



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós – Graduação  
Programa de Pós – Graduação em Ensino das Ciências  
Nível Mestrado

QUÉRCIA CARVALHO ELOI

**RELAÇÕES ENTRE O CONTRATO DIDÁTICO POTENCIAL  
(CDP) PROPOSTO NA ABORDAGEM DO LIVRO DIDÁTICO E O  
CONTRATO DIDÁTICO ESTABELECIDO ENTRE PROFESSOR E  
ALUNOS QUANDO SE TEM O SABER FUNÇÃO AFIM EM CENA  
EM UMA TURMA DE 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.**

Recife – PE  
2019

QUÉRCIA CARVALHO ELOI

**RELAÇÕES ENTRE O CONTRATO DIDÁTICO POTENCIAL  
(CDP) PROPOSTO NA ABORDAGEM DO LIVRO DIDÁTICO E O  
CONTRATO DIDÁTICO ESTABELECIDO ENTRE PROFESSOR E  
ALUNOS QUANDO SE TEM O SABER FUNÇÃO AFIM EM CENA  
EM UMA TURMA DE 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências e Matemática da Universidade Rural Federal de Pernambuco, realizado como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade

Recife – PE  
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE  
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

E48r Eloi, Quércia Carvalho

Relações entre o contrato didático potencial (CDP) proposto na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber função afim em cena em uma turma de 1º ano do ensino médio. / Quércia Carvalho Eloi. – 2019.  
201 f.: il.

Orientador(a): Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife, BR-PE, 2019.

Inclui referências.

1. Livros didáticos 2. Ensino médio 3. Contrato Didático 4. Função afim I. Andrade, Vladimir Lira Veras Xavier de, orient. II. Título

CDD 501

**RELAÇÕES ENTRE O CONTRATO DIDÁTICO POTENCIAL (CDP) PROPOSTO NA ABORDAGEM DO LIVRO DIDÁTICO E O CONTRATO DIDÁTICO ESTABELECIDO ENTRE PROFESSOR E ALUNOS QUANDO SE TEM O SABER FUNÇÃO AFIM EM CENA EM UMA TURMA DE 1º ANO DO ENSINO MÉDIO.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como parte do requisito para a obtenção do título de mestra em Ensino das Ciências.

Em: 19 de junho de 2019

**COMISSÃO AVALIADORA**

---

Prof. Dr. Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade  
Presidente / Orientador  
Departamento de Matemática – UFRPE

---

Profa. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima  
1º Examinadora Interna  
Departamento de Educação – UFRPE

---

Prof. Dr. Fernando Emilio Leite de Almeida  
1º Examinador Externo  
Instituto Federal de Pernambuco – IFPE

---

Profa. Dra. Marilene Rosa dos Santos  
2ª Examinadora Externa  
Universidade de Pernambuco – UPE

*Enquanto você não perder a fé nada estará perdido.*  
Rafael Magalhães

*Dedico este trabalho ao meu pai, José Aginaldo Eloi Lima,  
por ter me ensinado a lutar como uma verdadeira guerreira por meus sonhos.  
E à minha avó Terezinha Eloi Lima (in memoriam) por me fazer acreditar que  
mesmo nas mais árduas batalhas Deus está ao nosso lado.*

## AGRADECIMENTOS

O término do mestrado representa o fechamento de um importante ciclo profissional/pessoal na minha vida, a concretização de um grande sonho! O sonho da menina do interior que um dia vislumbrou a vida em uma grande universidade antes mesmo da oportunidade do mestrado. A realização desse sonho exigiu grandes esforços, algumas noites em claro, dias de preocupações e lágrimas (rsrsrs). Aproveito esse momento para agradecer às pessoas que 'abraçaram' meu sonho e me apoiaram ao longo dessa árdua caminhada. A cada um de vocês dedico uma música como símbolo do nosso elo.

### **A Deus, soberano dos céus e da terra**

Sem **Ele** nada disso seria possível! Agradeço pelo dom da vida, pelas pessoas que cruzaram meu caminho, por todas as oportunidades concedidas a mim e por aquela 'dose extra' de força que surgia nos momentos de adversidades. Percebo, hoje, que apesar das dificuldades o caminho não poderia ter sido trilhado de outra maneira, todos os períodos de conturbações me fortaleceram e me fizeram entender que é a fé que move montanhas, afinal "enquanto você não perder a fé nada estará perdido". A ti, senhor, dedico a música **Soberano Deus** (Padre Reginaldo Manzote)

### **Ao Super-Heroi sem capa**

Tudo que tenho e sou devo ao senhor, papai. Obrigada por ter feito dos meus sonhos seus próprios sonhos, por ter me ensinado a lutar incansavelmente pelos meus ideais, por acreditar que eu poderia superar todas as barreiras e conquistar o mundo bastando ter um pouco de fé e coragem! Obrigada por ser meu motivo de seguir em frente! "Toda pedra no caminho você pode retirar", ao senhor dedico **É preciso saber viver** (Roberto Carlos e Erasmo Carlos).

### **Aos segundos pais**

Agradeço aos meus avôs Otoniel da Silva Lima (*In memoriam*) e Terezinha Eloi Lima (*In memoriam*) por todos os incentivos e por terem compartilhado, com meus pais, minha criação. Vovô, talvez o senhor nunca imaginou que sua 'neguinha' pudesse chegar tão longe, hoje tenho certeza que me ilumina lá do céu e sente-se orgulhoso de mim. Minha querida vovó obrigada por está do meu lado nos momentos mais importantes da minha vida,

quando eu tive que bater asas e voar mais longe a senhora bateu suas asinhas e foi morar no céu. “Enquanto houver você do outro lado aqui do outro eu consigo me orientar” a vocês dedico **Anjo mais velho** (O Teatro mágico).

#### **À minha “Super” família.**

A minha querida e amada mãe Maria do Carmo Eloi, agradeço por os ensinamentos, por sempre ter acreditado incondicionalmente em mim, pelas palavras de incentivo e por sempre me animar com seu otimismo ao final de todos os dias, naquelas ligações às oito horas da noite. Obrigada pelo colo amigo em acolher as minhas dores. “É sobre saber que em algum lugar alguém zela por ti”, a senhora dedico **Trem bala** (Ana Vilela).

A minha melhor amiga, cúmplice, psicóloga, ‘filha’, à minha irmã Sara Larissa. Agradeço por sempre está ao meu lado e me defender com todas suas garras, pela paciência em escutar inúmeras vezes os meus problemas, por ter silenciado suas próprias dores para acolher as minhas e por me ensinar que as maiores alegrias da vida estão nos mais simples e singelos momentos. “Camarada leve a vida leve não deixe que ela escorregue e que te traga mais dor”, a você dedico **Camarada d’água** (O Teatro Mágico).

Aos meus amados irmãos Willian e Leonardo. A Willian agradeço por todos os incentivos, pelos momentos de risada, pela diversão nos sábados à noite, na casa de vovó, e por durante muito tempo suportar meus atrasos quando me levava para pegar o ônibus para o trabalho. Ao dono do sorriso mais lindo do mundo, Leozinho, te agradeço por toda doçura, pelos abraços sinceros e pelos olhares que transcendem de ternura e esperança. Obrigada por o orgulho que tinha de mim ao falar para às pessoas que sua irmã morava no Recife e fazia mestrado (mesmo sem entender ao certo do que se tratava). Vocês representam a responsabilidade de um homem e a inocência de uma criança, na situação paradoxal de voltar a ser criança e a ansiedade por ser ‘gente grande’, “é que a gente quer crescer e quando cresce quer voltar do início”, a vocês dedico **Era uma vez** (Kell Shimt)

Aos meus ‘pais interinos’ Tia Silvanei e Tio Renato que me acolheram durante esses dois anos do curso de mestrado. Agradeço a vocês não apenas pela hospedagem, mas por todo cuidado e todos os incentivos dirigidos a mim durante esse período, vocês foram verdadeiros pais! “Família, papai, mamãe, titia”, a vocês dedico **Família** (Titãs).

A minhas queridas Tias Betânia, Neide e Selma sempre tão presentes em minha vida! Como costumo dizer, vocês são muito mais que tias para mim, são verdadeiras mães! Palavras não seriam suficientes para expressar tamanha gratidão. Vocês são as verdadeiras “mulheres de fibra” que apesar de todas as dores nunca perdem a esperança de dias melhores. “Mas é preciso ter força, é preciso ter raça, é preciso ter garra sempre.”, a vocês dedico **Maria, Maria** (Elis Regina)

Aos meus primos Bianca, Izabele, José Augusto, Joana, Cristian, Raquel, Samuel e Rafael, os quais tive a oportunidade de conviver ‘mais de perto’ com cada um. Meninos obrigada por a companhia leve e divertida. Que vocês nunca percam a essência de criança e imaginem sempre um mundo melhor. “Numa folha qualquer eu desenho um sol amarelo”, a vocês dedico **Aquarela** (Toquinho).

A minha amada de doce Vovó ‘Zefa’ (*in memoriam*) obrigada por todo carinho, e pelo cuidado que a fazia perder noites de sono imaginando os perigos que eu estava correndo na cidade grande. Seu abraço acolhedor, sua voz doce e seu sorriso sincero estão para sempre em meu coração. “É fera e sabe machucar, mas a primeira a te curar”, a senhora dedico **Mulher** (Elba Ramanho).

Às irmãs que a vida me deu, Mickaelle e Leika. Meninas obrigada pela cumplicidade durante esses seis anos de amizade, pelas hospedagens na época da graduação (que não foram poucas rsrsrs), pelas mil e uma histórias compartilhadas, por terem agüentado todos os meus surtos e crises existenciais, mas acima de tudo por terem feito parte da minha vida estarem comigo nos dias de luta e de glória. Somos muito mais que melhores amigas, transcendemos a amizade e hoje somos irmãs de coração. E nunca se esqueçam “vai dar tudo certo”, a vocês dedico a música lema da nossa amizade **Vai dar tudo certo** (Waldecy Aguiar)

Ao meu irmão de fé, Gilvanir. A você agradeço por todo companheirismo, por ter personificado o sentido de amizade. Obrigada por todas as orações, e por ter me apoiado em tantos momentos de dificuldades. Acredite meu amigo “tenha fé em Deus, tenha fé na vida”, a você dedico **Tente outra vez** (Raul Seixas)

**Aos amados e queridos mestres**

Agradeço a todos os professores que participaram da minha formação hoje sou um reflexo dos seus exemplos, dos seus sonhos e dos seus incentivos. Obrigada por acreditarem em mim! Cito de maneira especial os professores do EREM Nossa Senhora do Perpétuo Socorro meus primeiros incentivadores e que me fizeram perceber que o céu é o limite para quem sonha. Marcione, Hiolanda, Valéria, Wagner (jamais esquecerei o “carequinha zoiudo”), Wilker, Fernando, Valdemir, Auricélia, Ademar, Zezinho, Cicleide e Rosana a vocês meu eterno respeito e agradecimento.

Aos tão especiais professores da Graduação Mauricio (meu 1º pai acadêmico), Elizângelo, Dâmocles e Cícero. Pessoas que me ensinaram a beleza da matemática e me inspiraram são exemplos de profissionais e pessoas! Saibam posso ter saído da matemática pura, mas, graças a vocês, a matemática pura jamais sairá de mim, seus ensinamentos estão guardados em um lugar bastante especial no meu coração. Destaco neste momento o professor Diógenes (2º pai acadêmico) responsável por me apresentar à Educação Matemática, obrigada por ter segurado minha mão neste belo caminho que é a Educação, ao senhor minha eterna gratidão. Vocês me ensinaram mais que conhecimentos escolares, me ensinaram sobre a vida, “a nossa professora sugeria que a gente virasse a página e era um jeito interessante de descobrir a graça que há nos recomeços”, a vocês dedico **O caderno** (Padre Fábio de Melo).

Á todos os professores e funcionários do PPGEC pela contribuição no desenvolvimento deste trabalho. Destaco de modo especial a Professora Anna Paula por ser mais que meu referencial teórico, ser uma pessoa acolhedora, por todas as mensagens trocadas no whatsapp, pela escuta amiga, por ter um coração lindo, enfim por ser minha “avó” acadêmica. “There will be na answer, let it be”, a você dedico **Let it be** (The Beatles)

Ao querido orientador Prof. Vladimir pessoa iluminada a qual tenho profundo carinho, respeito e admiração. Agradeço pelas orientações que quase sempre acabavam em seções de terapia, agradeço pelo olhar sensível e humano sempre compreendendo minhas angustias e limitações e me mostrando que “todas as coisas tem uma razão de ser”. O senhor foi um dos grandes presentes que ganhei no decorrer dessa trajetória. “Enquanto o tempo

acelera e pede pressa eu me recuso, faço hora, vou na valsa a vida é tão rara”, ao senhor dedico **Paciência** (Lenine).

### **Aos amigos**

Aos meus queridos amigos que cruzaram minha vida em momentos distintos tornando-o cada um especial a sua maneira. Agradeço a Ângela, Marcel, Felipe, Lucivânio, José Luiz, Eduardo Lucas e Aleff por todas as ajudas, por os momentos de descontração e acima de tudo por acreditarem em mim. Que sempre tenhamos garra para lutar pelos nossos sonhos, para construirmos nossos caminhos “é caminhando que se faz o caminho”, a vocês dedico **Enquanto houver sol** (Titãs)

Às companheiras de ‘bads acadêmicas” Aline, Geryticia, Ana, Estefânia, Beatriz e Monalisa, meninas a caminhada com vocês tornou-se mais leve e divertida. Nosso grupo do whatsapp tornou-se um mundo paralelo onde podíamos chorar, desabafar e falar das nossas angustias e perrengues. Conhecer vocês foi um verdadeiro presente! Com o mestrado aprendemos a ser mais resilientes, aprendemos a ‘dançar na chuva’, “ you can dance, you can jive, having the time of your life”, a vocês dedico **Dancing Queen** (Abba).

À Cris amiga querida que se tornou minha “mãe” durante o mestrado. Agradeço-te pelo apoio e parceria, pelas conversas leves no RU, mas acima de tudo por ser uma pessoa tão encantadora emanando paz e energia positiva por onde passa. Você é uma verdadeira pérola! “Nem tudo pode ser perfeito, pode ser fácil se você ver o mundo de outro jeito”, a você dedico **Não olhe para trás** (Capital Inicial).

### **Ao meu amor**

Ao meu namorado Thiago, meu companheiro de batalha e sonhos, obrigada por ser essa pessoa tão especial em minha vida e por ter suportado todos meus estresses durante o período da escrita. Sou grata por a maneira perfeita na qual Deus entrelaçou nossos caminhos, nos fez entender que nada foi por acaso. Agradeço-te por voar junto comigo, pelo apoio, pela paciência, pelas tardes descontraídas de domingo, pelos abraços acolhedores, por enxugar minhas lágrimas e por me inspirar a sempre querer ser alguém melhor (Juntos somos imbatíveis!). “Should this be the last thing i see i want you to know it's enough for me cause all that you are is all that I'll ever need”. Dedico-te **Tenerife Sea** (Ed Sheeran)

### **Aos que tornaram possível a realização dessa pesquisa**

Por fim agradeço àqueles que tornaram possível a realização dessa pesquisa. Agradeço aos professores Marcelo, Cristiane e Cintia que no momento em que eu estava desesperada gentilmente “abriam” as portas da sua escola (campo de pesquisa desse estudo) para que eu pudesse investigá-la. Agradeço de modo especial ao Professor “João” por toda sua bondade em me acolher na sua sala de aula durante o período de filmagem. Agradeço, também, aos professores que compõem a banca, Professor Fernando e Professora Marilene, obrigada pelas frutíferas contribuições para o aperfeiçoamento desse trabalho. Vocês são profissionais exímios, nunca deixem de imaginar um futuro bonito para a educação, “imagine all the people living for today”, a vocês dedico **Imagine** (John Lennon).

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar as relações entre o contrato didático potencial presente na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber Função Afim em cena. Elegemos como referencial teórico a noção de Contrato Didático, partindo das discussões acerca dessa noção propomos o termo Contrato Didático Potencial o qual compreende a definição dos elementos contratuais já discutidos na literatura sob a ótica do livro didático. Participaram da nossa pesquisa um professor e seus respectivos alunos de uma escola do município de Itapissuma. Optamos por uma metodologia de pesquisa qualitativa de cunho etnográfico, a qual compreendeu a análise do contrato didático potencial presente na abordagem do livro didático, a análise do contrato didático estabelecido na sala de aula e a análise das aproximações e distanciamentos entre esses dois contratos. Identificamos no livro didático expectativas quanto ao trabalho com a Função Afim e a existência de regras explícitas e implícitas potenciais, indícios de efeitos de contrato e indícios de rupturas. Da mesma maneira identificamos no contrato didático o surgimento de regras explícitas e implícitas, efeitos contratuais, rupturas, renegociações e reorganizações contratuais. No que se refere à relação entre o contrato didático e o contrato didático potencial verificamos que existe uma relação de aproximação, em alguns aspectos, entre esses dois contratos, a qual compreende o atendimento de duas das expectativas do livro didático (EXP.1 e EXP.2), quatro regras (RE.4 e RIP.3; RE.8 e REP.2; RE.11 e REP.4 e RE. 13, RIP.5 e RIP.6) e dois efeitos contratuais (ECU.7 e EPU.2; ECT.12 e EPT.3). Entretanto, embora haja essa relação de aproximação o quantitativo de elementos de contrato potencial reproduzidos no sistema didático representam apenas uma pequena fração em relação aos demais elementos contratuais. Logo, entendemos a partir desses apontamentos que o contrato didático institui-se “além” daquilo que é proposto no contrato didático potencial.

