



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
UNIDADE ACADÊMICA DO CABO DE SANTO AGOSTINHO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FÍSICA

SEBASTIÃO DA SILVA PINTO

Estatística da propagação e difusão de luz em vapores atômicos ressonantes

Cabo de Santo Agostinho - PE  
2021

SEBASTIÃO DA SILVA PINTO

Estatística da propagação e difusão de luz em vapores atômicos ressonantes

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Física.

Área de concentração: Optoeletrônica

Orientadora: Prof. Dr<sup>a</sup>. Martine Patrícia Arlette Chevrollier

Co-orientador: Prof. Dr. Sergio Vladimir Barreiro Degiorgi

Cabo de Santo Agostinho - PE  
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Sistema Integrado de Bibliotecas  
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- P659e Pinto, Sebastiao da Silva  
Estatística da propagação e difusão de luz em vapores atômicos ressonantes / Sebastiao da Silva Pinto.  
- 2021.  
96 f. : il.
- Orientadora: Martine Patricia Arlette Chevrollier.  
Coorientador: Sergio Vladimir Barreiro Degiorgi.  
Inclui referências e anexo(s).
- Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física, Cabo de Santo Agostinho, 2021.
1. óptica não-linear. 2. speckles. 3. estatística de speckles. I. Chevrollier, Martine Patricia Arlette, orient.  
II. Degiorgi, Sergio Vladimir Barreiro, coorient. III. Título

SEBASTIÃO DA SILVA PINTO

Estatística da propagação e difusão de luz em vapores atômicos ressonantes

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física da Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho da Universidade Rural de Pernambuco para obtenção do título de Mestre em Engenharia Física.

Aprovada em: 22/10/2021

Banca Examinadora:

---

Prof. Dra. Martine Patrícia Arlette Chevrollier  
PPENGFIS - UFRPE

---

Prof. Dr. Marcos Cesar Santos Oriá  
PPENGFIS - UFRPE

---

Prof. Dr. Fernando Jorge Sampaio Moraes  
PPGFA - UFRPE

Dedico este trabalho aos meus pais.

Porque vivimos a golpes, porque apenas si nos dejan decir que somos quien somos, nuestros cantares no pueden ser sin pecado un adorno. Estamos tocando el fondo, estamos tocando el fondo. Maldigo la poesia concebida como un lujo cultural por los neutrales que, lavándose las manos, se desentienden y evaden. Maldigo la poesia de quien no toma partido, partido hasta mancharse.

**Gabriel Celaya**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha orientadora, pelos conselhos que me ajudaram e ajudam a crescer tanto profissionalmente como pessoalmente, pela disponibilidade em sempre tirar minhas dúvidas, por ajudar a corrigir algumas deficiências que trouxe da graduação, por expor minhas qualidades e defeitos, pelos desafios, pelos incentivos (muitos) que me deu durante todo o percurso, pelo carinho e paciência comigo. Enfim, por todo o apoio que me deu durante esta jornada.

Agradeço ao meu coorientador, Professor Sérgio, pela orientação, pela disponibilidade e por me ajudar na parte experimental e na discussão dos resultados.

Aos meus pais, por sempre me incentivarem, e aos meus irmãos e minhas irmãs por me aguentarem.

Um agradecimento mais que especial à minha irmã Maria José Pinto, por todos os conselhos que me deu e me dá. Por sempre me trazer de volta ao mundo real, enfim, por tudo que você representa para mim. Sou teu fã, "maga"! Também não posso esquecer do meu irmão Marcelo, meu "parça" número 1, amigo de fé, irmão, camarada, "tamo junto".

A minha namorada Janaína, por ser luz na minha vida, pelos conselhos, pela confiança e pela força e incentivos que tem me dado neste fim de mestrado, "xero" meu farol.

Aos Professores do PPENGFIS pelos ensinamentos nas disciplinas.

Aos meus colegas da Pós-Graduação Dassaele, Karol, Torquato, Valéria, Élvio, Mariana, Jéssica, Aline, Leonardo, Zé Henrique, Robson, Felipe, Anderson, Jackson, Emanuel, e Anthyê, pelas conversas, pelos cafés, livros (Dassaele, Robson e Jéssica), etc, de uma forma ou de outra, todos contribuíram para meu crescimento. Por todo o aprendizado e por tudo, foi um prazer compartilhar este breve intervalo de tempo com vocês.

Agradeço a Ana por ter me ajudado nas primeiras montagens experimentais na mesa óptica.

Ao Lucas pela companhia nos experimentos que realizamos, pelas resenhas no Lab, e por ter realizado algumas simulações quando perdi uns arquivos.

A FACEPE pelo financiamento da pesquisa.

Ao povo pernambucano que com o suor de seus impostos tornam possível o desenvolvimento científico, tecnológico e econômico deste Estado.

E ao povo brasileiro tão sofrido que, também, com o suor de seus impostos me possibilitaram ter o desenvolvimento intelectual que estou tendo.

## RESUMO

A propagação da luz em um meio material é determinada pelas propriedades ópticas do material, que podem induzir desvio de direção, bem como defasagem e variação da amplitude do campo elétrico incidente. A luz também pode modificar as propriedades ópticas do meio, assim, experimentar efeitos auto-induzidos (mediados pelo meio) por meio da interação não linear com o meio. Em todos os casos, o campo transmitido ou espalhado contém informações sobre o processo de interação, que podem ser usadas para analisar o próprio processo ou as propriedades do campo incidente se o meio for conhecido. Como uma distribuição espacial de campos de luz deve ser muito sensível aos detalhes e à complexidade do meio, em nosso trabalho estudamos como a estatística de tal distribuição é modificada quando o campo se propaga em um meio não linear. Em nossas experiências o meio é um vapor atômico de césio e o campo um padrão monocromático com fases aleatórias de campo de speckles a uma frequência sintonizável em torno da transição  $D_2$  dos átomos de césio. As propriedades estatísticas da distribuição são caracterizadas por meio da Função Densidade de Probabilidade (PDF) e da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) da distribuição de intensidade. Realizamos simulações numéricas em linguagem Python, onde utilizamos os dados da linha  $D_2$  do césio para simular as condições reais de um vapor atômico de césio. Partindo de uma distribuição normal de campos elétricos incidentes em um meio não linear, nossos resultados evidenciam vários regimes de interação entre a luz e o material, dependendo da frequência da luz incidente. Analisamos particularmente a evolução da largura da função de correlação  $g^{(2)}$  nos vários regimes, bem como a influência da absorção não linear do meio e da potência da luz incidente.

**Palavras-chaves:** óptica não-linear; speckles; estatística de speckles.

## ABSTRACT

Light propagation in a material medium is determined by optical properties of the material, which may induce spatial deviation of direction, as well as dephasing and variation of the amplitude of the incident electric field. Light may also modify the optical properties of the medium and thus experience "self-induced"(medium-mediated) effects through nonlinear interaction with the medium. In all cases, the transmitted or scattered field contains information about the interaction process, which can be used to analyse either the process itself or the properties of the incident field if the medium is known. As a statistical distribution of light fields should be very sensitive to details and complexity of the medium, in our work we studied how the statistics of such a distribution is modified when it propagates in a nonlinear medium. In our experiences the medium is an atomic vapor of Cs and the field a monochromatic pattern with random phases of the field of speckles at frequency tunable around the  $D_2$  transition of cesium atoms. The statistical properties of the distribution are characterized through the Probability Density Function (PDF) and the correlation function ( $g^{(2)}$ ) of the intensity distribution. We realized numerical simulations in Python language, where we used the data of the D2 line of cesium to simulate real conditions of a cesium atomic vapor. Starting with a normal distribution of incident electric fields in a nonlinear medium, our results evidence various interaction regimes between the light and the material, depending on the frequency of the incident field. We particularly analyse the evolution of the width of the correlation function  $g^{(2)}$  in the various regimes, as well as the influence of the nonlinear absorption of the medium and of the incident light power.

**Keywords:** nonlinear optics; speckles; speckles statistics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquematização do átomo de dois níveis .....	30
Figura 2 – Gráfico mostrando as partes real (linha azul) e imaginária (linha laranja) em função da dessintonização, para uma intensidade $I/I_{sat} = 2, 5$ .....	11
Figura 3 – Gráficos da susceptibilidade para o lado azul: a) $\Delta = 0MHz$ b) $\Delta = 400MHz$ e c) $\Delta = -400MHz$ . .....	36
Figura 4 – Espectros da susceptibilidade na <i>linha D<sub>2</sub></i> do Cs para vários valores de intensidade local ( $I_{sat}$ ): a) Parte real e b) Parte imaginária da susceptibilidade .....	36
Figura 5 – Autofocalização e desfocalização de um feixe Gaussiano .....	38
Figura 6 – a) Sistema multinível com 4 níveis representando a linha D <sub>2</sub> do césio e b) espectro de transmissão multinível para a linha D <sub>2</sub> do césio .....	40
Figura 7 – Padrão de speckles obtido experimentalmente. ....	43
Figura 8 – Origem física de um padrão de speckles:(a) e (b) propagação no espaço livre por reflexão e transmissão, respectivamente e (b) sistema de formação de imagens com uma lente. ....	44
Figura 9 – Caminho aleatório no plano complexo .....	45
Figura 10 – Forma da função de autocorrelação. ....	49
Figura 11 – Estrutura hiperfina da linha D <sub>2</sub> do Cs. ....	51
Figura 12 – Ilustração célula de vapor. ....	52
Figura 13 – a) Forno para aquecimento da célula e resistência de cerâmica usada, b) Partes externa e interna do forno finalizadas. ....	53

Figura 14 – a) Localização dos resistores, da placa de alumina e dos termopares no forno b) representação da associação em paralelo dos resistores. ....	53
Figura 15 – Fonte: Autor .....	53
Figura 16 – Tabela com as distâncias obtidas na primeira medida. ....	54
Figura 17 – Fonte: Autor .....	54
Figura 18 – Distâncias medidas. C é célula que contém o Cs, F o forno, L a lente e LC designa o local da câmera. ....	55
Figura 19 – Imagem do laser utilizados em nossos experimento. ....	55
Figura 21 – Parte interna do laser. ....	56
Figura 20 – Diagrama da cavidade externa na configuração Littrow. ....	56
Figura 22 – a)Primeira montagem experimental para a colimação do feixe; 1) L1 e L2: lentes, 2) $\lambda/2$ : placa de meia onda $\lambda/2$ , 3) PL: polarizador A parte amarela após o DL representa a fibra óptica.b) Tabela com dados da primeira montagem. ....	57
Figura 23 – Segunda montagem experimental para a colimação do feixe.b) Tabela com dados da segunda montagem. ....	57
Figura 24 – Configuração de um experimento de absorção saturada. ....	58
Figura 25 – Espectro de absorção saturada da linha D2 do Cs. O círculo azul indica a transição $F = 4 \rightarrow F' = 3$ , o círculo amarelo a transição $F = 4 \rightarrow F' = 4$ e o círculo verde a transição $F = 4 \rightarrow F' = 5$ . O números em vermelho são os sinais cross-overs. ....	59
Figura 26 – Configuração de um experimento de absorção saturada. ....	59
Figura 27 – Imagem do perfil do feixe. ....	60
Figura 28 – Difusor óptico. ....	60

Figura 29 – Montagem experimental para a caracterização dos difusores: DL, laser de diodo; M1, M2 e M3, espelhos; $\lambda/2$ , placa de meia onda; BS, divisor de feixe polarizado; F, filtro; D, difusor; CCD, câmera. ....	61
Figura 30 – Perfis de intensidade das imagens do difusor em cada distância, os gráficos de cima e baixos mostram de perfis verticais e horizontais, respectivamente: a) 5 cm, b) 10 cm, c) 15 cm. ....	61
Figura 31 – Medidas de $P(I)$ e de $g^{(2)}$ : a) com o difusor a 5 cm de distância da câmera, b) difusor a 10 cm de distância da câmera, c) difusor a 15 cm da câmera. ....	62
Figura 32 – a) Configuração para calibração dos fotodetectores. M1, M2 e M2; espelhos, $\lambda/2$ ; placa de meia onda, PBS; divisor de feixe polarizado, F; filtro, L; lente, FD; fotodetector. ....	63
Figura 33 – Gráficos com as medidas potências do fotodetector 1 com ganhos de 0 dB (gráficos superiores) e 10 dB (gráficos inferiores) .....	63
Figura 34 – Gráficos com as medidas potências do fotodetector 2 com ganhos de 0 dB (gráficos superiores) e 10 dB (gráficos inferiores) .....	64
Figura 35 – Configuração para a calibração da janela BK7. ....	64
Figura 36 – Espectro de transmissão usado para calcular os coeficientes de absorção ,em amarelo temos o espectro para célula com 1 cm de comprimento e em azul o espectro de transmissão para a célula com dimensão interna de 5 cm. O espectro à esquerda é o zero de referência, o da direita, o espectro de transmissão. ....	65
Figura 37 – Representação de um Fabry-Pérot: (a) Fabry-Pérot utilizado nas medidas e (b)interior de um Fabry-Pérot, M1 e M2 são espelhos esféricos colocados nas extremidades, f é o foco dos espelhos, d a distância entre os espelhos e r o raio de curvatura dos destes espelhos. ....	66
Figura 38 – Posição do Fabry-Pérot na mesa óptica - configuração 2: a) M1, M2, M3, M4, M5: Espelhos, b) FD1, FD2: Fotodetectores, c) BS: Divisor de	

feixe, d) Cs: Célula de Césio, e) F: Filtro, f) L1, L2 e L3: Lentes, g) FPI: Fabry-Perrot, h) Janela reflexiva. ....	67
Figura 39 – a) sinal do Fabry-Pérot em amarelo e b) sinal da saturada em ciano. ...	67
Figura 40 – Esquema experimental para a aquisição de imagens. DL; laser de diodo. $\lambda/2$ ; placa de meia onda. BS; divisor de feixe. L1, L2, L3, L4 e L5; lentes. BK7; janela BK7. FD; fotodetector. M; espelho. D; difusor. Cs; forno com célula que contém Cs. F1 e F2; filtros. CCD; câmera. ....	68
Figura 41 – Esquema experimental da câmera escura para para sabermos o local onde a imagem dos speckles é formada. L; lanterna, F; Forno, C; Célula, L1; lente e A4; folha A4. ....	69
Figura 42 – a) Padrão de speckles da primeira medida, b) distribuição de intensidades e c) valor da $g^{(2)}$ . ....	71
Figura 43 – Largura da função de correlação sem interação com o meio. ....	71
Figura 44 – Esquema do telescópio utilizado nos experimentos. L1 e L2; lentes, $f_1$ e $f_2$ ; focos das lentes L1 e L2, respectivamente, D1 diâmetro do feixe ao incidir na primeira lente, D2 diâmetro do feixe após a lente 2, d; comprimento do telescópio que equivale a soma dos focos das lentes. ....	72
Figura 45 – a) Padrão de speckles, b) distribuição de intensidades e c) valor da $g^{(2)}$ . ....	73
Figura 46 – Configuração na diagonal da mesa óptica. DL; laser de diodo, $\lambda$ ; placa de meia onda, M; espelho, BPS; divisor de feixe/polarizador, BK7; janela BK7; L1, L2, L3 e L4; lentes, FD; fotodetector, D; difusor, Cs; célula de Césio, F1 e F2; filtros, CCD; câmera. O telescópio é formado pelas lentes L2 e L3. ....	73
Figura 47 – $P(l)$ e $g^{(2)}$ para as magnificações 6, 5.5, 5 e 1 .....	74
Figura 48 – Padrão de speckles para a magnificação 5 .....	75

Figura 49 – Comportamento da $P(I)$ e da $g_2$ em diferentes locais do padrão de speckles .....	75
Figura 50 – Comportamento da $P(I)$ e da $g_2$ em diferentes locais do padrão de speckles .....	76
Figura 51 – Montagem experimental de um espectro de transmissão. O feixe proveniente do laser de diodo incide diretamente na célula de Cs, depois passa por um filtro onde sua potência é atenuada para que não danifique o fotodetector, e, o seu sinal é finalmente captado pelo fotodetector. ....	77
Figura 52 – Espectro de transmissão obtido numericamente. As linhas azul, laranja, verde e vermelho, representam as transições $F_4 \rightarrow F_3$ , $F_4 \rightarrow F_4$ , $F_4 \rightarrow F_5$ e a superposição destas transições, respectivamente. $N = 1,53 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , $I/I_{sat} = 2,5$ . ....	78
Figura 53 – Susceptibilidade em função da intensidade para os lados vermelho ( $\Delta = -642\text{MHz}$ ) e azul da ressonância ( $\Delta = 642\text{MHz}$ ), com densidade atômica $N = 1,53 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ . ....	79
Figura 54 – Susceptibilidade em função da intensidade para os lados vermelho ( $\Delta = -642\text{MHz}$ ) e azul da ressonância ( $\Delta = 642\text{MHz}$ ), com densidade atômica $N = 1,53 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , as linhas com * verde e azul sendo as formas analíticas aproximadas da susceptibilidade. ....	80
Figura 55 – a) padrão de entrada e b) de saída para $\Delta = -642 \text{ MHz}$ obtido numericamente com intensidade incidente de $300 I_{sat}$ . ....	81
Figura 56 – Autofocalização e desfocalização da luz obtidas numericamente. a) Padrão de speckles de entrada, b) padrão de saída com autofocalização para o lado azul da ressonância ( $642 \text{ MHz}$ ) e c) padrão de saída com desfocalização para o lado vermelho da ressonância ( $-642 \text{ MHz}$ ). A intensidade incidente foi de $100 I_{sat}$ em ambos os casos. A escala das imagens é de $1024 \times 1024$ pixels. ....	82

Figura 57 – a) Função densidade de probabilidade para três regimes de interação, normal, atrativo e repulsivo. b) Função de correlação para os regimes de interação normal, atrativo e repulsivo. ....	83
Figura 58 – Função densidade de probabilidade para a dessintonização de 642 MHz para vários valores da intensidade incidente. ....	84
Figura 59 – Comportamento da função de correlação $g(2)$ com a intensidade. ....	84
Figura 60 – Largura da função de correlação ( $g(2)$ ) em função da intensidade; a) larguras até $10000 I_{sat}$ , b) zoom detalhado do que ocorre de $0,001 I_{sat}$ até $1000 I_{sat}$ . ....	85
Figura 61 – Largura da função de correlação ( $g(2)$ ) em função da intensidade incidente de $1=3$ até $1=6$ da altura máxima $g(2)(0)$ . ....	86
Figura 62 – Largura da função de correlação ( $g(2)$ ) em função da intensidade de $1=7$ até $1=10$ de altura. ....	87
Figura 63 – Largura relativa da função de correlação ( $g(2)$ ) em função da intensidade. $w_2$ e $w_{2input}$ são as $g(2)$ de saída e entrada respectivamente. ....	88
Figura 64 – Lei de potência obtida numericamente. $I = 500 I_{sat}$ . ....	88
Figura 65 – Imagens dos padrões de speckles de saída após o colapso de onda não linear. a) Padrão de saída para $800 I_{sat}$ e b) padrão de saída para $6000 I_{sat}$ . ....	89
Figura 66 – Função densidade de probabilidade para a dessintonização de -642 MHz para vários valores da intensidade incidente. ....	90
Figura 67 – Comportamento da função de correlação $g_2$ com a intensidade para a dessintonização de -642 MHz. ....	91
Figura 68 – Comportamento da função de correlação $g_2$ com a intensidade para a dessintonização de -642 MHz: a) larguras até $10000 I_{sat}$ , b) zoom detalhado de $0,001$ até $1000 I_{sat}$ . ....	92

Figura 69 – Largura da função de correlação ( $g(2)$ ) em função da intensidade de $1=3$ até $1=6$ de altura. ....	93
Figura 70 – Largura da função de correlação ( $g(2)$ ) em função da intensidade de $1=7$ até $1=10$ de altura. ....	94
Figura 71 – PDF com e sem absorção. Gráficos superiores dessintonização de 642 MHz e gráficos inferiores dessintonização de -642 MHz. ....	95
Figura 72 – Função de correlação com e sem absorção para os lados azul (gráficos a e b) e vermelho (gráficos c e d) da ressonância. ....	96
Figura 73 – Largura a meia altura da função de correlação com e sem absorção para os lados azul (gráfico a) e vermelho (gráfico b) da ressonância. ....	97
Figura 74 – Função de correlação normalizada em função da intensidade para o lado azul da ressonância. a) $g(2)$ normalizada para todas as intensidades utilizadas na simulações e b) $g(2)$ normalizada para o intervalo de intensidade de $0,001/sat$ até $1000/sat$ . ....	98
Figura 75 – Função de correlação normalizada em função da intensidade para o lado vermelho da ressonância. a) $g(2)$ normalizada para todas as intensidades utilizadas na simulações e b) $g(2)$ normalizada para o intervalo de intensidade de $0,001/sat$ até $1000/sat$ .....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados da câmera .....	68
Tabela 2 – Constantes físicas fundamentais .....	105
Tabela 3 – Propriedades físicas do Cs .....	105
Tabela 4 – Propriedades Ópticas da linha D2 do Cs .....	106

## LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 2.1 .....	26
Equação 2.2 .....	26
Equação 2.3 .....	26
Equação 2.4 .....	26
Equação 2.5 .....	27
Equação 2.6 .....	27
Equação 2.7 .....	27
Equação 2.8 .....	27
Equação 2.9 .....	27
Equação 2.10.....	27
Equação 2.11.....	27
Equação 2.12.....	28
Equação 2.13.....	28
Equação 2.14.....	28
Equação 2.15.....	28
Equação 2.16.....	28
Equação 2.17.....	28
Equação 2.18.....	28
Equação 2.19.....	29
Equação 2.20.....	29
Equação 2.21.....	30
Equação 2.22.....	30

Equação 2.23.....	30
Equação 2.24.....	30
Equação 2.25.....	31
Equação 2.26.....	31
Equação 2.27.....	31
Equação 2.28.....	31
Equação 2.29.....	31
Equação 2.30.....	31
Equação 2.31.....	31
Equação 2.32.....	31
Equação 2.33.....	31
Equação 2.34.....	31
Equação 2.35.....	32
Equação 2.36.....	32
Equação 2.37.....	32
Equação 2.38.....	32
Equação 2.39.....	32
Equação 2.40.....	33
Equação 2.41.....	33
Equação 2.42.....	33
Equação 2.43.....	33
Equação 2.44.....	33
Equação 2.45.....	33
Equação 2.46.....	33

Equação 2.47.....	34
Equação 2.48.....	34
Equação 2.49.....	34
Equação 2.50.....	34
Equação 2.51.....	37
Equação 2.52.....	37
Equação 2.53.....	38
Equação 2.54.....	38
Equação 2.55.....	39
Equação 2.56.....	39
Equação 3.1 .....	41
Equação 3.2 .....	41
Equação 3.3 .....	41
Equação 3.4 .....	42
Equação 3.5 .....	42
Equação 3.6 .....	42
Equação 3.7 .....	42
Equação 3.8 .....	43
Equação 3.9.....	45
Equação 3.10.....	45
Equação 3.11.....	45
Equação 3.12.....	45
Equação 3.13.....	46
Equação 3.14.....	46

Equação 3.15.....	46
Equação 3.16.....	46
Equação 3.17.....	46
Equação 3.18.....	46
Equação 3.19.....	46
Equação 3.20.....	46
Equação 3.21.....	47
Equação 3.22.....	47
Equação 3.24.....	47
Equação 3.25.....	47
Equação 3.26.....	47
Equação 3.27.....	47
Equação 3.28.....	47
Equação 3.29.....	48
Equação 3.30.....	48
Equação 3.31.....	48
Equação 3.32.....	48
Equação 3.33.....	48
Equação 3.34.....	49
Equação 3.35.....	49
Equação 3.36.....	49
Equação 4.1.....	65
Equação 4.2.....	65
Equação 4.3.....	66

Equação 4.4.....	69
Equação 5.1.....	80
Equação 5.2.....	80
Equação 5.3.....	81
Equação 5.4.....	81

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	25
<b>2 PROPAGAÇÃO DA LUZ EM VAPORES ATÔMICOS RESSONANTES</b> .....	26
2.1 INTRODUÇÃO .....	26
2.2 EQUAÇÃO DE ONDA PARA MEIOS NÃO LINEARES .....	26
2.3 SUSCEPTIBILIDADE ELÉTRICA .....	29
2.3.1 Sistema atômico de dois níveis .....	29
2.3.2 A susceptibilidade elétrica para um vapor atômico .....	32
2.4 COEFICIENTE DE ABSORÇÃO .....	33
2.5 A SUSCEPTIBILIDADE EM FUNÇÃO DA DESSINTONIZAÇÃO .....	34
2.6 A SUSCEPTIBILIDADE EM FUNÇÃO DA INTENSIDADE .....	36
2.7 AUTOFOCALIZAÇÃO E DESFOCALIZAÇÃO .....	37
2.8 MODELO MULTINÍVEIS .....	39
<b>3 ESTATÍSTICA DE SPECKLES</b> .....	41
3.1 INTRODUÇÃO .....	41
3.2 ESTATÍSTICA NORMAL .....	41
3.3 VARIÁVEIS DISCRETAS E CONTÍNUAS .....	41
3.4 A LEI DOS GRANDES NÚMEROS E O TEOREMA DO LIMITE CENTRAL .....	42
3.5 A ESTATÍSTICA DE SPECKLES .....	43
3.5.1 A estatística de primeira ordem de um padrão de speckles .....	44
3.5.2 A estatística de segunda ordem de um padrão de speckles .....	48
<b>4 MEDIDAS EXPERIMENTAIS PRELIMINARES</b> .....	50
4.1 INTRODUÇÃO .....	50
4.2 A CÉLULA COM O VAPOR ATÔMICO DE CÉSIO .....	50
4.2.1 O Césio .....	50
4.2.2 A célula de vapor .....	51
4.3 O FORNO QUE CONTÉM A CÉLULA ÓPTICA .....	52
4.4 MEDIDA DA DISTÂNCIA ENTRE AS JANELAS .....	54
4.5 O LASER .....	55
4.5.1 Colimação do feixe .....	56
4.6 ABSORÇÃO SATURADA .....	57
4.6.1 Caracterização do feixe .....	59
4.7 CARACTERIZAÇÃO DO DIFUSOR .....	60

4.8 CALIBRAÇÃO DOS FOTODETECTORES .....	62
4.9 CALIBRAÇÃO DA JANELA BK7 .....	64
4.10 MEDIDAS DO COEFICIENTE DE ABSORÇÃO .....	65
4.10.1 Alinhamento do Fabry-Pérot e a nova configuração da saturada .....	65
4.11 MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA AQUISIÇÃO DAS IMAGENS DOS SPECKLES .....	68
4.11.1 Local de formação da imagem dos speckles .....	69
4.11.2 Processamento e análise de imagens .....	69
4.11.2.1 <b>Procedimentos a serem realizados antes da captura das imagens</b> .....	70
4.11.2.2 <b>A obtenção das imagens</b> .....	70
4.11.2.3 <b>A análise</b> .....	70
4.12 CARACTERIZAÇÃO DOS SPECKLES .....	70
4.13 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE AS MEDIDAS EXPERIMENTAIS ....	76
<b>5 ESTATÍSTICA DA PROPAGAÇÃO DE LUZ EM VAPORES ATÔMICOS RESSONANTES</b> .....	77
5.1 INTRODUÇÃO .....	77
5.2 O MEIO NÃO-LINEAR .....	77
5.3 O ESPECTRO DE TRANSMISSÃO .....	77
5.4 DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA DO MEIO À LUZ INCIDENTE .....	79
5.5 SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE LUZ NO VAPOR RESSONANTE DE CS .....	80
5.6 RESULTADOS .....	82
5.6.1 Autofocalização e desfocalização da luz .....	82
5.6.2 Distribuições normal, supertérmica e subtérmica de intensidade .....	82
5.6.3 A distribuição supertérmica de intensidade .....	83
5.6.3.1 <b>Lei de potência</b> .....	88
5.6.4 A distribuição subtérmica de intensidade .....	89
5.6.5 A influência da competição entre a absorção não-linear e a dispersão nas distribuições supertérmicas e subtérmicas .....	94
5.6.5.1 <b>A função de correlação</b> .....	95
5.6.6 $g(2)$ normalizada em função da intensidade .....	97
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	100
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	102



## 1 INTRODUÇÃO

Nesta dissertação apresentaremos os resultados das simulações numéricas de propagação da luz ressonante em vapor atômico de césio, com objetivo de verificar a modificação na estatística da luz que se propaga neste meio não-linear e como a absorção não-linear influencia na estatística de propagação da luz no vapor atômico.

Para descrever a propagação de luz em um meio não-linear usamos a equação de Schrodinger não-linear (Bromberg *et al*, 2010). Estudamos então, como um feixe propagante interage com o meio pode ser realizado considerando alterações das propriedades dispersivas e absorptivas do meio (Siddons, 2014), que são expressas pelas partes real e imaginária da susceptibilidade elétrica do meio.

Para fazer a análise da estatística de propagação da luz em um meio não-linear, experimentalmente, podemos gerar um campo de speckle através de um difusor.

No que concerne ao estudo e controle da estatística de um campo de speckle o trabalho de Alves e co-autores (Alves *et al*, 2019) mostra que para um vapor atômico de rubídio as estatística de propagação da luz neste meio evolui de uma distribuição normal para uma distribuição supertérmica ou subtérmica, dependendo da dessintonização escolhida. Aqui mostraremos que obtivemos resultados numéricos similares para um vapor atômico de césio.

Os próximos capítulos, 2 e 3, trazem os fundamentos teóricos de nosso trabalho, no Capítulo 2 desenvolveremos uma equação de propagação partindo das equações Maxwell e de um modelo semi-clássico de interação luz-átomo para tratar da propagação de luz em um meio não-linear, já no Capítulo 3 trataremos dos conceitos estatísticos que usaremos neste trabalho, e ainda nesse Capítulo 3 faremos uma apresentação da estatística de speckle abordando as estatísticas de primeira e segunda ordem. No Capítulo 4 descreveremos a montagem e relataremos algumas medidas experimentais que realizamos em laboratório. No Capítulo 5 apresentaremos os resultados que obtivemos através das simulações numéricas que realizamos. Por fim, no Capítulo 6, faremos nossas considerações finais acerca dos resultados obtidos.

## 2 PROPAGAÇÃO DA LUZ EM VAPORES ATÔMICOS RESSONANTES

### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo iremos introduzir os conceitos necessários para tratar da propagação de um campo eletromagnético em um meio não-linear. Para isso, desenvolveremos uma equação de propagação a partir das equações de Maxwell e de um modelo semi-clássico de interação entre luz e átomos. A resposta do meio não-linear à onda eletromagnética é representada pela susceptibilidade deste meio. Essa susceptibilidade será explicitada em função dos parâmetros do sistema estudado; um vapor atômico nesse trabalho: densidade atômica, parâmetros da transição atômica explorada como momento dipolar e taxa de decaimento espontâneo, assim como de variáveis associadas à radiação: frequência e intensidade da luz.

Analisaremos o comportamento da susceptibilidade em função da frequência e da intensidade da luz, que são as variáveis relevantes no nosso estudo onde uma distribuição espacial de intensidade se propaga no meio e onde podemos variar (em torno da ressonância atômica) a frequência da luz incidente no meio.

### 2.2 EQUAÇÃO DE ONDA PARA MEIOS NÃO LINEARES

Sendo os fenômenos eletromagnéticos descritos pelas equações de Maxwell, a partir delas começaremos a descrição da propagação de luz em um meio não-linear. As equações de Maxwell, no caso de ausência de fontes e correntes livres e sem magnetização, são descritas por:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (2.4)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo,  $\vec{E}$  o campo elétrico,  $\vec{B}$  o campo magnético da onda e  $\vec{D}$  é o vetor deslocamento elétrico.

Ao aplicarmos o rotacional na equação (2.1), e considerando o fato de que  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , teremos

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}. \quad (2.5)$$

O deslocamento elétrico está relacionado com o campo  $\vec{E}$  e a polarização  $\vec{P}$  do meio através da equação,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0(1 + \chi) \vec{E}, \quad (2.6)$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade no vácuo e  $\chi$  é a susceptibilidade do meio.

Assim podemos reescrever a equação (2.5) em termos do campo elétrico e da polarização,

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (2.7)$$

A polarização e o campo elétrico estão relacionados de modo que  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ , descrevendo a resposta de um meio ao campo óptico aplicado. Temos então  $\vec{D} = \epsilon_0 n^2 \vec{E}$ , onde  $n$  é o índice de refração complexo do meio,  $n^2 = 1 + \chi$ . Assim

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.8)$$

onde usamos  $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$ .

