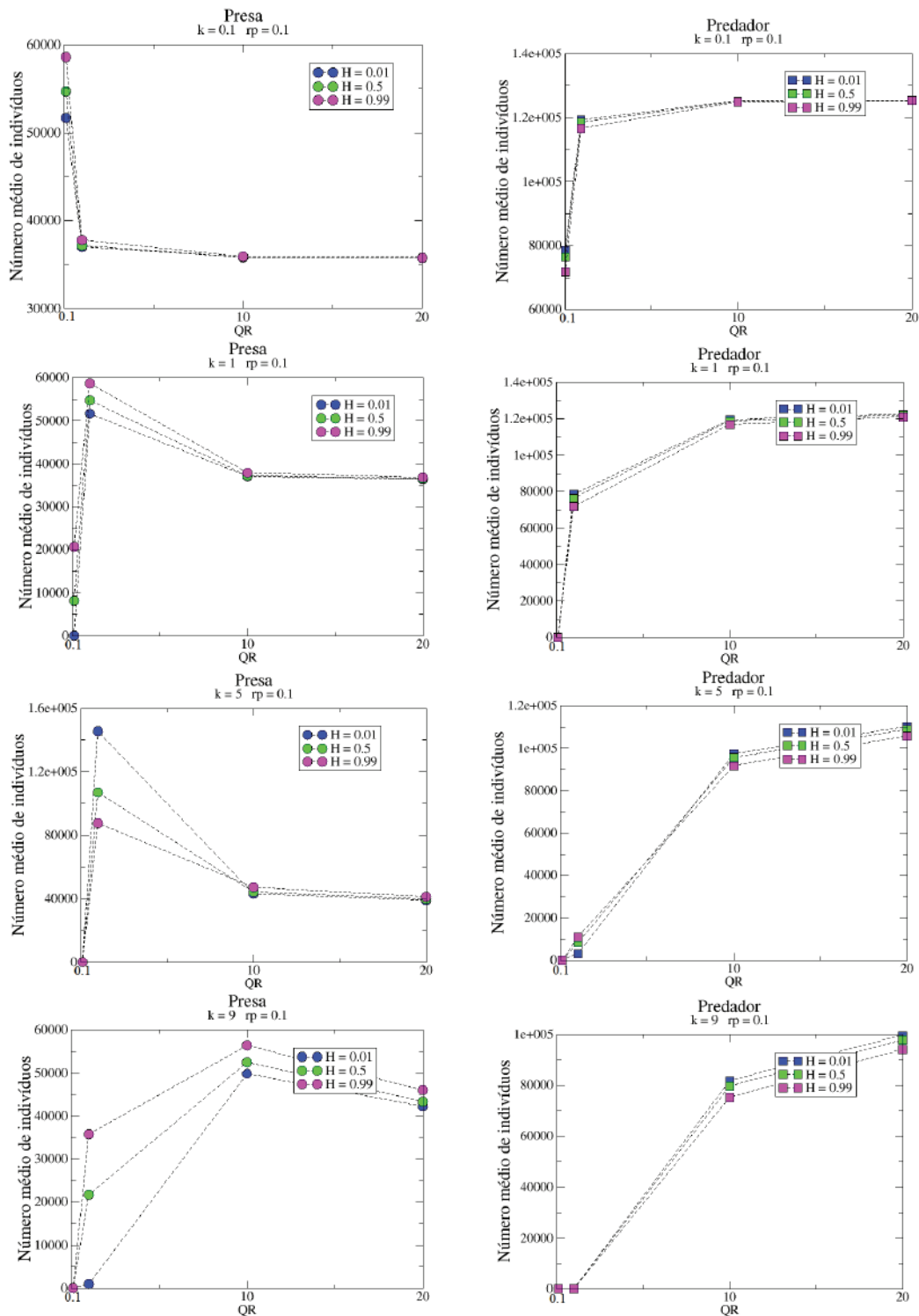


Figura 4.28: Número médio de indivíduos de cada espécie em função de QR . À esquerda para a presa e à direita para o predador, para os casos em que $r_p=0.1$ e $k=0.1, k=1, k=5$ e $k=9$.

Capítulo 5

Interação Presa-Predador com Variação Sazonal do Recurso

Sabendo que a disponibilidade de certos recursos varia de acordo com a época do ano, como por exemplo, as quantidades dos recursos luz e água, verificamos como o sistema presa-predador lida com a variação sazonal na disponibilidade de recurso para a presa. Para isso, multiplicamos o recurso por uma função periódica. Neste caso, a probabilidade de reprodução da presa é dada por:

$$f = \frac{R_{sítio} \cdot (\sin(\omega t) + 1)}{k + R_{sítio}(\sin(\omega t) + 1)} \quad (5.1)$$

em que:

$R_{sítio}$ é a quantidade de recurso disponível no sítio;

k é a constante de meia-saturação da presa, isto é, a quantidade de recurso necessária para a presa atingir metade da sua taxa máxima de crescimento.

ω é a frequência e vale $\frac{2\pi}{12}$;

t é o tempo;

Além disso, para não se obter valores negativos para o recurso somamos 1 à função seno. Com isso, o recurso passa a ser distribuído sazonalmente durante um período 12 passos de tempo. Adotamos esse valor para o período tomando como exemplo o tempo de vida do

lince canadense (exemplo clássico de predador), que sobrevive em média 10 anos no estado selvagem. Como nas simulações o predador morre, em média, a cada 100 passos de tempo, visto que $m_{predador}=0.01$, optamos por dividir esse valor por 12 passos de tempo, que equivale à quantidade de meses do ano. Com isso obtemos um tempo médio de vida de 8,5 anos para o predador. Feito isso, a dinâmica do sistema ocorre da mesma forma apresentada no Capítulo 3.

Verificamos, inicialmente, que variando sazonalmente a quantidade de recurso os resultados são qualitativamente muito semelhantes ao caso em que o recurso é distribuído de forma contínua no sistema, em relação aos parâmetros k e r_p . Dessa forma, apresentaremos as diferenças quantitativas e de que forma esses resultados afetam o estado final das espécies no sistema quando a quantidade de recurso alocada em cada sítio varia entre 0 e 1.

Com relação aos resultados quantitativos, observamos pela Figura 5.1 que para o caso em que $r_p=0.01$ a população de presas flutua ao longo do tempo. Isso ocorre por que a atividade reprodutiva da presa é reduzida nos períodos em que há escassez de recursos e ampliada quando a disponibilidade de recurso é maior. Observamos também que aumentando o valor de k a amplitude de flutuação é maior que para $k=0.1$, exceto para valores muito altos dessa constante, visto que nesses casos a presa é extinta junto com o predador. Como para valores maiores de k a presa necessita de uma quantidade maior de recurso para se reproduzir, nos períodos em que há escassez de recursos a sua população será mais reduzida que para $k=0.1$, o que leva a uma amplitude maior de flutuação.

Pela Figura 5.1 também observamos que no pico das flutuações a população de presas é igual, em relação ao caso em que a quantidade de recurso não varia no tempo. Como a única perturbação acrescentada ao sistema é a variação da quantidade de recurso no tempo, o comportamento será o mesmo. Nos períodos em que há escassez de recurso a população de presas diminui, mas nos períodos em que disponibilidade de recurso é contínua, a população da presa se manterá na rede com um número de indivíduos bem próximo nos dois casos.

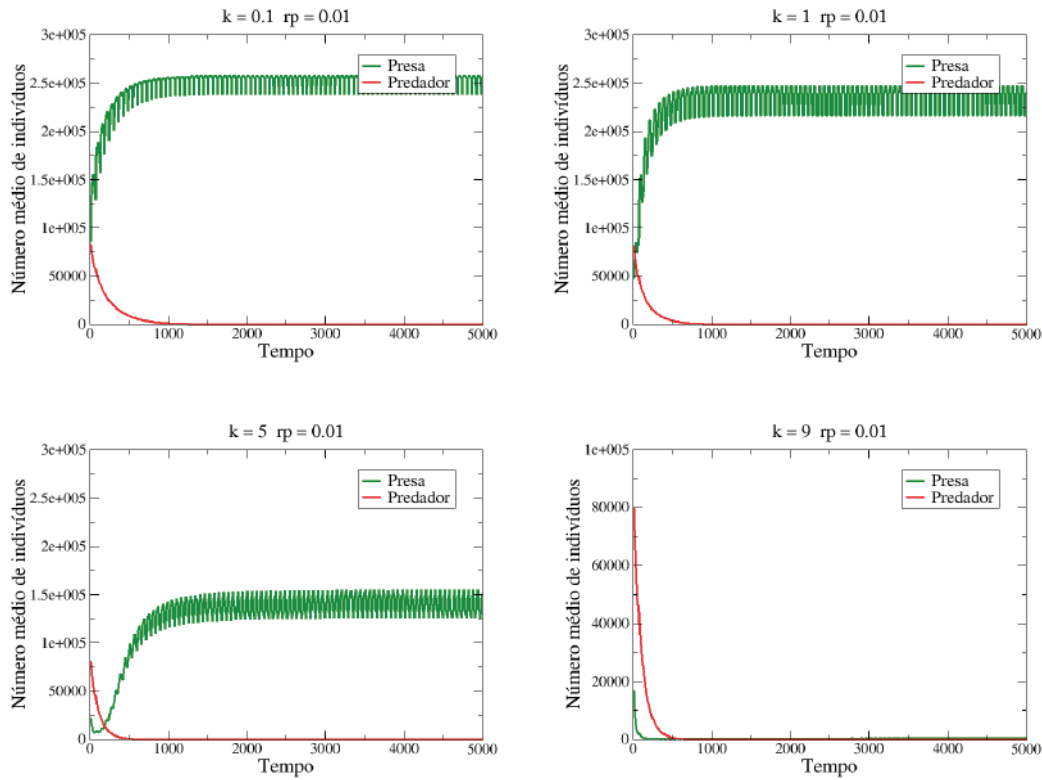


Figura 5.1: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.01$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

Para investigar o comportamento da população das duas espécies em função da constante de meia-saturação, foram calculadas as médias a partir dos 1000 passos finais para cada conjunto de parâmetros. Nesse caso, verificamos pela Figura 5.2 que para todos os valores de k o número médio de indivíduos de cada espécie é menor que para o caso em que o recurso não é sazonal. Isso ocorre devido a quantidade de recurso variar ao longo do tempo, levando a população da presa perder alguns indivíduos durante os períodos em que há escassez de recursos.

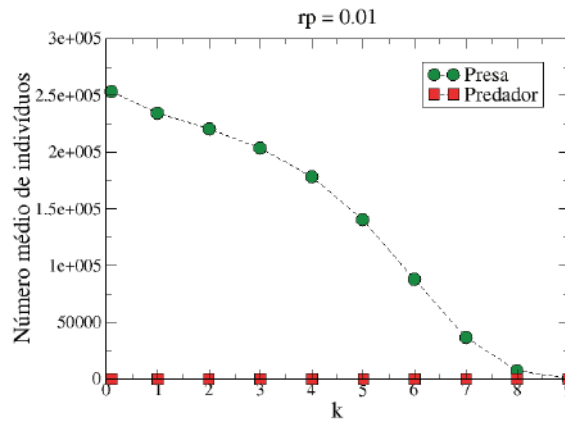


Figura 5.2: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.01$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$, verificamos pela Figura 5.3 que a população de presas e predadores flutua ao longo do tempo e que as amplitudes de flutuação do predador são menores que as amplitudes de flutuação da presa. Além disso, quando $k=0.1$ e $k=[1,5]$, observamos que no pico das flutuações a população de presas é maior e a população de predadores é menor que para o caso em que o recurso não é sazonal, isso também ocorre para a média populacional, exceto para $k=5$. Como a densidade populacional das duas espécies varia ao longo do tempo, o número de encontros pode ser menor quando a atividade reprodutiva da presa diminui, o que favorece a sua população e causa um decréscimo na população de predadores.

Para os valores mais altos de k , observamos que no pico das flutuações e na média populacional (Veja Figura 5.4) a população das duas espécies é menor que para o caso em que o recurso não é sazonal. Para esses valores a presa necessita de uma quantidade maior de recurso, alguns indivíduos da população da presa podem não conseguir se alimentar e se reproduzir, o que também reflete no decréscimo da população de predadores.

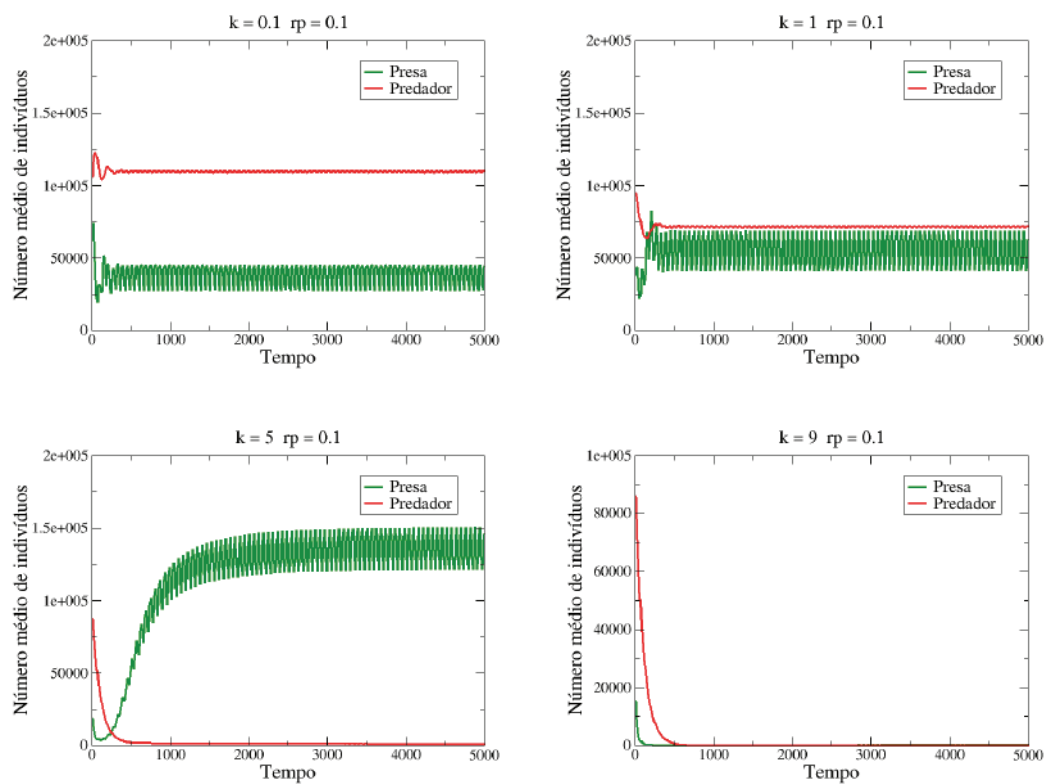


Figura 5.3: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

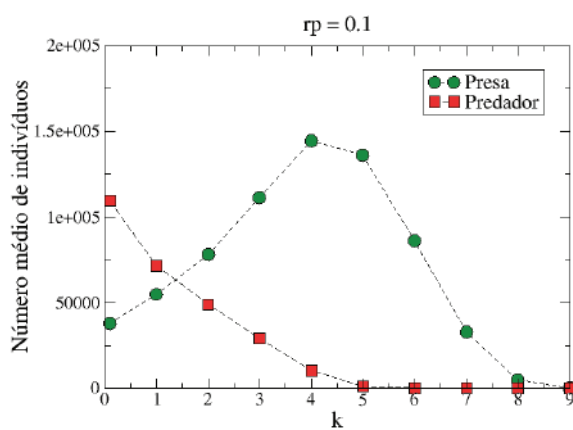


Figura 5.4: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.1$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Para $r_p=0.3$ verificamos, pela Figura 5.5, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal, que para $k=0.1$ a população das duas espécies é maior no pico das flutuações, visto que o efeito da predação é mais intenso quando a presa aumenta a sua atividade reprodutiva. Para $k=[1,5]$ observamos que a população de presas é maior e a população de predadores é menor. Já para os valores maiores de k a população das duas espécies é menor. Isso ocorre devido a população de presas ser reduzida com o aumento de k , e como o predador tem uma maior probabilidade de reprodução, ele consome um maior número de presas, reduzindo a sua população e, posteriormente, decresce por falta de recurso. Esse comportamento também é observado na média populacional (Veja Figura 5.6).

