



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA

PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

**ESTUDO NUMÉRICO DOS EFEITOS  
DAS FRATURAS EM RESERVATÓRIOS  
DE PETRÓLEO**

GALLILEU GENESIS

Dissertação de Mestrado

Recife  
23 de Fevereiro de 2018



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA

GALLILEU GENESIS

**ESTUDO NUMÉRICO DOS EFEITOS DAS FRATURAS  
EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO**

*Trabalho apresentado ao Programa de PÓS-GRADUAÇÃO  
EM FÍSICA APLICADA do DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
APLICADA da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE  
PERNAMBUCO como requisito parcial para obtenção do  
grau de Mestre em FÍSICA APLICADA.*

Orientador: *Prof. Dr. Borko Stosic*  
Co-orientador: *Prof. Dr. Murilo Pereira de Almeida*

Recife  
23 de Fevereiro de 2018



*Dedico esse trabalho aos meus bravos pais, Edileuza e Antoniel, que sempre me proporcionaram muito mais que somente o necessário e possibilitaram a minha caminhada acadêmica que por hora resulta nessa dissertação de mestrado.*

## Agradecimentos

Quero agradecer a toda minha família, pela força e confiança que sempre depositaram em mim. Minha tia Doralice, pelas sempre sábias e reconfortantes palavras nos momentos difíceis. Minha avó Zilma, pelo carinho incondicional desde sempre. Meu tio Ronivaldo pelo apoio, sempre presente. Minhas irmãs, Sara e Sunamita, pelo amor que sempre demonstraram e meus pais, Antoniel e Edileuza, por todo o carinho, apoio e orientação.

À minha amiga Raiany Andrade, pela ajuda fundamental na edição e ajuste das figuras, muitíssimo obrigado.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Borko Stosic, pela confiança depositada e o apoio intelectual incrível. Obrigado principalmente por me ensinar a aprender, a ser independente e pró-ativo, características fundamentais para um bom pesquisador. Foi um prazer imenso tê-lo como orientador nesse trabalho.

Agradeço ao meu co-orientador, Prof. Dr. Murilo Pereira de Almeida, pela sua paciência e incentivo, decisivas para a elaboração desse trabalho.

Agradeço aos amigos, alunos e funcionários do departamento de Física da UFRPE, pela ótima recepção e o agradabilíssimo ambiente de trabalho proporcionado.

Gostaria de dedicar meu especial agradecimento ao Prof. Dr. Aduino Souza, pela sempre pronta disposição em ajudar, em tirar dúvidas e orientar, durante o decorrer da pesquisa foram inúmeras essas ocasiões. Obrigado por tudo Prof. Aduino.

Da mesma forma, agradeço ao Prof. Dr. Ramiro Brito, que sempre esteve pronto a ajudar, e não foram poucas as vezes que precisei, e sempre fui atendido prontamente.

Agradeço ao CNPq pelo apoio financeiro à pesquisa, através da bolsa de estudos concedida.

*A minha alucinação é suportar o dia a dia e meu delírio é a experiência  
com coisas reais.*

—BELCHIOR (Alucinação)





# Resumo

A presença de fraturas tem um forte efeito no comportamento dos reservatórios naturalmente fraturados, visto que elas impõem abruptas mudanças nas propriedades de porosidade e permeabilidade do meio, agindo como paredes, ou caminhos preferenciais para os fluidos em escoamento. Devido a essas características a simulação desse tipo de reservatório representa um grande desafio. As fraturas se dispõem aleatoriamente no meio poroso, tendo distribuições específicas quanto ao seu comprimento e inclinação. Nesse trabalho foi investigado os efeitos dessas distribuições na simulação de reservatórios naturalmente fraturados. Utilizou-se o modelo de fratura hierárquica para simular o fluxo em meio poroso 2D, por meio do software MRST no ambiente MATLAB. Com base na literatura, utilizou-se a distribuição de lei de potência para caracterizar o comprimento das fraturas e a distribuição de Fisher para sua orientação. Baseando-se nas suas respectivas distribuições de probabilidade, foram geradas e simuladas 1000 configurações diferentes para o comprimento e orientação das fraturas. Essas simulações mediram as variações de parâmetros como, fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de óleo e água, corte de água, razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão no poço injetor e pressão média na matriz. Os resultados mostram que as variações no comprimento das fraturas tem efeito muito mais significativo sobre o comportamento do reservatório do que as variações na orientação. Foi observado ainda que o comprimento médio das fraturas tem efeito muito similar ao causado pela fraturas de comprimento máximo em cada simulação. As variáveis mais sensíveis as essas variações foram a saturação no poço produtor, fator de recuperação e taxa de produção de óleo e água.

**Palavras-chave:** Simulação de Reservatórios de Petróleo, Reservatórios Naturalmente Fraturados, Simulação de Monte Carlo, Análise de Variância.



# Abstract

The presence of fractures has a strong effect on the behavior of naturally fractured reservoirs, since they present abrupt changes in the porosity and permeability properties of the medium, acting as walls or preferred paths for the fluids flow. Due to these characteristics the simulation of this type of reservoir represents a great challenge. The fractures are arranged randomly in the porous medium, having specific distributions of length and inclination. In this work the effects of these distributions were investigated in the simulation of naturally fractured reservoirs. The hierarchical fracture model was used to simulate the flow in 2D porous media, through the MRST software in the MATLAB environment. Based on the literature, the power law distribution was used to characterize the fracture length and the Fisher distribution for its orientation. Based on their respective probability distributions, 1000 different configurations were generated and simulated for fracture length and orientation. These simulations measured the variations of parameters such as recovery factor, breakthrough time, production rate and cumulative production of oil and water, water cut, water-oil ratio, saturation in the producing well, injector well pressure and mean pressure in the matrix. The results show that the variations in fracture length have a much more significant effect on the behavior of the reservoir than the variations in orientation. It was also observed that the mean fracture length has an effect very similar to that caused by maximum length fractures in each simulation. The most sensitive variants of these variations were saturation in the producer well, recovery factor and oil and water production rate.

**Keywords:** Simulation of Oil Reservoirs, Naturally Fractured Reservoirs, Monte Carlo Simulation, Analysis of Variance.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos	2
<b>2</b>	<b>Aspectos Teóricos</b>	<b>3</b>
2.1	Reservatórios de Petróleo	3
2.1.1	Propriedades da Rocha Reservatório	3
2.1.2	Propriedades dos Fluidos	6
2.1.3	Reservatórios Naturalmente Fraturados	8
2.2	Métodos de Recuperação	10
2.2.1	Métodos de Recuperação Secundária	11
2.3	Simulação de Reservatórios de Petróleo	13
2.3.1	Fluxo Monofásico em Meio Poroso	13
2.3.1.1	Lei de Darcy	13
2.3.1.2	Conservação da Massa	16
2.3.1.3	Equação de Estado	18
2.3.1.4	Equações Diferenciais Para o Fluxo Monofásico	18
2.3.2	Condições Iniciais e de Contorno	21
2.3.3	Fluxo Bifásico em Meio Poroso	21
2.3.3.1	Lei de Darcy	25
2.3.3.2	Conservação da Massa	25
2.3.3.3	Equações Diferenciais Para o Fluxo Bifásico	25
2.4	Modelos de Simulação de Reservatórios Naturalmente Fraturados	29
2.4.1	Modelo de Dupla Porosidade/Dupla Permeabilidade	30
2.4.1.1	Formulação matemática do modelo de dupla porosidade	31
2.4.2	Modelo de Fraturas Discretas (MFD)	33
2.4.2.1	Formulação Matemática do MFDE	34
2.4.2.2	Modelo de Fratura Hierárquica (MFH)	35
2.5	Revisão das Distribuições das Fraturas	36
2.5.1	Comprimento das Fraturas	39
2.5.1.1	Distribuição Lognormal	39
2.5.1.2	Distribuição Exponencial	40
2.5.1.3	Distribuição Gama	40
2.5.1.4	Distribuição de lei de potência	41
2.5.2	Orientação das Fraturas	46

<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>49</b>
3.1	Definição do tipo de modelo de simulação	49
3.2	Definição dos parâmetros de entrada do modelo	49
3.3	Realização das Simulações	50
3.4	Análise Estatística dos Dados de Simulação	51
3.4.1	Regressão Linear	51
3.4.2	Coefficiente de Correlação	53
3.4.3	Análise de Variância	54
3.4.4	Valor F	54
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>57</b>
4.1	Simulação do Modelo Inicial	57
4.2	Simulação dos Parâmetros de Fraturas	62
4.2.1	Efeitos da Variação do Comprimento das Fraturas	63
4.2.1.1	Análise Estatística	68
4.2.2	Efeitos da Variação da Orientação das Fraturas	74
4.2.2.1	Análise Estatística	79
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>83</b>

# Lista de Figuras

2.1	Seção transversal de uma amostra de rocha [ROSA <i>et al.</i> , 2006].	4
2.2	Relação entre a densidade e a pressão [Chen, 2007].	7
2.3	Ilustração de um reservatório naturalmente fraturado <i>offshore</i> [Trice, 2017].	9
2.4	Esquema de injeção em linha direta [ROSA <i>et al.</i> , 2006].	11
2.5	Esquema de injeção em linhas esconsas [ROSA <i>et al.</i> , 2006].	12
2.6	Esquema de injeção em malha <i>five-spot</i> [ROSA <i>et al.</i> , 2006].	12
2.7	Ilustração conceitual do experimento de Darcy [Lie, 2015].	14
2.8	A velocidade macroscópica de Darcy representa uma média do fluxo de fluido microscópico [Lie, 2015].	15
2.9	Volume de controle [Chen, 2007].	16
2.10	Típica curva de pressão capilar [Chen, 2007]	23
2.11	Típica curva de permeabilidade relativa [Chen, 2007]	24
2.12	Modelo de dupla porosidade idealizado por [Warren & Root, 1963]	30
2.13	Fluxo macroscópico em um sistema de dupla porosidade [Douglas <i>et al.</i> , 1991]	32
2.14	Da esquerda para a direita: fratura, sua representação no MFDC e MFDE [Pluimers, 2015].	33
2.15	Conceito do MFDE. Um domínio fraturado (a) é dividido em uma grade de matriz uniforme (b) e uma grade de fratura (c). A matriz e a grade de fratura são acopladas através de uma função de transferência da matriz de fratura ( $q_{f,m}$ ) [Pluimers, 2015].	34
2.16	Exemplo esquemático do MFH. Esquerda: grade da matriz com fraturas antes do escalonamento. Direita: grade da matriz com grandes fraturas explícitas. Fraturas de pequena e média escala são aproximadas em uma permeabilidade efetiva da matriz. As permeabilidades efetivas são indicadas pelas células da matriz sombreada [Pluimers, 2015].	35
2.17	Esquerda: Queda de pressão da unidade na direção x, sem fluxo na parte inferior e superior. Direita: queda de pressão da unidade na direção y, sem fluxo no limite esquerdo e direito [Pluimers, 2015].	36
2.18	Histograma dos terremotos com magnitude maior que 6 entre 2015 e 2016. Fonte [Program, 2014]	41
2.19	Histograma dos valores dos expoentes da lei de potência [Bonnet <i>et al.</i> , 2001].	43
2.20	Distribuição de frequência dos comprimentos de 2000 fraturas geradas aleatoriamente.	45
2.21	Quatro modelos 2D de reservatórios com fraturas de tamanhos aleatórios.	45
2.22	Distribuição dos ângulos aleatórios para diferentes valores de $K$ .	47

3.1	Visão geral das ferramentas presente nos diferentes módulos do MRST	51
3.2	Reta regressora [Action, 2015].	52
4.1	Modelo inicial composto por 200 fraturas com comprimentos e orientações aleatórias em uma área $90.000 m^2$	57
4.2	Curvas de permeabilidades relativas da água e do óleo com base no modelo de Corey.	58
4.3	Distribuição inicial da pressão do reservatório	58
4.4	Evolução da saturação ao longo da simulação de 1200 dias de injeção de água.	59
4.5	Evolução temporal da taxa de produção e produção acumulada de óleo e água ao longo de 1200 dias.	60
4.6	Evolução temporal do fator de recuperação, saturação no poço produtor, corte de água e razão água-óleo ao longo de 1200 dias.	61
4.7	Evolução temporal da pressão na matriz, em $y=150$ , e da pressão no poço injetor ao longo de 1200 dias.	61
4.8	A linha em vermelho mostra o volume inicial de óleo <i>in place</i> , a linha em azul representa o volume acumulado de óleo produzido e a linha preta tracejada o tempo de <i>breakthrough</i> .	62
4.9	Comportamento do fator de recuperação, tempo de <i>breakthrough</i> , taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função do comprimento médio das fraturas.	63
4.10	Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função do comprimento médio das fraturas.	64
4.11	Comportamento do fator de recuperação, tempo de <i>breakthrough</i> , taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função do comprimento máximo das fraturas.	65
4.12	Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função do comprimento máximo das fraturas.	66
4.13	Comportamento do fator de recuperação, tempo de <i>breakthrough</i> , taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função do comprimento mínimo das fraturas.	67
4.14	Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função do tamanho mínimo das fraturas.	68
4.15	Relação estatística entre as variáveis de simulação e o comprimento médio, máximo e mínimo das fraturas medidas pelo valor F.	69
4.16	Relação estatística entre as variáveis de simulação e os comprimentos médio, máximo e mínimo das fraturas medidas pelo R de Pearson.	69
4.17	Simulações máxima e mínima da taxa de produção e produção acumulada de água e óleo com relação a variação dos comprimentos das fraturas.	72
4.18	Simulações máxima e mínima da saturação no poço produtor, corte de água, pressão no poço injetor e pressão média com relação a variação dos comprimentos das fraturas.	73



4.19	Comportamento do fator de recuperação, tempo de <i>breakthrough</i> , taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função da orientação média das fraturas.	74
4.20	Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação média das fraturas.	75
4.21	Comportamento do fator de recuperação, tempo de <i>breakthrough</i> , taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função da orientação máxima das fraturas.	76
4.22	Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação máxima das fraturas.	77
4.23	Comportamento do fator de recuperação, tempo de <i>breakthrough</i> , taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função da orientação mínima das fraturas.	78
4.24	Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação mínima das fraturas.	79
4.25	Relação estatística entre as variáveis de simulação e a inclinação média, máxima e mínima das fraturas medidas pelo valor F.	80
4.26	Relação estatística entre as variáveis de simulação e a inclinação média, máxima e mínima das fraturas medidas pelo R de Pearson.	80
4.27	Simulações máxima e mínima da taxa de produção e produção acumulada de água e óleo com relação a variação da inclinação das fraturas.	82



## Lista de Tabelas

2.1	Classificação da rocha de acordo com seus valores de permeabilidade. Adaptado de [Chen, 2007].	6
2.2	Classificação dos tipos de óleos de acordo com a viscosidade. Adaptado de [Chen, 2007].	8
2.3	Características Geométricas das fraturas. Adaptado de [Dershowitz & Einstein, 1988].	37
2.4	Adequação das diferentes fdp's para caracterização dos parâmetros das fraturas. Adaptado de [Gutierrez & Youn, 2015].	39
3.1	Parâmetros das distribuições de probabilidade utilizadas.	49
3.2	Parâmetros de reservatório.	50
4.1	Características das fraturas para a simulação que maximizou a produção de óleo e minimizou a produção de água.	71
4.2	Características das fraturas para a simulação que maximizou a produção de água e minimizou a produção de óleo.	71
4.3	Características da inclinação das fraturas para na simulação que maximizou a produção de óleo e minimizou a produção de água.	81
4.4	Características das fraturas para na simulação que maximizou a produção de água e minimizou a produção de óleo.	81



## CAPÍTULO 1

# Introdução

Reservatórios naturalmente fraturados (RNFs) representam uma importante fração das reservas mundiais de petróleo. As fraturas nesses tipos de reservatórios podem variar de centímetros a quilômetros de extensão e fazem com que seu comportamento seja bastante diferente dos reservatórios convencionais. As propriedades da rocha reservatório mudam rápida e descontinuamente ao longo do meio poroso, impondo-o uma forte heterogeneidade e anisotropia. Isso faz com que a simulação do comportamento do fluxo em RNFs seja extremamente desafiador, tanto no sentido de modelagem, quanto no custo computacional dessas simulações. Geralmente, considera-se o meio poroso dividido em dois meios distintos: a matriz rochosa, onde se encontra o meio poroso, e as fraturas. É na matriz onde se deposita a maior parte do volume de hidrocarbonetos. Em contrapartida, as fraturas são o principal meio de transporte para os fluidos. Existem basicamente dois tipos de modelos de RNFs: o modelo de dupla porosidade, já amplamente utilizado na indústria, e os modelos de fraturas discretas, dentre os quais um dos mais recentes e promissores é o modelo de fratura hierárquica.

As fraturas apresentam uma enorme diversidade de comprimentos e inclinações, que variam muito de um reservatório para o outro. No entanto, ao longo de décadas de análises de dados de campo, pôde-se mapear melhor esses dados e definir as distribuições de probabilidades que melhor se adequam a cada característica das fraturas. A maioria dos estudos indicam que uma lei de potência é a que melhor se adequa a distribuição dos comprimentos das fraturas. Já quanto a inclinação, a distribuição de Fisher parece ser a mais utilizada.

O conhecimento dessas características é fundamental para uma caracterização mais precisa do reservatório e, por consequência, uma previsão mais segura do seu comportamento ao longo do tempo, uma vez que o comprimento e orientação das fraturas irão influenciar o fluxo dos fluidos presentes no meio poroso.

Dessa forma, medir os efeitos de como as variações na distribuição do comprimento e da inclinação das fraturas afetam o comportamento dos RNFs torna-se algo extremamente útil, na medida em que, com essas informações, pode-se, prever qual o comportamento esperado do reservatório, com base nas informações sobre as distribuições das características de suas fraturas.

## 1.1 Objetivos

Esse estudo tem como objetivo analisar como a distribuição aleatória dos comprimentos e orientações das fraturas afetam o comportamento de reservatórios naturalmente fraturados. Espera-se analisar diversos cenários onde as fraturas tem seus comprimentos e orientações gerados aleatoriamente e assim medir como as grandezas obtidas na simulação se comportam diante de cada um desses cenários. Dessa forma pode-se observar, tanto graficamente, quanto estatisticamente, quais os parâmetros mais sensíveis às respectivas variações no comprimento e na inclinação nas fraturas.

## CAPÍTULO 2

# Aspectos Teóricos

Nesse capítulo serão apresentados os conceitos e definições pertinentes ao entendimento do trabalho, a começar pelas definições gerais de reservatórios de petróleo e as propriedades das rochas e dos fluidos. Logo após, define-se as características específicas dos reservatórios naturalmente fraturados. Em seguida, serão abordados os princípios matemáticos do fluxo em meio poroso, a começar pela modelagem do fluxo monofásico e estendendo-se os conceitos para o fluxo bifásico. Feito isso, são apresentados os diferentes modelos de simulação utilizados na análise do comportamento de reservatórios naturalmente fraturados, com suas correspondentes conceitualizações e modelagens de fluxo. Por fim, é feita uma descrição geral sobre as principais distribuições de probabilidade que caracterizam o comprimento e a orientação das fraturas.

### 2.1 Reservatórios de Petróleo

Na terminologia matemática, o meio poroso é o fechamento de um subconjunto do espaço euclidiano  $\mathbb{R}^d$  ( $d = 1, 2$  ou  $3$ ). Um reservatório de petróleo, consiste em um meio poroso que contém hidrocarbonetos [Chen *et al.*, 2006]. Este é caracterizado pelo tipo de rocha do qual é constituído, pelo tipo de fluido que armazena e pela interação entre estes. Um reservatório pode ser classificado, por exemplo, quanto a variação espacial das propriedades da rocha, em heterogêneo ou homogêneo, se tais propriedades variam ou não espacialmente. Ou quanto a quantidade de fluidos nele contido (monofásico, bifásico e trifásico), quando coexistem um, dois ou três fluidos, respectivamente.

Nessa seção aborda-se as principais características de um reservatório de petróleo: as propriedades da rocha e dos fluidos nele presentes. Por fim, serão apresentadas as características específicas encontradas em reservatórios naturalmente fraturados.

#### 2.1.1 Propriedades da Rocha Reservatório

Os principais conceitos relacionados à rocha reservatório são os de poro, porosidade e permeabilidade.

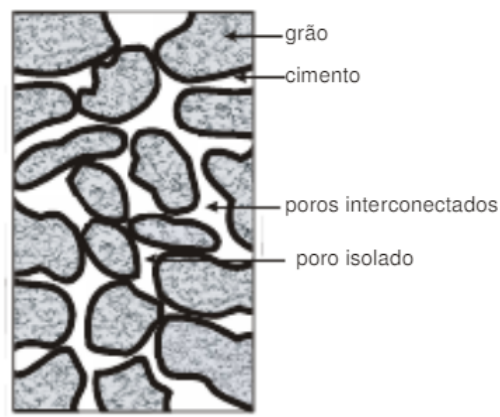
**Poro:** pode ser definido como sendo os espaços vazios de um rocha com capacidade de armazenar fluidos. Tem tamanho que varia tipicamente entre 1 e 200  $\mu m$ .

**Porosidade ( $\phi$ ):** É a fração da rocha composta por espaços vazios (poros), denominado espaço ou volume poroso, que assume valores  $0 < \phi < 1$ .

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \quad (2.1)$$

onde  $V_p$  é o volume poroso e  $V_t$  é o volume total, composto pela soma do volume da rocha e o volume poroso.

O espaço poroso geralmente é dividido em duas partes, uma consistindo do espaço poroso isolado, não acessível ao fluxo e o espaço poroso interconectado, acessível ao fluxo, também denominado de porosidade efetiva (Figura 2.1). Evidentemente, somente a porosidade efetiva é de interesse para a simulação de reservatórios, pois mede a capacidade do reservatório de armazenar e transferir fluidos.



**Figura 2.1** Seção transversal de uma amostra de rocha [ROSA *et al.*, 2006].

As rochas com tamanho de grão não uniforme tipicamente têm porosidade menor do que rochas com um tamanho de grão uniforme, porque os grãos menores tendem a encher os poros formados por grãos maiores [Lie, 2015]. Valores típicos de porosidade variam entre 0,1 e 0,25, porém, valores fora dessa faixa podem ser ocasionalmente observados.

É possível relacionar a variação do volume poroso com a pressão a partir da equação de compressibilidade da rocha, como se segue,

$$c_r = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp} \quad (2.2)$$

considerando a compressibilidade da rocha  $c_r$  como sendo constante e integrando a Equação 2.2 resulta que,

$$\phi = \phi^0 e^{c_r(p-p^0)} \quad (2.3)$$

onde  $\phi^0$  é a porosidade para a pressão de referência  $p^0$ , geralmente tida como a pressão atmosférica.

Agora, expandindo a Equação 2.3 em uma série de Taylor,

$$\phi = \phi^0 \left( 1 + c_r(p - p^0) + \frac{1}{2!} c_r^2 (p - p^0)^2 + \dots \right) \quad (2.4)$$



e desprezando então os termos de maior ordem, temos o resultado aproximado para a porosidade,

$$\phi \approx \phi^0(1 + c_r(p - p^0)) \quad (2.5)$$

**Permeabilidade ( $K$ ):** é a propriedade básica do fluxo em meio poroso e mede a capacidade do meio em transferir um único fluido através dos poros interconectados, quando estes estão completamente preenchidos com esse fluido. Isso significa que, ao contrário da porosidade, a medida de permeabilidade só faz sentido quando se trata do fenômeno do fluxo de um fluido em meio poroso. A unidade de  $\mathbf{K}$  no SI é o  $m^2$ , que reflete o fato da permeabilidade está relacionada somente às características geométricas dos poros. Porém, é mais comum se usar a unidade *darcy* ( $d$ ) ou *milidarcy* ( $md$ ). Onde  $1d \approx 0,987 \times 10^{-12} m^2$  envolve a transferência de um fluido com viscosidade igual a  $1 cP$  através de um meio homogêneo, com velocidade de  $1 cm/s$ , devido a um gradiente de pressão de  $1 atm/cm$ . Os valores de permeabilidade geralmente variam com a posição e, por isso, costumam ser representado por um tensor de permeabilidade,

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix}$$

no entanto, em aplicações práticas costuma-se assumir a permeabilidade como um tensor diagonal,

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_{xx} & & \\ & k_{yy} & \\ & & k_{zz} \end{pmatrix} = \text{diag}(k_{xx}, k_{yy}, k_{zz})$$

nesse caso, os termos diagonais representam como a taxa de fluxo nas direções axiais depende do gradiente de pressão na mesma direção. Uma vez que o meio poroso é formado pela deposição de sedimentos ao longo de milhares de anos, muitas vezes existe uma diferença significativa entre a permeabilidade nas direções vertical  $k_v$  e horizontal  $k_h$ , mas nenhuma diferença entre as permeabilidades nas duas direções laterais, ou seja, é possível assumir que as permeabilidades no plano horizontal são iguais,  $k_h = k_{xx} = k_{yy}$  e que  $k_v = k_{zz}$ , onde geralmente,  $k_h > k_v$ . Para o caso onde  $k_{xx} = k_{yy} = k_{zz}$ , o reservatório é chamado isotrópico, caso contrário, anisotrópico [Chen, 2007] [Lie, 2015].

Pode-se classificar a rocha quanto aos seus valores de permeabilidade de acordo com a Tabela 2.1.

Uma definição matemática mais precisa da permeabilidade será apresentada na seção 2.3.1.1, onde  $\mathbf{k}$  aparece como um fator de proporcionalidade na lei de Darcy.

Classificação	Intervalo de Permeabilidade (md)
Pobre	1 - 15
Moderado	15 - 20
Bom	50 - 250
Muito Bom	250 - 1000
Excelente	acima de 1000

**Tabela 2.1** Classificação da rocha de acordo com seus valores de permeabilidade. Adaptado de [Chen, 2007].

### 2.1.2 Propriedades dos Fluidos

Em geral, água, óleo e gás podem existir simultaneamente em um reservatório de petróleo. Dependendo de como esses fluidos se relacionam com a pressão, eles podem ser classificados com sendo:

**Incompressíveis:** fluidos cuja compressibilidade é igual a zero e, portanto, sua densidade é independente da pressão. Água e óleo livre de gás podem ser tidos como incompressíveis.

**Ligeiramente Compressíveis:** classificam-se nesse quesito os fluidos com compressibilidade baixa e constante, com valores típicos entre  $10^{-5}$  e  $10^{-6} \text{ psi}^{-1}$ . Água e óleo não saturado são exemplos de fluidos ligeiramente compressíveis.

**Compressíveis:** são fluidos com valores de compressibilidade variando entre  $10^{-3}$  e  $10^{-4} \text{ psi}^{-1}$ . O gás presente no reservatório é um fluido compressível.

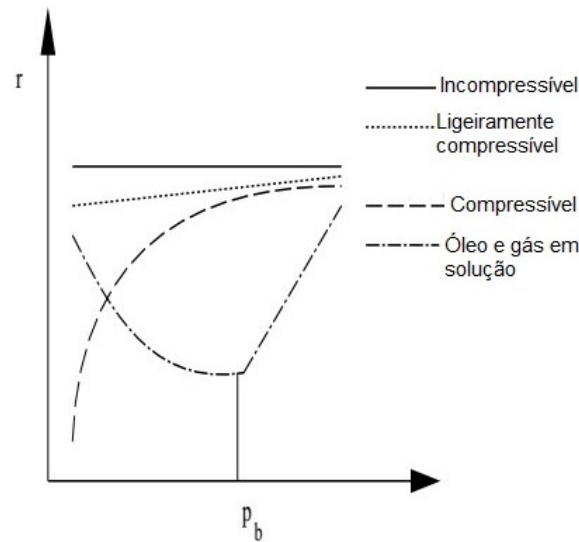
**Densidade ( $\rho$ ):** nesse trabalho, massa específica e densidade serão tidas como sinônimos e definida como sendo a relação entre a massa e o volume de um corpo. A unidade da densidade no SI é o  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.6)$$

**Peso Específico ( $\rho$ ):** o peso de um corpo é o produto da sua massa  $m$  pela aceleração da gravidade  $g$ . O peso específico é definido como sendo a relação entre peso e volume e tem unidade  $\text{N}/\text{m}^3$  no SI.

$$\gamma = \frac{m}{V}g = \rho g \quad (2.7)$$

A Figura 2.2 mostra a relação entre a densidade e a pressão para os diferentes tipos de fluidos. Fica bastante claro que a densidade aumenta ao passo que a pressão aumenta, porém, os valores de densidade tendem a se estabilizarem sob o efeito de altas pressões.



**Figura 2.2** Relação entre a densidade e a pressão [Chen, 2007].

**Compressibilidade ( $c_f$ ):** segundo [ROSA *et al.*, 2006], define-se compressibilidade isotérmica de um líquido como sendo sua variação fracionai de volume, por variação unitária de pressão (Equação 2.8). Esta pode ser definida em termos de como seu volume ( $V$ ) ou sua densidade ( $\rho$ ) variam com a pressão ( $p$ ). Para processos isotérmicos, temos,

$$c_f = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \quad (2.8)$$

usando o conceito de densidade mostrado na Equação 2.6, temos que,

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (2.9)$$

de modo que,

$$\frac{\partial V}{\partial p} = -\frac{m}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (2.10)$$

assim, pode-se escrever a equação da compressibilidade em termos da densidade ou massa específica do fluido (Equação 2.11).

$$c_f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (2.11)$$

Integrando a Equação 2.11, segue que,

$$\rho = \rho^0 e^{c(p-p^0)} \quad (2.12)$$

onde  $\rho^0$  é a densidade para a pressão de referência  $p^0$ . Agora, usando a expansão em série de Taylor,

$$\rho = \rho^0(1 + c(p - p^0) + \frac{1}{2!}c^2(p - p^0)^2 + \dots) \quad (2.13)$$

desprezando os termos de maior ordem, chega-se ao resultado aproximado para a densidade do fluido,

$$\rho \approx \rho^0(1 + c(p - p^0)) \quad (2.14)$$

**Viscosidade ( $\mu$ ):** a viscosidade de um fluido mede a energia dissipada devido a fricção quando este é posto em movimento. Ou, em outras palavras, é a medida da resistência de um fluido ao fluxo, ou seja, quanto maior a viscosidade, maior a resistência ao fluxo e menor a velocidade do fluido.

No SI a unidade de viscosidade é a *Pa.s*, porém, a unidade mais usual é o *poise* ou *centipoise* (*cp*). A viscosidade da água em condições padrão é 1 *cp*.

O óleo presente em um reservatório pode ser classificado de acordo com sua viscosidade, como mostra a Tabela 2.2.

Classificação	Intervalo de viscosidade (cp)
Óleo leve	0,3 - 1
Óleo médio	1 - 6
Óleo moderado	6 - 50
Óleo muito viscoso	50 - 1000
Óleo pesado	acima de 1000

**Tabela 2.2** Classificação dos tipos de óleos de acordo com a viscosidade. Adaptado de [Chen, 2007].

Essa classificação se refere às condições de reservatório tal que a pressão está entre 4000 e 6000 *psi* e a temperatura é de 200 °F.

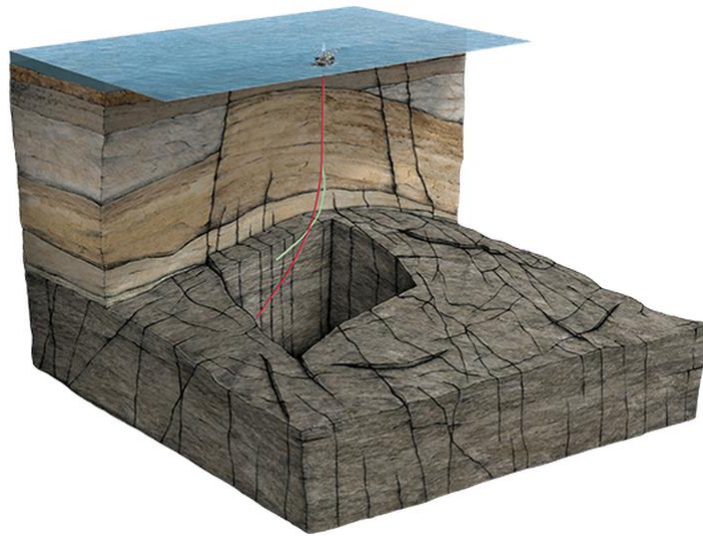
### 2.1.3 Reservatórios Naturalmente Fraturados

Toda massa rochosa e, portanto, todo reservatório de petróleo, contém fraturas nas mais variadas escalas de tamanho [Gutierrez & Youn, 2015]. A Figura 2.3 mostra uma ilustração de um reservatório naturalmente fraturado *offshore*.

Quando a presença de fraturas tem efeito significativo sobre o comportamento do fluxo no interior do reservatório, este passa a ser denominado reservatório naturalmente fraturado (RNFs) [Nelson, 2001].

Observando os casos históricos de RNFs, percebe-se que a maioria ocorre em rocha reservatório frágil e de baixa porosidade em que os eventos tectônicos favoráveis tenham se desenvolvido, nos quais se espera encontrar fraturas extensas [Golf-Racht, 1982]. Geralmente, é a presença dessas fraturas mais extensas que tornam o reservatório economicamente produtivo [Heffer & Bevan, 1990].

A presença de fraturas afeta drasticamente as propriedades mecânicas e hidráulicas da rocha [Min, 2004], o que acarreta importantes implicações no desenvolvimento do campo, principalmente se esse se der através de poços horizontais ou com grande inclinação. Essas implicações



**Figura 2.3** Ilustração de um reservatório naturalmente fraturado *offshore*[Trice, 2017].

podem ser positivas, no caso em que, dependendo da relação efetiva entre permeabilidade vertical e horizontal, as fraturas aumentam a permeabilidade do meio, ou, negativas, quando podem servir como caminhos preferencias para o fluxo e produção de água, por meio dos processos de injeção, na recuperação secundária, ou pela presença de aquíferos subjacentes ao reservatório [Heffer & Bevan, 1990].