**Palavras – chave:** Contrato Didático, Contrato Didático Potencial e Função Afim.

## ABSTRACT

This work aims to establish the relationship between the Potential Didactic Contract present in the textbook approach and the didactic contract made between the teacher and the students when the concept Affine Function is in scene. We chose as a theoretical reference the idea of didactic contract, starting from the discussions about this idea we propose the term Potential Didactic Contract which includes the definition of the contractual elements already discussed in the literature from the point of view of the textbook. A teacher and their respective students from a school in the municipality of Itapissuma participated in our research. We opted for a qualitative methodology of ethnographic research, which included the analysis of the Potential Didactic Contract in the textbook approach, the analysis of the didactic contract established in the classroom and the analysis of the approximations and distances between these two contracts. We have identified expectations in the textbook for work with Affine Function and the existence of potential explicit and implicit rules, evidence of contract effects and evidence of ruptures. In the same way we identified in the didactic contract the emergence of explicit and implicit rules, contractual effects, ruptures, renegotiations and contractual reorganizations. Regarding the relationship between the didactic contract and the potential didactic contract, it was verified that there is a relation of approximation in some aspects between these two contracts, which includes meeting two expectations (EXP.1 and EXP.2) of the textbook, four rules (RE. 4 and RIP.3, RE.8 and REP.2, RE.11 and REP.4 and RE.13, RIP.5 and RIP.6) and two contractual effects (ECU.7 and EPU.2, ECT.12 and EPT.3). However, although there is this relation of approximation, the quantitative elements of potential contract reproduced in the didactic system represent only a small fraction in relation to the other contractual elements. Therefore, we understand from these observations that the didactic contract is established "beyond" what is proposed in the potential didactic contract.

**Key words:** Didactic Contract, Potential Didactic Contract and Affine Function

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 1 – Triângulo das Situações Didáticas                                                      | 35  |
| Figura 2 - Representação da Assimetria em Relação ao Saber                                        | 36  |
| Figura 3 - Função do Contrato Didático de criar e ampliar os espaços de diálogos na sala de aula. | 37  |
| Figura 4 - Esquema de Relações com o Livro Didático na sala de aula                               | 43  |
| Figura 5 - Quadro de divisão de responsabilidades no Livro Didático                               | 44  |
| Figura 6 – Exemplo de expectativa                                                                 | 50  |
| Figura 7 - Exemplo do Efeito Uso Abusivo de Analogias Potencial                                   | 55  |
| Figura 8 - Exemplo do Efeito Deslize Metacognitivo                                                | 56  |
| Figura 9 - Exemplo de uma ruptura Potencial                                                       | 57  |
| Figura 10 - Gráfico da função $f(x) = - 2x + 2$                                                   | 62  |
| Figura 11 – Gráfico da função $g(x) = 2x - 1$                                                     | 62  |
| Figura 12 - Gráfico da Função Linear ( $f(x) = 2x$ )                                              | 64  |
| Figura 13 - Gráfico da Função Constante ( $f(x) = 2$ )                                            | 65  |
| Figura 14 - Esquema de Análise de Dados                                                           | 86  |
| Figura 15 - Recorte do LD - L. de formação primeira situação                                      | 90  |
| Figura 16 - Recorte do LD - L. de formação segunda situação                                       | 90  |
| Figura 17 - Recorte do LD - L. de formação terceira situação                                      | 90  |
| Figura 18 - Recorte do LD - Questões sobre a composição da FA                                     | 92  |
| Figura 19 - Recorte do LD - Definição da FA                                                       | 93  |
| Figura 20 - Recorte do LD – L. de Formação quarta situação                                        | 94  |
| Figura 21 - Ex. 1 Lei de Formação                                                                 | 97  |
| Figura 22 - Recorte do LD – Ex. 1 sobre Lei de Formação                                           | 98  |
| Figura 23 – Recorte do LD – Ex. 2 sobre Lei de Formação                                           | 99  |
| Figura 24 - Recorte do LD – Ex. 3 sobre Lei de Formação                                           | 101 |

|                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 25 - Recorte do LD – Ex. 4 sobre Lei de Formação           | 102 |
| Figura 26 - Recorte do LD – Ex. 5 sobre Lei de Formação           | 103 |
| Figura 27 - Recorte do LD - Introdução ao estudo dos gráficos     | 106 |
| Figura 28 - Recorte do LD - Traçado gráficos                      | 107 |
| Figura 29 - Recorte do LD – Exp. 1 sobre Gráficos                 | 108 |
| Figura 30 - Recorte do LD – Exp. 2 sobre Gráficos                 | 108 |
| Figura 31 - Recorte do LD – Exp. 4 sobre Gráficos- F. Linear      | 110 |
| Figura 32 - Recorte do LD – Exp. 5 sobre Gráficos - F. Identidade | 110 |
| Figura 33 - Recorte do LD – Exp. 5 sobre Gráficos - F. Constante  | 111 |
| Figura 34 - Recorte do Livro - Ex.1 sobre Gráfico                 | 113 |
| Figura 35 - Recorte do Livro - Ex.2 sobre Gráfico                 | 113 |
| Figura 36 - Recorte do Livro - Ex.3 sobre Gráfico                 | 114 |

## LISTA DE QUADROS

|                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| Quadro 1 - Quadro Síntese dos Elementos de Contrato Didático Potencial    | 58  |
| Quadro 2 - Síntese metodológica da pesquisa                               | 75  |
| Quadro 3 - Critérios para a análise do Livro Didático                     | 80  |
| Quadro 4 - Critérios de análise para as aulas do Professor                | 82  |
| Quadro 5 - Quadro Síntese dos elementos do CDP (parte 1)                  | 115 |
| Quadro 6 - Quadro Síntese dos elementos do CDP (parte 2)                  | 116 |
| Quadro 7 - Recorte da transcrição da aula 1                               | 118 |
| Quadro 8 - Recorte da transcrição da aula 2                               | 120 |
| Quadro 9 - Recorte da transcrição da aula 3                               | 123 |
| Quadro 10 - Elementos de CD identificados na introdução do conceito de FA | 124 |
| Quadro 11 - Recorte da transcrição da aula 4                              | 126 |
| Quadro 12 - Recorte da transcrição da aula 5                              | 129 |
| Quadro 13 - Recorte da transcrição da aula 6                              | 131 |
| Quadro 14 - Recorte da transcrição da aula 7                              | 131 |
| Quadro 15 - Recorte da transcrição da aula 8                              | 133 |
| Quadro 16 - Recorte da transcrição da aula 9                              | 136 |
| Quadro 17 - Recorte da transcrição da aula 10                             | 139 |
| Quadro 18- Recorte da transcrição da aula 11                              | 141 |
| Quadro 19 - Recorte da transcrição da aula 12                             | 142 |
| Quadro 20 - Recorte da transcrição da aula 13                             | 144 |
| Quadro 21 - Recorte da transcrição da aula 14                             | 145 |
| Quadro 22 - Recorte da transcrição da aula 15                             | 148 |
| Quadro 23 - Recorte da transcrição da aula 16                             | 149 |
| Quadro 24 - Recorte da transcrição da aula 17                             | 151 |

|                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Quadro 25 - Recorte da transcrição da aula 18                                                       | 151 |
| Quadro 26 - Recorte da transcrição da aula 19                                                       | 153 |
| Quadro 27 – Elementos de CD identificados na exploração do conceito de Lei de Formação da FA        | 154 |
| Quadro 28 - Recorte da transcrição da aula 20                                                       | 156 |
| Quadro 29 - Recorte da transcrição da aula 21                                                       | 158 |
| Quadro 30 - Recorte da transcrição da aula 22                                                       | 159 |
| Quadro 31 - Recorte da transcrição da aula 23                                                       | 160 |
| Quadro 32 - Recorte da transcrição da aula 24                                                       | 163 |
| Quadro 33 - Recorte da transcrição da aula 25                                                       | 165 |
| Quadro 34 - Elementos de CD identificados na abordagem dos exercícios sobre a Lei de Formação da FA | 166 |
| Quadro 35 - Recorte da transcrição da aula 26                                                       | 168 |
| Quadro 36 - Recorte da transcrição da aula 27                                                       | 169 |
| Quadro 37 - Recorte da transcrição da aula 28                                                       | 171 |
| Quadro 38 - Recorte da transcrição da aula 29                                                       | 174 |
| Quadro 39 - Recorte da transcrição da aula 30                                                       | 175 |
| Quadro 40 - Recorte da transcrição da aula 31                                                       | 177 |
| Quadro 41 - Recorte da transcrição da aula 32                                                       | 178 |
| Quadro 42 - Recorte da transcrição da aula 33                                                       | 179 |
| Quadro 43 - Elementos identificados na exploração do conceito de Gráfico da FA                      | 179 |
| Quadro 44 - Síntese das aproximações entre o CD e o CDP                                             | 185 |

## SUMÁRIO

|                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>INTRODUÇÃO</b>                                                         | 20 |
| <b>1. O CONTRATO DIDÁTICO</b>                                             | 29 |
| 1.1 Construindo o Conceito de Contrato Didático                           | 29 |
| 1.1.1 Do contrato stricto sensu ao contrato social                        | 29 |
| 1.1.2 Do Contrato Pedagógico ao Contrato Didático                         | 31 |
| 1.2 Aprofundando o conceito de Contrato Didático                          | 32 |
| 1.3 A Dinâmica do Contrato Didático                                       | 35 |
| 1.4 Efeitos de Contrato                                                   | 38 |
| 1.5 O Contrato Didático Potencial                                         | 41 |
| 1.5.1 Relações entre sala de aula e o Livro Didático                      | 42 |
| 1.5.2 Do Contrato Didático ao Contrato Didático Potencial (CDP)           | 44 |
| 1.5.2.1 Estudos que alicerçam a proposição do CDP                         | 44 |
| 1.5.2.2 A proposição do Contrato Didático Potencial                       | 47 |
| 1.5.2.2.1 Elementos do Contrato Didático Potencial                        | 48 |
| 1.5.2.2.1.1 Expectativas                                                  | 49 |
| 1.5.2.2.1.2 Regras de Contrato Potenciais                                 | 51 |
| 1.5.2.2.1.2.1 Regras Explícitas Potenciais                                | 51 |
| 1.5.2.2.1.2.2 Regras Implícitas Potenciais                                | 52 |
| 1.5.2.2.1.3 Índícios de Efeitos de Contrato                               | 53 |
| 1.5.2.2.1.3.1 Efeito Topázio                                              | 53 |
| 1.5.2.2.1.3.2 Uso Abusivo de Analogia                                     | 54 |
| 1.5.2.2.1.3.3 Deslize Metacognitivo                                       | 55 |
| 1.5.2.2.1.4 Índícios Rupturas                                             | 56 |
| <b>2. O SABER: A FUNÇÃO AFIM</b>                                          | 60 |
| 2.1 Elementos históricos constitutivos da Função Afim                     | 60 |
| 2.2 A Função Afim enquanto Objeto Matemático                              | 63 |
| 2.3 A Função Afim nos Documentos curriculares oficiais                    | 66 |
| 2.3.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)                          | 67 |
| 2.3.2 As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)              | 69 |
| 2.3.3 Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental e Médio de Pernambuco | 70 |

|                                                                                       |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.3.3.1 O conceito de Função no Ensino Fundamental Anos Finais                        | 71        |
| 2.3.3.2 O conceito de Função no Ensino Médio                                          | 71        |
| <b>3. ABORDAGEM METODOLOGICA</b>                                                      | <b>74</b> |
| 3.1 Natureza da pesquisa                                                              | 74        |
| 3.2 Objetivos da Pesquisa                                                             | 75        |
| 3.3 Os sujeitos e campo de pesquisa                                                   | 76        |
| 3.4 Etapas da Pesquisa                                                                | 78        |
| 3.4.1 Análise Documental do Livro Didático                                            | 79        |
| 3.4.1.1 Critérios de Análise para o Livro Didático                                    | 81        |
| 3.4.2 Observações das aulas do professor de Matemática                                | 82        |
| 3.4.2.1 Instrumento de Construção de Dados                                            | 83        |
| 3.4.2.2 Critérios de Análise das aulas do professor                                   | 84        |
| 3.4.3 Aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD estabelecido na sala de aula. | 86        |
| <b>4. ABORDAGEM ANÁLITICA DOS DADOS</b>                                               | <b>86</b> |
| 4.1 Esquema de análise de dados                                                       | 86        |
| 4.2 Análise do Livro Didático                                                         | 87        |
| 4.2.1 Análise do Contrato Didático Potencial                                          | 88        |
| 4.2.1.1 Lei de Formação                                                               | 88        |
| 4.2.1.1.1 Análise do Manual do Professor                                              | 88        |
| 4.2.1.1.2 Análise do Texto-aula                                                       | 89        |
| 4.2.1.1.3 Análise dos Exercícios                                                      | 97        |
| 4.2.1.2 Gráfico da FA                                                                 | 105       |
| 4.2.1.2.1 Análise do Manual do Professor                                              | 105       |
| 4.2.1.2.2 Análise do Texto-aula                                                       | 107       |
| 4.2.1.2.3 Análise dos Exercícios                                                      | 114       |
| 4.3 Análise das aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD                     | 117       |
| 4.3.1 Apresentação inicial ao saber Função Afim                                       | 118       |
| 4.3.2 Análise das aulas com o uso do LD                                               | 126       |
| 4.3.2.1 Lei de Formação                                                               | 126       |
| 4.3.2.1.1 Exploração do conceito da Lei de Formação                                   | 126       |
| 4.3.2.1.2 Exploração dos exercícios relacionados à Lei de Formação                    | 156       |
| 4.3.2.2 Gráfico da FA                                                                 | 167       |

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.2.2.1 Exploração do conceito de gráfico da FA                     | 167 |
| 4.3.3 Síntese das aproximações e distanciamentos entre e o CDP e o CD | 181 |
| 4.3.3.1 Expectativas                                                  | 181 |
| 4.3.3.2 Regras contratuais                                            | 181 |
| 4.3.3.3 Efeitos contratuais                                           | 184 |
| 4.3.3.4 Rupturas                                                      | 185 |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>                                           | 188 |
| <b>REFERÊNCIAS</b>                                                    | 195 |

# INTRODUÇÃO

Nesse tópico apresentaremos um panorama geral sobre nosso objeto de estudo: nossas opções teóricas e metodológicas e as motivações e justificativas para realização dessa pesquisa. Ele está dividido em quatro seções: Trajetória profissional da pesquisadora, Problemática; Objetivos da Pesquisa e Apresentação da Dissertação.

Em um primeiro momento julgamos ser relevante apresentar o percurso profissional da pesquisadora, uma vez que este trabalho é fruto das suas pretensões e escolhas feitas ao longo da sua trajetória. Em um segundo momento discutiremos nossa problemática, adentrando nos alicerces teóricos que sustentam nossos objetivos. Na terceira sessão discorreremos sobre os objetivos da pesquisa, bem como as etapas metodologias a eles atreladas. E por último apresentaremos a forma em que os capítulos dessa dissertação estão organizados.

## **Trajetória Profissional da Pesquisadora**

Entendemos que este trabalho é fruto de uma série de experiências vivenciadas durante a trajetória da pesquisadora enquanto estudante e enquanto professora, dessa maneira apresentaremos nesse momento alguns dos fatos que influenciaram suas escolhas.

Durante seu percurso na Educação Básica, a pesquisadora desenvolveu o interesse pela busca de conhecimento, interessando-se pela área das ciências exatas, de modo específico pela matemática. Ainda nesse período vislumbrou o desejo por algum curso do Ensino Superior nesta área. Sua escolha pela Licenciatura em Matemática deu-se durante o Ensino Médio quando realizava grupos de monitoria com seus colegas de classe ministrando aulas de revisão, tendo seu interesse pela docência despertado. Nesse contexto o Curso de Licenciatura em Matemática aliará seus interesses de atuação na docência e sua paixão pela matemática.

O contato com a Educação Matemática surgiu ainda no início da sua graduação, no 2º período, quando começou a fazer parte de um Grupo de Estudos na área de Educação Matemática, cujas discussões giravam em torno de algumas

das teorias da Didática da Matemática (DM) de influencia francesa, tais com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Nesse grupo conheceu os Fenômenos Didáticos, interessando-se em especial pela noção de Contrato Didático.

No 3º período do curso a pesquisadora iniciou suas atividades de docência, o que veio a endossar seu interesse pela Educação Matemática. No decorrer da sua graduação, à medida que aprofundava suas discussões sobre Didática da Matemática e ampliava suas experiências enquanto docente, a pesquisadora sentia-se instigada a entrar na sala de aula de matemática sob a ótica de pesquisadora, investigar os fenômenos que permeiam as relações entre o saber matemático, o professor e os alunos. Diante desse contexto surge sua motivação em ingressar em um curso de mestrado, tendo em vista que esta ampliaria suas possibilidades enquanto pesquisadora.

### **Problemática**

Conforme supracitado no tópico anterior este trabalho ancora-se nos pressupostos teóricos e metodológicos da Didática da Matemática de Influência Francesa, segundo Almeida (2016) esta área de investigação surgiu na França entre o final dos anos 60 e início dos anos 70 com a criação dos Institutos de Pesquisa no Ensino de Matemática (IREM). As discussões disseminadas nesses institutos ganharam força inicialmente nos países francófonos, e posteriormente em países como o Brasil e a Espanha.

Ainda de acordo com o mesmo autor os primeiros estudos, nesse campo de investigação, foram liderados por Guy Brousseau (1986) e seus colaboradores (VERGNAUD; CORTES, 1986; CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001; BESSOT, 2003; MARGOLINAS, 1998) tendo interesse principal em investigar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, bem como entender e elaborar modelos explicativos para o funcionamento da sala de aula.

Para Chevallard *et al* (2001) a DM caracteriza-se como uma ciência cuja preocupação principal está no funcionamento do Sistema Didático e nos fenômenos que dele emergem. O Sistema Didático compreende três elementos que se configuram como partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa. Dois elementos humanos, o professor e o aluno, e um elemento “não – humano”, o saber

(SCHUBAUER – LEONI, 1998). Dessa maneira o Sistema Didático constitui-se no momento em que é instituída uma relação triangular envolvendo professor, aluno e saber, denominada por Brousseau (1986) de relação didática.