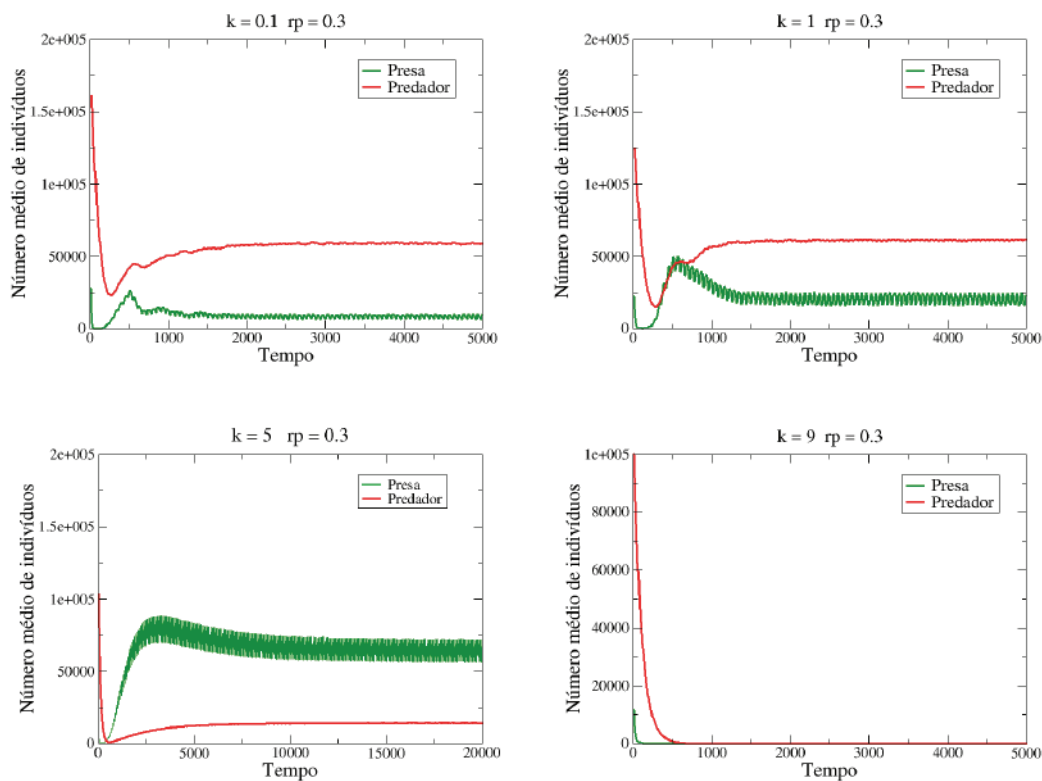


Figura 5.5: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

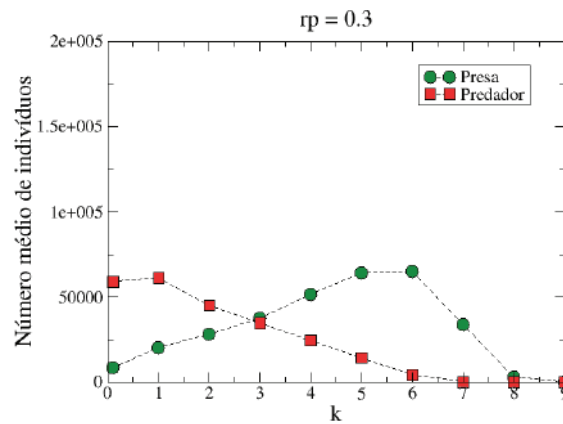


Figura 5.6: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.3$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Para o caso em que o predador se reproduz com uma probabilidade $r_p=0.5$, observamos pela Figuras 5.7 e 5.8 que para $k=[2,6]$ a população de presas é maior e a população de predadores é menor que para o caso em que o recurso não é sazonal. Verificamos também que conforme r_p aumenta a amplitude de flutuação da população das duas espécies diminui. Isso ocorre por que aumentando o efeito da predação a população de presas é reduzida, o que leva a flutuações com menor amplitude e, conseqüentemente, a amplitude de flutuação na população de predadores também é menor. Isso também reflete na diferença no número de indivíduos da população das duas espécies, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal, que é mais reduzido que para os outros valores de r_p .

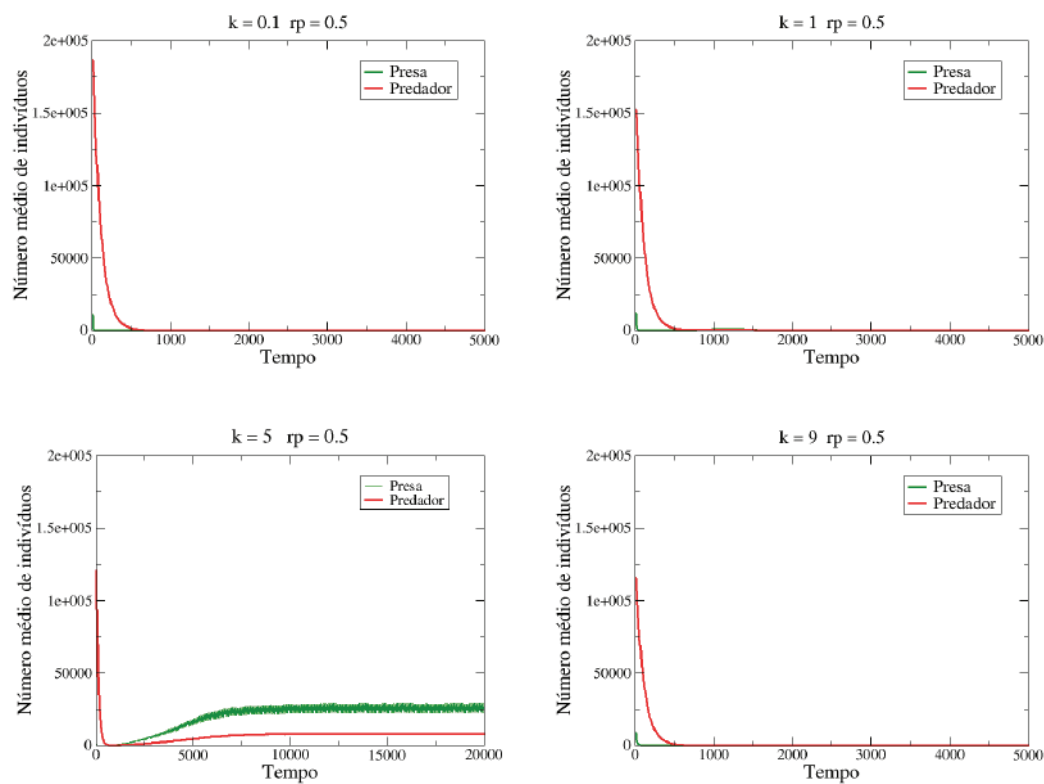


Figura 5.7: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $r_p=0.5$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

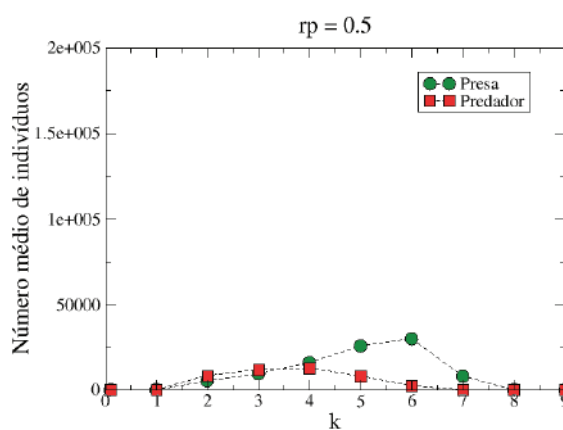


Figura 5.8: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $r_p=0.5$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Investigando como a heterogeneidade ambiental atua sobre a dinâmica espaço-temporal do sistema presa-predador, nos casos em que presas e predadores coexistem ao longo do tempo na maior parte do conjunto de simulações realizadas, isto é, para o conjunto de parâmetros $(k; r_p)$, em que r_p assume valores iguais a 0.1, 0.2 e 0.3, verificamos, pelas Figuras 5.9, 5.11 e 5.13, um comportamento qualitativamente semelhante, em relação ao caso em que o recurso não é distribuído sazonalmente. Além disso, observamos que para $H=0.01$ a amplitude de flutuação da população de presas é maior que para os outros valores de H quando a presa tem menor probabilidade de reprodução. Isso ocorre devido a distribuição dos recursos variar muito de sítio para sítio para $H=0.01$, levando a população de presas ser menor nos períodos em que há escassez de recurso.

Pelas Figuras 5.10, 5.12 e 5.14 verificamos que as espécies se distribuem na rede de forma semelhante ao caso em que o recurso não é sazonal. Além disso, observamos que há um maior número de indivíduos de presa na rede e que para uma baixa probabilidade de reprodução da presa os aglomerados populacionais formados por ela são maiores. Como a população de predadores é menor, a presa pode formar grupos maiores ao longo do espaço.

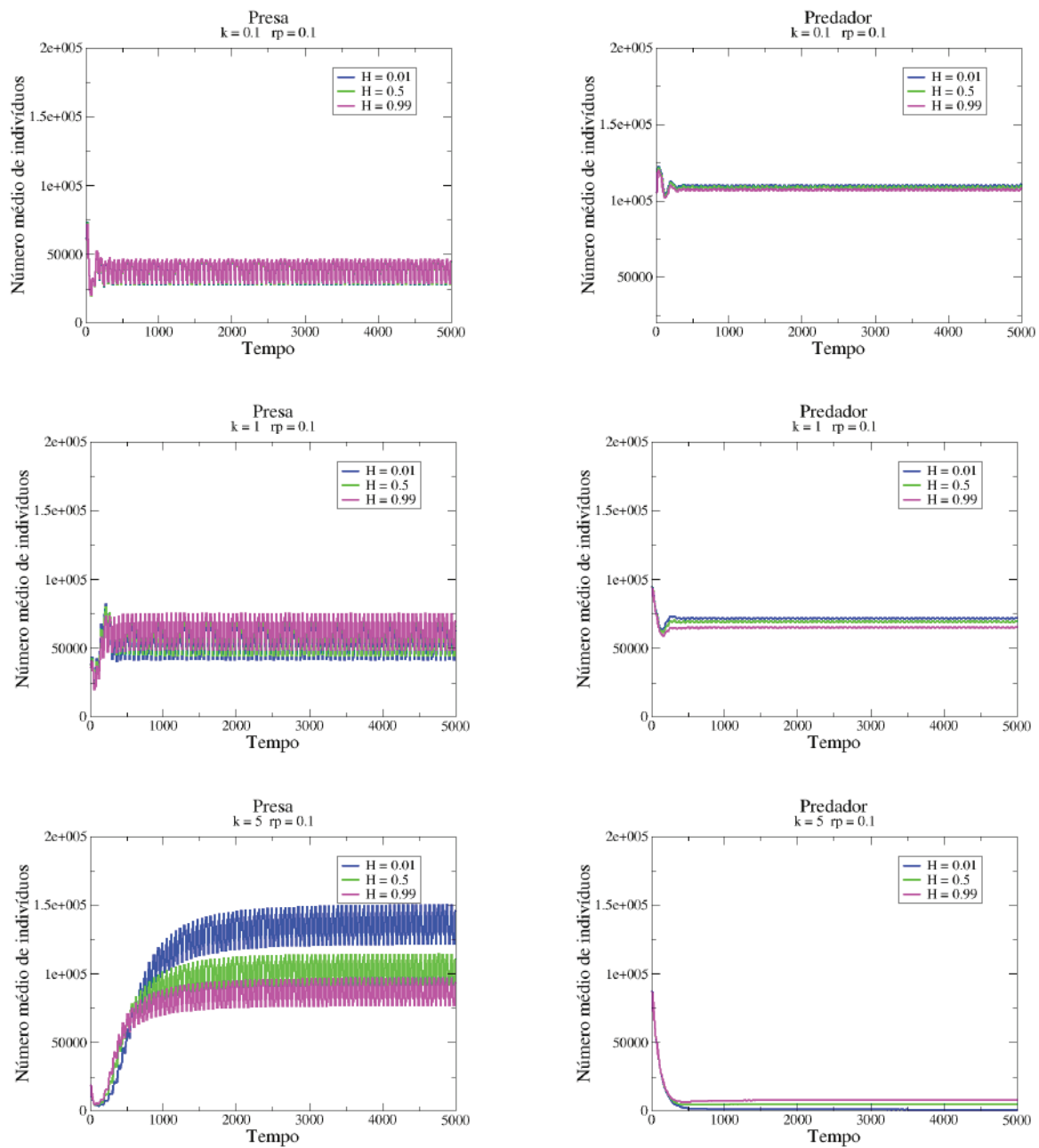


Figura 5.9: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.

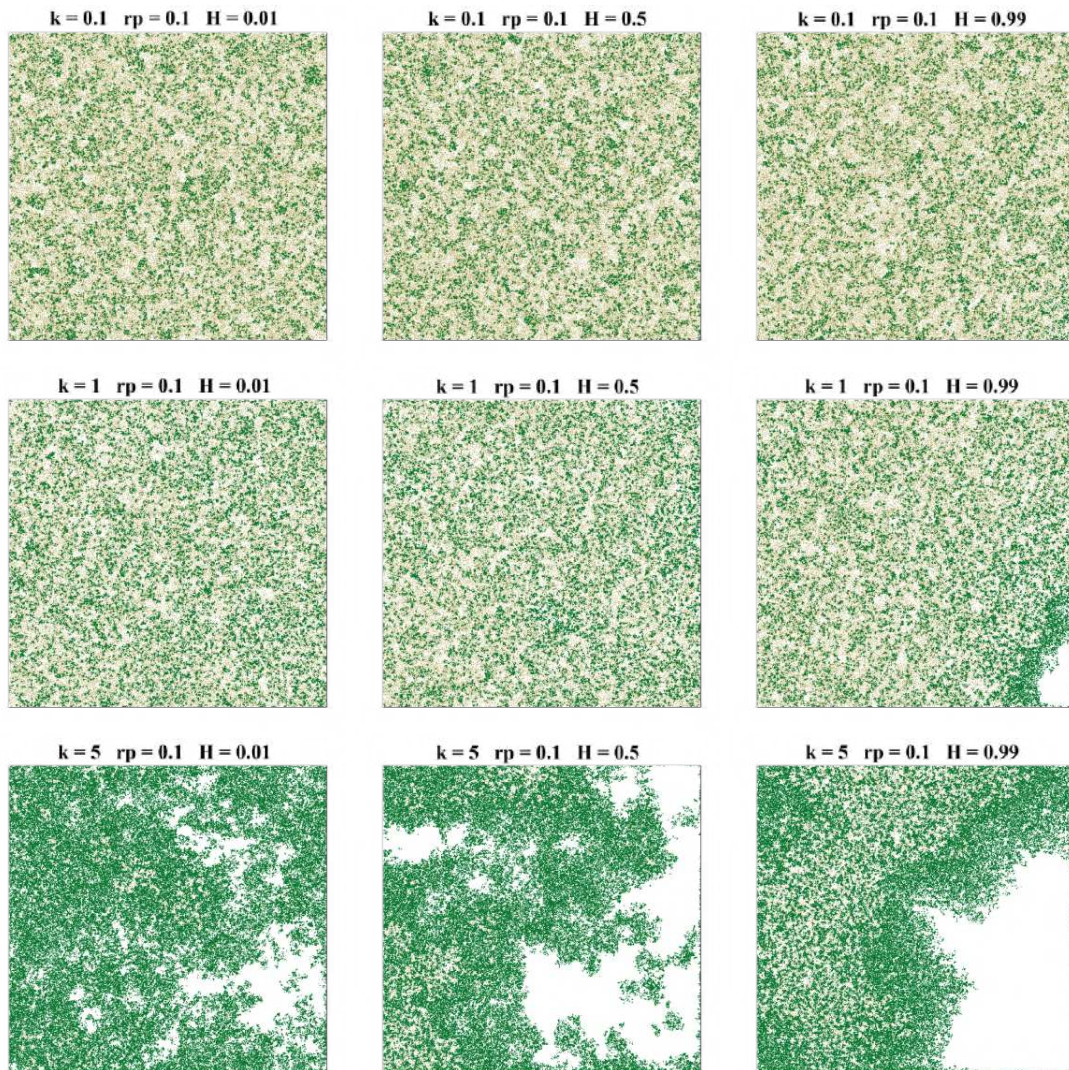


Figura 5.10: Estado final da rede para $r_p=0.1$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

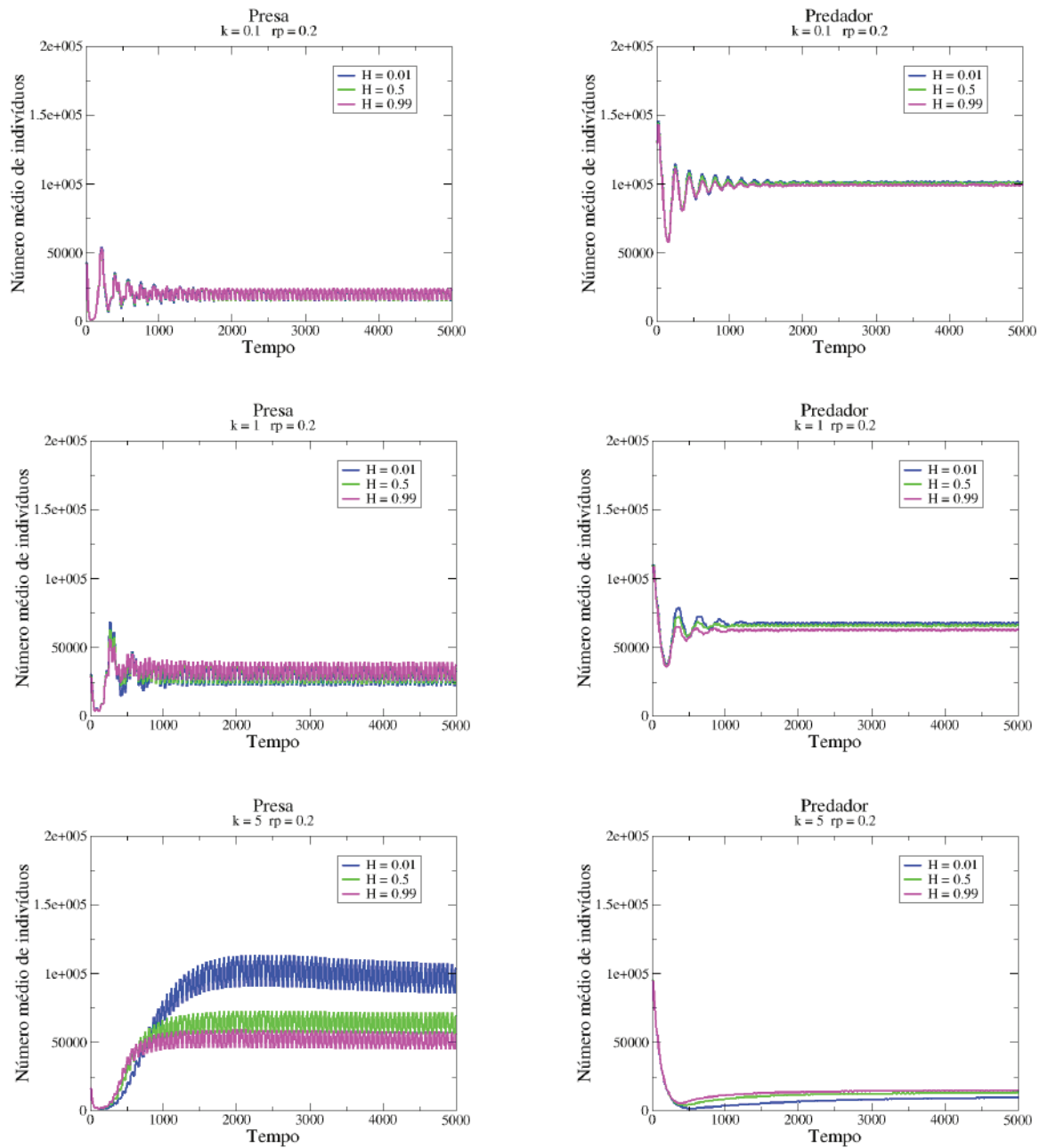


Figura 5.11: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.