De modo geral, um reservatório naturalmente fraturado é composto pelo meio poroso, denominado matriz, onde se deposita a maior parte do volume de hidrocarbonetos, e por um conjunto de fraturas interconectadas. As propriedades da rocha e das fraturas nesse tipo de reservatório variam rápida e descontinuamente sobre o domínio. A permeabilidade, por exemplo, pode variar da ordem de millidarcy (md) na matriz, para milhares de md nas fraturas. Além disso, a condutividade de uma fratura pode mudar à medida que as tensões mudam na rocha do reservatório durante o período de desenvolvimento de um campo.

A alta permeabilidade de uma fratura resulta em alta difusividade do pulso de propagação da pressão ao longo da fratura; no entanto, devido a um contraste significativo entre as permeabilidades da matriz e da fratura, a matriz tem uma resposta "atrasada" às mudanças de pressão que ocorrem nas fraturas circundantes [Mohammadi *et al.*, 2012].

Devido a essa discrepância, definem-se duas escalas de comprimento de interesse: a escala microscópica, referente a espessura das fraturas, da ordem de  $10^{-4}$  m e a macroescala, que diz respeito a distância média entre os planos das fraturas, ou seja, o tamanho dos blocos da matriz, que variam de 0,1 a 1 m. O conjunto de fraturas é extremamente permeável, porém, acumula uma pequena quantidade de fluido, ao passo que a matriz possui característica oposta [Chen *et al.*, 2006].

Essa variação nas propriedades do reservatório leva-o a apresentar um comportamento muito diferente do que ocorre em reservatórios convencionais. Como cita [PRAT, 1990] existem casos em que o reservatório é posto em produção com altas vazões e após um ou dois

meses a produção começa a cair vertiginosamente, sem nenhuma explicação aparente. No entanto, há casos em que reservatórios fraturados apresentam bons índices de produção ao longo de décadas de vida útil. Por isso, a produção eficiente de tais reservatórios requer um manejo cuidadoso das taxas de produção e localização dos poços de injeção [Odling *et al.*, 1999].

A presença de fraturas no reservatório pode ser indicada durante a perfuração por fatores como perda de circulação e mudanças na taxa de penetração. Um conjunto de perfis executados nesses poços pode revelar a existência de fraturas dependendo da resolução da ferramenta e da litologia existente. No entanto, todos esses dados carregam uma série de incertezas quanto a localização, extensão espacial e quantidade das fraturas [PRAT, 1990].

As equações matemáticas que governam o comportamento dos reservatórios fraturados são basicamente as mesmas usadas para os reservatórios convencionais. Porém, há diversas dificuldades em implementá-las computacionalmente, principalmente devido a heterogeneidade e anisotropia do meio, como será detalhado mais adiante.

Reservatórios naturalmente fraturados respondem por uma importante parcela das reservas mundiais de petróleo; estimativas apontam para uma fração maior que 20% do total [Saidi, 1983].

Dependendo de suas características, a presença de fraturas pode ter um efeito positivo ou negativo sobre o fluxo. Quando são abertas e bem orientadas, facilitam o fluxo, aumentando assim a permeabilidade do meio. Por outro lado, podem conter sedimentos e agir como barreiras ao fluxo, aumentando a anisotropia e heterogeneidade do meio [Hansford & Fisher, 2009].

Como salientou [Golf-Racht, 1982], a caracterização de um reservatório convencional se dá basicamente pela avaliação da porosidade e da permeabilidade do meio. No entanto, a avaliação das fraturas é muito mais complexa, o que acarreta um maior grau de dificuldade na caracterização de reservatórios naturalmente fraturados. De modo geral, as propriedades das fraturas, tais como abertura, tamanho, distribuição, orientação, etc., serão definidas pela relação de tensões e tipos de rocha, condições estruturais, profundidade (tensão de sobrecarga), litologia, espessura da camada e demais propriedades da massa rochosa.

## 2.2 Métodos de Recuperação

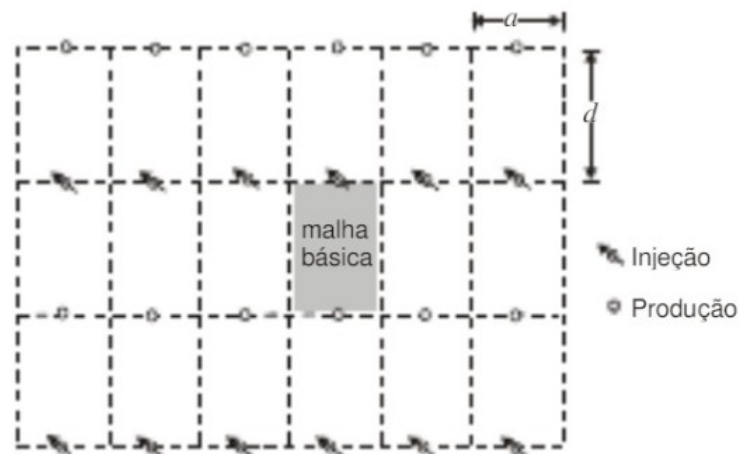
Inicialmente, os reservatórios de petróleo estão sujeitos a altos valores de pressão e temperatura. Esse fato lhes proporciona uma certa quantidade de energia que faz com que, quando postos em produção, ocorra um fluxo espontâneo dos fluidos até a superfície, num processo denominado de produção surgente. A quantidade dessa energia depende da natureza geológica do reservatório, do volume e das características dos fluidos nele contidos. Com o passar do tempo, conforme os fluidos vão sendo produzidos, essa energia vai se dissipando, principalmente devido a queda de pressão, e a produção do reservatório diminui. Esse primeiro estágio da vida produtiva da jazida é chamado de recuperação primária. A fim de recuperar a pressão do reservatório e manter a sua produção em níveis economicamente viáveis, efetuam-se os projetos de recuperação secundária, os quais consistem basicamente na injeção de fluidos através de poços estrategicamente posicionados. A aplicação de métodos de recuperação secundária aumenta substancialmente a eficiência de recuperação, com valores que variam tipicamente de 30 a 50% [Dake, 1987][ROSA *et al.*, 2006].

### 2.2.1 Métodos de Recuperação Secundária

Inicialmente, os métodos de recuperação eram classificados de acordo com a ordem cronológica com que eram empregados. Assim, tinha-se a recuperação primária, quando a produção de petróleo se dava de forma espontânea, devido a energia inicial do reservatório. Em seguida eram aplicados os métodos de recuperação secundária, visando a manutenção da energia do reservatório e o aumento da eficiência de recuperação e, por fim, a recuperação terciária, que era empregada quando não se tinha mais respostas satisfatórias dos métodos de recuperação secundária. Modernamente, o termo recuperação secundária engloba todo método que visa melhorar a eficiência de recuperação de petróleo e se subdivide em: métodos convencionais de recuperação secundária e métodos especiais de recuperação secundária.

Como métodos de recuperação secundária convencionais são utilizados a injeção de fluidos, geralmente, água ou gás. Entretanto, o método de recuperação secundária convencional mais largamente utilizado no mundo é a injeção de água, sendo empregada há pelo menos 100 anos [ROSA *et al.*, 2006]. O sucesso do projeto de injeção está diretamente relacionado com a escolha do esquema de injeção, ou seja, com a disposição espacial dos poços injetores e produtores. Existem diversos tipos de esquemas de injeção, que dependem das características específicas de cada reservatório, dentre os quais pode-se citar: injeção periférica, injeção no topo, injeção na base e injeção em malha (para maiores detalhes sobre os esquemas de injeção ver [Dake, 1987], [ROSA *et al.*, 2006], [Ahmed, 2006], [Islam *et al.*, 2010]).

No esquema de injeção em malha, todos os poços, tanto injetores quanto produtores, se dispõem uniformemente ao longo do reservatório. Cada modelo de injeção em malha apresenta uma combinação entre poços injetores e produtores, formando uma malha que se repete ao longo do reservatório. Por exemplo, o modelo de injeção em linha direta, mostrado na Figura 2.4.

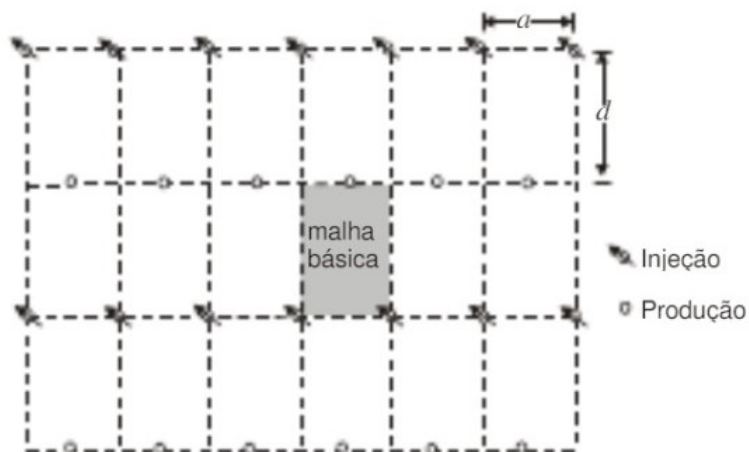


**Figura 2.4** Esquema de injeção em linha direta [ROSA *et al.*, 2006].

Nesse tipo de esquema tem-se sequências alternadas de linhas de poços injetores e produtores. A malha básica formada nesse modelo é um retângulo, cuja altura é a distância  $d$  entre as linhas e o lado é a distância  $a$  entre os poços da linha. Os poços injetores e produtores estão

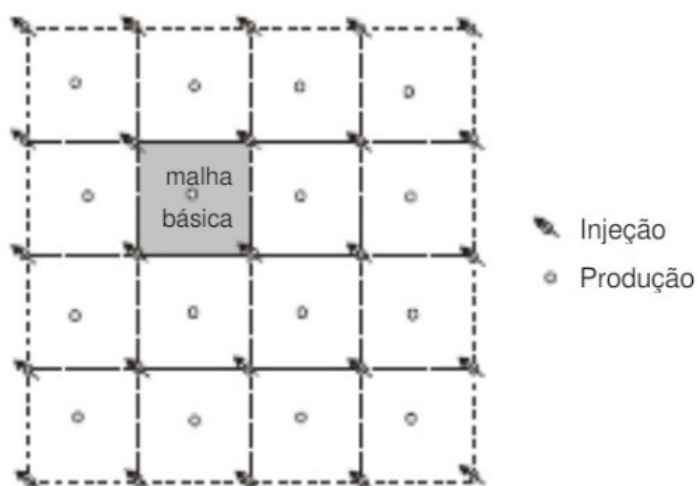
dispostos em posições simétricas uns em relação aos outros.

Porém, essa simetria pode não existir e haver uma defasagem nas posições relativas dos poços injetores e produtos. Nesse caso, o esquema é denominado injeção em linhas esconças, como mostra a Figura 2.5.



**Figura 2.5** Esquema de injeção em linhas esconças [ROSA *et al.* , 2006].

Se a distância entre as linhas for igual a metade da distância entre os poços de mesmo tipo, tem-se um tipo especial de injeção em linhas esconças denominado modelo *five-spot* ou malha de cinco pontos, ou ainda, malha quadrática (Figura 2.6).



**Figura 2.6** Esquema de injeção em malha *five-spot* [ROSA *et al.* , 2006].

Nesse caso a malha base é um quadrado com cinco poços, quatro injetores nos vértices e um produtor no centro. Esse é o esquema de injeção mais utilizado no mundo.



## 2.3 Simulação de Reservatórios de Petróleo

A simulação de reservatório consiste no processo de prever o comportamento de um reservatório real a partir de um modelo de reservatório. Com os dados de simulação sobre o comportamento futuro do reservatório pode-se escolher maneiras de otimizar a produção de hidrocarbonetos e definir as políticas econômicas de exploração da jazida. Os modelos de reservatório podem ser físicos, como no caso de um modelo em escala de laboratório, ou matemáticos. Nesse último caso, um conjunto de equações diferenciais e de condições de contorno são utilizadas para descrever o comportamento físico do reservatório real.

O comportamento do reservatório descrito pelo modelo matemático é dado pela solução do conjunto de equações diferenciais juntamente com suas condições de contorno. De modo geral, essas equações não tem solução analítica. Para tanto, faz-se uso de métodos numéricos, por meio de modelos numéricos, que são programas de computador utilizados para gerar uma solução aproximada do modelo matemático [Peaceman, 1977] [Chen *et al.*, 2006] [Chen, 2007].

A simulação numérica de reservatórios teve início em meados da década de 1950 e logo se tornou uma atividade padrão na indústria de petróleo, fornecendo valiosas informações qualitativas e quantitativas sobre os reservatórios. A evolução do poder computacional, com o passar das décadas, possibilitou o desenvolvimento de modelos e técnicas de simulação cada vez mais sofisticadas e confiáveis.

Na primeira parte dessa seção serão abordados os conceitos matemáticos básicos que norteiam a simulação do fluxo monofásico em meios porosos e, em seguida, esses conceitos são generalizados para o fluxo bifásico, com base nas formulações apresentadas por [Peaceman, 1977], [ROSA *et al.*, 2006], [Chen *et al.*, 2006], [Chen, 2007] e [Lie, 2015]. Partindo das equações diferenciais básicas detalharemos os casos de fluxos compressível, levemente compressível e incompressível.

Na segunda parte serão apresentados os principais modelos de simulação de reservatórios naturalmente fraturados e sua respectivas características e peculiaridades.

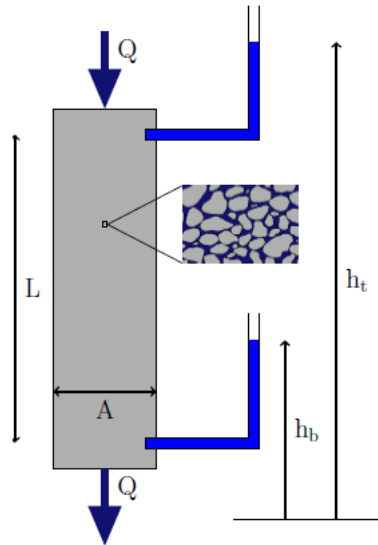
### 2.3.1 Fluxo Monofásico em Meio Poroso

A obtenção das equações diferenciais que modelam o comportamento do reservatório se faz pela integração da lei de Darcy, conservação da massa e a equação de estado. Nesse seção, definiremos e detalharemos a lei de Darcy, equação da conservação da massa e as equações de estado, para então unificarmos esses conceitos na modelagem matemática do fluxo monofásico em meio poroso e depois generalizaremos para o caso do fluxo multifásico.

#### 2.3.1.1 Lei de Darcy

O estudo do escoamento de fluidos em meio poroso teve início em meados do século XIX com os trabalhos do Engenheiro Hidráulico francês Henry Darcy (1803 - 1858). Seu objetivo era ampliar e modernizar o sistema de tratamento de água da cidade francesa de Dijon, que ocorria através de filtros de areia [Lie, 2015]. Para entender a física do escoamento da água através desses filtros, Darcy realizou um experimento que consistia em um tanque vertical de areia onde a água era injetada na parte superior e escoava sob ação da gravidade até a parte

inferior. A figura 2.7 mostra uma ilustração conceitual desse experimento.



**Figura 2.7** Ilustração conceitual do experimento de Darcy [Lie, 2015].

O cilindro de areia está preenchido com água e a vazão de entrada é igual a vazão de saída. Após diversas experiências, Darcy percebeu que havia uma relação direta entre a vazão que atravessava o cilindro de areia e a diferença de carga hidráulica associada a essa vazão; a medida que a água atravessa o meio poroso ela perde energia e as dimensões do cilindro afetavam os resultados. Com base nas suas observações, Darcy relacionou a vazão volumétrica da água no meio poroso, com a diferença de carga hidráulica e as dimensões do cilindro e apresentou a relação matemática desses parâmetros que hoje é conhecida como lei de Darcy (Equação 2.15).

$$Q = \frac{KA(h_t - h_b)}{L} \quad (2.15)$$

A vazão volumétrica  $Q$  [ $m^3/s$ ] é diretamente proporcional a área da seção transversal  $A$  [ $m^2$ ] e a diferença de carga hidráulica  $(h_t - h_b)$  [ $m^2$ ] e inversamente proporcional ao comprimento do meio poroso  $L$  [ $m$ ]. A constante de proporcionalidade  $K$  depende do meio poroso.

Repetindo a experiência de Darcy com outros fluidos constatou-se que  $K$  é função da viscosidade  $\mu$  e do peso específico do fluido utilizado,  $\gamma$ .

$$K = \frac{k}{\mu} \gamma \quad (2.16)$$

onde  $k$  é a permeabilidade do meio poroso, definida na seção ??.

As pressões atuantes nos níveis de referência  $h_t$  e  $h_b$  da Figura 2.7 são, respectivamente,

$$p_t = \gamma h_t = \rho g h_t \quad (2.17)$$

e

$$p_b = \gamma h_b = \rho g h_b \quad (2.18)$$

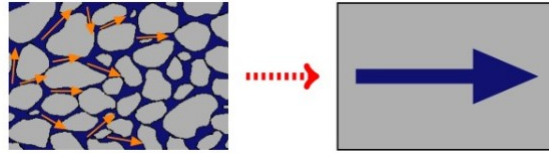
Substituindo as Equações 2.16, 2.17 e 2.18 na Equação 2.15 e fazendo as devidas modificações, temos

$$Q = \frac{kA (p_t - p_b)}{\mu L} = \frac{kA \Delta p}{\mu L} \quad (2.19)$$

Definindo a velocidade aparente do fluido ou velocidade de Darcy ( $v$ ) como o quociente entre a vazão volumétrica ( $Q$ ) e a área ( $A$ ), a lei de Darcy pode ser escrita como

$$v = \frac{k \Delta p}{\mu L} \quad (2.20)$$

Nesse caso, a velocidade é dita aparente porque nem toda a área  $A$  está de fato aberta ao fluxo. A velocidade real do fluido seria a velocidade de poro  $v_p = v/\phi$ . A Figura 2.8 mostra a velocidade macroscópica de Darcy como uma média do fluxo de fluido microscópico.



**Figura 2.8** A velocidade macroscópica de Darcy representa uma média do fluxo de fluido microscópico [Lie, 2015].

Tomando a forma diferencial da Equação 2.19 na direção  $x$

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.21)$$

o sinal de menos na Equação 2.21 indica que a queda de pressão se dá na direção do fluxo.

Generalizando a lei de Darcy para as três dimensões e incluindo os efeitos da força gravitacional, tem-se

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{\mu} \mathbf{k}(\nabla p - \rho g \nabla z) \quad (2.22)$$

onde  $\nabla$  é o operador gradiente, tal que

$$\nabla p = \left( \frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

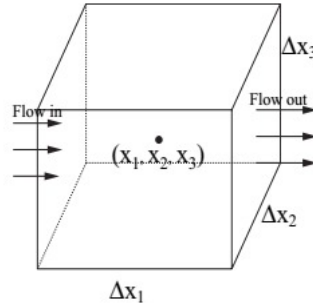
Devido a grande importância da lei de Darcy na simulação de reservatórios, torna-se necessário conhecer os pressupostos inerentes a Equação 2.22 e suas extensões [Islam *et al.*, 2010]:

- O fluido é monofásico, homogêneo e Newtoniano;
- Não há reações químicas entre o fluido e o meio poroso;

- Prevalece o fluxo laminar;
- Permeabilidade é uma propriedade do meio poroso e independe da pressão, temperatura e tipo de fluido;
- Não há efeito eletro-cinético.

### 2.3.1.2 Conservação da Massa

Consideremos o balanço de massa através do volume de controle mostrado na Figura 2.9. As dimensões do volume são  $\Delta x_1$ , na direção  $x_1$ ,  $\Delta x_2$ , na direção  $x_2$  e  $\Delta x_3$ , na direção  $x_3$ . Consideremos também que o meio poroso tenha porosidade  $\phi$  e o fluido tenha densidade  $\rho$ , a variável espacial  $x = (x_1, x_2, x_3)$ , localizada no centroide do volume de controle, a variável temporal  $t$  e o fluxo por unidade de volume é  $v = (v_1, v_2, v_3)$ .



**Figura 2.9** Volume de controle [Chen, 2007].

O fluxo de massa por unidade de tempo que entra no volume em  $x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}$ , na direção  $x_1$ , através da face esquerda é dado por

$$(\rho v_1)_{x_1 - \frac{\Delta x_1}{2}} \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (2.23)$$

e a massa que sai pela face direita em  $x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}$ , é

$$(\rho v_1)_{x_1 + \frac{\Delta x_1}{2}} \Delta x_2 \Delta x_3 \quad (2.24)$$

Fazendo o mesmo para as direções  $x_2$  e  $x_3$ , o fluxo que entra e sai pelas respectivas superfícies é

$$(\rho v_2)_{x_2 - \frac{\Delta x_2}{2}} \Delta x_1 \Delta x_3, \quad (\rho v_2)_{x_2 + \frac{\Delta x_2}{2}} \Delta x_1 \Delta x_3 \quad (2.25)$$

$$(\rho v_3)_{x_3 - \frac{\Delta x_3}{2}} \Delta x_1 \Delta x_2, \quad (\rho v_3)_{x_3 + \frac{\Delta x_3}{2}} \Delta x_1 \Delta x_2 \quad (2.26)$$

A taxa de injeção e de acumulação de massa no volume de controle são dadas respectivamente por

$$q\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t}\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3 \quad (2.28)$$

Desde que a conservação da massa seja respeitada, temos que, [massa que entra] - [massa que sai] + [taxa de injeção] = [taxa de acumulação].

Assim,

$$\begin{aligned} & [(\rho v_1)_{x_1-\frac{\Delta x_1}{2}}\Delta x_2\Delta x_3 - (\rho v_1)_{x_1+\frac{\Delta x_1}{2}}\Delta x_2\Delta x_3] \\ & + [(\rho v_2)_{x_2-\frac{\Delta x_2}{2}}\Delta x_1\Delta x_3 - (\rho v_2)_{x_2+\frac{\Delta x_2}{2}}\Delta x_1\Delta x_3] \\ & + [(\rho v_3)_{x_3-\frac{\Delta x_3}{2}}\Delta x_1\Delta x_2 - (\rho v_3)_{x_3+\frac{\Delta x_3}{2}}\Delta x_1\Delta x_2] \\ & + q\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3 = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t}\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Dividindo a equação acima por  $\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3$ , resulta,

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho v_1)_{x_1+\frac{\Delta x_1}{2}} - (\rho v_1)_{x_1-\frac{\Delta x_1}{2}}}{\Delta x_1} \\ & \frac{(\rho v_2)_{x_2+\frac{\Delta x_2}{2}} - (\rho v_2)_{x_2-\frac{\Delta x_2}{2}}}{\Delta x_2} \\ & \frac{(\rho v_3)_{x_3+\frac{\Delta x_3}{2}} - (\rho v_3)_{x_3-\frac{\Delta x_3}{2}}}{\Delta x_3} \\ & + q = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Fazendo  $\Delta x_i \rightarrow 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , e aplicando a definição de derivada, chega-se a forma diferencial da conservação da massa,

$$-\frac{\partial(\rho v_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial(\rho v_2)}{\partial x_2} - \frac{\partial(\rho v_3)}{\partial x_3} + q = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \quad (2.31)$$

Pela definição de divergente,

$$\frac{\partial(\rho v_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(\rho v_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(\rho v_3)}{\partial x_3} = \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2.32)$$

Finalmente, a conservação da massa será dada pela equação,

$$-\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + q = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \quad (2.33)$$

## 2.3.1.3 Equação de Estado

Para incorporar o comportamento dos fluidos e da rocha reservatório, é necessário adicionar ao modelo matemático as suas respectivas equações de estado.

A equação básica de estado de um fluido é geralmente dada pela compressibilidade isotérmica, que pode ser definida como,

$$c_f = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (2.34)$$

e a massa específica pode ser expressa como,

$$\rho \approx \rho^0 (1 + c_f (p - p^0)) \quad (2.35)$$

No caso em que o fluido em questão é um gás, temos que, pela lei dos gases,

$$\rho = \frac{pM}{ZRT} \quad (2.36)$$

onde  $\rho$ ,  $P$  e  $M$  são a massa específica, a pressão e a massa molar do gás, nessa ordem,  $R$  é a constante universal dos gases e  $Z$  é o fator de compressibilidade.

Dessa forma, a compressibilidade do gás fica,

$$c_g = \frac{Z}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{p}{Z} \right) \quad (2.37)$$

efetuando a derivação, resulta,

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p} \quad (2.38)$$

E, para o reservatório, a compressibilidade efetiva é,

$$c_r = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (2.39)$$

e a porosidade pode ser expressa da seguinte forma,

$$\phi \approx \phi^0 (1 + c_r (p - p^0)) \quad (2.40)$$

Para mais detalhes sobre os conceitos de compressibilidade, veja a seção 2.1.2.

## 2.3.1.4 Equações Diferenciais Para o Fluxo Monofásico

A equação que governa o fluxo de fluidos em meio poroso é dada pela conexão entre a lei de Darcy, a conservação da massa e as equações de estado dos fluidos e da rocha.

Dessa forma, substituindo a lei de Darcy (Equação 2.22) na equação da conservação da massa (Equação 2.33), temos,

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho \mathbf{K}}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla z) \right] + q = \frac{\partial (\phi \rho)}{\partial t} \quad (2.41)$$

e, para o caso especial onde se negligenciam os efeitos gravitacionais ( $g = 0$ ),

$$\nabla\left(\frac{\rho\mathbf{K}}{\mu}\nabla p\right) + q = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \quad (2.42)$$

A introdução da compressibilidade do fluido vai depender de qual tipo de fluido (líquido ou gás) está sendo considerado, e suas propriedades de compressibilidade, ou seja, se o fluido é compressível, ligeiramente compressível ou incompressível.

**Fluido Compressível:** quando se trata do fluxo de um gás em meio poroso, sua compressibilidade  $c_g$  não pode ser considerada constante.

Substituindo a Equação 2.36 na Equação 2.42, resulta que,

$$\nabla\left[\left(\frac{pM}{ZRT}\frac{\mathbf{K}}{\mu}\nabla p\right)\right] + q = \frac{M}{RT}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi p}{Z}\right) \quad (2.43)$$

Assumindo agora que o meio seja isotrópico, ou seja,  $\mathbf{K} = k\mathbf{I}$ , onde  $\mathbf{I}$  é o tensor identidade, e que  $\phi$  e  $\mu$  sejam constantes, a Equação 2.43 torna-se,

$$\nabla\left(\frac{p}{\mu Z}\nabla p\right) + \frac{RT}{Mk}q = \frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{Z}\right) \quad (2.44)$$

Multiplicando a Equação 2.44 por 2 e usando o fato de que  $2p\nabla p = \nabla p^2$ , desenvolvendo a equação, temos,

$$\nabla^2 p + 2pZ\frac{d}{dp}\left(\frac{1}{Z}\right)|\nabla p|^2 + \frac{2\mu ZRT}{Mk}q = \frac{2\phi\mu Z}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{Z}\right) \quad (2.45)$$

Rearranjando a Equação 2.37,

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{p}{Z}\right) = \frac{pc_g}{Z}\frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.46)$$

substituindo no lado direito da Equação 2.44 e considerando o termo  $|\nabla p|^2$  pequeno a ponto de ser negligenciado, resulta,

$$\nabla^2 p + \frac{2\mu ZRT}{Mk}q = \frac{\phi\mu c_g}{k}\frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (2.47)$$

que é uma equação parabólica em  $p^2$ .

**Fluido ligeiramente compressível:** em muitos casos pode-se assumir que o fluido em questão apresenta compressibilidade constante dentro de um certo range de pressão. Para esses casos, o procedimento de análise começa pela expansão do termo temporal da Equação 2.42

$$\nabla\left(\frac{\rho\mathbf{K}}{\mu}(\nabla p - \rho g\nabla z)\right) + q = \left(\phi\frac{\partial\rho}{\partial p} + \rho\frac{d\phi}{dp}\right)\frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.48)$$

Pelas Equações 2.35 e 2.40, temos que,

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \rho c_f \quad (2.49)$$

e

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = \phi^0 c_r \quad (2.50)$$

Substituindo as Equações 2.49 e 2.50 na Equação 2.48, resulta,

$$\nabla \left( \frac{\rho \mathbf{K}}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla z) \right) + q = \rho (\phi c_f + \phi^0 c_r) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.51)$$

Definindo então a compressibilidade total como sendo,

$$c_t = c_f + \frac{\phi^0}{\phi} c_r \quad (2.52)$$

substituindo a compressibilidade total na Equação 2.51, temos então uma equação de fluxo para o caso de fluido com compressibilidade constante.

$$\nabla \left( \frac{\rho \mathbf{K}}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla z) \right) + q = \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.53)$$

Nota-se que a Equação 2.53 tem uma natureza parabólica em  $p$ .

**Fluido Incompressível:** em muitas aplicações práticas, considera-se o fluido como incompressível, de modo que  $\rho$  e  $\phi$  venham a ser constantes, a Equação 2.41 torna-se,

$$\nabla \left[ \frac{\rho \mathbf{K}}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla z) \right] + q = 0 \quad (2.54)$$

Definindo o potencial hidráulico como sendo,

$$\Phi = p - \rho g z \quad (2.55)$$

a Equação 2.54 torna-se, dessa forma,

$$\nabla \left( \frac{\rho \mathbf{K}}{\mu} \nabla \Phi \right) + q = 0 \quad (2.56)$$

a qual possui natureza elíptica em  $\Phi$ .

Se considerarmos um meio isotrópico e assumirmos  $\mu$  como sendo constante,

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\mu}{\rho k} q \quad (2.57)$$

que é uma equação de Poisson em  $\Phi$ .

Caso não haja termos de fontes ( $q = 0$ ), a Equação 2.57 se reduz a uma equação de Laplace,

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.58)$$



### 2.3.2 Condições Iniciais e de Contorno

Para que o modelo do fluxo monofásico descrito na seção 2.3.1 esteja completo, é necessário adicionar as condições iniciais e de contorno que determinam o comportamento do modelo no limite externo.

Existem três tipos principais de condições de contorno que geralmente são impostas à Equação 2.41.

Denotamos  $\Gamma$  como sendo a borda externa do meio poroso  $\Omega$ .

1. **Pressão Prescrita:** Nesse caso a pressão é expressa como sendo uma função conhecida da posição e do tempo em  $\Gamma$ . A condição de contorno é

$$p = g_1 \quad em \Gamma \quad (2.59)$$

Esse tipo de condição de contorno é conhecida como de primeiro tipo ou condição de contorno de Dirichlet.

2. **Fluxo de Massa Prescrita:** Quando o fluxo total de massa é conhecido em  $\Gamma$ . A condição de contorno é

$$\rho \vec{u} \cdot \nu = g_2 \quad em \Gamma \quad (2.60)$$

Esse tipo de condição de contorno é conhecida como de segundo tipo ou condição de contorno de Neumann. Caso não haja fluxo através de  $\Gamma$ , então  $g_2 = 0$

3. **Condição de Contorno Mista:** Também conhecida como de terceiro tipo, é uma mistura das duas anteriores, tal que

$$g_p p + g_u \rho \vec{u} \cdot \nu = g_3 \quad em \Gamma \quad (2.61)$$

$g_p$ ,  $g_u$  e  $g_3$  são funções dadas. Esse tipo de condição de contorno é imposta quando  $\Gamma$  é semipermeável.

E a condição inicial geralmente é dada em termos da pressão do reservatório

$$p(x, 0) = p^0(x). \quad x \in \Omega \quad (2.62)$$

### 2.3.3 Fluxo Bifásico em Meio Poroso

As equações desenvolvidas na seção 2.3.1 aplicam-se ao fluxo monofásico em meio poroso. Entretanto, em situações práticas tem-se dois ou até três fluidos fluindo simultaneamente no meio.

Dessa forma, necessita-se introduzir novos conceitos que possibilitem a adequação das equações de fluxo ao caso em que coexistam mais de um fluido no reservatório. A seguir serão apresentados os conceitos essenciais para o desenvolvimento da modelagem do fluxo bifásico.

**Molhabilidade:** a molhabilidade mede a preferência da superfície da rocha em ser molhada por uma fase em particular (óleo, água, ou alguma combinação de ambas). A molhabilidade de um meio poroso determina a forma da permeabilidade relativa e das funções de pressão capilar, que serão definidas adiante. Definiremos abaixo os tipos de fluidos molhantes em detalhes:

**Água:** quando a água molha preferencialmente o meio poroso, dizemos que esta é a fase molhante. Nesse caso, a água forma um filme sobre toda a superfície da rocha, mesmo nos poros que contenham óleo. Em um processo de injeção de água, o deslocamento será um processo de imbibição onde o fluido molhante desloca o fluido não-molhante.

**Óleo:** quando o óleo é a fase molhante. No mesmo princípio básico acima, o óleo ocupa os poros menores e forma um filme sobre toda a superfície da rocha, mesmo nos poros contendo água. No caso da injeção de água, o processo de deslocamento será a drenagem, onde o fluido não-molhante (água) desloca o fluido molhante (óleo).

**Molhabilidade Intermediária:** nesse tipo de sistema, tanto o óleo quanto a água exercem certo nível de molhabilidade e ambos podem agir como fluidos deslocantes ou deslocados.

**Processos de deslocamento de fluidos:** o tipo de modelo de simulação dependerá do tipo de deslocamento de fluido em questão. Esses podem ser:

**Imbibição:** o processo de imbibição ocorre quando o fluido molhante aumenta e atua como fase deslocante, ao passo que a fase não molhante será o fluido deslocado.

**Drenagem:** um processo de deslocamento de drenagem ocorre quando a fase não-molhante aumenta e passa a ser o fluido deslocante, enquanto a fase molhante será deslocada.