Uma relação didática se estabelece a partir do momento em que algumas pessoas se deparam com um problema, cuja resposta não seja evidente e decidem fazer algo para resolvê-lo. Nesse contexto, as pessoas assumem o papel de estudantes, podendo recorrer à ajuda de um coordenador, no caso o professor. Logo, o saber deve ser reconstruído pelo aluno na sala de aula em função de tal relação que, por sua vez, é mediatizada pelo saber, conduzida pelo professor e negociada com o aluno (CHEVALLARD et al, 2001).

Para Cavalcante (2018) há na DM uma preocupação essencial em explicar e teorizar os fenômenos didáticos. Estes fenômenos estão intimamente relacionados à construção de significados na sala de aula, dessa maneira sua investigação é fundamental para a análise da Relação Didática (BRITO MENEZES, 2006). De acordo com Brousseau (1998) os fenômenos didáticos estão ligados ao controle da transposição didática, e seu estudo e sua ‘investigação implica em construir um modelo; modelo esse que é produzido a partir da análise dos protagonistas da relação didática e das exigências ligadas a ela.

Dentre os fenômenos didáticos que foram teorizados no âmbito da Didática da Matemática, destacamos o Contrato didático. De maneira sucinta o Contrato didático diz respeito às regras, resultantes da relação didática, que condicionam a dinâmica da sala de aula, estabelecendo as expectativas que cada um dos sujeitos (professor e aluno) tem em relação ao outro e quais suas responsabilidades em relação à gestão do saber.

A noção de Contrato Didático foi proposta por Brousseau (1986) com o intuito de compreender como professor e aluno relacionam-se entre si e com o saber na relação didática. Esta noção tem inspirado diversos estudos (ALMEIDA, 2009; 2016; ARAÚJO, 2009; ROSA DOS SANTOS, 2005; BRITO MENEZES, 2006; MEDEIROS, 1999; NÓBREGA, 2010; SILVA, 2016; SOUZA, 2011; OLVEIRA, 2010) cujo objetivo é compreender e dar subsídios ao funcionamento da sala de aula.

Embora o contrato didático seja definido a partir de expectativas, direitos e deveres de professores e alunos “existindo”, portanto, na sala de aula, acreditamos que a abordagem do livro didático espelha um possível contrato didático para

professores e alunos hipotéticos usuários do livro didático, por nós definido como Contrato Didático Potencial.

O termo Contrato Didático Potencial não se encontra originalmente definido na literatura dessa maneira configura-se como uma contribuição do nosso trabalho, referindo-se ao contrato didático presente na abordagem do Livro Didático. Entendemos o livro didático enquanto portador de escolhas a respeito de determinado saber (CARVALHO; LIMA, 2010), sendo escrito para professor e alunos hipotéticos, possuindo, nesse contexto, expectativas quanto ao trabalho com o saber em sala de aula, isto é, “sementes” do que deverá ser negociado.

A adoção da palavra potencial para a composição do termo justifica-se pelo fato do Contrato Didático Potencial ser definido no Livro Didático em termos de intenções de negociação, havendo, nesse sentido, a expectativa de que professor e alunos usuários desse recurso “reproduzam” tal contrato em sala de aula, logo, esse termo compreende um contrato com potencial para ser instaurado em sala de aula.

A discussão acerca do Contrato Didático Potencial encontra-se alicerçada nos estudos de Bessot e Le Thi Hoai (1994) e Rosa dos Santos (2005), os quais analisaram o livro didático a partir da ótica do contrato didático, destacamos que embora a noção do Contrato Didático Potencial permeie tais estudos não há neles a menção nem a definição da mesma. Estas autoras ancoram-se na hipótese de que as inter-relações estabelecidas entre texto-aula (sob responsabilidade do professor) do livro e os exercícios (sob responsabilidade do aluno) revelam, em parte, um contrato didático, tendo em vista que elas especificam o conjunto de ações legitimamente exigidas dos alunos pelo professor que adota o livro didático e reconhecidas como tal pelos alunos em relação ao conhecimento matemático, gerando, dessa maneira, expectativas nos parceiros didáticos (professor e alunos) um perante o outro e conseqüentemente indícios de regras de contrato.

Partindo desses estudos pretendemos aprofundar as discussões dessas autoras por meio do Contrato Didático Potencial. Entendemos que o livro didático, conforme discutido nas linhas anteriores possui intenções de negociações a respeito de determinado saber, carregando consigo toda uma organização sobre como tal saber deve ser explorado em sala de aula, isto é, expectativas quanto a seu trabalho, regularidades, pontos de reflexão onde há “rupturas” de regularidades e elementos que tendem a facilitar as tarefas designadas aos alunos. Isto posto,

acreditamos existir uma aproximação entre os elementos do livro didático e possíveis elementos contratuais, nesse contexto, definimos os elementos de contrato potencial: expectativas, regras potenciais, indícios de rupturas e indícios de efeitos de contrato.

Logo, pretendemos investigar quais as relações existem entre o Contrato Didático Potencial e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos usuários desse recurso. Destacamos que o Livro Didático constitui-se como elemento importante nas salas de aulas das escolas brasileiras, sendo um dos principais representantes do saber e possuindo estreitas relações com o professor, no que se refere ao auxílio em seu planejamento, e com o aluno, no que refere ao apoio em seus estudos (LIMA, 2006; RAMOS DE ALMEIDA, 2011; LUCENA, 2013).

Diante desse contexto o Livro Didático está imerso em uma complexa rede de relações envolvendo professor, aluno e saber (CARVALHO; LIMA, 2010), os quais constituem-se como os elementos constitutivos do Sistema Didático, nesse sentido acreditamos que esse recurso pode exercer influencia nas relações estabelecidas entre tais elementos.

No que diz respeito a relação entre livro didático e contrato didático apontamos os resultados obtidos pelo trabalho desenvolvido por Bessot e Le Thi Hoai (1994), o qual pretendia analisar os procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, a respeito da raiz quadrada, quando estes são postos em situações onde há a ruptura com as regras vigentes no livro didático. Tais resultados sinalizam que mesmo em contexto de rupturas os alunos “forçam” a vigência dessas regras ou operam conforme outros contratos. Interpretamos que o ato de “forçar” a vigência de tais regras indica que há uma aproximação entre as regras de contrato didático presentes no livro didático e aquelas sob as quais o aluno funciona.

Com o objetivo de analisar as aproximações entre a abordagem do livro didático e os procedimentos de resolução utilizados pelos alunos em problemas envolvendo a área do paralelogramo Rosa dos Santos (2005), assim como Bessot e Le Thi Hoai (1994), investigou os procedimentos mobilizados pelos alunos na resolução de problemas onde as regras vigentes no livro didático eram rompidas. Os resultados evidenciaram que os alunos apresentaram uma espécie “bloqueio” diante de problemas que envolviam a ruptura de determinadas regras, para a autora esse comportamento indica que tal regra está instaurada tanto no livro didático quanto no

contrato didático que rege os procedimentos de resolução dos alunos.

Em seu trabalho Araújo (2009), pretendendo investigar o desenvolvimento de estratégias metacognitivas a partir rompimento do Contrato Didático, evidenciou que esse rompimento só foi possível a partir da inserção de problemas diferentes daqueles presentes no livro didático, revelando, em certa medida, uma aproximação entre o contrato didático da sala de aula estudada e aquele presente no livro didático.

Optamos, como objeto matemático o conceito de Função Afim. Para Dornelas (2007) o conceito de função pode ser compreendido como um instrumento de interação entre quantidade e qualidade na busca de regularidades dos fenômenos naturais ou sociais, constituindo-se, dessa maneira, um conceito “poderoso”. De acordo com a mesma autora a importância desse conceito não está situada, apenas, em questões subjacentes à matemática, mas sim em interconexões com outras áreas como, Economia, Física, Química, Biologia, Geografia, Sociologia, entre outros. Por exemplo, a ideia de função está presente quando um biólogo estuda a proliferação de bactérias ou quando um físico avalia a dilatação de um corpo em função da temperatura.

Na perspectiva das orientações curriculares (BRASIL, 1999; PERNAMBUCO, 2012) o ensino de matemática deve possibilitar o desenvolvimento das capacidades de interpretação, intervenção e comunicação através do aperfeiçoamento das seguintes habilidades: interpretar e utilizar diferentes formas de interpretação (tabelas, gráficos, expressões, entre outras); identificar variáveis relevantes e selecionar procedimentos para análise e interpretação das mesmas; interpretar, utilizar e analisar valores de variáveis representadas em gráficos, diagramas ou expressões algébricas e analisar qualitativamente dados quantitativos representados graficamente ou algebricamente. Assumimos, em consonância com trabalhos como Dornelas (2007) e Santos (2016), que o estudo dos conceitos matemáticos relacionados às funções, em especial Função Afim, contribui o desenvolvimento das habilidades citadas, tendo em vistas que estes conceitos possibilitam a articulação de habilidades de caráter algébrico, geométrico e gráfico.

Embora o conceito de Função Afim possua grande relevância para o currículo da Educação Básica seu processo de ensino e aprendizagem ainda é marcado por grandes lacunas, as quais são reflexos de uma abordagem de ensino puramente

formal sem compromisso com a construção de significado para os alunos, conforme sinalizado por diversas pesquisas (DORNELAS, 2007; BRAGA, 2009; DELGADO, 2010; SANTOS, 2016).

No que se refere aos estudos envolvendo Função Afim nota-se que esse conceito tem sido investigado sob diferentes perspectivas. Há pesquisas que investigam as contribuições de softwares para o processo de ensino e aprendizagem tais como Ferreira (2013) e, outras cujo objetivo foi analisar a abordagem do livro didático com relação ao conceito de Função Afim, como, por exemplo, Santos (2016). Por outro lado, há pesquisas que relatam intervenções didáticas, tais como, Dornelas (2007), Delgado (2010), Postal (2009) e Schonardie (2011).

A escolha do conceito de Função Afim como objeto de estudo justifica-se pela sua relevância na escola básica, bem como pelas dificuldades que permeiam o processo de ensino e aprendizagem de tal conceito. Ao mesmo tempo não encontramos na literatura estudos que analisem as relações entre o livro didático e a dinâmica estabelecida na sala de aula quando se trabalha com tal conceito.

Nesse contexto propomos o seguinte problema de investigação: *Quais as relações entre o Contrato Didático Potencial (CDP) proposto na abordagem do Livro Didático e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber Função Afim em cena em uma turma de 1º ano do Ensino Médio?*

## **Objetivos da Pesquisa**

Considerando os arcabouços teóricos e as questões de pesquisa discutidas apresentaremos, neste momento, os objetivos da nossa investigação.

### **Objetivo Geral**

Analisar as relações entre o Contrato Didático Potencial (CDP) proposto na abordagem do Livro Didático e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber Função Afim em cena em uma turma de 1º ano do Ensino Médio.

### **Objetivos Específicos**

- Caracterizar o Contrato Didático Potencial presente na abordagem do livro didático do 1º ano do Ensino Médio acerca do saber Função Afim.
- Caracterizar o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio acerca do saber Função Afim.
- Analisar das aproximações e distanciamentos entre o Contrato Didático Potencial presente no livro didático e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio acerca do saber de Função Afim

Para alcançarmos os objetivos propostos elegemos como sujeitos da nossa pesquisa professor e alunos de uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma Escola estadual do Município de Itapissuma.

Nosso objetivo geral contempla três objetivos específicos. No primeiro objetivo caracterizamos o Contrato Didático Potencial presente na abordagem do Livro Didático utilizado por nossos sujeitos de pesquisa. Identificar seus elementos que se configuram como elementos de contrato potencial. Para atingirmos este objetivo construímos um conjunto de critérios para análise do Contrato Didático Potencial, os quais correspondem a uma releitura, a partir da perspectiva do livro didático, dos pilares de sustentação do Contrato Didático já discutidos na literatura.

No Segundo objetivo específico analisamos as relações contratuais estabelecidas entre professor, alunos e o saber Função Afim, para isso realizamos a filmagem e das aulas onde se tinha este saber em cena, posteriormente todas estas aulas foram transcritas. Nos procedimentos de análise selecionamos os recortes referentes aos elementos contratuais. Nossos critérios para a análise das aulas foram construídos tomando como referencia os pilares de sustentação do Contrato Didático.

No terceiro e ultimo objetivo específico analisamos as relações estabelecidas entre nossos primeiro e segundo objetivos específicos, isto é, análise das aproximações e distanciamentos entre o Contrato Didático potencial presente na abordagem do Livro Didático e aquele estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber Função Afim em cena.

Considerando que nossos objetivos de pesquisa pressupõem a imersão do pesquisador no ambiente da sala de aula com intuito de analisar as relações estabelecidas entre nossos sujeitos e o saber, bem como analisar as aproximações

e distanciamentos entre essa relação e a que potencialmente propõe o Livro Didático optamos por uma abordagem de pesquisa qualitativa de cunho etnográfico. De maneira sucinta a abordagem qualitativa diz respeito ao estudo dos fenômenos em seu ambiente natural tendo como foco suas interações cotidianas, por outro lado os estudos etnográficos configuram-se como a imersão do pesquisador nesse ambiente com intuito da análise de sua cultura. Mediante esse contexto consideramos que nossa investigação atende a esses requisitos dessa abordagem de pesquisa.

### **Apresentação da Dissertação**

Esta dissertação está organizada em quatro capítulos: O Contrato Didático, O Saber: A Função Afim, Abordagem Metodológica e Abordagem Analítica dos dados.

No primeiro capítulo discorreremos sobre o nosso arcabouço teórico, O Contrato Didático. Inicialmente apresentaremos sua construção conceitual, na sequência aprofundaremos na discussão do conceito adentrando da exploração da sua dinâmica no Sistema Didático. Posteriormente centraremos nossa discussão nos Efeitos de Contrato e por fim apresentaremos a nossa proposição sobre o Contrato Didático Potencial.

O segundo capítulo será destinado à discussão do objeto matemático, a Função Afim, sob diferentes perspectivas. Inicialmente o abordaremos sob o ponto de vista histórico apresentando as raízes da constituição do conceito, posteriormente serão discutidas suas características matemáticas. Serão contempladas, também, as discussões referentes aos documentos oficiais.

O terceiro capítulo será destinado à abordagem metodológica da pesquisa. Nele apresentaremos em um primeiro momento a natureza da nossa pesquisa, nossos objetivos e a descrição do nosso campo de pesquisa e nossos sujeitos. Posteriormente discutiremos as etapas da pesquisa, ou seja, apresentaremos nossas técnicas e instrumentos de pesquisa, bem como nossos critérios de análise.

No último capítulo abordaremos a análise dos dados à luz do referencial teórico adotado. Será apresentada inicialmente a análise do Contrato Didático Potencial e posteriormente a análise Contrato Didático de maneira articulada com os resultados obtidos na primeira etapa da análise.

# 1. O CONTRATO DIDÁTICO

Discutiremos nesse tópico o nosso aporte teórico – metodológico: o Contrato Didático. De acordo com Almeida (2016) a noção de Contrato didático, foi proposta por Guy Brousseau (1986), é considerada como um dos principais pilares da Teoria das Situações Didáticas, sendo aprofundada por inúmeros outros pesquisadores devido à sua densidade teórica. Apresentaremos o contrato didático sob uma perspectiva conceitual, bem como sua dinâmica e seus efeitos, e por último discutiremos o Contrato Didático Potencial, conceito sobre o qual nosso estudo se ancora.

## 1.1 Construindo o Conceito de Contrato Didático

Temos como objetivo da seção a “construção” do conceito de Contrato Didático, de acordo com Pais (2011) este conceito tem suas raízes nas noções do Contrato Pedagógico e do Contrato Social. Isto posto, discutiremos os conceitos desses contratos, bem como com o conceito de contrato *stricto sensu*. Para a melhor compreensão das relações entre os contratos faremos uma discussão organizada em tópicos discutiremos inicialmente as relações entre a definição do contrato em um sentido amplo, *stricto sensu*, e o contrato social e posteriormente discorreremos sobre as relações entre o contrato pedagógico e o contrato didático.

### 1.1.1 Do contrato *stricto sensu* ao contrato social

O contrato em um sentido amplo refere-se a uma convenção estabelecida entre pessoas supondo respeito às regras estabelecidas entre as partes envolvidas (VELLAS, 2002). Para Jonnaert e Borght (2002) a constituição do contrato pressupõe uma negociação prévia que possibilita a convergência para um acordo das partes em questão, no qual estas aderem integralmente às suas cláusulas e comprometem-se a respeitá-las.

Nesse sentido o contrato configura-se como um compromisso entre partes que se obrigam reciprocamente, assumindo a responsabilidade de honrar todos os seus deveres diante das cláusulas contratuais (ALMEIDA, 2016). A existência de um contrato pressupõe a existência de uma relação entre pessoas (BORBA, 2018), ou seja, estas se relacionam no intuito de estabelecer um diálogo e chegar-se a um

acordo. Em um contrato todas as partes envolvidas devem fazer uma leitura idêntica do mesmo, dessa maneira faz parte da sua natureza ser o mais explícito possível, de modo a evitar interpretações diferentes, podendo ser entendido, também, como um texto escrito que apresenta de maneira clara e precisa suas cláusulas. Nesse contexto, um contrato refere-se a um sistema fechado e imutável, no qual as regras não podem ser alteradas no decorrer da sua execução (JONNAERT E BORGHT, 2002).

De acordo com Jonnaert e Borght (2002) um contrato pode assumir modalidades que se desprende, em alguns aspectos, da definição rígida proposta nas linhas anteriores como, por exemplo, o Contrato Social. Em linhas gerais esse tipo de contrato ancora-se na idéia de associação, de um comum acordo de tal modo que não haja soberania em nenhuma das partes.