Figura 5.12: Estado final da rede para $r_p=0.2$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

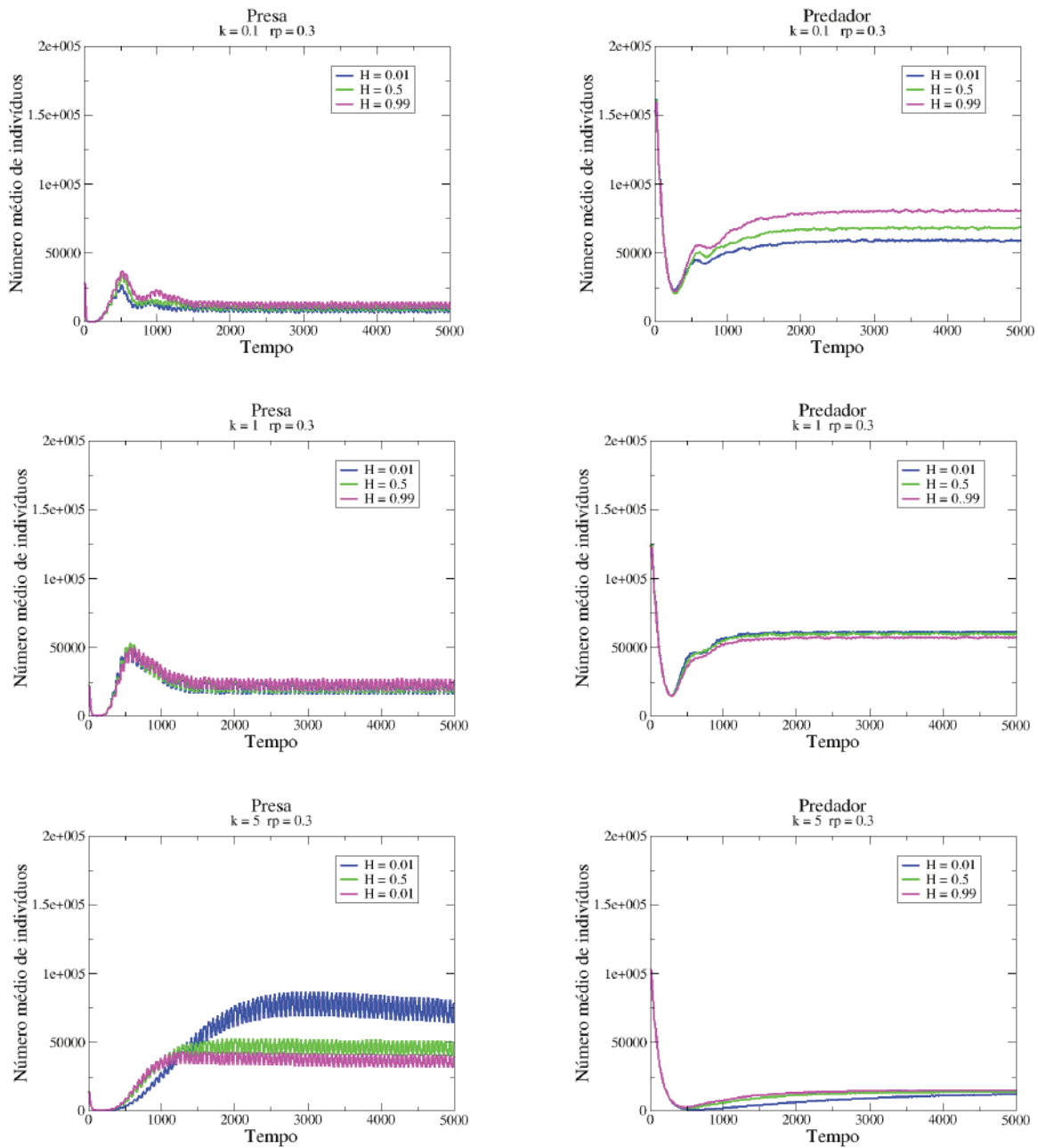


Figura 5.13: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.

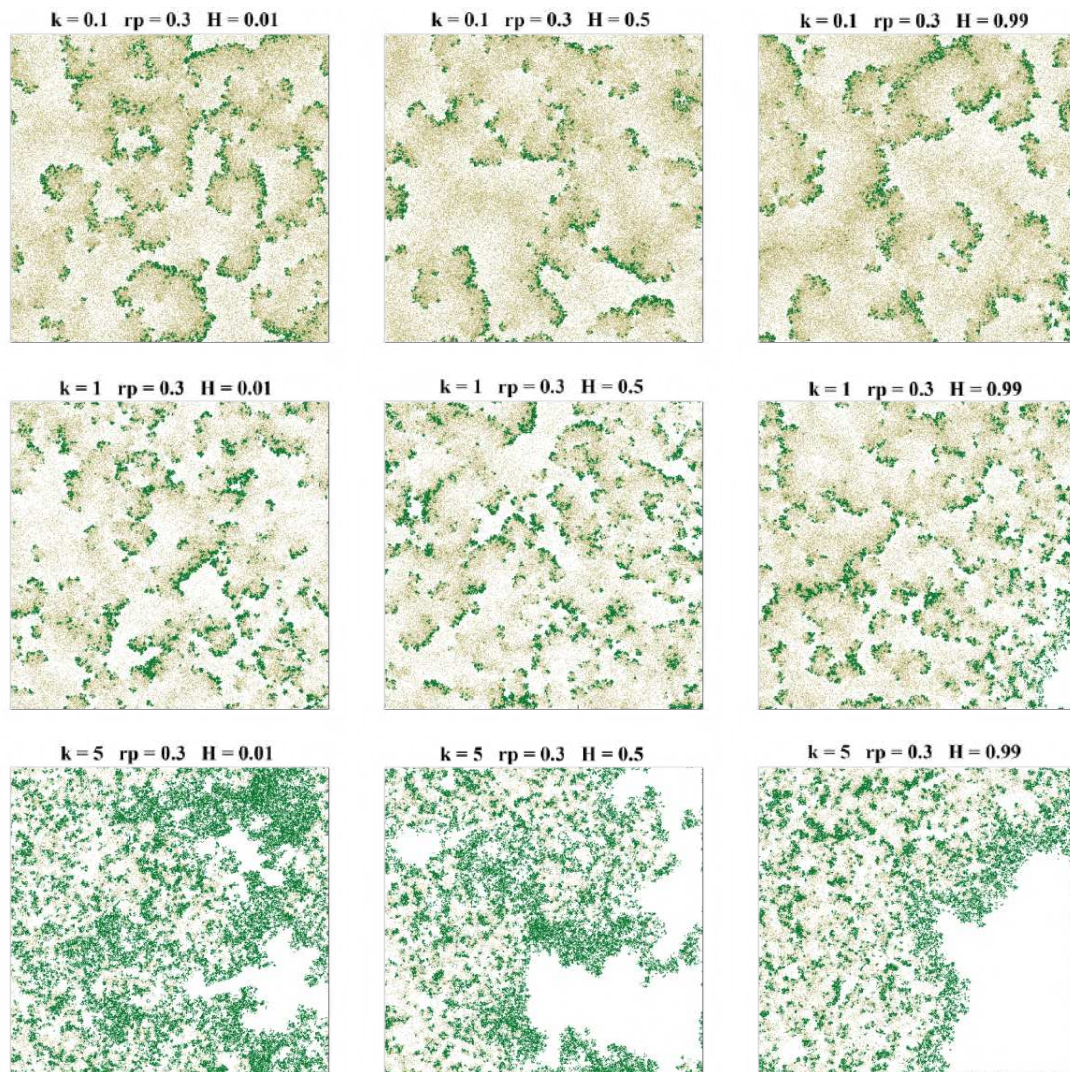


Figura 5.14: Estado final da rede para $r_p=0.3$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Na Figura 5.15 apresentamos os diagramas de fase com os estados finais alcançados para cada conjunto de parâmetros para os três valores de H utilizados nas simulações.

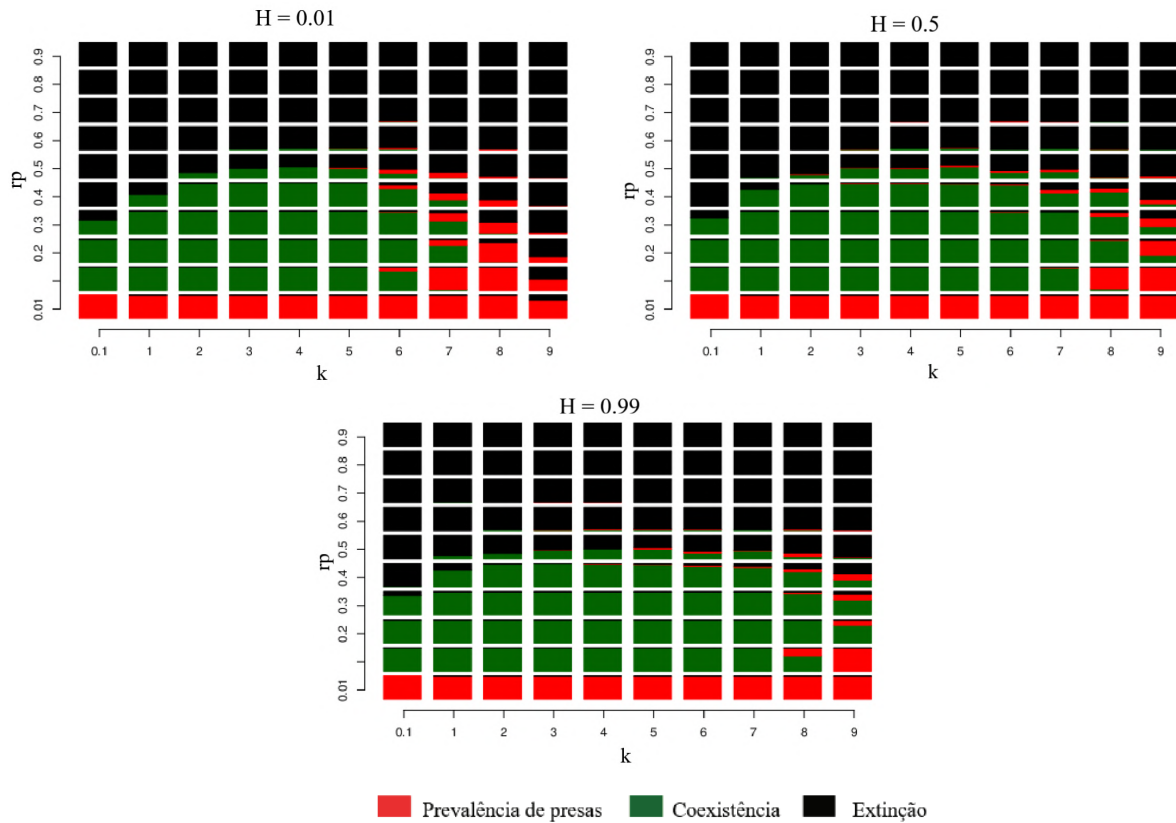


Figura 5.15: Diagramas de fase para os três valores de H , com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Verificamos que na área de transição entre coexistência e extinção das espécies, nos casos em que $k=0.1$ e $k=1$, as duas espécies coexistem para um número maior de simulações nos três valores de H . Como observamos, anteriormente, para os valores mais baixos de k as flutuações na população da presa podem diminuir os encontros com o predador, que decresce por falta de recurso. Como o decréscimo na população de predadores os efeitos da predação serão menos intensos, permitindo que as duas espécies coexistam em um número maior de simulações.

Para os valores intermediários de k , verificamos, para os três valores de H , que na área de transição entre coexistência e extinção das espécies há um menor número de simulações

em que as duas espécies coexistem e um maior número de simulações em que as duas espécies são extintas. Isso ocorre por que à medida que k aumenta a população de presas é reduzida, e como a sua população flutua ao longo do tempo, o predador, que tem uma alta probabilidade de reprodução pode consumir rapidamente os indivíduos da população presa e vir a ser extinto da rede em um número maior de simulações.

Já para os valores altos de k , verificamos para $H=0.01$, que para $k=7$ há um menor número de simulações em que as duas espécies coexistem e um maior número de simulações em que a presa prevalece sozinha na rede. Para $k=8$ e $k=9$, verificamos que há um menor número de simulações em que as duas espécies coexistem e um maior número de simulações em que a presa prevalece na rede e que ela é extinta junto com o predador. Para $H=0.5$ e $H=0.99$, verificamos que para esses valores de k , há um menor número de simulações em que as duas espécies coexistem e um maior número de simulações em que a presa prevalece sozinha na rede e que as duas espécies são extintas. Para valores muito altos de k a população de presas é menor que para o caso em que o recurso não é sazonal. Com isso, o predador pode consumir todas as presas disponíveis e morrer, posteriormente, por falta de recurso, principalmente para $H=0.01$, visto que a distribuição dos recursos é muito heterogênea, dificultando a reprodução da presa nas estações em que há escassez de recurso. Para $H=0.99$, como a presa tende a formar aglomerados populacionais, quando a sua probabilidade de reprodução é baixa, alguns indivíduos podem escapar do predador, prevalecendo sozinha na rede, em um maior número de simulações.

Capítulo 6

Efeito da Variação Sazonal da Quantidade de Recurso

Com o objetivo estudar como a quantidade de recurso disponível para a presa afeta o número de espécies presentes no equilíbrio quando o recurso varia ao longo do tempo, variamos essa quantidade multiplicando o valor obtido para cada recurso pela constante QR , cujo os valores atribuídos foram: 0.1, 10 e 20. Foram realizadas 50 simulações independentes para cada conjunto de valores de parâmetros utilizado.

Assim como no Capítulo 5, verificamos um comportamento qualitativamente semelhante ao caso em que o recurso não é distribuído sazonalmente. Dessa forma, neste capítulo apresentamos as diferenças quantitativas e de que forma esses resultados afetam o estado da final das espécies no sistema.

6.1 $QR=0.1$

Para uma quantidade de recurso 10 vezes menor, verifica-se que para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.01$, no pico das flutuações, a população de presas tem, aproximadamente, o mesmo tamanho em relação que no caso em que o recurso não é sazonal, enquanto que para $k=1$ que a população da presa é menor (Veja Figura 6.1). Verificamos também que reduzindo a quantidade de recurso as amplitudes de flutuação da população da

presa são maiores para $k=0.1$ e menores para $k=1$. Devido a quantidade de recurso disponível para a presa ser pequena a sua população decresce mais que para o caso anterior, o que leva a sua população flutuar com amplitudes maiores quando ela tem uma maior probabilidade de reprodução. Com o aumento de k a presa terá dificuldade para se reproduzir, flutuando com amplitudes menores.