**Saturação de fluido:** a saturação de um fluido é definida como sendo a fração do volume poroso ocupado por esse fluido. Para o caso dos fluidos em questão serem a água (a) e o óleo (o), temos:

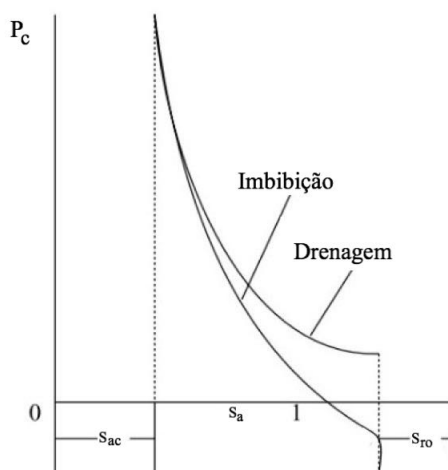
$$S_a + S_o = 1 \quad (2.63)$$

**Saturação Residual:** a saturação residual de uma fase é a quantidade dessa fase (fração do volume poroso) que está presa ou é irreduzível. Ou seja, é fração da fase que não pode ser deslocada ou recuperada. Por exemplo, depois de certo tempo de injeção de água, e o consequente deslocamento do óleo através do meio poroso, a saturação residual de óleo ( $S_{ro}$ ) é atingida e, a partir desse ponto, nenhum volume adicional de óleo será recuperado. No caso da água essa saturação é dita nível de água *connata* ( $S_{ac}$ ). Na saturação residual de uma fase, a permeabilidade relativa correspondente dessa fase é zero.

**Pressão Capilar:** quando dois fluidos imiscíveis (por exemplo, água e óleo) fluem simultaneamente, ocorre uma descontinuidade da pressão na interface desses fluidos. Isso se deve à tensão interfacial presente na interface dos fluidos. A diferença entre a pressão do fluido molhante e o não-molhante é chamada pressão capilar. Para o caso da água ser o fluido molhante e o óleo o não molhante, temos,

$$p_c = p_o - p_a \quad (2.64)$$

A pressão capilar depende da saturação da fase molhante, no caso a água ( $p_c(S_a)$ ) e do tipo de processo de deslocamento (imbibição ou drenagem). Uma típica curva de pressão capilar é mostrada na Figura 2.10.



**Figura 2.10** Típica curva de pressão capilar [Chen, 2007]

Para usar a relação entre a pressão capilar e a saturação na prática, é conveniente expressar  $P_c(S_a)$  como função analítica ou tabulada. Tipicamente, isso se faz com base em amostras de rochas, advindas da perfuração, que são usadas para desenvolver um modelo empírico baseado em observações da relação entre valores médios de  $P_c$  e  $S_a$ . Cada amostra do reservatório naturalmente gerará uma curva capilar diferente devido a diferenças na distribuição, porosidade e permeabilidade dos poros. Para normalizar esses dados geralmente faz-se uso da chamada função **J** de Leverett [Lie, 2015], dada por:

$$\mathbf{J} = \frac{p_c}{\sigma \cos(\theta)} \sqrt{\frac{K}{\phi}} \quad (2.65)$$

onde  $\sigma$  é a tensão superficial,  $\theta$  o ângulo de contato,  $K$  a permeabilidade e  $\phi$  a porosidade.

**Permeabilidade Relativa:** como já visto na seção anterior, a permeabilidade é o parâmetro petrofísico que afeta a velocidade do fluido através do meio poroso. Em outras palavras, é a capacidade da rocha de transferir o fluido e depende somente do tipo de fluido em questão.

Quando mais de um fluido estiverem presentes no meio poroso, a presença de um afetará o fluxo do outro devido as forças de tensão superficial existentes nas suas interfaces. Dessa forma, cada fluido terá uma permeabilidade efetiva,  $\mathbf{K}_o$  e  $\mathbf{K}_a$ , cuja a soma será menor ou igual a permeabilidade absoluta do meio  $\mathbf{K}$ .

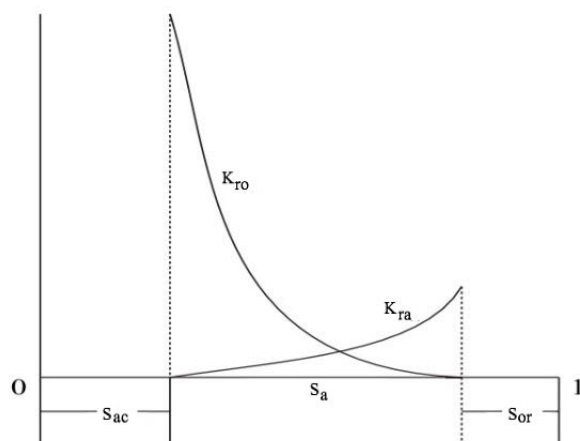
$$\mathbf{K}_o + \mathbf{K}_a \leq \mathbf{K} \quad (2.66)$$

Para modelar a diminuição da permeabilidade devida a coexistência dos fluidos, define-se a permeabilidade relativa,

$$k_{ro} = \frac{\mathbf{K}_o}{\mathbf{K}} \quad (2.67)$$

$$k_{ra} = \frac{\mathbf{K}_a}{\mathbf{K}} \quad (2.68)$$

as permeabilidades relativas são sempre menores ou iguais a 1 e são tidas como funções unicamente da saturação ( $k_{ro} = k_{ro}(S_o)$  e  $k_{ra} = k_{ra}(S_a)$ ). Deve-se notar que as permeabilidades relativas geralmente são uma função não-linear da saturação e, dessa forma, a soma das permeabilidades relativas em um local com composição específica não será necessariamente igual a 1. As permeabilidades relativas podem depender da distribuição do tamanho dos poros, da viscosidade do fluido e da temperatura, mas esses fatores geralmente são ignorados em modelos de reservatórios convencionais [Lie, 2015]. Uma curva típica de permeabilidade relativa é mostrada na Figura 2.11.



**Figura 2.11** Típica curva de permeabilidade relativa [Chen, 2007]

É bastante comum usar relações analíticas simples para representar as permeabilidades relativas. Estas geralmente são declaradas usando a saturação normalizada  $S_{an}$ ,

$$S_{an} = \frac{S_a - S_a^{min}}{S_a^{max} - S_a^{min}} \quad (2.69)$$

onde  $S_a^{min}$  e  $S_a^{max}$  são os valores mínimo e máximo da saturação durante o deslocamento.

O modelo mais simples possível é o chamado de modelo Corey,

$$k_{ro} = (1 - S_{an})^{n_o} k_o^0 \quad (2.70)$$

$$k_{ra} = (S_{an})^{n_a} k_a^0 \quad (2.71)$$

onde os expoentes  $n_o$  e  $n_a$  são maiores que 1.

A seção posterior tratará da modelagem do fluxo bifásico imiscível água-óleo. Consideramos que não há transferência de massa entre as fases. Será apresentado as modificações nos conceitos apresentados na seção 2.3.1 de modo a incorporar as definições descritas acima ao modelo de fluxo.

### 2.3.3.1 Lei de Darcy

Pode-se estender a lei de Darcy do fluxo monofásico para o fluxo bifásico de forma direta. Para esse caso, o fluxo volumétrico de cada fase através do meio poroso é função do gradiente de pressão, das propriedades dos fluidos, como a massa específica ( $\rho_a, \rho_o$ ) e a viscosidade ( $\mu_a, \mu_o$ ), e dos efeitos do meio, representados pela permeabilidade relativa de cada fase ( $k_{ra}, k_{ro}$ ) e pela área  $A$ .

Dessa forma podemos reescrever a lei de Darcy em termos das velocidades aparentes de cada fase,

$$\mathbf{v}_a = -\frac{\mathbf{K}_a}{\mu_a}(\nabla p_a - \rho_a g \nabla z) \quad (2.72)$$

$$\mathbf{v}_o = -\frac{\mathbf{K}_o}{\mu_o}(\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \quad (2.73)$$

Devido ao fato de os dois fluidos fluírem simultaneamente, o fluxo de um interfere no fluxo do outro, por isso deve-se introduzir o conceito de permeabilidade relativa entre as fases,

$$\mathbf{v}_a = -\frac{\mathbf{K}k_{ra}}{\mu_a}(\nabla p_a - \rho_a g \nabla z) \quad (2.74)$$

$$\mathbf{v}_o = -\frac{\mathbf{K}k_{ro}}{\mu_o}(\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \quad (2.75)$$

### 2.3.3.2 Conservação da Massa

Para analisar a conservação da massa no caso do fluxo bifásico, devemos recorrer ao conceito de saturação das fases, introduzindo-o no termo de acumulação da Equação 2.31,

$$-\nabla \cdot (\rho_o \mathbf{v}_o) + q_o = \frac{\partial(\rho_o \phi S_o)}{\partial t} \quad (2.76)$$

$$-\nabla \cdot (\rho_a \mathbf{v}_a) + q_a = \frac{\partial(\rho_a \phi S_a)}{\partial t} \quad (2.77)$$

onde  $\mathbf{v}_o$  e  $\mathbf{v}_a$  são as velocidades de Darcy para ambas as fases.

### 2.3.3.3 Equações Diferenciais Para o Fluxo Bifásico

Combinando a Lei de Darcy, seção 2.3.3.1, e a conservação da massa, seção 2.3.3.2, temos as equações diferenciais básicas que governam o fluxo bifásico, água-óleo, em meio poroso.

$$\nabla \left[ \frac{\rho_o \mathbf{K}k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \right] + q_o = \frac{\partial(\rho_o \phi S_o)}{\partial t} \quad (2.78)$$

$$\nabla \left[ \frac{\rho_a \mathbf{K}k_{ra}}{\mu_a} (\nabla p_a - \rho_a g \nabla z) \right] + q_a = \frac{\partial(\rho_a \phi S_a)}{\partial t} \quad (2.79)$$

Essas equações são extremamente gerais em suas aplicações. Porém, é possível derivar equações diferenciais alternativas e equivalentes as equações acima, com aplicações mais específicas. Uma das formulações mais usadas foi proposta por [Peaceman, 1977] e define duas equações, uma em termos das pressões de fase, chamada de equação da pressão, e outra em termos da pressão de fase e saturação, conhecida como equação da saturação.

- **Equação da Pressão:** o objetivo aqui é eliminar a saturação no termo de acumulação e, portanto, deixar unicamente a pressão como variável principal das equações de fluxo. Para tanto, expande-se o termo de acumulação nas Equações 2.76 e 2.77, efetuando-se a derivação no tempo,

$$-\nabla \cdot (\rho_o \mathbf{v}_o) + q_o = \rho_o S_o \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_o \frac{d\rho_o}{dp_o} \frac{\partial p_o}{\partial t} + \phi \rho_o \frac{\partial S_o}{\partial t} \quad (2.80)$$

$$-\nabla \cdot (\rho_a \mathbf{v}_a) + q_a = \rho_a S_a \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_a \frac{d\rho_a}{dp_a} \frac{\partial p_a}{\partial t} + \phi \rho_a \frac{\partial S_a}{\partial t} \quad (2.81)$$

Dividindo ambas as equações pelas respectivas massas específicas e somando-as, temos,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{v}_o) - \frac{1}{\rho_a} \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{v}_a) + \frac{q_o}{\rho_o} + \frac{q_a}{\rho_a} = (S_o + S_a) \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ & + \phi S_o \frac{1}{\rho_o} \frac{d\rho_o}{dp_o} \frac{\partial p_o}{\partial t} + \phi S_a \frac{1}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dp_a} \frac{\partial p_a}{\partial t} + \phi (\rho_o + \rho_a) \frac{\partial (S_o + S_a)}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.82)$$

Usando as definições de saturação e compressibilidade isotérmica, a Equação 2.82 pode ser reescrita como,

$$-\frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{v}_o) - \frac{1}{\rho_a} \nabla \cdot (\rho_a \mathbf{v}_a) + q_t = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_o c_o \frac{\partial p_o}{\partial t} + \phi S_a c_a \frac{\partial p_a}{\partial t} \quad (2.83)$$

onde  $q_t = (q_o/\rho_o) + (q_a/\rho_a)$ ,  $c_o$  e  $c_a$  são as compressibilidades do óleo e da água, respectivamente.

Substituindo a lei de Darcy na Equação 2.83, obtém-se,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot \left( \rho_o \frac{\mathbf{K}k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \right) + \frac{1}{\rho_a} \nabla \cdot \left( \rho_a \frac{\mathbf{K}k_{ra}}{\mu_a} (\nabla p_a - \rho_a g \nabla z) \right) \\ & + q_t = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_o c_o \frac{\partial p_o}{\partial t} + \phi S_a c_a \frac{\partial p_a}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Definindo a mobilidade das fases como,

$$\lambda_o = \frac{\mathbf{K}k_{ro}}{\mu_o} \quad (2.85)$$

$$\lambda_a = \frac{\mathbf{K}k_{ra}}{\mu_a} \quad (2.86)$$

A pressão média entre as fases pode ser expressa como,

$$p_m = \frac{(p_o + p_a)}{2} \quad (2.87)$$

Assim, a pressão de cada fase pode ser expressa em função da pressão média e pressão capilar,

$$p_o = p_m + \frac{1}{2}p_c \quad (2.88)$$

$$p_a = p_m - \frac{1}{2}p_c \quad (2.89)$$

Substituindo a mobilidade das fases e a pressão média entre elas e reorganizando a Equação 2.84, temos a forma final da equação da pressão,

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o \lambda_o) + \frac{1}{\rho_a} \nabla \cdot (\rho_a \lambda_a) \right] \nabla \cdot p_m + \left[ \frac{1}{2\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o \lambda_o) - \frac{1}{2\rho_a} \nabla \cdot (\rho_a \lambda_a) \right] \nabla p_c \\ & + q_t = \left[ \frac{d\phi}{dp_m} + \phi(S_o c_o + S_a c_a) \right] \frac{\partial p_m}{\partial t} + \left[ \phi \frac{(S_o c_o - S_a c_a)}{2} \right] \frac{\partial p_c}{\partial t} \\ & + g \left[ \frac{1}{\rho_o} \nabla (\rho_o^2 \lambda_o) + \frac{1}{\rho_a} \nabla (\rho_a^2 \lambda_a) \right] \nabla z \quad (2.90) \end{aligned}$$

Geralmente a pressão capilar ( $p_c$ ) é muito menor do que a pressão média ( $p_m$ ), podendo ser desprezada nesses casos. Se ignorarmos também os efeitos da gravidade e considerarmos as massas específicas constantes, a Equação 2.90 se reduz a,

$$\nabla \cdot (\lambda_o + \lambda_a) \nabla \cdot p_m + q_t = \phi c_t \frac{\partial p_m}{\partial t} \quad (2.91)$$

onde  $c_t$  é a compressibilidade total,

$$c_t = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp_m} + \phi(S_o c_o + S_a c_a) \quad (2.92)$$

A Equação 2.91 tem a natureza fundamentalmente parabólica. No entanto, a compressibilidade total não tem efeitos significativos em muitas aplicações práticas. Dessa forma, para o caso do fluxo incompressível, onde  $c_t = 0$ , a Equação 2.91 passa a ter uma natureza elíptica, ou quase elíptica [Peaceman, 1977].

**Fluxo Incompressível:** Para o caso do fluxo incompressível, onde  $\phi$ ,  $\rho_o$  e  $\rho_a$  são constantes, a Equação 2.83 torna-se:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{v}_o + \mathbf{v}_a) + q_t = 0 \quad (2.93)$$

Sendo a velocidade total de fase dada por,

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_o + \mathbf{v}_a \quad (2.94)$$

Logo, temos que,

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_t = q_t \quad (2.95)$$

A Equação 2.95 mostra o papel fundamental que a velocidade total desempenha no caso do fluxo bifásico.

- **Equação da Saturação:** a equação da saturação é derivada, arbitrariamente, em função da fase molhante, no caso a água. O primeiro objetivo é colocar a velocidade da fase molhante em termos da velocidade total. Para tanto, recorre-se aos conceitos de velocidade de Darcy e pressão capilar,

$$\nabla p_c = \nabla p_o + \nabla p_a \quad (2.96)$$

$$\mathbf{v}_o = \lambda_o (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z) \quad (2.97)$$

$$\mathbf{v}_a = \lambda_a (\nabla p_a - \rho_a g \nabla z) \quad (2.98)$$

Isolando a pressão de cada fase nas Equações 2.97 e 2.98, substituindo-as na Equação 2.96 e reorganizando-a, chegamos a,

$$\lambda_o \lambda_a \nabla p_c = -\lambda_a \mathbf{v}_o + \lambda_o \mathbf{v}_a + \lambda_o \lambda_a (\rho_o - \rho_a) g \nabla z \quad (2.99)$$

Usando a velocidade total (Equação 2.94) para eliminar a velocidade da fase não-molhante, a Equação 2.99 torna-se,

$$(\lambda_o + \lambda_a) \mathbf{v}_a = \lambda_a \mathbf{v}_t + \lambda_o \lambda_a (\nabla p_c + (\rho_o - \rho_a) g \nabla z) \quad (2.100)$$

Define-se agora as seguintes funções de saturação,



$$f_a = \frac{\lambda_a}{\lambda_o + \lambda_a} \quad (2.101)$$

$$h_a = -\left(\frac{\lambda_o \lambda_a}{\lambda_o + \lambda_a}\right) \frac{dp_c}{dS_a} \quad (2.102)$$

o sinal negativo em  $h_a$  torna-se positivo já que  $p_c$  é uma função decrescente da saturação. Assim, a Equação 2.100 fica,

$$\mathbf{v}_a = f_a \mathbf{v}_t - h_a \nabla S_a + \lambda_o f_a (\rho_o - \rho_a) g \nabla z \quad (2.103)$$

E, dessa forma, a Equação 2.77 pode ser reescrita na forma final da equação da saturação,

$$\nabla \cdot (\rho_a h_a \nabla S_a) - \nabla \cdot (\rho_a f_a) [\mathbf{v}_t + (\rho_o - \rho_a) g \nabla z] + q_a = \frac{\partial (\rho_a \phi S_a)}{\partial t} \quad (2.104)$$

Se os efeitos capilares forem relevantes, o termo que os envolve,  $h_a$ , torna-se dominante e a equação passa a ter um caráter fundamentalmente parabólica. Caso contrário, os termos centrais que envolvem a velocidade e a gravidade torna-se mais importantes.

**Fluxo Incompressível:** No caso do fluxo incompressível, com  $\phi$ ,  $\rho_o$  e  $\rho_a$  constantes, a Equação 2.104 se reduz a,

$$\nabla \cdot (h_a \nabla S_a) - \nabla \cdot (f_a) [\mathbf{v}_t + (\rho_o - \rho_a) g \nabla z] + \frac{q_a}{\rho_a} = \phi \frac{\partial S_a}{\partial t} \quad (2.105)$$

Para uma leitura mais detalhada sobre simulação de fluxo em meio poroso recomendo, [Peaceman, 1977], [H. T *et al.*, 1983], [Dake, 1987], [Ahmed, 2006], [Chen *et al.*, 2006], [Chen, 2007], [Islam *et al.*, 2010].

## 2.4 Modelos de Simulação de Reservatórios Naturalmente Fraturados

Simular o comportamento de reservatórios naturalmente fraturados consiste em um grande desafio na medida em que as fraturas influenciam fortemente o comportamento do fluxo, agindo como caminhos preferenciais e aumentando heterogeneidade e anisotropia do meio.

As propriedades do meio, como a porosidade e a permeabilidade, variam muito entre a rocha homogênea (denominada matriz) e as fraturas. Ambas propriedades são muito maiores nas fraturas do que na matriz, que em contra partida armazena a maior parcela do volume de fluidos. Esse meio poderia ser modelado permitindo que a porosidade e a permeabilidade variassem de forma rápida e descontínua em todo o domínio. No entanto, o custo computacional para simular tal modelo de porosidade única seria extremamente elevado [Chen *et al.*, 2006].

Ao invés disso, é mais conveniente considerar o fluxo no meio como composto por duas partes, uma parte nas fraturas e outra na matriz, e tratar cada uma como um contínuo que ocupa

todo o domínio. Como resultado, as técnicas convencionais de engenharia de reservatórios baseadas na teoria clássica do fluxo de fluido através de meios porosos homogêneos, descritas na seção 2.3, são insuficiente para descrever o comportamento do reservatório [Bai *et al.*, 1994].

Desse modo, a simulação do comportamento de reservatórios naturalmente fraturados requer o desenvolvimento de modelos de fluxo mais complexos.

Desde a décadas de 60 diversos modelos foram propostos e melhorados, sendo que hoje, pode-se distinguir dois tipos básicos:

- Modelo de dupla porosidade/dupla permeabilidade
- Modelo de fraturas discretas

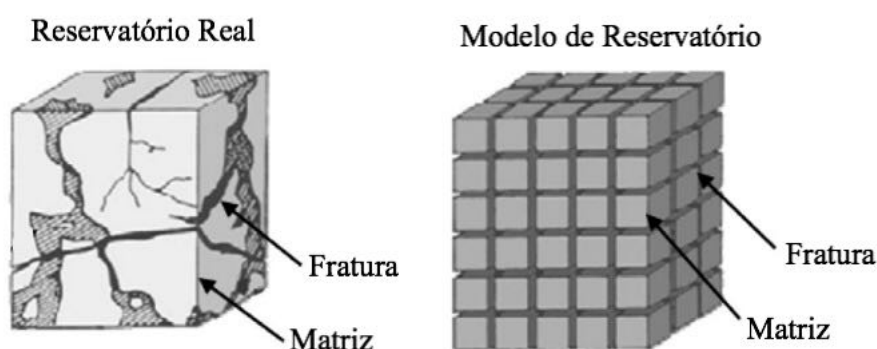
Nas seções 2.4.1 e 2.4.2 serão apresentados e detalhados cada um desses modelos.

#### 2.4.1 Modelo de Dupla Porosidade/Dupla Permeabilidade

O modelo mais comumente utilizado na simulação do fluxo em meio poroso fraturado é o modelo de dupla porosidade (MDP), ou dupla porosidade/dupla permeabilidade, onde o reservatório é representado por um conjunto de blocos, chamado matriz, separados por planos paralelos que representam as fraturas, como mostra a Figura 2.12.

A base teórica para a simulação do fluxo em reservatórios naturalmente fraturados (RNFs) se desenvolveu a partir da década de 60, através trabalhos de [Barenblast & Zheltov, 1960] e [Warren & Root, 1963]. Esses trabalhos introduziram o conceito de modelo de dupla porosidade na simulação de RNFs [Mohammadi *et al.*, 2012].

O modelo original idealizado por [Warren & Root, 1963] assume que a matriz age essencialmente como uma fonte para a fratura, que é o principal meio de condução para o fluido.



**Figura 2.12** Modelo de dupla porosidade idealizado por [Warren & Root, 1963]

O sistema é composto por planos paralelos representando as fraturas que divide os blocos de rocha porosa. Esse é um modelo extremamente idealizado, porém, apresenta resultados satisfatórios. A maior parte dos fluidos reside na matriz rochosa, onde move-se lentamente. Quando esse fluido encontra a fratura, ocorre uma mudança brusca de permeabilidade e esse passa a fluir muito mais rapidamente. Dessa forma, pode-se distinguir três importantes níveis

de escala em reservatórios naturalmente fraturados: A escala de poros, da ordem de milímetros, a escala das fraturas, da ordem de metros e a escala de reservatório, da ordem de quilômetros [Jim Douglas & Arbogast, 1989].

A matriz da rocha, com menor permeabilidade, mas uma maior capacidade de estocagem, tem uma resposta tardia às mudanças de pressão que ocorrem nas fraturas circundantes. Essas respostas não-frequentes causam um depleção da pressão mais rápido nas fraturas do que na matriz. A diferença de pressão resultante entre as fraturas e a matriz induz o fluxo de interporosidade da matriz para a fratura [Bai *et al.*, 1994].

Uma característica importante do MDP é que não se faz necessário o conhecimento de todas as características do sistema de fraturas, mas somente de suas propriedades médias. Apesar de ser uma simplificação importante, a aplicação desse modelo ainda é bastante complexo e oneroso.

Em geral, uma discretização espacial bastante precisa é necessária nos blocos da matriz - normalmente são necessárias cinco a dez células da matriz para cada célula de fratura. Assim, a modelagem de um reservatório fraturado exigirá cinco a dez vezes mais células computacionais que seriam necessárias para uma simulação de meio poroso de um reservatório convencional do mesmo tamanho [Zimmerman *et al.*, 1992].

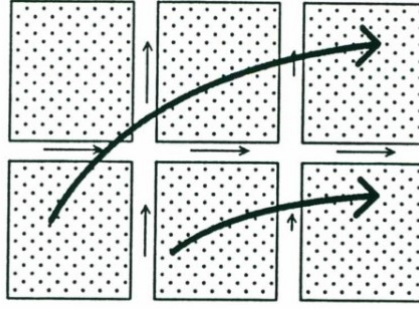
Esses modelos não modificam explicitamente todas as fraturas e o sistema de fraturas deve ser caracterizado por um número limitado de parâmetros que geralmente não estão simplesmente relacionados às propriedades geométricas ou físicas do sistema. O sucesso de uma previsão do modelo depende em grande parte da precisão com que esses parâmetros possam ser determinados a partir de uma caracterização do sistema de fratura no reservatório. No entanto, a determinação de propriedades efetivas para grandes volumes de rochas fraturadas (isto é, na escala dos blocos da grade do simulador) ainda representa um problema de escalonamento particularmente difícil devido, em parte, à falta de conhecimento de fundo da escala do sistema de fratura [Odling *et al.*, 1999].

Nesse tipo de formulação, deve-se ter especial atenção para os mecanismos de trocas de fluido entre a matriz e a fraturas, que podem ter impactos não negligenciáveis na simulação. Os principais mecanismos de troca de fluido de fratura-matriz são drenagem gravitacional, imbibição capilar e difusão molecular [Uleberg & Kleppe, 2011].

#### 2.4.1.1 Formulação matemática do modelo de dupla porosidade

No MDP o meio poroso é discretizado em dois domínios: a matriz e as fraturas. A modelagem matemática se dá em cada um dos domínios separadamente. Na estrutura da matriz, a porosidade ( $\phi_m$ ) e o tensor de permeabilidade ( $\mathbf{K}_m$ ) serão definidos da forma usual, como mostrado na seção 2.3. Essas propriedades estão na ordem de um décimo e de poucos milidarcys a um darcy, respectivamente. No sistema de fraturas se definem a porosidade da fratura ( $\phi_f$ ) e sua permeabilidade ( $\mathbf{K}_f$ ), os quais estão na ordem de um centésimo e de centenas a milhares de darcy, respectivamente. A permeabilidade da fratura é definida tendo a matriz como sendo impermeável, de modo que o fluxo só se dá através da fratura.

Como o fluxo nas fraturas é significativamente mais rápido do que na matriz, considera-se que não há fluxo direto de um bloco para o outro. Ou seja, o fluxo se dá primeiramente da matriz para a fratura e, depois, dessa para outro bloco (Figura 2.13) [Douglas *et al.*, 1991].



**Figura 2.13** Fluxo macroscópico em um sistema de dupla porosidade [Douglas *et al.* , 1991]

A equação de fluxo descrita na seção 2.3.1.4 é o primeiro passo para derivar a formulação matemática do modelo de dupla porosidade. Dessa forma, considerando que só há fluxo da matriz para a fratura e que os termos de fonte externas só se relacionam com o sistema de fraturas, considerando um fluido com compressibilidade constante e colocando a Equação 2.41 em termos da massa específica, temos que o fluxo no sistema de fraturas é descrito por,

$$\nabla \left[ \frac{\mathbf{K}_f}{\mu c} (\nabla \rho_f - \rho_f^2 g \nabla z) \right] + q_{ext} + q_{mf} = \frac{\partial(\phi \rho_f)}{\partial t} \quad (2.106)$$

onde  $q_{ext}$  representa os termos de fonte externos e  $q_{mf}$  o termo de fonte do fluxo matriz-fratura.

E para o fluxo no sistema de blocos da matriz, temos que

$$\nabla \left[ \frac{\mathbf{K}_m}{\mu c} (\nabla \rho_m - \rho_m^2 g \nabla z) \right] = \frac{\partial(\phi \rho_m)}{\partial t} \quad (2.107)$$

não há termos de fonte nesse caso porque, como mencionado, não há fluxo da fratura para a matriz e os termos externos só interagem com as fraturas.

O termo de transferência matriz-fratura ( $q_{mf}$ ) pode ser definido através de condições de contorno aplicadas explicitamente aos blocos das matrizes [Chen *et al.* , 2006], como se segue: o fluxo total de massa saindo do  $i$ -ésimo bloco da matriz ( $\Omega_i$ ) por unidade de tempo é,

$$\int_{\partial \Omega_i} \rho \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dl \quad (2.108)$$

onde  $\hat{\mathbf{n}}$  é o vetor normal a superfície  $\partial \Omega_i$  de  $\Omega_i$ .

Aplicando o teorema do divergente à Equação 2.108, temos,

$$\int_{\partial \Omega_i} (\rho \mathbf{v}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dl = \int_{\Omega_i} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \, dx = - \int_{\Omega_i} \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} \quad (2.109)$$

Então, define-se  $q_{mf}$  da seguinte forma,

$$q_{mf} = - \sum_i \chi_i(x) \frac{1}{|\Omega_i|} \int_{\Omega_i} \frac{\partial(\phi \rho)}{\partial t} \quad (2.110)$$

aqui  $|\Omega_i|$  é o volume do bloco  $\Omega_i$  e  $\chi_i(x)$  é a função característica tal que,

$$\chi_i(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \Omega_i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.111)$$

### 2.4.2 Modelo de Fraturas Discretas (MFD)

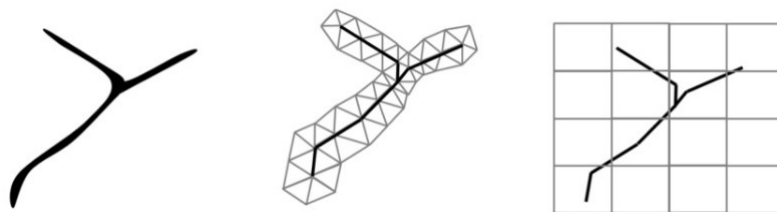
Apesar da eficiência do modelo de dupla porosidade, ele é limitado em aplicação e precisão, uma vez que os estudos de caracterização dos reservatórios mostraram que as redes de fraturas são muitas vezes muito irregulares, heterogêneas e desconectadas, o que não tem nenhuma resposta em um modelo altamente idealizado como esse. Além disso, o fluxo através da matriz permeável é negligenciado [Pluimers, 2015].

Para trazer respostas mais precisas para a caracterização dos RNFs, foi desenvolvido o modelo de fraturas discretas (MFD). Nele as fraturas são representadas individualmente e com uma dimensão inferior em relação ao domínio, o que significa que a rede de fraturas e a matriz são representadas por uma grade  $(n-1)$  e  $n$  dimensional, respectivamente. Dessa forma, para modelos de reservatórios em duas dimensões, representados por planos, as fraturas terão uma dimensão e serão definidas como linhas. Já para o caso em três dimensões as fraturas terão duas dimensões, sendo portanto, representadas por planos.

Os MFDs podem ser classificados quanto ao modo como a grade computacional para a matriz e fraturas é gerada em MFD embutido (MFDE) e MFD conforme (MFDC).

O MFDC emprega uma grade não estruturada cuja as fraturas são definidas por células de matriz triangulares. A transferência de massa entre matriz e fratura ocorre nas interfaces das células da matriz e das fraturas, de forma semelhante a um modelo de continuidade básico. Assim, a transferência de massa entre matriz e fratura pode ser representada com precisão. No entanto, para geometrias de fratura complexas, este método de geração de grade resulta em muitas células pequenas da matriz perto das fraturas, o que leva a grandes sistemas lineares com números de condições desfavoráveis. Além disso, essas pequenas células da matriz requerem pequenos passos de tempo para simulações de transporte multifásico para honrar a condição de estabilidade [Noorishad & Mehran, 1982][Pluimers, 2015].

A Figura 2.14 trás a representação computacional da fratura nos modelos MFDC e MFDE.



**Figura 2.14** Da esquerda para a direita: fratura, sua representação no MFDC e MFDE [Pluimers, 2015].

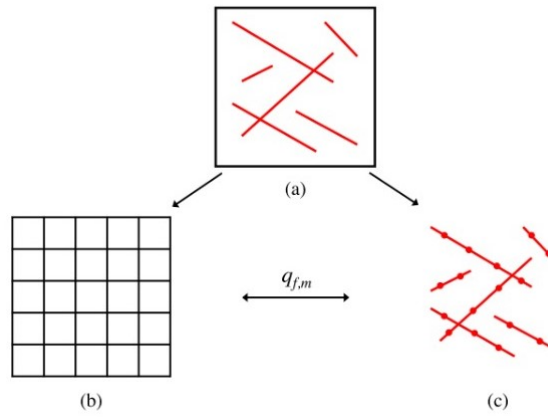
O MFDE foi introduzido por [Lee *et al.*, 2000] e nele as fraturas são representadas individualmente e combinadas com a matriz através de uma função de transferência, que é definida

de forma análoga ao modelo de poço de Peaceman [Peaceman, 1978]. O termo de acoplamento poço-matriz no modelo de Peaceman é uma função da diferença de pressão entre o poço e as células perfuradas vezes um índice de produtividade (IP). O mesmo princípio foi usado por [Lee *et al.*, 2000] para definir o termo de transferência matriz-fratura, introduzindo o índice de transporte (IT) ou índice de conectividade (IC).