Iremos primeiro considerar o caso de um campo óptico fraco (Alves, 2016; Wang;205), assim podemos usar a seguinte aproximação  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} + \vec{P}_{NL}$ , onde os primeiro e segundo termos representam as partes linear e não linear da polarização, respectivamente. Logo, a equação (2.6) pode ser descrita como

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_L \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

Onde  $\epsilon_L = \epsilon_0(1 + \chi^{(1)})$  e  $\chi^{(1)}$  a susceptibilidade linear do meio. Definimos  $\vec{E}$  e  $\vec{P}$  como

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \vec{A}(\vec{r}, t) e^{ikz - i\omega t} + \frac{1}{2} \vec{A}^*(\vec{r}, t) e^{-ikz + i\omega t} \quad (2.10)$$

e

$$\vec{P}_{NL} = \frac{1}{2} \vec{p} e^{ikz - i\omega t} + \frac{1}{2} \vec{p}^* e^{-ikz + i\omega t} \quad (2.11)$$

onde  $z$  é a direção de propagação da onda,  $k$  é o módulo do vetor de onda,  $\omega$  é a frequência angular e  $\vec{A}$  e  $\vec{p}$  são amplitudes complexas.  $\vec{E}$  e  $\vec{P}$  podem ser ondas planas ou não, pois suas amplitudes complexas são quantidades que variam espacialmente (Alves, 2016; Wang;205).

Como a direção de propagação  $z$  é a dominante, e considerando que a amplitude complexa varia lentamente com a posição quando comparada com o comprimento de

onda e com o tempo, poderemos usar a aproximação de envelope variando lentamente (SVEA). Temos

$$\lambda \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \right| \ll |\vec{A}| \iff \frac{1}{k} \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \right| \ll |\vec{A}| \quad (2.12)$$

$$T \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right| \ll |\vec{A}| \iff \frac{1}{\omega} \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right| \ll |\vec{A}| \quad (2.13)$$

e

$$\left| \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} \right| \ll k \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \right|, \left| \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \right| \ll \omega \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right|, \left| \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right| \ll \omega |\vec{A}|. \quad (2.14)$$

Poderemos desprezar os termos  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2}$ ,  $\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}$ ,  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial^2 \vec{p}}{\partial t^2}$  e  $\frac{\partial \vec{p}}{\partial t}$  que aparecem tanto para  $\vec{E}$  como para  $\vec{P}_{NL}$ . Desta maneira a equação de propagação pode ser escrita como

$$i2k \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \vec{A} - k^2 \vec{A} = -\mu_0 \epsilon \omega^2 \vec{A} - \mu_0 \omega^2 \vec{p}, \quad (2.15)$$

onde  $\nabla_{\perp}^2 \vec{A} = \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial y^2}$  é o Laplaciano de  $\vec{A}$  no plano  $(x,y)$  perpendicular ao eixo de propagação  $z$  e representa a difração do campo elétrico durante a propagação no meio. No entanto,  $\mu_0 \epsilon \omega^2 = \frac{n_0^2 \omega^2}{c^2} = k^2$  e  $n_0 = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$ , e a nossa equação de onda será,

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial z} - \frac{i}{2k} \nabla_{\perp}^2 \vec{A} = i \frac{k}{2n_0^2 \epsilon_0} \vec{p}. \quad (2.16)$$

Nas nossas experiências, temos uma distribuição de intensidade do campo elétrico no meio ( $I \propto |\vec{E}^2|$ ), com campos de fraco a forte. No caso de campo forte, a aproximação feita na equação  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} + \vec{P}_{NL}$  pode não ser mais válida. Precisamos então encontrar uma equação de propagação que possa ser aplicada em todas as posições no meio linear, seja o campo fraco ou forte. Iniciando o desenvolvimento a partir da equação 2.8, encontramos a equação de propagação do campo elétrico da luz no meio não-linear para qualquer valor da amplitude do campo:

$$2ik \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = -\nabla_{\perp}^2 \vec{A} - \frac{k^2}{n_0^2} \chi \vec{A} \quad (2.17)$$

ou

$$2ik \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = -\nabla_{\perp}^2 \vec{A} - \frac{k^2}{n_0^2 \epsilon_0} \cdot \vec{p} \quad (2.18)$$

usando o fato de  $\vec{p} = \epsilon_0 \chi \vec{A}$

Usaremos a equação (2.18) para simular a propagação de um padrão aleatório de campo elétrico (padrão de speckles) em um meio não linear caracterizado pela susceptibilidade não linear complexa  $\chi$ .

A seguir, iremos procurar uma expressão dessa susceptibilidade em função dos parâmetros do meio e do campo eletromagnético.

Um padrão de speckles tem uma distribuição espacial  $I(\vec{r})$  de intensidade e a resposta do meio não linear será descrita pela susceptibilidade  $\chi(\vec{r}, t)$ .

### 2.3 SUSCEPTIBILIDADE ELÉTRICA

Neste tópico iremos procurar uma expressão para a susceptibilidade elétrica que determina a propagação de um campo óptico  $\vec{E}$  dentro de um meio não linear. A susceptibilidade  $\chi$  representa a resposta (polarização) do meio ao campo eletromagnético aplicado,  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ .

Por outro lado, a polarização é o momento de dipolo por unidade de volume e, sendo  $N$  a densidade atômica:

$$P = N \langle \mu \rangle, \quad (2.19)$$

onde  $\langle \mu \rangle$  é o momento dipolar atômico médio, com  $\vec{\mu} = -e\vec{r}$ .

Para determinar  $\langle \mu \rangle$  usaremos um modelo semi-clássico, onde o campo elétrico está expresso por

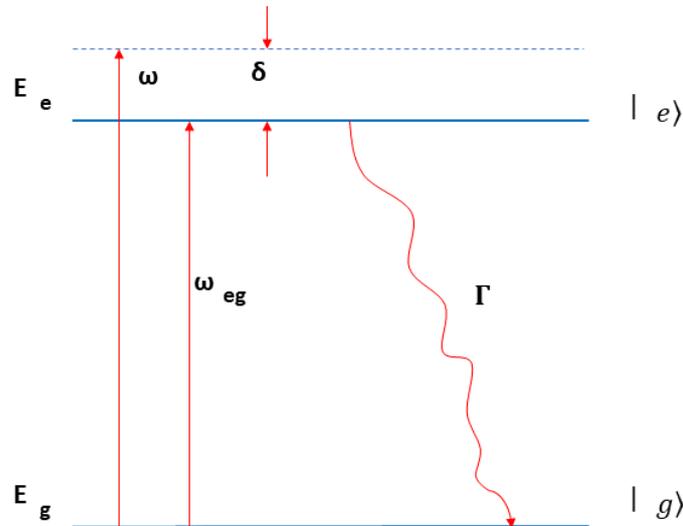
$$\vec{E} = \frac{1}{2} \vec{A} e^{i(kz - \omega t)} + c.c, \quad (2.20)$$

e o átomo está representado pelo conjunto de seus níveis de energia (quase) ressonantes com a radiação eletromagnética. Na equação (2.20) c.c é o complexo conjugado. Começaremos pelo modelo mais simples de um átomo, o de 2 níveis.

#### 2.3.1 SISTEMA ATÔMICO DE DOIS NÍVEIS

Neste modelo, consideramos o nível fundamental  $|g\rangle$  do átomo com energia  $E_g$  e um único nível excitado de energia  $E_e$   $|e\rangle$ , tal que a transição  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$  é ressonante com o campo eletromagnético ( $\omega_{eg} \simeq \omega$ ) onde  $\omega$  é a frequência angular do campo e  $\omega_{eg} = \frac{E_e - E_g}{\hbar}$ .

Figura 1 – Esquematização do átomo de dois níveis



Fonte: Autor

A contribuição não ressonante dos outros níveis de energia é desprezada nesse modelo.

A perturbação sofrida pelo átomo quando um campo eletromagnético incide sobre ele é descrita pelo hamiltoniano

$$H = H_0 + \hat{V} \quad (2.21)$$

$$H_0 = \hbar\omega_{eg} |e\rangle\langle e|$$

onde  $\hat{V}$  é o hamiltoniano de interação  $\hat{V} = \hat{\mu}\vec{E}$ ,  $\hat{\mu}$  sendo o operador momento de dipolo do átomo e  $\hbar$  é a constante de Planck dividida por  $2\pi$ .  $H_0$  é o hamiltoniano do átomo livre, onde consideramos  $E_g = 0$ .

Na expressão do campo elétrico, fazemos a aproximação de dipolo onde levamos em conta o fato das dimensões ( $|\vec{r}| \simeq 10^{-9}m$ ) do átomo serem muito menores que o comprimento de onda da radiação ( $\lambda \simeq 10^{-6}m$ ).

$$\lambda \gg r \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \ll \frac{1}{r} \rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r} \ll 1 \quad (2.22)$$

A expressão de  $\vec{E}$  é então  $\vec{E} \simeq \frac{1}{2}\vec{A}e^{-i\omega t} + c.c.$

Supondo a luz polarizada na direção  $\hat{x}$ , os elementos de matriz de  $\hat{\mu}$  contribuindo no hamiltoniano de interação

$$\langle g | \hat{\mu}_x | e \rangle = -e\langle g | x | e \rangle = \mu_{ge}, \quad (2.23)$$

com  $\mu_{ge} = \mu_{eg}^*$ .

Devido à paridade do operador  $x$ , os elementos diagonais  $\mu_{ee}$  e  $\mu_{gg}$  são nulos. Assim, o hamiltoniano de interação tem a forma

$$\hat{V} = (\mu_{eg} |e\rangle\langle g| + \mu_{ge} |g\rangle\langle e|) \cdot \frac{1}{2}(Ae^{-i\omega t} + A^*e^{i\omega t}) \quad (2.24)$$

O meio não-linear é constituído de um número  $N$  de átomos por unidade de volume, os quais estão em uma mistura estatística de auto-estados do átomo de 2 níveis, não podendo ser representados por uma superposição de estados. O formalismo mais adequado para descrever o meio é o da matriz densidade  $\rho$ .

$$\rho = \sum_i P_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (2.25)$$

onde  $P_i$  é a probabilidade de encontrar um sistema aleatoriamente tirado do conjunto no estado  $|\psi_i\rangle$ .

Para o átomo de dois níveis  $|e\rangle$  e  $|g\rangle$ , temos

$$\rho = P_g |g\rangle\langle g| + P_e |e\rangle\langle e| \quad (2.26)$$

ou, na forma matricial

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

onde  $\rho_{gg} = \langle g | \rho | g \rangle$ ,  $\rho_{ee} = \langle e | \rho | e \rangle$ ,  $\rho_{eg} = \langle e | \rho | g \rangle$  e  $\rho_{ge} = \langle g | \rho | e \rangle$ . Sendo  $\rho_{gg}$  e  $\rho_{ee}$  os termos de população e  $\rho_{eg}$  e  $\rho_{ge}$  os de coerência. A equação de evolução do sistema é dada por:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \text{termo de relaxação} \quad (2.28)$$

com  $H$  dado na equação (2.21).

As equações de Bloch para a evolução dos elementos da matriz densidade (Weiner, 2003) são:

$$\dot{\rho}_{gg} = i\Omega_i\rho_{eg} - i\Omega_i\rho_{ge} + \Gamma\rho_{ee} \quad (2.29)$$

$$\dot{\rho}_{ee} = i\Gamma_i\rho_{ge} - i\Gamma_i\rho_{eg} - \Gamma\rho_{ee} \quad (2.30)$$

$$\dot{\rho}_{ge} = -i\delta_i + i\Gamma_i\rho_{ee} - i\Gamma_i\rho_{gg} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{ge} \quad (2.31)$$

$$\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1 \quad (2.32)$$

O valor esperado do momento de dipolo na equação (2.19) é dado por:

$$\langle\mu\rangle = Tr(\mu\rho) = (\mu\rho)_{gg} + (\mu\rho)_{ee}, \quad (2.33)$$

deste modo a polarização será

$$P = N(\mu_{ge}\rho_{eg} + \mu_{eg}\rho_{ge}). \quad (2.34)$$

Com a solução das equações Bloch, usando a equação (2.34), onde também levamos em conta que  $P = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ , encontramos a equação da susceptibilidade

$$\chi = N \frac{|\mu_{eg}|^2}{\hbar \Gamma^2 \epsilon_0} \frac{i - 2\delta/\Gamma}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}} \quad (2.35)$$

Onde  $\Gamma$  é a largura de linha homogênea,  $\mu_{eg}$  é o momento de dipolo,  $N$  é a densidade atômica,  $I_{sat}$ , é intensidade de saturação,  $\epsilon_0$ , a permissividade elétrica no vácuo e  $\hbar$  é a constante de Planck. Essa equação da resposta atômica considera que os átomos interagem com uma onda de frequência  $\omega$  tal que  $\delta = \omega - \omega_{eg}$  é a dessintonização da luz em relação à frequência central da transição,  $\omega_{eg}$ . Entretanto,  $\omega$  é a frequência da luz no referencial do laboratório. No referencial do átomo, a frequência da luz depende da velocidade do átomo na direção de propagação da luz, através do efeito Doppler.

### 2.3.2 A SUSCEPTIBILIDADE ELÉTRICA PARA UM VAPOR ATÔMICO

Em um vapor atômico os átomos se encontram em movimento, e, neste caso, suas velocidades obedecem a distribuição de Maxwell-Boltzmann. Considerando o deslocamento Doppler devido ao movimento térmico do átomo temos que a frequência  $\omega'$  no referencial do átomo será

$$\omega' = \omega - kv \quad (2.36)$$

onde  $\omega$  é frequência da radiação no referencial do laboratório,  $k = \frac{\omega}{c}$  é o módulo do vetor de onda e  $v$  é a velocidade dos átomos na direção de propagação da luz. Pela equação (2.36), vemos que átomo absorve quando  $\omega' = \omega_{eg} \Leftrightarrow \Delta = \omega - \omega_{eg} = \omega - \omega' = kv$

A fração de átomos no vapor com componente  $v$  de velocidade é dada pela distribuição de Maxwell Boltzman:

$$f(v)dv = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{v^2}{u^2}\right]dv, \quad (2.37)$$

onde  $u$  é a velocidade mais provável da distribuição,  $u = \sqrt{\frac{2k_b T}{m}}$ ,  $k$  é a constante de Boltzmann,  $T$  a temperatura do vapor e  $m$  a massa dos átomos.

A resposta dos átomos da classe de velocidade  $v$  ao campo de frequência angular  $\omega$  será então:

$$\chi(\Delta, I, v) = N \frac{|\mu_{eg}|^2}{\hbar \Gamma \epsilon_0} \frac{i - \frac{2(\Delta - kv)}{\Gamma}}{1 + \frac{4(\Delta - kv)^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{sat}}} \quad (2.38)$$

e a susceptibilidade global do meio

$$\chi(\Delta, I) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\Delta, I, v) f(v) dv \quad (2.39)$$

Essa resposta do meio é a convolução da Lorentziana  $\chi(\Delta, I, v)$ , equação (2.38), com a Gaussiana  $f(v)$ , equação (2.37). Em geral ela não pode ser calculada analiticamente. No nosso caso, usaremos nas simulações numéricas uma função analítica aproximada que permitirá determinar a função  $\chi(\Delta, I(\vec{r}))$  em todos os pontos do vapor.

## 2.4 COEFICIENTE DE ABSORÇÃO

No modelo semi-clássico que estamos utilizando para representar o campo elétrico na equação (2.20) o vetor de onda pode ser dividido em duas partes, uma real e outra imaginária,

$$k = k' + ik'' \quad (2.40)$$

e deste modo o campo elétrico, equação (2.20), será dado por

$$\vec{E} = \frac{\vec{A}}{2} e^{-k''z} e^{i(kz - \omega t)} + c.c., \quad (2.41)$$

onde  $k''$  é o índice de extinção que dá o decaimento do campo elétrico com a distância em um meio de forma exponencial. Sabemos que a intensidade é proporcional a  $|E|^2$ , assim temos um decaimento exponencial de energia proporcional a  $e^{-2k''z}$ , deste modo o coeficiente de absorção será

$$\alpha = 2k'' \quad (2.42)$$

O fato da equação (2.40) ter um termo complexo mostra que podemos fazer uso do índice de refração complexo, assim

$$k = n \frac{\omega}{c} = (n' + in'') \frac{\omega}{c} = k' + ik'' \quad (2.43)$$

onde as partes real e imaginária do índice de refração são definidos como  $n = n' + in''$ . Usando  $n^2 = 1 + \chi$  e  $\chi \ll 1$ ,

$$n = (1 + \chi)^{\frac{1}{2}} \simeq 1 + \frac{\chi}{2} \quad (2.44)$$

Obtemos então

$$n' = 1 + \frac{\chi'}{2} \quad (2.45)$$

e

$$n'' = \frac{\chi''}{2}. \quad (2.46)$$

Essa relação do índice de refração com a constante dielétrica e a susceptibilidade nos permite representar o coeficiente de absorção  $\alpha$  como função da susceptibilidade

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \chi'' \quad (2.47)$$

No entanto a absorção não-linear também dependerá da densidade atômica do meio, desta maneira ela poderá ser definida através da seguinte relação

$$\alpha = N\sigma \quad (2.48)$$

onde  $N$  é a densidade atômica do meio e  $\sigma$  é a seção de choque, que é a área efetiva de espalhamento da luz.

Como a intensidade do campo do meio é proporcional a  $|E|^2$ , temos que

$$I = I_0 e^{-\alpha z} = I_0 e^{-\chi'' \frac{\omega}{c} z} \quad (2.49)$$

A equação [2.49](#) é conhecida como a Lei Beer-Lambert.

Usando a Lei de Beer-Lambert podemos definir a transmissão da luz através de um meio com comprimento  $z$  como

$$T = \frac{I(z)}{I_0} = e^{-\chi'' \frac{\omega}{c} z} \quad (2.50)$$

## 2.5 A SUSCEPTIBILIDADE EM FUNÇÃO DA DESSINTONIZAÇÃO

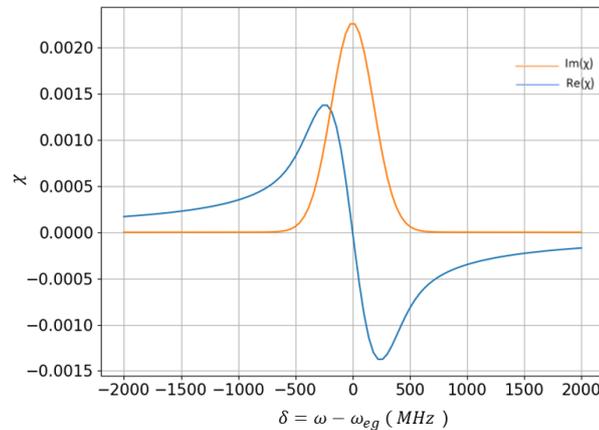
A resposta do meio não-linear ao campo eletromagnético depende fortemente da frequência deste. A dessintonização  $\Delta$  em relação ao centro da ressonância atômica determina a natureza e a intensidade dos efeitos de propagação em uma faixa estreita  $\frac{\Delta}{\Gamma} \approx 1$ , com  $\frac{\Gamma}{2\pi} = 5 \text{ MHz}$  no nosso sistema atômico, ou seja  $\frac{\Gamma}{\omega} \simeq \frac{10^6}{10^{14}} = 10^{-8}$ . É preciso, então, analisarmos cuidadosamente o comportamento da susceptibilidade em função da frequência para escolher a(s) frequência(s) de trabalho, tanto experimentais, quanto numéricas.

A partir da equação [\(2.39\)](#) calculamos o espectro  $\chi(\Delta)$  para intensidades fixas para inferir o comportamento de um campo  $E(\omega)$  em tal vapor. Mostramos a seguir algumas figuras representativas desse comportamento.

Usamos para calcular essas curvas valores de variáveis compatíveis com o nosso sistema experimental, onde o meio é um vapor de césio aquecido iluminado por um feixe laser monocromático sintonizável em torno da transição  $D_2$  ( $\lambda = 852 \text{ nm}$ , ver anexo A).

A dependência da susceptibilidade com a dessintonização que temos na equação (2.35) é verificada nas figuras abaixo.

Figura 2 – Gráfico mostrando as partes real (linha azul) e imaginária (linha laranja) em função da dessintonização, para uma intensidade  $\frac{I}{I_{sat}} = 2,5$



Fonte: Autor

Na figura 2 observamos que a parte imaginária da susceptibilidade (linha alaranjada) é máxima no centro da ressonância e vai diminuindo simetricamente na medida em que nos afastamos do centro em ambos os lados.

A parte real é nula no centro da linha, apresenta extremos em dessintonizações  $\Delta = \pm \frac{\Gamma(I)}{2}$  e tende a zero para  $\Delta \rightarrow \pm \infty$ .

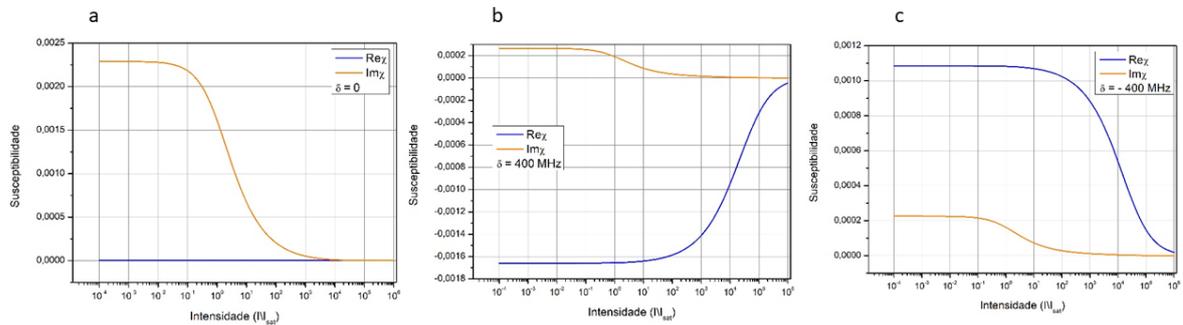
A parte real ainda tem contribuição significativa em frequências onde a parte imaginária, ou seja, a absorção é desprezível.

A figura 2 é calculada para uma intensidade local  $I = 2,5I_{sat}$ . Ao variarmos a intensidade, observamos que, conforme o esperado da equação (2.38), a susceptibilidade vai diminuindo a medida que  $I$  aumenta, tendendo a zero para  $I \rightarrow \infty$  (saturação).

Mostramos na figura 3 espectros da parte real e da parte imaginária de  $\chi(I, \Delta)$ , calculados para alguns valores de  $I$ .

A figura 3 mostra como isto ocorre com mais detalhes. Para  $\Delta = 0$  MHz a absorção é máxima e dispersão  $\Re(\chi)$  nula para todas as intensidades. A absorção aproximadamente é constante para pequenas intensidades (regime linear) e a mudança na dessintonização vai alterando a forma do gráfico até que chegamos ao ponto em que praticamente não temos absorção no meio, gráfico b na figura 3. Na figura 3 temos a variação das partes real e imaginária da susceptibilidade para o lado vermelho e a comparação dos gráficos b das figuras 3 nos mostra a diminuição no valor lado azul da susceptibilidade em relação ao que observamos no gráfico do lado vermelho.

Figura 3 – Gráficos da susceptibilidade para o lado azul: a)  $\Delta = 0\text{MHz}$  b)  $\Delta = 400\text{MHz}$  e c)  $\Delta = -400\text{MHz}$ .

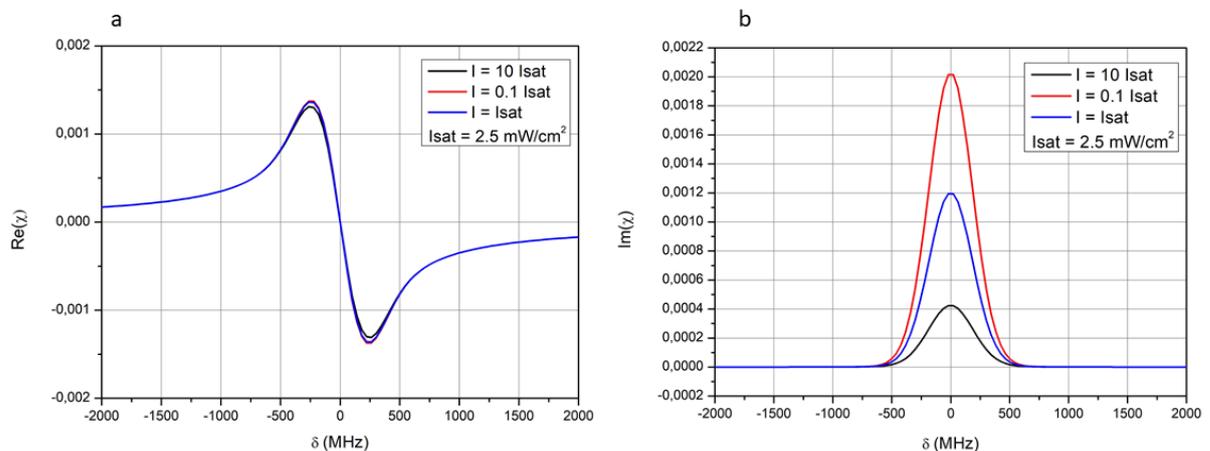


Fonte: Autor

## 2.6 A SUSCEPTIBILIDADE EM FUNÇÃO DA INTENSIDADE

A frequência constante, a susceptibilidade atômica  $\chi$  depende da intensidade local, equação (2.35), de maneira que o padrão de speckles que se propaga no meio atômico cria nesse uma distribuição espacial de índice de refração (parte real de  $\chi$ ) e de coeficiente de absorção (parte imaginária de  $\chi$ ) e a resposta do meio ao campo óptico incidente varia de uma região para outra.

Figura 4 – Espectros da susceptibilidade na *linha*  $D_2$  do Cs para vários valores de intensidade local ( $I_{sat}$ ): a) Parte real e b) Parte imaginária da susceptibilidade



Fonte: Autor

A caracterização prévia das variações de  $\chi(\Delta, I)$  com a intensidade foi realizada numericamente. A integral de velocidade na equação (2.39) é calculada para frequências fixas, para uma determinada densidade atômica, corresponde a mais usada na experiências,  $N = 1,53 \times 10^{19} \text{tomos}/m^{-3}$ . Tanto para frequências menores quanto para frequências maiores que a frequência central da transição, as partes real e imaginária da susceptibilidade tendem a zero para grandes intensidades (saturação).

Para baixas intensidades ( $I \ll I_{sat}$ ), ambas as parte real e imaginária apresentam comportamento independente de  $I$  (susceptibilidade linear), sempre positiva

para a parte imaginária (absorção simétrica em torno da frequência central, fig. 2) e positiva (negativa) para  $\Delta < 0$  ( $\Delta > 0$ ) (fig. 2). Para nossas medidas, isso significa que os efeitos da parte real serão diferentes do lado azul ( $\Delta > 0$ ) e do lado vermelho ( $\Delta < 0$ ) da transição, mas os efeitos da absorção não linear serão iguais dos dois lados (possivelmente) reforçando os efeitos de refração de um lado e competindo (eventualmente) com eles do outro (ver seção 5.6.5).

Podemos também observar na figura 2 que a não linearidade da parte real da susceptibilidade ocorre para uma faixa de intensidades maiores do que onde parte imaginária sofre forte variações não lineares. Isso pode possibilitar escolher uma intensidade média tal que os efeitos de absorção já sejam desprezíveis enquanto que as de dispersão ainda serão importantes.

## 2.7 AUTOFOCALIZAÇÃO E DESFOCALIZAÇÃO

A susceptibilidade atômica e conseqüentemente, o índice de refração complexo depende da intensidade local. A parte real estará relacionada com a dispersão do meio e a parte imaginária com a absorção.

A integral de velocidade na equação (2.39) é calculada para frequências fixas, para uma determinada densidade atômica, correspondendo à mais usada nas experiências,  $N \simeq 1,53 \times 10^{19}$  átomos/m<sup>3</sup>.

Vamos nos interessar aqui aos efeitos da dispersão (parte real de  $\chi$ ), sobre a propagação de um campo eletromagnético em um meio não-linear.

O índice de refração (parte real) é dado por  $n' \simeq 1 + \frac{\chi'}{2}$  (eq. (2.46)),

$$\chi'(\Delta, I) = -N \frac{|\mu_{eg}|^2}{\hbar\Gamma\epsilon_0} \frac{2 \frac{(\Delta - kv)}{\Gamma}}{1 + 4 \left( \frac{(\Delta - kv)}{\Gamma} \right)^2 + \frac{I}{I_{sat}}} \quad (2.51)$$

No que diz respeito à dependência com a intensidade, os casos limites são

a)  $I \ll I_{sat}$ , com

$$\chi' \simeq -N \frac{\mu^2}{\hbar\Gamma\epsilon_0} \frac{2 \frac{\Delta_v}{\Gamma}}{1 + 4 \left( \frac{\Delta_v}{\Gamma} \right)^2}, \quad (2.52)$$

independente de  $I$ ,  $> 0 (< 0)$  se  $\Delta_v < 0 (> 0)$ , onde  $\Delta_v = \Delta - kv$ .

b)  $I \gg I_{sat}$ , e  $\Delta_v \sim \Gamma$  (i.e. perto da ressonância).

$$\frac{\Delta_v}{\Gamma} \ll \frac{I}{I_{sat}} \Rightarrow \chi' \propto \frac{1}{I}$$

c) qualquer:  $\chi'(I)$  varia monotonicamente entre seu valor linear, equação (2.52), para baixas intensidades e  $\chi' \rightarrow 0$  para altas intensidades. O sinal dessa variação depende do sinal da dessintonização  $\Delta$ :

$$\Delta > 0, \frac{\partial \chi'}{\partial I} < 0$$

$$\Delta < 0, \frac{\partial \chi'}{\partial I} > 0,$$

como pode ser observado nas figuras 4.

Como o índice de refração do meio depende da intensidade da luz, um feixe de luz com perfil transversal de intensidade  $I(x,y)$  será refratado no meio por  $n'(x,y)$ . Um feixe Gaussiano com perfil

$$I_G(x,y) = I_0 e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (2.53)$$

terá assim uma frente de onda distorcida pelo fato de a parte central (maior intensidade) se propagar com velocidade diferente da parte periférica do perfil. Para uma dessintonização  $\Delta > 0$ , temos  $\chi' < 0$  e (ver figura 3 .a):

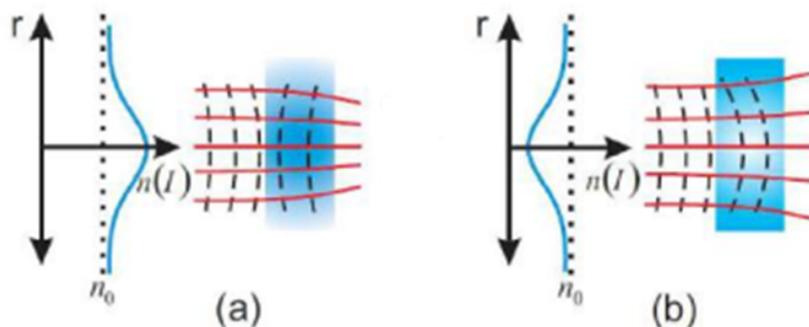
Da mesma maneira, se  $\Delta < 0$  temos  $\chi' > 0$  (figura 3 .c),

$$n'(0,0) < n'(x,y), \quad (2.54)$$

resultando na (auto) desfocalização do feixe.

De maneira geral, para um perfil  $I(x,y)$ , temos autofocalização quando o índice de refração aumenta com o aumento da intensidade incidente. O que ocorre para a frequência do laser do lado azul da transição atômica. Já a desfocalização do meio ocorrerá quando o índice de refração diminui com a intensidade, estando a frequência do laser está do lado vermelho da transição atômica. A figura 2.54 ilustra a autofocalização e a desfocalização da luz em um meio,  $n(I)$ .

Figura 5 – Autofocalização e desfocalização de um feixe Gaussiano



## 2.8 MODELO MULTINÍVEIS

A transição  $D_2$  do átomo de Cs, sondada com uma radiação laser estreita ( $\Gamma_{laser} \ll \Gamma_D$ ), não é bem representada por um modelo de 2 níveis, já que a separação entre os subníveis hiperfinos do estado excitado  $6P_{3/2}$  é da ordem da largura Doppler (Ver anexo A). Se a separação fosse muito maior seria possível excitar um subnível específico, validando o modelo de 2 níveis. É o caso, por exemplo dos 2 subníveis do estado fundamental  $6S_{1/2}$ , separados por  $\Delta E = 9GHz \gg \Gamma_D \simeq 10^2 MHz$ . As duas linhas  $F = 3 \rightarrow F'$  e  $F = 4 \rightarrow F'$  são bem distintas e não interferem uma com a outra.