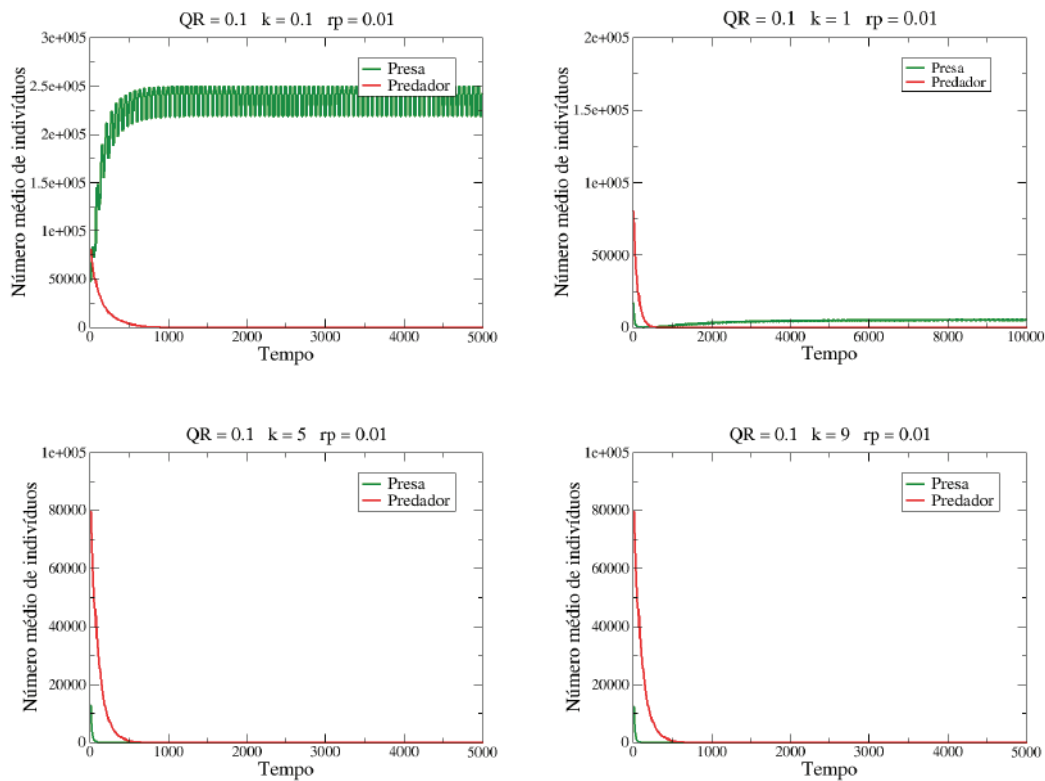


Figura 6.1: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

Quanto a média populacional, observamos pela Figura 6.2 que a população de presas é menor que para o caso em que o recurso não é sazonal.

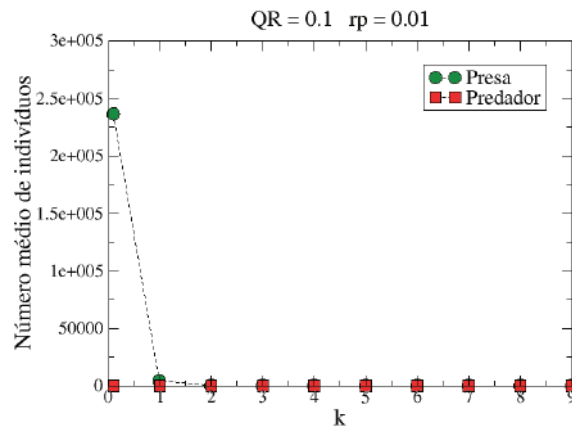


Figura 6.2: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.01$ e $H=0.5$ com o recurso variando no tempo.

Para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$ verificamos pelas Figuras 6.3 e 6.4 que, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal, a população de presas é maior e a população de predadores é menor quando $k=0.1$ e que a população de presas é menor quando $k=1$. Isso ocorre devido a população de presas ser menor nos períodos em que há escassez de recurso, diminuindo o número de encontros com predador, que vem a perder alguns indivíduos por falta de recurso, enquanto a população de presas é beneficiada. Já para $k=1$ a presa necessita de uma quantidade maior de recurso para se reproduzir e como a quantidade de recurso é pequena para $QR=0.1$ e como essa quantidade varia no tempo, a sua população é reduzida nos períodos em que há escassez de recurso.

Este mesmo cenário é observado para $r_p=0.3$. Podemos verificar isso pelas Figuras 6.5 e 6.6.

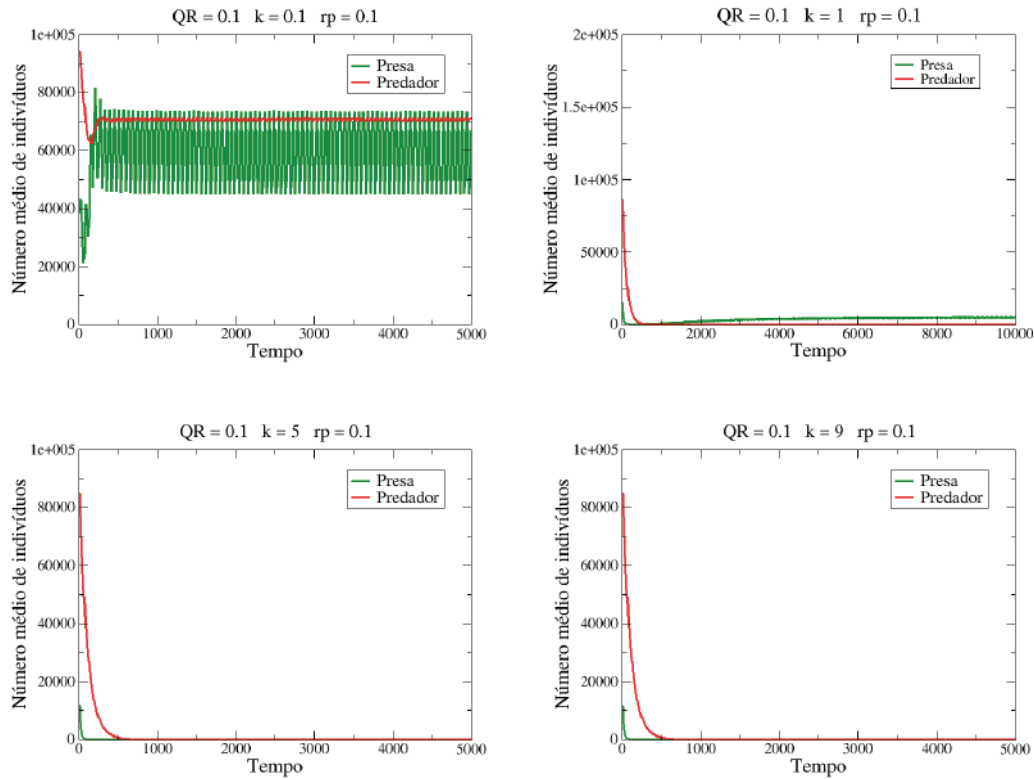


Figura 6.3: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

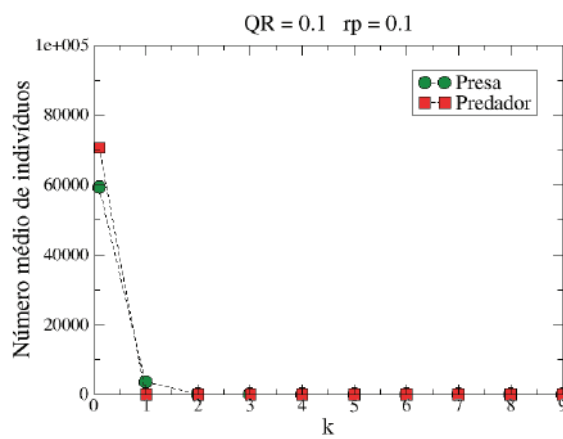


Figura 6.4: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$ com o recurso variando no tempo.

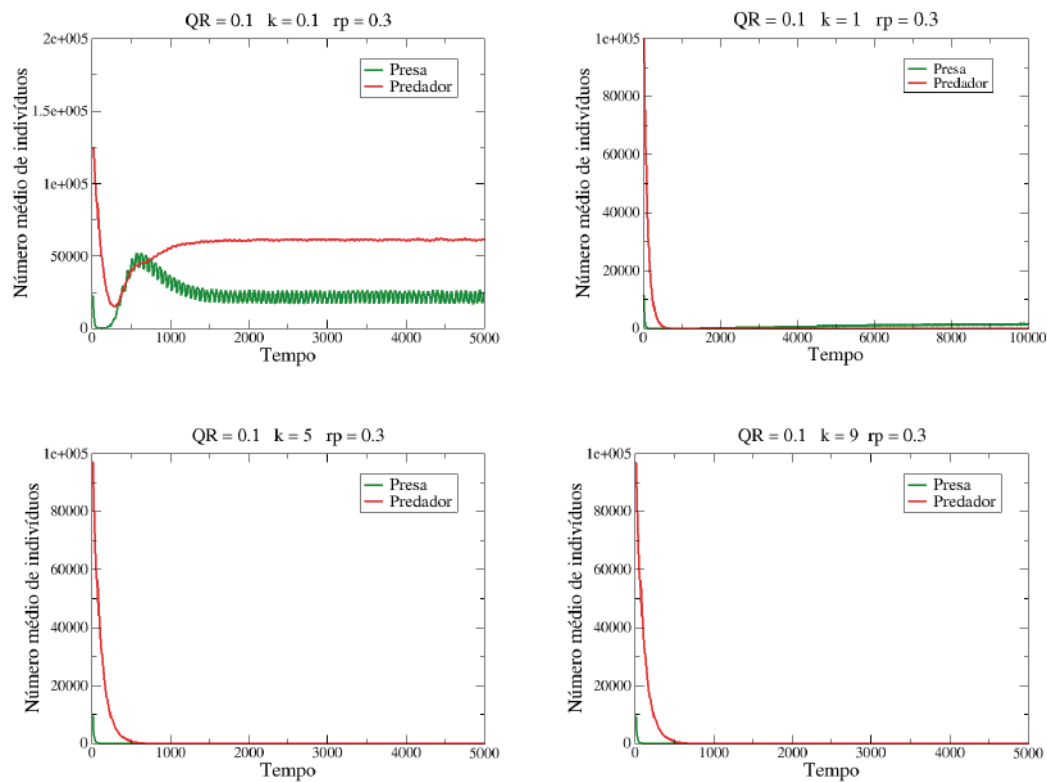


Figura 6.5: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $H=0.5$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

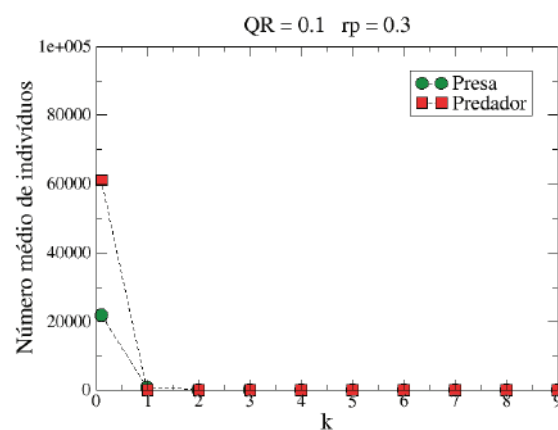


Figura 6.6: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $H=0.5$, com o recurso variando no tempo.

Investigando como a heterogeneidade ambiental atua sobre a dinâmica espaço-temporal do sistema, observamos pelas Figuras 6.7, 6.9 e 6.11, que para uma quantidade de recurso 10 vezes menor ($QR=0.1$) o comportamento é qualitativamente semelhante ao caso em que o recurso é não distribuído sazonalmente. Também verificamos pelas Figuras 6.8, 6.10, 6.12 que há um número maior de presas na rede e, com isso, a presa consegue formar aglomerados populacionais maiores para $H=0.99$. Isso ocorre devido ao efeito da predação ser menor, visto que há um número menor de predadores na rede.

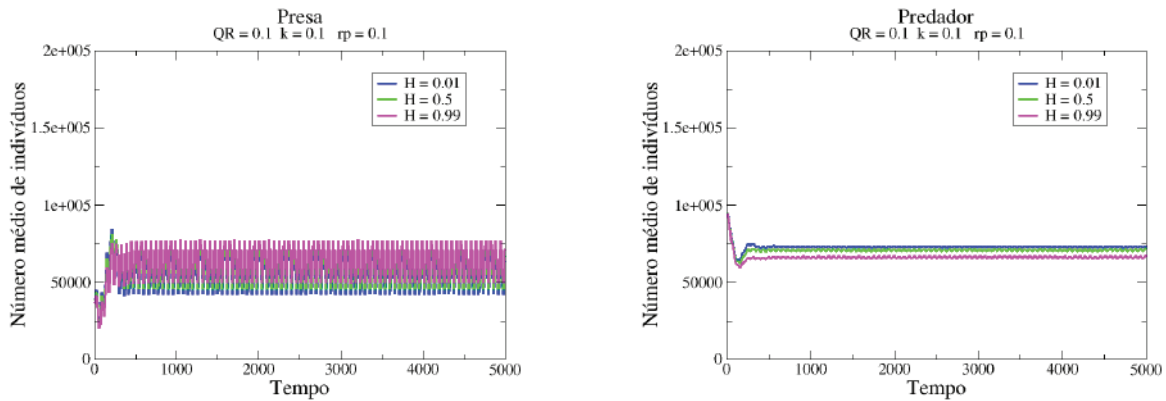


Figura 6.7: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo.

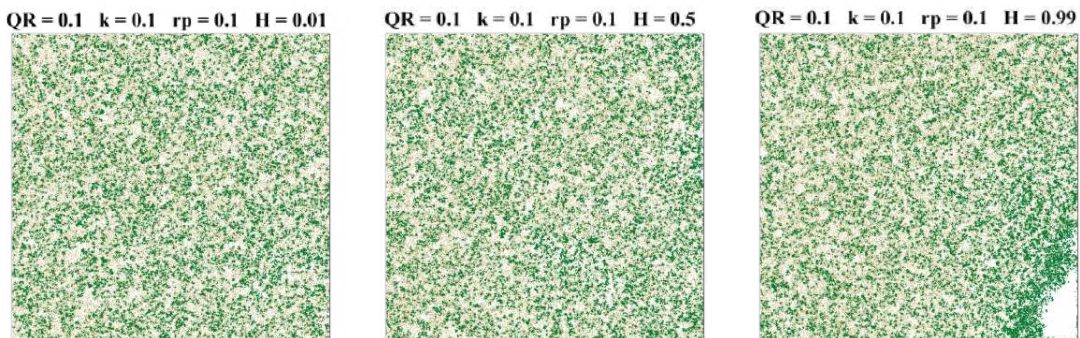


Figura 6.8: Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.1$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado

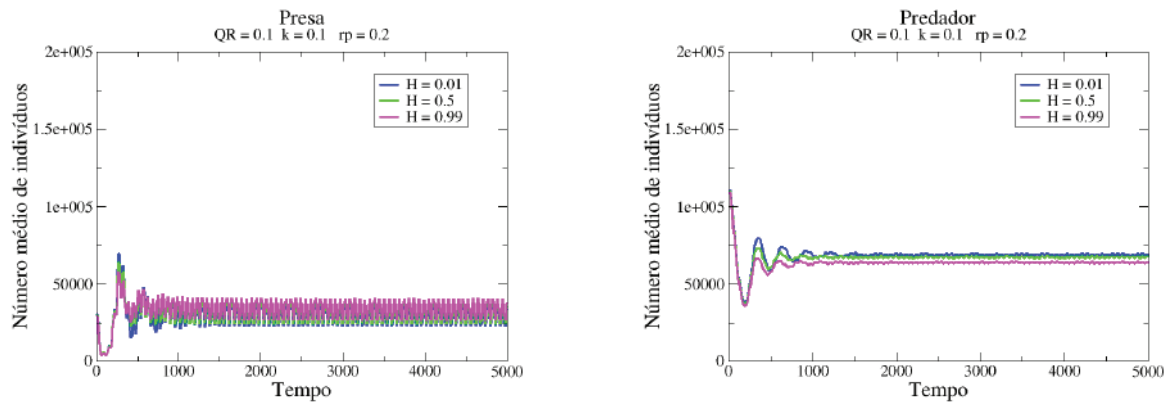


Figura 6.9: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e para $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo.

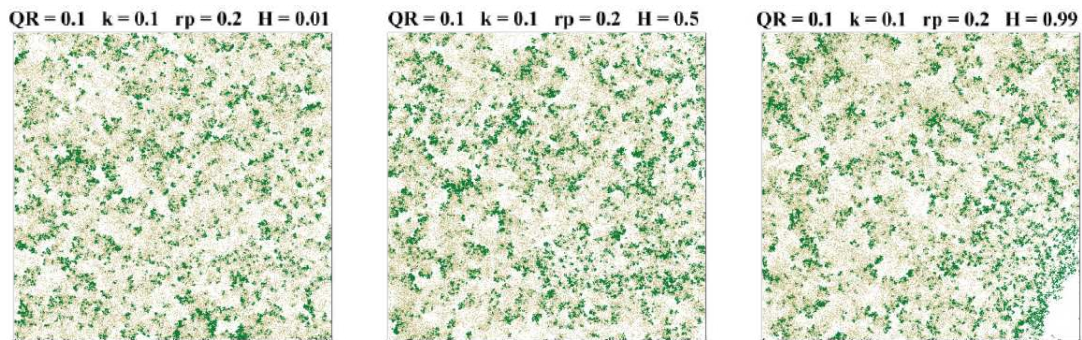


Figura 6.10: Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.2$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

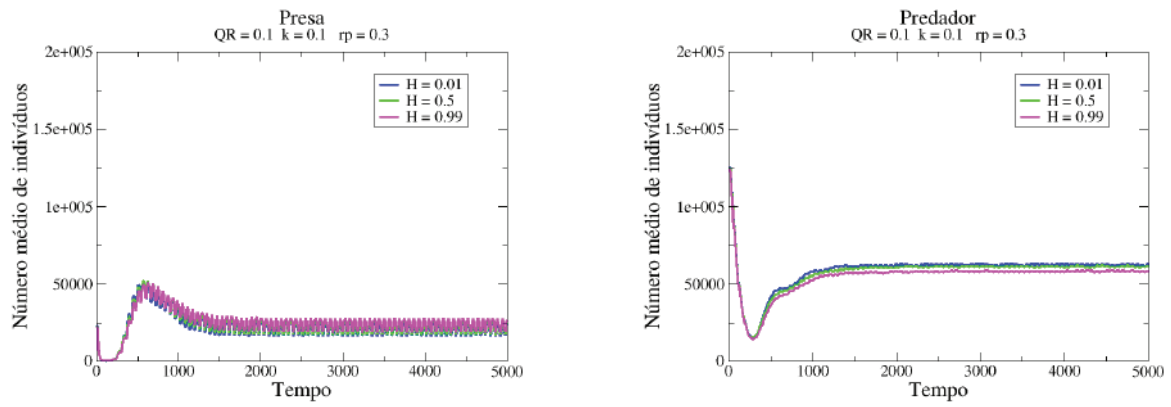


Figura 6.11: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo.