No MFDE a grade de fratura é independente da grade da matriz. Isso permite simular redes complexas de fraturas com uma grade de matriz simples e uniforme. Além disso, esse modelo é flexível quando se trata de adicionar ou subtrair fraturas. Portanto, é uma abordagem de modelagem promissora para cenários de fraturas dinâmicas. No entanto, uma limitação do MFDE é que é aplicável somente para fraturas altamente permeáveis [Hajibeygi, 2011] [Pluimers, 2015].

#### 2.4.2.1 Formulação Matemática do MFDE

Como visto, no MFDE considera-se a matriz e as fraturas como domínios separados, os quais são acoplados por uma função de transferência (Figura 2.15).



**Figura 2.15** Conceito do MFDE. Um domínio fraturado (a) é dividido em uma grade de matriz uniforme (b) e uma grade de fratura (c). A matriz e a grade de fratura são acopladas através de uma função de transferência da matriz de fratura ( $q_{f,m}$ ) [Pluimers, 2015].

Com base nos preceitos citados acima, pode-se deduzir as equações governantes para o MFDE. Sendo  $\Omega_m$  o domínio da matriz e  $\Omega_f$  o domínio das fraturas, com uma dimensão a menos. Temos então o fluxo na matriz definido por,

$$\nabla[\lambda(\nabla p_m - \rho_m g \nabla z)] + q_m - q_{mf} = \frac{\partial(\phi \rho_m)}{\partial t} \quad \Omega_m \subset \mathbb{R}^n \quad (2.112)$$

e, para o fluxo através das fraturas,

$$\nabla[\lambda(\nabla p_f - \rho_f g \nabla z)] + q_f - q_{fm} = \frac{\partial(\phi \rho_f)}{\partial t} \quad \Omega_f \subset \mathbb{R}^{n-1} \quad (2.113)$$

onde  $q_m$  e  $q_f$  são os termos de fonte para a matriz e para a fratura, respectivamente. As trocas de massa entre a matriz e a fratura são representadas pelos termos de transferência  $q_{mf}$  e  $q_{fm}$ ,

que são, como já mencionado, definidos como uma modelo de poço de Peaceman,

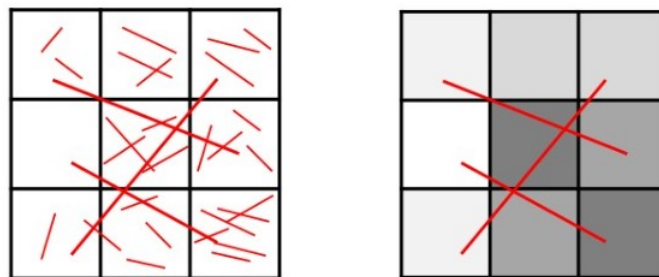
$$\int_A q_{fm} dA = IC * \lambda(p_f - p_m) = - \int_V q_{mf} dV \quad (2.114)$$

onde IC é o índice de conectividade matriz-fratura.

#### 2.4.2.2 Modelo de Fratura Hierárquica (MFH)

Apesar de promissor, utilizar o MFDE na simulação de reservatórios naturalmente fraturados tem sérias implicações práticas. Reservatórios desse tipo contém milhares de fraturas nos mais diversos níveis de escala, variando de milímetros à quilômetros de comprimento. Como no MFDE todas as fraturas são definidas individualmente, fazer esse procedimento em um RNF torna-se impraticável.

Dessa forma, foi desenvolvido o modelo de fratura hierárquica, que combina o MFDE com o escalonamento de fratura para obter um modelo de reservatório mais simplificado [Lee *et al.* , 2000] [Lee *et al.* , 2001] [Li & Lee, 2008]. As fraturas de grande escala são assumidas como principais meios de condução de fluidos e têm um grande impacto no padrão de fluxo. Por este motivo, elas são mantidas explicitamente no MFDE para modelá-las com grande precisão. Fraturas de pequena escala devem ter um pequeno impacto no campo de fluxo. Essas fraturas são homogeneizadas e representadas por uma permeabilidade efetiva da matriz  $\mathbf{K}_m \in R^n$ . Desta forma, as pequenas fraturas são excluídas do MFDE (Figura 2.16) resultando em uma grande redução do esforço de simulação [Shah *et al.* , 2016].



**Figura 2.16** Exemplo esquemático do MFH. Esquerda: grade da matriz com fraturas antes do escalonamento. Direita: grade da matriz com grandes fraturas explícitas. Fraturas de pequena e média escala são aproximadas em uma permeabilidade efetiva da matriz. As permeabilidades efetivas são indicadas pelas células da matriz sombreada [Pluimers, 2015].

Existem várias questões não respondidas na literatura sobre um critério apropriado e a escala de corte associada a essa abordagem. Esses parâmetros são bastante importantes quando MFH deve ser usado em simuladores comerciais.

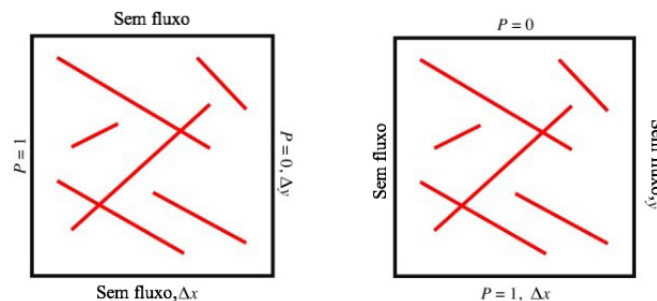
O MFH introduzido por [Lee *et al.* , 2000] distingue três classes de fraturas: fraturas de pequena, média e grande escala. Fraturas pequenas são fraturas com um comprimento muito abaixo do tamanho da célula da grade da matriz ( $L_f/L_g \ll 1$ ). As fraturas médias têm um comprimento na mesma ordem que as células da matriz ( $L_f/L_g \sim 1$ ) e as fraturas de larga escala são muito maiores do que o tamanho da célula da matriz ( $L_f/L_g \gg 1$ ).

As fraturas de larga escala e, portanto, as fraturas "mais importantes", são mantidas explicitamente na MFH. O MFDE é usado para simular o fluxo através dessas fraturas. Fraturas de média escala, que são assumidas como "menos importantes", são escalonadas em uma permeabilidade efetiva da matriz. Essas fraturas, na maioria dos casos, perfuram apenas algumas (uma ou duas) células da matriz, muitas dessas fraturas podem ser tecnicamente mantidas explicitamente presentes na estrutura explícita do MFDE. Todas as fraturas em pequena escala são homogeneizadas, alterando a permeabilidade efetiva da matriz [Pluimers, 2015].

O escalonamento das fraturas pequenas e médias pode ser feito tanto numérica, quanto analiticamente. A seguir apresentaremos um processo de escalonamento baseado no fluxo para incorporar a permeabilidade das fraturas pequenas e médias a uma permeabilidade efetiva da matriz. A lei de Darcy afirma que o fluxo através de uma peça de rocha porosa é diretamente proporcional ao gradiente de pressão aplicado vezes a permeabilidade da rocha, isto é,

$$q = -\frac{KA}{\mu} \nabla p \quad \rightarrow \quad K_{ef,x} = -\frac{q\mu\Delta x}{A\nabla p} \quad (2.115)$$

Considere agora a Figura 2.17. Uma queda de pressão da unidade é aplicada na direção x. Os limites inferior e superior não tem fluxo. O fluxo total de saída ( $q$ ) é então calculado com a permeabilidade da matriz ( $K$ ) e a solução de pressão. A lei de Darcy pode ser reescrita em uma equação para a permeabilidade efetiva na direção x ( $K_{ef,x}$ ) que representa o mesmo fluxo total através do domínio fraturado para condições de fronteira iguais (Equação 2.115). Desta forma,  $K_{ef,x}$  é calculado. Da mesma forma,  $K_{ef,y}$  é calculado aplicando uma queda de pressão na direção y.



**Figura 2.17** Esquerda: Queda de pressão da unidade na direção x, sem fluxo na parte inferior e superior. Direita: queda de pressão da unidade na direção y, sem fluxo no limite esquerdo e direito [Pluimers, 2015].

## 2.5 Revisão das Distribuições das Fraturas

Os trabalhos mais arcaicos que visavam descrever as características das fraturas se baseavam no estudo de afloramentos, fotografias aéreas e escalas de imagem de satélite. Estudos mais recentes buscam a compreensão de como as propriedades das fraturas se comportam em diferentes escalas por meio do crescente uso da previsão estatística através das leis de escala.



Um aplicação prática desse procedimento é a previsão do comportamento das fraturas num nível subssísmico, ou seja, abaixo do limite da resolução da sísmica. Com isso, pode-se melhorar bastante a qualidade das informações e a previsão do comportamento do reservatório ao longo do tempo [Bonnet *et al.*, 2001].

Em uma definição mais geral, fratura é qualquer descontinuidade dentro de uma massa rochosa que se desenvolveu como resposta ao estresse [Bonnet *et al.*, 2001].

Pode-se também definir uma fratura, sob o ponto de vista estritamente geomecânico, como sendo uma superfície em que ocorreu uma perda de coesão. Ou, em outras palavras, uma fratura é o resultado de uma ruptura. Em geral, uma fratura em que o deslocamento relativo ocorreu pode ser definida como uma falha, enquanto uma fratura na qual ocorreu um deslocamento considerável pode ser definida como uma junção [Heffer & Bevan, 1990].

As fraturas podem apresentar diversas características geométricas, as quais são resumidas na Tabela 2.3.

Parâmetro	Descrição
Forma	A forma dos limites das fraturas pode ser poligonal, circular, elíptica ou irregular
Planaridade	Caráter da superfície da fratura em relação a um plano ideal. Os desvios das superfícies planas podem estar em várias escalas: Rugosidade (Desvio da planaridade $< 1mm$ ) e Ondulação (Desvio da planaridade $> 1mm$ )
Tamanho	Extensão da fratura, geralmente expressa como comprimento de traço em superfícies de duas dimensões, como afloramentos ou como área de superfície de fraturas individuais
Persistência	Uma expressão que relaciona o tamanho da fratura com um tamanho de referência ou a soma dos comprimentos de rastreamento $l_i$ em relação ao comprimento de uma linha de varredura colinear $L$ : $\frac{\sum l_i}{L}$ ou a soma das áreas superficiais das fraturas individuais $a_i$ dividido pela a superfície de um plano de referência coplanar $A$ : $\frac{a_i}{A}$
Co-Planaridade	A co-planaridade expressa o fato de que várias fraturas podem estar localizadas no mesmo plano
Localização	Localização da fratura no espaço
Intensidade	Número de fraturas por unidade de área ou volume
Orientação	Orientação do plano de fratura no espaço, expresso pelo ângulo de mergulho, ou sentido de mergulho, ou orientação de polo com coordenadas esféricas

**Tabela 2.3** Características Geométricas das fraturas. Adaptado de [Dershowitz & Einstein, 1988].

As condições para formação das fraturas estão relacionadas com as tensões de estresse críticas ao qual o meio rochoso está sujeito. Como descreve [Golf-Racht, 1982] a origem das fraturas pode ser relacionada a diferentes eventos geológicos, como:

- Diastrofismo no caso de dobrar e falhar;
- Erosão profunda da sobrecarga, o que causará um estresse diferenciado na rocha através dos planos de fraqueza.
- Contração do volume da rocha como resultado da perda de água quando pertencente a xisto ou rochas argilosas
- Contração do volume da rocha no caso de uma variação de temperatura em rochas ígneas.

Pode-se definir um conjunto de fraturas de duas maneiras: (1) Considerando o conjunto de fraturas como um todo, em um domínio de fraturas; (2) considerando cada fratura individualmente [Bonnet *et al.*, 2001]. Além disso, existem dois tipos de abordagem para a caracterização geométrica de uma massa rochosa: a caracterização desagregada, onde cada propriedade, como orientação, posição e tamanho das fraturas é descrita separadamente, através de suas respectivas distribuições de probabilidade e a caracterização agregada onde a interdependência das características de interesse é capturada através da formulação de modelos de geometria específicos [Dershowitz & Einstein, 1988].

Em inúmeras aplicações, inclusive na avaliação de reservatórios de petróleo naturalmente fraturados, o conhecimento da verdadeira distribuição de frequência das características das fraturas é crucial para a qualidade do estudo em questão. Entretanto, conhecer a verdadeira distribuição dessas características torna-se um grande desafio, na medida em que só se pode observar diretamente as fraturas dentro dos limites dos dados de sísmica, que são, em regra, muito pobres em resolução [Heffer & Bevan, 1990] [Odling *et al.*, 1999].

Embora as características de cada reservatório naturalmente fraturado dependam da configuração e caracterização específica do conjunto de fraturas nele presente, é possível fazer uma descrição geral das propriedades e comportamento de escala de uma série de sistemas de fraturas que podem ser esperados nas rochas do reservatório e avaliar as implicações para o fluxo dos fluidos [Odling *et al.*, 1999].

O conhecimento da função densidade de probabilidade (fdp) das principais características das fraturas é o primeiro passo para entender e prever o comportamento do reservatório. Nesse estudo serão abordadas a distribuição do comprimento e orientação das fraturas.

A Tabela 2.4 abaixo resume as principais fdps encontradas na literaturas e suas respectivas aplicações na caracterização dos parâmetros apresentados.

A seguir será apresentada uma breve revisão dessas características e suas possíveis distribuições e do estado da arte quanto a esses parâmetros.

fdp	Comprimento	Orientação
Distribuição Normal	Não	Sim
Distribuição Lognormal	Sim	Não
Distribuição Exponencial	Sim	Não
Lei de Potencia	Sim	Não
Distribuição de Fisher	Não	Sim
Distribuição de Poisson	Não	Não

**Tabela 2.4** Adequação das diferentes fdp's para caracterização dos parâmetros das fraturas. Adaptado de [Gutierrez & Youn, 2015].

### 2.5.1 Comprimento das Fraturas

O conhecimento a respeito do comprimento das fraturas é extremamente importante a fim de se ter uma predição razoável do comportamento da rocha [Priest & Hudson, 1981]. As informações sobre essa propriedade são, em geral, de difícil obtenção. Geralmente, usa-se um parâmetro chamado traços de comprimento, definido pela interseção de uma fratura com uma superfície de afloramento, como indicadores (ou descrição) do tamanho das fraturas.

O comprimento das fraturas pode variar de centímetros a centenas de metros e tem um caráter fundamentalmente estocástico. Diversos estudos foram realizados a fim de determinar a distribuição de probabilidade que melhor descreva o seu comportamento.

#### 2.5.1.1 Distribuição Lognormal

A distribuição lognormal foi utilizada em diversos estudos para descrever a distribuição do comprimento das fraturas, como por exemplo, nos trabalhos realizados por [McMahon, 1971], [Bridges, 1976] e [Barton, 1978] onde a estatística do comprimento das fraturas, dentre outras propriedades, é utilizada no estudo do comportamento mecânico das rochas. A mesma distribuição foi utilizada no estudo da instabilidade de encostas, desenvolvido por [Einstein *et al.*, 1980] e [Rouleau & Gale, 1985] que estudou uma extensa base de dados de fraturas coletada de uma massa de rocha granítica em *Stripa*, Suécia, através dos quais realizou-se a caracterização estatística da orientação, tamanho, espaçamento e densidade das fraturas.

Dados de campo parecem se adequar de maneira bastante satisfatória a essa distribuição [Bonnet *et al.*, 2001].

A distribuição lognormal do comprimento  $l$  das fraturas é dada por:

$$N(l) = \frac{1}{l\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\log(l) - \langle \log(l) \rangle]^2}{2\sigma^2}} \quad (2.116)$$

onde  $\langle \log(l) \rangle$  e  $\sigma$  são a média logarítmica e a variância de  $l$ , respectivamente.

Entretanto, apesar da boa adequação da distribuição lognormal ao descrever o comprimento das fraturas, a distribuição de lei de potência tem sido mais utilizada para esse propósito devido a sua grande significância física [Barton & Zoback, 1992]. Mais recentemente, contudo, apreciou-se que os efeitos de resolução (conhecidos como truncamento) impostas a uma lei de potência podem resultar em uma distribuição lognormal porque fraturas com valores menores

que a forma da distribuição estão incompletamente amostradas [Bonnet *et al.* , 2001].

### 2.5.1.2 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial também é usada para descrever o tamanho das fraturas, como nos trabalhos realizados por [Robertson, 1970] e [Call *et al.* , 1976]. Além desses, [Cruden, 1977], [Hudson & Priest, 1979], [Hudson & Priest, 1983] e [Nur, 1982] também a utilizaram para descrever a distribuição dos tamanhos das fraturas em rochas continentais e, [Carbotte & Macdonald, 1994] e [Cowie *et al.* , 1993], fizeram o mesmo analisando rochas em ambientes *offshore*.

No trabalho conduzido por [Priest & Hudson, 1981] é apresentada uma expressão que dá o grau de confiança que pode ser atribuído às estimativas de comprimento e espaçamento médio das fraturas para os casos onde essas propriedades seguem uma distribuição exponencial negativa.

Em todos esses casos o crescimento das fraturas resulta de uma distribuição uniforme de estresse e sua propagação pode ser comparada a um processo de Poisson [Bonnet *et al.* , 2001] [Dershowitz & Einstein, 1988] [Cruden, 1977].

Dessa forma, o tamanho  $l$  das fraturas segue uma distribuição exponencial dada por

$$N(l) = ke^{(-l/l_0)} \quad (2.117)$$

onde  $k$  é uma constante e  $l_0$  incorpora uma característica de escala que reflete tanto o comprimento físico do sistema, quanto a espessura de uma camada sedimentar.

### 2.5.1.3 Distribuição Gama

A distribuição Gama pode ser entendida como uma lei de potência com uma cauda exponencial e é geralmente usada para descrever estatísticas de falhas ou terremotos e avaliação de risco sísmico [Bonnet *et al.* , 2001] [Davy, 1993] .

Como exemplos dessa utilização, pode-se citar [Davy, 1993] que analisou a frequência de distribuição do sistema de falhas na formação *San Andreas*. Já [Main, 1996] estudou as propriedades de escala de terremotos onde foi analisado os resultados de alguns dos modelos físicos compostos que foram desenvolvidos para simular a sismogênese em diferentes escalas. Como resultado, observou-se que a distribuição de frequência-magnitude pode ser generalizada para uma distribuição gama em energia ou momento sísmico (uma lei de potência, com uma cauda exponencial). Da mesma forma, [Kagan, 1997] estudou a estatísticas de terremotos onde foi determinada os valores dos parâmetros para a relação sísmica momento-frequência. Nesse estudo a distribuição do tamanho do terremoto é aproximada pela distribuição gama, definida ali como uma versão da distribuição de *Gutenberg-Richter* com uma inclinação exponencial no momento máximo. Baseando-se nesse trabalho [Sornette & Sornette, 1999] abordaram as restrições utilizadas para aproximar a distribuição de *Gutenberg-Richter* para uma distribuição Gama.

Qualquer população que segue uma distribuição gama é caracterizada por um expoente de lei de potência  $\alpha$  e um parâmetro de escala [Bonnet *et al.* , 2001], que para o caso do comprimento  $l$  das fraturas, seria  $l_0$ . Dessa forma,

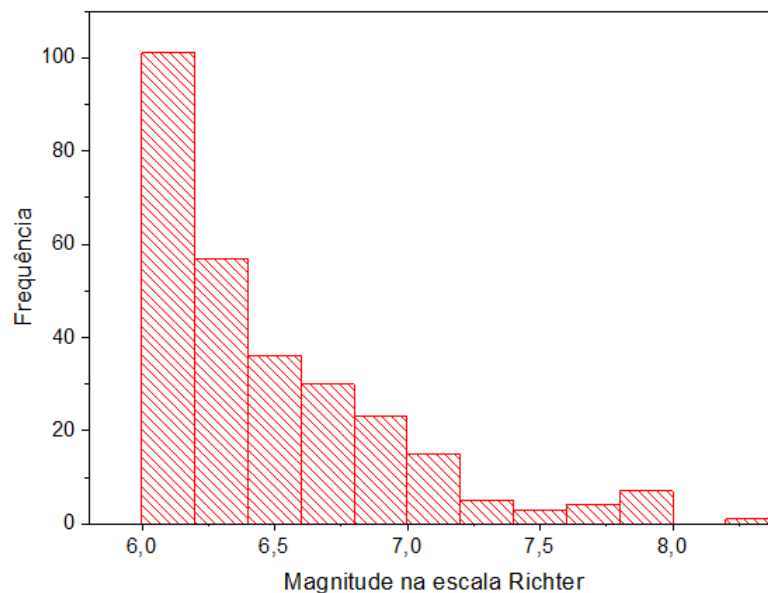
$$N(l) = kl^\alpha e^{(-l/l_0)} \quad (2.118)$$

Quando o parâmetro de escalo  $l_0$  é maior que o tamanho do sistema  $l_{max}$  a distribuição Gama se reduz a uma lei de potência [Bonnet *et al.*, 2001].

#### 2.5.1.4 Distribuição de lei de potência

Em estatística, a distribuição de lei de potência é usada para representar dados com grandes assimetrias ou fenômenos altamente dissipativos. Pode-se encontrar esse tipo de comportamento em diversos sistemas naturais e humanos, como por exemplo, o crescimento de uma cultura de bactéria que dobra de tamanho a cada instante de tempo devido ao processo de mitose, o cálculo dos juros compostos, o decaimento radioativo de certos materiais, a frequência de um terremoto varia inversamente com sua intensidade (Figura 2.18), do mesmo modo, o número de cidades com uma determinada população varia de forma inversa com relação a essa mesma população, ou ainda, o número de pessoas com uma determinada renda também é aproximadamente inversamente relacionado a essa renda [Institute, 2011].

A Figura 2.18 mostra o histograma dos terremotos com magnitudes maiores que 6 na escala Richter registrados entre 2015 e 2016. Como pode-se notar, as ocorrências de terremotos com valores entre 6 e 7 são bem maiores do que os observados entre 7 e 8, o que é típico em uma distribuição de lei de potência.



**Figura 2.18** Histograma dos terremotos com magnitude maior que 6 entre 2015 e 2016. Fonte [Program, 2014]

A distribuição de lei de potência tem sido a mais frequentemente utilizada para caracterizar a distribuição aleatória dos tamanhos da fraturas. Diversos estudos e análises de dados de

campo mostram que essa distribuição é a que melhor se adéqua aos dados amostrais de diversas formações [Gutierrez & Youn, 2015] [Bonnet *et al.*, 2001].

Estudando os dados de fraturas provindos da formação *Nchanga Open Pit* (Zambia), [Cruden, 1977] mostrou que os tamanhos das fraturas seguiam uma distribuição de lei de potência com expoente negativo. [Priest & Hudson, 1981] desenvolveram uma equação para o grau de confiança da estimativa dos tamanhos das fraturas e analisaram as distribuições assumidas pelos dados reais e amostrais, confirmando também a tendência para a lei de potência.

Um importante estudo para o conhecimento do comportamento das fraturas em reservatórios de petróleo foi desenvolvido por [Heffer & Bevan, 1990]. Esse estudo usou o fato de que as distribuições de frequência do comprimento das fraturas tem uma tendência para a lei de potência, para estimar a quantidade total de fraturas presentes em um reservatório, um vez que número de fraturas que existem em um reservatório é muito superior ao que pode ser observado pelos dados de sísmica. Essa diferença trás grandes implicações na caracterização do reservatório, quanto as suas propriedades geomecânicas e comportamento do fluxo dos fluidos no seu interior.

Outro estudo da análise estatística dos dados de fraturas aplicado ao estudo do comportamento de reservatórios naturalmente fraturados foi desenvolvido por [Odling *et al.*, 1999]. Foram analisados os dados geológicos de quatro reservatórios, onde identificou-se o comportamento de escala dos sistemas de fraturas esperados nas rochas do reservatório. O estudo concluiu que os sistemas de fraturas apresentam uma ampla variedade de tamanhos, geralmente seguindo a lei de potência. Por fim, foi analisado o impacto desses sistemas sobre o fluxo de fluidos no meio, revelando implicações contrastantes nesse sentido, onde a escala das fraturas controla o fluxo.

[Bonnet *et al.*, 2001] expõe o fato de que, embora alguns sistemas de fraturas sejam bem descritos por leis limitadas em escala, como por exemplo a distribuição lognormal e exponencial, pesquisas recentes apontam que a lei de potência fornece ferramentas descritivas amplamente aplicáveis para a caracterização do sistema de fraturas. Nesse estudo também é mostrado que a grande vantagem para a aplicação da lei de potência na caracterização do sistema de fraturas, principalmente a distribuição aleatória de seus comprimentos, é a ausência da necessidade de um fator de escala, ou escalas de comprimento características, no processo de crescimento da fratura.

[Park *et al.*, 2001] estudaram o comportamento do transporte de misturas nas intersecções de sistemas aleatórios de fraturas, na qual as redes foram geradas segundo uma lei de potência para a distribuição dos tamanhos das fraturas e lognormal para a distribuição das permeabilidades dessas fraturas.

[de Dreuzy *et al.*, 2002] analisaram as propriedades hidráulicas de sistemas de fraturas, com tamanhos e aberturas geradas a partir da lei de potência. No sistema gerado, foi modelado a permeabilidade equivalente do meio a partir do modelo de fratura discreta. Como resultado, foi mostrado que a permeabilidade equivalente depende simplesmente da média geométrica da distribuição local de permeabilidade da fratura.

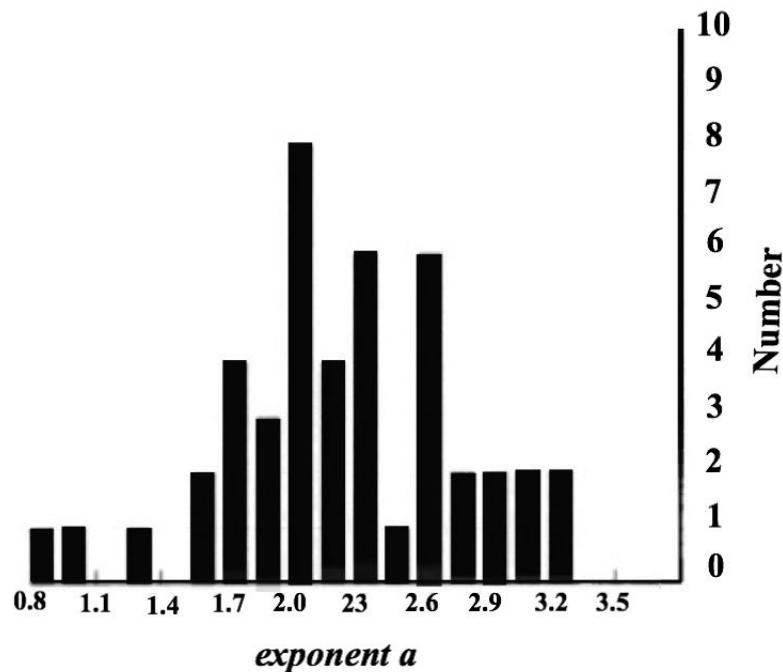
De forma geral, se o tamanho  $l$  das fraturas segue uma lei de potência, sua distribuição de probabilidade será descrita por uma expressão matemática do tipo:

$$N(l) = kl^{-\alpha} \quad (2.119)$$

onde  $k$  é uma constante, chamada constante de normalização e  $\alpha$  é o expoente da lei de potência.

O expoente negativo nesse caso, implica numa distribuição de probabilidade com muitos valores de pequeno comprimento e poucos valores de grandes comprimentos.

Apesar do valor de  $\alpha$  depender das características do conjunto de fraturas, valores típicos estão em torno de 2.0, como mostra a Figura 2.19.



**Figura 2.19** Histograma dos valores dos expoentes da lei de potência [Bonnet *et al.*, 2001].

Dados experimentais e de simulação mostram que, apesar de dependerem de outros fatores, como propriedades do material, estrutura e conteúdo de água na rocha, esses valores convergem para 2.0 ao passo que o sistema de rochas vai ficando mais maduro [Bonnet *et al.*, 2001]. Experimentos desenvolvidos por [Sornette *et al.*, 1993], [Davy *et al.*, 1995] e [Bonnet, 1996], além de confirmarem essa tendência, também mostram que a natureza da distribuição dos tamanhos das fraturas depende do regime de deformação da rocha.

Apesar de ser a distribuição de probabilidade mais comumente observada em dados de campo, a lei de potência não é a única distribuição possível para caracterizar a distribuição dos tamanhos das fraturas, como já mencionado nas seções 2.5.1.1, 2.5.1.2 e 2.5.1.3, porém, devido a grande heterogeneidade que a presença das fraturas impõe ao meio, a lei de potência torna-se a melhor alternativa devido ao sua grande significância física para esses tipos sistemas.

Uma importante característica da Equação 2.119 é a não necessidade de uma fator de escala, presente nas distribuições mostradas até aqui. Essa característica é chamada auto-semelhança e implica que não há nenhuma importância particular em qualquer escala de comprimento. Por

exemplo, se o comprimento da fratura  $l$  na equação 2.119 for multiplicado por um fator  $c$ , teremos um novo valor  $N(l)'$ , tal que:

$$N(l)' = k(cl)^{-\alpha} = k(c)^{-\alpha}(l)^{-\alpha} = c^{-\alpha}N(l). \quad (2.120)$$

Portanto, escalonar a variável  $l$  através da sua multiplicação por uma constante  $c$  equivale a multiplicar a lei de potência original por um fator  $c^{-\alpha}$ . Em outras palavras, qualquer tipo de escalonamento da variável  $l$  é absorvida e incorporada na constante de normalização.

A potência, ou dimensão,  $\alpha$  pode assumir qualquer valor, positivo, negativo ou mesmo fracionário.

Fisicamente, a lei de potência exige que se tenha limites mínimos e máximos para os tamanhos das faturas, definindo um range onde passa a ser válida [Bonnet *et al.*, 2001].

Uma lei de potência pode ser considerada um modelo razoável para a distribuição de tamanho de uma população de fraturas quando a tendência de distribuição em um gráfico de log-log mostra uma aproximação aceitável a uma linha reta em uma escala de escala suficiente

Se aplicarmos o logaritmo e suas propriedade nos dois lados da equação 2.119, temos que:

$$\log(N(l)) = \alpha \log l + \log k \quad (2.121)$$

que é uma equação da reta cujo coeficiente angular é  $\alpha$  e o linear é  $k$ . Essa propriedade é extremamente importante no sentido de que se desejarmos saber se um conjunto de dados segue uma determinada lei de potência, basta plotarmos um gráfico log-log e em caso afirmativo espera-se visualizar uma reta.

Existem diversas maneiras de se caracterizar os dados dos tamanhos das fraturas, como distribuição de frequência, densidade de frequência e distribuição da frequência cumulativa dos dados.

A distribuição cumulativa do número de fraturas cujo o comprimento é maior que um comprimento  $l$  corresponde a integral da Equação 2.119.

$$C(l) = \int_l^{l_{max}} N(l)dl \quad (2.122)$$

onde  $l_{max}$  é o maior comprimento encontrado na rede de fraturas.

E, como proposto por [Min, 2004], a função densidade de probabilidade cumulativa do comprimento das fraturas, derivada da Equação 2.119, é definida como

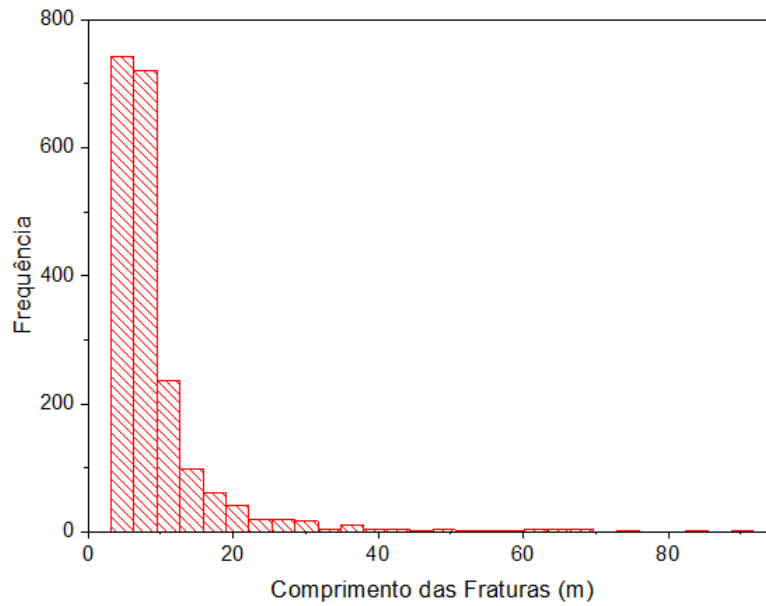
$$l = l_{min}^{-\alpha} - f(l_{min}^{-\alpha} - l_{max}^{-\alpha})^{\frac{1}{-\alpha}} \quad (2.123)$$

onde  $l_{min}$  e  $l_{max}$  são os cortes de comprimento mínimo e máximo, respectivamente.  $f$  denota a probabilidade aleatória de uma distribuição uniforme na faixa de  $0 \leq f \leq 1$  e  $l$  é o comprimento das fraturas.

A Figura 2.20 mostra a distribuição de frequência de 2000 fraturas geradas aleatoriamente, seguindo a Equação 2.123, com expoente  $\alpha = 2$  e tamanhos variando entre 5 e 100 m.