Ao propor a noção de Contrato Social Rousseau admite três estados durante o desenvolvimento intelectual do homem: o natural, o social e o contratual. No estado natural prevaleceriam a igualdade e a liberdade, enquanto que no estado social o homem estaria submetido a uma hierarquia de regras, podendo ter sua tranqüilidade comprometida em função de jogos de interesse. O estado contratual surgiria como combate às injustiças e desigualdades do estado social, tendo em vista que deveria se prevalecer à vontade da maioria, a qual seria considerada como expressão legítima da maioria dos membros da sociedade e encapada como vontade do estado (PAIS, 2011).

Nesse contexto o Contrato Social caracteriza a inserção do indivíduo no mundo social num processo de transição, conforme proposto por Rousseau, do estado natural para o estado social (SCHUBAUER – LEONI, 1998). Para Brito Menezes (2006) Rousseau entende as negociações como algo inerente a qualquer relação interpessoal.

A noção de Contrato Social repousa sobre a ideia de igualdade, de não soberania, a esse aspecto Jonnaert e Borght (2002) refletem uma aproximação com a relação entre um professor e um aluno, isto é essa relação deve ser constituída por meio de um diálogo e não por uma imposição de alguma das partes.

O ambiente escolar é permeado por inúmeras modalidades de contrato (JONNAERT; BORGHT, 2002; CHEVALLARD et al, 2001) no tópico a seguir

discutiremos alguns dos contratos que surgem no ambiente escolar: o Contrato Pedagógico e o Contrato Didático.

### 1.1.2 Do Contrato Pedagógico ao Contrato Didático

Conforme proposto por Filloux (1974) o Contrato Pedagógico diz respeito à relação existente entre o professor e o aluno, no que se refere à condução do processo de ensino e aprendizagem sem considerar o saber a ser ensinado. De acordo com Brito Menezes (2006) o contrato pedagógico é em parte explícito e em parte implícito, estando a ele atrelado a concepção do que é ensinar e do que é aprender. O “ensinar” e o “aprender” são aqui compreendidos no sentido intransitivo, ou seja, sem fazer referência a um saber específico.

O Contrato Pedagógico visa regular as trocas entre professor e alunos por um período limitado definindo direitos e deveres recíprocos levando em consideração um consentimento mútuo sobre as regras que cada um deve submeter-se deliberadamente. Este contrato pode ser entendido como uma técnica de ensino/aprendizagem que possibilita ao professor negociar com um aluno um trabalho pessoal com um objetivo determinado, onde este pode escolher a tarefa a ser realizada e avaliar sua natureza e sua dificuldade (JONNAERT; BORGHT, 2002).

Para Almeida (2016) o que diferencia o Contrato Pedagógico do Contrato Didático é a entrada do saber na relação entre professor e alunos, tendo em vista que “se no pedagógico eram apenas dois, no didático são três: o professor, o aluno e o saber matemático. Ou seja, o saber matemático é que caracteriza a mudança do pedagógico para o didático.” (ALMEIDA, 2016, p. 59).

A noção de Contrato didático foi proposta por Guy Brousseau (1976) sendo, posteriormente, discutida e aprofundada pelo mesmo em diversas ocasiões (1984, 1986, 1996, 1997), bem como por diversos pesquisadores que compreenderam a relevância teórica de tal noção (ALMEIDA, 2016). É importante salientar que Brousseau não apresentou, inicialmente, uma definição fechada acerca do fenômeno, à construção da mesma é feita paulatinamente em decorrência da reflexão do autor sobre esse saber (BRITO MENEZES, 2006). Entende-se o Contrato Didático como

Conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas, sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar contas diante do outro. Este sistema de obrigações recíprocas se assemelha a um contrato. O que nos interessa é o contrato didático, quer dizer a parte do contrato que é específica ao conteúdo: o conhecimento matemático visado. (BROUSSEAU, 1986, p.51)

Em linhas gerais o Contrato Didático tem em sua base as expectativas de professores e alunos perante a gestão do saber constituindo-se a partir de regras predominantemente implícitas que condicionam as responsabilidades de cada um dos parceiros na relação didática. Jonnaert e Borght (2002) refletem que este se distancia da definição de contrato possuindo características de um anti-contrato, para esses autores o termo é mal escolhido considerando que enquanto um contrato no sentido stricto assegura a estabilidade o Contrato Didático terá como função dinamizar as suas regras.

De acordo com Brito Menezes (2006) a noção de Contrato didático é permeada pelas noções do Contrato Social, no sentido das negociações, e do Contrato Pedagógico, no sentido da expectativa e dos papéis de cada um dos parceiros, bem como da hierarquia estabelecida entre professor e aluno. No tópico seguinte definiremos alguns dos pilares de sustentação da noção de Contrato Didático.

## **1.2 Aprofundando o conceito de Contrato Didático**

Conforme a discussão tecida na seção anterior o contrato didático define os deveres de cada um dos parceiros didáticos, professor e alunos, mediante a gestão do saber. De acordo com Brousseau (1986) o contrato didático constituiu-se como um elemento fundamental para o funcionamento do sistema didático, sendo entendido, por esse autor, como “a regra do jogo e a estratégia da situação didática”.

Almeida (2016) reflete que a noção de contrato didático desempenha um papel fundamental na análise das relações estabelecidas, implícitas ou explicitamente, nas situações de ensino e aprendizagem de matemática. Nesse contexto o professor tem a função de planejar tais situações de maneira que sejam fornecidos instrumentos para que os alunos assumam a posição de aprendizes e

apropriem-se dos saberes matemáticos. Os meios que os alunos mobilizam para a resolução dos problemas compreendem as informações fornecidas, as interpretações realizadas e às exigências feitas, para Brousseau (1988) todos os aspectos aqui discutidos constituem o modo de ensinar do professor fazendo parte da sua prática de ensino.

De acordo com Sarrazy (1995) o contrato didático compreende um conjunto de comportamentos específicos que são esperados do professor pelos alunos e um conjunto de comportamentos específicos dos alunos que são esperados pelo professor, nessa perspectiva esse contrato surge a partir dos hábitos do professor que são reproduzidos de modo consciente ou não na sua prática de ensino. Entendemos que esses hábitos permitem que o aluno decifre as ações didáticas do professor (ALMEIDA, 2016), gerando um conjunto de expectativas quanto a tais ações.

Conforme defendido por Araújo (2009), as relações contratuais sofrem influências das relações humanas, isto é, o professor trás para seu contrato traços de sua concepção de ensino e aprendizagem e das estratégias que considera adequada para resolução das atividades, entre outras. Mesmo que de maneira inconsciente tais traços se revelaram ao longo da evolução da relação didática por meio dos significados atribuídos às situações das exigências de habituais sobre situações particulares.

Ao fazer uma análise psicossocial do contrato didático Schubauer – Leoni (1988) considera que a instauração do contrato didático é influenciada por contratos didáticos anteriores, considerando que os indivíduos entram na relação didática com “hábitos” obtidos a partir de contratos didáticos vivenciados em outros. Ainda de acordo com essa autora tais hábitos constituem-se como disposições duráveis, sendo a base para expectativas, bem como adaptação ou inadaptção ao novo contrato didático. Nesse sentido entendemos que ao entrar em uma nova relação didática os parceiros didáticos tendem reproduzir mediante o outro as atitudes e hábitos adquiridos em relações anteriores podendo, ou não, entrar em confronto com as atitudes e hábitos do outro parceiro.

O contrato didático insere-se em uma realidade dinâmica e complexa, partindo disto Brousseau (1988) discute quatro aspectos substanciais à existência

desse contrato: divisão de responsabilidades, consideração do implícito, relação ao saber e a comunicação didática:

Divisão de responsabilidades: a relação didática não está sob o exclusivo controle do professor, uma vez que nela também são consideradas as responsabilidades do aluno.

Consideração do implícito: a relação didática funciona mais sob aspectos implícitos do que sob os aspectos explícitos.

Relação ao saber: Consideração da assimetria em relação ao saber entre professor e alunos.

Comunicação didática: o contrato didático fixa o papel do saber e da aprendizagem e é a partir dele que se busca o que se impede ou favorece o acesso dos alunos ao saber, e ainda o que bloqueia sua entrada no processo de aprendizagem.

Dado o caráter implícito do contrato didático os elementos associados a ele só tornam-se evidentes no momento de ruptura contratual. Segundo Jonnaert e Borght (2002) as rupturas contratuais ocorrem quando um dos parceiros didáticos confronta-se com uma situação paradoxal no que se refere a sua relação ao saber, ou seja, quando há a transgressão de regras.

Diante da eminência de uma ruptura tudo ocorre como se um contrato implícito ligasse professor ao aluno. Este último surpreende-se pelo fato de não saber resolver a situação posta ao mesmo tempo em que é gerada uma rebeldia contra o professor, por este não tê-lo direcionado ao sucesso. Em contrapartida o professor também se surpreende diante do “fracasso” do aluno, tendo em vista que avalia suas ações como suficientes para que o mesmo alcance o sucesso (ALMEIDA, 2016). De acordo com Brousseau (1996) essa situação pressupõe um momento de renegociação contratual, ou seja, a retomada das negociações e a instauração de um novo contrato.

De acordo com Almeida (2016) há momentos que, embora não sejam verificadas a ocorrência de rupturas, o contrato didático enseja novos direcionamentos nas negociações, para este autor tais momentos compreendem as reorganizações contratuais. Essas reorganizações constituem-se como os ajustes promovidos no jogo didático a fim de que sejam evitadas rupturas, nesse sentido podem ser entendidas como um mecanismo de defesa do contrato didático.

Em síntese, o contrato didático instituí-se com base nas expectativas dos parceiros didáticos gerando um conjunto de regras que organizam as relações estabelecidas entre professor aluno e saber. Tais regras embora sejam duradouras não são perenes e estáveis evoluindo de maneira dinâmica ao longo da relação didática por meio de rupturas que condicionam o abandono de algumas e a instauração de outras. Nesse sentido o contrato didático insere-se em um processo contínuo de negociações e renegociações, no qual a cada um novo saber ou grupos de alunos instaura-se um novo contrato. (BRITO MENEZES, 2006).

Na seção a seguir discorreremos acerca da dinâmica sob a qual o contrato didático está inserido.

### 1.3 Dinâmica do Contrato Didático

Conforme a discussão tecida no decorrer desse capítulo o Contrato Didático “existe” no interior da relação didática, ou seja, a partir das relações estabelecidas entre professor e alunos diante a gestão do saber. Esta relação é usualmente representada na literatura pela figura geométrica de um triângulo equilátero, o Triângulo das Situações Didáticas (BROUSSEAU,1986), autores como Brito Menezes (2006) refletem que essa representação triangular abrange toda a dinamicidade da relação didática tendo em vista que possibilita a comunicação entre os diferentes pólos estabelecendo relações entre eles: professor-aluno, professor-saber e aluno-saber.

Figura 1. Triângulo das Situações Didáticas



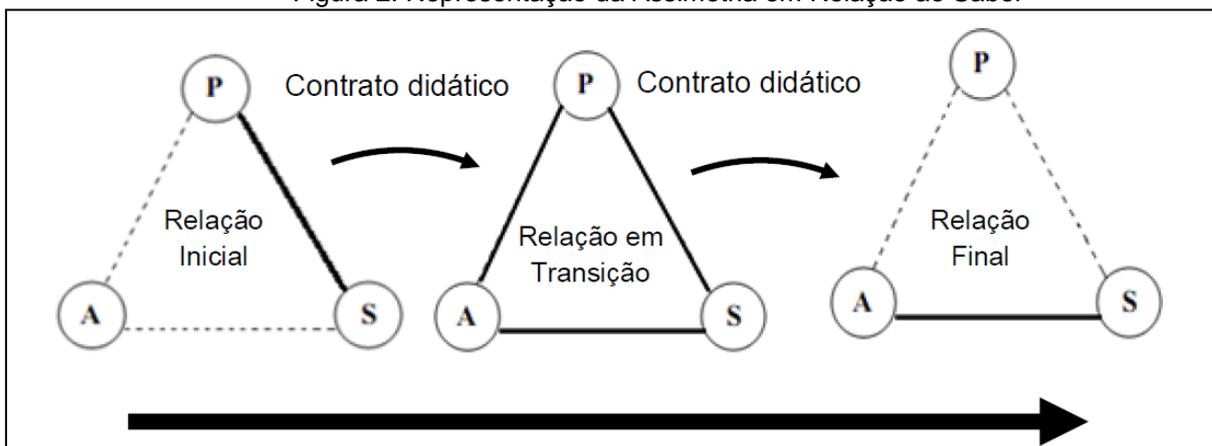
Fonte: Elaborada pela autora

Por outro lado essa autora reflete que essas relações não se traduzem de maneira equilátera como representada pelo triângulo das situações didáticas, tendo

em vista que tais relações são marcadas por um aspecto assimétrico, pelo fato de professor e alunos possuírem posições diferentes em relação ao saber, isto é, quando um novo saber entra em cena, ao contrário do professor, o aluno não possui, ao menos inicialmente, uma relação estreita com o mesmo, do qual deve apropriar-se. Nesse contexto, o objetivo da relação didática seria modificar as relações que o aluno possui com o saber (BRITO MENEZES, 2006).

De acordo com Jonnaert e Borght (2002) a principal função do contrato didático é gerenciar essas mudanças na relação ao saber, isto é, fazer evoluir a relação inicial que o aluno possui com o mesmo. Se inicialmente o aluno tem uma relação inadequada com o saber à medida que vão sendo instituídas negociações este tende a aproxima-se do mesmo por meio da sua apropriação (ALMEIDA, 2016; OLIVEIRA SOUZA, 2018). As mudanças da relação do aluno com o saber podem ser ilustradas por meio da figura a seguir.

Figura 2. Representação da Assimetria em Relação ao Saber



Fonte: Adaptado Jonnaert e Borght (2002 apud ALMEIDA, 2016, p. 54)

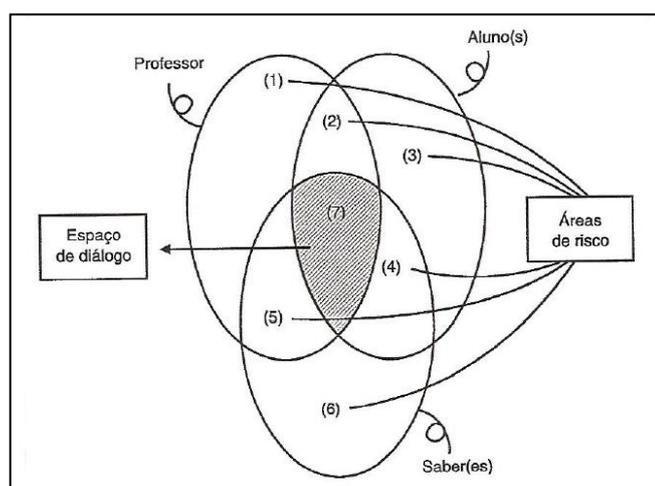
De acordo com Almeida (2016) o contrato didático gerencia as relações estabelecidas entre professor, aluno e saber não de forma negligente, mas colocando-as em tensão a partir de uma série de rupturas, as quais se constituem como fundamentais para o avanço da aprendizagem.

Para Jonnert (1994) o contrato didático é regido por um jogo antagônico entre o implícito *versus* o explícito, o unilateral *versus* o negociável, o espontâneo *versus* o imposto e interno *versus* externo a sala de aula. Nesse contexto o contrato didático cria e amplia os espaços de diálogos da sala de aula estabelecendo um equilíbrio

entre pólos contraditórios (JONNAERT; BORGHT, 2002), sendo a aprendizagem resultante desses diálogos.

Para Jonnaert e Borght (2002) o contrato didático não existe a partir de uma análise isolada de variáveis associadas aos elementos do sistema didático, isto é, professor, saber e aluno, mas sim a através da elaboração de uma zona de encontros entre tais elementos, exigindo, por outro lado, que cada um preserve seus espaços privados, a figura a seguir ilustra a situação discutida.

Figura 3. Função do Contrato Didático de criar e ampliar os espaços de diálogos na sala de aula.



Fonte: Jonnaert e Borght (2002, p. 179)

De acordo com os mesmos autores as áreas 1, 3 e 6 referem-se às áreas onde, respectivamente, professor, aluno e saber encontram-se isolados confrontados consigo mesmo, nessas áreas não existiria contrato didático, tendo em vista que não se estabelecem relações entre os parceiros didáticos. Nesse contexto seria função do contrato didático a ampliação da área 7, na qual há o encontro de variáveis relacionadas à todos os parceiros didáticos, esta ampliação possibilita a redução das áreas de risco, isto é, áreas nas quais tais parceiros não se interrelacionam.

De acordo com Oliveira Souza (2018) essas regiões de diálogos oportunizam o surgimento de rupturas contratuais e conseqüentemente a aquisição de saber por parte dos alunos. De acordo com Almeida (2016) as rupturas são necessárias, pois permitem o professor e alunos modifiquem permanentemente sua relação ao saber,

sendo, também, as rupturas que permitem ter acesso, ao menos em parte, às regras implícitas anteriormente negociadas na relação didática.

Para Chevallard et al (2001) a ruptura de contrato configura-se como um momento extremamente importante, uma vez que, conforme discutido pelo mesmo autor, a aprendizagem não repousa sobre o bom funcionamento do contrato, mas sim sobre suas rupturas. Nesse sentido Pais (2011, p.81) propõe que “a percepção e a superação das rupturas torna-se uma condição imprescindível para a continuidade do processo educativo”. Logo, a cada nova etapa na construção do conhecimento o contrato é renovado e renegociado.

De acordo com Almeida e Brito Lima (2017) o contrato didático não pode ser completamente explicitado, não pode existir uma combinação prévia entre professor e alunos, uma vez que caso isso ocorra ele tenderia ao fracasso. Em resumo, as cláusulas e as atitudes que desencadeiam as rupturas não podem ser descritas antecipadamente, a esse respeito Brousseau (1986) que será o conhecimento que resolverá as crises geradas pela ruptura, logo elas não podem ser predeterminadas.