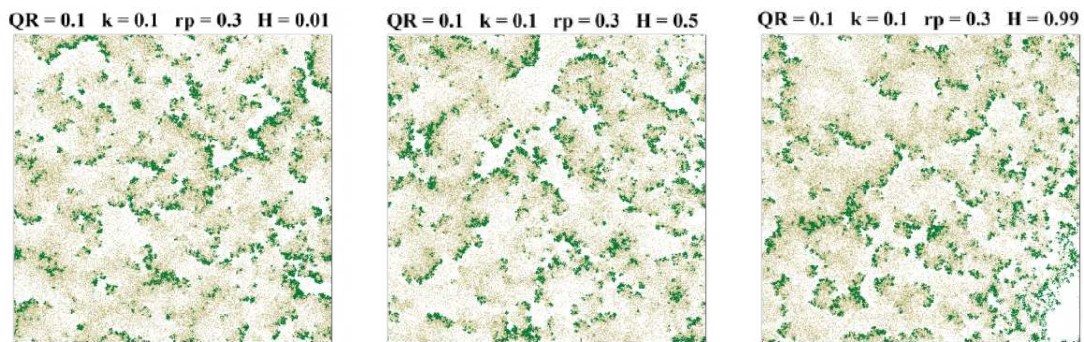


Figura 6.12: Estado final da rede para $QR=0.1$, $r_p=0.3$ e $k=0.1$, com o recurso variando no tempo. Para $H=0.01$ à esquerda, no centro para $H=0.5$ e à direita para $H=0.99$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Na Figura 6.13 apresentamos os diagramas de fase com os estados finais alcançados com cada conjunto de parâmetros para os três valores de H utilizados nas simulações.

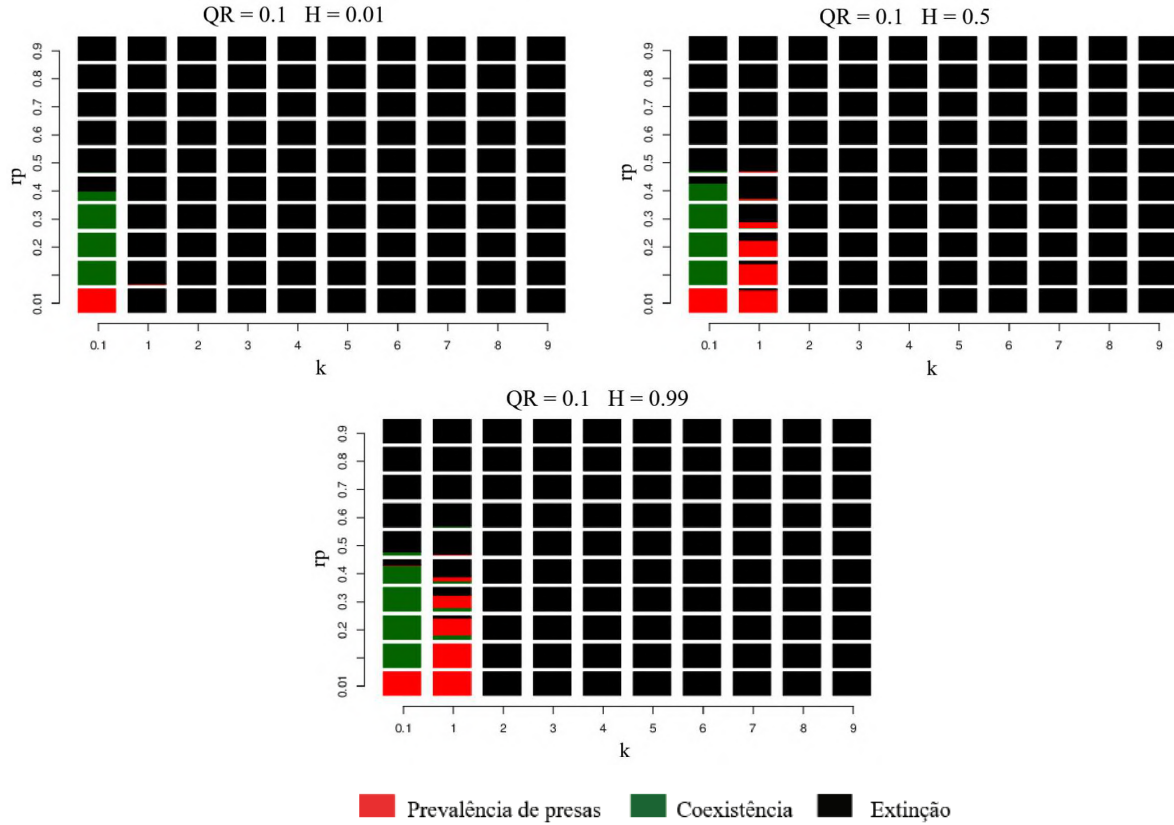


Figura 6.13: Diagramas de fase para $QR=0.1$, com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Para $H=0.01$ verificamos que para $k=0.1$ há um número menor de simulações em que as duas espécies coexistem quando $r_p=0.4$ e que para $k=1$ há um número menor de simulações em que a presa sobrevive, vindo a prevalecer na rede apenas para $r_p=0.1$, enquanto para os demais valores as duas espécies são extintas.

Para $H=0.5$ verificamos que para $k=0.1$ há um número maior de simulações em que as duas espécies coexistem quando $r_p=0.4$ e que para $k=1$ há número menor de simulações em que a presa sobrevive e um número maior de simulações em que as duas espécies são extintas.

Para $H=0.99$ verificamos que para $k=0.1$ há um número maior de simulações em que as

duas espécies coexistem quando $r_p=0.4$ e em algumas simulações quando $r_p=0.5$. Para $k=1$ verificamos que há um número menor de simulações em que as duas espécies coexistem e um número maior de simulações em que a presa sobrevive e que as duas espécies são extintas

Como a quantidade de recurso é pequena para $QR=0.1$ e como essa quantidade varia ao longo do tempo a presa tem mais dificuldade para se alimentar e se reproduzir nas estações em que há escassez de recurso. Como a população da presa fica mais espalhada na rede para $H=0.01$ o predador pode encontrá-la mais facilmente que para os outros valores de H , vindo a extingui-la da rede quando as duas espécies tem uma alta probabilidade de reprodução. Já para $H=0.5$ e $H=0.99$ a presa tende a formar aglomerados populacionais com um número maior de indivíduos, o que diminui os encontros com o predador, evitando que ele consuma esses indivíduos rapidamente, permitindo que as duas espécies coexistam em um número maior de simulações. Para $k=1$, como vimos anteriormente, a presa se mantém na rede com uma população menor que para o caso em que o recurso não é sazonal, o que leva a um menor número de simulações em que as duas espécies coexistem quando $H=0.99$

6.2 $QR=10$

Para uma quantidade de recurso 10 vezes maior observa-se pelas Figuras 6.14 que para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.01$ a população de presas, no pico das flutuações é igual para todos os valores de k , diminuindo apenas nas estações em que há escassez de recurso.

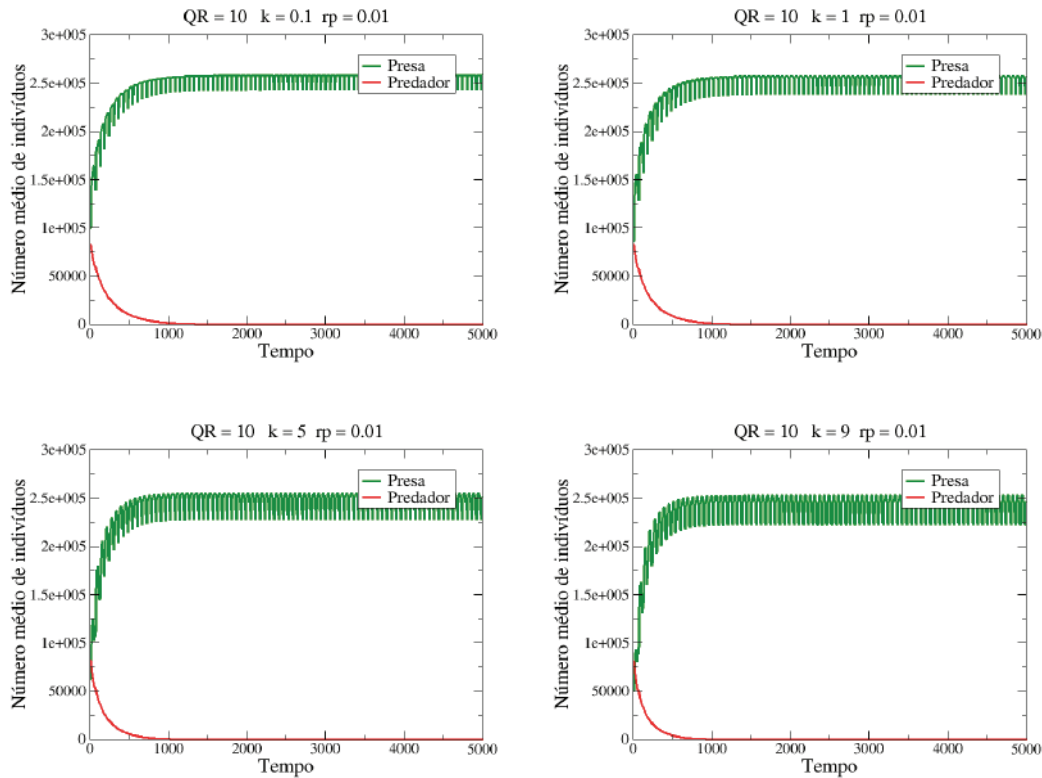


Figura 6.14: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.01$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

Na Figura 6.15 verificamos um número menor de presas, mas com valores bem próximos em relação ao caso em que o recurso não é sazonal. Como vimos anteriormente, para esse valor de QR os efeitos da predação são mais intensos, devido a uma maior disponibilidade de presas para o predador. Devido a isso, quando a presa aumenta a sua atividade reprodutiva o efeito da predação será maior, e por isso não verificamos um número maior de presas no pico das flutuações, como verificamos em casos anteriores.

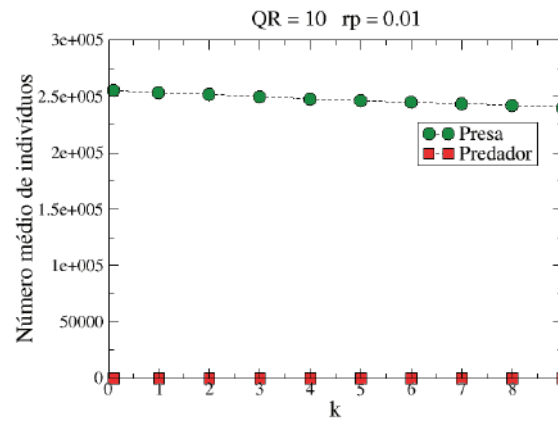


Figura 6.15: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.01$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Com uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.1$ observamos pelas Figuras 6.16 e 6.17, que a população de presas no pico das flutuações, é maior e a população de predadores é menor para todos os valores de k , visto que nas estações em que há escassez de recurso os encontros com o predador podem diminuir. Com isso, o predador tem sua população reduzida, enquanto a população de presas é beneficiada.

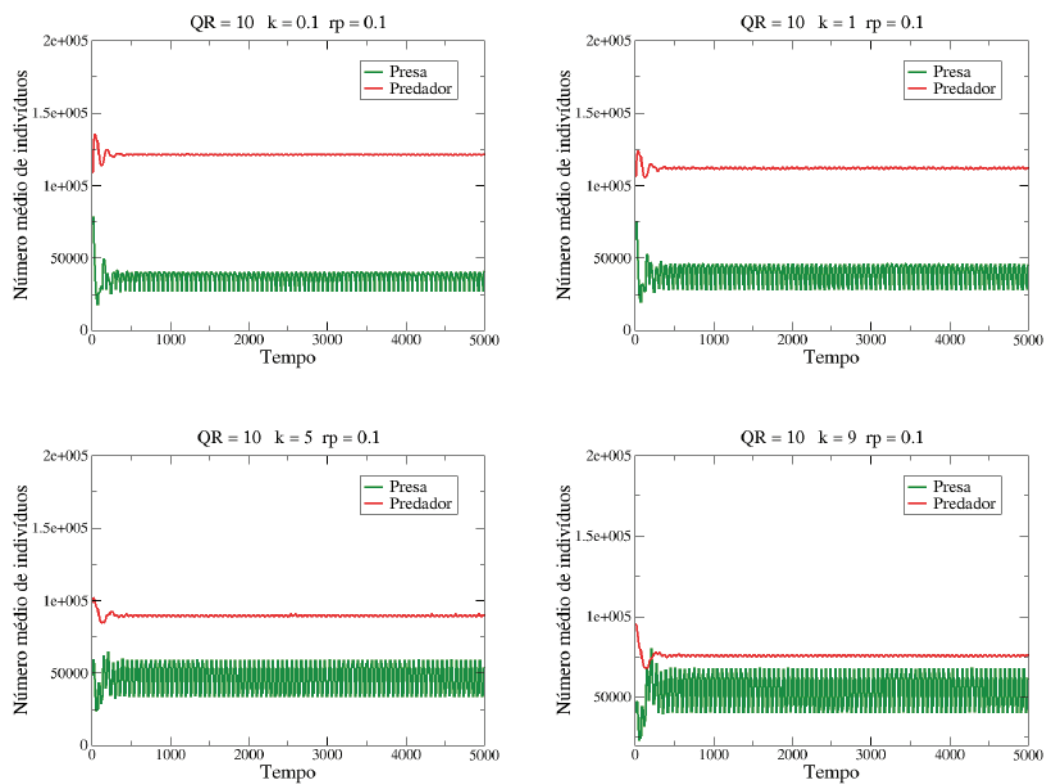


Figura 6.16: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

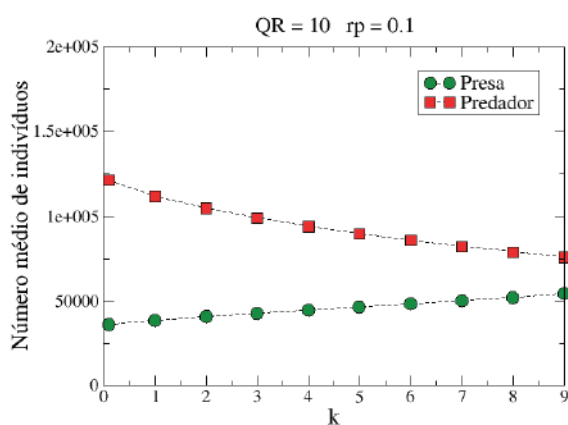


Figura 6.17: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.1$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Para uma probabilidade de reprodução do predador $r_p=0.3$ verificamos pelas Figuras 6.18 e 6.19 que a população das duas espécies é maior para $k=0.1$ e $k=[1,4]$, enquanto que para os demais valores de k a população de presas é maior e a população de predadores é menor, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal. Para os valores menores de k o número de encontros com o predador é maior, e como o predador tem uma probabilidade mais alta de reprodução, a sua população é beneficiada. Para os valores maiores de k o número de encontros diminui, e como a população de presas varia ao longo do tempo, alguns indivíduos da população do predador podem ser extintos por falta de recurso, o que propicia o crescimento da população de presas, principalmente quando a disponibilidade de recurso é maior.