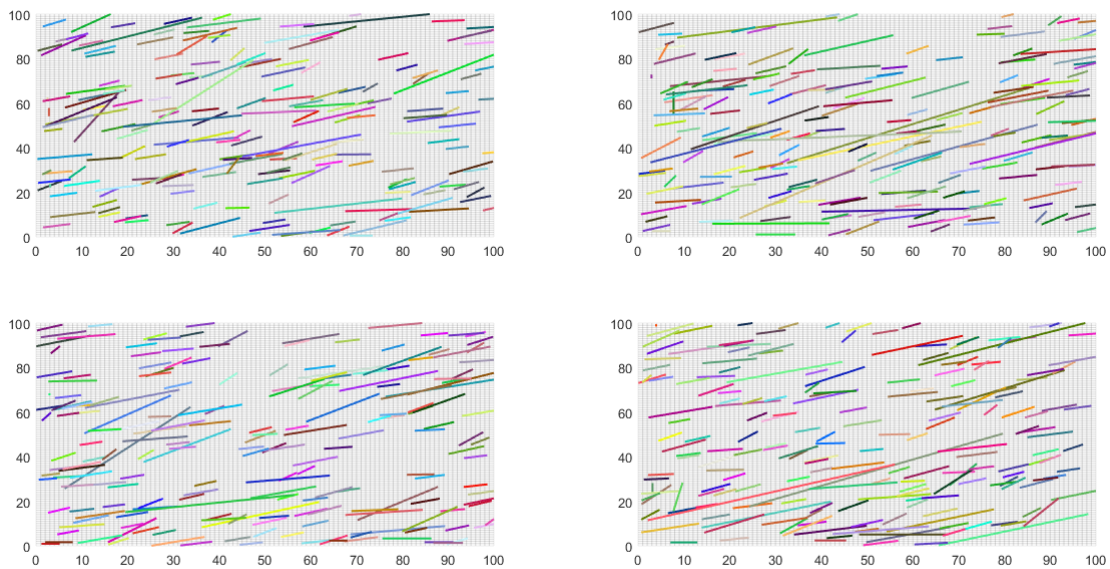
Na Figura 2.21 temos quatro domínios 2D 100x100  $m^2$ , com tamanhos de fraturas gerados aleatoriamente por meio do processo descrito acima. Esses modelos foram gerados no ambiente MATLAB através do módulo (*Hierarchical fracture models (HFM)*) do software *Matlab*





**Figura 2.20** Distribuição de frequência dos comprimentos de 2000 fraturas geradas aleatoriamente.

*Reservoir Simulation Toolbox (MRST)*. Após o processo de geração das fraturas, se alguns segmentos se encontram fora do limite do meio, o programa trunca automaticamente a parte extra da fratura. Com base em estudos extensivos, os truncamentos das fratura nos limites não alteram significativamente a distribuição original do seu comprimento [Gutierrez & Youn, 2015].



**Figura 2.21** Quatro modelos 2D de reservatórios com fraturas de tamanhos aleatórios.

É importante salientar que, como enfatiza [Dershowitz & Einstein, 1988], pode-se usar distribuições de probabilidade particulares para representar o tamanho das fraturas, na medida que os dados e evidências geológicas apontem nessa direção. Essa discrepância na análise dos dados de diferentes formações rochosas pode ser explicada pela qualidade e métodos de obtenção dos dados de análise e também quanto aos mais diversos processos geológicos que cada formação rochosa passa ao longo de sua formação.

### 2.5.2 Orientação das Fraturas

Uma das características mais importantes das fraturas é sua orientação ou inclinação. Os dados de orientação podem ser apresentados e utilizados por dois métodos diferentes: se a superfície da rocha for facilmente acessível, os locais e orientações das fraturas reais podem ser medidos e usados explicitamente nos cálculos de projeto. Se, no entanto, a face da rocha não estiver acessível, é necessário medir a orientação da descontinuidade em outras faces rochosas, ou a partir de perfurações e construir um modelo estatístico que represente as características de orientação das descontinuidades da massa rochosa [Priest, 1993].

Geralmente em um conjunto de fraturas, a variação espacial das orientações dessas fraturas é muito pequena [Dershowitz & Einstein, 1988], de modo que esse parâmetro se concentra em torno de um valor característico.

A distribuição de *Fisher* é o meio mais comum para descrever o comportamento aleatório das inclinações das fraturas [Min, 2004]. Analisando dados de diversos campos com as mais variadas características geológicas [Dershowitz, 1979] [Einstein *et al.*, 1980] e [Kohlbeck, 1985] chegaram a conclusão de que as distribuições *Fisher*, e suas variações, *Bivariate-Fisher* e *Bingham*, forneceram os melhores ajustes para a inclinação das fraturas. [Gutierrez & Youn, 2015] utilizou a distribuição de *Fisher* para caracterizar a orientação das fraturas na análise dos efeitos da distribuição das fraturas e de suas escalas de comprimentos na conformidade elástica contínua equivalente em rochas fraturadas.

Com o objetivo de propor um modelo de rocha contínua equivalente para rochas fraturadas, [Min, 2004] analisou dados provindos da área de *Sellafield*, Cumbria, Inglaterra. A análise desses dados mostrou que a inclinação das fraturas seguem uma distribuição de *Fisher*.

No estudo conduzido por [Ryan *et al.*, 2000], é proposto um novo método automatizado é para a medição e exibição do espaçamento e orientação das fraturas a partir de mapas de fratura bidimensionais (2-D).

Baseados na combinação dos dados de superfície e de perfurações das formações de *Hästhömen*, *Kivetty*, *Olkiluoto* e *Romuvaara*, [Poteri, 2001] utilizou a distribuição de *Fisher* para ajustar as distribuições de orientação das fraturas dessas formações. Como resultado, obteve-se uma boa concordância entre o ajuste resultante das distribuições de orientação corrigido e o medido (corrigido para os vies de observação) e as distribuições ajustadas.

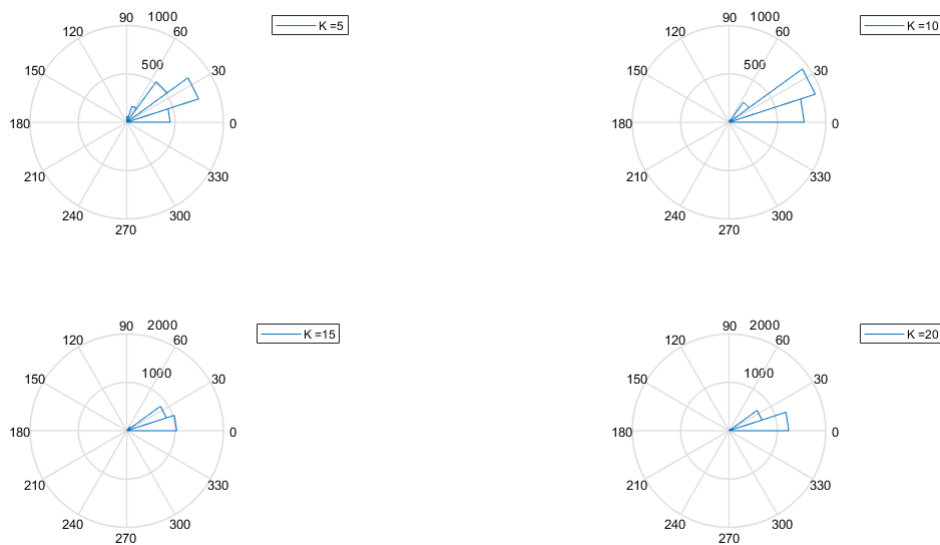
[Singh & Nair, 2015] estudou dados da bacia de *Krishna-Godavari*, Índia, e analisou a influência da distribuição da orientação das fraturas nas estimativas da saturação de hidrato de hidrogênio nessa bacia. Os resultados da análise dos dados mostra que a distribuição de *Fisher* é a que melhor descreve o comportamento dos ângulos de inclinação das fraturas.

Se um conjunto de fraturas tem inclinações que seguem uma distribuição de *Fisher*, a distribuição dos ângulos  $\theta$  é dada por

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{\ln(e^K - f(e^K - e^{-K}))}{K} \right] \quad (2.124)$$

onde  $K$  é a constante de *Fisher* e define o grau de variabilidade dos dados. Para valores pequenos de  $K$ , os ângulos gerados terão grande variação, ao passo que, para valores grandes serão gerados ângulos com valores concentrados.

A Figura 2.22 mostra a geração de 2000 valores de ângulos aleatórios, baseado na Equação 2.124, para diferentes valores da constante  $K$ .



**Figura 2.22** Distribuição dos ângulos aleatórios para diferentes valores de  $K$ .

Percebe-se que os ângulos vão se concentrando em torno do valor  $\theta = 0$  na medida que os valores de  $K$  aumentam.



# Metodologia

A metodologia desenvolvida no trabalho segue os seguintes passos:

1. Definição do tipo de modelo de simulação
2. Definição dos parâmetros de entrada do modelo
3. Realização das simulações
4. Análise estatística dos dados de simulação.

## 3.1 Definição do tipo de modelo de simulação

O reservatório será representado por um modelo de fraturas hierárquicas (MFH), descrito na seção 2.16. Nesse caso, as fraturas são amostradas ao longo de linhas retas dentro do domínio. Em cada simulação será gerado um novo conjunto de linhas com comprimentos e inclinações aleatórias, seguindo as distribuições de probabilidades específicas. Para maiores detalhes sobre essas distribuições, veja a seção 2.5.

## 3.2 Definição dos parâmetros de entrada do modelo

Com base na literatura, escolheu-se a distribuição de lei de potência para descrever o caráter aleatório dos tamanhos das fraturas e a distribuição de *Fisher* para suas inclinações.

As Tabelas 3.1 e 3.2 mostram os parâmetros das distribuições de probabilidade utilizadas e os parâmetros de reservatório, respectivamente.

Distribuição	Parâmetro
Lei de Potência	$\alpha = 2.0$
Fisher	$K = 10$

**Tabela 3.1** Parâmetros das distribuições de probabilidade utilizadas.

Parâmetro	Valor
Dimensões	300x300 $m^2$
Pressão inicial	200 bar
Porosidade da matriz	$\phi_m = 0,25$
Porosidade da fratura	$\phi_f = 0,80$
Permeabilidade da matriz	$k_m = 1 \text{ darcy}$
Permeabilidade da fratura	$k_f = 10^4 \text{ darcy}$
Abertura da fratura	$a = 0,04 \text{ m}$
Faixa de comprimento das fraturas	10 – 300 $m$
Saturação inicial de água	$S_a = 0,20$
Saturação inicial de óleo	$S_o = 0,80$
Saturação residual de água	$Sr_a = 0,20$
Saturação residual de óleo	$Sr_o = 0,15$
Viscosidade da água	$\mu_a = 1 \text{ cp}$
Viscosidade do óleo	$\mu_o = 10 \text{ cp}$
Densidade da água	$\rho_a = 1014 \text{ kg/m}^3$
Densidade do óleo	$\rho_o = 859 \text{ kg/m}^3$
Taxa de injeção de água	15 $m^3/\text{dia}$
Pressão no poço injetor	150 bar

**Tabela 3.2** Parâmetros de reservatório.

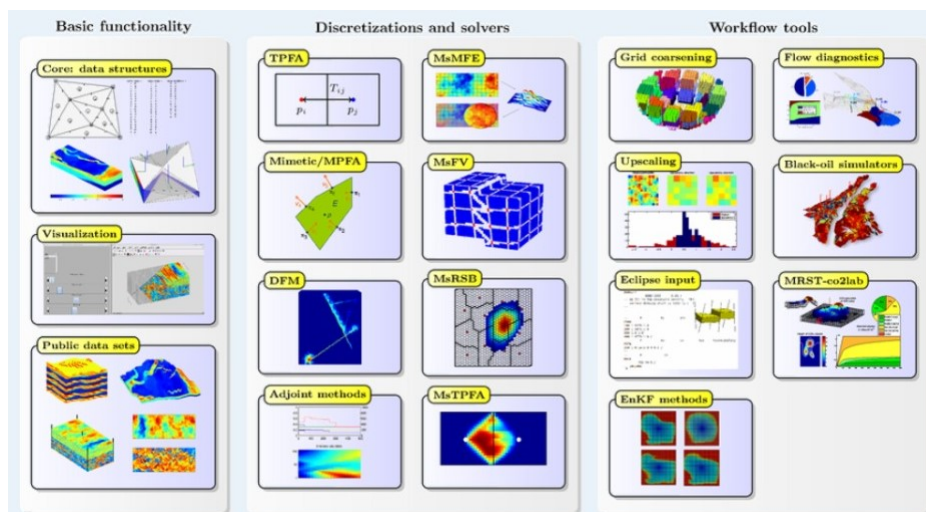
### 3.3 Realização das Simulações

Foram realizadas simulações da injeção de água em um reservatório naturalmente fraturado, inicialmente saturado com água e óleo, com área 300x300  $m^2$ , no esquema de injeção do tipo um quarto de *five-spot*, ao longo de 1.200 dias. Assumimos o modelo de Corey para a permeabilidade relativa água-óleo e o regime de fluxo incompressível, com taxas de injeção e produção constantes.

As simulações foram realizadas no software MATLAB, versão de teste 2017b, com auxílio do módulo HFM (*Hierarchical fracture models*) do MRST (*Matlab Reservoir Simulation Toolbox*), um software de código aberto para modelagem e simulação de reservatórios, que é desenvolvido é pelo grupo Computacional de Geociências no Departamento de Matemática e Cibernética da SINTEF Digital e colaboradores.

O MRST consiste em um módulo central que fornece estruturas básicas de dados e funções de utilidade e um conjunto de módulos complementares que oferecem discretizações e solucionadores, simuladores para fluxo incompressível e compressível e várias ferramentas de fluxo de trabalho, como diagnóstico de fluxo, aumento da velocidade, visualização do resultado da simulação, dentre outras, como mostra a Figura 3.1.

Foram realizadas variações nos parâmetros de comprimento e orientação das fraturas. De início foi gerado aleatoriamente um modelo inicial, com 200 fraturas em um domínio 300x300  $m^2$ . As fraturas foram geradas segundo as distribuições de lei de potência e de *Fisher*, para o seu comprimento e orientação, respectivamente. Os dados de entrada dessas distribuições estão



**Figura 3.1** Visão geral das ferramentas presente nos diferentes módulos do MRST

resumidos na Tabela 3.1.

A partir do modelo inicial, efetuou-se as variações de cada parâmetro individualmente, mantendo-se os demais constantes. Dessa forma, foram realizadas 1000 simulações para cada parâmetro, totalizando assim 2000 simulações. Com isso, objetiva-se medir o efeito de cada parâmetro de fratura sobre as variáveis de simulação.

### 3.4 Análise Estatística dos Dados de Simulação

A análise dos dados gerados na simulação se dará através de duas ferramentas estatísticas: regressão linear e a análise de variância.

#### 3.4.1 Regressão Linear

A regressão linear é aplicada quando se deseja saber se há uma relação funcional entre duas ou mais variáveis. Com base no gráfico de dispersão dessas variáveis é possível medir o comportamento de uma variável com relação a outra. Alguns aspectos são importantes para a análise dos gráficos de dispersão, como:

- Direção: crescente ou decrescente.
- Forma: linear, não-linear, aglomerados
- Pontos discrepantes

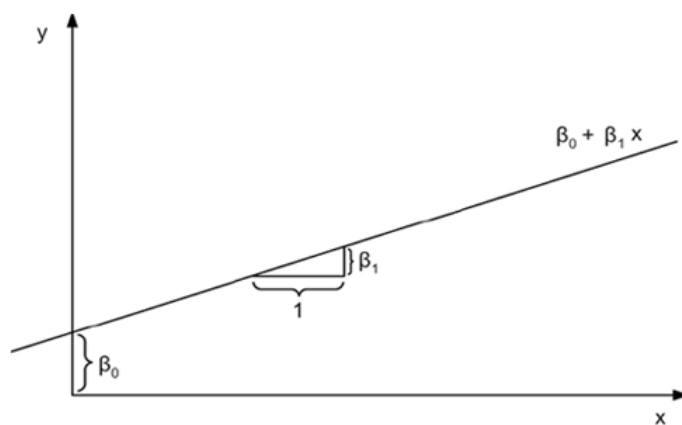
A partir do gráfico de dispersão é possível criar um modelo de regressão (linear, quadrático, exponencial, logarítmico, etc) que melhor se adequa a distribuição dos pontos e, com isso, estabeleça a melhor relação funcional entre as variáveis.

Em muitos casos a curva de regressão que melhor se adequa os dados é uma reta. Nesse caso temos o modelo de regressão linear.

Considere duas variáveis  $X$  e  $Y$ . Dados  $n$  pares  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ , se  $Y$  é função linear de  $X$ , pode-se estabelecer uma regressão linear cujo modelo estatístico é ,

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

- $y_i$  é uma variável aleatória e representa o valor da variável dependente  $Y$  na  $i$ -ésima observação da variável  $X$ ;
- $x_i$  representa o valor da variável independente, ou variável regressora  $X$ , na  $i$ -ésima observação;
- $\varepsilon_i$  é uma variável aleatória que representa o erro experimental associado a discrepância entre os valores observados  $Y_i$  em relação ao seu correspondente na curva de regressão para o mesmo valor  $X_i$ ;
- $\beta_0$  é a constante de regressão e representa o intercepto com a reta com o eixo  $y$ ;
- $\beta_1$  é o coeficiente de regressão e representa a variação da variável  $Y$  em função da variável  $X$ .
- $n$  é o tamanho da amostra.



**Figura 3.2** Reta regressora [Action, 2015].

Para determinar os parâmetros que minimizam os erros, usa-se o método dos mínimos quadrados (MMQ), de modo que,

$$\varepsilon_i = y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i \quad (3.2)$$

elevando ambos os lados da Equação 3.2 ao quadrado e aplicando o somatório, temos



$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i]^2 \quad (3.3)$$

Agora, para se obter o valor de  $\beta_0$  e  $\beta_1$  que minimizem a Equação 3.3 devemos deriva-la em relação as respectivas variáveis e iguala-la a zero. Dessa forma, temos

$$\frac{\partial \varepsilon_i^2(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \quad (3.4)$$

e

$$\frac{\partial \varepsilon_i^2(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i = 0 \quad (3.5)$$

A partir das Equações 3.4 e 3.5 criamos um sistema de equações denominado Equações Normais de Mínimos Quadrados.

$$\begin{cases} n\beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ \beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \end{cases} \quad (3.6)$$

Resolvendo o sistema dado encontrarmos os valores de  $\beta_0$  e  $\beta_1$  que minimizam o erro  $\varepsilon$ .

$$\beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \frac{\beta_1 \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{Y} - \beta_1 \bar{X} \quad (3.7)$$

e

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})x_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{X}^2} \quad (3.8)$$

### 3.4.2 Coeficiente de Correlação

Para medir o grau de correlação entre as variáveis X e Y usa-se o chamado coeficiente de correlação linear ou coeficiente de correlação de Pearson (R de Pearson), definido como,

$$R = \frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{VAR(X) \cdot VAR(Y)}} \quad (3.9)$$

onde  $\bar{x}$  é a média dos valores  $x_i$  e  $\bar{y}$  é a média dos valores  $y_i$ .

Os valores variam entre  $-1 \leq R \leq 1$ , os quais para  $R = \pm 1$  temos uma correlação perfeita, positiva ou negativa e para  $R = 0$  temos que não existem indicadores de correlação entre as

variáveis X e Y.

### 3.4.3 Análise de Variância

Podemos testar a significância da regressão linear por meio do método da Análise de Variância (ANOVA). Como definido em [Action, 2015]: "A análise de variância é baseada na decomposição da soma de quadrados. Em outras palavras, o desvio de uma observação em relação à média pode ser decomposto como o desvio da observação em relação ao valor ajustado pela regressão mais o desvio do valor ajustado em relação à média", ou seja,

$$(Y_i - \bar{Y}) = (Y_i - \bar{Y} + \hat{Y}_i - \bar{Y}) = (\hat{Y}_i - \bar{Y}) + (Y_i - \hat{Y}_i) \quad (3.10)$$

Elevando todos os termos ao quadrado e aplicando o somatório, temos a soma dos quadrados das observações

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.11)$$

em que:

- $\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = SQT$  (a Soma de Quadrados Total);
- $\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = SQR$  (a Soma de Quadrados da Regressão) e
- $\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = SQE$  (a Soma de Quadrados dos Erros (dos Resíduos)).

ou seja,  $SQT = SQR + SQE$ . Desse modo, a soma da soma de quadrados total foi decomposta em soma de quadrados da regressão e soma de quadrados dos erros.

Ao aplicar a análise de variância, objetiva-se determinar os parâmetros de simulação que sofrem maior influência com relação as variações do comprimento, inclinação e posição das fraturas.

### 3.4.4 Valor F

A significância do modelo linear pode ser avaliada através do seguinte teste de hipótese,

$$\begin{cases} H_0 : \beta_1 = 0 \\ H_1 : \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

Não rejeitar  $H_0$ , significa que não existe relação linear significativa entre as variáveis X e Y. A estratégia para testarmos a hipótese  $H_0$  consiste em compararmos o quadrado médio da regressão (QMR) com o quadrado médio dos erros (QME), pois sob  $H_0$ , ambos quadrados médios são estimadores de momentos para o parâmetro  $\sigma^2$ . Assim, o valor F é calculado pela Equação 3.12,

$$F = \frac{\frac{SQR}{\sigma^2}}{\frac{SQE}{(n-2)\sigma^2}} = \frac{QMR}{QME}. \quad (3.12)$$

Valores grandes de  $F$  indicam que  $\beta_1$  deve ser diferente de zero, ou seja, devemos rejeitar  $H_0$ . Ou seja, quanto maior os valores de  $F$ , mais significativa é a correlação entre as variáveis  $X$  e  $Y$ .

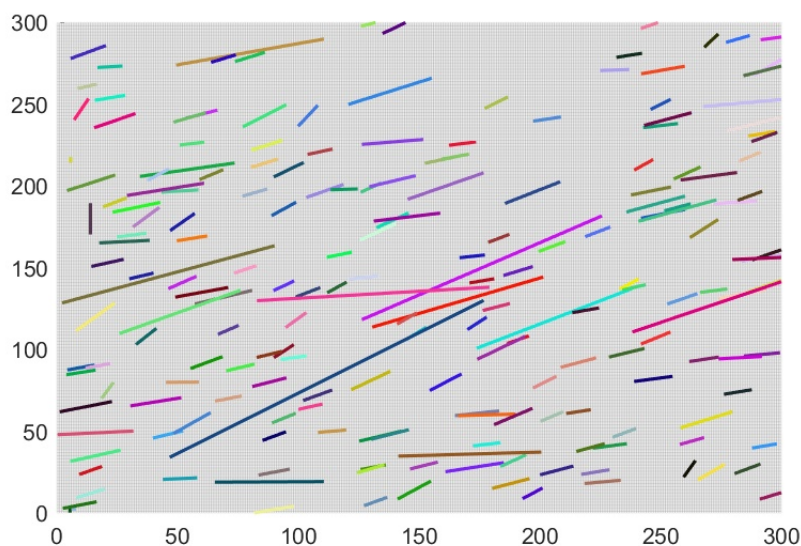


## Resultados e Discussão

Nessa seção serão apresentados os resultados das simulações realizadas. De início mostraremos os detalhes e resultados da simulação do modelo inicial, detalhado na seção 3, expondo o domínio inicial gerado, distribuição da pressão inicial, as curvas de permeabilidade, a evolução temporal da saturação e os parâmetros que serão também analisados estatisticamente na seção posterior: fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de óleo e água, corte de água, razão água-óleo e as pressões no poço injetor e no domínio. Em seguida, os resultados da análise estatística dos impactos das variações dos parâmetros das fraturas sobre as variáveis supracitados serão explanados.

### 4.1 Simulação do Modelo Inicial

A Figura 4.1 mostra o domínio 2D, com dimensões  $300 \times 300 \text{ m}^2$ , onde foram geradas aleatoriamente 200 fraturas.

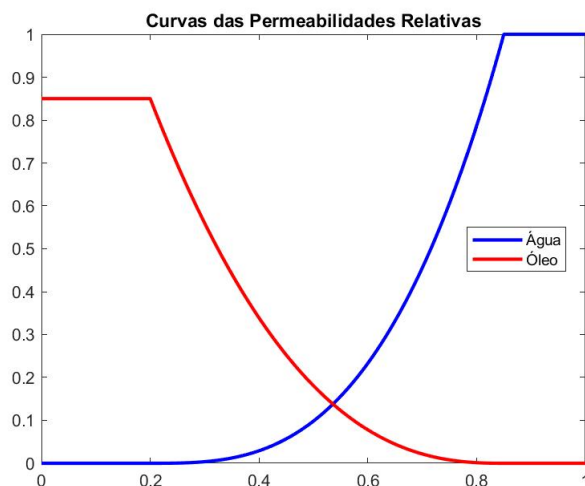


**Figura 4.1** Modelo inicial composto por 200 fraturas com comprimentos e orientações aleatórias em uma área  $90.000 \text{ m}^2$

Como característica básica, percebe-se um grande número de fraturas pequenas e um pequeno número de fraturas grandes, típico de uma distribuição de lei de potência. A distribuição dos ângulos de inclinação são extremamente afetadas pelo coeficiente de *Fisher* ( $K$ ), dando

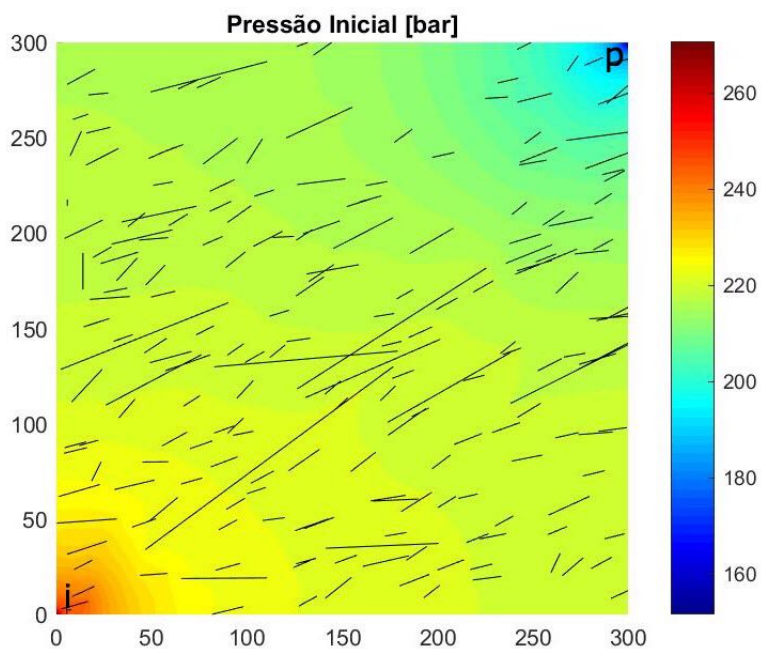
uma maior liberdade de variação, tanto quanto menor for seu valor.

Na Figura 4.2 temos as curvas de permeabilidades relativas do óleo e da água, geradas por meio do modelo de Corey, com expoentes 3 e 2,5, respectivamente (para mais detalhes, ver seção 2.3.3).



**Figura 4.2** Curvas de permeabilidades relativas da água e do óleo com base no modelo de Corey.

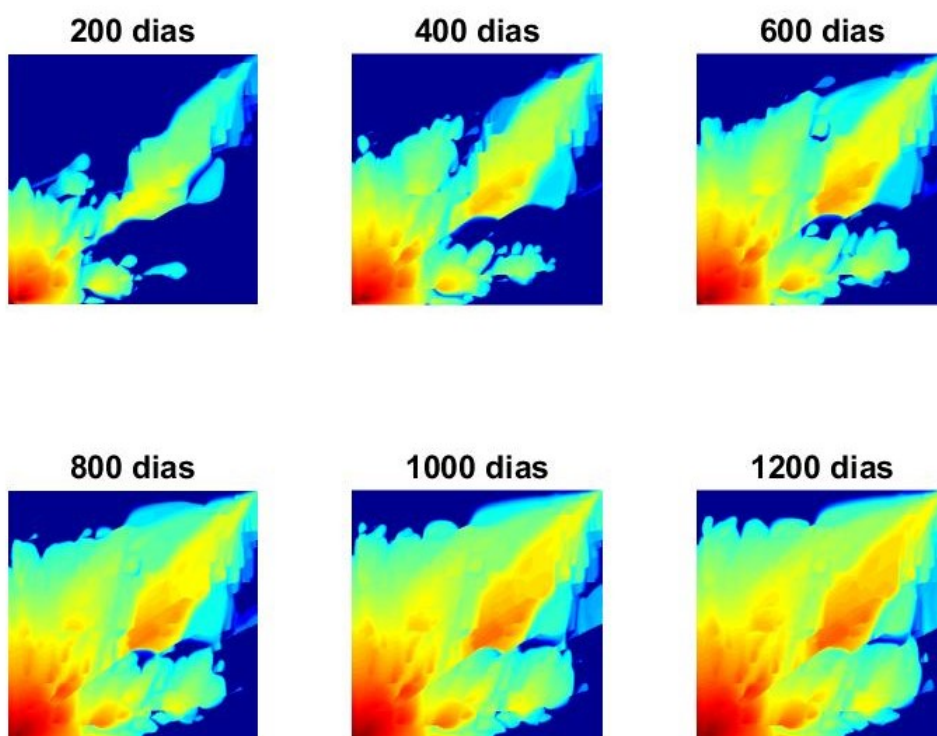
Na Figura 4.3 temos a distribuição inicial da pressão no reservatório medida em bar.



**Figura 4.3** Distribuição inicial da pressão do reservatório

Essa distribuição de pressão resulta da solução da equação da pressão (Equação 2.95) a partir dos parâmetros iniciais do reservatório mostrados na Tabela 3.2. Nota-se um maior gradiente de pressão na região do poço injetor (I), em oposição ao que ocorre no poço produtor (P). Além disso, fica visualmente claro que as fraturas de maior comprimento alteram o campo de pressão em seu entorno.

A Figura 4.4 mostra a evolução temporal da saturação no reservatório ao longo da simulação.

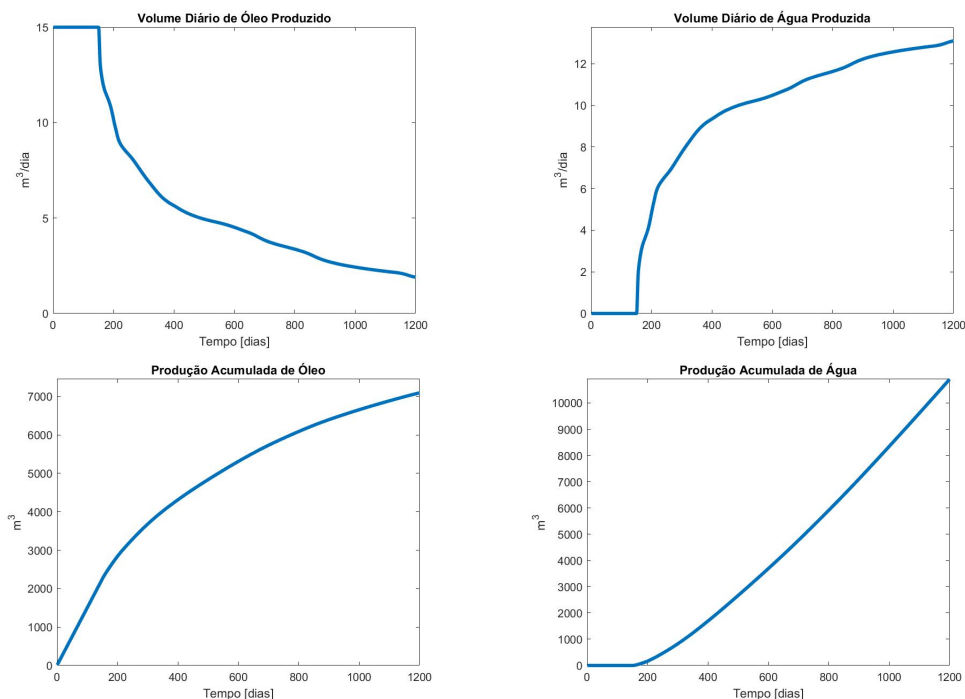


**Figura 4.4** Evolução da saturação ao longo da simulação de 1200 dias de injeção de água.

Fica evidente que a presença das fraturas no reservatório tem grande efeito sobre a forma do perfil de deslocamento. A combinação entre a permeabilidade heterogênea do meio, causado pela presença das fraturas, e a diferença de viscosidade entre o fluido deslocante e o fluido deslocado, que no caso é de 1:10, acarreta o surgimento de uma instabilidade na interface dos fluidos, fenômeno esse denominado "*viscous fingering effects*" [Lie, 2015]. Como resultado, o perfil se mostra irregular e as fraturas formam caminhos preferenciais ocasionando a chegada antecipada da água injetada ao poço produtor, quando ocorre o chamado tempo de *Breakthrough*. Com isso, a água demora muito mais tempo para varrer todo o reservatório, principalmente as partes laterais, além de diminuir a produção de óleo, ao passo que a produção de água tende a aumentar rapidamente.

Todos esses fenômenos implicam num impacto negativo sobre a qualidade do arrasto de óleo e, por consequência, sobre a qualidade da recuperação secundária, diminuindo seu fator de recuperação.

A Figura 4.5 mostra as variáveis taxa de produção e produção acumulada de óleo e água ao longo de 1200 dias de simulação.