O contrato didático, conforme discutido, não é explicitamente negociado e tem momentos de rupturas e renegociações. Todavia sua dinâmica tem objetivos a conquistar, os quais referem-se à construção do conhecimento por parte do aluno. Dessa forma, as regras do contrato tornam-se ultrapassadas no momento em que os objetivos são alcançados determinando assim um novo contrato com novos objetivos. De acordo com Brousseau (1986) o contrato didático é específico dos conhecimentos em jogo e, portanto necessariamente transitório. Corroborando com essa ideia D’Amore (2007, p. 107) discute que “o contrato didático não é uma realidade estável, estática, estabelecida de uma vez por todas; pelo contrário ela é uma realidade em evolução (...) que acompanha a história da classe.”.

Discorreremos a seguir a respeito dos efeitos de contrato.

#### **1.4 Efeitos de Contrato**

Os efeitos de contrato são produzidos diante a tentativa de evitar o eminente fracasso das situações de ensino. Nesse contexto cria-se a ficção de que uma determinada aprendizagem está se consolidando, envolvendo alunos e professor numa falsa ideia de que a situação está seguindo adequadamente, as cláusulas do

contrato didático estão sendo cumpridas e os alunos estão modificando sua relação ao saber (ALMEIDA; BRITO LIMA, 2017).

Nesse sentido Joannert e Borght (2002) acrescentam que a negociação contínua do Contrato Didático tende a nivelar “por baixo” os objetivos da aprendizagem, em função do desejo do professor para que os alunos alcancem sucesso em suas atividades, tendendo a facilitar a tarefa apresentada. No entanto, essa facilitação pode camuflar o fracasso da aprendizagem.

Para Almeida (2016) os Efeitos de Contrato fazem parte do cotidiano escolar sendo, portanto, inevitáveis, no entanto o conhecimento destes efeitos pode possibilitar a compreensão de como eles se instituem na sala de aula. Com intuito de elucidá-los nesse momento os efeitos definidos por Brousseau (1986): Efeito Pigmaléon, Efeito Topázio, Efeito Jourdan, Deslize Metacognitivo e Uso Abusivo de Analogias. Para facilitar a compreensão do leitor apresentaremos a descrição de cada um dos efeitos seguido de um exemplo.

**Efeito Pigmaléon ou fenômeno das expectativas:** É um efeito inevitável diante da instituição do contrato didático, uma vez que se refere às expectativas que o professor tem dos seus alunos. Nesse efeito o professor limita suas exigências à imagem, expectativas, das capacidades do aluno (BROUSSEAU, 1986).

*Exemplo:* Os estudantes que fazem um bom trabalho são vistos de maneira diferenciada pelo professor, sendo convidados a responder perguntas em uma aula expositiva dialogada. Enquanto que o aluno que não possui grande destaque na disciplina é subestimado. (OLIVEIRA SOUZA, 2018)

**Efeito Topázio:** Tal efeito aparece em situações em que o professor fornece explicações abundantes, ensinando pequenos truques, algoritmos e técnicas de memorização ou mesmo indicando-lhes pequenos passos nos problemas facilitando as estratégias, encarregando-se, dessa forma, de uma parte essencial do trabalho que deveria ser de responsabilidade dos alunos. Contrapondo se à intenção do professor, as explicações abundantes podem impedir a compreensão dos mesmos. (PAIS, 2011)

*Exemplo:* O professor questiona os alunos sobre qual a forma de um gráfico de uma função afim e acaba dando pistas que levam os alunos à resposta correta: “o gráfico

da função afim é formado por uma r...”, possivelmente os alunos responderam “uma reta” em decorrência das informações excessivas dadas pelo professor.

**Efeito Jourdan:** Esse efeito pode ser entendido como uma variação do efeito topázio, caracterizando-se por, em decorrência do eminente fracasso no processo de ensino e aprendizagem, o professor reconhece um comportamento comum do aluno como uma manifestação de um saber científico (BROUSSEAU, 1986).

*Exemplo:* Seria o professor dizer que um aluno compreende os conceitos referentes à Função Afim ao interpretar uma situação que envolve o preço a ser pago em uma corrida de táxi. Apesar de essa situação ser constituída por uma Função Afim sua interpretação não é suficiente para se considerar que esse aluno compreende a Função Afim, uma vez que há outros conceitos articulados a esse saber que vão além dessa situação.

**Deslize Metacognitivo:** Tal efeito ocorre quando, em virtude das dificuldades percebidas pelo professor na gestão do saber, o mesmo substitui seu discurso científico por um discurso estritamente ligado ao senso comum, promovendo um deslize, uma ruptura e um deslocamento do objeto de saber (do plano científico para o plano do senso comum) (BROUSSEAU, 1986).

*Exemplo:* Em sua pesquisa Bessa de Menezes (2004) investiga o processo de Transposição Didática Interna do saber quadriláteros, este pesquisador destaca a utilização da analogia da “paternidade” e “maternidade”<sup>1</sup>, por um dos professores investigados, para discutir a relação de inclusão entre as classes dos quadriláteros (a formação dessas classes está associada às propriedades dos mesmos). Nesse contexto, Brito Menezes (2006) reflete que ao utilizar a analogia da “paternidade” e “maternidade” para explicar tal relação o professor substitui a exploração das propriedades dos quadriláteros, o discurso científico, por essa analogia, de acordo com a mesma autora essa conjuntura caracteriza-se como a reprodução do Efeito de Contrato Deslize Metacognitivo.

---

<sup>1</sup> Essa analogia é utilizada para discutir que alguns dos quadriláteros “herdam” propriedades de outros quadriláteros, que por sua vez são seus pais. Diante disso, conforme a discussão de Bessa de Menezes (2004), o paralelogramo poderia ser considerado como pai do retângulo e do losango, tendo em vista que os últimos conservam/ “herdam” as propriedades do primeiro.

**Uso abusivo de analogias:** De acordo com Brousseau (1986), embora a analogia se configure como um excelente meio heurístico, seu uso excessivo pode descaracterizar o saber em jogo, levando o aluno a ter uma visão limitada de tal saber. O uso inadequado de analogias pode desencadear outros efeitos de contrato didático, tais como o Efeito Topázio.

*Exemplo:* Quando o professor conduz o trabalho com a Função Afim tratando-a unicamente a partir da analogia dos termos ‘fixo’ e ‘variável’. Consideramos que apesar da analogia dos termos ‘fixo’ e ‘variável’ está no bojo da definição da Função Afim, no entanto seu uso desmedido tende a descaracterizar este saber, uma vez que essa analogia encontra-se inadequada quando consideramos os casos especiais da Função Afim: a Função Constante e a Função Linear.

De acordo com Silva (2008) grande parte das dificuldades dos alunos é consequência dos efeitos de contrato didático mal - colocado ou mal – sucedido, tendo em vista que esse traz marcas das expectativas do professor em à classe. Nessa perspectiva, pode ser estabelecido entre professor e aluno um acordo tácito: o professor limita sua exigência à percepção que tem da capacidade do aluno ao mesmo tempo em que este limita seu trabalho à imagem de si próprio que o professor lhe fez refletir.

Partindo da discussão acerca dos pilares de sustentação do Contrato Didático elencada até o presente momento apresentaremos a seguir nossa proposição do Contrato Didático Potencial.

### **1.5 O Contrato Didático Potencial**

Nesta seção discutiremos a proposição do termo Contrato Didático Potencial (CDP). Assumimos que o Livro Didático é portador de escolhas na abordagem de determinado saber (CARVALHO; LIMA, 2010), desta forma traz consigo intenções de negociações entre um professor e um aluno hipotético espelhando um possível Contrato Didático, por nós definido como Contrato Didático Potencial. A proposição desse termo é inspirada nos estudos de Rosa dos Santos (2005) e Bessot e Lhe Thi Hoai (1994)<sup>2</sup>, os quais investigaram o Livro Didático sob a ótica do Contrato Didático. Ressaltamos que embora a idéia do CDP permeie os trabalhos citados não há neles

---

<sup>2</sup> Esses estudos serão discutidos de maneira mais aprofundada na seção 1.5.2 deste trabalho.

a menção nem a definição deste termo, dessa maneira a definição do CDP configura-se como uma contribuição do nosso trabalho.

Para fundamentar nossa discussão dividiremos esta sessão em dois tópicos: Relações entre a sala de aula e o Livro Didático e Do Contrato Didático ao Contrato Didático Potencial. No primeiro tópico discutiremos sobre a influência do Livro Didático no Sistema didático e no segundo discutiremos o cerne da nossa questão, o CDP, apresentando os alicerces teóricos que sustentam nossa proposição.

### 1.5.1 Relações entre sala de aula e o Livro Didático

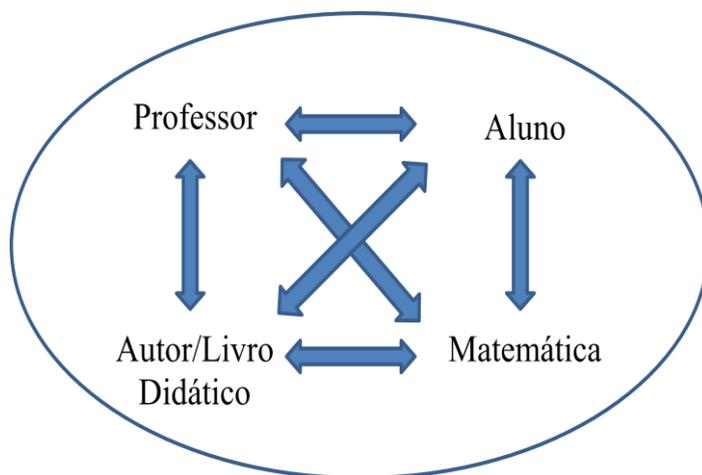
Teceremos, neste momento, as relações estabelecidas entre o Livro Didático e a sala de aula. Este recurso didático possui um lugar de destaque no processo de ensino e aprendizagem nas salas de aula das escolas brasileiras, constituindo-se como um dos principais suportes na sala de aula tanto para o professor quanto para os alunos. Para Ramos de Almeida (2011) o Livro Didático é um elemento indispensável na sala de aula uma vez que nele contém o texto base a ser estudado, bem como os exercícios para os alunos, por outro lado é suporte para o professor elaborar suas atividades.

Segundo Carvalho e Lima (2010) o livro didático é portador de escolhas sobre o objeto de saber a ser estudado, no caso a Matemática, trazendo consigo os métodos adotados para que os alunos consigam aprendê-lo mais eficazmente; a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade. Nesse contexto, o livro didático permite o acesso a características oficiais do objeto de ensino, tendo em vista que se constitui, em muitos lugares, como o único recurso de acesso à informação que professor e alunos possuem (ROSA DOS SANTOS, 2005).

No que se refere especificamente à relação entre o LD e a prática do professor concordamos com Lima (2006) ao discutir que o Livro Didático possui uma forte influência sobre o planejamento do professor, na seleção dos conteúdos e na maneira como são abordados em sala de aula, privilegiando certos aspectos do objeto matemático que podem influenciar diretamente na concepção de professores e alunos sobre esse objeto. Para pesquisadores como Valente (2008) e Lucena (2013) às atitudes do professor de matemática em sala de aula estão fortemente relacionadas com a abordagem do Livro Didático.

Diante essa discussão percebemos que o Livro Didático está imerso em uma teia de relações na sala de aula, para Carvalho e Lima (2010) este se constituiu como mais um protagonista no processo de ensino e aprendizagem estabelecendo um diálogo, a partir de determinado saber, com o professor e os alunos, criando-se, nesse contexto, relações interligando quatro pólos: professor, aluno, a Matemática e o Livro Didático.<sup>3</sup>

Figura 4. Esquema de Relações com o Livro Didático na sala de aula



Fonte: Adaptado de Carvalho e Lima (2010, p. 15)

Analisando as relações entre o Livro Didático e a sala de aula à luz dos pilares da Didática da Matemática, podemos dizer que o livro didático está intimamente relacionado com os elementos do Sistema Didático, isto é, constitui-se como um representante do saber, pólo não humano do Sistema Didático, auxilia o professor no planejamento e execução de suas aulas e é suporte para a aprendizagem dos alunos, pólos humanos do Sistema Didático.

Dado que o livro didático relaciona-se como os elementos do sistema didático, partimos da hipótese este recurso didático pode influenciar no estabelecimento das relações entre tais elementos, isto é, nas relações estabelecidas entre professor e alunos mediante um saber. Nesse contexto, considerando que o contrato didático “existe” no interior dessas relações nos questionamos, nesse momento, quais as relações entre o livro didático e o estabelecimento do contrato didático? Os

<sup>3</sup> Entendemos que aos autores Carvalho e Lima (2010) ao remeterem-se à expressão “Autor/Livro Didático” referem-se às concepções e escolhas presentes no Livro Didático que refletem as concepções e escolhas do autor do Livro Didático. Ao nos referirmos ao Livro Didático o assumimos enquanto portador de escolhas e concepções do seu autor, desse modo não achamos necessário explicitar o autor do Livro Didático.

elementos do Livro didático influenciam nas negociações conduzidas pelo professor em sala de aula?

Para responder a esses questionamentos consideramos que há no livro didático um possível contrato didático, um contrato didático potencial e avaliaremos suas aproximações e distanciamentos com o contrato didático entre professor e alunos na gestão do saber. No tópico a seguir discutiremos a respeito do Contrato Didático Potencial.

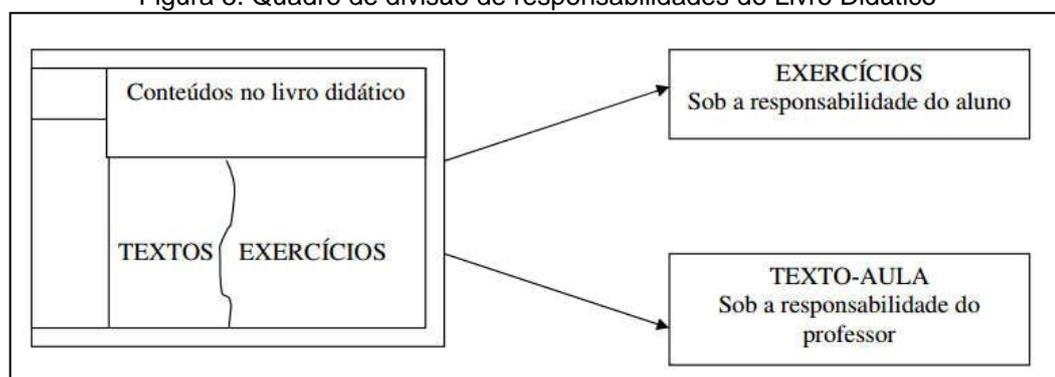
### 1.5.2 Do Contrato Didático ao Contrato Didático Potencial (CDP)

Para melhor situarmos nossa discussão discorreremos em um primeiro momento sobre os estudos que nossa proposição ancora-se, posteriormente faremos sua descrição, bem como os elementos associados a ela.

#### 1.5.2.1 Estudos que alicerçam a proposição do CDP

A proposição do termo Contrato Didático Potencial encontra-se alicerçada nos estudos de Rosa dos Santos (2005) e Bessot Lhe Thi Hoai (1994), os quais analisaram o Livro Didático sob a ótica do Contrato Didático. Tais estudos ancoram-se na hipótese de que as inter-relações estabelecidas entre o texto-aula (responsabilidade de um professor hipotético) e os exercícios (responsabilidades de um aluno hipotético) revelam em certa medida um contrato didático, considerando que tais inter-relações especificam uma série de ações legitimamente exigidas do aluno pelo professor que adota o livro didático e reconhecidas pelos alunos usuários desse recurso didático (ROSA DOS SANTOS, 2005; BESSOT LE THI HOAI, 1994).

Figura 5. Quadro de divisão de responsabilidades do Livro Didático



Fonte: Rosa dos Santos (2005, p. 48)

A pesquisa de Bessot e Thi Hoai (1994) foi realizada na França com alunos equivalentes ao 4º ano do Ensino Fundamental no Brasil a respeito do ensino da Raiz Quadrada. Estas autoras tinham como o objetivo analisar os procedimentos de resolução utilizados por alunos, usuários do livro didático, em contextos onde havia a ruptura das regras de contrato vigentes nesse recurso didático. Os procedimentos metodológicos dessa pesquisa dividiram-se entre análise do contrato didático presente no livro didático e elaboração e aplicação de um instrumento composto por atividades que propunham rupturas com as regras do mesmo.

Para a análise do Contrato Didático foi realizada a análise de todos os tópicos do texto-aula, onde foram pontuadas as responsabilidades de um professor hipotético, e de maneira análoga foram analisados todos os exercícios a fim de identificar as responsabilidades delegadas aos alunos hipotéticos. A análise das regras contratuais deu-se por meio das inter-relações estabelecidas entre as responsabilidades do professor, texto-aula, e as responsabilidades do aluno, exercícios, ou seja, o que se esperar de um aluno, após o trabalho com o texto-aula, a respeito do cálculo da raiz quadrada? (BESSOT; THI HOAI, 1994).

Após a análise do Contrato Didático foi elaborado um teste com problemas “não habituais”, semelhantes quanto à forma trabalhada no livro didático, no entanto impossíveis de serem resolvidos pelas regras contratuais supostamente vigentes, nesse material, a respeito da raiz quadrada, propondo nesse contexto uma ruptura. (BESSOT; THI HOAI, 1994).

Os resultados apontam que as rupturas geradas pelo teste não implicam na “paralisação” dos alunos tendo em vista que esses parecem seguir a regra contratual na qual todo problema matemático possui solução. A respeito das regras utilizadas observaram-se duas situações: os alunos tentam seguir as regras em vigor no livro didático “forçando” a vigência das mesmas ou utilizam regras oriundas de outros contratos.