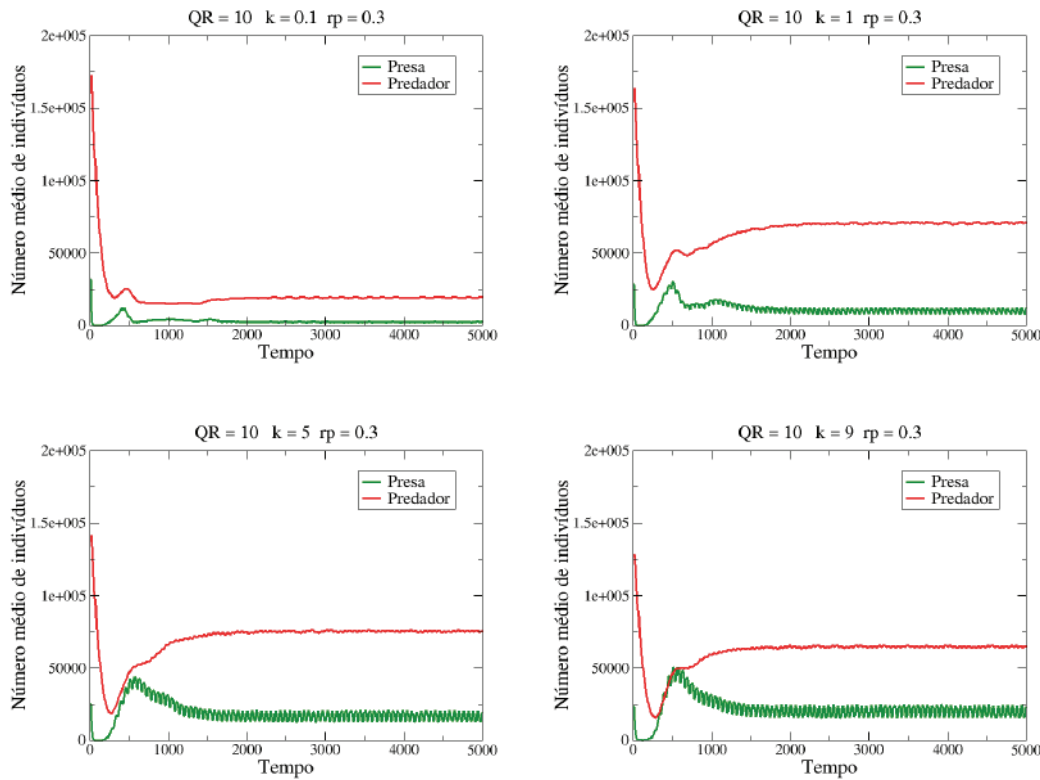


Figura 6.18: Número médio de indivíduos de cada espécie em função do tempo para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$ para os casos em que $k=0.1$, $k=1$, $k=5$ e $k=9$, com o recurso variando no tempo.

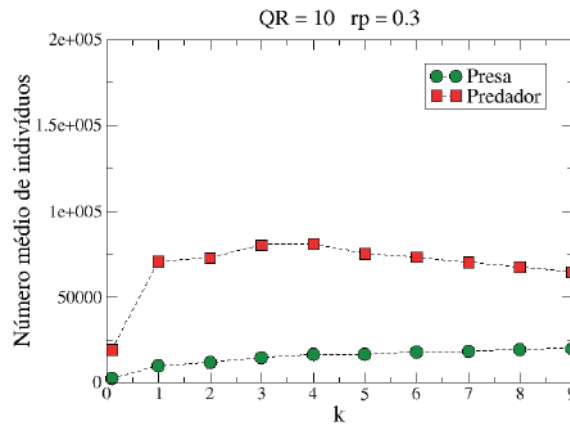


Figura 6.19: Número médio de indivíduos de cada espécie em função da constante de meia-saturação para $QR=10$, $r_p=0.3$ e $H=0.01$, com o recurso variando no tempo.

Investigando como a heterogeneidade atua sobre a dinâmica do sistema, verificamos pelas Figuras 6.20, 6.22 e 6.24 um comportamento qualitativamente muito semelhante ao caso em que o recurso não varia ao longo do tempo. Pelas Figuras 6.21, 6.23 e 6.25 verificamos que a presa forma pequenos grupos com um número maior de indivíduos, principalmente para $H=0.99$. Como a população da presa varia ao longo do tempo, alguns indivíduos podem escapar do predador nos períodos em que há escassez de recurso.

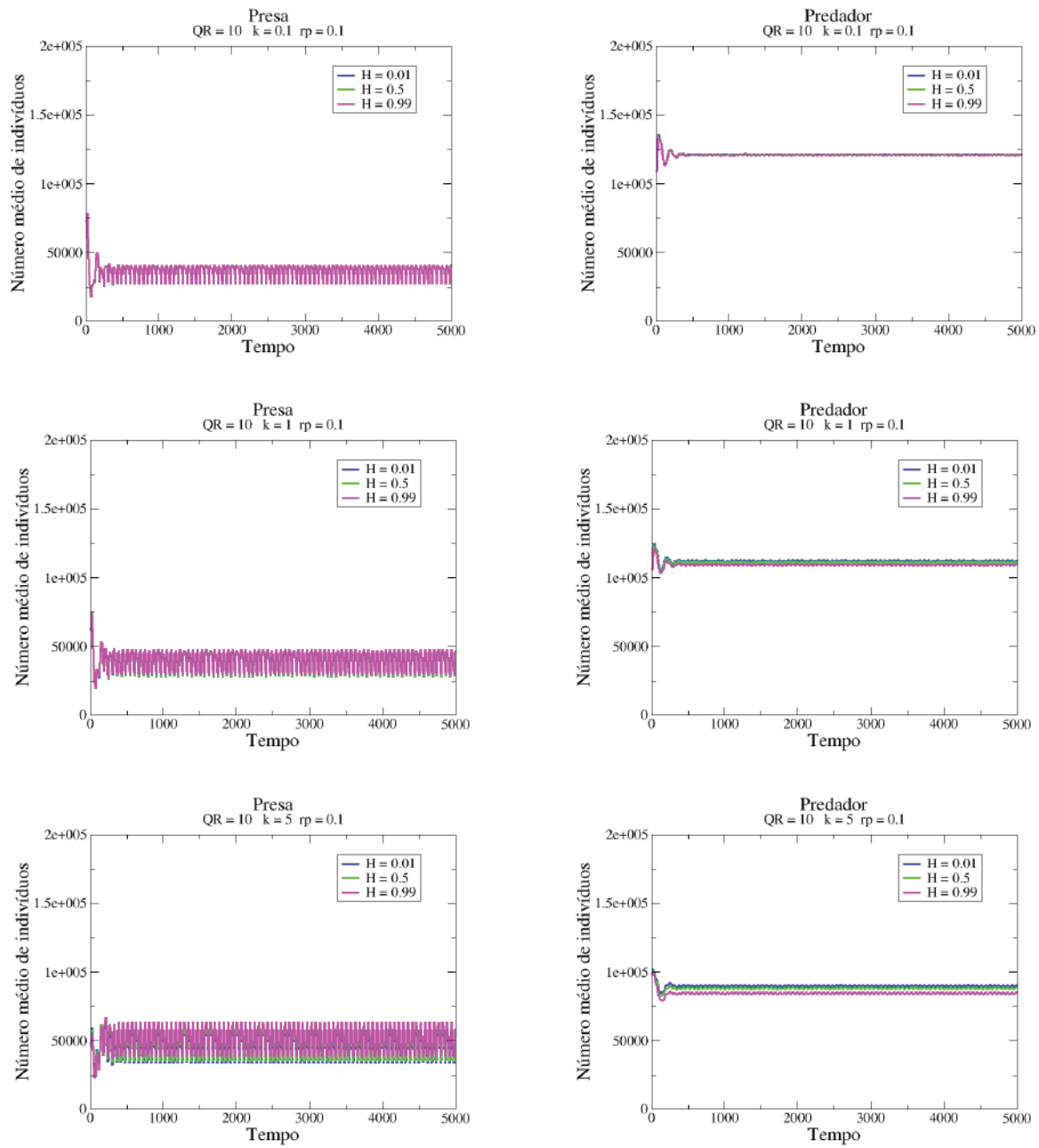


Figura 6.20: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$, com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.1$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.1$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.1$ e $k=5$ abaixo.

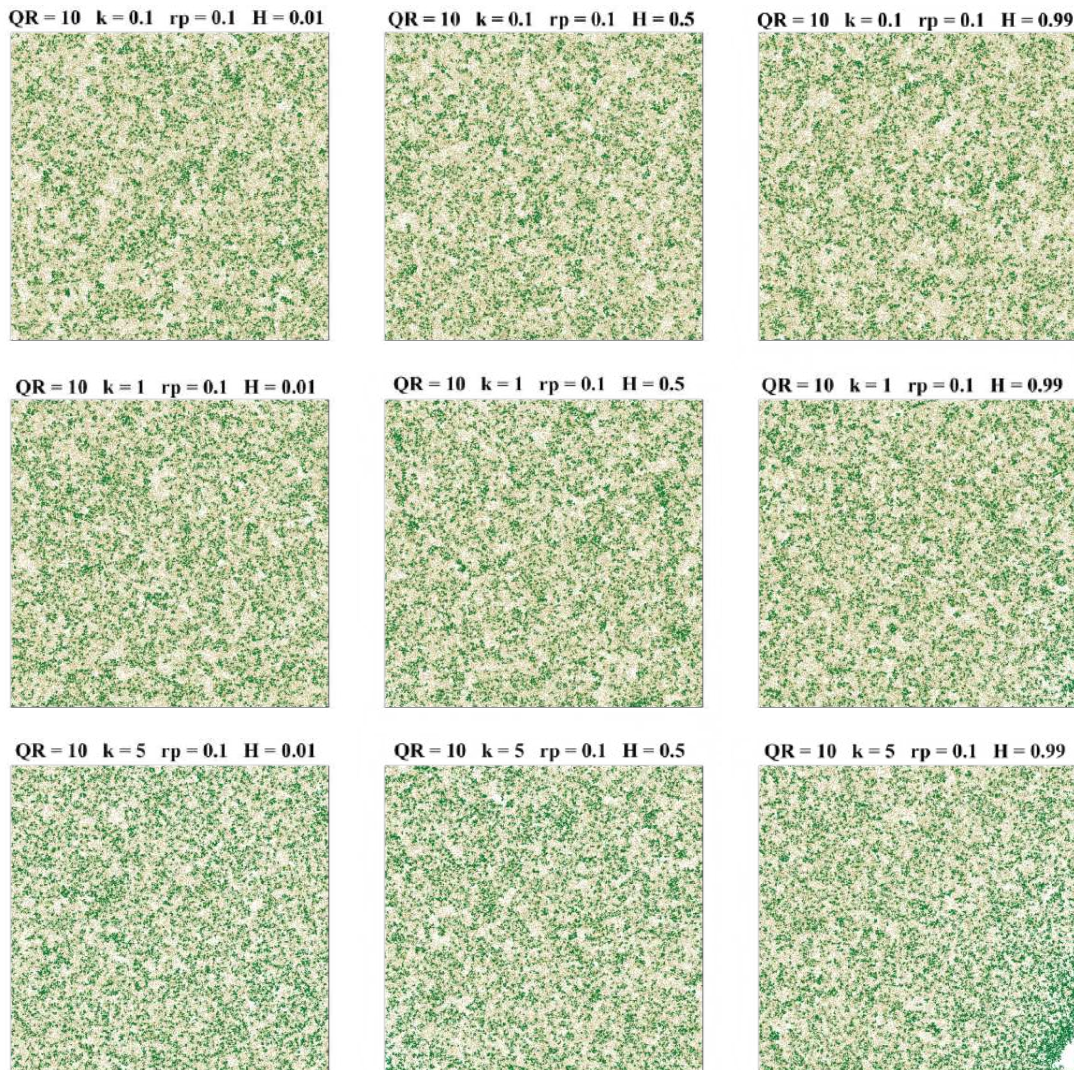


Figura 6.21: Estado final da rede para $QR=10$, $r_p=0.1$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

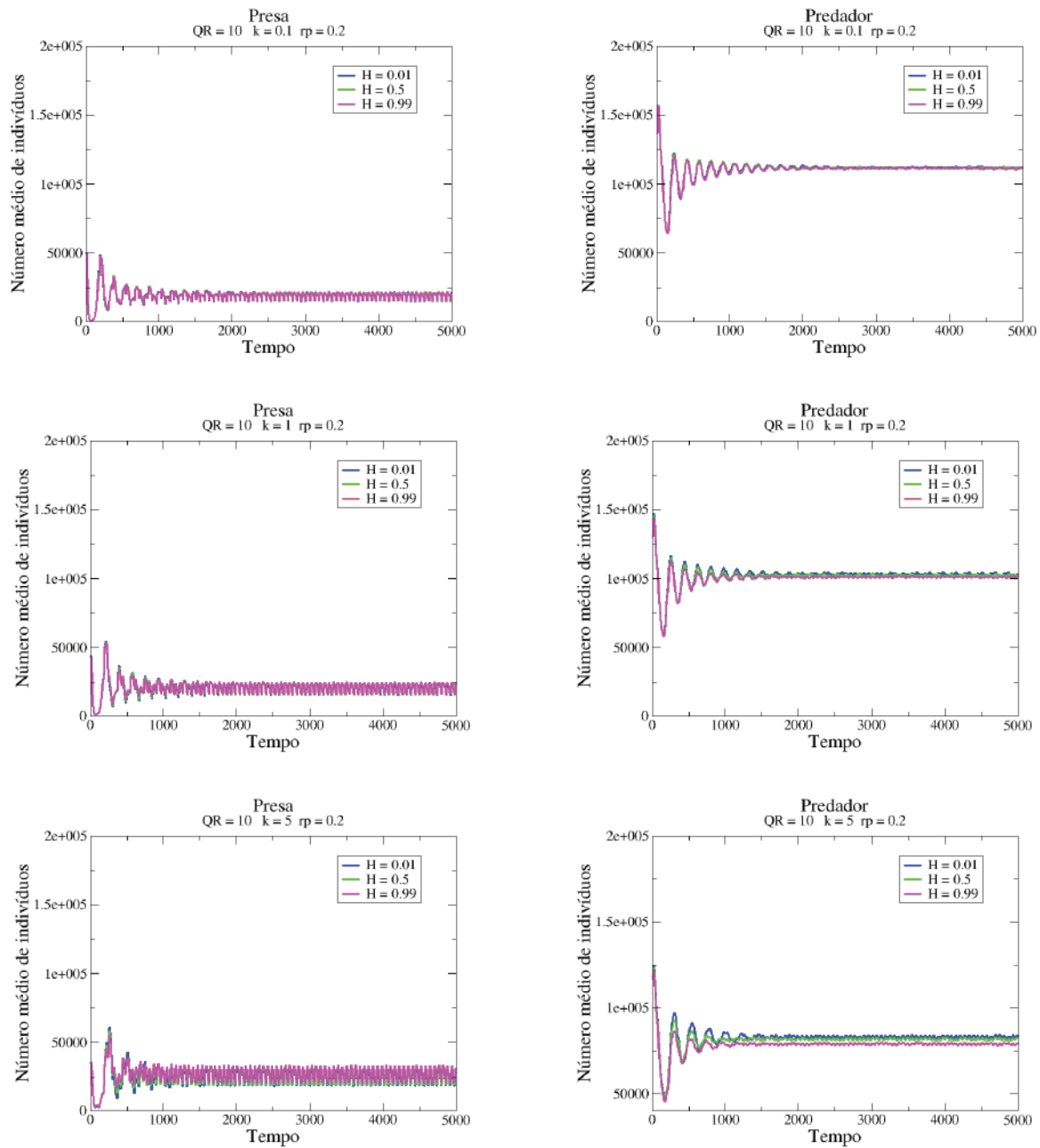


Figura 6.22: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$, com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.2$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.2$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.2$ e $k=5$ abaixo.