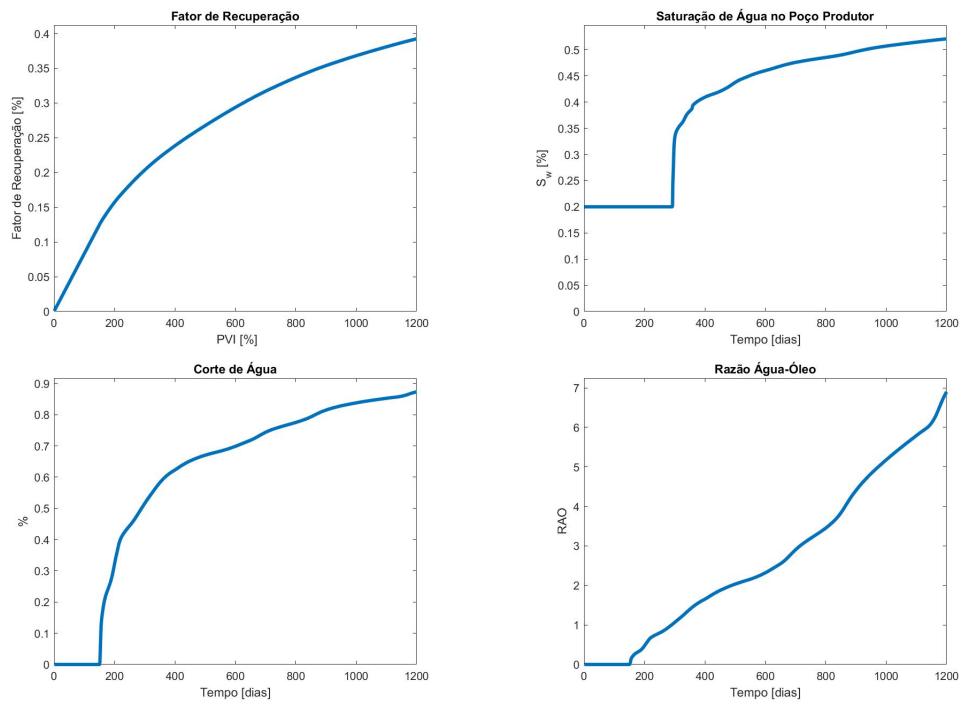
**Figura 4.5** Evolução temporal da taxa de produção e produção acumulada de óleo e água ao longo de 1200 dias.

A taxa de produção diária de óleo se mantém constante à  $15 \text{ m}^3/\text{dia}$  até o dia 151, quando a água injetada chega ao poço produtor e ocasiona o *breakthrough*. A partir desse instante, a taxa de produção de óleo cai rapidamente e a taxa de produção de água começa a aumentar na proporção inversa. Ao final da simulação temos uma taxa produção de água equivalente a 87,33% do total de fluidos produzidos.

Já para a produção acumulada, o que ocorre é que a quantidade acumulada de óleo produzido se mantém em um crescimento constante até o tempo de *breakthrough*, quando há uma queda na taxa de crescimento que após certo tempo tende a se estabilizar. No instante em que a água chega ao poço produtor e passa a ser produzida junto com o óleo, a quantidade acumulada de água produzida passa de zero para um crescimento aproximadamente constante até o final da simulação.

Na Figura 4.6 é exposto o fator de recuperação, a saturação no poço produtor, o corte de água e a razão água-óleo medidos ao longo da simulação. O fator de recuperação máximo atingido foi de 39,23%. A saturação de água no poço produtor correspondia ao valor da saturação inicial do meio (20%) e cresce vertiginosamente após o *breakthrough*, até um valor final de 51,40%. O mesmo ocorre com o corte de água, que atinge 87,34%, e a razão água-óleo, cujo valor final é de 6,90, sendo que esse último apresenta um crescimento aproximadamente constante.

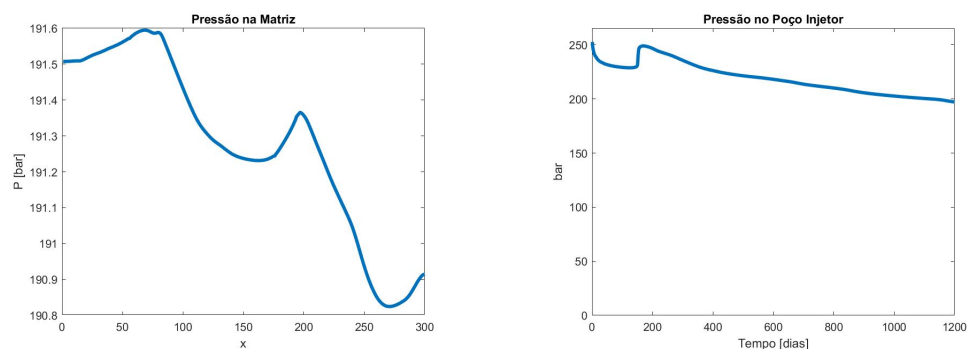




**Figura 4.6** Evolução temporal do fator de recuperação, saturação no poço produtor, corte de água e razão água-óleo ao longo de 1200 dias.

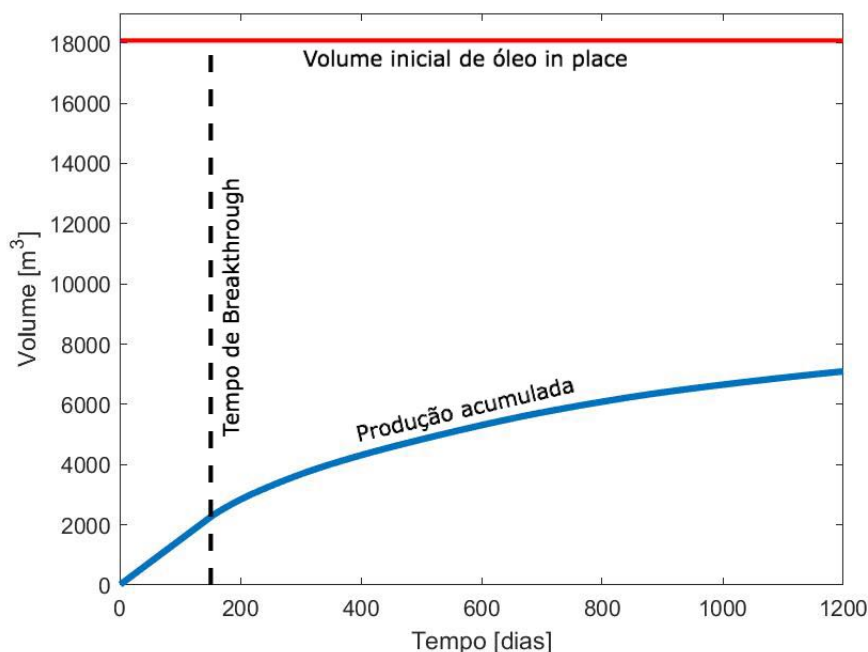
O gráfico da esquerda, na Figura 4.7 mostra o comportamento da pressão ao longo do domínio, em  $y=150$ . Percebe-se uma grande oscilação nos valores medidos, ocasionados pela presença das fraturas. Relacionando-se esse gráfico com a Figura 4.1, fica claro que os picos de pressão ocorrem quando encontra-se as fraturas mais significativas.

Já o gráfico da direita, mostra a pressão no poço injetor, onde os valores da pressão tendem a cair até o tempo de *breakthrough*, onde ocorre um pico de pressão, que logo volta a cair.



**Figura 4.7** Evolução temporal da pressão na matriz, em  $y=150$ , e da pressão no poço injetor ao longo de 1200 dias.

Na Figura 4.8, vemos os gráficos do volume de óleo *in place* inicial, do volume de óleo acumulado e do tempo de *breakthrough*.



**Figura 4.8** A linha em vermelho mostra o volume inicial de óleo *in place*, a linha em azul representa o volume acumulado de óleo produzido e a linha preta tracejada o tempo de *breakthrough*.

Por esse gráfico fica clara a tendência de crescimento constante da produção acumulada de óleo, que em um cenário ideal atingiria o volume de óleo *in place* inicial. Porém, tão logo a água injetada atinge o poço produtor e passa a ser produzida junto com o óleo, o volume de óleo produzido cai e a quantidade total de óleo produzido corresponde a menos de 40% da quantidade disponível.

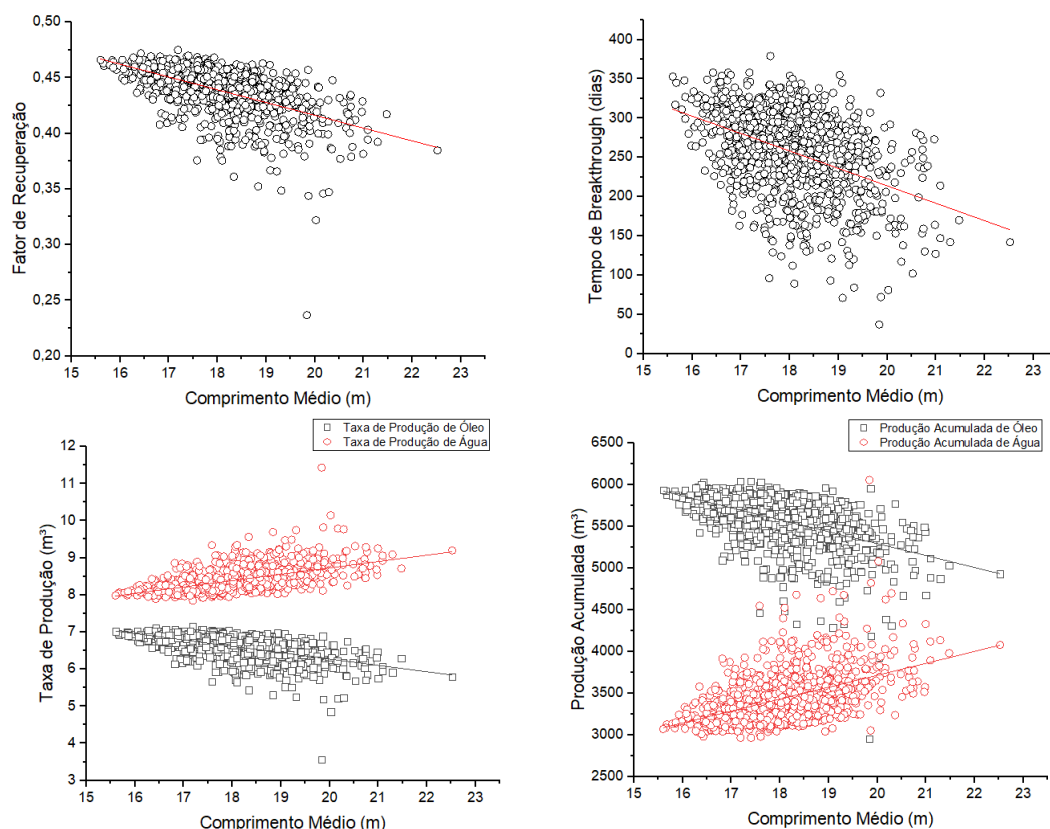
## 4.2 Simulação dos Parâmetros de Fraturas

Nessa seção serão apresentados os resultados das simulações da variação dos parâmetros de fratura, comprimento e orientação. Para visualizar as tendências nos resultados das simulações, os valores médios das variáveis de saída em cada simulação foram relacionados com o comprimento médio, máximo e mínimo das fraturas, quando da variação do comprimento e com a inclinação média, máxima e mínima, quando da variação dos ângulos de inclinação.

### 4.2.1 Efeitos da Variação do Comprimento das Fraturas

Os efeitos da variação do tamanho das fraturas foram medidos segundo o comportamento médio das variáveis fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção de óleo e água, produção acumulada de óleo e água, razão água-óleo e as pressões no poço injetor e no domínio, em função do comprimento médio, máximo e mínimo das fraturas.

As Figuras 4.9 e 4.10 mostram a relação entre as variáveis citadas e o tamanho médio das fraturas.



**Figura 4.9** Comportamento do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função do comprimento médio das fraturas.

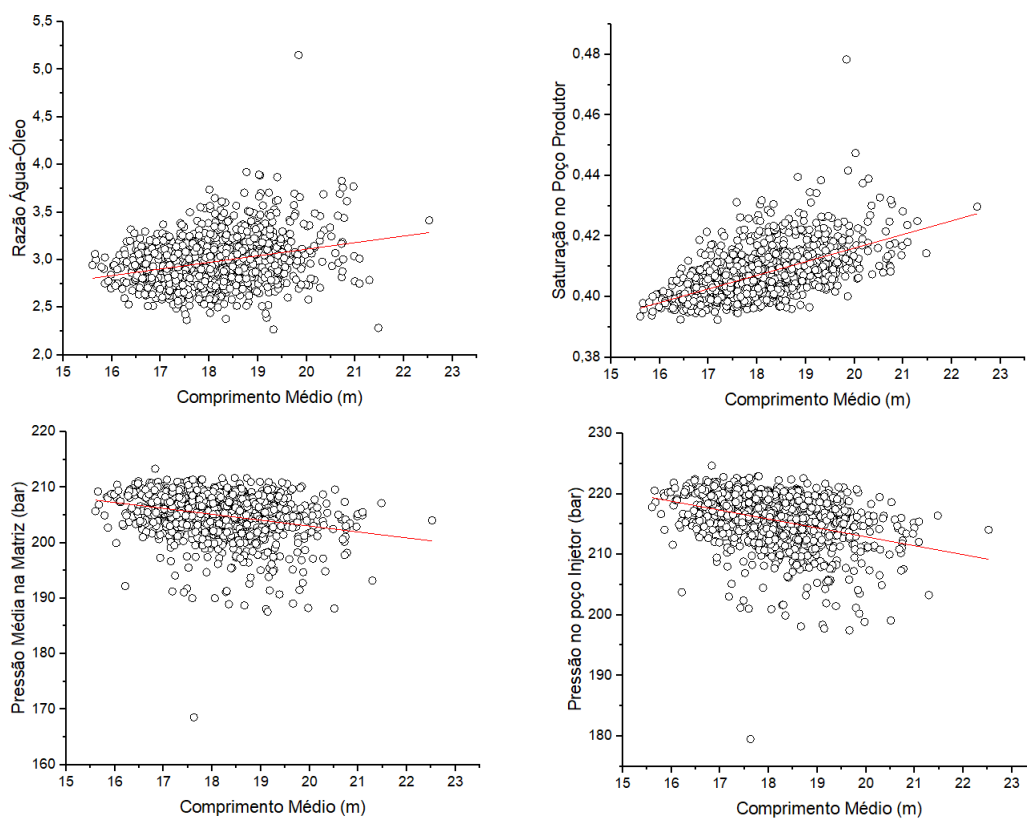
Na Figura 4.9, vemos que o fator de recuperação e o tempo de *breakthrough* apresentam uma tendência de queda com o aumento do tamanho médio das fraturas. Ou seja, quanto maiores são as fraturas no meio poroso, menor será a recuperação do petróleo e mais rápido ocorrerá o *breakthrough*.

Visualiza-se também que os pontos referentes aos tempos de *breakthrough* são bem mais dispersos que os das demais variáveis. Isso pode ser explicado pelo fato de que esse é um parâmetro medido pontualmente em cada simulação, diferentemente dos demais parâmetros, que evoluem no tempo.

Na mesma figura, com relação a taxa de produção e a produção acumulada de óleo e água, o que vemos é que, como a taxa de produção é constante, a partir do tempo de *breakthrough* passa a haver uma inversão na proporção de produção de cada fluido, e a água passa a ser produzida em um volume cada vez maior em relação ao óleo. Dessa forma, os gráficos são aproximadamente complementares.

Quanto ao comportamento com relação ao comprimento médio das fraturas, ocorrem efeitos exatamente opostos para o óleo e água, de modo que a taxa de produção e produção acumulada de óleo tende a diminuir com o aumento do comprimento, ocorrendo o oposto com a taxa de produção e produção acumulada de água.

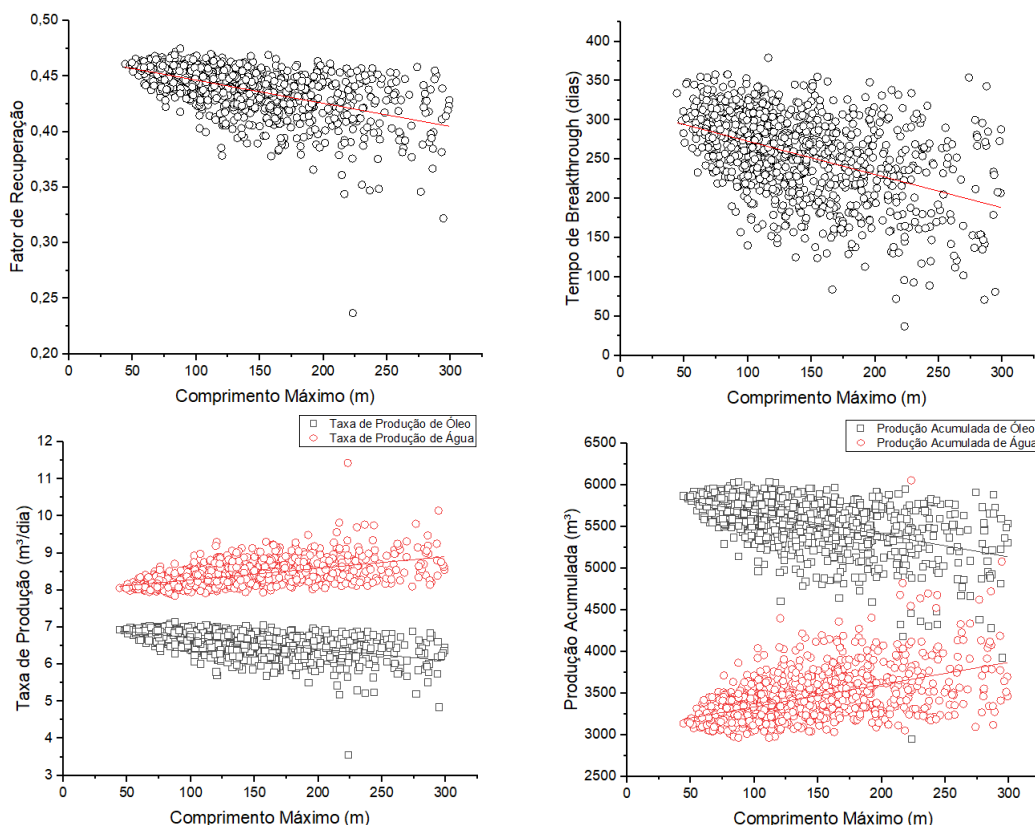
Já na Figura 4.10, como a razão água-óleo e a saturação no poço produtor são consequências diretas do nível de produção de água, essas terão um comportamento parecido com a taxa de produção e produção acumulada de água mostradas na Figura 4.9, ou seja, apresentam uma tendência de crescimento com relação ao comprimento médio das fraturas, sendo que a saturação de água apresenta uma tendência de crescimento mais acentuada e consistente.



**Figura 4.10** Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função do comprimento médio das fraturas.

Com relação a pressão média e a pressão no poço injetor nota-se, na Figura 4.10, que estes valores tendem a cair com o aumento do comprimento médio das fraturas. Porém, observando a linha vermelha da regressão linear, percebe-se que essa tendência é bem mais suave do que as dos demais parâmetros analisados.

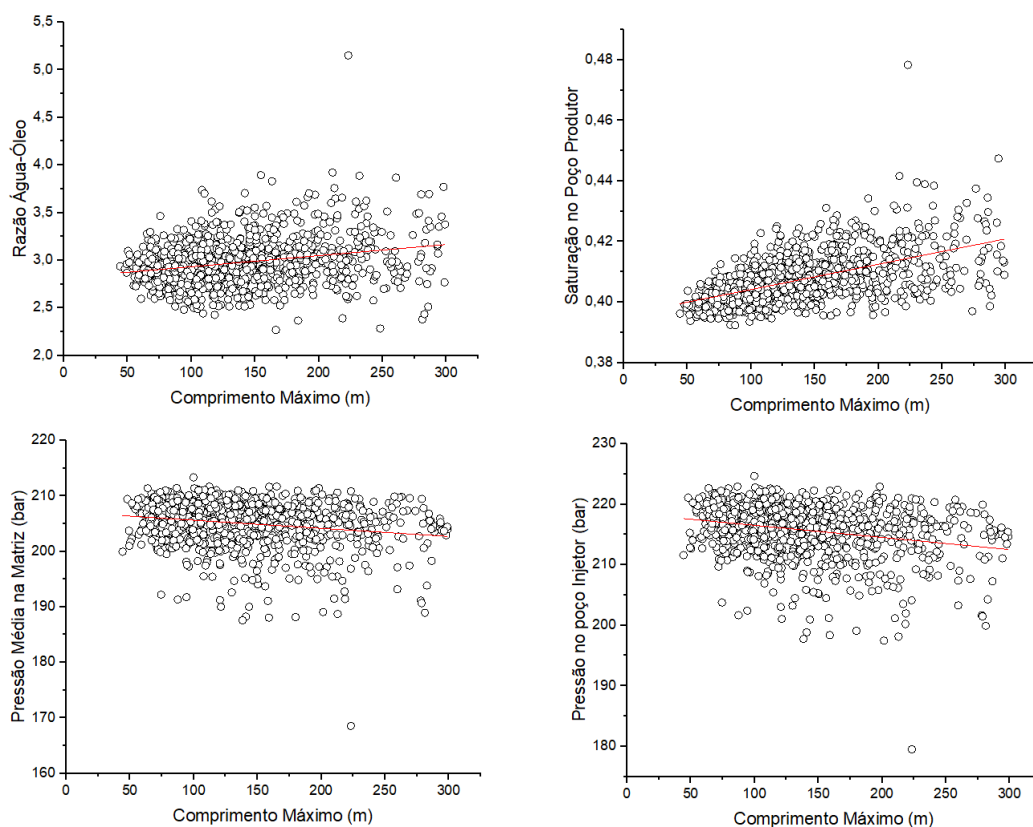
As Figuras 4.11 e 4.12 mostram a tendência das variáveis em função do tamanho máximo das fraturas.



**Figura 4.11** Comportamento do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função do comprimento máximo das fraturas.

As variáveis aparentam ter o mesmo comportamento que apresentaram quando relacionadas com o comprimento médio das fraturas. Isso sugere que o tamanho médio e o tamanho máximo das fraturas presentes em um reservatório naturalmente fraturado tenham efeitos semelhantes sobre o comportamento dessas variáveis.

Todos esses dados reforçam o que foi visualizado nos resultados da simulação do modelo inicial, descrito na seção anterior. Aqueles resultados mostraram como a presença das fraturas tem impacto sobre o perfil de deslocamento do fluido, causando instabilidades na interface dos fluidos e proporcionando o surgimento de "*viscous fingering effects*" e, por consequência, dificultando o arrasto do óleo, facilitando a produção de água, antecipando o tempo de *breakthrough* e diminuindo o fator de recuperação.



**Figura 4.12** Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função do comprimento máximo das fraturas.

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram a tendência das variáveis em função do tamanho mínimo das fraturas.

Para esse caso, os gráficos não demonstram nenhuma tendência de queda ou crescimento para as variáveis analisadas, o que leva ao pressuposto de que as fraturas de menor comprimento não tem nenhuma influência direta sobre o comportamento do reservatório.

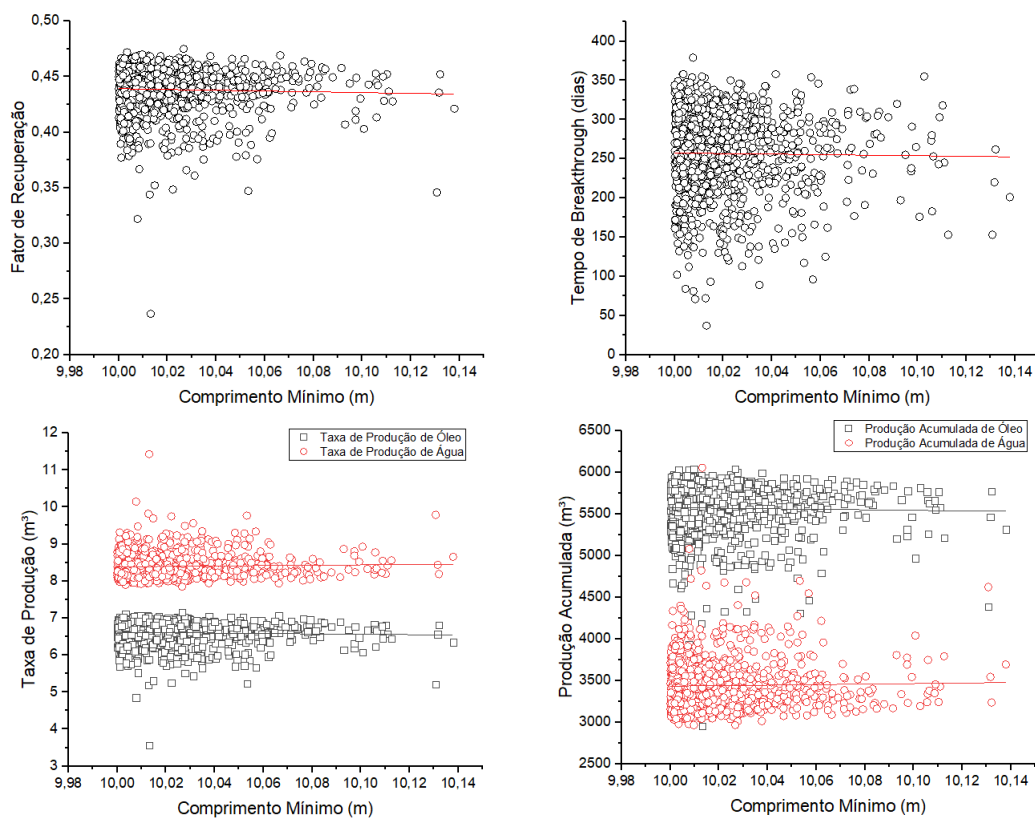
É importante frisar que os comprimentos mínimos das fraturas estão muito acima do limite de corte do modelo de fraturas hierárquicas, ou seja, os comprimentos das fraturas que foram escalonados e aproximados para as propriedades da matriz. O valor mínimo do comprimento das fraturas, como mostra a Tabela 3.2, é de 10 m. Isso significa que as fraturas de comprimento mínimo são 10 vezes maiores do que o tamanho das células computacionais. Pelo limite de corte definido por [Li & Lee, 2008] e descrito na seção 2.4.2.2, as fraturas com comprimentos menores ou iguais ao tamanho das células computacionais, ou seja, fraturas pequenas e médias, seriam homogenizadas.

Isso mostra que pode ser possível definir um novo critério de escalonamento das fraturas e homogeneização do meio, baseado não na relação entre os comprimentos das fraturas e o tamanho das células computacionais, mas sim em um processo estocástico onde o escalonamento

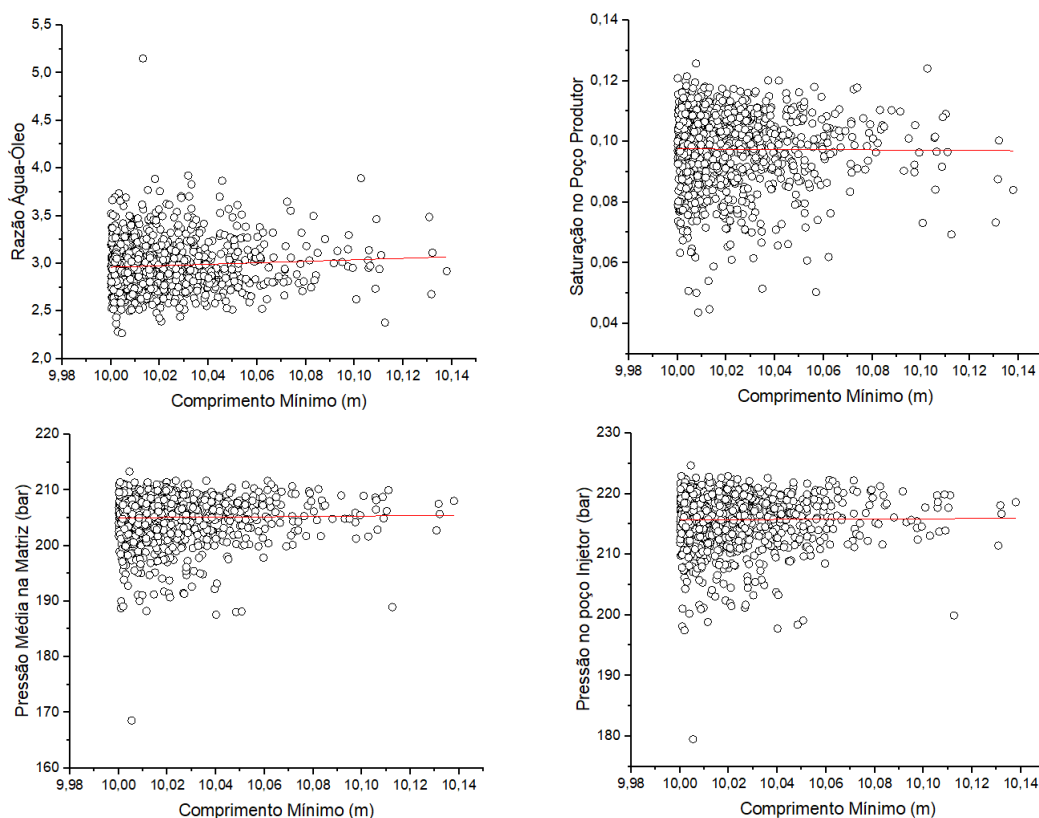
ocorreria com base na significância dos efeitos dos comprimentos das fraturas no comportamento do reservatório.

Com isso, pode-se incorporar um maior número de fraturas e suas características à matriz, diminuindo ainda mais a quantidade de fraturas que necessitariam ser incorporadas explicitamente ao modelo, levando, com isso, a um menor custo computacional da simulação. Evidentemente, deve-se atentar também para a influência da resolução da malha computacional nesse processo.

O desafio nesse caso, seria definir um critério de corte baseado em algum parâmetro estatístico com significância física e que possa ser generalizado para um procedimento sistemático, aplicável a qualquer reservatório naturalmente fraturado.



**Figura 4.13** Comportamento do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função do comprimento mínimo das fraturas.



**Figura 4.14** Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função do tamanho mínimo das fraturas.

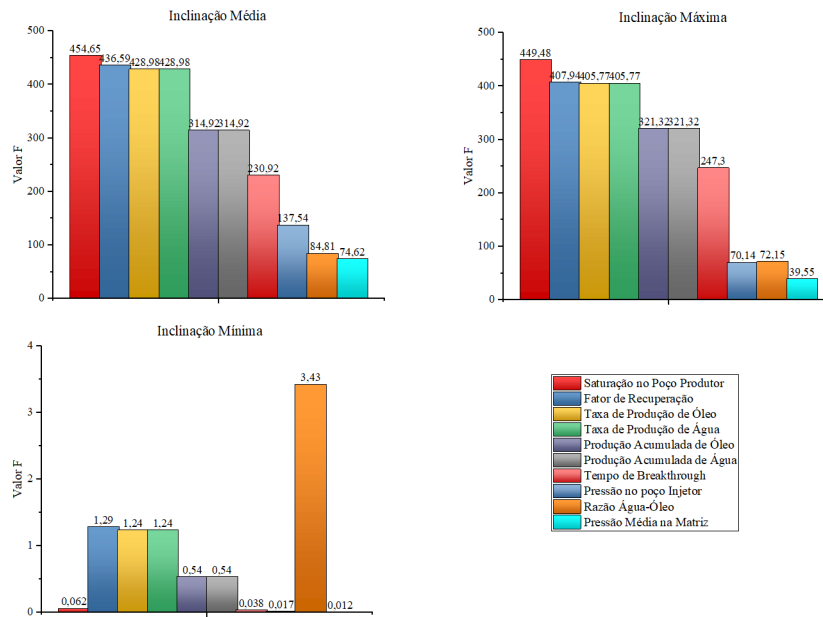
#### 4.2.1.1 Análise Estatística

Os gráficos apresentados até então dão uma noção visual de como os parâmetros de simulação se comportam diante das variações no comprimento das fraturas.

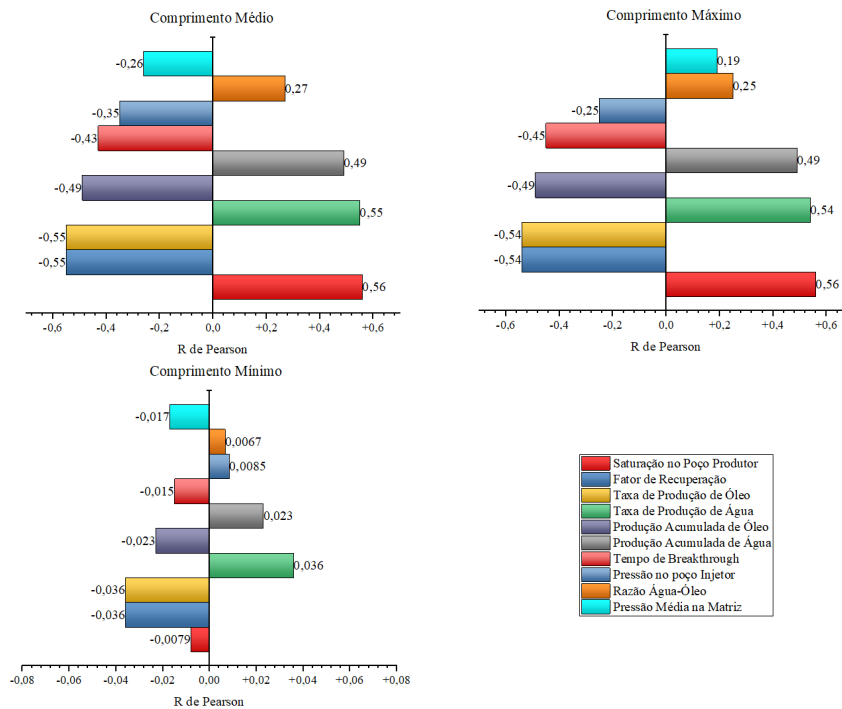
As Figuras 4.15 e 4.16 mostram a relação estatística entre essas variáveis de uma forma mais efetiva, a partir dos seus correspondentes valores de R de Pearson, advindo da correlação linear e que mede a força da correlação, e o valor F, gerado pela análise de variância e que mede a significância da correlação.

Observa-se que a saturação no poço produtor apresenta os maiores valor F e R de Pearson quando relacionada com o comprimento médio (454,65 e 0,56 ) e comprimento máximo (436,59 e 0,56). Portanto, os efeitos do comprimento médio e máximo das fraturas sobre esse parâmetro são basicamente os mesmos. Já para o comprimento mínimo o valor F e R de Pearson foram, respectivamente, 0,062 e -0,0079, ou seja, insignificantes do ponto de vista estatístico.