Se a distância entre os subníveis fosse muito inferior à largura Doppler, o conjunto dos subníveis poderia ser tratado como um único nível. Aqui, a largura Doppler a temperatura entre 25 °C e 120 °C é de aproximadamente 201 MHz, comparável com as separações  $F' = 5 \rightarrow F' = 4$  (251 MHz),  $F' = 4 \rightarrow F' = 3$  (201 MHz),  $F' = 3 \rightarrow F' = 2$  (151 MHz)

Introduzimos essa estrutura hiperfina nas simulações numéricas para poder comparar diretamente com os resultados experimentais que são obtidos com o sistema real, multiníveis.

Temos então agora, na expressão da susceptibilidade, um somatório ponderado das transições a partir do subnível  $F = 4$  do estado fundamental:

$$\chi(\nu, \Delta, I) = \sum_{F'=3}^5 \chi_{F'}(\nu, \Delta, I) \quad (2.54)$$

onde

$$\chi_{F'}(\nu, \Delta_{F'}, I) = \frac{2N |\mu_{eg}|^2}{\hbar \Gamma \epsilon_0} C_{F'} \frac{i - 2(\Delta - \Delta_{F'} - \kappa\nu)/\Gamma}{1 + 4\left(\frac{\Delta - \Delta_{F'} - \kappa\nu}{\Gamma}\right)^2 + \frac{I}{I_s}} \quad (2.54)$$

com

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{7}{36} \\ C_4 &= \frac{7}{12} \\ C_5 &= \frac{11}{9} \end{aligned}$$

e

$$\Delta_3 = -452,24(MHz)$$

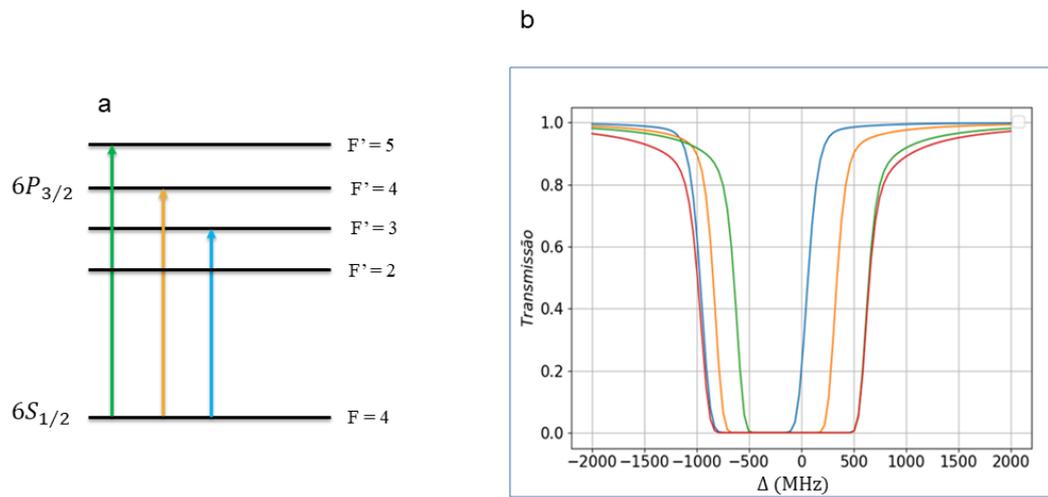
$$\Delta_4 = -251(MHz)$$

$$\Delta_5 = 0$$

onde os índices  $C_{F'}$ s são as forças de transição quadrada e as dessintonizações  $\Delta_{F'}$  são as dessintonizações do centro da linha.

A figura 2.8 mostra o modelo multinível e o espectro de transmissão para a linha  $D_2$  do Cs.

Figura 6 – a) Sistema multinível com 4 níveis representando a linha D2 do césio e b) espectro de transmissão multinível para a linha D2 do césio



Fonte: Autor

### 3 ESTATÍSTICA DE SPECKLES

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos os conceitos estatísticos que fundamentam nosso trabalho. Abordaremos primeiro o conceito de estatística normal e distribuição de probabilidade, finalizando com a lei dos grandes números e o teorema do limite central. Por fim, apresentaremos a estatística da distribuição espacial da intensidade de luz em um padrão de speckles.

#### 3.2 ESTATÍSTICA NORMAL

Um processo básico, e importante em todo trabalho quantitativo é a análise dos dados com os quais lidamos, e a estatística descritiva mais usada é a média a qual é definida como

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{x=i}^n x_i \quad (3.1)$$

onde  $n$  representa as observações,  $x_i$  o valor das variáveis independentes e  $\bar{x}$  a média das observações.

Geralmente, medidas de grandezas físicas têm distribuição, e as variações desta distribuições têm de ser medidas e isto pode ser feito realizado através da variância, definida como

$$d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_n - \bar{x})^2 \quad (3.2)$$

Por representar uma soma de valores a variância não permite um bom grau de facilidade na interpretação dos dados, assim sendo, a medida das variações também é realizada com o desvio padrão que é definido como  $d = \sqrt{d^2}$ . Uma vantagem em relação à variância é que suas unidades são as mesmas dos dados das observações originais.

#### 3.3 VARIÁVEIS DISCRETAS E CONTÍNUAS

Uma variável aleatória é tida como discreta quando todos os seus valores possíveis podem ser contados usando números. Para esta variável, a distribuição de probabilidade é definida para cada valor possível de  $x$  da variável aleatória  $X$ . E esta distribuição de probabilidade deve satisfazer as seguintes condições

$$P(x) \geq 0, \text{ e } \sum P(x) = 1 \quad (3.3)$$

O valor esperado de uma variável  $X$  discreta descreverá uma média baseada em uma certa distribuição, assim,

$$\langle x \rangle = \sum xP(x) \quad (3.4)$$

Uma variável aleatória é denominada contínua quando os seus valores possíveis são de um intervalo ou uma união de intervalos de  $\mathfrak{R}$ . A distribuição de probabilidades contínuas é descrita por uma função  $f(x)$ , onde o intervalo  $a \leq x \leq b$  corresponde a um evento,

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx \quad (3.5)$$

A densidade de probabilidade deve satisfazer as seguintes condições

$$f(x) \geq 0, \text{ e } \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (3.6)$$

E o valor esperado de uma variável aleatória contínua é

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad (3.7)$$

### 3.4 A LEI DOS GRANDES NÚMEROS E O TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

O fato de termos um grande volume de distribuições Gaussianas nos mais diversos campos do conhecimento humano é compreendido através do Teorema no Limite Central (CLT). No entanto, a grande quantidade de informação sobre qualquer objeto de análise nos leva a fazer uso do conhecimento de probabilidades e esta necessidade é justificada pela Lei dos grandes números.

No que concerne a lei do grandes números, esta se aplica para  $n$  experimentos independentes (Reichl, 2016). Então, se considerarmos uma certa amostra aleatória para uma distribuição  $\mathbf{A}$  com uma média finita  $\mu$ , a lei do grandes números nos diz que a distribuição amostral se aproxima de  $\mu$  com a variância tendendo ao infinito. No entanto esta lei não nos diz o quão rápido é esta aproximação.

O Teorema do Limite Central tem relação direta para as estatísticas das medidas (Alves, 2016) (Reichl,2016). E se considerarmos uma sequência de variáveis aleatórias, identicamente distribuídas e independentes, nós temos que independetemente da forma das distribuições, a soma das distribuições ou dos valores médios das amostras

aleatórias tende a uma distribuição Gaussiana (ou normal) (Chevrollier, 2012). E, esta distribuição Gaussiana é dada por:

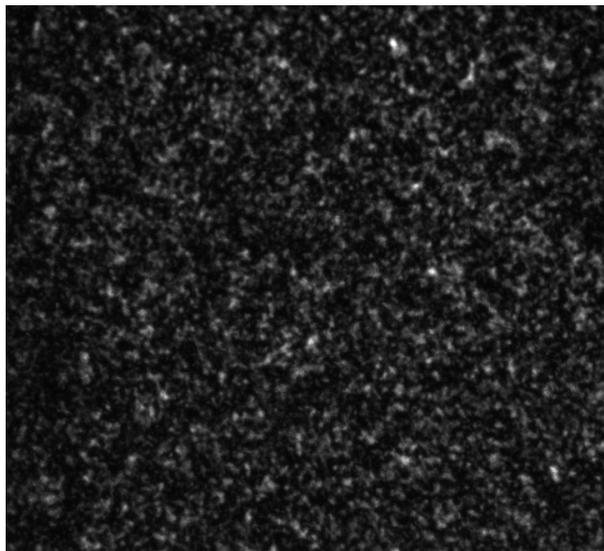
$$P \rightarrow \sqrt{\frac{n}{2\pi\sigma_j^2}} \exp\left(-\frac{nj^2}{2\sigma_j^2}\right) \quad (3.8)$$

onde  $n$  é número de medidas de uma variável  $j$  estatisticamente independente e  $\sigma_j^2$  a variância da variável  $j$ .

### 3.5 A ESTATÍSTICA DE SPECKLES

Um padrão de speckles é formado quando uma luz com um alto grau de coerência espacial e temporal incide em uma superfície difusa (ou rugosa) que a reflete ou transmite. A rugosidade da superfície resulta em uma redistribuição da direção da luz refletida ou transmitida e em uma defasagem espacial entre as componentes do campo. A rugosidade da maioria dos materiais é bastante grande se comparada com o comprimento de onda da radiação visível ( $\lambda_{vis} \simeq 500nm$ ). Componentes do campo refletido (transmitido) em duas regiões separadas da superfície rugosa podem sofrer defasagens relativas da ordem ou superior a vários comprimentos de onda. Sua interferência resulta então em uma distribuição de manchas claras (interferência construtiva) e escuras (interferência destrutiva), chamada de padrão de speckles. A figura 3.1 mostra um padrão de speckles obtido experimentalmente pela incidência de um feixe em um vapor atômico de Cs contido em uma célula com 1.0 cm de comprimento. O feixe foi produzido por um laser semiconductor que emite na faixa de 852 nm.

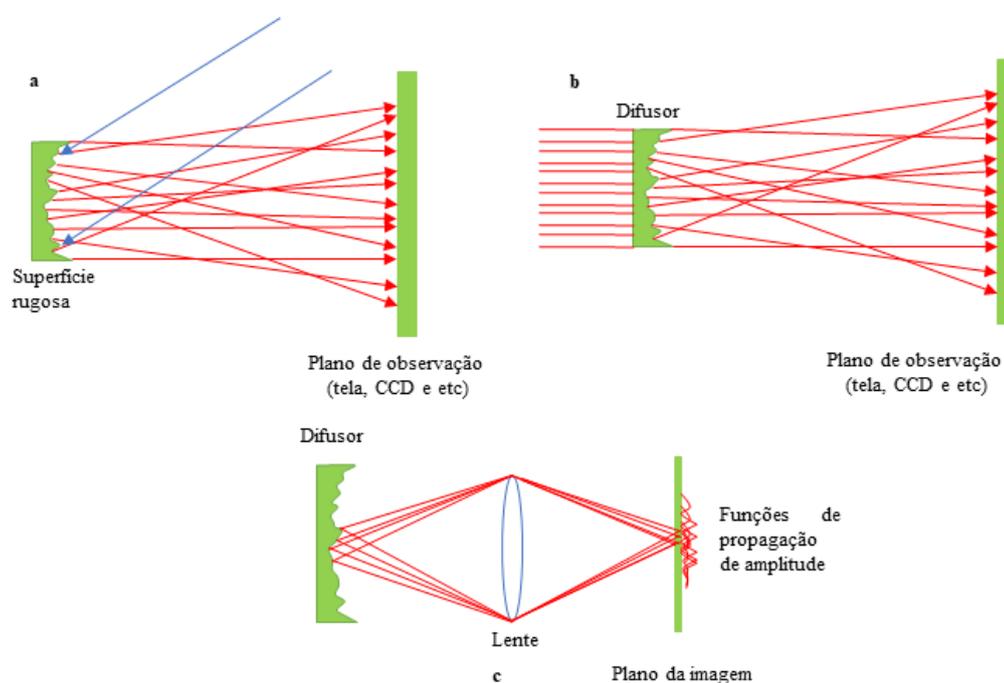
Figura 7 – Padrão de speckles obtido experimentalmente.



Fonte: Autor

Como o padrão de speckles preenche todo o espaço da superfície ou do meio no qual ele se propaga, sua observação e seu registro podem ser realizados através de uma CCD (Charge-Coupled Device) colocada a uma determinada distância do meio (ou superfície). As figuras 3.2(a) e 3.2(b) mostram a formação de um padrão de speckles que se propaga no espaço livre e onde o padrão granular dos speckles advém dos pacotes de onda fora de fase e coerentes que percorreram distâncias da ordem de comprimento de onda. A figura 3.2(c) mostra o caso onde se usa um sistema óptico para obter a imagem do padrão de speckles na superfície, neste caso, tanto os efeitos de difração como os de interferência não podem ser evitados.

Figura 8 – Origem física de um padrão de speckles:(a) e (b) propagação no espaço livre por reflexão e transmissão, respectivamente e (c) sistema de formação de imagens com uma lente.



Fonte: Autor

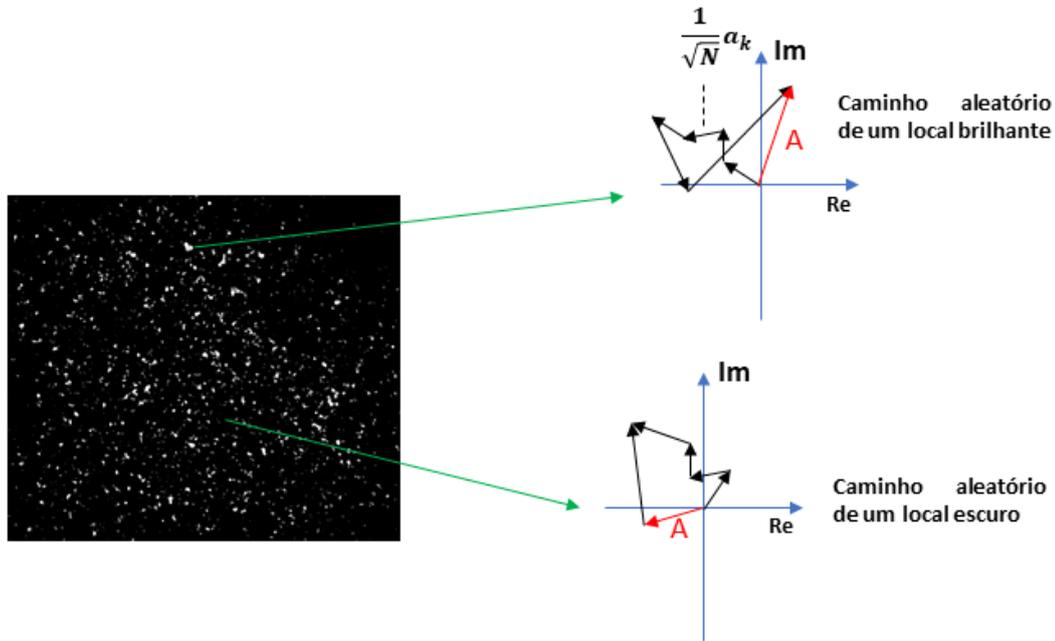
Após a invenção e operação do laser em 1960, a estrutura granular que ficou conhecida como "laser speckle" mostrou ter aplicações nas mais diversas áreas que trabalham com imagens coerentes, como, microscopia de iluminação estruturada (Mudry *et al*, 2012, apud (Amaral, 2026)), interferometria com interação de fótons (Bromberg, *et al*, 2010). Deste modo a compreensão das propriedades estatísticas de um padrão de speckles nos permitirá obter informações sobre diversas propriedades de um meio ou da superfície de algum material.

### 3.5.1 A ESTATÍSTICA DE PRIMEIRA ORDEM DE UM PADRÃO DE SPECKLES

Independentemente de como a imagem é obtida, o campo óptico em um ponto do padrão de speckles é caracterizado pela soma dos  $N$  componentes de campo

elétrico que representam a contribuição de todos os pontos da superfície. A figura 3.3 mostra a soma complexa das várias contribuições de fasores para produzir a amplitude resultante  $\mathbf{A}(x,y)$ .

Figura 9 – Caminho aleatório no plano complexo



Fonte: Autor

Para descrevermos a estatística do plano complexo, a intensidade, e a fase do padrão de speckles no ponto  $P(x,y,z)$ , iremos considerar um campo elétrico polarizado  $E(x,y,z,t)$  neste ponto em um certo instante de tempo  $t$ . No caso de uma onda monocromática, o sinal do campo polarizado é representado por

$$E(x, y, z, t) = A(x, y, z) \exp [i\omega t]. \quad (3.9)$$

onde  $f$  representa a frequência óptica, e  $A$  a amplitude do fasor do campo, que é uma função complexa

$$A(x, y, z) = |A(x, y, z)| \exp [i\theta(x, y, z)]. \quad (3.10)$$

onde  $\theta(x, y, z)$  é a fase espacial do campo polarizado. A intensidade da onda é

$$I(x, y, z) = |\mathbf{A}(x, y, z)|^2. \quad (3.11)$$

Independentemente da forma como o padrão de speckles é obtido, a amplitude do campo óptico em um ponto de observação  $P(x,y,z)$  será a superposição das várias contribuições defasadas de diferentes regiões de espalhamento da superfície. Deste modo, a amplitude do fasor  $\mathbf{A}(x,y,z)$  será representada pela soma de fasores aleatórios e desta maneira

$$A(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^N |a_l| e^{i\phi_l}. \quad (3.12)$$

onde  $a_l$  é o módulo da  $l$ -ésima componente da soma,  $\phi_l$  é a fase e o fator  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  foi colocado para que o segundo momento da soma seja preservado quando o número de componentes tende ao infinito.

A estatística de primeira ordem da amplitude complexa do campo é similar à estatística clássica de um caminho aleatório no plano. No entanto, antes de analisarmos estas estatísticas temos que considerar que os fasores têm as seguintes propriedades: (a) tanto a amplitude  $\frac{a_l}{\sqrt{N}}$  como a fase  $\phi_l$  de cada fasor são estatisticamente independentes um do outro e das amplitudes e das fases das outras fases e (b) as fases  $\phi_l$  são uniformemente distribuídas no intervalo  $(-\pi, \pi)$ . Feitas estas considerações, teremos que levar em conta o fato de que a amplitude complexa pode ser decomposta numa parte imaginária e outra real, tal como ilustrado na figura 9, assim

$$Re \{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^N |a_l| \cos \phi_l. \quad (3.13)$$

$$Im \{A\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^N |a_l| \sen \phi_l. \quad (3.14)$$

Os valores médios destas componentes da amplitude complexa em um conjunto de superfícies rugosas macroscopicamente semelhantes mas microscopicamente diferentes são:

$$\langle Re \{A\} \rangle = \sum_{l=1}^N \langle |a_l| \rangle \langle \cos \phi_l \rangle = 0. \quad (3.15)$$

e

$$\langle Im \{A\} \rangle = \sum_{l=1}^N \langle |a_l| \rangle \langle \sen \phi_l \rangle = 0. \quad (3.16)$$

onde as propriedades (a) e (b) são usadas para: a média sobre  $a_l$  e  $\phi_l$  separadamente, e para assegurar o valor zero nas funções  $\langle \cos \phi_l \rangle$  e  $\langle \sen \phi_l \rangle$ , respectivamente. Usando as propriedades (a) e (b) e considerando que para fases uniformemente distribuídas e independentes,

$$\langle \cos \phi_l \cos \phi_m \rangle = \langle \sen \phi_l \sen \phi_m \rangle = \begin{cases} \frac{1}{2}, l = m \\ 0, l \neq m. \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\langle \cos \phi_l \sen \phi_m \rangle = 0. \quad (3.18)$$

veremos que

$$\langle [Re \{A\}]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{\langle |a_l|^2 \rangle}{2}. \quad (3.19)$$

$$\langle [Im \{A\}]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{\langle |a_l|^2 \rangle}{2}. \quad (3.20)$$

e

$$\langle Re \{A\} Im \{A\} \rangle = 0. \quad (3.21)$$

Se tivermos um número  $n$  muito grande de contribuições de fasores as partes real e imaginária seguem o teorema do limite central e podem ser escritas como a soma de muitas várias aleatórias e independentes, e, as partes real e imaginária do campo resultante são assintoticamente Gaussianos e a função densidade de probabilidade conjunta destas grandezas é

$$P_{r,i}(Re \{A\}, Im \{A\}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{[Re \{A\}]^2 + [Im \{A\}]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3.22)$$

onde

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \frac{\langle |a_l|^2 \rangle}{2}.$$

A intensidade da onda pode ser medida experimentalmente. Desde que conhecidas as estatísticas de amplitude complexa, procuramos as propriedades estatísticas correspondentes da intensidade em um padrão de speckles.

A intensidade e a fase do campo resultante estão relacionadas as partes real e imaginária da amplitude complexa de acordo com

$$Re \{A\} = \sqrt{I} \cos \theta. \quad (3.23)$$

e

$$Im \{A\} = \sqrt{I} \sin \theta. \quad (3.24)$$

ou

$$I = [Re \{A\}]^2 + [Im \{A\}]^2. \quad (3.25)$$

A função densidade conjunta é expressa em termos da função densidade conjunta de  $Re \{A\}$  e  $Im \{A\}$  e segue que a função densidade de probabilidade da intensidade e da fase são dadas por

$$p_I = \frac{1}{\langle I \rangle} \exp \left( -\frac{I}{\langle I \rangle} \right), \text{ para } I \geq 0. \quad (3.26)$$

e

$$p_\theta = \frac{1}{2\pi}, \text{ para } -\pi \leq \theta < \pi. \quad (3.27)$$

respectivamente, onde  $\langle I \rangle = 2\sigma^2$ . De acordo com as equações acima a intensidade em um ponto  $P$  segue uma estatística exponencial negativa enquanto a fase é uniformemente distribuída. E, a fase e a intensidade são estatisticamente independentes em qualquer ponto.

Os momentos da distribuição de intensidades são definidos como

$$\langle I^n \rangle = n!(2\sigma^2)^n = n!\langle I \rangle^n. \quad (3.28)$$

E o primeiro e segundo momentos são:

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= 2\sigma^2. \\ \langle I^2 \rangle &= 2\langle I \rangle^2\end{aligned}\quad (3.29)$$

e a variância

$$\sigma_I^2 = \langle I \rangle^2. \quad (3.30)$$

Desta maneira, o desvio padrão da distribuição de intensidade de um padrão de speckles é igual a intensidade média.

### 3.5.2 A ESTATÍSTICA DE SEGUNDA ORDEM DE UM PADRÃO DE SPECKLES

As considerações sobre a estatística de speckles que fizemos na seção anterior estão limitadas a estatística de speckles medida em um único ponto, as quais descrevem muito bem as flutuações de intensidade que ocorrem, mas, no entanto, não nos permitem descrever a granulidade de sua estrutura espacial que é uma das outras propriedades dos speckles. Consequentemente, para podermos compreender estas propriedades precisamos entender a estatística de segunda ordem dos speckles.

Vamos considerar que a propagação se dê no espaço livre, onde uma luz monocromática incide em uma superfície rugosa (um difusor, por exemplo), e a luz que é espalhada é observada em algum ponto distante com o uso de câmeras CCD's. Queremos calcular a função de autocorrelação da distribuição de intensidade no plano de observação,

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I(x, y) I(x + \Delta x, y + \Delta y) \rangle \quad (3.31)$$

onde a média é sobre um conjunto de superfície rugosas. A largura da função de correlação nos dá uma medida razoável da largura média dos speckles.

Levando em consideração o fato de que para uma superfície rugosa em relação com um certo comprimento de onda, o campo é uma variável aleatória Gaussiana complexa circular em cada ponto (x,y) (equação (3.22)), a função de correlação da intensidade pode ser expressa em termos da função de correlação dos campos

$$J_A(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle A(x_1, y_1) A^*(x_2, y_2) \rangle \quad (3.32)$$

a qual é conhecida como intensidade mútua do campo. A função de autocorrelação da intensidade de speckles para campos Gaussianos complexos circulares (Dainty, 1976), onde a relação entre  $R_I$  e  $J_A$  é requerido, é

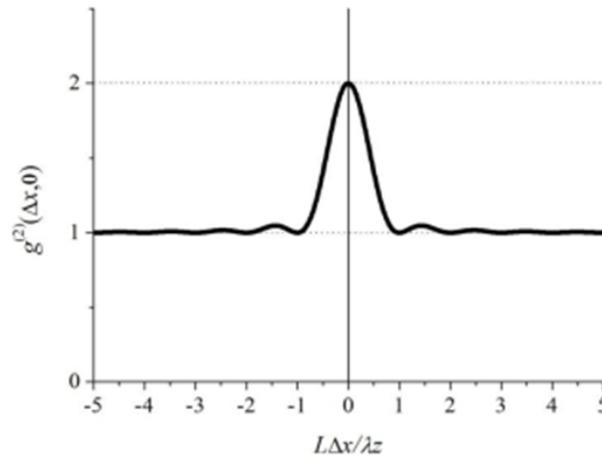
$$R_I(x_1, y_1; x_2, y_2) = \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle + |J_A(x_1, y_1; x_2, y_2)|^2 \quad (3.33)$$

Para o caso onde temos um local de espalhamento quadrado e uniforme com dimensões  $L \times L$  (Dainty, 1976) a função de autocorrelação de intensidade é dada por

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 \left[ 1 + \operatorname{sinc}^2 \frac{L\Delta x}{\lambda z} \operatorname{sinc}^2 \frac{L\Delta y}{\lambda z} \right] \quad (3.34)$$

o gráfico da equação (3.34) está ilustrada na figura 10

Figura 10 – Forma da função de autocorrelação.



Fonte: Alves, 2016

De certa maneira a largura média de um speckle pode ser tomada como o valor de  $\Delta x$  onde  $\operatorname{sinc}^2 \frac{L\Delta x}{\lambda z}$  tende a zero pela primeira vez. Chamando esta distância de  $\delta x$ , temos que

$$\delta x = \frac{\lambda z}{L} \quad (3.35)$$

e podemos definir a função de autocorrelação normalizada como

$$g^2(\Delta x, \Delta y) = \frac{R_I(\Delta x, \Delta y)}{\langle I \rangle^2} \quad (3.36)$$

Assim, as funções de autocorrelação normalizadas nos darão informações acerca das características do campo.

## 4 MEDIDAS EXPERIMENTAIS PRELIMINARES

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo detalharemos os procedimentos experimentais preliminares de nosso trabalho. Começaremos fazendo uma exposição dos equipamentos que utilizamos, descreveremos o forno para a célula de vapor atômico e seu funcionamento. Faremos uma síntese do laser que utilizamos, em seguida explicaremos os procedimentos experimentais preliminares realizados no nosso trabalho.

### 4.2 A CÉLULA COM O VAPOR ATÔMICO DE CÉSIO

#### 4.2.1 O CÉSIO

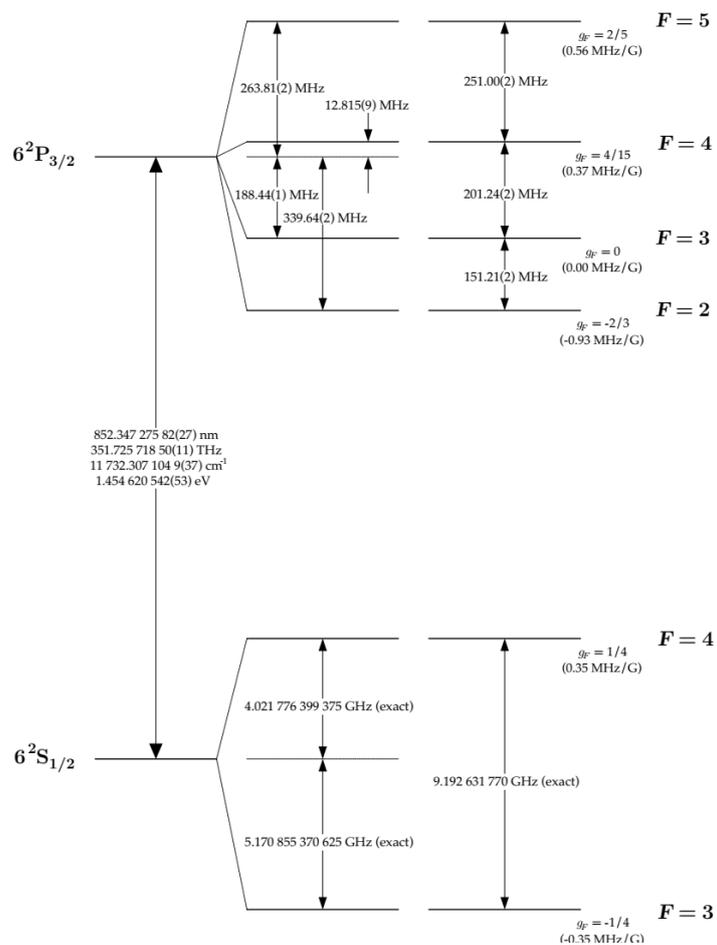
O Césio é um metal alcalino que tem 55 elétrons, e destes 55 elétrons apenas um está na sua camada mais externa (Steck,2019). De acordo com a regra de Pauli estes elétrons são distribuídos da seguinte forma:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1$$

Para a excitação óptica temos duas linhas que são que são componentes da estrutura fina da linha D do Césio, as transições e suas respectivas transições são: a  $6^2S_{1/2} \rightarrow$  corresponde a linha  $D_1$  e a  $6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$  a linha  $D_2$  do átomo de Césio.

Em nosso trabalho utilizaremos a linha  $D_2$ . O comprimento de onda para a transição desta linha é de 852 nm e esta linha tem uma estrutura hiperfina com transições fechadas devido as regras de seleção de dipolo elétrico. A figura [11](#) apresenta a estrutura hiperfina da linha  $D_2$  do Cs.

Figura 11 – Estrutura hiperfina da linha D2 do Cs.

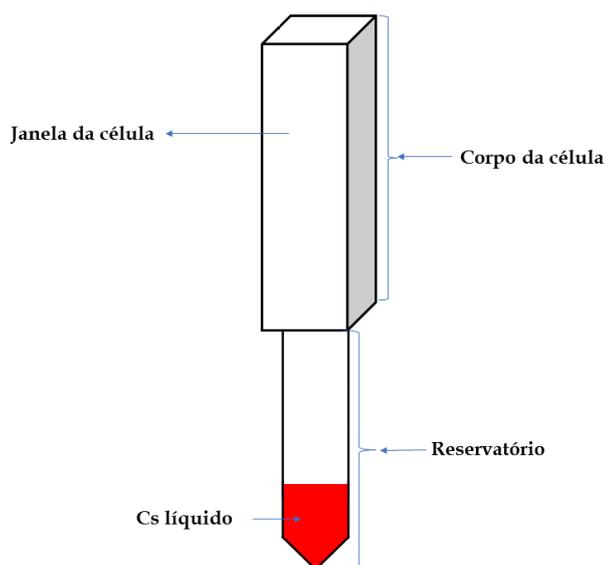


Fonte: Steck, 2019

#### 4.2.2 A CÉLULA DE VAPOR

Nessa seção apresentaremos a célula que utilizaremos para gerar e analisar a interação da luz com o vapor atômico. A célula é composta por um reservatório (parte inferior) no qual o césio líquido está inserido, pelo corpo (parte superior) e as janelas da célula. A figura [12](#) mostra os componentes da célula.

Figura 12 – Ilustração célula de vapor.



Fonte: Autor

A célula é feita de quartzo e no seu interior foi feito vácuo. No reservatório da célula foi colocado uma gota de césio e junto com ela gás nitrogênio para que não haja reação do césio com o vapor atmosférico. O corpo da célula é retangular e as janelas têm largura de 1 cm. Não dispomos de informações sobre as dimensões do reservatório e do comprimento do corpo da célula, já que não participamos da confecção da célula e forno.

#### 4.3 O FORNO QUE CONTÉM A CÉLULA ÓPTICA

O forno é uma parte essencial em experiências com vapores atômicos térmicos. No nosso trabalho em particular, vimos que a susceptibilidade do vapor aumenta linearmente com a densidade atômica. São necessárias densidades significativas para observarmos efeitos de propagação não-linear no padrão de speckles transmitidos pelo vapor. À temperatura ambiente, a pressão do vapor acima do césio líquido é de cerca de  $1,6 \times 10^{-6}$  Torr, resultando em uma densidade atômica de aproximadamente  $5 \times 10^{10}$  átomos/cm<sup>3</sup>, insuficiente para o nosso estudo.