O estudo de Rosa dos Santos (2005) teve como objetivo analisar possíveis relações entre a abordagem do Livro Didático e os procedimentos de resolução utilizados por alunos do 9º ano, usuários do livro didático, em problemas envolvendo a área do paralelogramo, para isso a autora ancorou-se nas noções de variável didática e contrato didático. Os procedimentos metodológicos desse estudo foram inspirados no trabalho de Bessot e Lhe Thi Hoai (1994) e compreenderam a análise

do contrato didático presente em uma coleção de livros de matemática do ensino fundamental e a elaboração e aplicação de um teste que propunha a ruptura com as regras supostamente vigentes para os alunos usuários desse recurso.

Assim como Bessot e Lhe Thi Hoai (1994), Rosa dos Santos (2005) caracterizou o contrato didático presente no livro didático a partir da análise da relação existente entre o texto-aula e os exercícios pontuando as confluências entre as responsabilidades do professor e as responsabilidades do aluno e identificando, nesse contexto, regras contratuais.

Conforme mencionado anteriormente o teste foi elaborado de maneira a romper com as regras de contrato identificadas, a autora buscou analisar os procedimentos mobilizados pelos alunos diante desse contexto, isto é, se os mesmos agiam conforme outros contratos ou se revelavam indícios de uma ruptura, sinalizando, nesse último caso, uma aproximação entre as regras presentes no livro didático e as regras que regem seus procedimentos de resolução.

A partir da análise dos resultados foram constatadas algumas regras que estavam instauradas tanto no livro didático quanto nos procedimentos de resolução dos alunos, tendo em vista que as atividades que propunham a ruptura de tais regras geraram um “bloqueio”, considerando que os alunos não resolveram o problema ou apresentaram dificuldades em sua resolução, de acordo com Rosa dos Santos (2005) esse comportamento de “bloqueio” pode ser interpretado como indícios da vigência da regra em questão.

Observamos, por meio dessa breve descrição, que foi enfocada, nesses estudos, a análise dos desdobramentos do contrato didático presente na abordagem do livro didático a partir do pólo do aluno, isto é, quais os procedimentos mobilizados pelos alunos em contextos onde há a ruptura com as regras presentes no livro didático? Os resultados obtidos por Bessot Le Thi Hoai (1994) sinalizam que diante de atividades onde há a ruptura com as regras supostamente vigentes no livro didático os alunos tendem a “forçar” a vigência das mesmas ou agir conforme outros contratos. Entendemos que o fato dos alunos “forçarem” a vigência de tais regras indica que estas regem seus procedimentos de resolução, tendo em vista que mesmo diante de rupturas há a necessidade de “forçar” sua validade.

Na pesquisa de Rosa dos Santos (2005) foi constatado que as atividades que propunham a ruptura de algumas regras do livro didático ocasionaram certos

obstáculos nos procedimentos de resolução dos alunos, indicando, nesse contexto, a vigência dessas regras no contrato didático sob o qual o aluno funciona.

A partir da análise dos resultados de Bessot Le Thi Hoai (1994) e Rosa dos Santos (2005) percebemos que algumas regras de contrato estão instauradas tanto no livro didático quanto nos procedimentos dos alunos, sinalizando, nesse sentido, uma aproximação, em alguns aspectos, entre o contrato didático presente na abordagem no livro didático e aquele sob o qual o aluno funciona. Nesse íterim como uma possível justificativa para essas aproximações refletimos que o contrato didático presente no livro didático pode ter exercido influência na instauração do contrato didático estabelecido entre o professor, alunos e saber nas salas de aulas estudadas.

Partindo dos resultados e idéias discutidas nos parágrafos anteriores nos questionamos quais as relações estabelecidas entre o contrato didático presente na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre professor, alunos e saber no seio da relação didática. Com o intuito de respondermos aos nossos questionamentos propomos uma ampliação da discussão iniciada por essas autoras através da proposição do Contrato Didático Potencial, a qual será apresentada e discutida na próxima sessão.

#### 1.5.2.2 A proposição do Contrato Didático Potencial

O termo Contrato Didático Potencial refere-se ao Contrato Didático presente na abordagem do livro didático, justificaremos, em um primeiro momento, a adoção da palavra “Potencial” para a composição do termo. De acordo com o Dicionário Aurélio de Língua Portuguesa o significado da palavra potencial compreende algo “suscetível a existir ou acontecer, mas sem uma existência real”, isto é, algo onde há a expectativa de existência/acontecimento.

Consideramos que as relações estabelecidas entre os elementos do livro didático definem um contrato didático para professor e alunos hipotéticos, logo acreditamos haver nesse material intenções de negociação, isto é, expectativas, “sementes” do que deverá ser negociado em sala de aula. Nesse contexto, esse contrato configura-se como um possível contrato didático que pode ser estabelecido entre professor e alunos usuários do livro didático, ou seja, um contrato com

potencial de ser instaurado na sala de aula. Dessa maneira julgamos pertinente a adoção do termo Contrato Didático Potencial.

Conforme mencionado nas linhas anteriores a proposição do CDP tem o objetivo de aprofundar as discussões a respeito do contrato didático presente na abordagem do saber. Consideramos o livro didático enquanto portador de escolhas a respeito de determinado saber (CARVALHO; LIMA, 2010) sendo escrito para um professor e um aluno hipotético, logo carrega consigo toda uma organização sobre como o saber deve ser trabalhado em sala de aula, ou seja, expectativas quanto a esse trabalho, regularidades em sua abordagem, pontos de reflexão para o aluno onde são postos elementos novos ou há “quebras” de padrões e elementos que podem facilitar tarefas dos alunos. Partindo disso, acreditamos existir uma aproximação entre os elementos dos livros didáticos e possíveis elementos de contrato didático.

Na sessão a seguir apresentaremos a interpretação dos elementos do livro didático à luz do CDP.

#### 1.5.2.2.1 Elementos do Contrato Didático Potencial

Partimos da hipótese defendida por Bessot e Le Thi Hoai (1994) e Rosa dos Santos (2005) onde o livro didático possui uma divisão de responsabilidades: texto-aula sob responsabilidade de um professor hipotético e exercícios sob a responsabilidade dos alunos. De acordo com Brousseau (1986) é de responsabilidade de o professor criar condições suficientes para a aquisição dos conhecimentos por parte dos alunos, nesse contexto sendo o texto-aula, sob a perspectiva do contrato didático, a parte do livro didático que é de responsabilidade do professor entendemos que deve haver nesse material os mecanismos (definições, exemplos, ilustrações, etc) necessários à aprendizagem dos mesmos.

No que se refere às responsabilidades dos alunos Brousseau (1986) ressalta que estão relacionadas à satisfação das condições de aprendizagem que lhe são dadas. Partindo da ideia de que no livro didático os exercícios constituem-se como a responsabilidade dos alunos, compreendemos que estes são passíveis de serem resolvidos a partir das condições que lhe são dadas no texto-aula.

Ressaltamos que a discussão tecida por Bessot e Le Thi Hoai (1994) e Rosa dos Santos (2005) sobre o contrato didático presente na abordagem do livro didático

centra-se na análise de possíveis regras contratuais que surgem a partir das confluências entre as responsabilidades do professor posta no texto-aula e as responsabilidades dos alunos postas nos exercícios. Ampliaremos a discussão dessas autoras a partir da proposição de mais elementos, os quais intitularemos de elementos de contrato didático potencial, tais como: a definição de regras potenciais implícitas e explícitas, expectativas, indícios de rupturas e indícios de efeitos de contrato.

A seguir apresentaremos a definição de tais elementos. Para melhor situarmos a discussão retomaremos em um primeiro momento as definições dos elementos contratuais já discutidas na literatura, em seguida discutiremos nossas proposições, bem como as justificativas teóricas que as sustentam, e para ilustrá-las apresentaremos um exemplo.

#### 1.5.2.2.1.1 Expectativas

Para Almeida (2016) as expectativas com relação à gestão do saber que os parceiros didáticos possuem um perante o outro. Entendemos que o livro didático é construído em função de um professor e de um aluno hipotético dessa maneira possui algumas expectativas, intenções de negociação sobre como o trabalho com determinado saber deve ser conduzido. Entendemos que essas expectativas estão contidas no Manual do Professor, visto que é este material que contém os encaminhamentos para a prática do professor com o uso do Livro Didático, revelando as intencionalidades e expectativas de como esse trabalho deverá ser conduzido.

**Exemplo:** Como exemplo traremos uma situação discutida no capítulo sobre Análise Combinatória do 2º volume da Coleção do Ensino Médio “Matemática: uma nova abordagem” (GIOVANNI et al, 2013).

Figura 6. Exemplo de expectativa

- 1.** Uma moeda tem duas faces: cara ( $K$ ) e coroa ( $C$ ). Lança-se uma moeda três vezes seguidas e observa-se qual face ficou voltada para cima. Quantos e quais são os resultados possíveis? 
- 2.** Adriano e Rafael disputam entre si um torneio de tênis, no qual o vencedor será o primeiro a ganhar duas partidas seguidas ou três alternadas. Descreva todas as possibilidades de desenvolvimento do torneio.
- 3.** Quantos e quais são os números de três algarismos distintos que podemos formar usando os algarismos 2, 5 e 7?

Fonte: Giovanni et al (2013, p. 129 – 130)

As atividades referem-se à determinação do total de situações possíveis em três situações distintas: na primeira a determinação do total de possibilidades da face de uma moeda considerando três lançamentos seguidos, na segunda o total de possibilidades do vencedor de um torneio de tênis e no último as possibilidades de formação de um número considerando três algarismos. A seguir apresentaremos a orientação do Manual do Professor para o trabalho com esse exemplo.

**Orientação do Manual do professor:** “Verifique se no caso dos exemplos 1 e 3, os alunos já perceberam que o total de possibilidades envolvem, respectivamente, as multiplicações  $2.2.2=8$  e  $3.2.1$ . Se eles responderem isso, pergunte no caso do exemplo 3, qual é o total de possibilidades se os algarismos podem ser repetidos? (Resposta:  $3.3.3=27$ ). O que se espera dessa pergunta é que eles notem que, uma vez que os algarismos podem se repetir, o total de possibilidades cresce” (GIOVANNI et al, 2013, p. 52)

Logo, espera-se que os alunos percebam as multiplicações que envolvem os exemplos 1 e 3 e orienta-se que seja conduzido um questionamento a respeito do 3º exemplo de maneira que se perceba que a repetição dos algarismos implica no aumento das possibilidades. É possível perceber que o trabalho com esses exemplos envolvem uma série de expectativas sobre como eles devem ser negociados na sala de aula e que são previamente definidas no livro didático.

#### 1.5.2.2.1.2 Regras de Contrato Potenciais

De acordo com Sarrazy (1995) o contrato didático se estabelece a partir das repetições de hábitos específicos do professor que são reproduzidos de forma consciente ou não na sua prática de ensino. Nesse sentido o contrato didático constitui-se como um conjunto de exigências específicas para determinada atividade (BESSOT, 2003), logo as regras contratuais podem ser entendidas como padrões e regularidades na prática do professor.

A análise das regras de contrato no livro didático surgem com os estudos de Bessot e Le Thi Hoai (1994) e Rosa dos Santos (2005) (ao referir-se a tais regras esta autora já se remete ao termo Regras de Contrato Potenciais) e compreendem a análise das inter-relações entre o texto-aula e os exercícios, isto é, as intersecções entre as regularidades presentes no texto-aula e as regularidades postas nos exercícios.

Nesse sentido percebemos uma aproximação entre a discussão dessas autoras e as definições de Regra de Contrato discutidas na literatura, ou seja, em ambos os casos considera-se que estas surgem a partir de regularidades seja no Livro Didático ou na prática do professor. Isto posto, entendemos as Regras de Contrato Didático Potenciais como as regularidades na abordagem de determinado saber no Livro Didático, ou seja, é tão recorrente que constituirá parte do hábito do professor hipotético e fará parte do conjunto de expectativas do aluno hipotético quanto ao comportamento desse professor.

#### 1.5.2.2.1.2.1 Regras Explícitas Potenciais

As regras explícitas são claras, expressas sem ambigüidade pelas partes em questão; encontramos no momento em que o saber encontra-se em jogo pelo professor ou o aluno. (JONNAERT; BORGHT, 2002). No Livro Didático nos referimos a regras explícitas potenciais quando há menção explícitas que generalizam procedimentos, definindo uma regularidade, a respeito de determinado saber ou atividade.

**Exemplo:** Apresentamos como exemplo de uma regra explícita potencial um recorte do primeiro volume da Coleção do Ensino Médio “Matemática: Contextos e

Aplicações” (DANTE, 2014) que discute a relação entre Função Linear e Proporcionalidade.

Seu gráfico é uma reta não vertical que passa pela origem (0,0). Os problemas que envolvem proporcionalidade, em geral, podem ser resolvidos por meio de uma função linear e por isso afirmamos que a função linear é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade. (DANTE, 2014, p.91)

Conforme é possível observar no recorte destacado há uma menção explícita de que os problemas sobre proporcionalidade podem ser resolvidos de maneira geral por uma Função Linear, espelhando em certa medida uma regularidade, isto é, uma regra explícita potencial: a maioria dos problemas de proporcionalidade podem ser resolvidos por meio de uma Função Linear.

#### 1.5.2.2.1.2.2 Regras Implícitas Potenciais

As regras implícitas são aquelas que não são explicitamente formuladas por um dos parceiros (quase sempre, o professor), mas que são construídas de forma mais subliminar. (ALMEIDA, 2016). Consideramos como regras implícitas potenciais regularidades presentes na abordagem do saber que não são explicitamente mencionadas, essas regras são identificadas a partir das regularidades impostas no texto-aula, por essa seção do livro didático está sob responsabilidade do professor, logo acreditamos haver nela os “hábitos” do professor hipotético.

**Exemplo:** Citamos como regra implícita potencial a regra surgida no segundo volume da coleção Matemática: Contextos e Aplicação (DANTE, 2014) a respeito da abordagem dos sistemas lineares. Verificamos no capítulo referente a esse saber uma regularidade, na qual as incógnitas que compunham tais sistemas eram sempre as letras  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$ , destacamos que não verificamos, no decorrer do capítulo, nenhuma menção que explicita a ocorrência dessa regularidade. Analisando essa situação sob a ótica do CDP entendemos que esta se configura como uma regra implícita potencial, ou seja, embora não haja uma menção explícita a respeito da representação das variáveis de um sistema linear pelas letras  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$ , tal representação constitui-se como uma regularidade fazendo parte do hábito do professor hipotético, desdobrando-se em uma regra implícita potencial.

#### 1.5.2.2.1.3 Indícios de Efeitos de Contrato

Os Efeitos de Contrato são definidos na literatura como situações em que o professor nivela por baixo os objetivos de aprendizagens, onde é facilitada a tarefa do aluno criando uma situação de falsa aprendizagem, estes efeitos conservam toda uma particularidade do contexto de ensino emergindo em situações de possíveis fracassos dos alunos. Nesse sentido, considerando que não há no Livro Didático a possibilidade de “prever” estes possíveis fracassos dos alunos não podemos falar na existência de Efeitos de Contrato nesse recurso didático, mas sim de indicações de Efeitos de Contrato, assim como nas indicações de rupturas, tendo em vista que sua reprodução está intimamente relacionada às negociações instauradas no interior da relação didática.

As indicações de Efeitos de Contrato dizem respeito a todos os elementos do Livro Didático (informações abundantes, analogias, etc) que tendem a facilitar a tarefa do aluno, ‘apontando’ possíveis respostas e interpretações. A princípio foram definimos como Indicações de Efeitos de Contrato apenas três dos Efeitos já definidos na literatura: Topázio, Uso abusivo de analogias e Deslize Metacognitivo, tendo em vista que os demais efeitos demandam de uma manifestação do aluno que não é possível identificar no Livro Didático.

##### 1.5.2.2.1.3.1 Efeito Topázio

O Efeito topázio está associado à antecipação de respostas por parte do professor, por meio de informações ou dicas sutis que indicam o caminho da resposta (PAIS, 2011). No livro didático consideramos como indícios do efeito Topázio os elementos que facilitam as tarefas destinadas aos alunos por meio de informações abundantes. Estas tarefas compreendem os exercícios, uma vez que, sob a ótica do CDP, estes fazem parte das responsabilidades delegadas aos alunos.

Esses indícios podem aparecer, também, a partir da discussão dos exemplos resolvidos, os quais, embora na maioria dos casos constituam-se como parte do texto-aula, configuram-se como “modelos” de atividades que serão propostas posteriormente para os alunos.

**Exemplo:** Apresentamos como exemplo dos indícios do efeito topázio um recorte do primeiro volume da Coleção do Ensino Médio “Matemática: Contextos e Aplicações” (DANTE, 2014) que discute a determinação da Lei de Formação da Função Afim.

Escreva uma função afim para a seguinte situação: “Um taxista cobra R\$ 2,00 por quilometro rodado, mais R\$ 10,00 (bandeirada)”, em que  $x$  é o número de quilômetros rodados e  $y$  é o preço cobrado pelo taxista. Dica: perceba que existe uma parte fixa e uma variável. (DANTE, 2014, p. 23)

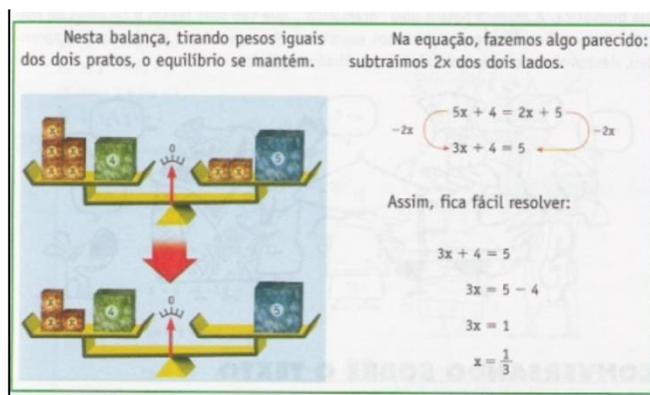
Ao descrever a situação da corrida de táxi é mencionado explicitamente uma dica, na qual deve-se perceber que a situação é composta por uma parte fixa e uma parte variável. Acreditamos que essa dica pode facilitar a resposta, reduzindo o trabalho do aluno à identificação da parte fixa e da parte variável para a determinação da Lei de Formação, configurando-se dessa maneira como indícios do efeito topázio, uma vez que conforme discutido este efeito caracteriza-se pela presença de dicas e informações abundantes que possam facilitar o trabalho do aluno.