**Figura 4.15** Relação estatística entre as variáveis de simulação e o comprimento médio, máximo e mínimo das fraturas medidas pelo valor F.



**Figura 4.16** Relação estatística entre as variáveis de simulação e os comprimentos médio, máximo e mínimo das fraturas medidas pelo R de Pearson.

Evidentemente que, como essa é uma variável relacionada à presença de água no poço produtor, quanto mais e maiores forem as fraturas no meio poroso, mais facilitado será o fluxo da água entre o poço injetor e produtor, contribuindo assim para o crescimento dos valores de saturação. Dessa forma, essa variável é a mais afetada pela variação no tamanho médio e máximo das fraturas.

Em seguida aparece o fator de recuperação, com valor F igual a 436,59 e R de Pearson igual -0,55, com relação ao comprimento médio, e 407,94 e -0,54, quando relacionado com o comprimento máximo. Mais uma vez, a diferença entre as duas correlações é muito pequena (6,5% entre os valores F), porém, maior do que para a saturação no poço produtor. O valor F para o comprimento mínimo foi de 1,29, e o R de Pearson -0,036, o que indica uma correlação insignificante. Sendo assim, aumentando-se a média do comprimento das fraturas, espera-se reduzir o fator de recuperação, já que, como mencionado, as fraturas facilitam o fluxo e a produção da água, que em um regime de produção de fluidos constante, como foi o caso, acarretará a diminuição do volume de óleo produzido e, por consequência, o fator de recuperação.

Apesar de serem dois parâmetros diretamente relacionados, a taxa de produção e a produção acumulada dos fluidos apresentam valores F diferentes. A taxa de produção se mostra mais sensível às variações nos comprimentos das fraturas, com valores de R de Pearson iguais a -0,55 para o óleo e 0,55 para a água, e valor F igual a 428,98 para ambos, quando correlacionados com o comprimento médio e, -0,54, 0,54 e 405,77, na devida ordem, com relação a correlação com o comprimento máximo. Já a produção acumulada tem R de Pearson igual a -0,49 para o óleo e +0,49 para a água, e valor F igual a 314,92, com relação ao tamanho médio das fraturas. Ou seja, cerca de 27% menor do que o valor para a taxa de produção. No que diz respeito ao comprimento máximo, os valores de R de Pearson são idênticos aos obtidos para o comprimento médio, ao passo que o valor F é de 321,32 para ambos os fluidos, valor esse em torno de 21% menor do que o observado para a taxa de produção. Essa diferença pode ser explicada pelo fato que a taxa de produção é medida em cada passo de tempo da simulação, enquanto a produção acumulada, nesse caso, é dada pela média da soma desses valores. No tocante ao comprimento mínimo, temos mais uma vez valores baixíssimos para o valor F (1,24) e R de Pearson (-0,036 e 0,036), para a taxa de produção de óleo e água e, 0,54, -0,023 e 0,023, respectivamente, para a produção acumulada.

Em seguida, temos os seguintes valor F e R de Pearson, referentes ao comprimento médio, para o tempo de *Breakthrough* (230,92 e -0,43), pressão no poço injetor (137,54 e -0,35), razão água-óleo (84,81 e 0,27) e a pressão média na matriz (74,62 e -0,26). Os valores desses parâmetros com respeito ao comprimento máximo são ligeiramente diferente daqueles obtidos para o comprimento médio, no entanto, há uma diferença significativa nos valores da pressão média e pressão no poço injetor, nos quais houve uma queda de 47 e 49%, respectivamente, em relação aos valores observados para o comprimento médio. De fato, o comprimento médio capta, de certa forma, a distribuição espacial das fraturas que, por consequência, terá impacto em como os gradientes de pressão se comportarão ao longo do meio poroso.

Para os dados de comprimento mínimo, todos esses parâmetros apresentam baixíssimos valores de R de Pearson e Valores F muito próximos a 1, o que significa que o tamanho mínimo das fraturas de fato não tem nenhum impacto sobre o comportamento dos parâmetros analisados.

Vejam agora, quais eram as características do comprimento das fraturas nas simulações onde se obteve os valores máximos e mínimos das variáveis.

Os valores máximo do fator de recuperação, taxa de produção e produção acumulada de óleo ocorrem na simulação 992, que é justamente a simulação onde se dão os menores valores para a taxa e produção acumulada de água, saturação no poço produtor, corte de água e razão água-óleo.

A Tabela 4.1 mostra os valores dos comprimentos médio e máximo para essa simulação e também os maiores e menores valores médio e máximo observados em todas as simulações.

Comprimento	Valor (m)	Valor Máximo Observado (m)	Valor Mínimo Observado (m)
Médio	17,19	22,52	15,60
Máximo	87,45	299,12	44,22

**Tabela 4.1** Características das fraturas para a simulação que maximizou a produção de óleo e minimizou a produção de água.

As fraturas apresentam, nesse caso, um comprimento médio de 17,19 m, enquanto os valores máximo e mínimo observados são 22,52 e 15,60 m, respectivamente. Ou seja, nessa configuração, o comprimento médio das fraturas se aproxima do menor comprimento médio observado. Do mesmo modo, o comprimento máximo, 87,45 m, se aproxima muito mais do menor comprimento máximo observado, 44,22 m, do que do maior, 299,12 m. Sendo essa última uma diferença de quase 70 %.

Em resumo, a configuração dos comprimentos das fraturas que levou à máxima produção de óleo e mínima produção de água, envolve tamanhos médio e máximo próximos dos menores valores observados, o que está de acordo com o que foi exposto até aqui, já que com menores comprimentos, as fraturas diminuem sua ação como caminhos preferenciais para o fluxo da água, melhorando o arrasto do óleo ao longo do reservatório.

Da mesma forma, quando ocorrem os valores máximos para taxa e produção acumulada de água, saturação no poço produtor, corte de água e razão água-óleo, ocorrem os valores mínimos do fator de recuperação, taxa de produção e produção acumulada de óleo. Isso ocorre na simulação 657.

A Tabela 4.2 trás os valores do comprimento médio e máximo observados na simulação que maximizou a produção de água e minimizou a produção de óleo e os seus respectivos valores máximos e mínimos em todas as simulações.

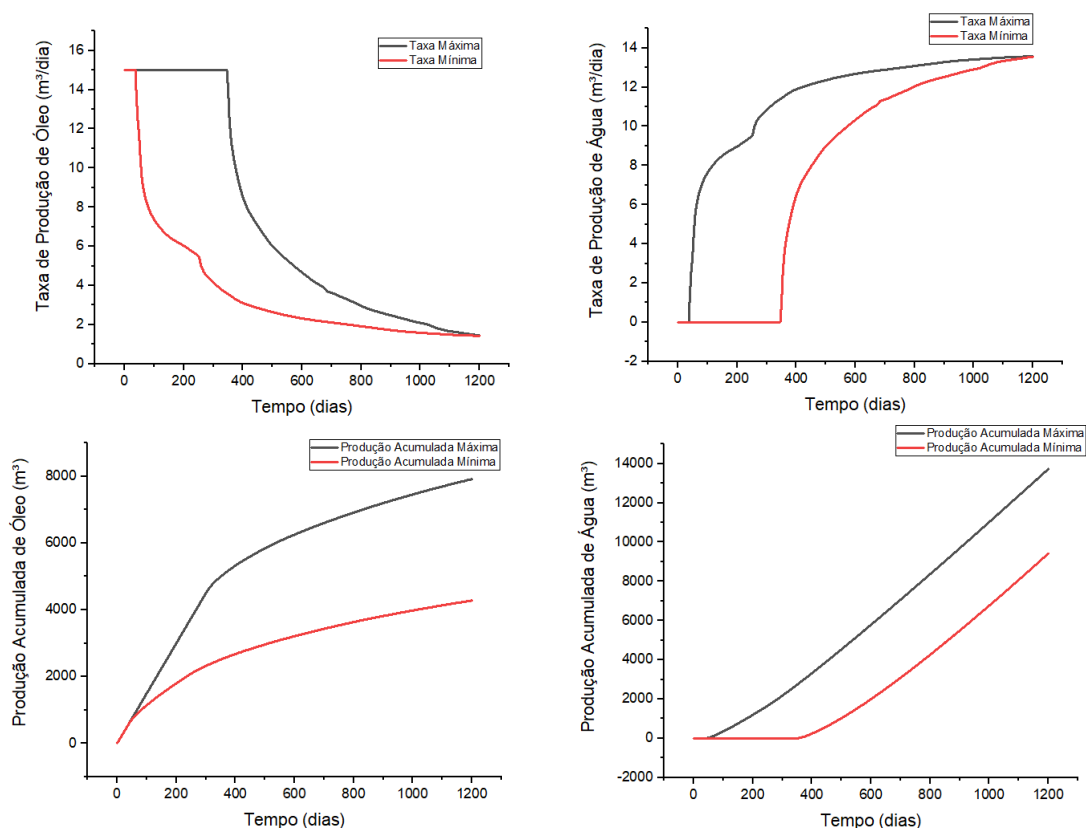
Comprimento	Valor (m)	Valor Máximo Observado (m)	Valor Mínimo Observado (m)
Médio	19,84	22,52	15,60
Máximo	223,17	299,12	44,22

**Tabela 4.2** Características das fraturas para a simulação que maximizou a produção de água e minimizou a produção de óleo.

Em oposição ao que foi exposto na Tabela 4.1, nesse caso os comprimentos médio e máximo se aproximam dos seus correspondentes valores extremos observados em todas as simulações, o

que, mais uma vez, está de acordo com o que foi exposto até aqui. Com maiores comprimentos, as fraturas agem mais efetivamente como caminhos preferenciais para a água, aumentando a instabilidade na interface de contato entre os fluidos, e diminuindo a eficiência de arrasto do óleo.

A Figura 4.17 mostra as simulações onde se obteve o valor máximo e mínimo para a taxa de produção e produção acumulada de óleo e água.



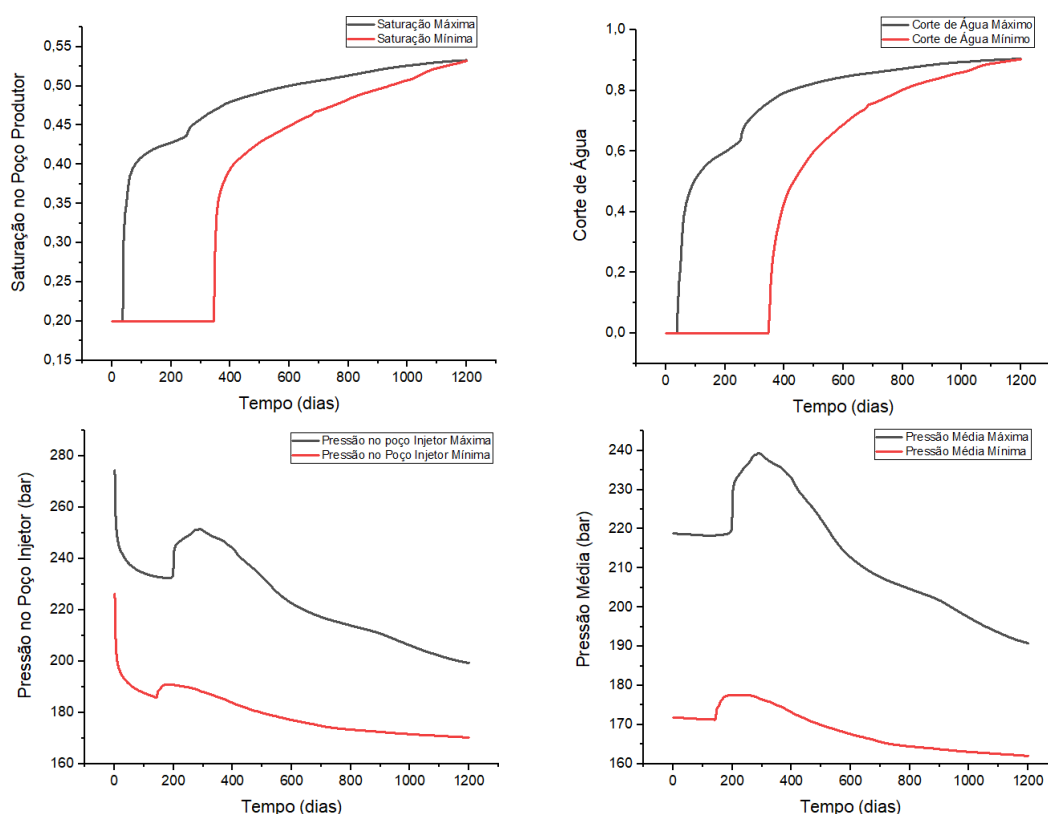
**Figura 4.17** Simulações máxima e mínima da taxa de produção e produção acumulada de água e óleo com relação a variação dos comprimentos das fraturas.

O que se observa é que, para o valor mínimo de produção de óleo e consequente produção máxima de água, o tempo de *breakthrough* ocorre apenas 37 dias após o início da injeção de água. O fator de recuperação para esse caso foi de apenas 24%. Já para o cenário inverso, onde houve a máxima produção de óleo, o tempo de *breakthrough* ocorreu bem mais tardiamente, após 346 dias de simulação, e a fator de recuperação foi de 47,5%. Um fato interessante é que o valor máximo do tempo de *breakthrough*, 379 dias, não correspondeu na simulação onde se observou o valor máximo da taxa de produção e produção acumulada de óleo.

Para a taxa de produção de óleo, o valor máximo é 50% maior do que o mínimo. No caso da taxa de produção de água essa diferença é de quase 30%. Para a produção acumulada, a diferença entre o máximo e mínimo é de 51% para ambos.

A Figura 4.18 mostra as simulações onde se observou o valor máximo e mínimo para a saturação no poço produtor, corte de água, pressão no poço injetor e pressão média.

O comportamento da saturação no poço produtor e corte de água é idêntico quanto ao tempo de *breakthrough*. Seus valores máximos ocorrem quando esse tempo foi mínimo, de novo 37 dias, e os valores mínimos ocorrem quando o tempo de *breakthrough* é próximo ao valor máximo, 346 dias. Entretanto, a diferença entre o valor máximo e mínimo para a saturação no poço produtor é de apenas 18%, sendo a menor diferença entre os parâmetros analisados. Para o corte de água essa diferença é 31%.



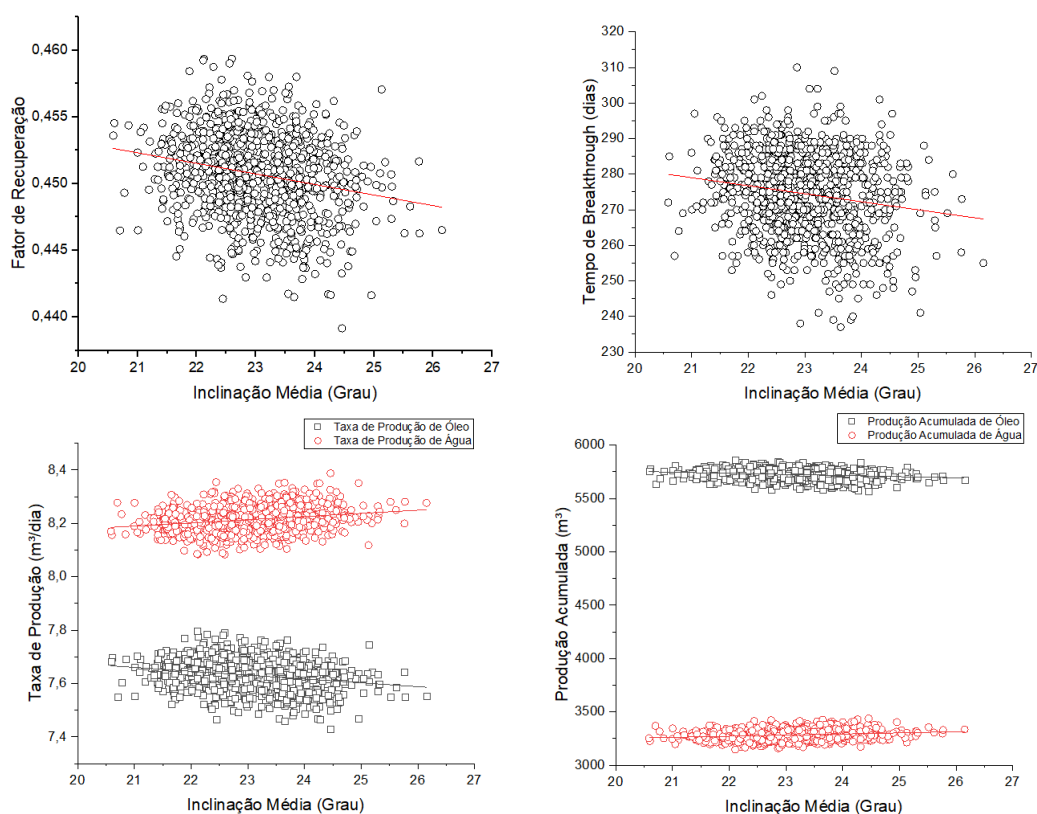
**Figura 4.18** Simulações máxima e mínima da saturação no poço produtor, corte de água, pressão no poço injetor e pressão média com relação a variação dos comprimentos das fraturas.

A pressão no poço injetor e a pressão média do reservatório também apresentam diferenças razoáveis entre os valores extremos. A diferença média para a pressão no poço injetor é de 20% e para a pressão média no reservatório, de 21%. Essas diferenças se acentuam principalmente quando se observa os picos de pressão que ocorrem no tempo de *breakthrough*.

### 4.2.2 Efeitos da Variação da Orientação das Fraturas

Os efeitos da variação da orientação das fraturas foram medidos segundo o comportamento das variáveis fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção de óleo e água, produção acumulada de óleo e água, razão água-óleo e as pressões no poço injetor e no domínio, em função do ângulo de inclinação médio, máximo e mínimo das fraturas. Serão apresentados os gráficos de dispersão, com as correspondentes linhas de regressão, e abordaremos também os dados estatísticos das correlações e análise de variância. Além de, como feito na seção anterior, a apresentação dos gráficos das simulações que geraram os valores extremos de cada variável.

As Figuras 4.19 e 4.20 mostram a relação entre essas variáveis e o tamanho médio das fraturas.



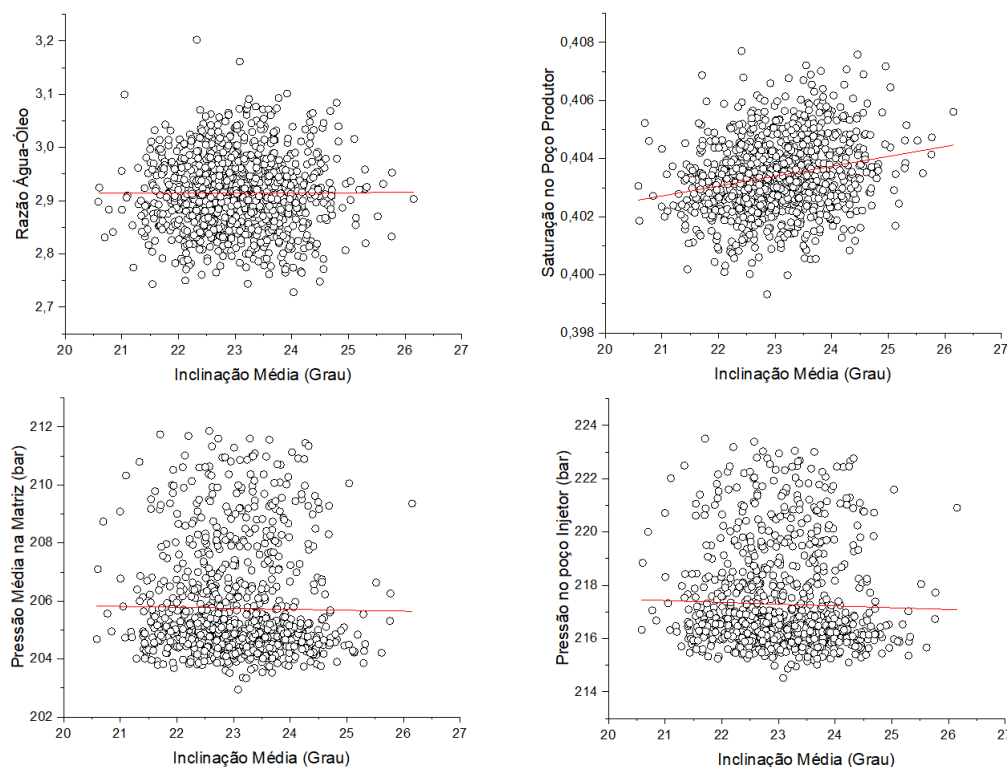
**Figura 4.19** Comportamento do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função da orientação média das fraturas.

Na Figura 4.19, vemos que, pela linha de regressão linear, os dados do fator de recuperação e tempo de *breakthrough* mostram uma tendência de queda com o aumento da inclinação, do mesmo modo que ocorre quando observamos os dados da variação do comprimento. Entretanto, esses dados se mostram muito mais dispersos do que aqueles, de modo que, para a

orientação média, não se pode fazer uma relação tão direta quanto com relação ao comprimento médio. Isso porque, dependendo da inclinação, as fraturas podem se apresentar como caminhos preferenciais que facilitam o fluxo da água em direção ao poço produtor, ou como barreiras ao mesmo, dificultando esse trajeto.

Com respeito a taxa de produção e a produção acumulada de óleo e água, os efeitos da inclinação média se mostram bem mais sutis, porém aparecem mais incisivamente nos dados da taxa de produção de água e óleo. No entanto, quando observa-se os gráficos da produção acumulada de fluidos vemos que os efeitos são praticamente inexistentes. Além disso, os dados para esse caso apresentam pouquíssima variabilidade.

A Figura 4.20 mostra o comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação média das fraturas.



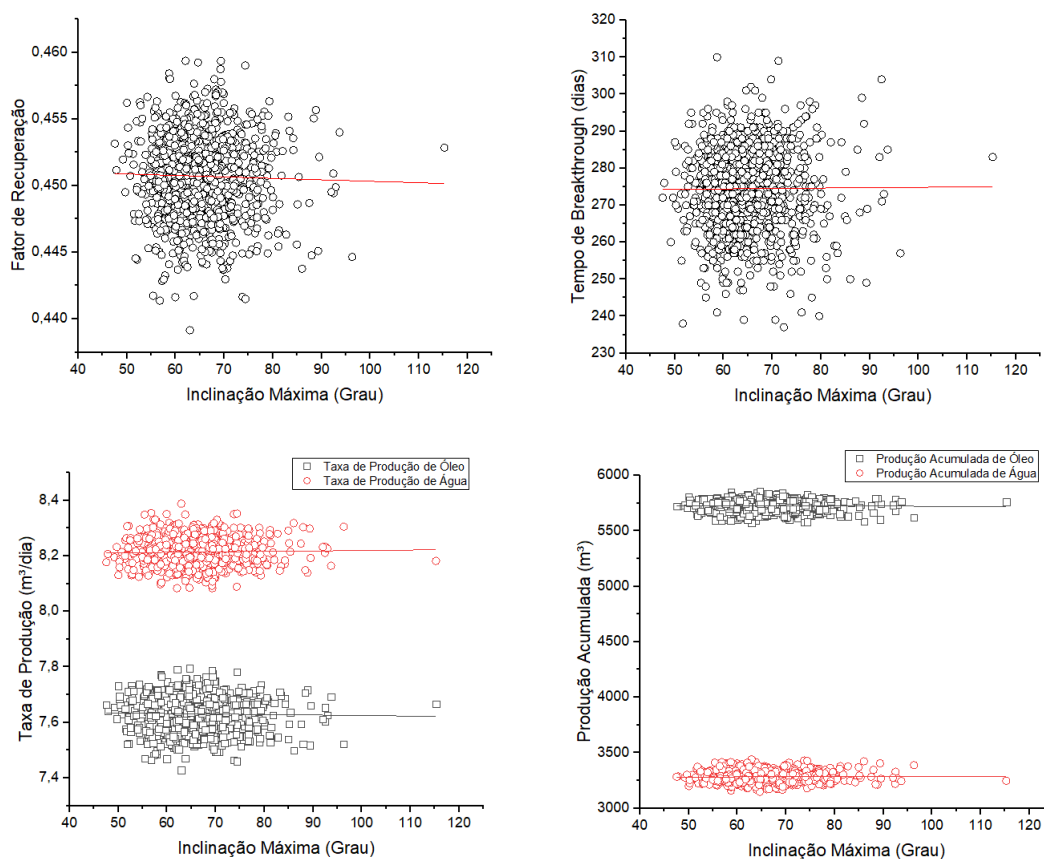
**Figura 4.20** Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação média das fraturas.

Nota-se que para razão água-óleo, os dados gerados são também muito dispersos e não se tem nenhuma tendência aparente. Já a saturação no poço produtor tende a aumentar com o aumento da inclinação, sendo esse parâmetro o que apresenta a linha de tendência mais efetivamente clara dentre todas, assim como ocorre com relação ao comportamento apresentado em função do comprimento médio, apesar de que esses dados também são mais dispersos do que aqueles. Os gráficos das pressões média e no poço injetor são muito semelhantes, também

tendo como característica mais notável a grande dispersão dos dados observados e a falta de qualquer variação na linha de regressão.

As Figuras 4.21 e 4.22 mostram a tendência das variáveis em função da inclinação máxima das fraturas. Diferentemente do observado na análise das variações no comprimento, a inclinação máxima das fraturas não apresenta um comportamento gráfico semelhante com os da inclinação média.

Na Figura 4.21 apresenta-se os dados referentes ao fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo.



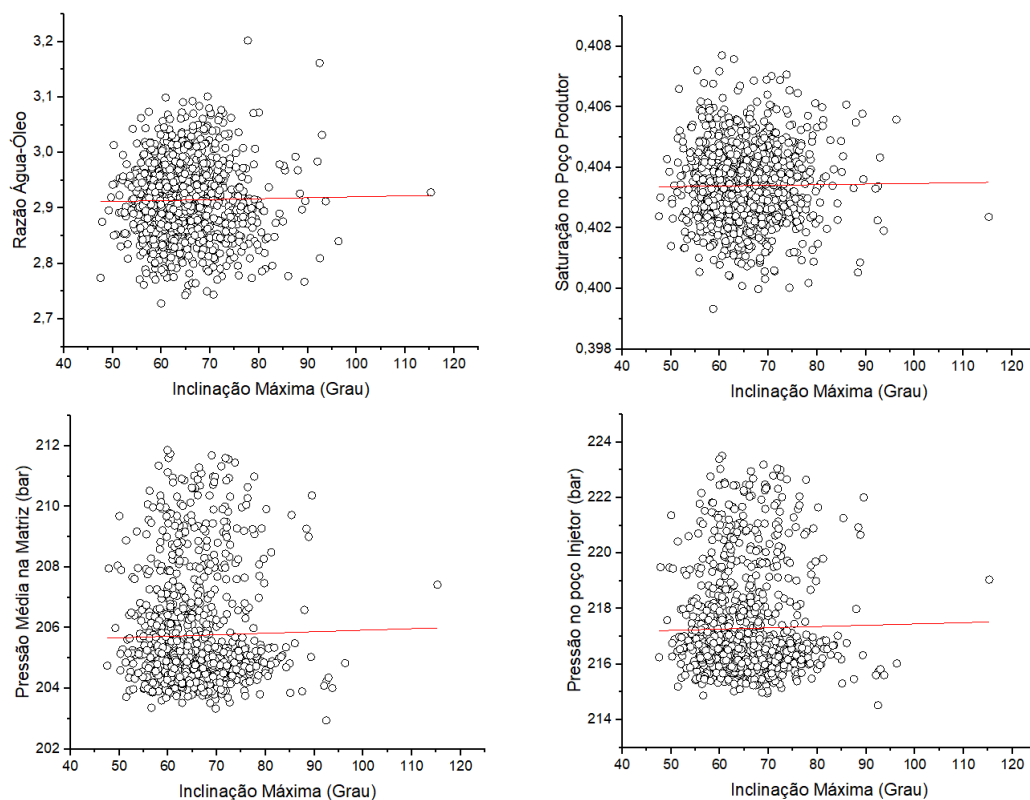
**Figura 4.21** Comportamento do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função da orientação máxima das fraturas.

Constata-se que todas as variáveis tem linhas de tendência praticamente horizontais, sem nenhuma tendência clara. Além, é claro, da grande espalhamento dos dados, principalmente o fator de recuperação, tempo de *breakthrough*.

E na Figura 4.22 tem-se os dados de simulação referentes a razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor. Do mesmo modo, não se distingue nenhuma tendência clara nos dados apresentados.



Os dados correspondentes a razão água-óleo e a saturação no poço produtor são semelhantes, quando a disposição espacial dos dados e as linhas de tendência. O mesmo ocorre com os gráficos da pressão média na matriz e da pressão no poço injetor. Esses últimos são também muito semelhantes aos observados na Figura 4.20, o que sugere que as variações na inclinação tem pouca influência sobre as variações de pressão no meio poroso.



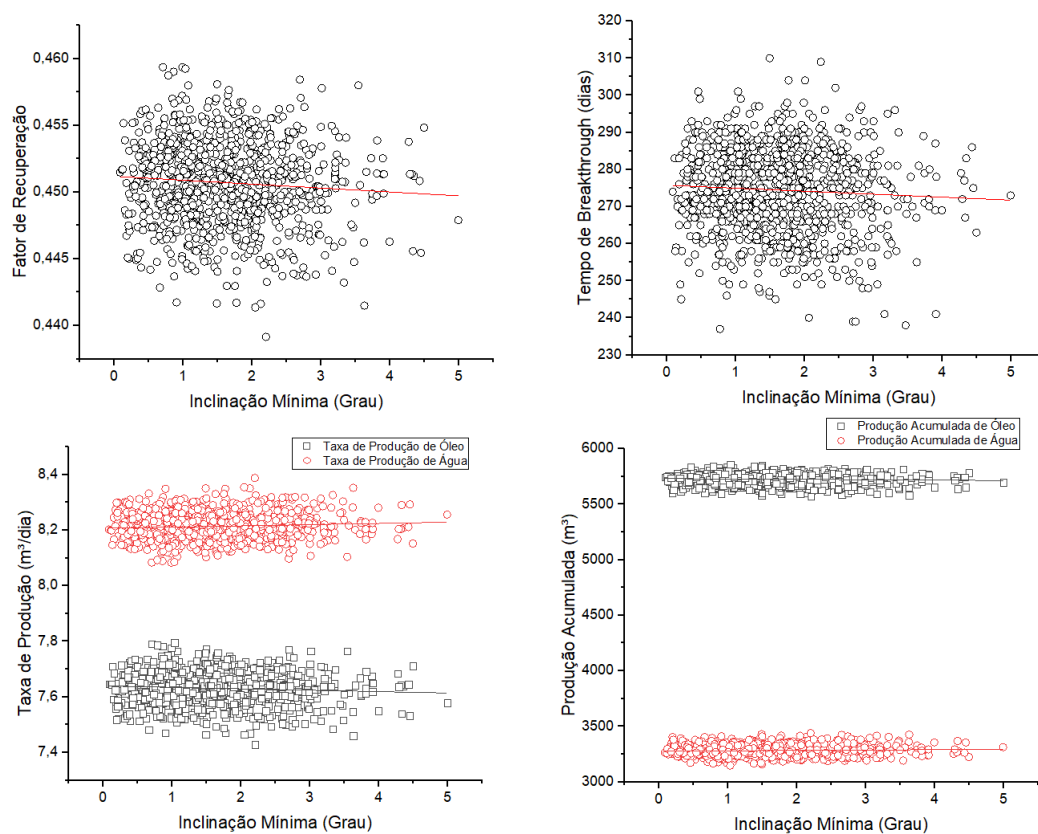
**Figura 4.22** Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação máxima das fraturas.

Esses resultados estão relacionados a uma característica intrínseca da distribuição de probabilidade de *Fisher*, que caracteriza as variações na orientação das fraturas.

A chamada constante de *Fisher* ( $K$ ) define qual será o grau de variabilidade dos ângulos de inclinação em cada simulação. Para valores pequenos de  $K$  espera-se uma grande variação na distribuição aleatória dos ângulos, ocorrendo o oposto para valores grandes de  $K$ .

Esse trabalho se baseou na literatura para escolher um valor de  $K = 10$ , que foi um dos mais frequentemente observados na caracterização de dados de campo. Porém, outros valores foram observados, tanto maiores, quanto menores. Dessa forma, é imprescindível que se faça também uma análise do impacto das variações nos valores de  $K$  sobre a distribuição de *Fisher* e a conseqüente influência desse parâmetro sobre os resultados das simulações.