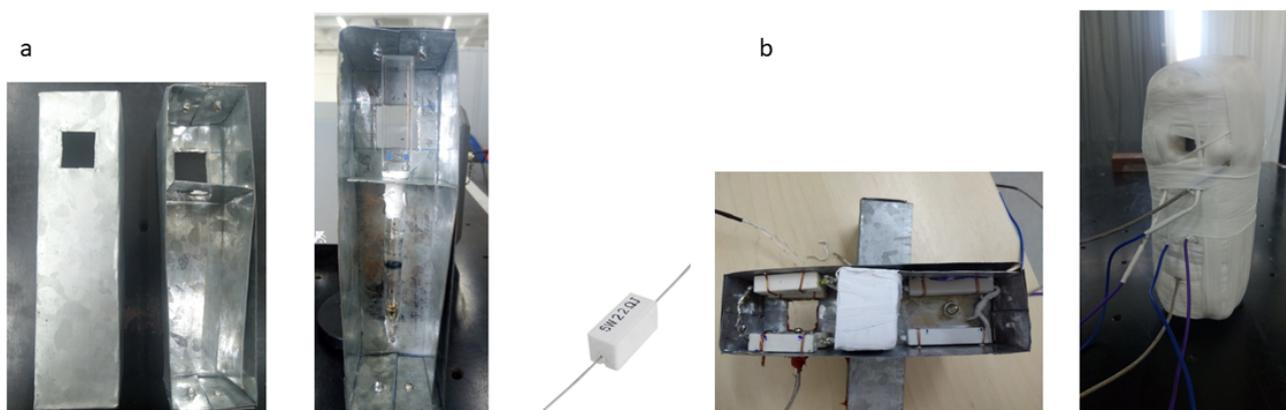
Para aumentar a pressão de vapor e a densidade atômica, aumentamos a temperatura do reservatório de césio colocando-o dentro de um forno.

O corpo e as janelas da célula devem ser aquecidos a uma temperatura superior à do reservatório para não criar pontos frios onde os átomos condensariam. Para possibilitar um gradiente de temperatura entre o reservatório e o corpo da célula, colocamos eles em um forno onde a temperatura de cada um deles pode ser controlada de maneira independente.

A parte externa do forno usado para aquecer a célula foi feita de placas de zinco.

Para criar um gradiente de temperatura há um isolamento nas partes superior e inferior do forno, para garantir o gradiente, o aquecimento destas duas partes é realizado de modo independente. O aquecimento da célula é realizado por seis resistências de cerâmica colocadas no interior do forno e eletricamente conectadas em paralelo. O forno está isolado com uma manta de alumina e fita veda rosca o que lhe permite ficar isolado do ambiente. Um termopar está colocado em cada câmara para medir a temperatura independentemente. A figura 13 mostra as imagens durante a confecção e finalização do forno. A figura 15 mostra a localização dos resistores, da placa de alumina e dos termopares dentro do forno, bem como a representação da associação em paralelo dos resistores.

Figura 13 – a) Forno para aquecimento da célula e resistência de cerâmica usada, b) Partes externa e interna do forno finalizadas.



Fonte: Abreu, 2019

Figura 14 – a) Localização dos resistores, da placa de alumina e dos termopares no forno b) representação da associação em paralelo dos resistores.

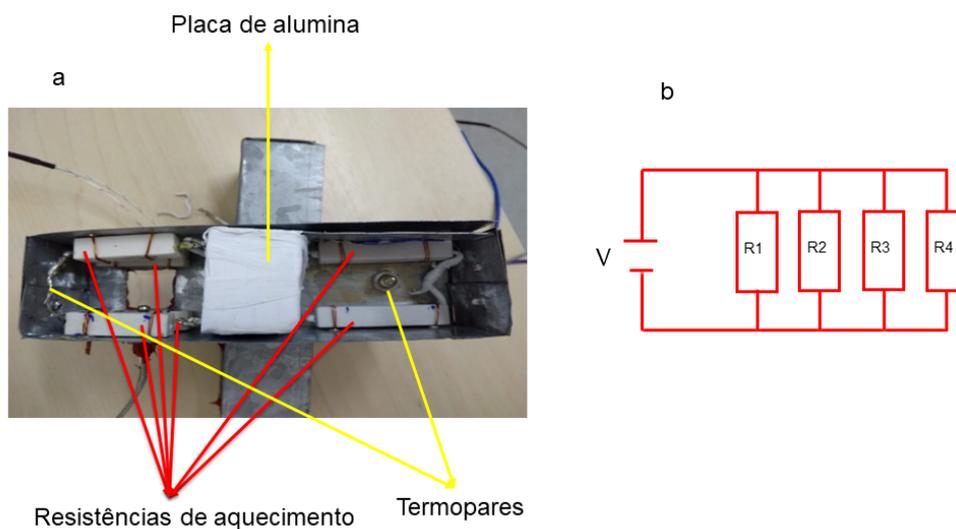


Figura 15 – Fonte: Autor

#### 4.4 MEDIDA DA DISTÂNCIA ENTRE AS JANELAS

Nosso objetivo é analisar a imagem dos speckles na janela de saída célula óptica, ou seja, após a propagação no meio não linear, o vapor atômico de césio. Como não é possível colocar a câmera na janela de saída a ideia é fazer uma imagem desta janela na câmera que está colocada após a célula (distante alguns cm). Para isto se usa um sistema óptico simples de uma única lente convergente.

As primeiras medidas que realizamos tinham como objetivo obter a distância da janela do forno à extremidade dianteira e traseira do envoltório, e a distância da janela da célula para a do forno. Precisamos caracterizar bem a geometria do sistema para otimizar a óptica de imagem: queremos criar no plano do sensor da câmera CCD a imagem da face de saída da célula óptica, onde finaliza a interação entre a luz e o vapor atômico.

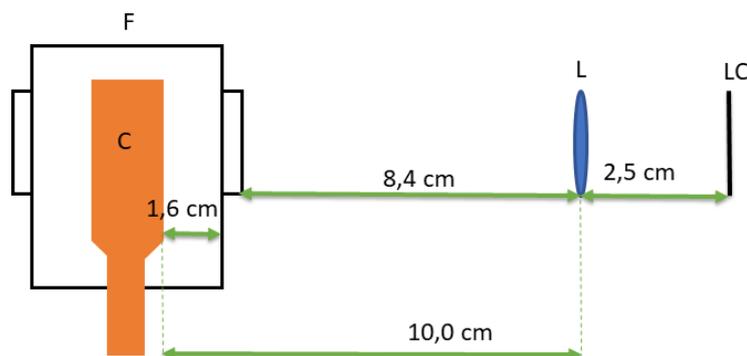
Figura 16 – Tabela com as distâncias obtidas na primeira medida.

Distância medida	Valor (cm)
Da janela do forno à extremidade traseira do envoltório	1,2
Da janela do forno à extremidade dianteira do envoltório	1,4
Da janela da célula para o forno	4,2
Comprimento da célula	1,2

Figura 17 – Fonte: Autor

A última medida foi realizada com um paquímetro, e os novos valores obtidos foram que a distância da janela do forno para a extremidade traseira foi de 13,5 mm, para a da frente foi 13 mm e a distância entre as janelas do forno foi de aproximadamente 42 mm, tendo a célula 1 cm de comprimento. Na figura 18 está o esquema da montagem com a marcação dos locais onde a lente e a câmera serão colocadas. A figura 18 ilustra estas medidas do experimento de formação de imagens que realizamos para ver a posição da janela das células, no qual primeiro obtemos a imagem da janela com a câmera, para isto movimentamos a câmera na mesa óptica para saber o local onde esta imagem está sendo formada, encontrando a imagem medimos a distância da janela até o local onde a imagem da janela é formada. Após sabermos onde a imagem da janela está sendo formada, fazemos a localização da imagem da célula da mesma maneira que fizemos para a imagem da janela.

Figura 18 – Distâncias medidas. C é célula que contém o Cs, F o forno, L a lente e LC designa o local da câmera.



Fonte: Autor

#### 4.5 O LASER

O laser que utilizamos em nossos experimentos é um laser de diodo semicondutor de cavidade estendida na configuração Littrow TA pro (Tapered Amplifier Laser System) da Toptica Photonics (figura 19) que injeta um amplificador óptico com sua saída acoplada a uma fibra monomodo que garante um feixe de saída gaussiano.

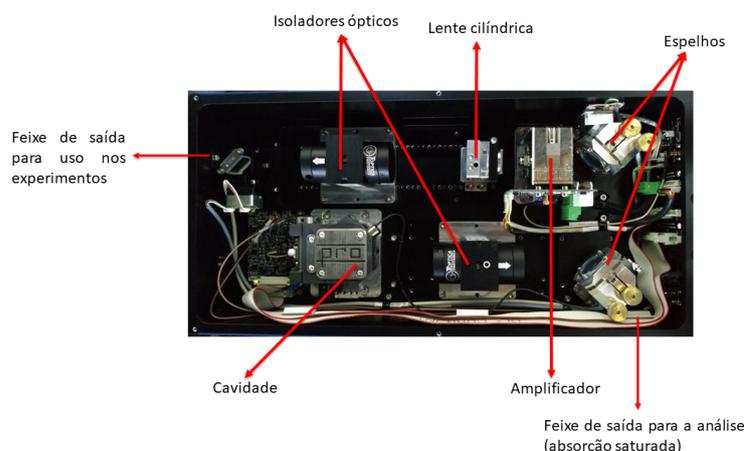
Figura 19 – Imagem do laser utilizados em nossos experimento.



Fonte: Toptica Photonics

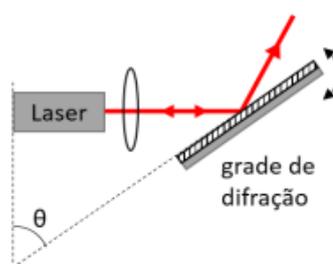
Na figura 21 mostra o laser internamente, com a cavidade óptica na configuração Littrow representada na figura 20. Nesta configuração a primeira ordem da grade de difração realimenta o laser, fazendo com que a cavidade se torne ressonante, e o feixe de ordem zero refletido pela grade é o feixe de saída, que injeta um amplificador, sendo a saída do amplificador usada nos experimentos. A varredura do laser é feita rotacionando a grade de difração. Em seguida temos um isolador óptico que evita a reflexão do feixe de volta para a cavidade e dois espelhos que injetam o feixe vindo da cavidade no amplificador, após o amplificador temos uma lente cilíndrica para evitar astigmatismo e outro isolador óptico para evitar que a luz refletida volte para o amplificador.

Figura 21 – Parte interna do laser.



Fonte: Autor

Figura 20 – Diagrama da cavidade externa na configuração Littrow.



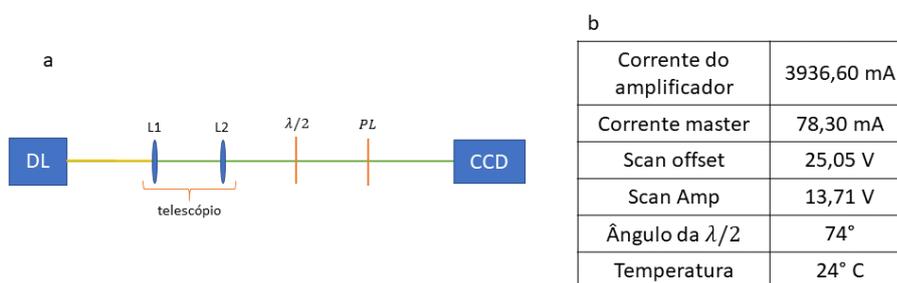
Fonte: Silva, 2016

#### 4.5.1 COLIMAÇÃO DO FEIXE

A colimação do feixe serve para que o feixe não se disperse ao se propagar. Para fazer isto, colocamos a parte curva de uma lente apontando para a saída do laser para minimizar as aberrações esféricas, após a primeira lente colocamos uma segunda de modo que possamos formar um telescópio e por fim colocamos um anteparo.

Para efetuarmos a colimação do feixe do laser que utilizamos em nossos experimentos usamos duas lentes com foco de 100 mm cada uma e um anteparo. As duas lentes serviram para montarmos um telescópio, no entanto, de início junto com a colimação do feixe também tínhamos como objetivo obter o diâmetro do feixe, assim, a configuração usada foi a da figura 22, onde temos além do telescópio uma placa de meia-onda e um polarizador e uma câmera (CCD) para obtermos o perfil do feixe. Neste experimento a fibra óptica, as lentes, a placa de meia-onda, o polarizador e a câmera CCD estavam na mesma altura em relação à superfície da mesa óptica. Os dados experimentais estão na tabela da figura 22. Esta primeira configuração experimental não nos permitiu colimar o feixe, o que nos levou a ajustar as lentes.

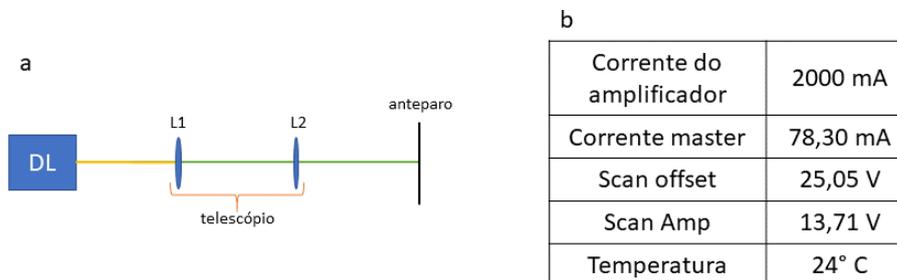
Figura 22 – a)Primeira montagem experimental para a colimação do feixe; 1) L1 e L2: lentes, 2)  $\lambda/2$ : placa de meia onda  $\lambda/2$ , 3) PL: polarizador A parte amarela após o DL representa a fibra óptica.b) Tabela com dados da primeira montagem.



Fonte: Autor.

A intensidade do feixe que usamos no primeiro experimento era muito alta, deste modo, mudamos a corrente para 2000 mA, conforme podemos observar na tabela da figura 23. Neste experimento para colimar o feixe retiramos a placa de meia-onda, o filtro polarizador e a câmera e usamos um anteparo para colimar o feixe do laser. A distância da fibra óptica para a primeira lente foi de 11.2 cm e o anteparo ficou a aproximadamente 32 cm da segunda lente que constitui o telescópio.

Figura 23 – Segunda montagem experimental para a colimação do feixe.b) Tabela com dados da segunda montagem.



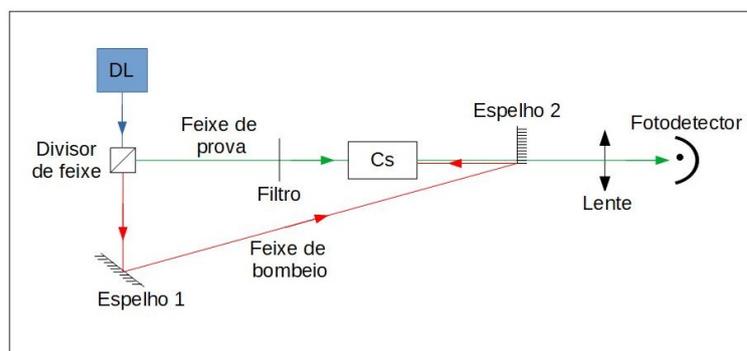
Fonte: Autor.

## 4.6 ABSORÇÃO SATURADA

Usamos absorção saturada para visualizar os picos das transições atômicas nas quais podemos realizar medidas experimentais ou numéricas<sup>1</sup>, ou seja, a usamos como um discriminador de frequência.

<sup>1</sup> Para mais informações sobre o princípio da absorção saturada consultar Demtröder, 2003 e Foot, 2005

Figura 24 – Configuração de um experimento de absorção saturada.

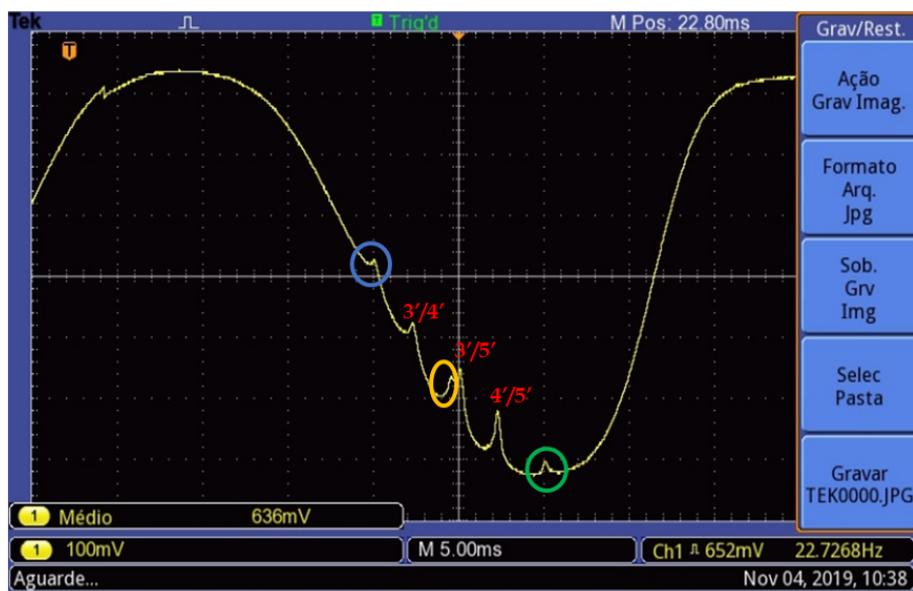


Fonte: Autor

A figura 24 esquematiza a montagem de uma absorção saturada, na qual temos um feixe laser que incide em divisor de feixe. Ao chegar no divisor de feixe, o feixe é dividido em dois, o de prova e o de bombeio, o de bombeio é mais intenso que o de prova sendo que ambos têm a mesma frequência. Estes feixes incidem na célula em direções opostas e, quando a frequência ( $\nu_{laser}$ ) do laser está distante da frequência de ressonância dos átomos ( $\nu_0$ ), os dois feixes (prova e bombeio) irão interagir com átomos que estão em diferentes classes de velocidade e um não irá interferir no outro.

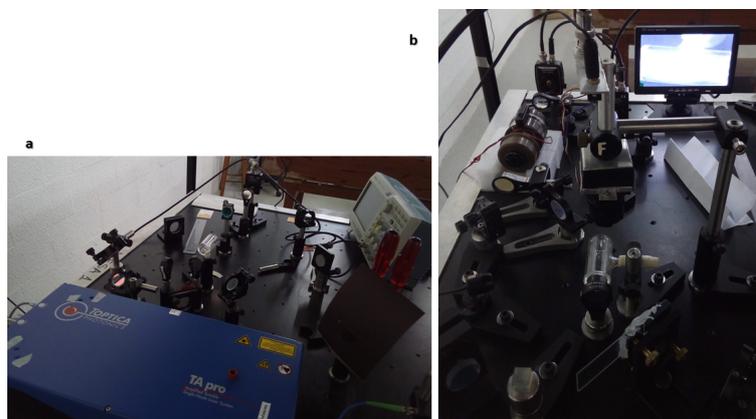
A partir do momento em que a frequência do laser se aproxima da frequência de ressonância dos átomos os picos estreitos gerados pelos feixes de bombeio e prova irão se aproximar, até que quando tivermos  $\nu_{laser} = \nu_0$  estes dois picos irão se sobrepor, o que significa que o feixe de bombeio e o de prova estão interagindo com o átomos que estão na mesma classe de velocidade. A figura 25 mostra um espectro de absorção saturada obtido experimentalmente.

Figura 25 – Espectro de absorção saturada da linha D2 do Cs. O círculo azul indica a transição  $F = 4 \rightarrow F' = 3$ , o círculo amarelo a transição  $F = 4 \rightarrow F' = 4$  e o círculo verde a transição  $F = 4 \rightarrow F' = 4$ . O números em vermelho são os sinais cross-overs.



Fonte: Autor

Figura 26 – Configuração de um experimento de absorção saturada.

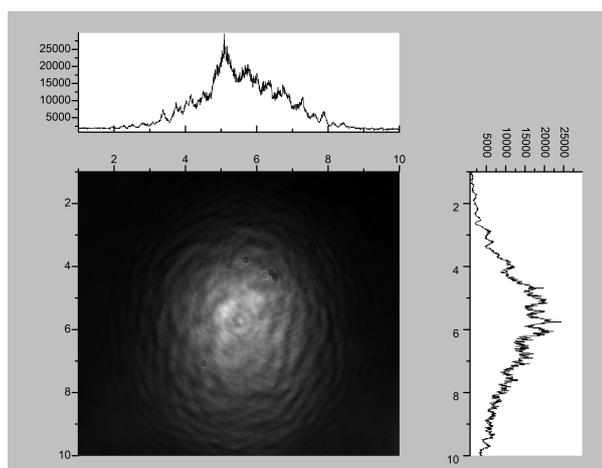


Fonte: Autor

#### 4.6.1 CARACTERIZAÇÃO DO FEIXE

Para caracterizarmos o feixe colocamos a CCD no local do difusor (antes da célula de Cs) capturamos a imagem do feixe, tratamos a imagem e medimos largura a meia altura (que equivale ao diâmetro do feixe). Obtivemos um diâmetro médio de aproximadamente 1,80 mm. Realizamos novamente o procedimento e obtivemos um valor de 1,9 mm para o diâmetro do feixe.

Figura 27 – Imagem do perfil do feixe.



Fonte: Autor.

#### 4.7 CARACTERIZAÇÃO DO DIFUSOR

O difusor é um instrumento com estrutura granular que difunde e espalha a luz de maneira uniforme. Dentre os materiais dos quais ele pode ser feito, geralmente materiais transparentes, destacamos o policarbonato, poliestireno, vidro translúcido, no entanto, há outros tipos. Um exemplo de difusor óptico é o da figura [28](#).

Figura 28 – Difusor óptico.



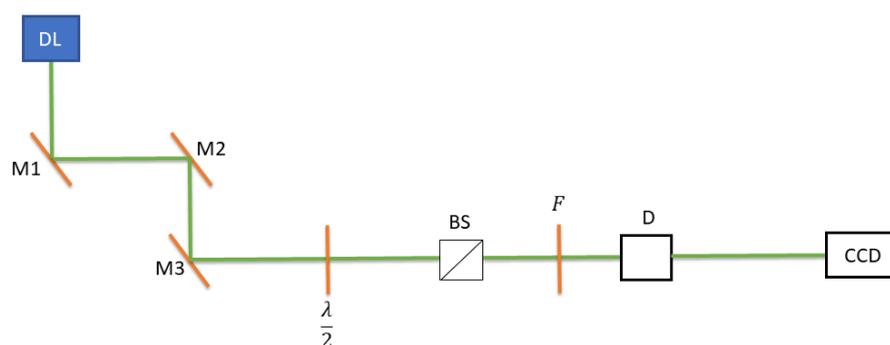
Fonte: Newport.

O objetivo da caracterização do difusor é para saber se sua distribuição de intensidades tem um decaimento normal no regime não interagente da luz com o meio. Queremos formar no sensor da CCD a imagem da face interna da janela de saída da célula, onde é interrompida a interação entre a luz e o meio atômico. Precisamos também obter no sensor uma distribuição representativa da distribuição de intensidade do padrão de speckles. Dependendo do difusor, o padrão ocupa uma extensão angular variável ( $0, 5^\circ, 1^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ ), que influencia também o valor das intensidades.

Para caracterizar os difusores tiramos uma série de imagens em diferentes distâncias giramos o difusor. Na nossa caracterização, realizamos as medidas com

o difusor a 5 cm, 10 cm e 15 cm de distância da câmera. Entre o difusor e a CCD colocamos dois filtros, um com OD de 2,5 e outro com OD de 0,5 para atenuar a potência do feixe de modo que não saturasse a imagem ou danificasse a câmera. O difusor que usamos foi o de 1°. Para cada uma das distâncias do difusor para a câmera foram obtidas 36 imagens. Abaixo temos a configuração experimental que usamos para caracterizar o difusor usado em nossos experimentos.

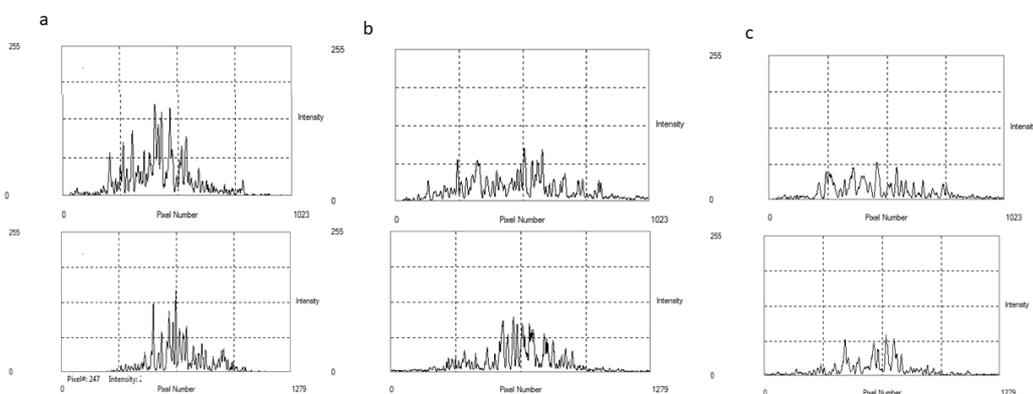
Figura 29 – Montagem experimental para a caracterização dos difusores: DL, laser de diodo; M1, M2 e M3, espelhos;  $\lambda/2$ , placa de meia onda; BS, divisor de feixe polarizado; F, filtro; D, difusor; CCD, câmera.



Fonte: Autor

Para cada distância a temperatura da parte superior do forno e corrente do foram as mesmas, 24,0°C e 3000 mA, respectivamente. Com relação à câmera, também mantivemos os mesmos parâmetros, tempo de exposição da câmera de 0,01 ms, pixel clock de 25 e frame máximo de 25 e para nos certificarmos de que não houve saturação nas imagens analisamos os perfis de intensidade das imagens do difusor em cada distância. Abaixo temos os gráficos destes perfis de intensidade.

Figura 30 – Perfis de intensidade das imagens do difusor em cada distância, os gráficos de cima e baixos mostram de perfis verticais e horizontais, respectivamente: a) 5 cm, b) 10 cm, c) 15 cm.

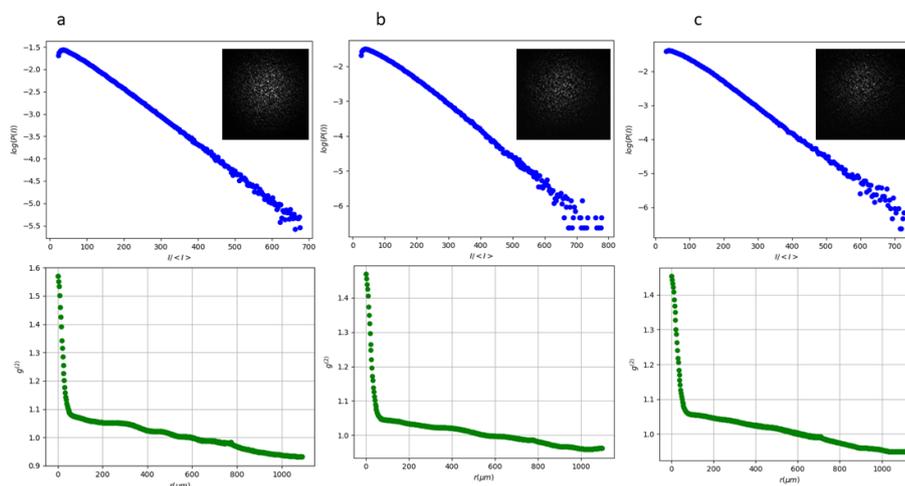


Fonte: Autor

Após constarmos que não havia saturação nas imagens coletamos as imagens e realizamos a análise do conjunto para cada distância. A análise foi realizada através do  $P(I)$  e  $g^{(2)}$ . Na figura 31 temos estas medidas para cada distância, nela notamos que

não há mudança na  $P(I)$  quando aumentamos a distância. Com relação a função de correlação, o valor máximo de 2 não é obtido em ambas medidas, sendo que para as distâncias de 10 cm e 15 cm os valores de  $g^{(2)}$  são aproximadamente iguais.

Figura 31 – Medidas de  $P(I)$  e de  $g^{(2)}$ : a) com o difusor a 5 cm de distância da câmera, b) difusor a 10 cm de distância da câmera, c) difusor a 15 cm da câmera.



Fonte: Autor

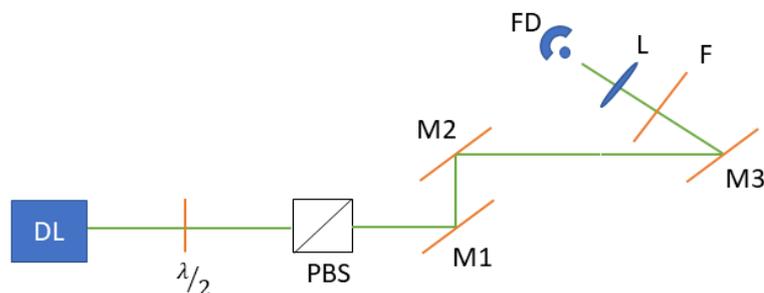
#### 4.8 CALIBRAÇÃO DOS FOTODETECTORES

A calibração dos fotodetectores serve para que na ausência de um medidor de potência, possamos estimar a potência incidente na célula de Cs. Nesta caracterização calibramos dois fotodetectores, em ambos realizamos medidas com ganhos de intensidades de 0 dB e 10 dB. A calibração com ganho de 0 dB é útil para quando estamos realizando experimentos com potências altas e a com ganho de 10 dB para baixas potências. A calibração é realizada com medidor de potência.

Para realizarmos a caracterização dos fotodetectores primeiro medimos o sinal de fundo (luz ambiente), para isto colocamos um anteparo na frente do fotodetector e medimos o valor da tensão.

Esta medida foi realizada da seguinte maneira, inicialmente medimos e anotamos a tensão incidente no fotodetector e a potência indicada no medidor de potência, depois realizamos o mesmo procedimento colocando um filtro (OD de 1,0) antes do fotodetector. Efetuamos um total de vinte medidas para cada fotodetector com ganho de 0 dB e dez medidas para os fotodetectores com ganho 10 dB. A configuração usada para efetuarmos as medidas está representada na figura abaixo.

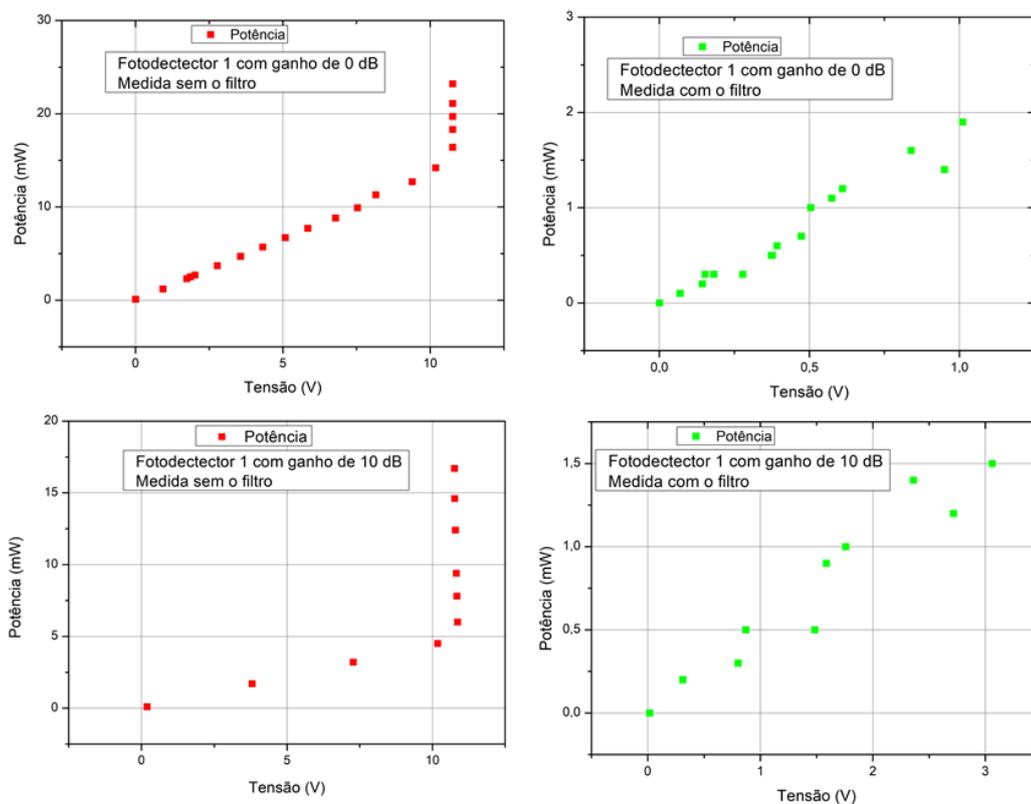
Figura 32 – a) Configuração para calibração dos fotodetectores. M1, M2 e M2; espelhos,  $\lambda/2$ ; placa de meia onda, PBS; divisor de feixe polarizado, F; filtro, L; lente, FD; fotodetector.



Fonte: Autor.