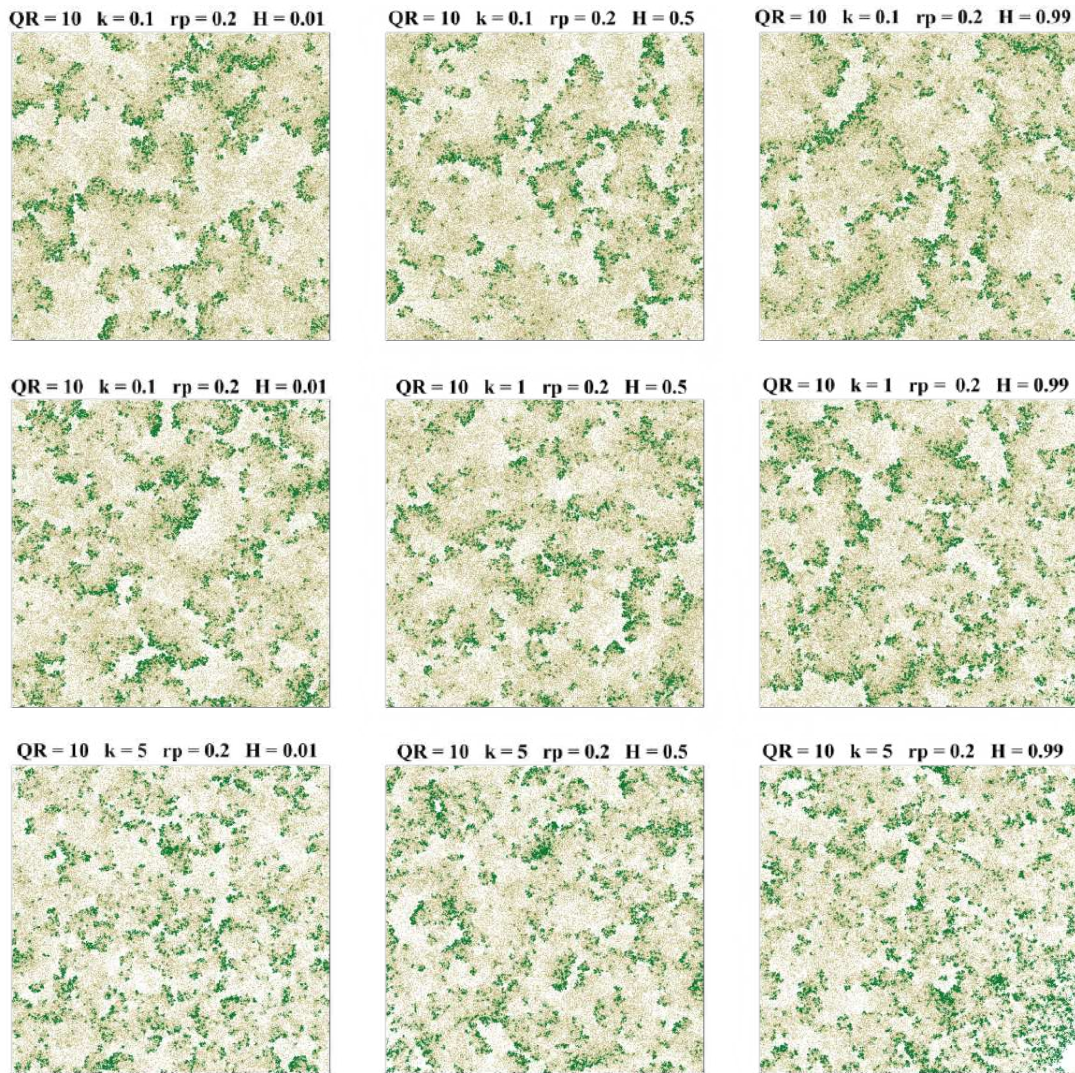


Figura 6.23: Estado final da rede para $QR=10$, $r_p=0.2$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

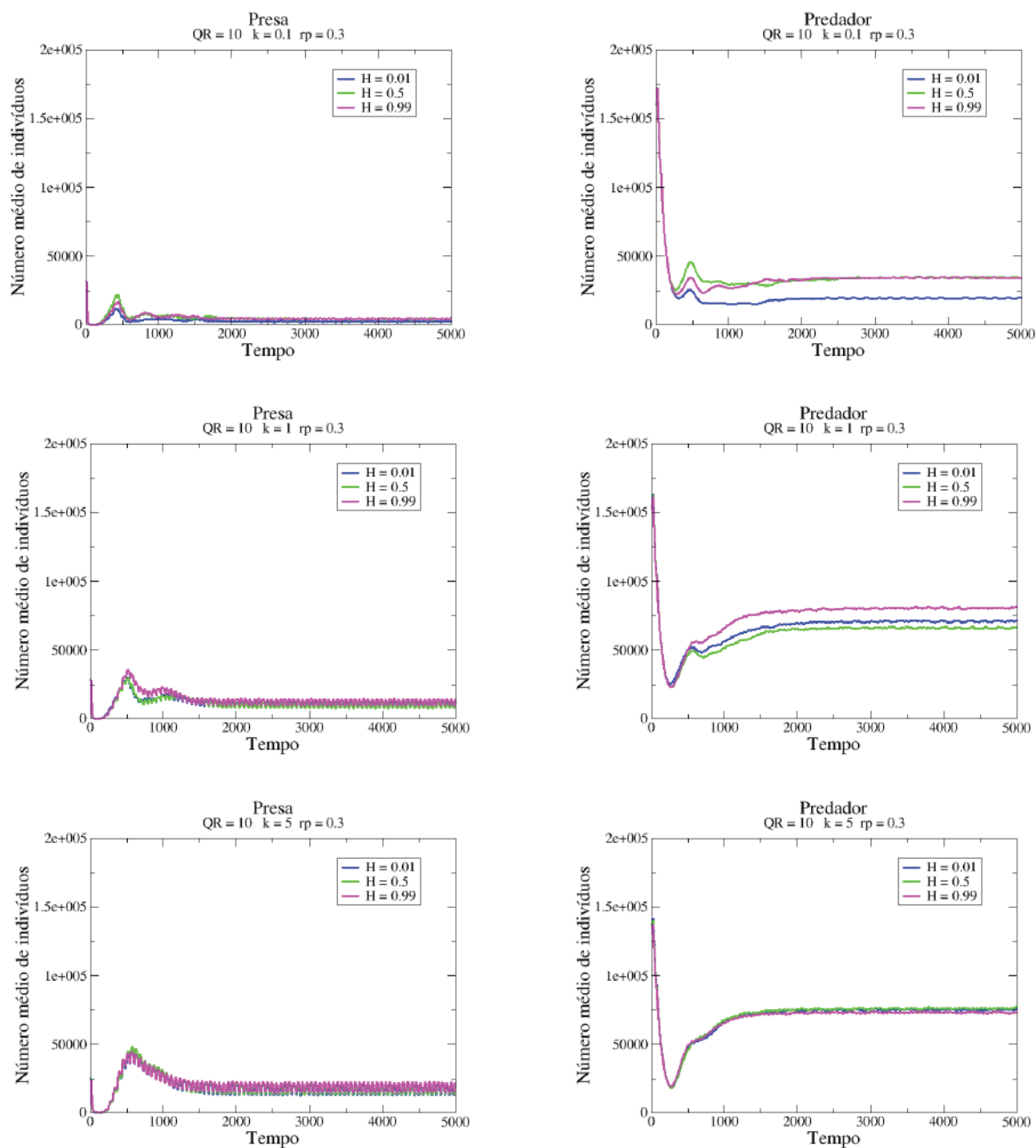


Figura 6.24: Evolução temporal das populações de presas e predadores para os três valores de H e $QR=10$, com o recurso variando no tempo. Para $r_p=0.3$ e $k=0.1$ acima, para $r_p=0.3$ e $k=1$ no centro e para $r_p=0.3$ e $k=5$ abaixo.

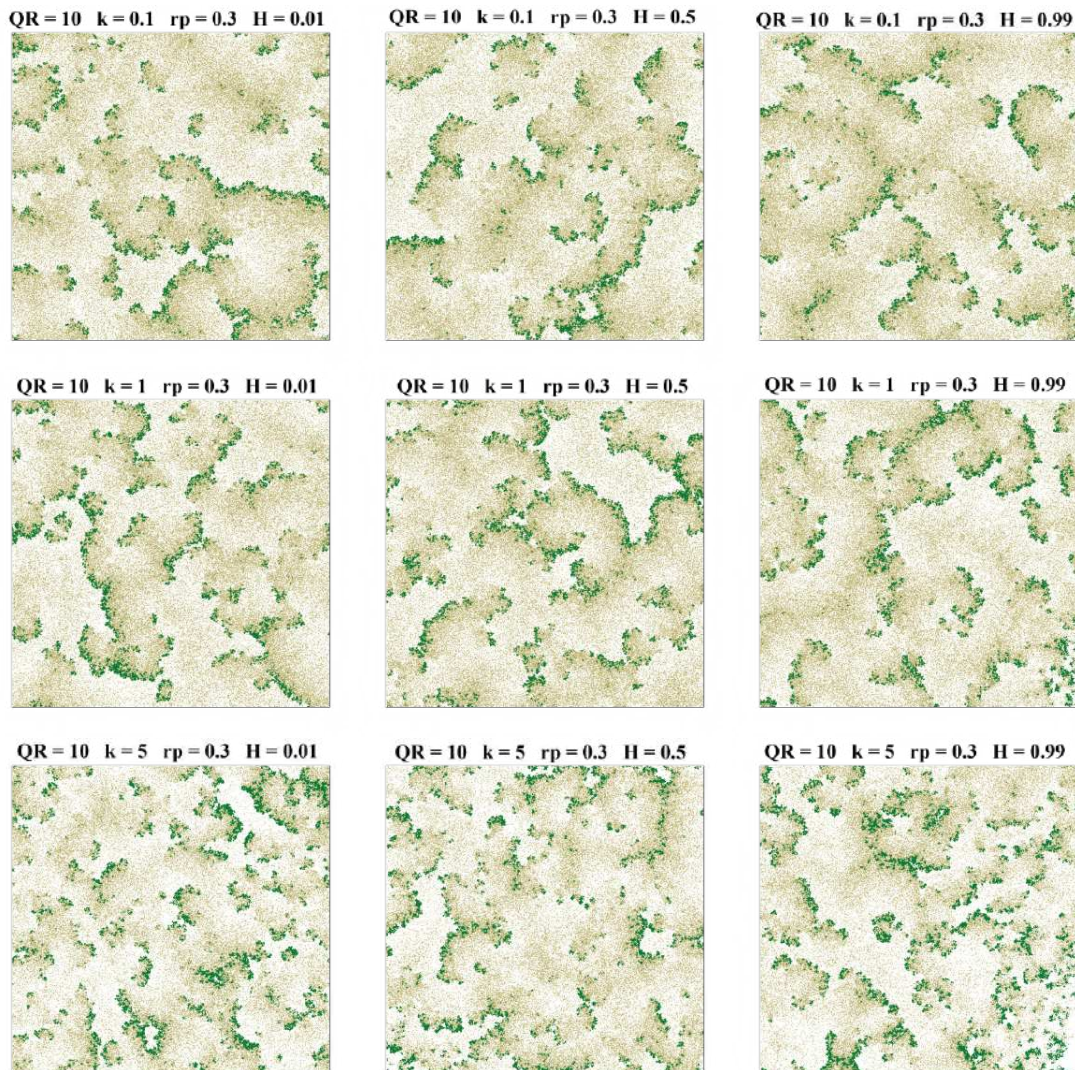


Figura 6.25: Estado final da rede para $QR=10$, $r_p=0.3$, com o recurso variando no tempo. Da esquerda para a direita estão as populações de presas e predadores para $H=0.01$, $H=0.5$ e $H=0.99$, respectivamente. Acima estão as populações para $k=0.1$, no centro para $k=1$ e abaixo para $k=5$. A população de presas está em verde e a população de predadores em dourado.

Abaixo, na Figura 6.26, apresentamos os diagramas de fase para os três valores de H .

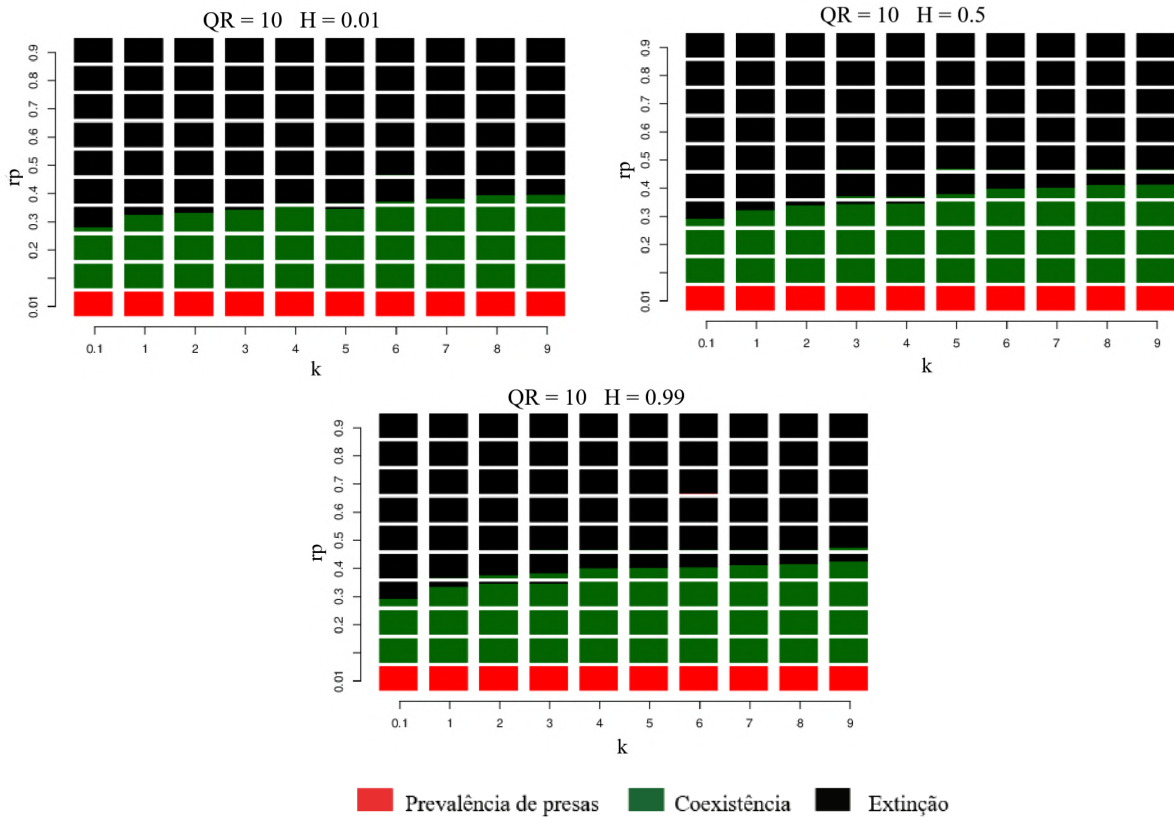


Figura 6.26: Diagramas de fase para $QR=10$, com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Verificamos que na área de transição entre coexistência e extinção das espécies as duas espécies coexistem em um número maior de simulações para os valores mais baixos e mais altos de k e para os três valores de H . Como vimos, anteriormente, para os valores menores de k a população de presas no pico das flutuações é maior que para o caso em que o recurso não é sazonal, o que favorece beneficia a população de predadores, permitindo que as duas espécies coexistam em um número maior de simulações. Para os valores mais altos de k o efeito da predação será reduzido, visto que a presa diminui sua probabilidade de reprodução e sua população varia no tempo, levando a um número menor de encontros. Com isso, as duas espécies conseguem coexistir na rede em um número maior de simulações.

6.3 $QR=20$

Assim como observamos para $QR=10$, observamos que para $QR=20$ a população de presas é igual ao caso em que o recurso não varia no tempo, no pico das flutuações, quando $r_p=0.01$. Para $r_p=0.1$ a população de presas é maior e a população de predadores menor, enquanto que para $r_p=0.3$ a população das duas espécies é maior para $k=0.1$ e $k=[1,4]$, e para valores maiores de k a população de presas é maior e a população de predadores menor. Verificamos que para $QR=20$ a diferença no número de indivíduos das duas espécies, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal, é muito pequena devido a quantidade de recurso ser maior.

Na Figura 6.27 apresentamos os diagramas de fase alcançados para cada conjunto de parâmetros.

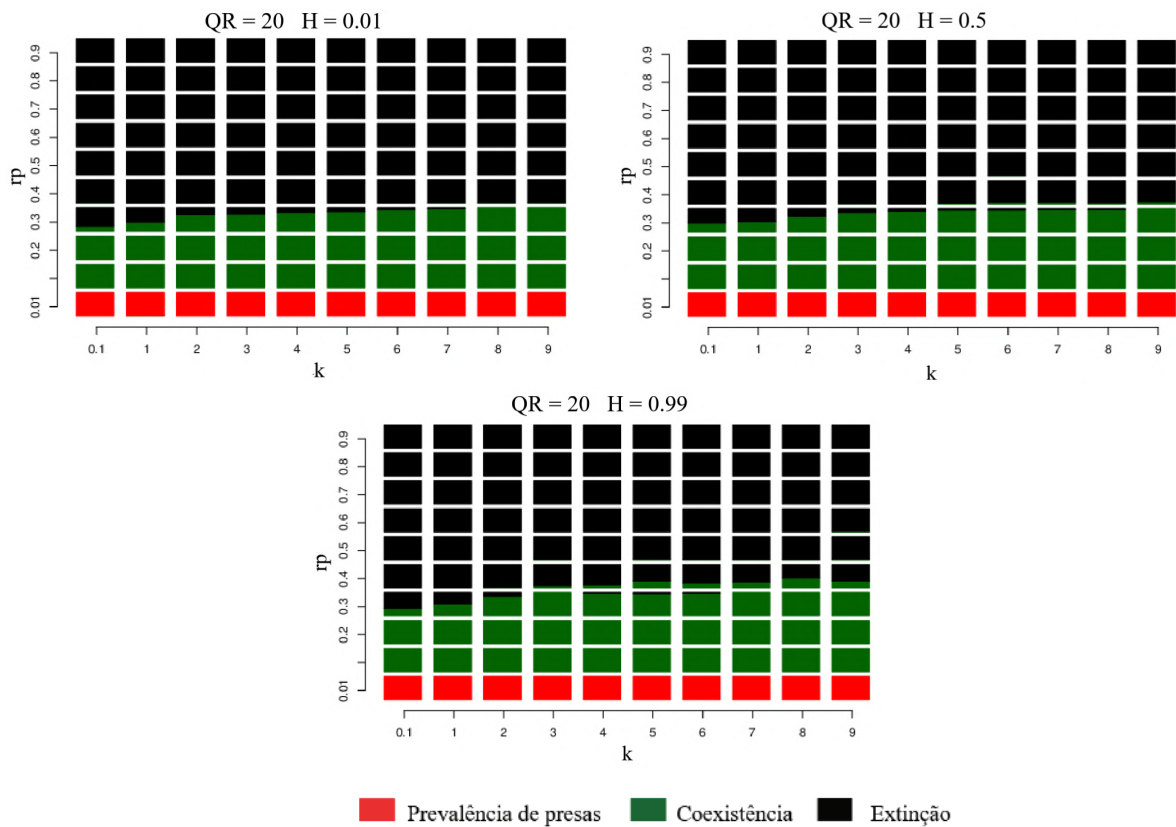


Figura 6.27: Diagramas de fase para $QR=20$, com o recurso variando no tempo. À esquerda para $H=0.01$, à direita para $H=0.5$ e abaixo para $H=0.99$.