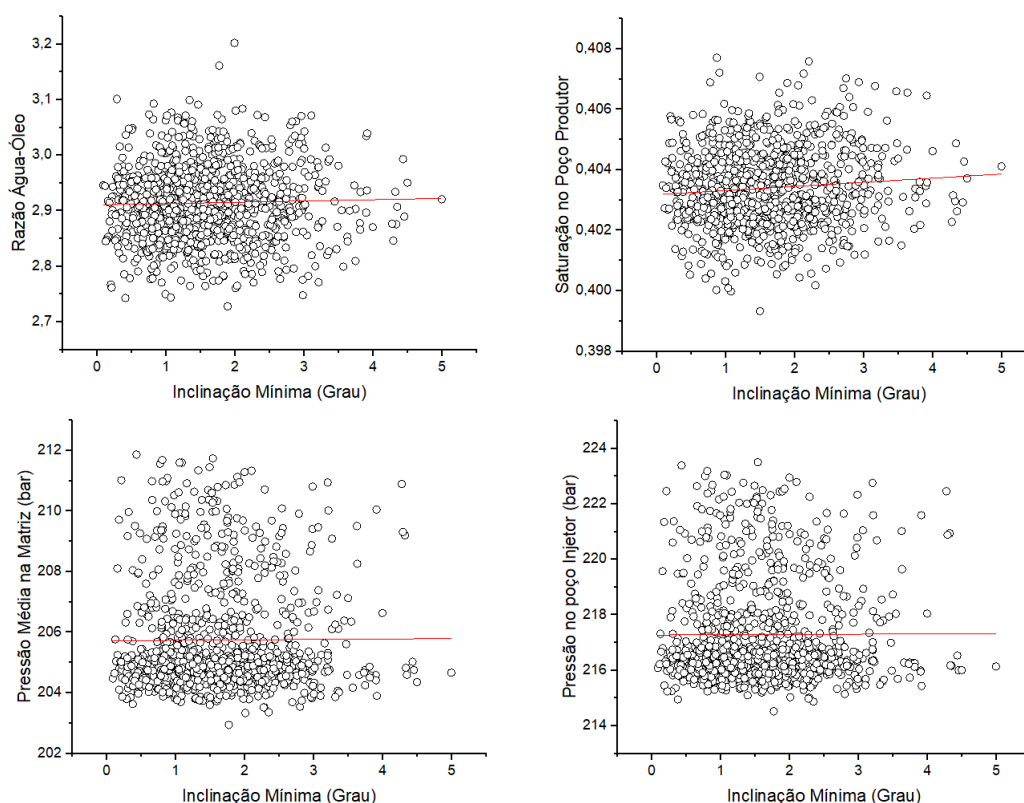
As Figuras 4.23 e 4.24 mostram a tendência das variáveis em função da inclinação mínima das fraturas.



**Figura 4.23** Comportamento do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo em função da orientação mínima das fraturas.

Uma análise da Figura 4.23, onde encontra-se os dados do fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção e produção acumulada de água e óleo, mostra basicamente que foi visto para a inclinação máxima, principalmente no que diz respeito a distribuição dos valores observados. No entanto, as linhas de tendência mostram uma tímida inclinação negativa para o fator de recuperação e tempo de *breakthrough*. No tocante as taxas de produção e produção acumulada dos fluidos, não parece haver indícios claros de alguma tendência nos dados analisados.

O mesmo acontece na Figura 4.24, apesar da disposição espacial dos dados serem muito semelhantes ao da inclinação máxima, quando se analisa a razão água-óleo e saturação no poço produtor, pode-se perceber que há uma leve tendência de crescimento em ambos os parâmetros. Porém, o mesmo não se repete quando se observa os dados da pressão média na matriz e no poço produtor, que continua mantendo o comportamento inerte com relação as variações na inclinação das fraturas.



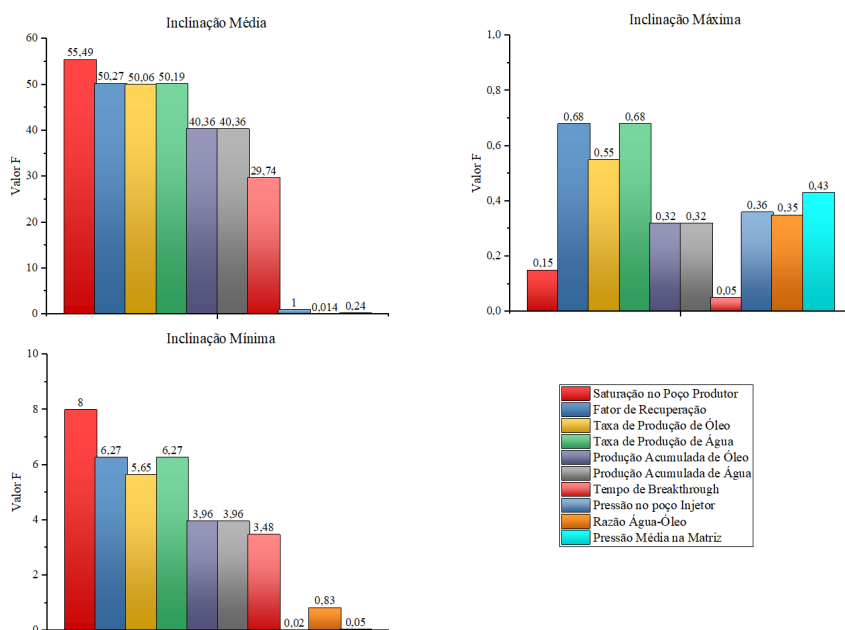
**Figura 4.24** Comportamento da razão água-óleo, saturação no poço produtor, pressão média na matriz e pressão no poço injetor em função da orientação mínima das fraturas.

#### 4.2.2.1 Análise Estatística

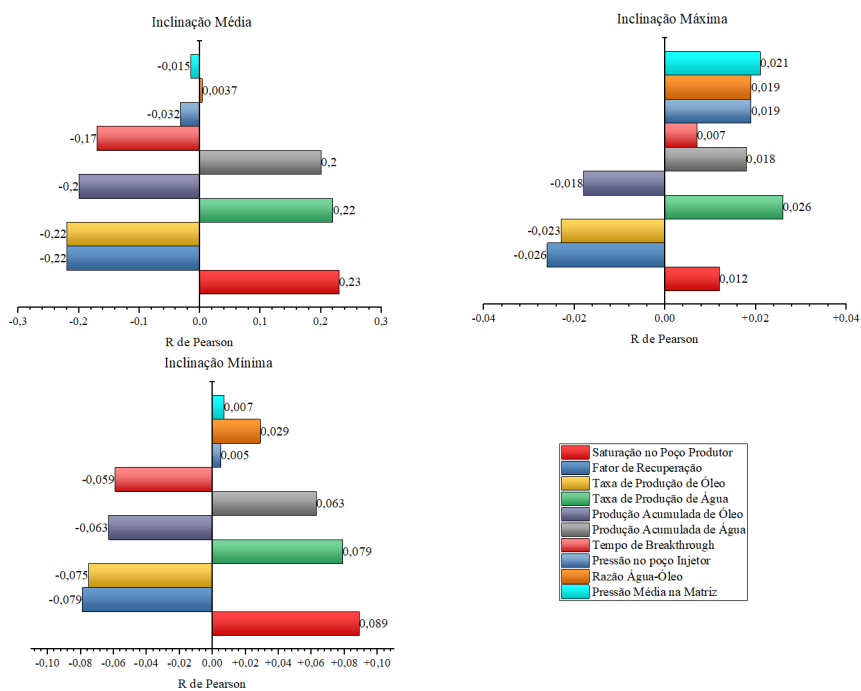
As Figuras 4.25 e 4.26 mostram a relação estatística entre as variáveis apresentadas nos gráficos acima e a inclinação média, máxima e mínima das fraturas.

A primeira coisa que se nota nas Figuras 4.25 e 4.26 é que o valor F e o R de Pearson são muito menores do que os observados nas Figuras 4.15 e 4.16, o que mostra que a orientação das fraturas tem um impacto muito menor sobre o comportamento do fluxo dos fluidos no meio poroso, em comparação ao comprimento. Para efeitos de comparação, o valor F para a saturação no poço produtor corresponde a somente a cerca de 12% do valor observado na Figura 4.15.

Outra característica visível na Figura 4.25 é a discrepância quanto ao valor F. Os valores referentes à inclinação média das fraturas são muito superiores aos demais. Além disso, a inclinação mínima apresenta valores bem superior quando comparado com os da inclinação máxima, ainda que muito menores do que os da inclinação média. Para a inclinação máxima, todos os valores F estão próximos de 1, o que implica dizer que não há diferença significativa entre as variâncias dos respectivos parâmetros. Ou, em outras palavras, a variação da inclinação máxima das fraturas não tem qualquer efeito sobre o comportamento dos parâmetros de simulação analisados. O mesmo fenômeno ocorre com relação ao R de Pearson, na Figura



**Figura 4.25** Relação estatística entre as variáveis de simulação e a inclinação média, máxima e mínima das fraturas medidas pelo valor F.



**Figura 4.26** Relação estatística entre as variáveis de simulação e a inclinação média, máxima e mínima das fraturas medidas pelo R de Pearson.

4.26. Esses fatos vão de encontro ao que já foi apresentando nos gráficos acima.

Os dados da razão água-óleo, pressão média na matriz e pressão no poço injeto apresentam valor F e R de Pearson praticamente nulos, o que confirma as observações dos gráficos de dispersão e da linha de regressão, mostrados anteriormente.

Como feito anteriormente para o comprimento, analisaremos a configuração das inclinações das fraturas nas simulações onde se obteve o valor máximo e mínimo dos respectivos parâmetros.

A Tabela 4.3 mostra os valores das inclinações média e máxima para a simulação onde se observou os valores máximo para o fator de recuperação, taxa de produção e produção acumulada de óleo e os valores mínimos para a taxa e produção acumulada de água. O tempo de *breakthrough* para esse caso foi 301 dias, sendo que o valor máximo observado foi de 310. Ou seja, mais uma vez a ocorrência do máximo valor de tempo de *breakthrough* não implicou necessariamente o melhor desempenho de produção de óleo.

Inclinação	Valor (Graus)	Valor Máximo Observado (Graus)	Valor Mínimo Observado (Graus)
Média	22,11	26,15	20,59
Máxima	64,62	115,28	47,52

**Tabela 4.3** Características da inclinação das fraturas para na simulação que maximizou a produção de óleo e minimizou a produção de água.

A inclinação média das fraturas foi de 22,11 graus, enquanto os valores máximo e mínimo observados são 26,15 e 20,59 graus, respectivamente. Ou seja, não há uma diferença considerável entre a inclinação média mínima e máxima. Já com relação à inclinação máxima, para esse caso, foi de 64,62 graus e os valores máximos e mínimos foram de 115,28 e 47,52 graus. Nesse caso sim, há uma diferença considerável. E dessa forma, os valores médios e máximos da inclinação tendem para os respectivos menores valores observados nas simulações.

Sendo assim, como observado para o comprimento das fraturas, a configuração das inclinações que levou à máxima produção de óleo e mínima produção de água, está relacionada a valores médios e máximos próximos dos menores valores observados.

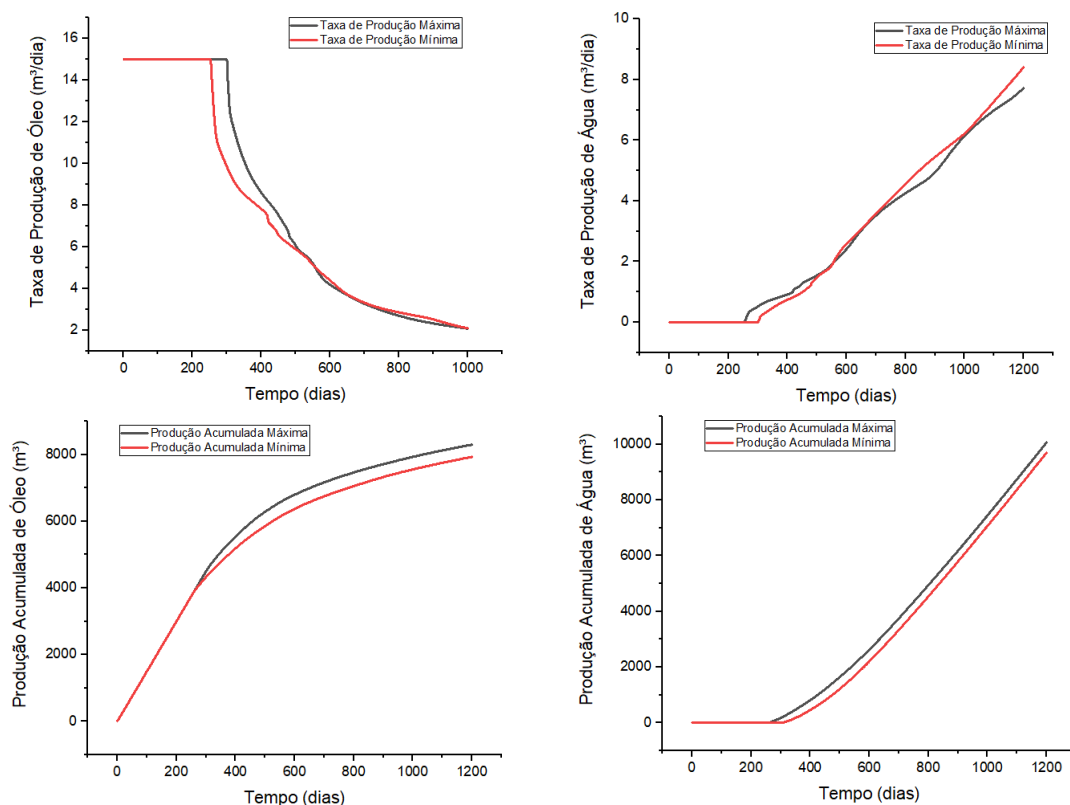
A Tabela 4.4 resume as características das fraturas para o caso oposto, onde houve a máxima produção de água e mínima produção de óleo.

Inclinação	Valor (Graus)	Valor Máximo Observado (Graus)	Valor Mínimo Observado (Graus)
Média	24,46	26,15	20,59
Máxima	62,93	115,28	47,52

**Tabela 4.4** Características das fraturas para na simulação que maximizou a produção de água e minimizou a produção de óleo.

Nesse caso, a média das inclinações se aproxima do maior valor observado. No entanto, a valor da inclinação máxima é ligeiramente menor do que o mostrado para o caso anterior, estando assim próximo do valor mínimo.

Na Figura 4.27 temos o comportamento das simulações que geraram os valores máximos e mínimos para a taxa de produção e produção acumulada de óleo e água. Fica evidente que há pouquíssima diferença entre os valores gerados. A diferença entre os valores médios máximo e mínimo é de 5% para a taxa e produção de óleo e 4% para a água. Os respectivos tempos de *breakthrough* são 252 dias para o valor mínimo e 301 dias para o caso máximo.



**Figura 4.27** Simulações máxima e mínima da taxa de produção e produção acumulada de água e óleo com relação a variação da inclinação das fraturas.

Esses resultados estão de acordo com o que foi mostrado na análise estatística da variação da inclinação das fraturas, onde se obteve valores muito baixos para o R de Pearson e valor F. Isso se reflete na pequena variação dos valores obtidos em cada simulação.

Essa mesma tendência se mantém para os parâmetros saturação no poço produtor, corte de água, pressão no poço injetor e pressão média. Onde as diferenças observadas entre os valores extremos é de 5%, com exceção do corte de água, cujo valor é de 15%.

## CAPÍTULO 5

# Conclusões

Serão expostos nessa seção as principais conclusões acerca dos resultados obtidos na seção anterior. De início abordaremos as conclusões quanto a simulação do modelo inicial e depois as conclusões sobre os resultados da análise estatística das simulações dos comprimentos e orientações das fraturas.

Pela simulação do modelo inicial vemos que a presença das fraturas afeta fortemente o perfil de deslocamento, porque causa instabilidades na interface de contato dos fluidos. Além disso, oferecem caminhos preferenciais para a água, o que ocasiona uma diminuição no arrasto do óleo, diminui o fator de recuperação e antecipando o tempo de *breakthrough*. Ainda como consequência da presença das fraturas temos o rápido declínio na taxa de produção de óleo e um aumento proporcional na taxa de produção de água após o tempo de *breakthrough*. Quanto a pressão no reservatório, pôde-se perceber que as fraturas ocasionam grandes variações nos valores medidos ao longo do meio poroso.

Com base nos dados das simulações da variação no comprimento das fraturas, observou-se que todos os parâmetros tem comportamento similar quando relacionados com o comprimento médio e com o comprimento máximo das fraturas em cada simulação, sendo que o primeiro caso tem um impacto ligeiramente maior. Para os dois casos os parâmetros fator de recuperação, tempo de *breakthrough*, taxa de produção, produção acumulada de óleo e as pressão no poço produtor e na matriz, apresentam tendências de queda, ocorrendo o oposto quando se trata da taxa de produção e produção acumulada de água, saturação no poço, razão água-óleo e corte de água.

Por meio da análise de variância os valores F indicaram que as correlações mais significativas com relação ao comprimento médio e máximo, ocorreram com a saturação no poço produtor, fator de recuperação e as taxas de produção de óleo e água. A produção acumulada desses fluidos e o tempo de *breakthrough* apresentaram um valor F mediano e as demais variáveis tiveram valores baixos, ainda que entre 50 e 150.

Quando se analisa os dados com relação ao comprimento mínimo das fraturas nota-se que as variáveis de simulação não parecem sofrer nenhum tipo de influência significativa com relação a esse parâmetro. Os valores F obtidos são extremamente baixos, muito próximos de 1, o que significa que muito provavelmente, não há uma nenhuma correlação significativa entre eles.

A observação dos valores máximos e mínimos observados nas simulações mostra também o grande impacto que as variações nos comprimentos das fraturas exercem sobre o comportamento do reservatório, já que os resultados foram muito discrepantes.

Os efeitos da variação da orientação das fraturas se mostram bem menos impactantes do que os observados para a variação do comprimento das fraturas. Quando se relaciona os parâmetros de simulação com a inclinação média, os gráficos mostram dados bem mais dispersos e com

tendências não tão claras e concisas. A análise dos valores F confirmam isso e mostram que todos os valores ficam abaixo de 50, o que indica uma baixa significância das correlações.

Para a inclinação máxima o efeito é ainda menor, com praticamente nenhum indício de correlação, tanto pelo valor do R de Pearson quanto pelos valores F, que são todos muito próximos de 1. Os valores obtidos para inclinação mínima são melhores do que para a máxima, porém ainda muito pequenos.

A análise dos valores máximo e mínimo obtidos nas simulações confirmam que as variações na orientação das fraturas tem muito pouco efeito sobre o comportamento do reservatório pois há muito pouca diferença entre esses valores.

Em resumo, as variações no comprimento das fraturas tem um impacto muito maior sobre o comportamento do reservatório do que a variações das inclinações, influenciando o regime de fluxo, o perfil de deslocamento e todas as variáveis de simulações apresentadas nesse estudo. Os valores médios dos comprimentos das fraturas é um bom indicador de qual deve ser o comportamento esperado do reservatório. Além disso, com base na análise das simulações quanto ao valor mínimo das fraturas, pode-se definir algum critério de corte para se realizar o processo de escalonamento no qual se baseia o modelo de fratura hierárquica.



## Referências Bibliográficas

- [Action, 2015] Action, Portal. 2015. *Modelos de Regressão*. [Online; accessed 15-Fevereiro-2018].
- [Ahmed, 2006] Ahmed, Tarek. 2006. *Reservoir Engineering Handbook*. 3 edn. Elsevier.
- [Bai *et al.* , 1994] Bai, Mai, Ma, Qinggang, & Roegiers, Jean Claude. 1994. A nonlinear dual-porosity model. *Applied Mathematical Modelling*, **18**(11), 602–610.
- [Barenblast & Zheltov, 1960] Barenblast, G. I., & Zheltov, Y. P. 1960. Fundamental Equations of Filtration of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks. *Soviet Physics Doklady*, **5**(Nov.), 522.
- [Barton, 1978] Barton, C.M. 1978. Presentation of Fracture Data for Rock Mechanics. *Proceedings of the 19th U. S. Symposium on Rock Mechanics, American Institute of Mining Engineers*, 39–40.
- [Barton & Zoback, 1992] Barton, Colleen A., & Zoback, Mark D. 1992. Self-similar distribution and properties of macroscopic fractures at depth in crystalline rock in the Cajon Pass Scientific Drill Hole. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **97**(B4), 5181–5200.
- [Bonnet *et al.* , 2001] Bonnet, E, Bour, O, Odling, N E, Davy, P, Main, I, Cowie, P, & Berkowitz, B. 2001. SCALING OF FRACTURE SYSTEMS IN GEOLOGICAL MEDIA. *Reviews of Geophysics*, **39**(3), 347–383.
- [Bonnet, 1996] Bonnet, Eric. 1996 (Nov.). *Localisation de la déformation dans les milieux fragile-ductile : approche expérimentale et application à la lithosphère continentale*. Theses, Université Rennes 1. Memoire de Goscience-Rennes n°81, 183 p., ISBN : 2-905534-80-7.
- [Bridges, 1976] Bridges, M.C. 1976. Presentation of Fracture Data for Rock Mechanics. *Proceedings 2nd Australian-New Zealand Conference on Geomechanics, Brisbane*, 144–148.
- [Call *et al.* , 1976] Call, R., Savely, J., Nicholas, D., Pincock, Allen, & Inc., Holt. 1976. Estimation of Joint Set Characteristics from Surface Mapping Data. *The 17th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*.
- [Carbotte & Macdonald, 1994] Carbotte, Suzanne, & Macdonald, Ken. 1994. Comparison of seafloor tectonic fabric at intermediate, fast, and super fast spreading ridges: Influence of

- spreading rate, plate motions, and ridge segmentation on fault patterns. *Journal of Geophysical Research*, **991**(07).
- [Chen, 2007] Chen, Zhangxin. 2007. *Reservoir Simulation Mathematical Techniques in Oil Recovery*. Calgary, Alberta, Canada: SIAM.
- [Chen *et al.* , 2006] Chen, Zhangxin, Huan, Guanren, & Ma, Yuanle. 2006. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. SIAM.
- [Cowie *et al.* , 1993] Cowie, Patience A., Scholz, Christopher H., Edwards, Margo, & Malinverno, Alberto. 1993. Fault strain and seismic coupling on mid-ocean ridges. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **98**(B10), 17911–17920.
- [Cruden, 1977] Cruden, D. M. 1977. Describing the size of discontinuities. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and*, **14**(3), 133–137.
- [Dake, 1987] Dake, L. P. 1987. *Reservoir Engineering*. 17 edn. Elsevier.
- [Davy, 1993] Davy, P. 1993. On the frequency-length distribution of the San Andreas Fault System. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **98**(B7), 12141–12151.
- [Davy *et al.* , 1995] Davy, P., Hansen, A., Bonnet, E., & Zhang, Shou-Zhu. 1995. Localization and fault growth in layered brittle-ductile systems: Implications for deformations of the continental lithosphere. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **100**(B4), 6281–6294.
- [de Dreuzy *et al.* , 2002] de Dreuzy, J.-R., Davy, P., & Bour, O. 2002. Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following power law distributions of length and aperture. *Water Resources Research*, **38**(12), 12–1–12–9. 1276.
- [Dershowitz, 1979] Dershowitz, W. S. 1979. *A Probabilistic Model for the Deformability of Jointed Rock Masses*. M.Phil. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- [Dershowitz & Einstein, 1988] Dershowitz, W. S., & Einstein, H. H. 1988. Characterizing rock joint geometry with joint system models. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **21**(1), 21–51.
- [Douglas *et al.* , 1991] Douglas, Jim, Hensley, Jeffrey L., & Arbogast, Todd. 1991. A dual-porosity model for waterflooding in naturally fractured reservoirs. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **87**(2-3), 157–174.
- [Einstein *et al.* , 1980] Einstein, H.H., Baecher, G.B., Veneziano, D., & et al. 1980. Risk Analysis for Rock Slopes in Open Pit Mines. *Final Technical Report. Publication No. R80-17, Order No. 669, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts*.
- [Geplan, 2017] Geplan. 2017. *Fractured Reservoirs*. [Online; accessed 10-Dezembro-2017].

- [Golf-Racht, 1982] Golf-Racht, T.D. 1982. *Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering*. Elsevier.
- [Gutierrez & Youn, 2015] Gutierrez, Marte, & Youn, Dong Joon. 2015. Effects of fracture distribution and length scale on the equivalent continuum elastic compliance of fractured rock masses. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, **7**(6), 626–637.
- [H. T *et al.* , 1983] H. T, Banks, Barcion, Victor, Burrige, John D. Buckmaster, Holland, Robert, Ewing, Richard E., Gross, Kenneth I., & J., Charles (eds). 1983. *THE MATHEMATICS OF RESERVOIR SIMULATION*. SIAM.
- [Hajibeygi, 2011] Hajibeygi, Hadi. 2011. *Iterative multiscale finite volume method for multiphase flow in porous media with complex physics*. Ph.D. thesis, ETH ZURICH.
- [Hansford & Fisher, 2009] Hansford, J., & Fisher, Q. 2009. The Influence of Fracture Closure from Petroleum Production from Naturally Fractured Reservoirs: A Simulation Modeling Approach. *AAPG Annual Convention*, **40442**.
- [Heffer & Bevan, 1990] Heffer, K J, & Bevan, T G. 1990. Scaling Relationships in Natural Fractures: Data, Theory, and Application. *Proceedings of European Petroleum Conference*, 367–376.
- [Hudson & Priest, 1979] Hudson, J A, & Priest, S D. 1979. Discontinuities and Rock Mass Geomem J. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, **16**(362), 339362.
- [Hudson & Priest, 1983] Hudson, J A, & Priest, S D. 1983. Discontinuity frequency in rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and*, **20**(2), 73–89.
- [Institute, 2011] Institute, New England Complex System. 2011. *Concepts: Power Law*. [Online; accessed 16-Novembro-2017].
- [Islam *et al.* , 2010] Islam, M, Mustafiz, S, Abou-Kassem, J, & Moussavizadegan, S. 2010. *Advanced Petroleum Reservoir Simulation*. Scrivener.
- [Jim Douglas & Arbogast, 1989] Jim Douglas, Jr, & Arbogast, Todd. 1989. Dual-porosity Models for Flow in Naturally Fractured Reservoirs. *Dynamics of Fluids In Hierarchical Porous Media*, 177 –211.
- [Kagan, 1997] Kagan, Y. Y. 1997. Seismic moment-frequency relation for shallow earthquakes: Regional comparison. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **102**(B2), 2835–2852.
- [Kohlbeck, 1985] Kohlbeck, F. 1985. Density Estimation in the Sphere Suitable for Application to Rock Joints. *Proc. Int. Syrup. on Fundamentals of Rock Joints*, 71–75.

- [Lee *et al.* , 2001] Lee, S, F. Lough, M, & L. Jensen, C. 2001. Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales. *Water Resources Research - WATER RESOUR RES*, **37**(03), 443–456.
- [Lee *et al.* , 2000] Lee, S.H., Jensen, C.L., & Lough, M.F. 2000. Efficient Finite-Difference Model for Flow in a Reservoir With Multiple Length-Scale Fractures. *SPE Journal*, **5**(03), 268–275.
- [Li & Lee, 2008] Li, Liyong, & Lee, Seong H. 2008. Efficient Field-Scale Simulation of Black Oil in a Naturally Fractured Reservoir Through Discrete Fracture Networks and Homogenized Media. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, **11**(04), 750–758.
- [Lie, 2015] Lie, Knut-Andreas. 2015. *An Introduction to Reservoir Simulation Using MATLAB*. SINTEF ICT.
- [Mahanta, 2016] Mahanta, Bankim. 2016. *Modelling rock fracture behaviour*. [Online; accessed 15-Dezembro-2017].
- [Main, 1996] Main, Ian. 1996. Statistical physics, seismogenesis, and seismic hazard. *Reviews of Geophysics*, **34**(4), 433–462.
- [Manuel García Manso & Martin-Gonzalez, 2008] Manuel García Manso, Juan, & Martin-Gonzalez, Juan. 2008. Leis de potência ou escala: sua aplicação ao fenômeno esportivo. *Fitness performance journal, ISSN 1519-9088, Nº. 3, 2008, pags. 195-202*, **7**(05).
- [McMahon, 1971] McMahon, B. 1971. A Statistical Method for the Design of Rock Slopes. *Proceedings 1st Australia-New Zealand Conference on Geomechanics*, 314–321.
- [Min, 2004] Min, Ki-bok. 2004. *Fractured Rock Masses as Equivalent Continua - A Numerical Study*. PhD Thesis, Royal Institute of Technology.
- [Mohammadi *et al.* , 2012] Mohammadi, H., Khaksar Manshad, A., & Montazeri, G. H. 2012. A reservoir Simulation Approach for Modeling of Naturally Fractured Reservoirs. *Egyptian Journal of Petroleum*, **21**(2), 125–133.
- [Nelson, 2001] Nelson, R.A. 2001. *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*. Second edi edn. Elsevier Inc.
- [Noorishad & Mehran, 1982] Noorishad, Jahan, & Mehran, Mohsen. 1982. An Upstream Finite Element Method for Solution of Transient Transport Equation in Fractured Porous Media. *Water Resources Research - WATER RESOUR RES*, **18**(06), 588–596.
- [Nur, 1982] Nur, Amos. 1982. The origin of tensile fracture lineaments. *Journal of Structural Geology*, **4**(1), 31–40.
- [Odling *et al.* , 1999] Odling, N. E., Gillespie, Paul, Bourgine, Bernard, C, CASTAING, JP, CHILES, N.P, CHRISTENSEN, E, FILLION, Genter, Albert, C, OLSEN, Thrane, Lena,

- Trice, Robert, E.S, AARSETH, J.J, WALSH, & J, WATTERSON. 1999. Variations in fracture system geometry and their implications for fluid flow in fractured hydrocarbon reservoirs. *Petroleum Geoscience*, **5**(11), 373–384.
- [Park *et al.* , 2001] Park, Young-Jin, de Dreuzy, Jean-Raynald, Lee, Kang-Kun, & Berkowitz, Brian. 2001. Transport and intersection mixing in random fracture networks with power law length distributions. *Water Resources Research*, **37**(10), 2493–2501.
- [Peaceman, 1978] Peaceman, D. W. 1978. Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation. *Society of Petroleum Engineers*, **18**(03).
- [Peaceman, 1977] Peaceman, Donald. 1977. *Fundamentals Of Reservoir Simulation*. 6 edn. Elsevier.
- [Pluimers, 2015] Pluimers, Sanders. 2015. *Hierarchical Fracture Modeling Approach*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology.
- [Poteri, 2001] Poteri, Antti. 2001. Estimation of the orientation distributions for fractures at Hästhölmén , Kivetty , Olkiluoto and Romuvaara. *Posiva*.
- [PRAT, 1990] PRAT, GIOVANNI DA. 1990. *Well Test Analysis For Fractured Reservoir Evaluation*. Caracas, Venezuela: Elsevier.
- [Priest & Hudson, 1976] Priest, S. D., & Hudson, J. 1976. Discontinuity Spacings in Rock. *Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences* **13**, 135–148.
- [Priest & Hudson, 1981] Priest, S. D., & Hudson, J. A. 1981. Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and*, **18**(3), 183–197.
- [Priest, 1993] Priest, Stephen D. 1993. *Discontinuity Analysis for Rock Engineering*. Dordrecht: Springer Netherlands.
- [Program, 2014] Program, USGS Earthquake Hazards. 2014. *Sedco 712 rig moves to drill Lancaster appraisal well*. [Online; accessed 11-Novembro-2017].
- [Robertson, 1970] Robertson, A. 1970. The Interpretation of Geological Factors for Use in Slope Stability. *Symposium on the Theoretical Background to the Planning of Open Pit Mines with Special Reference to Slope Stability*, 55–71.
- [ROSA *et al.* , 2006] ROSA, A. J., CARVALHO, R. S, & XAVIER, J.A.D. 2006. *Engenharia de Reservatórios de Petróleo*. 1 edn. Editora Interciência.
- [Rouleau & Gale, 1985] Rouleau, A., & Gale, J.E. 1985. Statistical Characterization of the Fracture System in the Stripa Granite , Sweden. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech*, **22**(6), 353–367.

- [Ryan *et al.* , 2000] Ryan, Jenny-Lynn, Lonerg, Lidia, & Joll, Richard J. H. 2000. Fracture spacing and orientation distributions for two-dimensional data sets. *Journal of Geophysical Research*, **105**, 305–320.
- [Saidi, 1983] Saidi, a.M. 1983. Simulation of Naturally Fractured Reservoirs. *Proceedings of SPE Reservoir Simulation Symposium*, v, 361–371.
- [Segall & Pollard, 1983] Segall, P., & Pollard, D. D. 1983. Joint Formation in Granitic Rock of the Sierra Nevada. *Geological Society of America Bulletin*, 563–575.
- [Shah *et al.* , 2016] Shah, Swej, Møyner, Olav, Tene, Matei, Lie, Knut Andreas, & Hajibeygi, Hadi. 2016. The multiscale restriction smoothed basis method for fractured porous media (F-MsRSB). *Journal of Computational Physics*, **318**, 36–57.
- [Singh & Nair, 2015] Singh, Yudhvir, & Nair, Rajesh R. 2015. Influence of fracture orientation distribution function on the estimates of gas-hydrate saturation of site 10 at Krishna-Godavari Basin, India. *Annals of Geophysics*, 1–9.
- [Snow, 1968] Snow, D.T. 1968. *Anisotropic Permeability of Fractured Rocks*. In: R. J. M. De Wiest (ed.), *Hydrology and Flow Through Porous Media*, Academic Press, New York.
- [Sornette *et al.* , 1993] Sornette, Anne, Davy, Philippe, & Sornette, Didier. 1993. Fault growth in brittle-ductile experiments and the mechanics of continental collisions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **98**(B7), 12111–12139.
- [Sornette & Sornette, 1999] Sornette, Didier, & Sornette, A. 1999. General theory of the modified Gutenberg-Richter law for large seismic moments. *Bull. seism. Soc. Am.*, **89**(06).
- [Trice, 2017] Trice, Robert. 2017. *Earthquake Lists, Maps, and Statistics*. [Online; accessed 16-Novembro-2017].
- [Uleberg & Kleppe, 2011] Uleberg, K, & Kleppe, J. 2011. Dual Porosity, Dual Permeability Formulation for Fractured Reservoir Simulation. *Reservoir Recovery Techniques*, 11–12.
- [Warren & Root, 1963] Warren, J E, & Root, P J. 1963. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal* V, **3**(3), 245–255.
- [Zimmerman *et al.* , 1992] Zimmerman, Robert W, Chen, Gang, & Bodvarsson, Gudmundur S. 1992. A dual-porosity reservoir model with an improved coupling term. *Pages 159–164 of: Seventeenth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering Stanford University*.