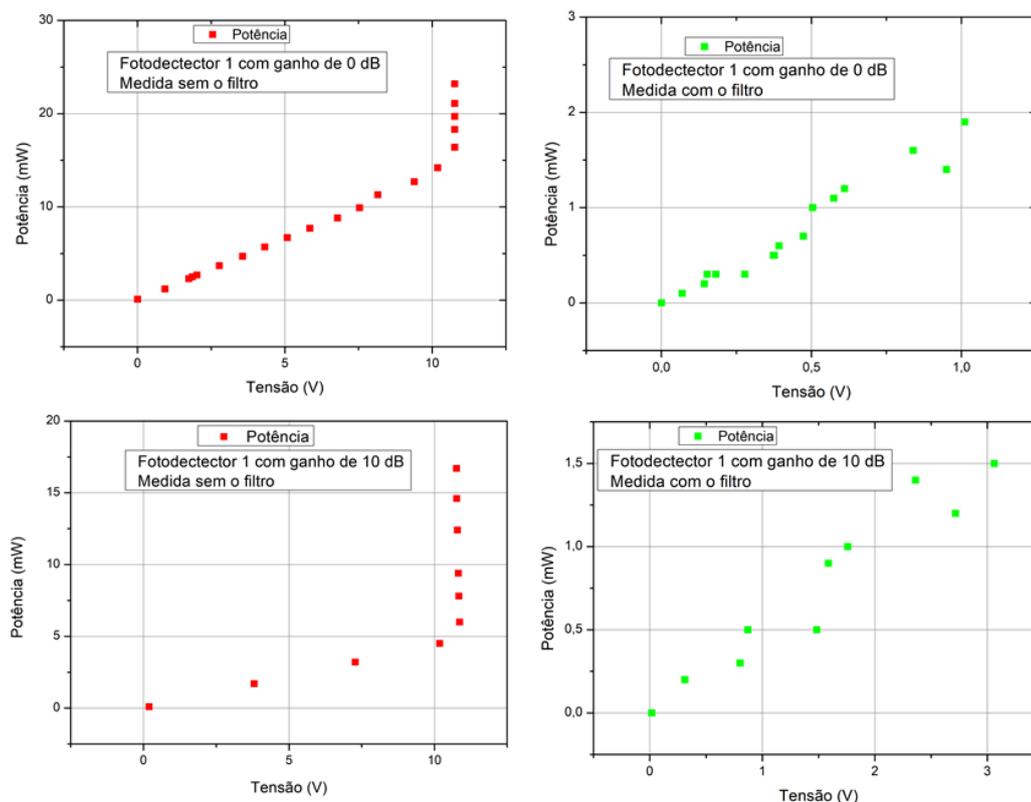
Apesar do comprimento de onda do laser ser 852 nm, realizamos tais medidas com medidor de potência em um comprimento de onda de 830 nm, apesar desta diferença, isto interfere muito pouco na precisão da medida. Os gráficos mostram o comportamento da potência com tensão incidente.

Figura 33 – Gráficos com as medidas potências do fotodetector 1 com ganhos de 0 dB (gráficos superiores) e 10 dB (gráficos inferiores)



Fonte: Autor.

Figura 34 – Gráficos com as medidas potências do fotodetector 2 com ganhos de 0 dB (gráficos superiores) e 10 dB (gráficos inferiores)

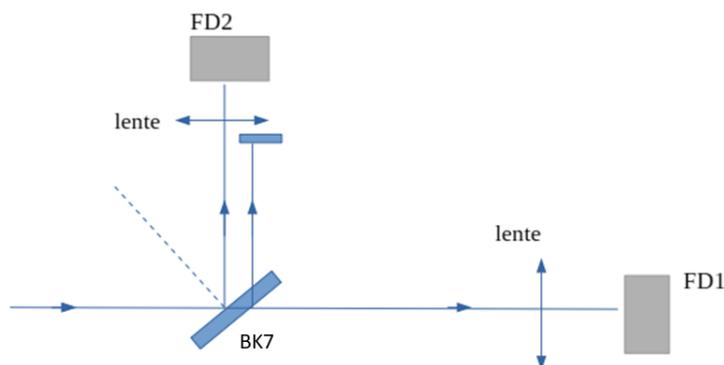


Fonte: Autor.

#### 4.9 CALIBRAÇÃO DA JANELA BK7

A janela BK7 é um vidro de borossilicato a qual desempenha a mesma função de um divisor de feixe. Para o nosso experimento usamos ela para sabermos a tensão incidente na célula de Cs e conseqüentemente a potência do feixe incidente.

Figura 35 – Configuração para a calibração da janela BK7.



Fonte: Autor.

Para calibrarmos a lâmina BK7 colocamos um fotodetector antes dela e medimos a tensão incidente nela. Após medirmos a potência incidente realizamos a medida

da potência transmitida pela janela. O valor da porcentagem transmitida pela BK7 foi aproximadamente 0,96

$$I_T = \frac{\text{Potência transmitida}}{\text{Potência Incidente}} \quad (4.1)$$

#### 4.10 MEDIDAS DO COEFICIENTE DE ABSORÇÃO

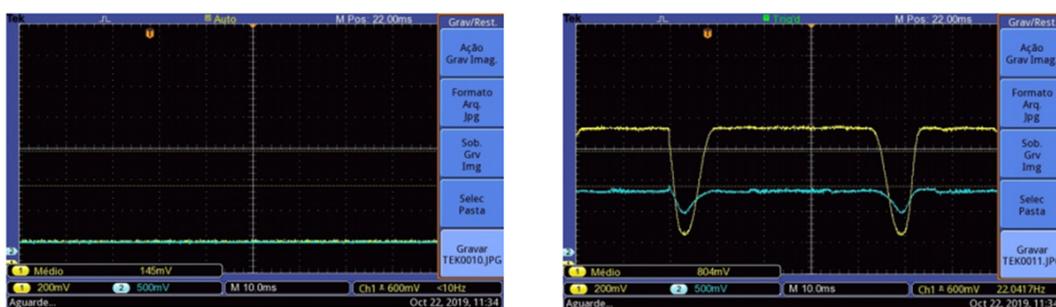
Realizamos as medidas do coeficiente de absorção para células de 5 cm e 1 cm (a célula de 5 cm é usada na obtenção de espectro de absorção saturada e a de 1 cm é a célula que está contida no forno, usada em nossos experimentos). A temperatura ambiente, ambas as células têm a mesma temperatura e densidade atômica. Os coeficientes de absorção  $\alpha_i$  foram obtidos através da lei de Beer-Lambert.

$$T = e^{-\alpha L} \quad (4.2)$$

onde  $T = \frac{I}{I_0}$  é a transmissão e L é o comprimento do meio atravessado pela luz.

A figura 36 mostra os espectros de transmissão que utilizamos para medir os coeficientes de transmissão. As medidas foram realizadas com feixe de baixa intensidade (em relação à intensidade de saturação) com a célula contendo o vapor de Cs à temperatura ambiente. Os valores dos coeficientes obtidos foram de  $(57 \pm 2)\text{m}^{-1}$  para a célula de 5 cm (4,7 cm interno) (a célula de referência) e de  $(51 \pm 5)\text{m}^{-1}$  para célula de 1 cm, à temperatura ambiente.

Figura 36 – Espectro de transmissão usado para calcular os coeficientes de absorção, em amarelo temos o espectro para célula com 1 cm de comprimento e em azul o espectro de transmissão para a célula com dimensão interna de 5cm. O espectro à esquerda é o zero de referência, o da direita, o espectro de transmissão.



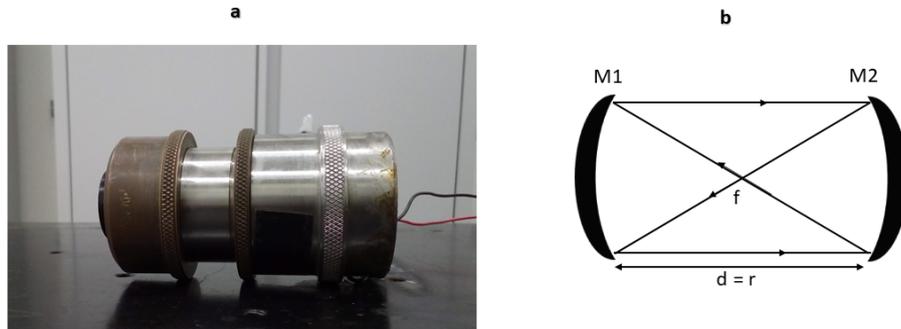
Fonte: Autor

##### 4.10.1 ALINHAMENTO DO FABRY-PÉROT E A NOVA CONFIGURAÇÃO DA SATURADA

Utilizamos um Fabry-Pérot confocal para medir a separação em frequência entre as transições. Sabendo o valor destas distâncias podemos saber a dessintonização

necessária para realizar as medidas nos lados azul e vermelho da transição atômica.

Figura 37 – Representação de um Fabry-Pérot: (a) Fabry-Pérot utilizado nas medidas e (b) interior de um Fabry-Pérot, M1 e M2 são espelhos esféricos colocados nas extremidades,  $f$  é o foco dos espelhos,  $d$  a distância entre os espelhos e  $r$  o raio de curvatura dos destes espelhos.



Fonte: Autor

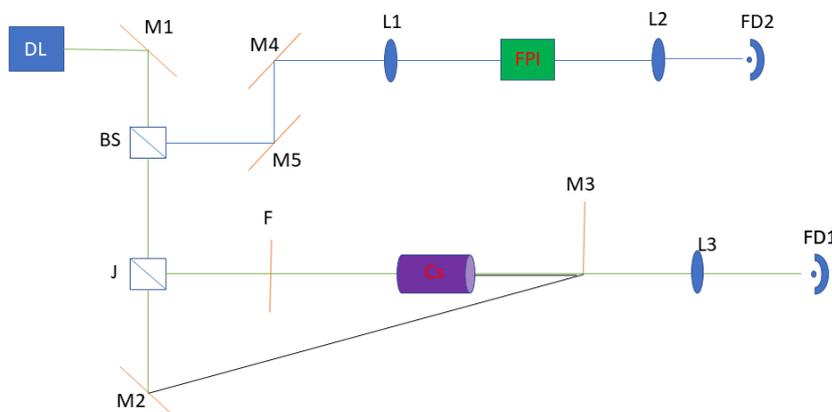
Os espelhos do Fabry-Pérot têm raio de curvatura de 5 cm cada uma e a distância entre eles também é de 5 cm. Ou seja, compartilham o mesmo ponto focal no meio da cavidade ( $\frac{R}{2}$ ). Com estas informações obtemos um intervalo espectral livre (Free spectral Range - FSR) de 1,5 GHz, este valor foi obtido através da seguinte expressão,

$$FSR = \frac{c}{4d} \quad (4.3)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz e  $d$  é a distância entre os espelhos. Com o valor do FSR podemos estimar o valor da finesse do Fabry-Pérot, neste caso a finesse é obtida em função do FSR e da largura espectral  $\Delta\nu$ . No entanto, a finesse também pode ser obtida através da refletividade dos espelho, consideramos uma refletividade teórica de 0,99 e assim obtivemos uma finesse de 312 e uma largura espectral teórica de 4,8 MHz.

Por razões práticas passamos a usar uma absorção saturada em configuração triangular. O ganho do fotodetector da saturada (FD1) foi de 0 dB e o do fotodetector do Fabry-Pérot foi de 20 dB. Esta configuração está ilustrada na figura [38](#).

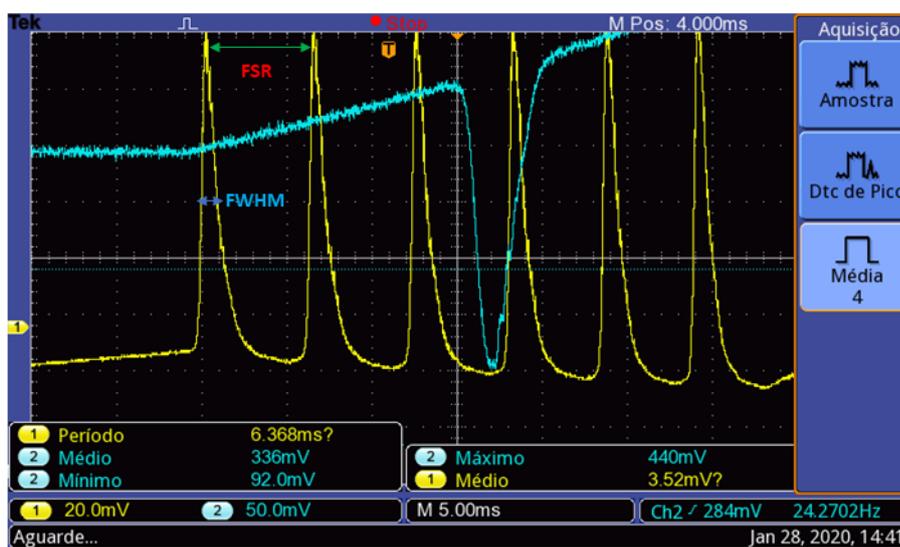
Figura 38 – Posição do Fabry-Pérot na mesa óptica - configuração 2: a) M1, M2, M3, M4, M5: Espelhos, b) FD1, FD2: Fotodetectores, c) BS: Divisor de feixe, d) Cs: Célula de Césio, e) F: Filtro, f) L1, L2 e L3: Lentes, g) FPI: Fabry-Perrot, h) Janela reflexiva.



Fonte: Autor.

Após o alinhamento do Fabry-Pérot obtivemos o valor da finesse experimental. Realizamos isto através da análise do sinal do Fabry-Pérot, conforme podemos observar na figura abaixo.

Figura 39 – a) sinal do Fabry-Pérot em amarelo e b) sinal da saturada em ciano.



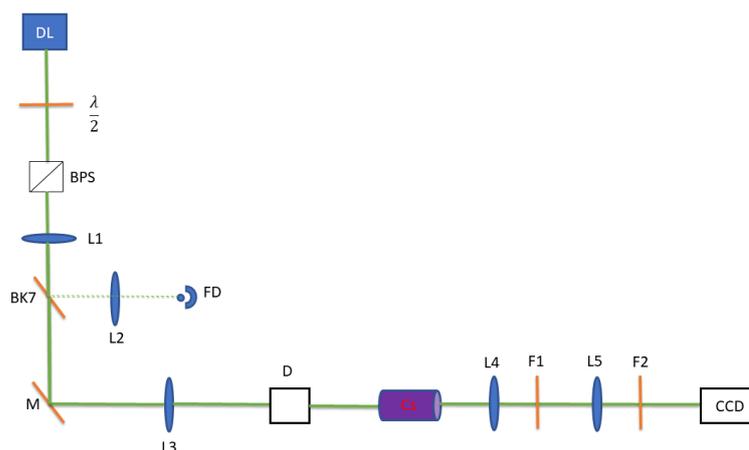
Fonte: Autor.

Experimentalmente o FSR do Fabry-Pérot foi de 20 mm e a largura espectral foi de 3 mm obtida através da largura de meia altura (FWHM) do sinal, assim, obtivemos uma finesse de 6,7, muito inferior à teórica. Não procuramos melhorar esse valor por não ser necessária uma grande precisão da dessintonização da frequência do laser a ser estimada com o Fabry-Pérot. Usamos o Fabry-Pérot também para verificar que a emissão laser está monomodo e estável.

#### 4.11 MONTAGEM EXPERIMENTAL PARA AQUISIÇÃO DAS IMAGENS DOS SPECKLES

A configuração que utilizamos para obter a maioria das imagens está representada na figura abaixo,

Figura 40 – Esquema experimental para a aquisição de imagens. DL; laser de diodo.  $\lambda \ 2$ ; placa de meia onda. BS; divisor de feixe. L1, L2, L3, L4 e L5; lentes. BK7; janela BK7. FD; fotodetector. M; espelho. D; difusor. Cs; forno com célula que contém Cs. F1 e F2; filtros. CCD; câmera.



Fonte: Autor.

Na figura 40 um feixe é emitido pelo laser passando pela placa de meia onda que utilizamos para atenuar sua potência e chega do divisor de feixe. Após o divisor de feixe temos um telescópio formado pelas lentes L1 e L2, o qual tem como função aumentar o diâmetro do feixe, entre as duas lentes do telescópio temos a janela BK7 que divide o feixe em dois, o primeiro feixe (linhas pontilhadas) passa pela lente L2 que focaliza o feixe no centro do fotodetector que é usado para estimar a potência incidente na célula de césio. O segundo incide no espelho que reflete ele para que chegue na segunda lente do telescópio, L3, e incida no difusor. O difusor tem a função de espalhar o feixe antes dele chegar na célula de Cs. Ao passar pela célula o feixe incide nas lentes L4 e L5 que diminuem o diâmetro do feixe para que incida totalmente na câmera. Os filtros F1 e F2 diminuem a potência do feixe para que não sature a imagem dos speckles e para que não danifique a câmera. A tabela abaixo mostra os dados da câmera utilizada nas medidas.

Tabela 1 – Dados da câmera

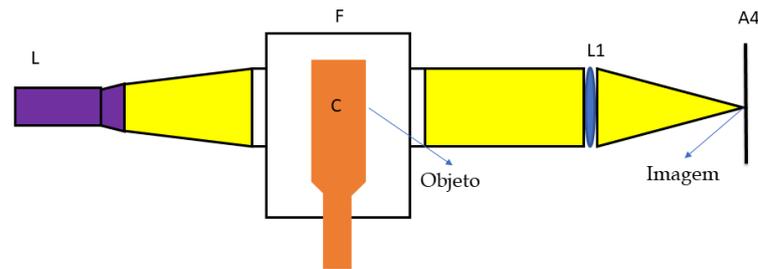
Tamanho do pixel	5,3 $\mu m$ x 5,3 $\mu m$
Número de pixels	1024 x 1280
Tamanho do sensor	5,43 x 6,78 mm
Tamanho do speckle	50 $\mu m$ = 10 px

Fonte: Autor.

#### 4.11.1 LOCAL DE FORMAÇÃO DA IMAGEM DOS SPECKLES

Uma dificuldade apresentada nestas medidas preliminares foi o local onde a imagem dos speckles é formada. Para sabermos o local de formação da imagem usamos o princípio da câmera escura que está esquematizado na figura 41.

Figura 41 – Esquema experimental da câmera escura para para sabermos o local onde a imagem dos speckles é formada. L; lanterna, F; Forno, C; Célula, L1; lente e A4; folha A4.



Fonte: Autor.

Para fazer a câmera escura desligamos as luzes e colocamos cortinas nas janelas do laboratório e também colocamos uma lente após o forno para focalizar a imagem na folha que utilizamos. Após isto iluminamos as janelas do forno com uma lanterna e procuramos o local de formação da imagem dos speckles, na primeira medida utilizamos uma lente com foco de 50 mm, no entanto, o tamanho dos speckles obtido foi menor que o esperado, para aumentarmos o tamanho dos speckles substituímos esta lente por uma com foco de 100 mm. Para termos a imagem dos speckles o laser permaneceu emitindo e a lanterna foi colocada inclinada em relação ao eixo horizontal do forno, assim, utilizamos um filtro reflexivo com uma O.D de 2.0 para atenuarmos a potência do feixe laser incidente na janela do forno.

A depender da lente que utilizamos para focalizar a imagem dos speckles teremos uma variação na magnificação, devido a este fato após sabermos onde imagem dos speckles está sendo formada realizamos o cálculo da magnificação com a seguinte expressão

$$m = \frac{d_i}{d_o} \quad (4.4)$$

onde  $d_o$  é a distância do objeto para a lente e  $d_i$  é a distância da lente a imagem. A medidas imagem com diferentes magnificações nos ajudou a caracterizar os speckles, tema da seção 4.12.

#### 4.11.2 PROCESSAMENTO E ANÁLISE DE IMAGENS

Para analisarmos o campo de speckles na saída da célula é necessário que tenhamos uma série de imagens. Entretanto, o processo de obtenção e processamento requer que façamos uma série de procedimentos para que: 1) não tenhamos muita

interferência externa (fonte luminosa que não seja o feixe laser) e 2) para que a ela não sature.

#### 4.11.2.1 Procedimentos a serem realizados antes da captura das imagens

Toda imagem que capturamos trás consigo um fundo (um ruído externo, por exemplo a luz ambiente do laboratório), mas para que isto não tenha muita interferência na estatística do campo de speckles realizamos a captura deste fundo. Para fazer isto desligamos todas as fontes luminosas do laboratório inclusive o laser e se o local tiver janelas deve-se colocar cortinas para que a luz de fora também não interfira, feito isto, tiramos uma foto deste fundo. Após capturarmos uma imagem do fundo é preciso que façamos ajustes na câmera para que a imagem não sature. Para isto ligamos o feixe laser e deixamos ele atravessar a célula, depois abrimos o software da câmera e clicamos no ícone do gráfico do histograma e colocamos ele na escala log. Com o feixe laser incidindo na célula giramos o difusor (giramos ele  $360^\circ$ ) e ao mesmo tempo analisamos o histograma da imagem, nesta etapa é necessário que pico do histograma não atinja o valor de 255 pixels, se ele ultrapassar este valor ajustamos o tempo de exposição da câmera até que a imagem não sature.

#### 4.11.2.2 A obtenção das imagens

As imagens que obtemos são coletadas de forma aleatória. Para realização deste processo giramos o difusor em direções distintas e capturamos uma imagem em cada ponto onde paramos. Em média tiramos um conjunto de 50 imagens.

#### 4.11.2.3 A análise

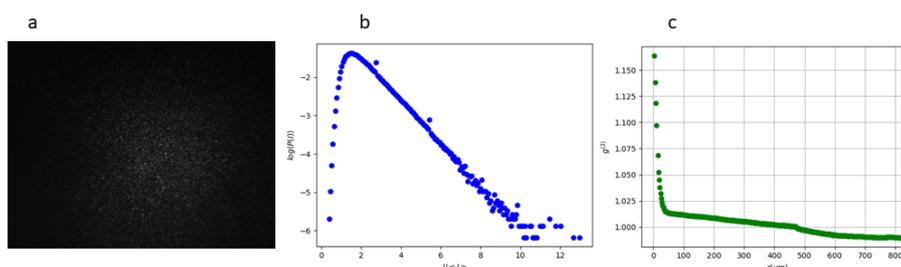
Após obter o conjunto de imagens iniciamos o processo de análise com retirada do fundo delas, para isto utilizamos o programa ImageJ (software de domínio público), após a retirada do fundo, analisamos as imagens em programas de linguagem python. O programa analisa a distribuição de intensidades nas imagens em torno de  $P(I)$  e  $g^{(2)}(\rho)$ .

### 4.12 CARACTERIZAÇÃO DOS SPECKLES

Nesta seção iremos tratar da caracterização dos speckles, especificamente, a função de correlação,  $g(2)$ , no regime não interagente, onde esperamos que as propriedades estatísticas da luz não sejam modificadas. A  $g(2)$  nos dá o tamanho médio dos speckles e sua caracterização permite indentificar as modificações que ocorrem no meio não-linear após a interação com a luz (Alves, et al, 2019). Quando a luz não interage com o meio não-linear a  $g(2)$  varia de 2 a 1, devido ao fato do difusor produzir um padrão normal de speckles. Para realizarmos esta caracterização usamos a mesma

configuração experimental que será utilizada na medidas, dos efeitos da propagação de luz no vapor atômico de Cs, a qual está ilustrada na figura 40. Nas primeiras medidas que realizamos a célula de Cs estava a temperatura ambiente de  $28^{\circ}\text{C}$ , usamos um difusor de  $5^{\circ}$ . O feixe incidente no difusor tem diâmetro de aproximadamente 1,9 mm. O sistema de formação de imagem na CCD tem magnificação 1. Usamos um tempo de exposição de 0,51 ms para um conjunto de 24 imagens, e o valor máximo obtido foi de aproximadamente 1,15, conforme podemos observar no gráfico abaixo.

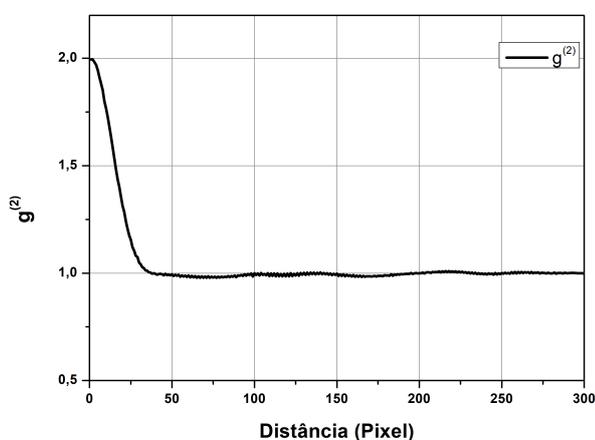
Figura 42 – a) Padrão de speckles da primeira medida, b) distribuição de intensidades e c) valor da  $g(2)$ .



Fonte: Autor

Na figura 42 (a) é a imagem do padrão de speckle obtido nesta medida, a figura (b) nos mostra a distribuição de intensidades do padrão de speckle a qual podemos notar que atinge um valor máximo de 2 vezes a intensidade média e decai até 10 vezes a intensidade média e na figura c temos a função  $g(2)$ . A distribuição  $P(I)$  tem o comportamento esperado, decaindo exponencialmente com  $I$  (reta em escala logarítmica). Entretanto, a função de correlação é quantitativamente diferente do esperado. Ela deveria variar do seu máximo 2 para  $r = 0$  até o valor mínimo de 1 para  $r \rightarrow \infty$ .

Figura 43 – Largura da função de correlação sem interação com o meio.

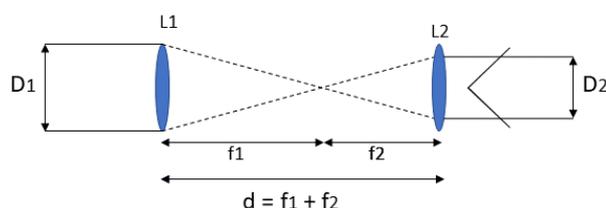


Fonte: Autor

Com essas primeiras medidas, em especial a segunda não obtivemos o valor máximo de  $g(2)$  que desejávamos e notamos que a imagem do padrão de speckles

não preenchia todo o espaço da câmera como podemos notar na imagen (a) da figura 42. Deste modo decidimos alterar a magnificação do experimento e passamos a utilizar um magnificação de 2 na CCD. Para isto colocamos a CCD a uma distância da lente equivalente a 3 vezes o foco da lente, e, lente está a uma distância  $\frac{3F}{2}$  da janela da célula. Novamente a célula permaneceu a temperatura ambiente, 25 °C e mantivemos a câmera com o mesmo tempo de exposição da medida anterior, 0,13 ms. A partir das medidas que realizamos podemos constatar que a configuração experimental que estávamos usando não nos permitia obter uma boa correlação entre os pontos dos speckles e um outro fato no qual nos atemos no primeiro momento foi o tamanho dos speckles obtidos, como podemos observar nas figuras "a" anteriores, neste o problema poderia estar relacionado com o tamanho do feixe. Assim resolvemos construir um telescópio no qual objetivamos aumentar o diâmetro do feixe. Para a construção do telescópio utilizamos duas lentes com focais e 100 mm e 20 mm. O comprimento do telescópio é de 120 mm, o que corresponde a soma dos focos das duas lentes. A magnificação (que corresponde a razão entre o foco da segunda e da primeira lente, respectivamente) deste primeiro telescópio é de 5. Colocamos o telescópio antes do difusor. A esquematização de um telescópio está na figura abaixo.

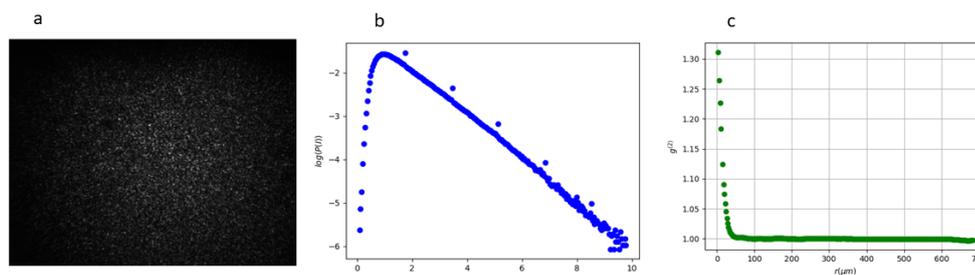
Figura 44 – Esquema do telescópio utilizado nos experimentos. L1 e L2; lentes,  $f_1$  e  $f_2$ ; focos das lentes L1 e L2, respectivamente,  $D_1$  diâmetro do feixe ao incidir na primeira lente,  $D_2$  diâmetro do feixe após a lente 2,  $d$ ; comprimento do telescópio que equivale a soma dos focos das lentes.



Fonte: Autor

Após a construção do telescópio tiramos um conjunto de 100 imagens, desta vez aquecemos o forno até uma temperatura de 63 °C. O difusor utilizado foi o mesmo das medidas anteriores, o tempo de exposição da câmera foi 0.64 ms. Com esta medida obtivemos um valor de  $g(2)$  de aproximadamente 1,30, como podemos observar na figura abaixo.

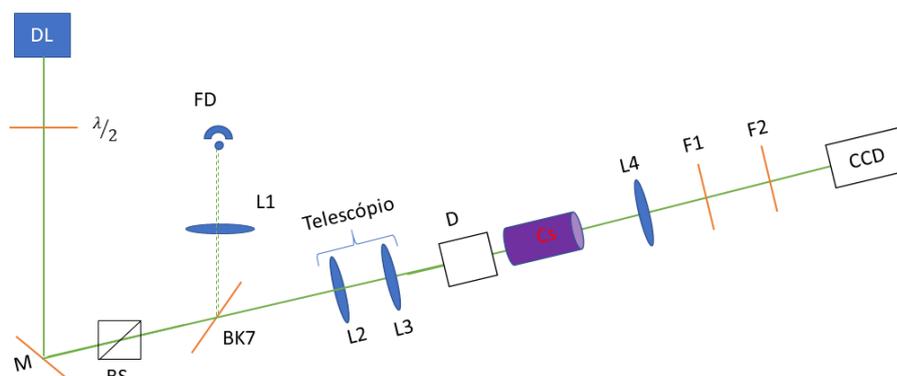
Figura 45 – a) Padrão de speckles, b) distribuição de intensidades e c) valor da  $g(2)$ .



Fonte: Autor

Um problema que possivelmente não nos permitiu caracterizar a  $g(2)$  foi o local onde a imagem dos speckles se forma tal como as magnificações que estávamos utilizando, assim nas medidas seguintes passamos a utilizar a técnica da câmera escura para saber onde as imagens estavam se formando, deste modo após sabermos a imagem se formava estimávamos a magnificação das imagens. A utilização câmera escura nos levou a mudar a configuração experimental na mesa óptica, uma vez que as imagens estavam se formando fora do plano da mesa óptica, assim, colocamos os equipamental na diagonal da mesa óptica para que aproveitássemos a maior quantidade espaço possível. Esta configuração está ilustrada na figura abaixo.

Figura 46 – Configuração na diagonal da mesa óptica. DL; laser de diodo,  $\lambda$ ; placa de meia onda, M; espelho, BPS; divisor de feixe/polarizador, BK7; janela BK7; L1, L2, L3 e L4; lentes, FD; fotodetector, D; difusor, Cs; célula de Césio, F1 e F2; filtros, CCD; câmera. O telescópio é formado pelas lentes L2 e L3.

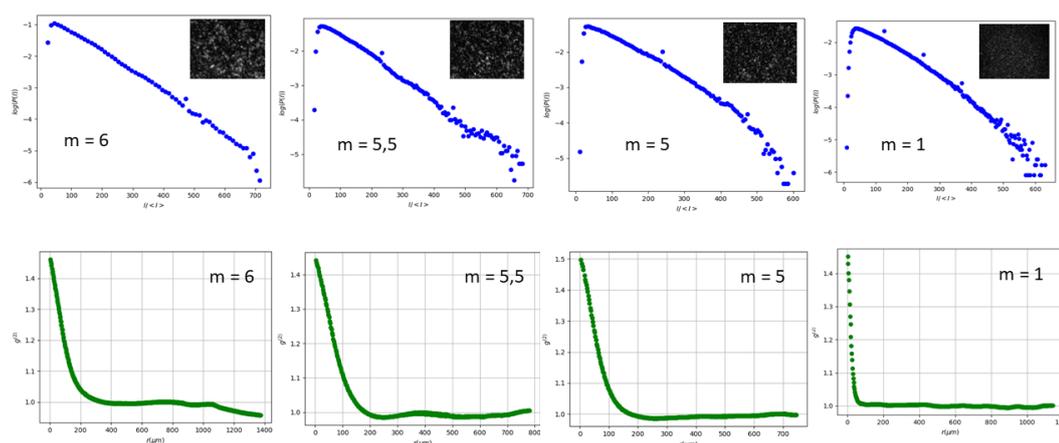


Fonte: Autor

A magnificação do telescópio da figura [46](#) é de 4, no qual as lentes L3 e L2 têm focos de 20 cm e 5 cm, respectivamente. E nesta configuração experimental a magnificação da imagem dos speckles que incide na câmera é 5.2. Realizamos uma alteração na magnificação do telescópio e passamos a utilizar uma de 2, no entanto, o feixe não incidiu totalmente na célula, deste modo voltamos a utilizar a magnificação anterior. Realizamos medidas de speckles com a célula aquecida com esta configuração diagonal, no entanto, após a calibração da BK7 voltamos a configuração anterior similar a figura [40](#) já que o feixe deve incidir perpendicularmente, e, desta vez o telescópio

está localizado entre divisor de feixe e o difusor com a BK7 no meio dele. Com esta configuração realizamos uma nova tentativa de caracterizar a  $g(2)$ , para isto colocamos uma após o filtro F1 com o intuito de melhorar a resolução da imagem, as medidas foram feitas para um conjunto de 50 imagens tiradas com a célula a temperatura ambiente e obtivemos uma  $g(2)$  de 1.4. Com o difusor de 1° realizamos 4 medidas com magnificações de 1, 5, 5,5 e 6. Para a magnificação 6 obtivemos uma  $g(2)$  de aproximadamente 1.415, para a de 5,5 a  $g(2)$  chegou a um valor máximo de 1.465, para de 5 tivemos uma  $g(2)$  de 1.505 e para magnificação 1 a  $g(2)$  foi de 1.445. Em todas as medidas o tempo de exposição da câmera foi de 0.01 ms a lente usada antes da câmera tinha um foco de 50 mm e usamos o filtro com uma O.D de 2 para atenuarmos a potência do feixe que incide na câmera. Os gráficos abaixo mostram os valores da  $g(2)$  com as magnificações citadas, neles podemos notar que apesar de termos uma PDF com distribuição normal a  $g(2)$  não alcança o valor 2.