#### 1.5.2.2.1.3.2 Uso Abusivo de Analogia

Para Brousseau (1986) o uso inadequado das analogias na sala de aula tende a promover uma descaracterização do saber científico. Acreditamos que a presença de analogias no livro didático sem as devidas diferenciações com o saber científico, configura-se como um possível ponto de desdobramento desse efeito, isto é, a presença da analogia sem a menção das suas limitações no que se refere à representação do saber estudado. Essa situação pode favorecer uma interpretação equivocada por parte dos alunos, os quais podem vim a reduzir o saber científico à analogia.

**Exemplo:** Como exemplo traremos um recorte de Imenes e Leles (2002), citado por Brito Menezes (2006), que se refere à utilização da metáfora da balança para a representação de uma equação.

Figura 7. Exemplo do Efeito Uso Abusivo de Analogias Potencial



Fonte: Imenes e Lelis (2002, p. 231 apud BRITO MENEZES, 2006, p.142)

De acordo com Brito Menezes (2006) essa metáfora é utilizada para ilustrar os procedimentos de manipulação de incógnitas e a idéia de equilíbrio entre os membros da equação. A mesma autora reflete que embora a balança seja uma metáfora interessante para a introdução do estudo das equações é necessário abandoná-la em detrimento de procedimentos com um maior nível de abstração, uma vez que a balança é insuficiente para representar todos os tipos de equação considerando que não é possível representar quantidades negativas por a inexistência de “pesos negativos”.

O autor apresenta uma comparação entre a manipulação de termos de uma equação e a retirada de pesos de uma balança, no entanto não faz a diferenciação entre essa metáfora e o saber científico, isto é, não discute que a utilização da balança está condicionada ao trabalho com números positivos, uma vez que não é possível fazer a representação de pesos negativos. Ancorados na discussão do CDP acreditamos que essa situação pode espelhar um possível efeito na sala de aula, tendo em vista que, conforme a discussão tecida, não é feita as devidas diferenciações entre a metáfora e o saber, no caso as equações. Logo, essa situação constitui-se como indícios do efeito uso abusivo de analogias.

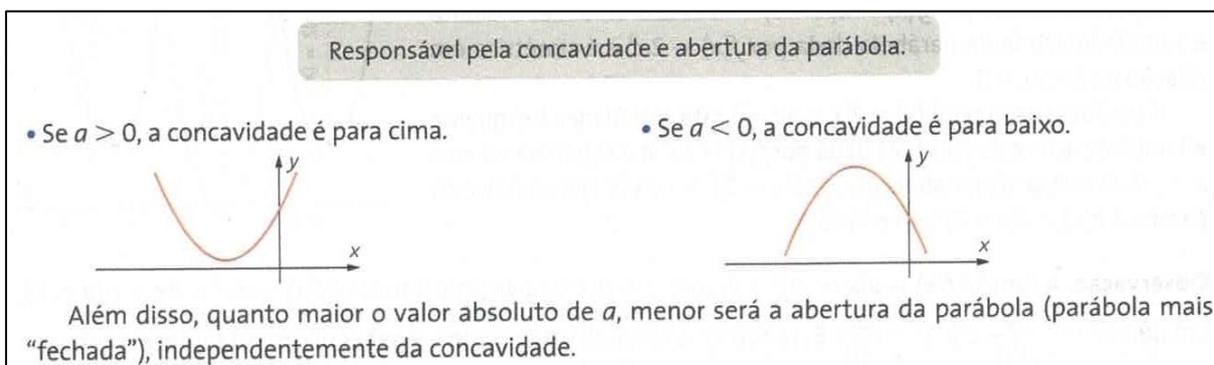
#### 1.5.2.2.1.3.3 Deslize Metacognitivo

Na perspectiva de Brousseau (1986) este efeito corresponde a uma situação onde o discurso científico é negligenciado em virtude das idéias do senso comum. Definimos indícios desse efeito no LD quando uma noção científica é trabalhada a partir da associação a uma ideia do senso comum sem haver, um discurso científico que justifique tal associação. Consideramos relevante a utilização de idéias cotidianas para abordar conceitos científicos no LD, no entanto, à medida que os

conceitos evoluem deve haver, assim como na relação didática, a formalização dos mesmos, caso contrário corre-se o risco de banalizar o saber científico reduzindo-o a uma ideia do senso comum. Entendemos que assim como o Uso Abusivo de Analogias os indícios desse efeito surgiram através das negociações do professor hipotético, isto é, na abordagem do texto-aula.

**Exemplo:** Como exemplo para os indícios desse efeito apresentamos um recorte do primeiro volume da coleção Matemática: Contexto e Aplicações (DANTE, 2014) referente à análise dos coeficientes da Função Quadrática em seu gráfico.

Figura 8. Exemplo do Efeito Deslize Metacognitivo



Fonte: Dante (2014, p.118)

Conforme é possível observar discute-se inicialmente a relação do coeficiente  $a$  com a concavidade da parábola, posteriormente é apresentado que o módulo de tal coeficiente influencia na abertura dessa representação gráfica, isto é, “quanto maior o valor absoluto de  $a$ , menor será a abertura da parábola”, note que para expressar tal relação o autor do livro didático remete-se ao termo “parábola mais ‘fechada’”.

Observamos ao longo do capítulo referente à Função Quadrática que não é utilizado um discurso científico para justificar a influência do módulo do coeficiente  $a$  na abertura da parábola, isto é um debate que fundamenta a relação inversamente proporcional entre o módulo do coeficiente  $a$  e a distância entre pontos que possuem o mesmo valor para a coordenada do eixo Oy, utiliza-se apenas a ideia da parábola ser mais “fechada”. Entendemos, sob a ótica do CDP, que a partir dessa conjuntura surge o indício de efeito de contrato Deslize Metacognitivo, tendo em vista a relação

entre o coeficiente  $a$  e abertura da parábola é explorada a partir da ideia da mesma ser mais “fechada” não havendo um discurso científico que subsidie tal ideia.

#### 1.5.2.2.1.4 Indícios de rupturas

As rupturas caracterizam-se como momentos de tensão na relação didática quando há um desencontro entre as expectativas do professor e do aluno, isto é, um dos parceiros não cumpre com o que seria, conforme as regras negociadas, sua responsabilidade. O surgimento de rupturas pressupõe manifestação de “insatisfação” por parte de um dos parceiros didáticos pelo fato de suas expectativas não terem sido atendidas, nesse contexto a eminência de tais rupturas instituí-se nas particularidades das negociações instauradas na relação didática, logo tal elemento contratual emerge em uma realidade que está fora do “alcance” do Livro Didático, ou seja, tal recurso não pode antecipar ou prever possíveis “insatisfações” dos parceiros didáticos.

No entanto, podem surgir no livro didático “quebras” das regularidades que são postas nesse recurso didático, ou seja, momentos em que as mesmas não são seguidas. Considerando que as regras de contrato potenciais surgem a partir de regularidades, mencionadas explicitamente ou não, na abordagem de determinado saber, as quebras de regularidades se constituiriam como indícios de rupturas, tendo em vista que há uma ruptura com as regras de contrato potenciais.

Utilizaremos a nomenclatura “indícios de rupturas” pelo fato de, conforme citado no parágrafo anterior, as rupturas constituírem-se fenômenos “além” do livro didático estando intimamente relacionados às características da relação didática, no entanto temos o entendimento que essas quebras de regularidades constituem-se como pontos de reflexão nos quais as regras de contrato potenciais vigentes até então não são atendidas, podendo, em certa medida, indicar uma possível ruptura.

**Exemplo:** Discutiremos como exemplo dos indícios de rupturas um exemplo relacionado aos sistemas lineares do segundo volume da coleção Matemática: Contextos e Aplicações.

Figura 9. Exemplo de um indício de ruptura

$$e) \begin{cases} a + 2b - c + d = 2 \\ c - d = 0 \end{cases}$$

Fonte: Dante (2014, p. 156)

Conforme o exemplo discutido no tópico 1.5.2.2.1.2.2 surge na abordagem dos sistemas lineares uma regra implícita potencial, na qual às variáveis de tais sistemas sempre são representadas pelas letras  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$ , identificamos a partir da análise do exercício expresso no recorte anterior uma ruptura de tal regra, isto é, momento em que a regularidade expressa pela mesma não é cumprida, tendo em vista que as variáveis do sistema linear são expressas pelas letras  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ .

A fim de sintetizar a discussão desse tópico apresentaremos a seguir um quadro com as principais características dos Elementos de Contrato Didático Potencial.

Quadro 1. Quadro Síntese dos Elementos de Contrato Didático Potencial

| Elemento de Contrato Didático Potencial | Descrição                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Expectativas                            | Norteamentos sobre a abordagem do saber contidos no Manual do Professor.                                                                                    |
| Regras explícitas potenciais            | Menções explícitas que generalizam procedimentos no Livro Didático a respeito de determinado saber ou atividade, definindo dessa maneira uma regularidade.  |
| Regras implícitas potenciais            | Regularidades presentes na abordagem do saber que não são explicitamente enunciadas, no entanto fazem parte do hábito do professor hipotético.              |
| Indícios de Efeitos de Contrato         | Elementos do Livro Didático (exercícios, termos, exemplos) que tendem a facilitar o trabalho do aluno, bem como as indicações.                              |
|                                         | <b>Topázio:</b> A presença de dicas ou informações abundantes nos enunciados dos exemplos e exercícios.                                                     |
|                                         | <b>Uso Abusivo de Analogia:</b> A presença de analogias sem mencionar suas limitações quanto a representação do saber científico.                           |
|                                         | <b>Deslize Metacognitivo:</b> A associação de uma noção científica a uma ideia do senso comum sem haver um discurso científico que respalde tal associação. |
| Indícios de rupturas                    | “Quebras” nas regularidades impostas na abordagem do saber instauradas no Livro Didático.                                                                   |

Fonte: Elaborado pela autora

Entendemos que as discussões acerca do contrato didático potencial ampliam as perspectivas para a análise do Livro Didático sob a ótica do Contrato Didático. Os

elementos de contrato didático potencial categorizam esta análise fornecendo subsídios teóricos e metodológicos para a mesma. No capítulo seguinte discorreremos a respeito do pólo do saber, a Função Afim.

## **2. O SABER: A FUNÇÃO AFIM**

Apresentaremos nesse capítulo uma discussão referente ao *saber*, a Função Afim, abordando-a sob diferentes perspectivas, para isso apontaremos, inicialmente, alguns dos seus elementos históricos. De maneira complementar apresentaremos, em seguida, a Função Afim sob o ponto de vista matemático e no último tópico discutiremos esse saber sob o ponto de vista do ensino abordando a análise dos documentos curriculares.

### **2.1 Elementos históricos constitutivos da Função Afim**

Para Nascimento (2007) o conceito de Função levou cerca de 2000 anos até chegar a sua forma atual, a evolução desse conceito está estritamente relacionada ao desenvolvimento de modelos representativos para realidade. Uma das suas primeiras compreensões surge, de acordo com Boyer (1996), quando povos da antiguidade (Maias, Babilônios, Chineses, entre outros) buscaram estabelecer uma relação entre o posicionamento dos astros e as estações naturais da terra ou as fases da lua associadas à passagem do tempo em relação à noite e ao dia, revelando, ainda que de forma primitiva, a ideia de relacionamento entre grandezas.

Os babilônios, na antiga Mesopotâmia, desenvolveram uma forma de registro em tabletas, a escrita cuneiforme, usadas como recurso para cálculos, essas tabelas contém sucessivas operações com números, que se assemelham às atuais tabelas de logaritmos (BOYER, 1996). Para Roque de Carvalho (2012) essas tabelas já revelavam, em certa medida, o conceito de Função, tendo em vista que relacionavam um número ao resultado das operações que o envolvia.

Segundo Nascimento (2007) alguns elementos importantes sobre a construção histórica do conceito de Função durante o período da Antiguidade podem ser identificados na Grécia antiga, tendo em vista que os trabalhos de alguns matemáticos já continham a ideia de dependência funcional, como, por exemplo, o trabalho de Hipias de Elis no desenvolvimento da quadratriz – recebe essa denominação, pois é utilizada para dividir o círculo em quatro – nas cônicas de Apolônio e na espiral de Arquimedes, onde subjaz a ideia dependência de um ponto em movimento sobre uma curva.

Durante a Idade Média desenvolviam-se na Europa, mas especificamente em Oxford e em Paris, as escolas de Filosofia Natural, as quais consideravam a matemática como o principal instrumento para a compreensão dos fenômenos naturais (ROSSINI, 2006). Nesse contexto surge uma importante contribuição para o desenvolvimento do conceito de Função a Teoria das Latitudes desenvolvida pelo matemático francês Nicole Oresme (1323-1382), esta teoria compreendia a utilização de coordenadas para expressar a velocidade de um corpo em função do tempo constituindo-se, de acordo com Boyer (1996), como uma ideia inicial sobre a construção do gráfico de quantidades variáveis.

Oresme marcou ao longo de uma reta horizontal pontos correspondentes aos instantes de tempo (ou longitudes) e perpendicularmente a essa reta construiu-se um segmento de reta cujo comprimento compreendia à velocidade (BOYER, 1996). Entendemos que o que Oresme chamou de longitudes e latitudes referem-se, respectivamente, ao eixo das abscissas e ao eixo das ordenadas.

Ainda na idade média outro resultado importante para a construção do conceito de função foi a regra de Merton, a qual compreende a determinação da velocidade de um movimento acelerado. Para Boyer (1996) essa regra refere-se a:

Se um corpo se move com movimento uniformemente acelerado, então a distância coberta será igual à que seria percorrida por outro corpo que se deslocasse com movimento uniforme durante o mesmo intervalo de tempo, com velocidade igual à do primeiro no ponto médio do intervalo de tempo (BOYER, 1996, p. 187)

Isto é, a velocidade média de um corpo em movimento uniformemente acelerado é equivalente à média aritmética das velocidades inicial e final do mesmo. Observamos, a partir dessa discussão, que embora não houvesse a formalização do conceito de Função os matemáticos da Antiguidade e da Idade Média já desenvolviam estudos, mesmo que incipientes, a respeito desse conceito.

As noções mais sofisticadas a respeito das funções aparecem somente no século XVI quando Galileu (1564 – 1642) discute conceitos relativos à construção de instrumentos de medidas por meio da representação gráfica. Outra contribuição importante, durante esse período, foi a introdução no cálculo de equações da dependência para calcular o valor de uma variável em relação à outra (NASCIMENTO, 2007).

O conceito de função vai estruturando-se ao longo do século XVII quando se demonstra uma preocupação em utilizar uma escrita matemática adequada para expressá-lo. De acordo com lezzi et al (2004) para expressar mais “nitidamente” esse conceito era necessário unir o simbolismo da álgebra linear com a ideia de variabilidade.

Segundo Eves (2004) o termo “função” foi introduzido por Leibniz (1646 – 1717) no ano de 1694, o uso dessa terminologia foi proposta, inicialmente, com o intuito de designar apenas a dependência de uma curva. Também foram introduzidos por Leibniz termos como “constante”, “variável” e “parâmetro”. Johann Bernoulli (1667 – 1748), por volta de 1718 experimentou diversas notações para uma função de  $x$ , dentre as quais a mais próxima da moderna foi  $\phi x$  (EVES, 2004; BOYER, 1996).

Em 1748 o matemático suíço Leonard Euler (1707 – 1783) apresenta em sua obra *Introduction* a função de uma quantidade variável como sendo qualquer expressão analítica formada por essa quantidade variável e por números ou quantidades constantes, para Dornelas (2007) essa expressão não foi muito aceita pelo fato desse matemático não ter definido de maneira precisa o que seria uma “expressão analítica”. Euler também foi o construtor de uma das notações mais exitosas da história, a notação  $f(x)$  para uma função de  $x$  (BOYER, 1996).

De acordo com Nascimento (2007) o conceito de função vai sendo construindo na prática vigorando posteriormente entre os séculos XVIII e XIX. Para Roque de Carvalho (2012) uma das definições, durante esse período, que mais se aproxima da definição atual de função é proposta por Lejeune-Dirichlet (1805-1859), a qual compreende: “Os valores possíveis que  $x$  pode assumir constituem o *campo de definição* da função e os valores assumidos por  $y$  constituem o *campo de valores* da função” (EVES, 2004, p. 661). Essas proposições ancoram-se no que hoje denominamos como domínio e imagem de uma função evidenciando a ideia de função como uma relação entre dois conjuntos.