Verificamos que na área de transição entre coexistência e extinção das espécies as duas espécies coexistem em um número maior de simulações para os valores mais baixos e mais altos de k e para os três valores de H . Isso ocorre por motivos análogos ao que ocorre para $QR=10$. Como a quantidade de recurso é maior, observamos apenas que há um número maior de simulações em que as duas espécies coexistem para todos os valores de k . verificamos o mesmo comportamento com a variação dos parâmetros k e r_p , em relação ao caso em que o recurso não é sazonal

6.4 Resultados

Verificamos que variando a quantidade de recurso sazonalmente também temos uma maior riqueza de espécies para $H=0.99$, independentemente do valor de QR , visto que a presa consegue se aglomerar em regiões mais favoráveis à sua reprodução, o que em alguns casos também pode favorecer a população do predador.

Verificamos que as duas espécies apresentam um comportamento qualitativamente muito semelhante, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal. Com a variação sazonal da quantidade de recurso, verificamos que a população das duas espécies flutua ao longo do tempo e que a população de presas tem uma maior amplitude de flutuação que a população de predadores. Além disso, observamos dois comportamentos: à medida que a constante de meia-saturação da presa da presa aumenta a população das duas espécies flutua com amplitudes maiores; à medida que a probabilidade de reprodução do predador aumenta a população das duas espécies flutua com amplitudes menores. Com a variação da oferta de recurso a população de presas pode flutuar, o que leva, conseqüentemente a flutuação da população de predadores. Isso ocorre por que nos períodos em que há escassez de recurso a presa pode diminuir a sua atividade reprodutiva, enquanto que nos períodos em que o recurso é abundante há um aumento da sua sobrevivência e reprodução, favorecendo a população de predadores, e refletindo no aumento de suas densidades populacionais.

Quanto ao tamanho das duas populações, verificamos para os três valores do expoente de Hurst, em relação ao caso em que o recurso não é sazonal, que para $QR=0.1$, quando a presa tem alta probabilidade de reprodução a sua população é maior e a população de

predadores é menor no pico das flutuações, e que diminuindo a probabilidade de reprodução da presa a sua população diminui. Para uma quantidade intermediária de recurso verificamos que a população da presa é maior e a população do predador menor para os valores baixos e intermediários de k e para valores maiores de k a população das duas espécies é menor. Além disso, para uma probabilidade alta de reprodução das duas espécies ($k=0.1$ e $r_p=0.3$) a população das duas espécies é maior. Para $QR=10$ e $QR=20$ observamos que, no pico das flutuações, para uma baixa probabilidade de reprodução do predador a população de presas é maior e a população de predadores menor. E que para uma probabilidade mais alta de reprodução do predador a população das duas espécies é maior para valores menores de k e para valores maiores de k a população de presas é maior e a população de predadores menor. Isso ocorre por que para quantidades menores de recurso a presa se mantém na rede com uma população menor e como sua população flutua ao longo do tempo o predador terá dificuldade para se alimentar, principalmente quando ela tem menor probabilidade de reprodução. Aumentando a quantidade de recurso a população da presa é maior e, devido as flutuações, o predador não conseguirá consumir rapidamente todos os indivíduos, reduzindo os efeitos da predação, o que beneficia a população das duas espécies, que coexistem em um número maior de simulações.

Capítulo 7

Considerações Finais

Com o objetivo principal de estudar o comportamento de um sistema presa-predador devido a abundância ou escassez de recursos, investigamos os efeitos causados ao ecossistema devido a distribuição dos recursos. Realizamos a análise dos seguintes aspectos: a relação entre a riqueza de espécies e a quantidade de recursos, a relação entre a riqueza de espécies e a heterogeneidade ambiental e a relação entre a riqueza de espécies e a evolução temporal dos recursos, estes que proporcionam uma maior compreensão sobre a dinâmica de populações. Para isto, um modelo computacional com estrutura espacial foi utilizado, em que foram definidas a estrutura espacial e a interação dos indivíduos com o espaço e os recursos. No nosso modelo de predação a distribuição dos recursos é gerada através do movimento Browniano fracionário, onde o expoente de Hurst controla a rugosidade do relevo, isto é, a heterogeneidade ambiental.

Ao analisar os resultados obtidos para a relação entre a quantidade de recurso e a riqueza de espécies observamos que para uma quantidade intermediária de recurso, isto é, quando a quantidade de recurso alocada em cada sítio varia entre 0 e 1, as duas espécies coexistem na rede em grande parte dos casos estudados, ocorrendo exceção somente para os casos em que a presa tem baixa probabilidade de reprodução, prevalecendo sozinha na rede, e, para os casos em que a probabilidade de reprodução do predador é muito alta, levando a extinção das duas espécies da rede. Reduzindo a quantidade de recurso, isto é, multiplicando por $QR=0.1$, as espécies só coexistem na rede quando a probabilidade de reprodução da presa é

muito alta. E aumentando a quantidade de recurso, multiplicando por $QR=10$ e $QR=20$, as duas espécies também coexistem na rede para uma menor probabilidade de reprodução da presa. É importante ressaltar que para quantidades mais altas de recurso as duas populações são extintas mais rapidamente à medida que a probabilidade de reprodução do predador aumenta. Isso ocorre devido a presa aumentar sua probabilidade de reprodução com o aumento da quantidade de recurso, o que leva ao aumento dos efeitos da predação.

Em relação a influência da heterogeneidade na riqueza de espécies, podemos observar que a heterogeneidade do sistema também favorece a coexistência das duas espécies na rede para baixas e médias probabilidades de reprodução do predador. Para uma quantidade intermediária de recurso, com um relevo muito heterogêneo ($H=0.01$), temos uma área de prevalência de presas e extinção das duas espécies, para $k=[7,9]$ que diminui conforme aumentamos os valores de H . Para $QR=0.1$ temos uma área de coexistência das duas espécies para $k=0.1$ e uma área de prevalência de presas para $k=1$ que aumentam conforme aumentamos o valor de H . Para $QR=10$ e $QR=20$ temos uma área de coexistência das duas espécies, que aumenta conforme aumentamos o valor de H .

Quanto a relação entre a variação temporal na quantidade de recurso e a riqueza de espécies, observamos de maneira geral que o comportamento das duas espécies é qualitativamente semelhante, quanto a variação dos parâmetros k e r_p . As duas populações flutuam com maiores amplitudes ao longo do tempo, principalmente para uma probabilidade mais baixa de reprodução do predador ($r_p=0.1$), caso em que os efeitos da predação são menos intensos. Observamos, de maneira geral, que para uma quantidade pequena e intermediária do recurso a população de presas é maior e a população de predadores menor para os valores menores de k , enquanto que para os valores maiores de k a população das duas espécies é menor. Para uma quantidade alta de recurso, observamos que para os valores menores de k a população das duas espécies é maior e que para os valores maiores de k a população de presas é maior e a população de predadores menor.

Sobre a influência da heterogeneidade ambiental na riqueza de espécies quando o recurso varia no tempo, observamos que para quantidades intermediárias de recurso temos uma área de prevalência de presas, para baixas probabilidades de sua reprodução ($k=[7,9]$) que diminui conforme aumentamos os valor de H , mas que é maior que no caso em que o recurso

não varia no tempo. Para $QR=0.1$ a prevalência de presas aumenta para heterogeneidades intermediárias ($H=0.99$). E para $QR=10$ e $QR=20$ temos uma área de prevalência das duas espécies para altas e baixas probabilidades de reprodução da presa, que aumenta conforme aumentamos o valor de H e que é maior que para o caso em que o recurso não varia no tempo.

Como perspectivas para trabalhos futuros, podemos incluir mais uma presa na rede ou mais um tipo de recurso. Podemos incluir outros tipos de perturbação no sistema, como ruídos. Podemos também utilizar outros tipos de função, utilizando a combinação de senos e cossenos, para variar a quantidade de recurso ao longo do tempo.

Referências Bibliográficas

- [1] R. E. RICKLEFS. *A economia da natureza*. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 6^a ed., 2010.
- [2] C. R. TOWNSEND, M. BEGON, and J. L. HARPER. *Fundamentos em ecologia*. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- [3] M. BEGON, C. R. TOWNSEND, and J. L. HARPER. *Ecologia: De indivíduos a ecossistemas*. Porto Alegre: Artmed, 4^a ed., 2007.
- [4] M. L. CAIN, W. D. BOWMAN, and S. D. HACKER. *Ecologia*. Porto Alegre: Artmed, 2011.
- [5] P. J. MORIN. Biodiversity's ups and downs. *Nature*, 406:463–464, 2000.
- [6] P. CHESSON. Mechanisms of maintenance of species diversity. *Annual Review of Ecology and Systematics*, 31:343–366, 2000.
- [7] M. H. H. STEVENS and W. P. CARSON. Resource quantity, not resource heterogeneity, maintains plant diversity. *Ecology Letters*, 5:420–426, 2002.
- [8] P. MAESTRE and J. F. REYNOLDS. Spatial heterogeneity in soil nutrient supply modulates nutrient and biomass responses to multiple global change drivers in model grassland communities. *Global Change Biology*, 12:2431–2441, 2006.
- [9] E. J. QUESTAD and B. L. FOSTER. Coexistence through spatio-temporal heterogeneity and species sorting in grassland plant communities. *Ecology Letters*, 11:717–726, 2008.

- [10] C. BROWN et al. Multispecies coexistence of trees in tropical forests: Spatial signals of topographic niche differentiation increase with environmental heterogeneity. *Proceedings of the Royal Society B*, 280:326–348, 2013.
- [11] A. STEIN, K. GERSTNER, and H. KREFT. Environmental heterogeneity as a universal driver of species richness across taxa, biomes and spatial scales. *Ecology Letters*, 17:866–880, 2014.
- [12] A. STEIN and H. KREFT. Terminology and quantification of environmental heterogeneity in species-richness research. *Biological Reviews*, 90:815–836, 2014.
- [13] T. OLIVER et al. Heterogeneous landscapes promote population stability. *Ecology Letters*, 12:2431–2441, 2010.
- [14] R. KASSSEN et al. Diversity peaks at intermediate productivity in a laboratory microcosm. *Nature*, 406:508–512, 2000.
- [15] R. J. SILVA. Modelagem de um sistema presa-predador em ambientes heterogêneos. 67f. *Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística Aplicada) - Departamento de Estatística e Informática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife*, 2014.
- [16] M. KOT. *Elements of Mathematical Ecology*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [17] V. VOLTERRA. Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. *Nature*, 118:558–560, 1926.
- [18] A. J. LOTKA. *Elements of Physical Biology*. Baltimore: William and Wilkins, 1925.
- [19] M. P. DANTAS. Seleção natural espontânea em sistemas presa-predador com difusão. *Monografia. (Graduação em Ciência da Computação. Bacharelado em Ciência da Computação)*. Minas Gerais: Lavras, page 65p., 2005.
- [20] R. C. BASSANEZI. Modelagem matemática. *3a Escola de Inverno em Matemática da Universidade Federal do ABC*, 2015. Acesso em: 20 jun. 2019.

- [21] J. ROCHA. Um modelo para o sistema presa-predador. *Revista do Instituto Superior politécnico de Viseu, Millenium on line*, (16), 1999. Acesso em: 10 de jul. de 2019.
- [22] M. J. SMITH and M. SLATKIN. The stability of predator-prey systems. *Ecology*, 54:384–391, 1973.
- [23] M. MARON. Modelling populations: From Malthus to the threshold of artificial life. *Brighton and Hove: tech.rep., University of Sussex*, page 17p, 2003.
- [24] A. KOROBENIKOV and G. WAKE. Global properties of the three-dimensional predator-prey Lotka-Volterra systems. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, 3:155–162, 1999.
- [25] P. L. NATTI et al. Mathematical modeling and stability of predator-prey systems. *eprint arXiv: 1504.06244*, 2015.
- [26] M. RAFIKOV and J. M. BALTHAZAR. Optimal pest control problem in population dynamics. *Computational and Applied Mathematics*, 24(1):65–81, 2005.
- [27] L. A. TREVISAN and F. M. M. LUZ. Prey-predator modeling of CO_2 atmospheric concentration. In: *Conference on computational and mathematical population dynamics, Campinas. CMPD2-book of abstracts*, 1:157–170, 2007. Acesso em: 13 jun. 2019.
- [28] H. C. BRITO. Aplicação do modelo matemático predador-presa de Lotka-Volterra no consumo do gás carbônico atmosférico por árvores na cidade de Ipatinga/MG. *152f. Dissertação (Mestrado Profissional em Tecnologia, Ambiente e Sociedade) - Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otini*, 2019.
- [29] R. M. JAFELICE et al. Cellular automata with fuzzy parameters in microscopic study of positive HIV individuals. *Mathematical and Computer Modelling*, 50:32–44, 2009.
- [30] S. S. GE, Z. TIAN, and T. H. LEE. Nonlinear control of a dynamic model of HIV-1. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 52(3):353–361, 2005.

- [31] A. R. MCLEAN, V. C. EMERY, A. WEBSTER, and P. D. GRIFFITHS. Population dynamics of HIV within an individual after treatment with zidovudine. *AIDS*, 5:485–489, 1991.
- [32] A. I. DOBAN and M. LAZAR. Feedback stabilization via rational control lyapunov functions. *54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 1148–1153, 2015.
- [33] M. A. L. CAETANO and T. YONEYAMA. A financial indicator for mid-term tendencies. *Physica A*, 385:609–620, 2007.
- [34] C. M. JACOBI. Efeitos da heterogeneidade estrutural na colonização de substratos artificiais anfípodos do entre-marés. *102f. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1992.*
- [35] T. CROWE. Different effects of microhabitat fragmentation on patterns of dispersal of an intertidal gastropod in two habitats. *Journal of Experimental Marine Biology and Ecology*, 206:83–107, 1996.
- [36] D. SCHLUTER. The ecology of adaptive radiation. *Oxford University Press, Oxford, UK*, 2000.
- [37] O. ALLOUCHE et al. Correlations between genetic and species diversity: effects of resource quantity and heterogeneity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109:17495–17500, 2012.
- [38] J. TEWS et al. Animal species diversity driven by habitat heterogeneity/diversity: The importance of keystone structures. *Journal of Biogeography*, 31:79–92, 2004.
- [39] V. SANTILLÁN et al. Direct and indirect effects of elevation, climate and vegetation structure on bird communities on a tropical mountain. *Acta Oecologica*, 102:103500, 2020.
- [40] J. FJELDSÅ, R. C. K. BOWIE, and C. RAHBEK. The role of mountain ranges in the diversification of birds. *Annual Review of Ecology and Systematics*, 43:249–265, 2012.

- [41] A. S. KALLIMANIS et al. Biogeographical determinants for total and endemic species richness in a continental archipelago. *Biodiversity and Conservation*, 19:1225–1235, 2010.
- [42] K. C. SETO, E. FLEISHMAN, J. P. FAY, and C. J. BETRUS. Linking spatial patterns of bird and butterfly species richness with landsat TM derived NDVI. *International Journal of Remote Sensing*, 25:4309–4324, 2004.
- [43] A. ANTONELLI and I. SANMARTÍN. Why are there so many plant species in the neotropics? *Taxon*, 60:403–414, 2011.
- [44] C. HUGHES and R. EASTWOOD. Island radiation on a continental scale: Exceptional rates of plant diversification after uplift of the andes. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 103:10334–10339, 2006.
- [45] M. J. STEINBAUER et al. Topography-driven isolation, speciation and a global increase of endemism with elevation. *Global Ecology and Biogeography*, 25(9):1097–1107, 2016.
- [46] QU. YANHUA et al. Long-term isolation and stability explain high genetic diversity in the Eastern Himalaya. *Molecular Ecology*, 23(3):705–720, 2014.
- [47] R. J. SILVA. Modelagem de interações ecológicas em ambientes com estrutura espacial. 56f. Tese (Doutorado em Biometria e Estatística Aplicada) - Departamento de Estatística e Informática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.
- [48] C. A. M. SOUZA. Modelos de competição e predação em ambientes fragmentados. 93f. Tese (Doutorado em Biometria e Estatística Aplicada) - Departamento de Estatística e Informática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.
- [49] S. VALLINA et al. Global relationship between phytoplankton diversity and productivity in the ocean. *Nature*, 5:4299, 2014.
- [50] B. B. C. MENDES. Estudo dos efeitos da distribuição de recursos em um ecossistema sobre a biodiversidade. 72f. Dissertação (Mestrado em Física Aplicada) - Departamento de Física, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

- [51] V. A. C. CARRASCOSA. Importância da heterogeneidade e quantidade de recursos na riqueza e redundância funcional de formigas arborícolas. *48f. Dissertação (Mestrado em Ecologia e Evolução) - Instituto de Ciências Biológicas, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.*
- [52] C. B. HUFFAKER. Experimental studies on predation: Dispersion factors and predator-prey oscillations. *Hilgardia*, 27:343–383, 1958.
- [53] R. M. MAY. Host-parasitoid systems in patchy environments: A phenomenological models. *Journal of Animal Ecology*, 47:833–843, 1978.
- [54] B. MANDELBROT. *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company, 1982.
- [55] M. F. BARNSLEY et al. *The science of fractal images*. Springer Verlag, 1988.
- [56] T. H. KEITT. Spectral representation of neutral landscapes. *Landscape Ecology*, 2:479–494, 2000.