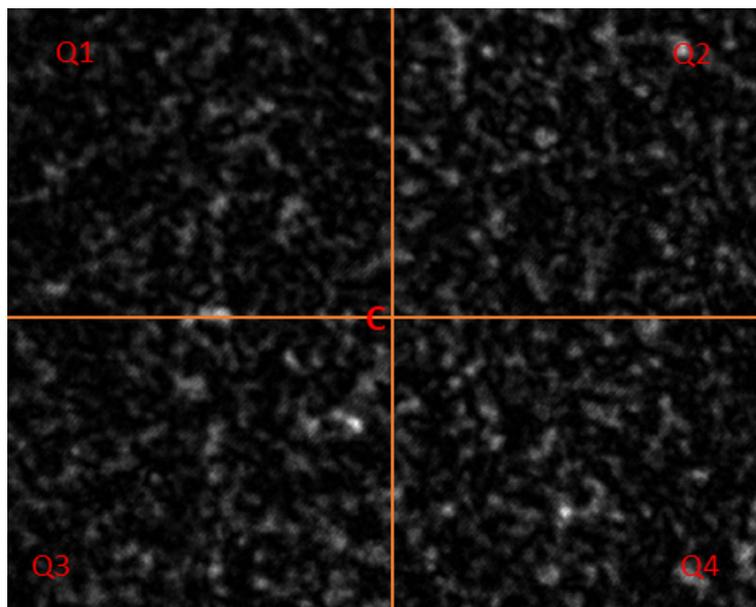
Figura 47 –  $P(I)$  e  $g(2)$  para as magnificações 6, 5,5, 5 e 1



Fonte: Autor

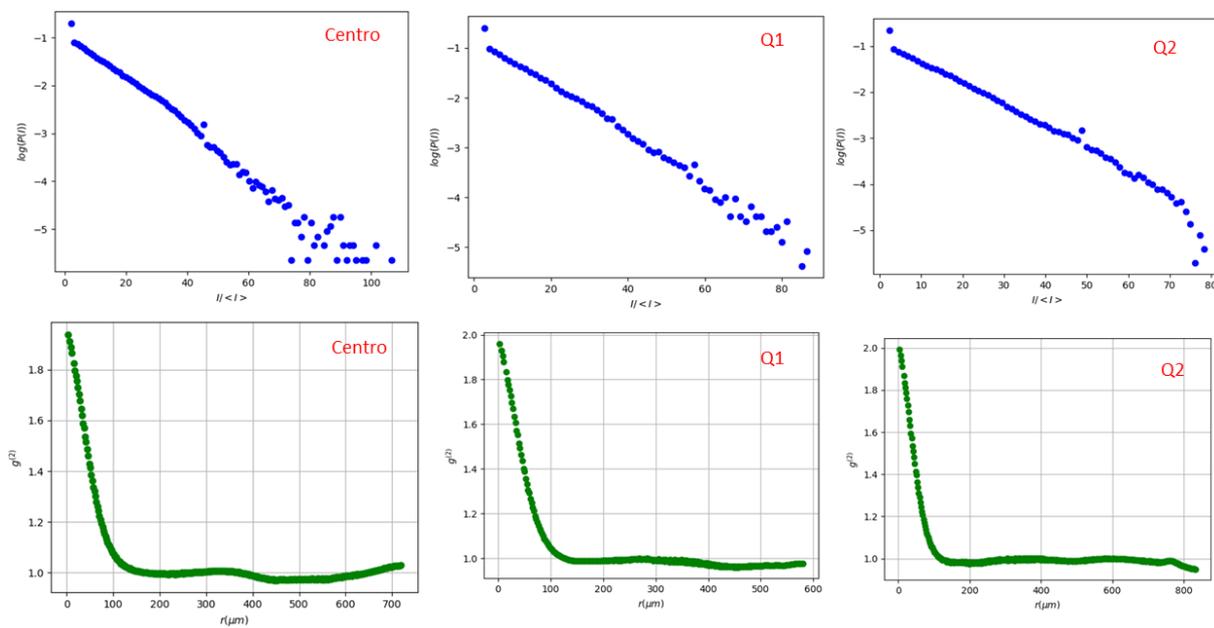
Como as medidas com a célula temperatura ambiente não estava nos permitindo fazer a caracterização dos speckles, optamos por aquecer a célula e aumentar a intensidade do feixe. A célula foi aquecida até uma temperatura de aproximadamente 100°C. E utilizamos um filtro com uma O.D de 2,0. Para analisarmos o comportamento da  $g(2)$  dividimos o padrão de speckles em 4 quadrantes conforme podemos observar nos figura abaixo e para cada quadrante medimos a  $g(2)$ , além disto também realizamos medidas no centro da imagem. Reduzimos o fundo em 50 pixels e obtivemos uma  $g(2)$  com valor 2 como desejávamos.

Figura 48 – Padrão de speckles para a magnificação 5

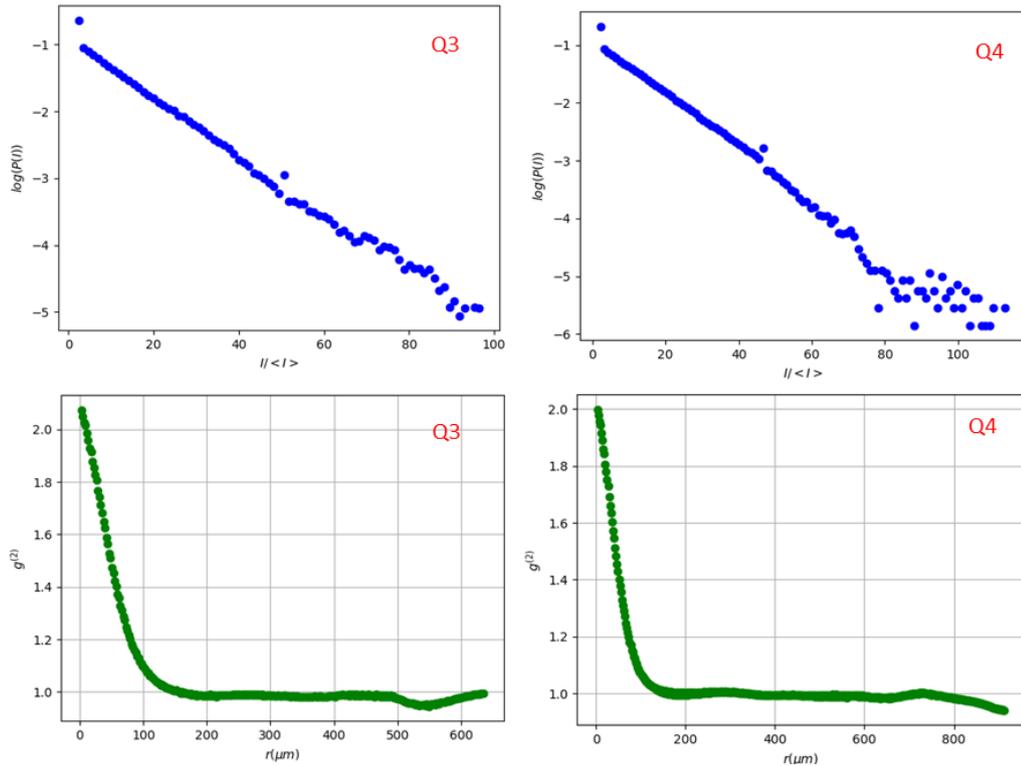


Fonte: Autor

O gráficos abaixo mostram que a  $P(I)$  tem um decaimento normal, e podemos observar que a  $g(2)$  o valor 2.

Figura 49 – Comportamento da  $P(I)$  e da  $g_2$  em diferentes locais do padrão de speckles

Fonte: Autor

Figura 50 – Comportamento da  $P(l)$  e da  $g_2$  em diferentes locais do padrão de speckles

Fonte: Autor

#### 4.13 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE AS MEDIDAS EXPERIMENTAIS

Caracterizamos e calibramos o sistema de formação, detecção e tratamento de imagem, no caso não interagente, ou seja, para  $\Delta \gg \Gamma_D$ . Verificamos que as propriedades estatísticas do padrão de speckles são normais como esperado.

Vamos agora introduzir interações entre fótons através da interação da luz com o meio não-linear. Essa parte do trabalho não pôde ser realizada experimentalmente devido a problemas que tivemos com o laser e às paralisações das atividades presenciais decorrendo da pandemia de Covid-19. Foi então realizada através de simulações numéricas.

## 5 ESTATÍSTICA DA PROPAGAÇÃO DE LUZ EM VAPORES ATÔMICOS RESSONANTES

### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo iremos apresentar os resultados obtidos em nossas simulações numéricas. De início apresentaremos o meio não-linear no qual trabalharemos, depois explicaremos a metodologia das simulações apresentando uma breve descrição dos programas que utilizamos, em seguida apresentaremos os resultados obtidos para vários regimes de interação entre a luz e o vapor atômico.

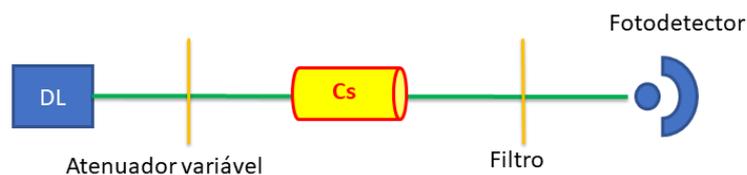
### 5.2 O MEIO NÃO-LINEAR

O meio não-linear que nossas simulações numéricas simulam é um vapor atômico de césio (Cs). Para medidas experimentais (o laser utilizado nas futuras medidas emite na faixa dos 852 nm) a observação e o estudo de efeitos não-lineares se tornam mais atraente na linha  $D_2$  do Cs em torno de 852 nm (Anexo A). Assim, as nossas simulações foram realizadas nesta linha<sup>1</sup>.

### 5.3 O ESPECTRO DE TRANSMISSÃO

A medida do espectro de transmissão de um meio nos diz o quanto um meio absorve (ou transmite) a luz que incide nele. Experimentalmente, para obtermos um espectro de transmissão incidimos um feixe laser no meio no qual estamos trabalhando e capturamos a luz transmitida através de um fotodetector. Na figura 51 temos a representação da montagem experimental para observações de um espectro de transmissão.

Figura 51 – Montagem experimental de um espectro de transmissão. O feixe proveniente do laser de diodo incide diretamente na célula de Cs, depois passa por um filtro onde sua potência é atenuada para que não danifique o fotodetector, e, o seu sinal é finalmente captado pelo fotodetector.

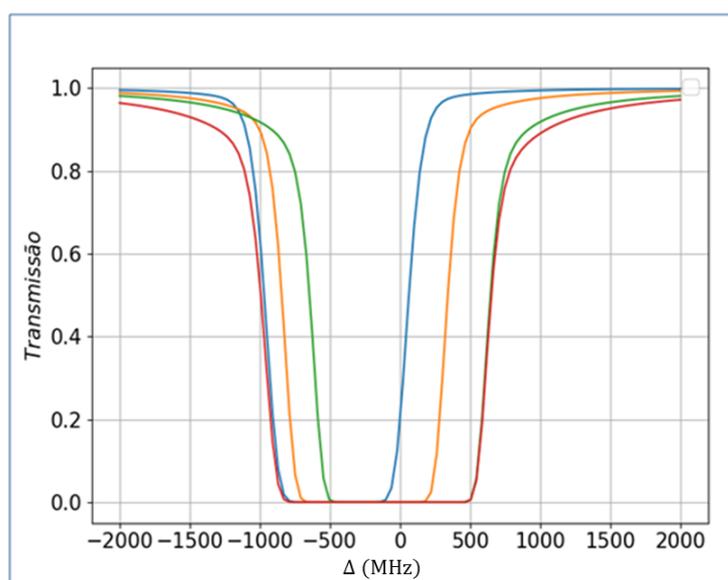


Fonte: Autor

<sup>1</sup> Para informações mais detalhadas das linhas D do Cs sugerimos a consulta do trabalho de Steck (Steck, 2019)

Numericamente obtivemos o espectro de transmissão através de uma rotina escrita na linguagem Python. Esse programa calcula a susceptibilidade atômica em função da frequência, para uma determinada intensidade. Nesta rotina assim como nos outros programas usamos dados aproximadamente reais para a linha  $D_2$  do Cs. As temperaturas escolhidas para o reservatório e para a janela do recipiente no qual o Cs está contido foram  $100^\circ\text{C}$  e  $120^\circ\text{C}$ , respectivamente. A escolha destas temperatura nos garantiu um gradiente de temperatura de  $20^\circ\text{C}$  entre o reservatório e o corpo da célula, pressão de vapor de  $5,65 \times 10^{-4}$  Torr e uma densidade atômica de  $1,53 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ . Nas simulações o comprimento da célula foi de 1 cm, equivalente ao que temos em nosso laboratório. Um exemplo de espectro de transmissão que obtivemos está representando abaixo.

Figura 52 – Espectro de transmissão obtido numericamente. As linhas azul, laranja, verde e vermelho, representam as transições  $F4 \rightarrow F3$ ,  $F4 \rightarrow F4$ ,  $F4 \rightarrow F5$  e a superposição destas transições, respectivamente.  $N = 1,53 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ ,  $\frac{I}{I_{sat}} = 2,5$ .



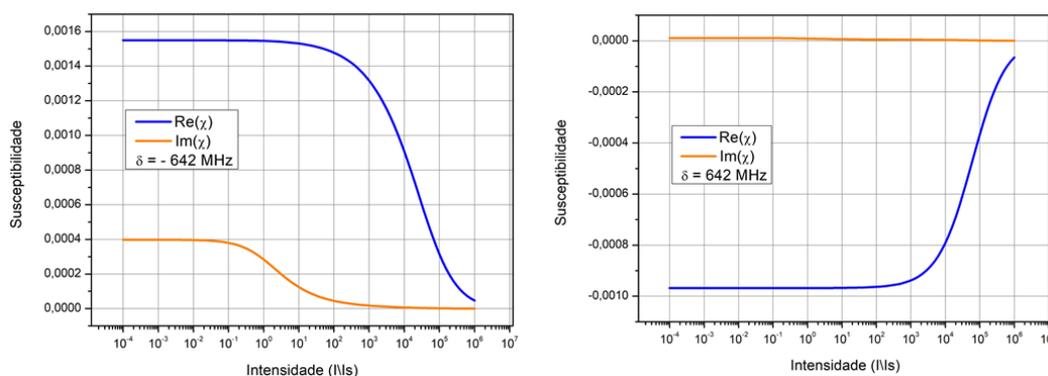
Fonte: Autor

O espectro de absorção da figura 52 é o espectro de um sistema multinível com um estado fundamental e três estados excitados, no qual podemos observar as transições da linha  $D_2$  do Cs. Com este espectro realizamos medidas de propagação com diferentes valores de transmissão e a que nos garantiu uma boa estatística preliminar foi uma transmissão de aproximadamente 50%, para as dessintonizações de 642 MHz e -642 MHz. Usamos como referência de frequência para medida da transmissão a transição hiperfina  $F=4 \rightarrow F'=5$ .

#### 5.4 DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA DO MEIO À LUZ INCIDENTE

A determinação numérica da resposta do meio à luz incidente (a susceptibilidade) foi efetuada com outra rotina numérica que calcula a susceptibilidade atômica em função da intensidade para uma determinada dessintonização. As dessintonizações usadas foram as que escolhemos através do espectro de transmissão, deste modo, conseguimos a resposta do vapor atômico em ambos os lados da ressonância.

Figura 53 – Susceptibilidade em função da intensidade para os lados vermelho ( $\Delta = -642\text{MHz}$ ) e azul da ressonância ( $\Delta = 642\text{MHz}$ ), com densidade atômica  $N = 1,53 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ .



Fonte: Autor

A figura 53 mostra o gráfico da susceptibilidade para as dessintonizações que realizamos as simulações numéricas. Para a dessintonização de - 642 MHz a parte real (linha azul) da susceptibilidade sofre uma diminuição com o aumento da intensidade incidente, mas sempre assume muito valores maiores que a parte imaginária, indicando assim que a os efeitos dispersivos ainda superam a absorção.

Para a dessintonização de 642 MHz, notamos na figura 53 que o comportamento de  $\text{Re}(\chi)$  e  $\text{Im}(\chi)$  é qualitativamente o mesmo que para -642 MHz, ambos se aproximando de 0(zero) para altíssimas intensidades mas agora com  $\text{Re}(\chi) < 0$ . Ainda temos  $|\text{Re}(\chi)| \gg \text{Im}(\chi)$ , com efeitos dispersivos superando os absorptivos.

Outro ponto a destacar é o fato do índice de refração (associado à parte real da susceptibilidade) depender da intensidade. Como podemos observar nos gráficos da figura 53 para o lado vermelho o índice de refração diminui com a intensidade e para o lado azul notamos um aumento no seu valor e para intensidade com ordem de grandeza maiores de  $10^5$  o índice de refração do meio tem o mesmo valor para os dois lados da ressonância ( $\simeq 0$ ).

Com o comportamento da susceptibilidade  $\chi(I, \Delta)$  mapeado em função da intensidade e da frequência podemos simular a propagação de um campo  $E(\vec{r}, \omega)$

usando a equação (2.17):

$$2ik \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = -\nabla_{\perp}^2 \vec{A} - \frac{k^2}{n_0^2} \chi \vec{A} \quad (5.1)$$

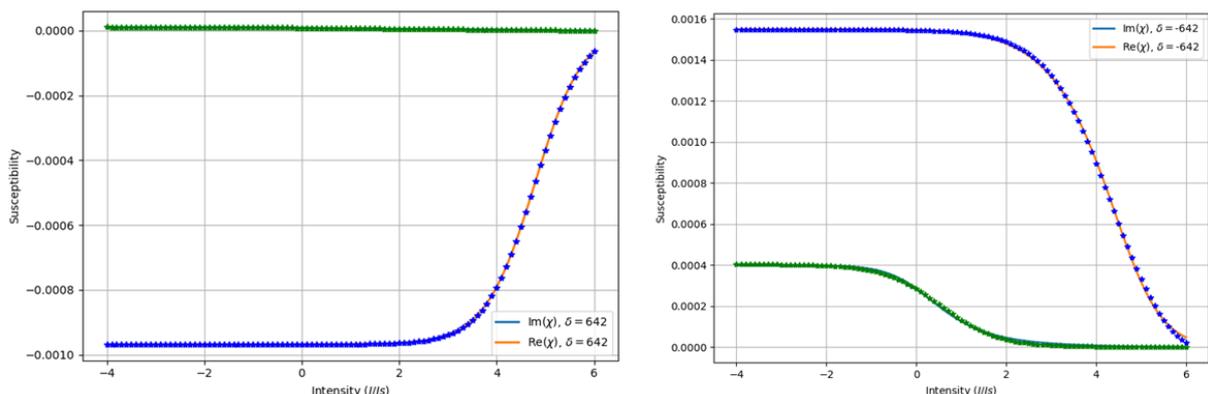
Se o campo de luz incidente tivesse um perfil Gaussiano ele induziria no vapor um perfil Gaussiano de índice de refração, que poderia ser inserido analiticamente na simulação. Entretanto, o campo eletromagnético incidente no meio não-linear consiste em uma distribuição espacial aleatória de intensidade  $I(\vec{r})$ . Para agilizar a simulação da propagação do campo no meio não-linear (resolução da equação diferencial (5.4)), usamos uma aproximação analítica de  $\chi(I)$ .

Para que tenhamos uma melhor aproximação das condições reais, o programa que calcula a susceptibilidade em função da intensidade determina também uma função contínua para representar de forma analítica a susceptibilidade em função da intensidade. Para a parte real da susceptibilidade esta função é dada por

$$F'(u) = \frac{A'}{B' + C'u^{E'1}} e^{D'u} \approx \chi' \quad (5.2)$$

onde  $u$  é a razão  $I/I_{sat}$  e as constantes  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  e  $E'1$  são parâmetros que dependem das condições do sistema, estes parâmetros podendo ser a temperatura do vapor, dessintonização, etc. A mesma forma é assumida pela função  $F''(u)$  descrevendo a parte imaginária da susceptibilidade, com os coeficientes  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$ ,  $D''$  e  $E''1$ . Os coeficientes das funções  $F'(u)$  e  $F''(u)$  são determinados através de ajuste com as curvas  $\chi'(I)$  e  $\chi''(I)$  calculadas numericamente, como mostrado na figura 54.

Figura 54 – Susceptibilidade em função da intensidade para os lados vermelho ( $\Delta = -642MHz$ ) e azul da ressonância ( $\Delta = 642MHz$ ), com densidade atômica  $N = 1,53 \times 10^{19} m^{-3}$ , as linhas com \* verde e azul sendo as formas analíticas aproximadas da susceptibilidade.



Fonte: Autor

## 5.5 SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE LUZ NO VAPOR RESSONANTE DE CS

Realizamos a simulação da propagação de speckles em um programa, no qual usamos uma configuração 2D+1, ou seja, com uma direção de propagação e um plano

perpendicular a esse eixo. Com os parâmetros que utilizamos nas rotinas anteriores junto com as dimensões do meio o programa gera o campo de entrada. Os parâmetros informados para o programa gerar o padrão de speckles de entrada são o valor médio e o desvio padrão  $\sigma$  da distribuição Gaussiana do campo elétrico. Esse valor médio é 0 (zero) no nosso caso. O desvio padrão é

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\langle E^2 \rangle}, \quad (5.3)$$

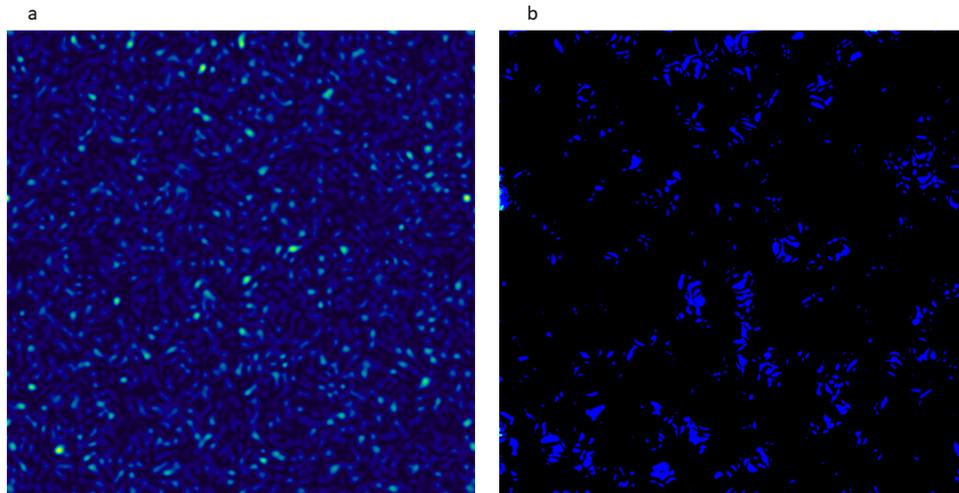
ou seja, informamos para o programa o valor  $\langle I \rangle$  da distribuição de intensidade do padrão.

O programa calcula então a evolução de  $E(x, y, z)$  através do método de Runge-Kutta de 4ª ordem, usando para representar as parte real e imaginária da susceptibilidade as funções  $F'$  e  $F''$ :

$$\frac{\partial E(x, y, z)}{\partial z} = -\frac{1}{2ik} \nabla_{\perp}^2 E(x, y, z) - \frac{k^2}{2ik} (F'(I) + iF''(I))E \quad (5.4)$$

Na figura 55 temos um padrão de speckles de entrada e outro de saída (após a propagação da luz na célula de Cs), obtidos numericamente.

Figura 55 – a) padrão de entrada e b) de saída para  $\Delta = -642$  MHz obtido numericamente com intensidade incidente de  $300 I_{sat}$ .



Fonte: Autor

Nas simulações de propagação mantivemos a dessintonização fixa e variamos a intensidade. As medidas foram de  $0,001 I_{sat}$  até  $10000 I_{sat}$  tanto para o lado azul como para o lado vermelho da ressonância.

## 5.6 RESULTADOS

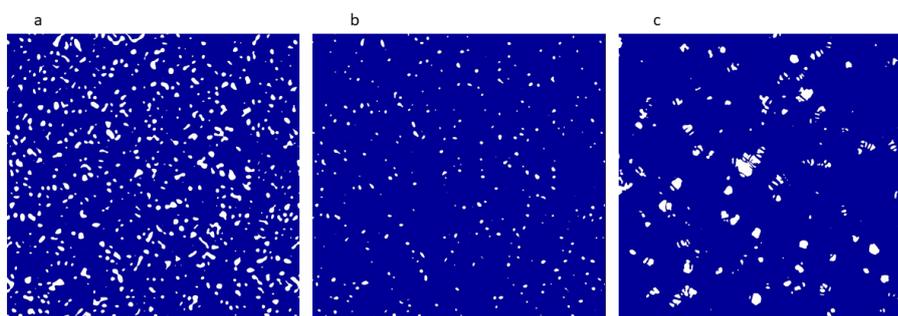
Nesta seção iremos detalhar os resultados que obtivemos em nossas simulações numéricas.

### 5.6.1 AUTOFOCALIZAÇÃO E DESFOCALIZAÇÃO DA LUZ

Os resultados numéricos mostram que para baixas intensidades não há modificação no padrão de speckles tanto para o lado azul como para o lado vermelho da ressonância.

Os efeitos de autofocalização e desfocalização da luz começam a serem notados a partir de  $100 I_{sat}$  e até aproximadamente  $8000 I_{sat}$  para o lado azul e  $2000 I_{sat}$  para o lado vermelho, para acima destes ocorre a saturação completa do vapor atômico. A figura 56 mostra os efeitos de autofocalização e desfocalização para os lados azul e vermelho.

Figura 56 – Autofocalização e desfocalização da luz obtidas numericamente. a) Padrão de speckles de entrada, b) padrão de saída com autofocalização para o lado azul da ressonância (642 MHz) e c) padrão de saída com desfocalização para o lado vermelho da ressonância (-642 MHz). A intensidade incidente foi de  $100 I_{sat}$  em ambos os casos. A escala das imagens é de  $1024 \times 1024$  pixels.



Fonte: Autor

### 5.6.2 DISTRIBUIÇÕES NORMAL, SUPERTÉRMICA E SUBTÉRMICA DE INTENSIDADE

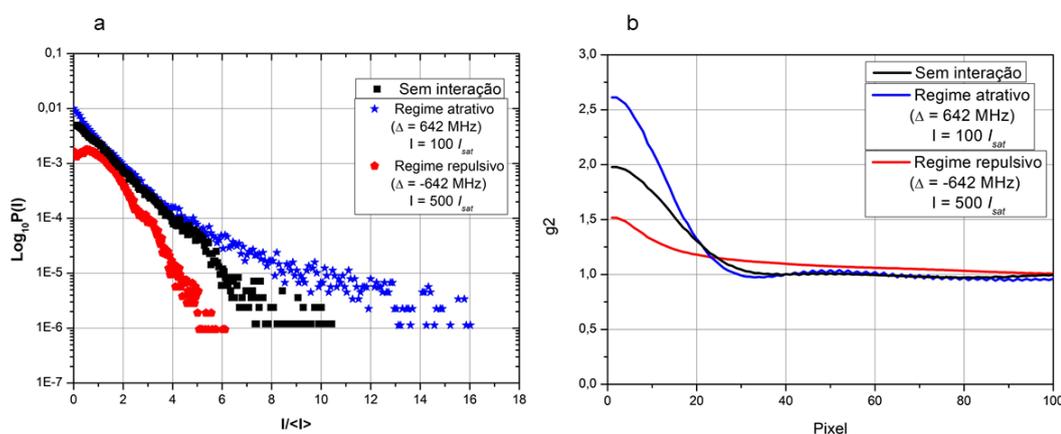
A figura 57 mostra o histograma e a função de correlação calculados numericamente para os três regimes de interação, não interagente, atrativo (autofocalizante) e repulsivo (autodesfocalizante). Para o caso sem interação, a PDF (quadrado preto na figura 57.a) decai exponencialmente com  $I$  mostrando que não há uma mudança significativa na estatística da intensidade. Este comportamento é confirmado pela função de correlação (linha preta, na figura 57.b) que tem a mesma forma da  $g^{(2)}$  do campo de entrada.

Ajustando a dessintonização para um valor positivo, temos o aparecimento do regime atrativo de interação. Neste regime, a interação atrativa favorecerá a formação de speckles de alta intensidade. O aumento destes eventos de alta intensidade caracteriza

a distribuição supertérmica de intensidade (estrelas azuis na figura 57.a). Para este regime de interação a forma Gaussiana da função de correlação do campo incidente evolui para um pico mais estreito que assume um valor máximo maior que 2 como podemos observar na figura 57.b (linha azul).

A mudança da dessintonização para um valor negativo caracterizará as interações repulsivas que levam para a distribuição subtérmica de intensidade (pentágono vermelho na figura 57.a) com um corte de intensidade que reflete a diminuição das altas intensidades. Também ocorre a probabilidade de intensidades intermediárias excederem o decaimento exponencial, fazendo com que a distribuição do campo se torne mais uniforme. Esta uniformidade da distribuição é verificada através da função de correlação, na qual observamos uma diminuição no valor máximo da  $g^{(2)}$  (linha vermelha na figura 57) para o regime repulsivo. Esta diminuição é acompanhada pelo aumento da largura do speckles, obtidos através das medidas da largura de meia altura e devido aos pontos maiores resultantes de um padrão de intensidade mais uniforme.

Figura 57 – a) Função densidade de probabilidade para três regimes de interação, normal, atrativo e repulsivo. b) Função de correlação para os regimes de interação normal, atrativo e repulsivo.

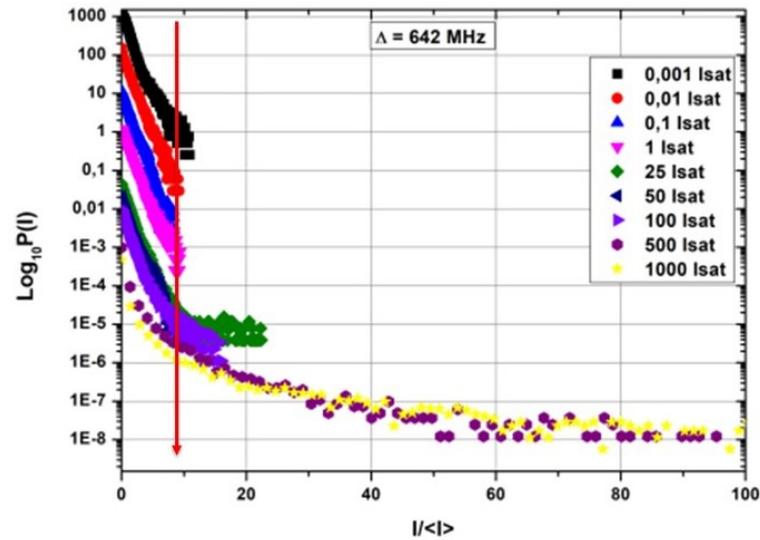


Fonte: Autor

### 5.6.3 A DISTRIBUIÇÃO SUPERTÉRMICA DE INTENSIDADE

A propagação da luz no vapor atômico realizada numericamente teve os mesmos dados que utilizamos para o espectro de transmissão e o cálculo da susceptibilidade não linear.

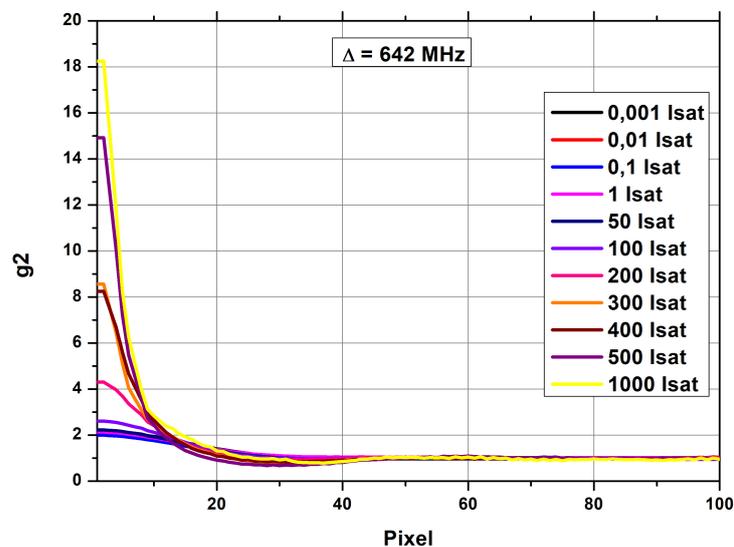
Figura 58 – Função densidade de probabilidade para a dessintonização de 642 MHz para vários valores da intensidade incidente.



Fonte: Autor

A figura 58 mostra a função densidade de probabilidade sendo modificada com o aumento da intensidade de saturação após a propagação da luz no vapor atômico. Nela observamos que para pequenas intensidades, de  $0,001 I_{sat}$  até  $1 I_{sat}$  esta função tem um comportamento normal, no entanto a medida que a intensidade é aumentada a distribuição supertérmica de intensidade surge, de  $25 I_{sat}$  até  $1000 I_{sat}$ , caracterizada pelo aumento da probabilidade dos eventos de alta intensidades. Esta característica é notada também através da função de correlação,  $g^{(2)}$ .

Figura 59 – Comportamento da função de correlação  $g^{(2)}$  com a intensidade.

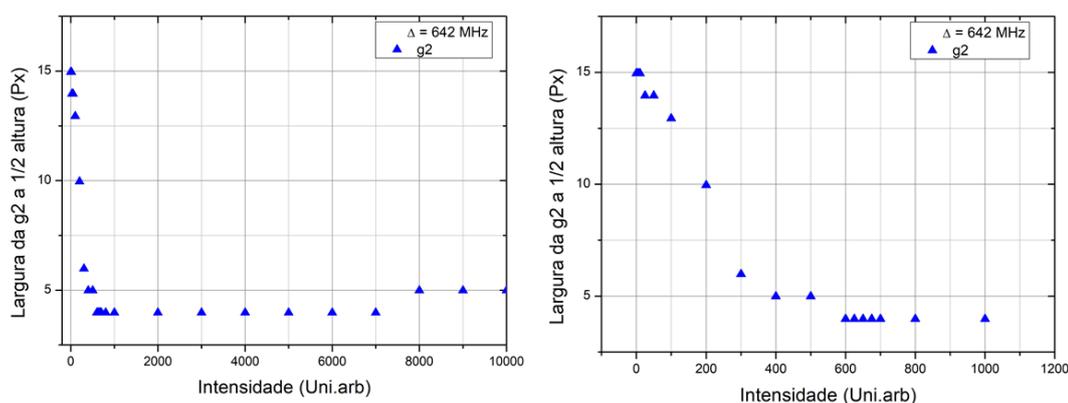


Fonte: Autor

Os eventos de alta intensidade se sobressaem sobre os de baixa intensidade e isto acarreta uma diminuição da largura da  $g^{(2)}$  e um aumento na sua altura. Na figura 59 observamos que o aumento da altura da função de correlação ocorre na mesma medida em que aumentamos a intensidade incidente e isto se deve as mudanças que ocorrem na flutuações de intensidade.

Através da largura de meia altura podemos fazer uma observação mais detalhada da diminuição do tamanho dos speckles com a potência. Para realizar isto utilizamos outra rotina numérica na qual os dados são os mesmos das medidas anteriores e esta medida da meia altura foi realizada para um conjunto de 10 medidas (o experimentalmente corresponderia a obter 10 imagens de speckles e calcular sua estatística).

Figura 60 – Largura da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) em função da intensidade; a) larguras até  $10000 I_{sat}$ , b) zoom detalhado do que ocorre de  $0,001 I_{sat}$  até  $1000 I_{sat}$ .

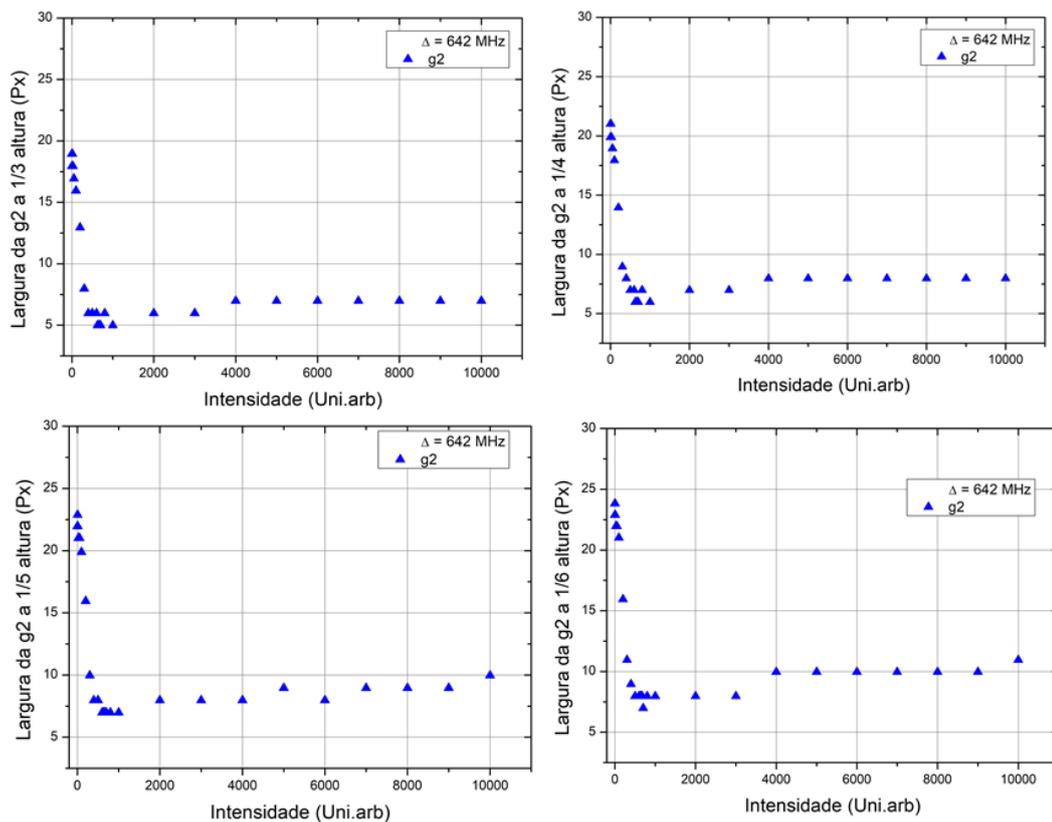


Fonte: Autor

A figura 60 mostra esta diminuição do tamanho dos speckles com a intensidade dado pela largura a meia altura da função  $g^{(2)}$ . No entanto também podemos perceber que além da diminuição, a partir de  $600 I_{sat}$  até aproximadamente  $7000 I_{sat}$  o tamanho dos speckles fica constante, em nossas medidas o valor foi de 3,98 pixels. Este valor constante do tamanho dos speckles neste intervalo de intensidade indica que o colapso não linear de onda ocorre neste intervalo de intensidade (Moll *et al*, 2003). O colapso não linear de onda (Kelley, 1965; Moll *et al*, 2003) acontece quando um feixe de luz interage com um meio não linear em um regime de autofocalização. O perfil do feixe vai ficando mais estreito a medida que este se propaga no meio. Diâmetro final do feixe, sob a ação da autofocalização e da difração, é uma função da potência do feixe. Por isso, um feixe com perfil inicialmente assimétrico ( $w_x \neq w_y$  onde  $w_i$  é o raio na direção  $i = x, y$ ) se torna simétrico para a parte da potência do feixe acima de um valor crítico  $P_c$  e o perfil do feixe assume uma forma chamada de perfil de Townes. Além da medida da largura a meia altura realizamos outras medidas que foram de  $1/3$  até  $1/10$  de altura conforme podemos observar nas figuras abaixo. Usamos medidas em alturas

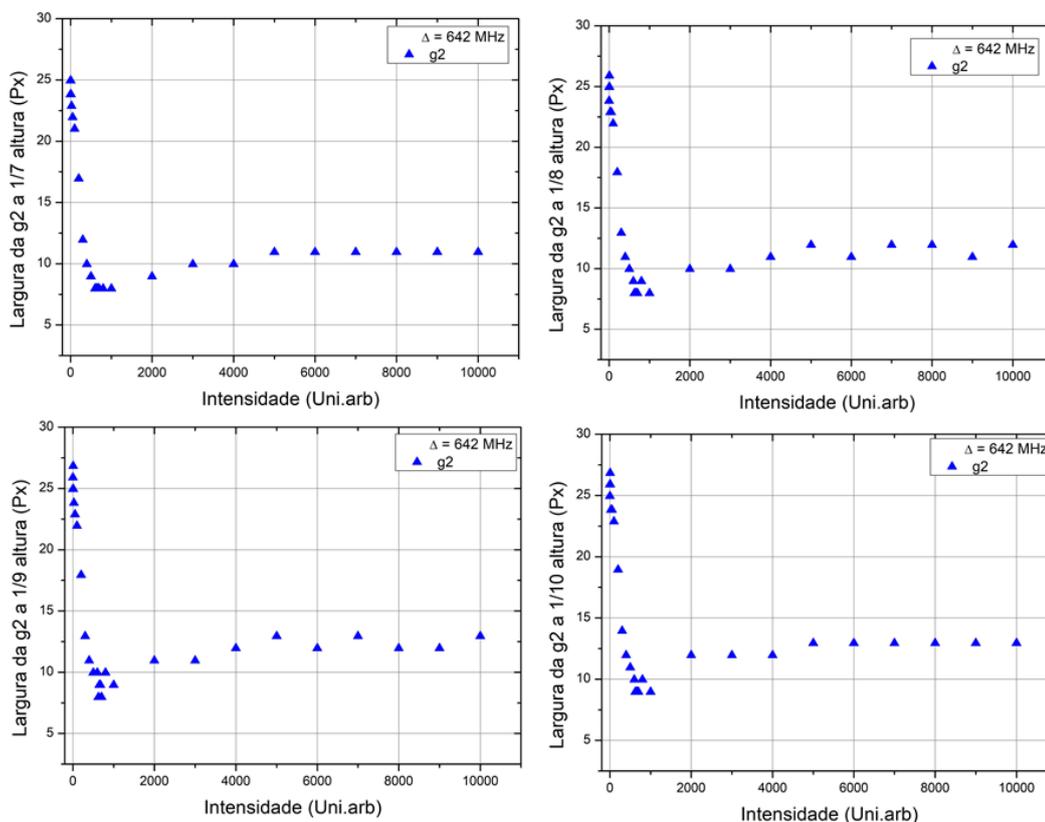
outras que  $g^{(2)}(0)/2$  porque o perfil da função  $g^{(2)}$  desvia significativamente de uma forma gaussiana nos regimes não normais, com a base e o pico podendo apresentar evoluções diferentes, particularmente no caso da interação repulsiva ( $\Delta < 0$ ).

Figura 61 – Largura da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) em função da intensidade incidente de  $1/3$  até  $1/6$  da altura máxima  $g^{(2)}(0)$ .



Fonte: Autor

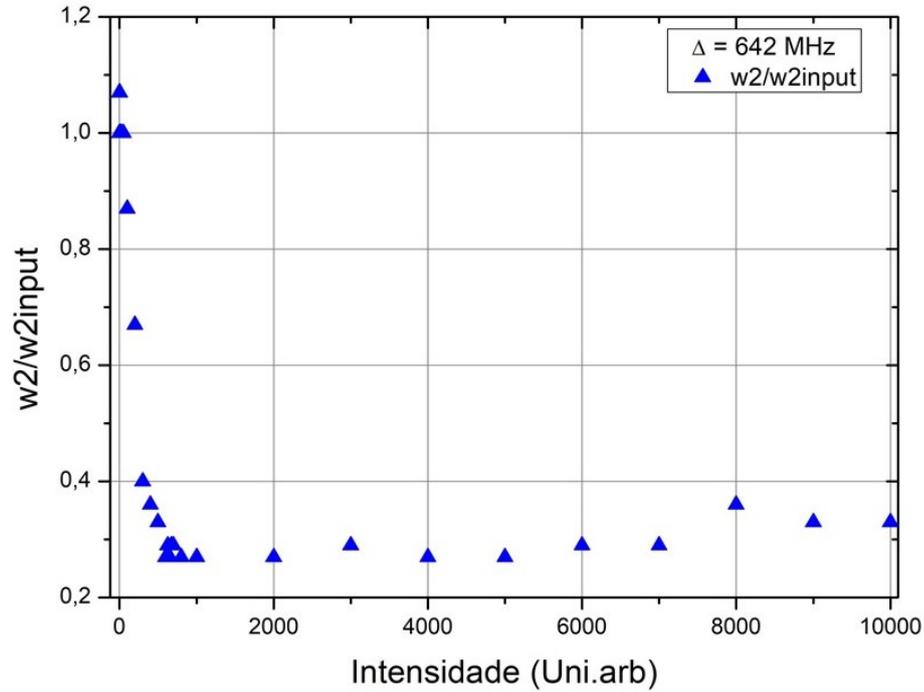
Figura 62 – Largura da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) em função da intensidade de 1/7 até 1/10 de altura.



Fonte: Autor

As figuras [61](#) e [62](#) nos mostram que diminuindo a altura para medir a largura da função de correlação, essa largura vai aumentando. Deste fato, podemos dizer que este aumento de tamanho se deve a absorção das regiões de baixa intensidade do padrão de speckles.

Figura 63 – Largura relativa da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) em função da intensidade.  $w_2$  e  $w_{2input}$  são as  $g^{(2)}$  de saída e entrada respectivamente.

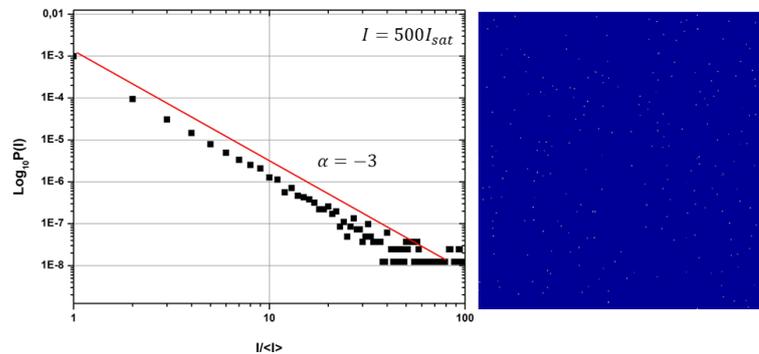


Fonte: Autor

### 5.6.3.1 Lei de potência

Em nossas simulações numéricas obtivemos uma lei de potência variando a potência com expoente  $\alpha = -3$  que segue até o expoente  $\alpha = -4$ . O fato da lei de potência ter um expoente  $\alpha = -3$  indica que a partir deste valor a distribuição de intensidades obedece ao Teorema do Limite Central (CLT).

Figura 64 – Lei de potência obtida numericamente.  $I = 500I_{sat}$ .

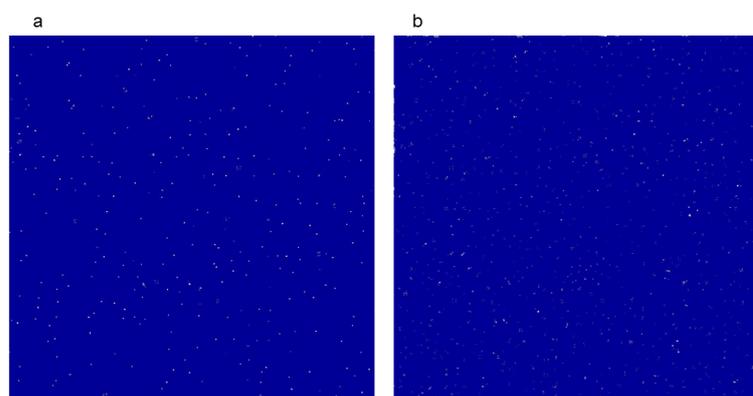


Fonte: Autor

Em termos de intensidade, a lei de potência se inicia a partir de  $500 I_{sat}$  e segue até  $7000 I_{sat}$ , neste intervalo temos o aparecimento do colapso de onda não linear que se inicia em  $600 I_{sat}$  e segue até  $7000 I_{sat}$ . Uma característica do colapso de onda não linear é convergência do padrão de speckles inicial em pontos que têm uma forma

aproximadamente simétrica (Alves *et al*, 2019; Bromberg *et al*, 2010; Moll *et al*, 2003), nossas simulações numéricas mostraram que esta convergência segue até  $1000 I_{sat}$ , após esta intensidade a quantidade de pontos azuis começa a diminuir. A figura 65 mostra esta situação de colapso para duas intensidades.

Figura 65 – Imagens dos padrões de speckles de saída após o colapso de onda não linear. a) Padrão de saída para  $800 I_{sat}$  e b) padrão de saída para  $6000 I_{sat}$ .



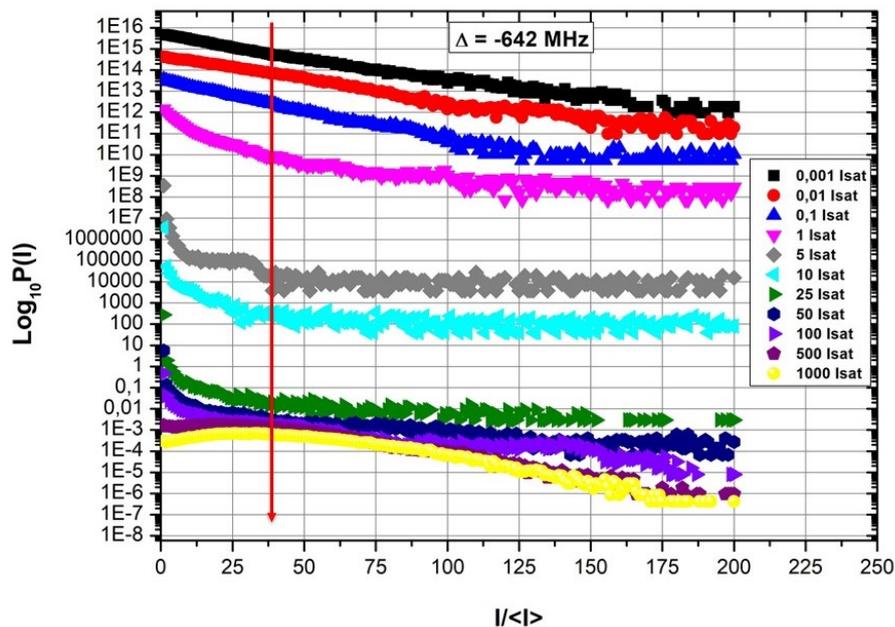
Fonte: Autor

Na literatura foi observada lei de potência com  $\alpha = -2,4$  observada experimentalmente por Alves e colaboradores (Alves *et al*, 2019) e com  $\alpha = -3$  em simulações 3D por Bromberg e colaboradores (Bromberg *et al*, 2010).

#### 5.6.4 A DISTRIBUIÇÃO SUBTÉRMICA DE INTENSIDADE

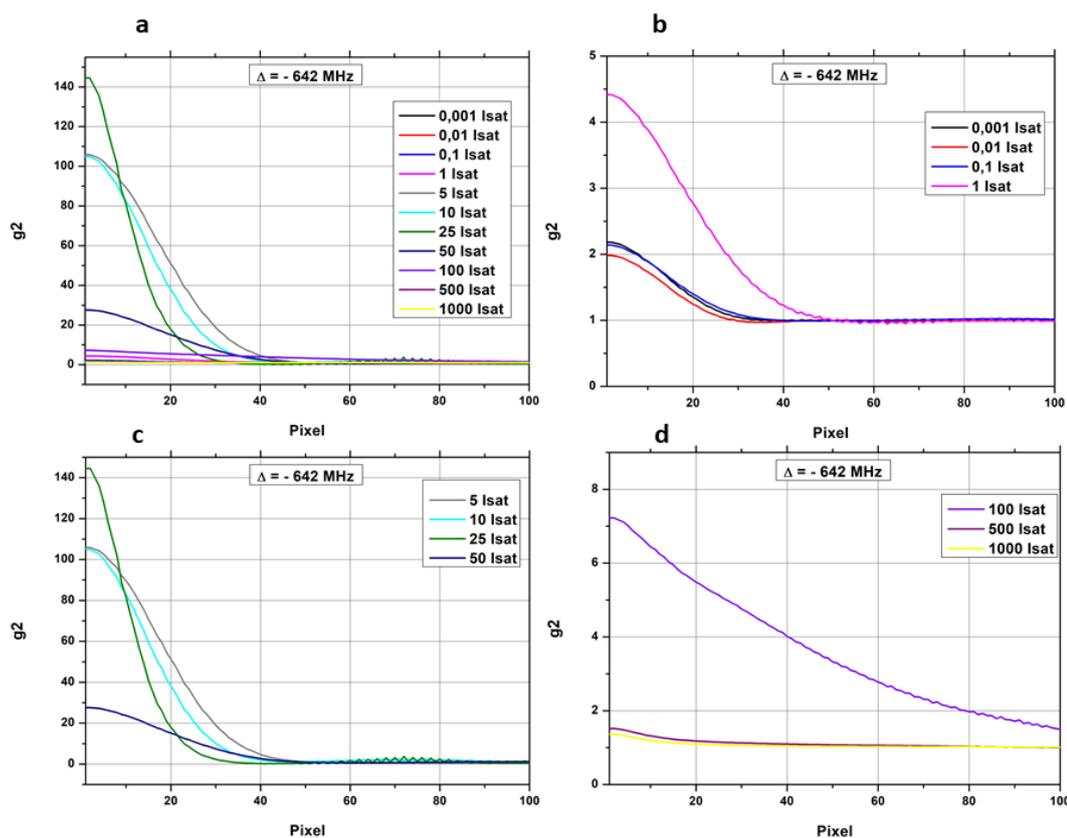
Na figura 66 temos a PDF para a dessintonização de - 642 MHz, variando a potência incidente, e podemos observar que para intensidade muito pequenas, no intervalo de  $0,001 I_{sat}$  até  $0,1 I_{sat}$ , a PDF segue uma distribuição normal de intensidade. No entanto, com o aumento da intensidade incidente a PDF passa ter uma distribuição supertérmica de intensidade, no intervalo de  $1 I_{sat}$  até  $100 I_{sat}$ ). Notamos o aparecimento da distribuição subtérmica de intensidade para altas intensidades, de  $500 I_{sat}$  em diante.

Figura 66 – Função densidade de probabilidade para a dessintonização de -642 MHz para vários valores da intensidade incidente.



Fonte: Autor

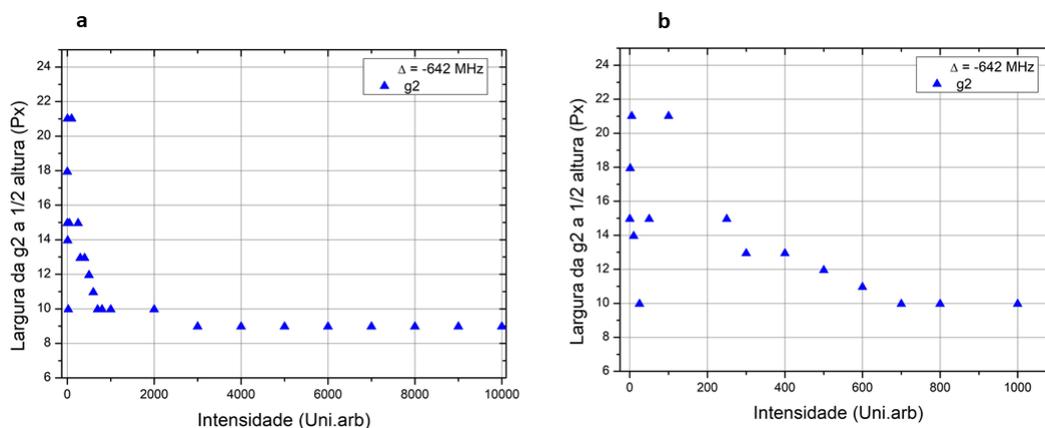
Uma visão detalhada é obtida através da função de correlação da figura [67](#). Nela observamos que para pequenas intensidades, no caso de 0,001 até 0,01  $I_{sat}$  não há uma alteração muito brusca na largura da função de correlação, no entanto, com o aumento da intensidade incidente a curva da  $g_2$  se achata e seu pico aumenta com a intensidade, observamos isto nos gráficos b e c da figura [67](#). Deste a simulações numéricas demonstram que para estas intensidades há uma maior absorção das regiões de baixas intensidade no padrão de speckles.

Figura 67 – Comportamento da função de correlação  $g_2$  com a intensidade para a dessintonização de -642 MHz.

Fonte: Autor

A diminuição dos picos e conseqüentemente o achatamento da curva da função de correlação se dão a partir de  $100 I_{sat}$  como podemos observar no gráfico d da figura 67. E, em  $500 I_{sat}$  e  $1000 I_{sat}$  a curva da função de correlação está achatada e assume um valor menor que 2, Para essas altas intensidades, os efeitos de absorção não linear já se tornam desprezíveis, enquanto os efeitos da dispersão não linear são forte e levam à autofocalização da luz no meio, diminuindo o valor da  $g^{(2)}$ . Assim como no lado azul, realizamos as medidas do tamanho dos speckles para o lado vermelho.

Figura 68 – Comportamento da função de correlação  $g_2$  com a intensidade para a dessintonização de -642 MHz: a) larguras até  $10000 I_{sat}$ , b) zoom detalhado de  $0,001$  até  $1000 I_{sat}$ .

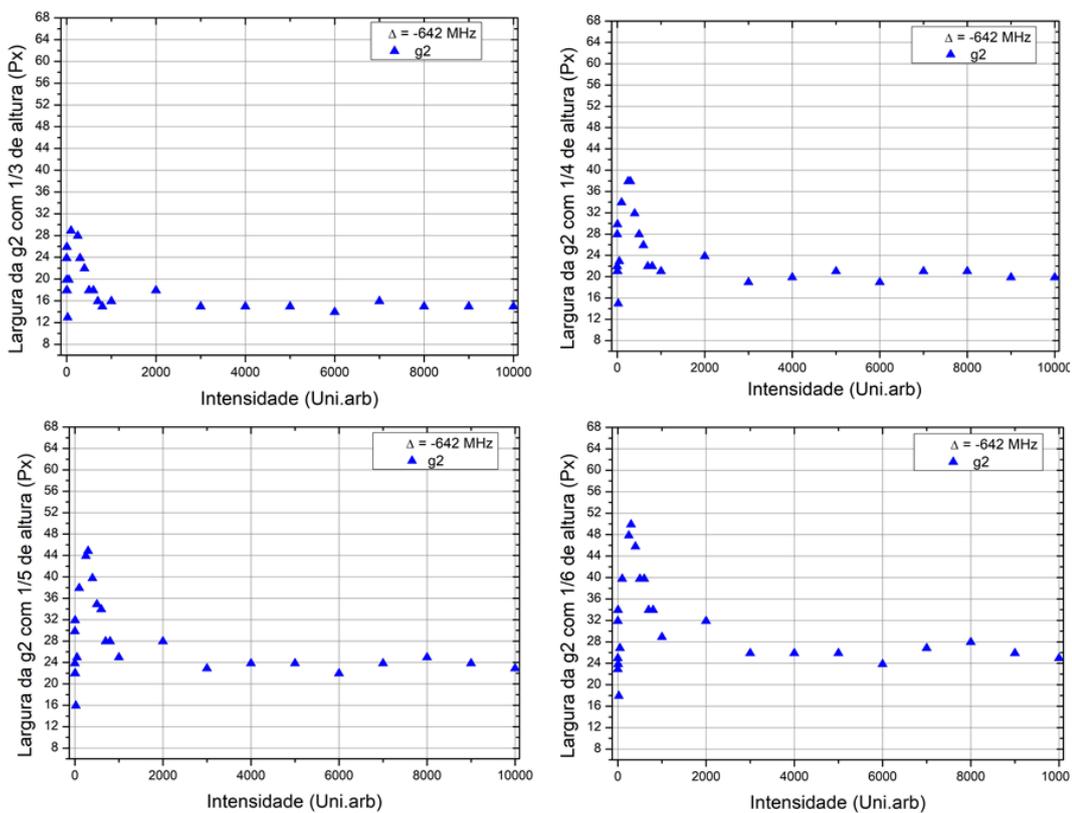


Fonte: Autor

A figura 68 mostra a evolução da largura da  $g_2$  com a intensidade para o lado vermelho. Nela podemos observar que para as pequenas intensidades, devido à distribuição normal de intensidades o tamanho dos speckles assume um valor similar aos de baixa intensidade para o lado azul. Com o aumento da intensidade temos um aumento da tamanho dos speckles característico do lado vermelho, apesar de 5 até  $100 I_{sat}$  termos uma distribuição de intensidade supertérmica, a diminuição do tamanho dos speckles para este tipo de distribuição em nossas medidas se dá de forma mais nítida de 10 a  $50 I_{sat}$ . Notamos que a partir de  $200 I_{sat}$  o tamanho dos speckles vai diminuindo com o aumento da intensidade até atingir valores que oscilam entre 9 e 10 pixels, aproximadamente, no intervalo de intensidade de 700 a  $10000 I_{sat}$ . Apesar de termos uma diminuição do tamanho dos speckles para estas intensidades, o tamanho dos speckles do lado vermelho é maior que o do lado azul. Estas diminuições no tamanho médio dos speckles se devem ao fato dos efeitos dispersivos diminuírem com o aumento da intensidade incidente, como podemos observar na figura 53.

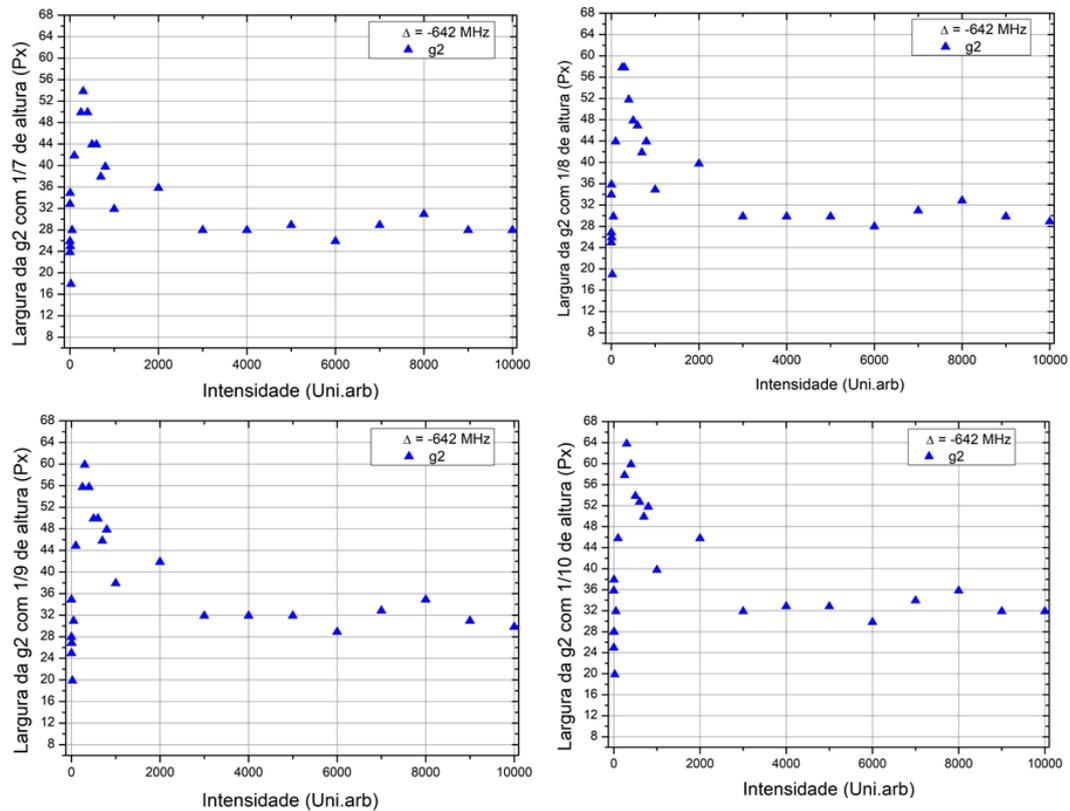
Também realizamos medidas de  $\frac{1}{3}$  até um  $\frac{1}{10}$  de altura conforme podemos observar nos gráficos abaixo.

Figura 69 – Largura da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) em função da intensidade de 1/3 até 1/6 de altura.



Fonte: Autor

Figura 70 – Largura da função de correlação ( $g^{(2)}$ ) em função da intensidade de 1/7 até 1/10 de altura.



Fonte: Autor

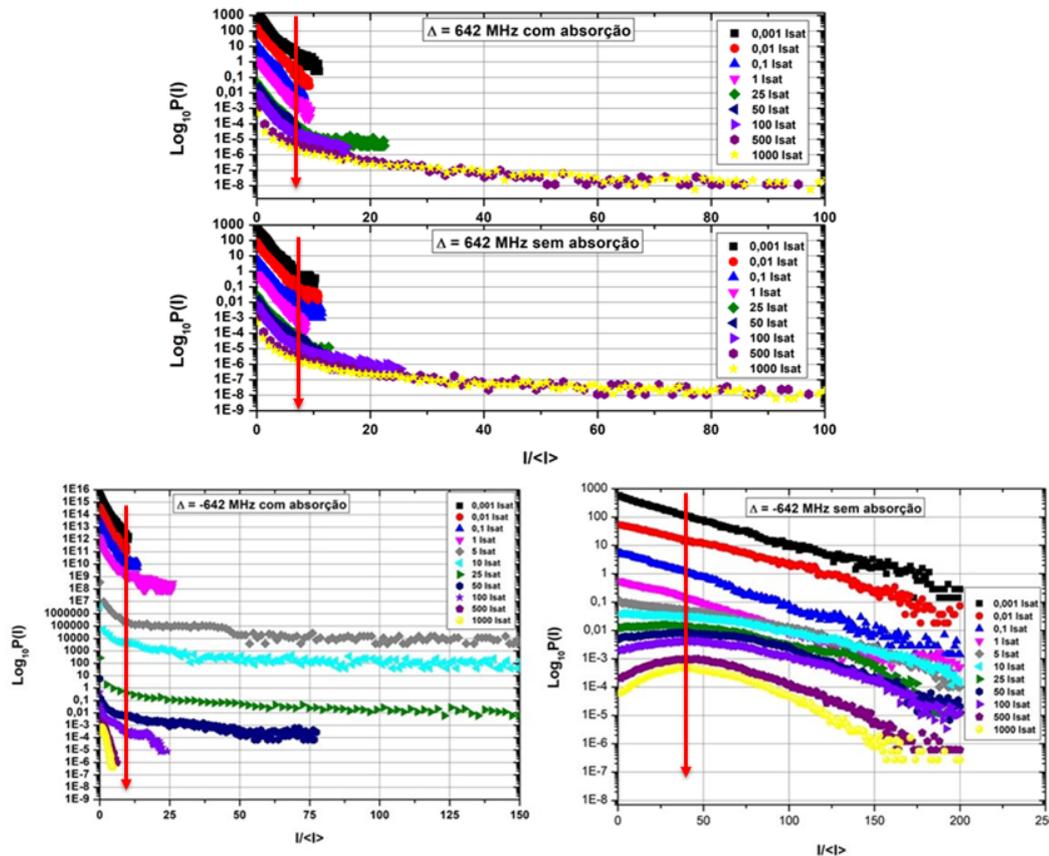
As figuras [69](#) e [70](#) nos mostram um aumento no tamanho dos speckles com intensidade para níveis mais profundo dos speckles, assim, temos que este aumento pode ser atribuído a absorção nas regiões de baixa intensidade.

### 5.6.5 A INFLUÊNCIA DA COMPETIÇÃO ENTRE A ABSORÇÃO NÃO-LINEAR E A DISPERSÃO NAS DISTRIBUIÇÕES SUPERTÉRMICAS E SUBTÉRMICAS

Afim de saber como a absorção não-linear influencia na estatística dos speckles realizamos simulações com a absorção desligada, ou seja, levamos em consideração apenas os efeitos dispersivos. No entanto, experimentalmente, não podemos retirar absorção não-linear da medida.

A figura [71](#) mostra que para baixas potências não saturantes as intensidade são igualmente absorvidas e a PDF e ambos os lados das asas da ressonância ( $\Delta = -642$  MHz e  $\Delta = 642$  MHz) tanto para o caso com absorção como o sem absorção.

Figura 71 – PDF com e sem absorção. Gráficos superiores dessintonização de 642 MHz e gráficos inferiores dessintonização de -642 MHz.



Fonte: Autor

Para o lado vermelho da ressonância podemos observar que o aumento da potência faz com que a distribuição caia em regiões onde a dispersão ainda permanece linear, se a absorção não for linear. A baixa absorção de baixa a média intensidade (de  $5 I_{sat}$  a  $100 I_{sat}$ ) distorce todas as distribuições pelo aumento da contribuição das altas intensidades, fazendo com que tenhamos uma distribuição supertérmica de intensidade.

Para as altas potências temos o regime subtérmico onde a dispersão supera a absorção não-linear. De modo geral podemos notar que para este lado da ressonância a absorção não-linear faz o regime repulsivo menos subtérmico do que a contribuição dos efeitos dispersivos isolados.

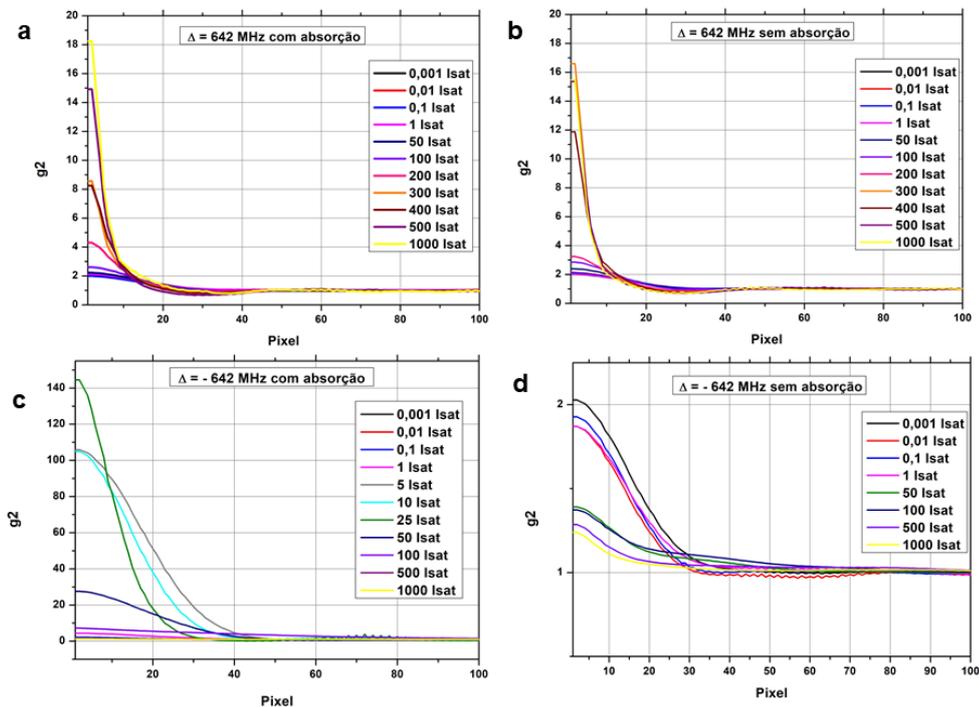
Para o lado azul notamos que PDF apresenta o mesmo comportamento tanto para o caso com absorção como para o sem absorção. Isto se deve ao fato de que para o lado azul os efeitos dispersivos e a absorção se somam.

#### 5.6.5.1 A Função de correlação

Os efeitos da absorção não-linear podem ser analisados através da função de correlação. Os gráficos da figura 72 mostram os casos com e sem absorção para os

lados azul e vermelho da ressonância. Nos gráficos a e b podemos observar que uma diminuição nos picos da função de correlação, entretanto, para as intensidades de  $300I_{sat}$  e  $400I_{sat}$  há um aumento no pico da função de correlação, isto indica que os efeitos dispersivos são suprimidos com maior força nesta região de intensidade. Sem absorção as intensidades de  $1I_{sat}$ ,  $50I_{sat}$ ,  $100I_{sat}$ ,  $500I_{sat}$  e  $1000I_{sat}$  os picos da função de correlação assumem valores menores que para o caso em que absorção está atuando juntamente com a dispersão do meio.

Figura 72 – Função de correlação com e sem absorção para os lados azul (gráficos a e b) e vermelho (gráficos c e d) da ressonância.



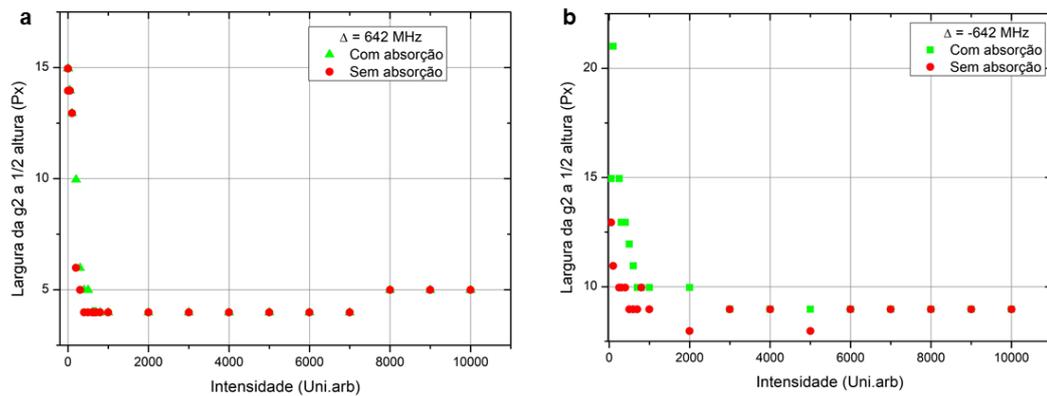
Fonte: Autor

Para o lado vermelho o caso sem absorção mostra que os picos da função de correlação ficam abaixo de 2, e na medida que a intensidade aumenta a altura dos picos vai diminuindo. Assim, como já dissemos antes, o caso sem absorção mostra que a absorção não-linear torna a distribuição de intensidade menos subtérmica.

Também analisamos como a absorção não-linear influencia no tamanho dos speckles. Na figura [73](#) temos os gráficos nos quais podemos comparar o tamanho dos speckles para os casos com e sem absorção para os lados azul e vermelho da ressonância. Para o lado azul notamos que não há uma diferença muito grande tanto para o caso com absorção como para o caso sem absorção, em ambos a o tamanho dos speckles de diminui com a intensidade atingindo valor próximos, isto pode estar relacionado ao fato do índice de refração aumentar com a intensidade e assim diminuindo a influência dos efeitos dispersivos.

Para o lado vermelho da ressonância a diferença largura da função de correlação entre os casos com e sem absorção são mais perceptíveis do que para o lado azul, como podemos observar no gráfico b da figura 73, a diminuição no tamanho dos speckles para o sem absorção se deve ao fato do índice de refração diminuir com a intensidade. No entanto, podemos observar também, que para altas intensidade (de  $6000I_{sat}$  até  $10000I_{sat}$ ) o tamanho dos speckles para os dois casos aparentam serem iguais, isto pode estar associado a saturação do meio.

Figura 73 – Largura a meia altura da função de correlação com e sem absorção para os lados azul (gráfico a) e vermelho (gráfico b) da ressonância.



Fonte: Autor

### 5.6.6 $g^{(2)}$ NORMALIZADA EM FUNÇÃO DA INTENSIDADE

Nesta seção descreveremos a dependência da função de correlação normalizada em função da intensidade para saber como o aumento da intensidade influencia a largura da função de correlação. A função de correlação normalizada é a razão entre a  $g^{(2)}$  de saída e  $g^{(2)}$  de entrada (sem interação), em nossas simulações numéricas as denominamos de  $w2$  e  $w2input$ .

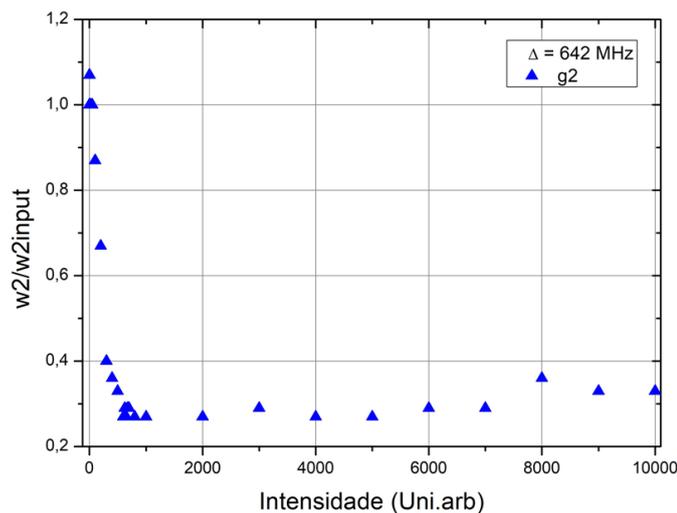
A figura 74 mostra a  $g^{(2)}$  para o lado azul da ressonância. Nela podemos observar que a medida em que aumentamos a intensidade a largura da  $g^{(2)}$  vai diminuindo até atingir um valor mínimo de 27%. Esta redução de 27% é observada em diferentes intensidades,  $600I_{sat}$ ,  $650I_{sat}$ ,  $800I_{sat}$ ,  $1000I_{sat}$ ,  $2000I_{sat}$  e  $5000I_{sat}$ . A partir de  $8000I_{sat}$  aumento para 36%, no entanto, decresce para 33% em  $9000I_{sat}$ , permanecendo assim até  $10000I_{sat}$ . O fato de obtermos esta redução de 27% para a intensidade citadas pode estar relacionadas a flutuação de intensidade do padrão de speckles.

Também analisamos o caso onde consideramos apenas os efeitos dispersivos estiveram presentes na propagação da luz no meio não-linear. Para a baixas intensidades (intervalo que vai de  $0,001I_{sat}$  até  $50I_{sat}$ ) há uma diferença para as intensidades de  $1I_{sat}$  e  $0,001I_{sat}$ , notamos um aumento de 7% apenas na largura da função de correlação de  $1I_{sat}$  e para outras intensidades os valores são iguais (100%) ao caso

com absorção. Com relação a redução de 27% notamos uma mudança em relação a primeira medida na qual consideramos tanto os efeitos dispersivos como a absorção não-linear, este valor mínimo não permanece para as intensidades de  $1000I_{sat}$ ,  $2000I_{sat}$ ,  $4000I_{sat}$  e  $5000I_{sat}$  para estas intensidade quando levamos consideramos apenas os efeitos dispersivos a redução é 29% e uma redução de 27% é notada para  $6000I_{sat}$  neste caso sem absorção.

Uma redução na largura da função de correlação é notada para o intervalo de intensidade que vai de  $200I_{sat}$  até  $500I_{sat}$ . Para a intensidade de  $8000I_{sat}$  a largura teve uma diminuição de 33% quando consideramos apenas os efeitos dispersivos, e, para as maiores intensidades o valor da redução permaneceu inalterado.

Figura 74 – Função de correlação normalizada em função da intensidade para o lado azul da ressonância. a)  $g^{(2)}$  normalizada para todas as intensidades utilizadas na simulações e b)  $g^{(2)}$  normalizada para o intervalo de intensidade de  $0,001I_{sat}$  até  $1000I_{sat}$ .



Fonte: Autor

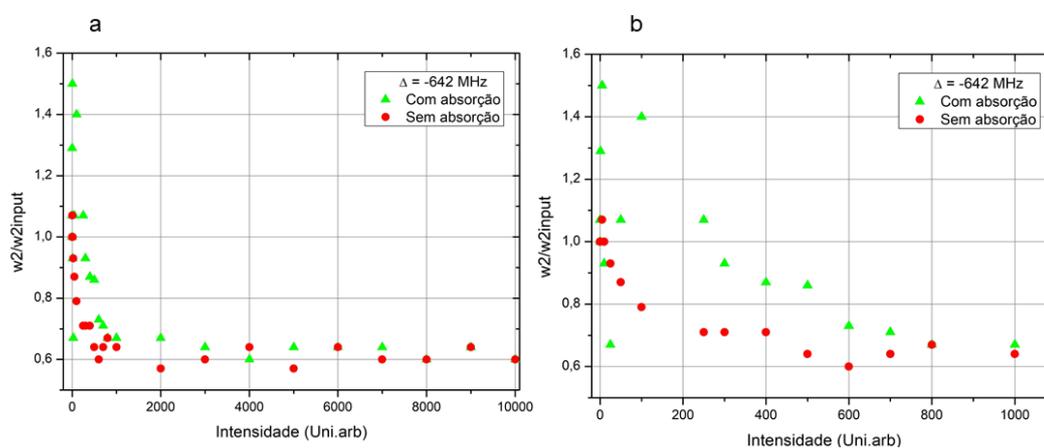
Assim como para o lado azul também analisamos o comportamento da função de correlação normalizada com a intensidade para o lado vermelho da ressonância. Os gráficos da  $g^{(2)}$  normalizada para esta situação estão ilustrados na figura 75.

Para o caso no qual tanto a absorção como os efeitos dispersivos estão presentes, há um máximo para a largura a meia altura das funções de correlação, este máximo corresponde a um aumento de 50% e está relacionado a intensidade de  $5I_{sat}$ . Uma redução de 60% é observada para  $4000I_{sat}$ ,  $8000I_{sat}$  e  $10000I_{sat}$ , sendo esta redução correspondente ao mínimo para a largura a meia altura das funções de correlação.

Para a situação na qual apenas os efeitos dispersivos foram considerados, notamos que o valor máximo para a largura a meia altura das funções de correlação permaneceu relacionado a intensidade de  $5I_{sat}$ , no entanto, tivemos uma redução no

valor deste máximo, que passou a ser 7%. O valor mínimo também sofreu uma redução 3%, sendo este agora de 57% e estando associado as intensidades de  $2000I_{sat}$  e  $5000I_{sat}$ . Apesar de termos uma redução nos valores da largura a meia altura da função de correlação para este caso sem absorção, notamos que para a intensidade de  $25I_{sat}$  há um aumento de 34% na largura a meia altura da função de correlação em relação ao caso em que tanto os efeitos dispersivos como a absorção estão presentes, para este caso temos uma redução de 67% no valor da largura a meia altura, e, para o caso em que apenas os efeitos dispersivos atuam, esta redução foi de 93%. Outro aumento também foi notado para a intensidade de  $4000I_{sat}$ , neste a redução foi de 60% para 64%. Para as intensidades de  $800I_{sat}$ ,  $6000I_{sat}$ ,  $8000I_{sat}$ ,  $9000I_{sat}$  e  $10000I_{sat}$  a redução da largura a meia altura permaneceu inalterada, seus valores foram de 67%, 64%, 60%, 64% e 60%, respectivamente. Estas intensidades que utilizamos são compatíveis com medidas de laboratório, já que a ordem de grandeza desta intensidades é a mesma do laser disponível no laboratório da UACSA.

Figura 75 – Função de correlação normalizada em função da intensidade para o lado vermelho da ressonância. a)  $g^{(2)}$  normalizada para todas as intensidades utilizadas na simulações e b)  $g^{(2)}$  normalizada para o intervalo de intensidade de  $0,001I_{sat}$  até  $1000I_{sat}$ .



Fonte: Autor

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho realizamos estudos da propagação de padrões aleatórios de luz em um vapor atômico ressonante de Cs. Para realização deste trabalho utilizamos rotinas numéricas que simularam a propagação de luz em um vapor atômico de Cs. As simulações foram realizadas com a dessintonização fixa e de modo que aumentamos a intensidade da luz incidente no meio não-linear (vapor atômico).

Observamos que o regime sem interação apresenta uma distribuição de intensidade normal, o que muda quando mudamos a dessintonização. Para o regime atrativo a distribuição apresentou um comportamento supertérmico, o que refletiu na função de correlação  $g^{(2)}$  a qual alcançou um valor acima de 2 resultado do favorecimento dos speckles de alta intensidade. Para o regime repulsivo, a distribuição teve um comportamento subtérmico, o que na função de correlação, tendo ela agora um valor abaixo de 2 devido ao favorecimento dos speckles de baixa e média intensidade.

Para o lado azul ( $\Delta = 642MHz$ ) observamos que para as baixas intensidades a distribuição de intensidade tem um comportamento normal, o que é alterada a partir das medias e altas intensidades resultado do aumento da ocorrência de eventos de alta intensidades. A medida da função de correlação mostrou a diminuição do tamanho dos speckles com a intensidade.

Obtivemos uma lei de potência  $P(I)$  com expoente -3 no regime onde ocorre uma situação de colapso não linear de onda, caracterizado pelo tamanho constante dos speckles, o qual seguiu no intervalo de intensidade que foi de  $600 I_{sat}$  até  $7000 I_{sat}$ , onde o speckle teve um tamanho constante de aproximadamente 4 pixels.

Para o lado vermelho ( $\Delta = -642MHz$ ) observamos que assim como para o lado azul, a PDF para as baixas intensidades tem um comportamento normal. No entanto para as médias intensidades a PDF apresenta um distribuição supertérmica, o que muda quando avançamos para as altas intensidades, nestas, a PDF tem uma distribuição subtérmica. Isto foi observado na  $g^{(2)}$ , onde observamos diferentes alturas para os picos da  $g^{(2)}$ . As medidas da largura a meia altura mostram que para as baixas intensidade há um aumento na largura dos speckles, no entanto, com o aumento da intensidade passamos a observar a diminuição da largura dos speckles.

Também realizamos medidas nas quais desprezamos os efeitos da absorção não-linear e observamos que para o lado vermelho da ressonância as simulações mostram que a absorção não-linear torna a distribuição de intensidade menos subtérmica do que com os efeitos dispersivos isolados.

Por fim, realizamos as medidas da  $g^{(2)}$  normalizada, obtida através da razão entre as  $g^{(2)}$ s de saída e de entrada. Estas medidas mostraram que para o lado azul

a largura da  $g^{(2)}$  atinge um valor mínimo de 27% da largura de entrada. Para o lado vermelho a largura  $g^{(2)}$  teve uma redução de 60 %.

Como perspectiva para trabalhos futuros destacamos a realização das medidas experimentais deste estudo, assim como a investigação da relação entre o regime de colapso não linear de onda e a evolução da função de correlação  $g^{(2)}$  e da distribuição de intensidade, que tende a uma lei de potência.

## REFERÊNCIAS

ABREU, ANA BEATRIZ MAGNAVACA DE,. **Estudo das características estatísticas da luz em vapores atômicos ressonantes**. Cabo de Santo Agostinho: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2019. 20 f. Relatório de iniciação científica.

ALVES, SAMUEL B.; CAVALCANTE, HUGO L. D. DE S.; DE OLIVEIRA, GILSON F.; DE SILANS, THIERRY PASSERAT; VIDAL, ITAMAR; CHEVROLLIER, MARTINE; ORIÁ, MARCOS. Controlling the intensity statistics of speckle patterns: From normal to subthermal or superthermal distributions. **Physical Review A**, v.99, p.033838 (2019). Disponível em: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRevA.99.033838>. Acesso em: 26 mar. 2019.

ALVES, SAMUEL BEZERRA. **Dinâmica em frequência de lasers semicondutores sob injeção ótica e efeitos da dispersão e absorção na estatística de fótons em vapor ressonante**. 2016. 151 f. Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.

AMARAL, JOÃO ALVES DE. **Geração experimental de speckles com estatística da intensidade Weibull**. 2016. 60 f. Dissertação (Mestrado em Física da Matéria Condensada). Universidade Federal da Alagoas - Maceió. Disponível em: <http://200.17.114.109/handle/riufal/2684>. Acesso em: 20 out. 2020.

ARAÚJO, MICHELLE OLIVEIRA. **Investigação experimental e modelo teórico para o índice de refração não-linear da linha D2 do céσιο**. 2013. 138 f. Dissertação (Mestrado em Física). Universidade Federal da Paraíba - João Pessoa. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/5739>. Acesso em: 26 jun. 2021.

BAJORSKI, PETER. **Statistics for Imaging, Optics, and Photonics**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2012.

BOYD, ROBERT W. **Nonlinear optics**. San Diego: Academic Press, 3ª ed., 2008.

BROMBERG, Y.; LAHINI, Y.; SMALL, E.; SILBERBERG, Y. Hanbury Brown and Twiss interferometry with interacting photons. **Nature Photonics**, v.10, p.721-726 (2010). Disponível em: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2010.195>. Acesso em: 22 ago. 2019.

CHEVROLLIER, MARTINE. Radiation trapping and Lévy flights in atomic vapours: an introductory review, **Contemporary Physics**, v.53, p.227-239 (2012). Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00107514.2012.684481>. Acesso em: 20 mar. 2019.

CHIAO, R. Y.; GARMIRE, E.; TOWNES, C. H. Self-Trapping of Optical Beams. **Physical Review Letters**, v.13, p.479-482 (1964). Disponível em: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.13.479>. Acesso em: 17 jan. 2020.

DAINTY, J. C. **Laser speckle and related phenomena**, Nova York: Springer, 1976.

DEGIORGI, SERGIO VLADIMIR BARREIRO. **Estudo de efeitos coerentes e geração de luz com momento angular orbital via mistura de ondas em átomos de césio frios**. 2005. 153 f. Tese (Doutorado em Física), Universidade Federal de Pernambuco - Recife. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/6413>. Acesso em: 05 mai. 2021.

DEMTROEDER, WOLFGANG. **Laser spectroscopy: basic concepts and instrumentation**. 3ª ed. Nova York: Springer, 2003.

FELIX, GUTEMBERGUE FERNANDES. **Análise do processo de dessorção de filme metálico induzido por luz em superfície dielétrica**. 2015. 87 f. Dissertação (Mestrado em Física). Universidade Federal de Campina Grande - Campina Grande. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/xmlui/handle/riufcg/2147?show=full>. Acesso em: 03 ago. 2021.

FOOT, CHRISTOPHER J. **Atomic physics**. Nova york: Oxford University Press, 2005.

GRISCHKOWSKY, D. Self-Focusing of Light by Potassium Vapor. **Physical Review Letters**, v.24, p.866-869 (1970). Disponível em: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.24.866>. Acesso em: 17 jan. 2020.

KELLEY, P. L. Self-Focusing of Optical Beams. **Physical Review Letters**, v.26, p.1005-1008 (1965). Disponível em: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.15.1005>. Acesso em: 17 jan. 2020.

MERCADIER, N.; GUERIN, W.; CHEVROLLIER, M.; KAISER, R. Lévy flights of photons in hot atomic vapours. **Nature Physics**, v.5, p.602-605 (2009). Disponível em: <https://www.nature.com/articles/nphys1286>. Acesso em: 05 nov. 2020.

MOLL, K. D.; GAETA, ALEXANDER L.; FIBICH, GADI. Self-Similar Optical Wave Collapse: Observation of the Townes Profile. **Physical Review Letters**, v.90, p.203902 (2003). Disponível em: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.90.203902>. Acesso em: 17 jun. 2020.

REICHL, LINDA E. **A modern course in statistical physics**. 4ª ed. revisada. Weinheim: Wiley-Vch, 2016.

RABAL, HECTOR J.;BRAGA JR, ROBERTO A. **Dynamic laser speckle and applications**. Boca Raton: CRC Press, 2009.

SHEN, Y.R. Self-focusing: Experimental. **Progress in Quantum Electronics**, v.4, p.1-34 (1975). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0079672775900026>. Acesso em: 18 jun. 2021.

SIDDONS, PAUL; ADAMS, CHARLES S; GE, CHANG; HUGHES, IFAN G. Absolute absorption on rubidium D lines: comparison between theory and experiment. **Journal of Physics B Atomic Molecular and Optical Physics**, v.41, p.155004 (2008). Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0953-4075/41/15/155004>. Acesso em: 13 mai. 2020.

SIDDONS, PAUL. Light propagation through atomic vapours. **Journal of Physics B Atomic Molecular and Optical Physics**, v.47, p.093001 (2014). Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0953-4075/47/9/093001>. Acesso em: 13 mai. 2020.

SILFVAST, WILLIAM T. **Laser Fundamentals**. 4ª. ed. Nova York Cambridge University Press, 2004.

SILVA, DANILO MARIANO. **Desenvolvimento de métodos para a geração e controle da emissão em lasers aleatórios e speckle**. 2016. 85 f. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear). Universidade de São Paulo - São Paulo. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/85/85134/tde-22082016-151450/pt-br.php>. Acesso em: 26 jun. 2021.

STECK, DANIEL A. Cesium D line data, 2019. Disponível em :<http://steck.us/alkalidata>. Acesso em: 23 abr. 2019.

WANG, YINGXUE. **Nonlinear self-focusing in cold cesium atoms**. 2005. 151 f. Tese (Doutorado em Física), University of Wisconsin-Madison - Madison. Disponível em: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.507.8941rep=rep1type=pdf>. Acesso em: 13 out. 2019.

WEINER, JOHN.,PING-TONG, HO. **Light-matter interaction**. Nova Jersey. John Wiley & Sons, 2003.

## ANEXO - TABELAS DE CONSTANTES FÍSICAS FUNDAMENTAIS

Tabela 2 – Constantes físicas fundamentais

Grandeza	Símbolo	Valor
Velocidade da luz	$c$	$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
Permeabilidade do vácuo	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Permissividade do vácuo	$\epsilon_0$	$8,855187 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Constante de Planck	$h$	$6,626068 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
	$\hbar$	$1,054571 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Carga elementar	$e$	$1,602176 \times 10^{-19} \text{ C}$
Unidade de massa atômica	$u$	$1,660538 \times 10^{-27} \text{ u}$
Massa do elétron	$m_e$	$5,485\,799 \times 10^{-4} \text{ u}$
Raio de Bohr	$a_0$	$0,529177208 \times 10^{-10} \text{ m}$
Constante de Boltzmann	$k_b$	$1,380650 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Tabela 3 – Propriedades físicas do Cs

Grandeza	Símbolo	Valor
Número atômico	$Z$	55
Número atômico total	$Z + N$	133
Abundância relativa	$\eta(^{133}\text{Cs})$	100%
Tempo de vida nuclear	$\tau_n$	Estável
Massa atômica	$M$	$132,905451931 \text{ u}$
Densidade a 25°C	$\rho_m$	$1,93 \text{ g/cm}^3$
Ponto de fusão	$T_M$	$28,44 \text{ }^\circ\text{C}$
Ponto de ebulição	$T_B$	$671 \text{ }^\circ\text{C}$
Capacidade térmica específica	$c_p$	$0,242 \text{ J/g}\cdot\text{K}$
Capacidade térmica molar	$C_p$	$32,210 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Pressão de vapor a 25°C	$P_V$	$1,3 \times 10^{-6} \text{ torr}$
Spin nuclear	$I$	$7/2$
Limite de ionização	$E_I$	$3,89890521 \text{ eV}$

Tabela 4 – Propriedades Ópticas da linha D2 do Cs

Grandeza	Símbolo	Valor
Frequência de transição	$\omega_0$	$2\pi \cdot 351,725718 \text{ THz}$
Energia de transição	$\hbar\omega_0$	$1,454620542 \text{ eV}$
Comprimento de onda no vácuo	$\lambda$	$852,34727582 \text{ nm}$
Comprimento de onda no ar	$\lambda_{ar}$	$852,11873 \text{ nm}$
Número de onda no vácuo	$\frac{k_L}{2\pi}$	$11732,307104 \text{ cm}^{-1}$
Tempo de vida	$\tau$	$30,473 \text{ ns}$
Taxa de decaimento/Largura de linha natural (FWHM)	$\Gamma$	$2\pi \cdot 5,2227 \text{ MHz}$
Força do oscilador de absorção	$f$	0,7148
Velocidade de recuo	$v_r$	$3,5225 \text{ mm/s}$
Energia de recuo	$\omega_r$	$2\pi \cdot 4,1327 \text{ kHz}$
Temperatura de recuo	$T_r$	$198,34 \text{ nK}$
Desvio Doppler ( $v_{atom} = v_r$ )	$\Delta\omega_d(v_{atom} = v_r)$	$2\pi \cdot 4,1327 \text{ kHz}$
Temperatura Doppler	$T_D$	$125 \mu\text{K}$
Desvio de frequência para uma onda estacionário se movendo com $v_{oe} = v_r$	$\Delta\omega_{oe}(v_{oe} = v_r)$	$2\pi \cdot 8,2653 \text{ kHz}$