Temos atualmente uma definição formal do conceito de função, a qual é fruto das reflexões de inúmeros matemáticos no decorrer dos séculos, nas palavras de Lima (2013)

Dados dois conjuntos  $X$  e  $Y$ , uma função  $f: X \rightarrow Y$  (lê – se “uma função de  $X$  em  $Y$ ”) é uma regra (ou um conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento  $x \in X$  um elemento  $y = f(x) \in Y$  (lê – se  $y = f(x)$ ). O conjunto  $X$  chama – se domínio e o conjunto  $Y$  chama-se contradomínio da

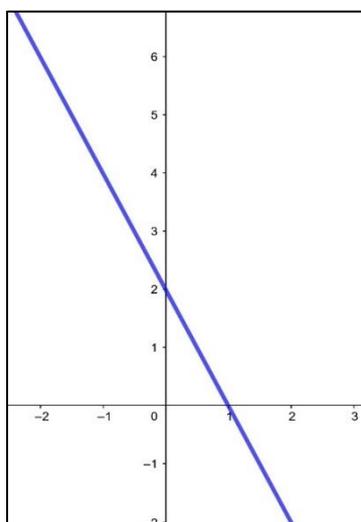
função  $f$ . Para cada  $x \in X$ , o elemento  $f(x) \in Y$  chama-se imagem de  $x$  pela função  $f$ , ou o valor assumido pela função  $f$  no ponto  $x$ . Escreve-se  $x \rightarrow f(x)$  para indicar que  $f$  transforma (ou leva)  $x$  em  $f(x)$ . (LIMA, 2013, p. 40)

O panorama histórico apresentado evidencia o dinamismo envolvido na construção do conceito de função, por meio de diferentes abordagens. Dando continuidade, apresentaremos, a seguir, alguns pontos que julgamos relevantes para a caracterização de um tipo específico de função, a Função Afim, a qual é objeto de estudo da presente pesquisa

## 2.2 A Função Afim enquanto Objeto Matemático

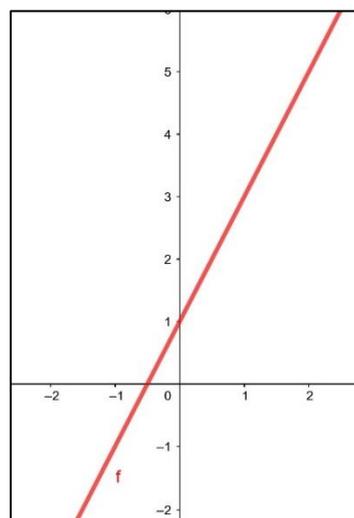
Nessa sessão apresentaremos o nosso objeto Matemático, a Função Afim, em termos de definição. Para com Guidorizzi (2001) a Função Afim pode ser definida como uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $ax + b$ ,  $a$  e  $b$  constantes cujo gráfico é representado por uma reta. Com base nessa definição podemos afirmar que as funções  $f(x) = -2x + 2$  e  $g(x) = 2x - 1$  são casos da Função Afim.

Figura 10. Gráfico de  $f(x) = -2x + 2$



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 11. Gráfico de  $g(x) = 2x - 1$



Fonte: Elaborada pela autora

Segundo com Barboni e Paulette (2007) os coeficientes  $a$  e  $b$  da Função Afim são definidos, respectivamente, como coeficiente angular e o coeficiente linear. O coeficiente linear indica o ponto  $(0, b)$  no qual o gráfico da função intercepta o eixo  $y$ ,

uma vez que assumindo  $x = 0$  na função  $f(x) = ax + b$ , temos  $f(0) = b$ . O Coeficiente  $b$  também pode ser definido, de acordo com Lima et al (2006), como o valor inicial da Função. Tomando como referência as funções  $f$  e  $g$  apresentadas no parágrafo anterior notamos que seus coeficientes lineares são, respectivamente, 2 e -1 e na representação gráfica, os pontos de intersecção com o eixo  $y$  são  $(0,2)$  e  $(0,-1)$ .

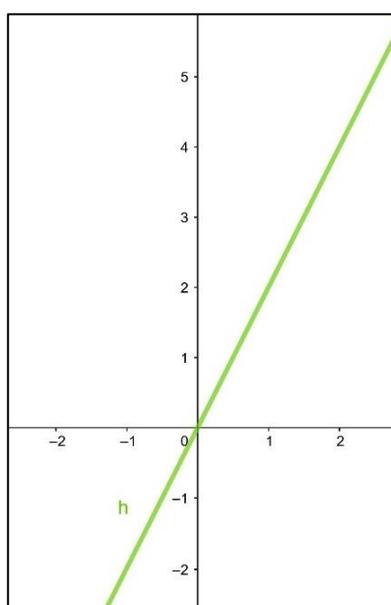
O coeficiente angular, conforme Barboni e Paulette (2007) representa a tangente do ângulo  $\alpha$  formado pela reta  $f$  (gráfico da Função Afim) e o sentido positivo do eixo  $x$ . O coeficiente  $a$  da Função Afim é definido, também, como a taxa de crescimento (ou variação) da função. De acordo com Lima et al (2006) a taxa de crescimento da função refere-se ao acréscimo de  $a$  unidades na imagem ao mesmo tempo que há o acréscimo de uma unidade no domínio. Considerando a função  $f(x) = 2x - 1$  ao calcularmos os valores da função com  $x = 1$  e  $x = 2$  obtemos  $f(1) = 1$  e  $f(2) = 3$ , a diferença entre  $f(1)$  e  $f(2)$  são duas unidades, o que corresponde ao valor da taxa de variação da função, enquanto o domínio da função variou uma unidade, de 1 para 2.

No que tange ao crescimento da Função temos que, dada uma Função  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ , com  $X \subset \mathbb{R}$  e  $x_1$  e  $x_2$  pertencentes a  $X$  ( $x_1 \neq x_2$ ), esta se classifica como crescente quando temos;  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ , de modo análogo a Função será classificada como decrescente quando  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ . Com base na proposição anterior, a Função Afim é considerada crescente quando a taxa de crescimento (coeficiente  $a$ ) é positiva e decrescente quando  $a$  é negativo (LIMA et al, 2006). Observe que as Funções  $f$  e  $g$ , discutidas no primeiro parágrafo desse tópico, são respectivamente decrescente e crescente.

Segundo Lima et al (2006) o gráfico da Função Afim será representado por uma reta ascendente quando a função for crescente em contrapartida será representado por uma reta descendente quando a função for decrescente. Ainda de acordo com o mesmo autor, pelo fato do gráfico da Função Afim ser representado por uma reta, esta função fica inteiramente determinada quando conhecemos dois dos seus pontos, ou seja, considerando uma função  $f(x) = ax + b$  basta conhecermos os valores de  $f(x_1)$  e  $f(x_2)$  para  $x_1$  e  $x_2$  arbitrários para que possamos determiná-la.

Define-se como casos especiais da Função Afim a Função Linear  $f(x) = ax$  e a Função Constante  $f(x) = b$  (observe os exemplos expressos na figura 15). No que se refere à Função Linear os autores destacam-se a relação desse tipo de Função com a proporcionalidade, uma vez que esta é “ um modelo matemático para os problemas de proporcionalidade” (LIMA et al, 2006, p. 92). Considerando que o valor do coeficiente  $b$  na Função Linear é igual a zero, temos, portanto, que seu gráfico interceptará o eixo Oy na coordenada 0, ou seja, passará pela origem do Eixo Cartesiano, o ponto (0,0).

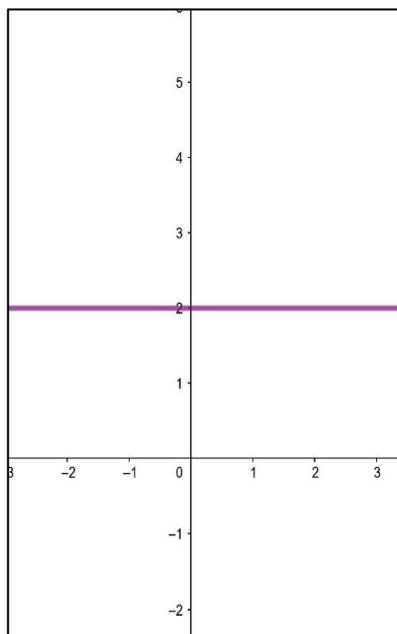
Figura 12. Gráfico da Função Linear ( $f(x) = 2x$ )



Fonte: Elaborada pela autora

Na Função Constante,  $f(x) = b$ , temos que para todo número pertencente ao domínio estará associado ao único número real  $b$ , logo o gráfico dessa Função é representado por uma reta paralela ao eixo Ox, interceptando o eixo Oy no ponto (0,b).

Figura 13. Gráfico da Função Constante ( $f(x) = 2$ )



Fonte: Elaborada pela autora

Após a discussão dos principais aspectos matemáticos da Função Afim discutiremos esse saber sob o ponto de vista do ensino através da análise de documentos curriculares.

### 2.3 O conceito de Função nos Documentos curriculares oficiais

Nesse tópico discorreremos sobre os apontamentos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998; 2000), dos Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), e das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) acerca do ensino de Funções ao longo da Educação Básica. Os norteamentos desses documentos abordam o conceito de Função de maneira panorâmica, discutindo aspectos substanciais a todas as funções, nesse sentido encontramos poucas orientações referentes exclusivamente à Função Afim.

Embora a análise dos documentos curriculares não esteja pautada nos objetivos da nossa pesquisa, ressaltamos a relevância da mesma considerando que tais documentos trazem encaminhamentos para elaboração do currículo e da prática docente e podem nos fornecer subsídios para a compreensão de fatores ligados à nossa investigação.

### 2.3.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tem o objetivo construir um referencial de orientação às práticas escolares de modo a contribuir para que crianças e jovens tenham acesso ao conhecimento matemático. Na perspectiva desse documento a matemática configura-se como um componente importante para a construção da cidadania, tendo em vista que as práticas sociais requerem cada vez mais conhecimentos científicos e tecnológicos dos cidadãos, partindo disso a matemática deve estar ao alcance de todos, sendo a democratização do seu ensino uma meta no trabalho docente.

No que se refere à aprendizagem dos objetos matemáticos ressalta-se que esta se relaciona à atribuição de significados aos mesmos, ou seja, compreender suas interrelações com outros objetos e acontecimentos. Dessa maneira a significação da matemática para o aluno é produto das relações estabelecidas entre ela e as demais disciplinas, entre ela e os diversos fenômenos do cotidiano e das conexões estabelecidas entre os diferentes campos da matemática (BRASIL, 1998).

Logo, a atividade matemática escolar não deve apresentar as coisas “prontas e acabadas”, mas sim fornecer subsídios para que o aluno construa seus próprios conhecimentos. Na concepção desse documento o ensino de matemática deve abandonar as metodologias de abordagem linear que tratam os conteúdos como “compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve” (BRASIL, 1998, p. 19) em detrimento de metodologias que contemplem as diversas conexões da matemática com outras disciplinas e práticas sociais. Como alguns caminhos metodológicos para “fazer a matemática em sala de aula” a resolução de problemas, recurso à história de matemática, jogos e tecnologias da informação.

Os PCN trazem apontamentos para os diferentes seguimentos da Educação Básica, no que se refere ao ensino fundamental este documento divide tal etapa em quatro ciclos: 1º ciclo (2º e 3º ano<sup>4</sup>), 2º ciclo (4º e 5º ano), 3º ciclo (6º e 7º ano) e 4º ciclo (8º e 9º ano). Os conceitos matemáticos trabalhados ao longo desses ciclos estão divididos em quatro grandes blocos: Números e operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, o conceito de Função encontra-

---

<sup>4</sup> No escrito original os anos da escolaridade são abordados como séries.

se no bloco Números e Operações nas discussões referentes aos conceitos algébricos.

No tocante ao bloco Números e Operações alunos, ao longo do Ensino Fundamental, têm acesso às diversas categorias de números criadas em função das necessidades da humanidade, à medida que se depara com diferentes problemas envolvendo as operações seus conhecimentos numéricos passam por uma espécie de ampliação. No que se refere especificamente à álgebra os PCN destacam que desde as séries iniciais já são explorados conceitos pré-álgebra, no entanto são nas séries finais que esses conhecimentos são aprofundados e sistematizados.

A exploração do conceito de Função ocorre no 4º ciclo, onde os conhecimentos relacionados à álgebra são ampliados, é destacado que o trabalho com tais conhecimentos deve ser conduzido de modo a possibilitar ao aluno a compreensão das idéias e linguagens matemáticas.

Ressalta-se como sendo fundamentais para o estudo da álgebra as noções de Função e Variável, constituindo-se como um dos objetivos desse ciclo observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação entre variáveis. Nesse contexto entendemos que este documento preconiza o trabalho com as funções nesse ciclo através de idéias intuitivas associadas às mesmas, isto é, por meio do trabalho com situações que possibilitem a generalização de padrões que expressem dependência entre grandezas.

Diferentemente do Ensino Fundamental os norteamentos relacionados à Matemática do Ensino Médio estão agrupados três blocos de competências e habilidades, as quais devem ser desenvolvidas ao longo da Educação Básica, tais blocos compreendem à: Representação e Comunicação, Investigação e Compreensão e Contextualização Sócio – Cultural, que correspondem às competências e habilidades que os estudantes devem construir ao longo da Educação Básica. Destacamos que não identificamos na análise desses blocos competências e habilidades que se referem especificamente ao trabalho com o conceito de Função, no entanto, no nosso entendimento, esse conceito permeia de maneira implícita tais habilidades e competências.

### 2.3.2 As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) constituem-se como orientações à prática docente no ensino médio, tendo sido elaborada através de uma ampla discussão entre os diversos segmentos da comunidade escolar com um objetivo de promover um diálogo entre professor e escola sobre a prática docente.

Este documento trás em seu bojo a concepção de que toda situação de ensino deve agregar o desenvolvimento de habilidades a respeito do pensar matemático, nesse sentido a qualidade do trabalho dos conteúdos deve ser priorizada em detrimento da quantidade. Os conteúdos estão organizados em quatro grandes blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. Destacamos que os conceitos relacionados às Funções constituem-se como um bloco em si o, que nos faz refletir que tais conceitos, na perspectiva desse documento, constituem-se como relevantes no estudo da matemática.

Estas orientações defendem que a abordagem das Funções deve prosseguir ao longo de todo o ensino médio por meio dos seus diferentes modelos, bem como através da articulação de noções relacionadas a outras áreas do conhecimento. Nessa perspectiva o ensino das Funções deve ser iniciado por meio da exploração das relações estabelecidas entre diferentes grandezas tais como: idade e altura, distância percorrida entre outras. Ressalta-se também a importância de utilizar a língua materna para expressar as relações algébricas, tendo em vista que desse modo pode-se “facilitar a identificação, por parte do aluno, da idéia de função em outras situações” (BRASIL, 2006, p. 73).

No que se refere à ao estudo dos gráficos das Funções é proposto que estes sejam traçados a partir de um entendimento global das relações de crescimento e decrescimento entre as variáveis e não por meio da simples plotação de pontos de uma tabela numérica, uma vez que este último procedimento não permite que o aluno avance na compreensão do comportamento das funções. Destaca-se, também, a importância de analisar as implicações dos coeficientes das funções em sua representação gráfica.

Em síntese é proposto, nessas orientações, que o conceito de Função seja explorado de uma maneira dinâmica a partir do trabalho com as relações entre

grandezas, através da abordagem de seus diferentes aspectos, tais como, a representação gráfica, bem como por meio da interrelação com conceitos relacionados à outras áreas do conhecimento.

### 2.3.3 Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental e Médio de Pernambuco

Esse documento trás no bojo das suas discussões a importância da matemática para a formação humana, considerando que os conhecimentos matemáticos permeiam as mais diversas profissões. Nesse sentido, a matemática pode ser compreendida como “fonte” de modelos, os quais constituem instrumentos abstratos para a interpretação de fenômenos em diferentes áreas. Logo, aprofundar os conhecimentos matemáticos fortalece a contribuição da matemática para outras áreas do conhecimento e em contrapartida “buscar questões em outros campos do conhecimento promove o desenvolvimento de novos modelos matemáticos.” (PERNAMBUCO, 2012, p. 17)

Considera-se que aprender matemática vai além de acumular conhecimentos e desconexos e no sentido contrário às metodologias tradicionais de ensino que, privilegiam uma aprendizagem mecanicista, se propõe metodologias baseadas na resolução de problemas, modelagem matemática, história da matemática, jogos matemáticos, projetos de trabalho e tecnologias no ensino de matemática.

O documento está organizado em três grandes blocos, que correspondem às etapas da escolaridade da Educação Básica: Ensino Fundamental Anos Iniciais, Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio. Cada bloco contempla os eixos temáticos da matemática: Números e operações, Álgebra e Funções, Grandezas e Medidas, Geometria e Estatísticas Probabilidade e Combinatória, sendo discutidos seus respectivos conteúdos e as expectativas de aprendizagem, o nosso objeto matemático, o conceito de Função e Função Afim, está localizada no bloco Álgebra e Funções. No tocante às expectativas de aprendizagem, o documento ressalta que estas compreendem o mínimo de conhecimento que o estudante deve atingir para desenvolver as competências básicas da disciplina, “em outras palavras elas descrevem o ‘pisso’ de aprendizagem e não o ‘teto’. Dependendo das condições de cada sala de aula, elas podem ser ampliadas\aprofundadas” (PERNAMBUCO, 2008, p. 13).

Para melhor organizarmos a discussão abordaremos os norteamentos a respeito da função em dois tópicos, os quais se referem, respectivamente, às etapas do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio.

#### 2.3.3.1 O conceito de Função no Ensino Fundamental Anos Finais

De maneira geral o trabalho com o eixo Álgebra e Funções, nessa etapa da escolaridade, deve contribuir para que o aluno “estudante construa a noção de variável e reconheça uma expressão algébrica como a interpretação de uma relação entre duas grandezas.” (PERNAMBUCO, 2012, p. 101)

No tocante às Funções é ressaltado que a exploração desse conceito deve tomar como ponto de partida o estudo das relações entre grandezas presentes em situações cotidianas, evitando, dessa maneira, uma formalização ‘precoce’ do conceito. É feita referência à Função Linear (caso especial da Função Afim), ressaltando a importância da sua articulação com problemas que envolvam a proporcionalidade. Nesse contexto espera-se que o estudante seja capaz de “Compreender função como relação entre grandezas, identificando variável dependente e independente e estabelecendo sua representação gráfica.” (PERNAMBUCO, 2012, p. 106).

#### 2.3.3.2 O conceito de Função no Ensino Médio

No tocante ao trabalho com o eixo Álgebra e Funções no discute-se este deve ser conduzido, assim como no Ensino Fundamental, de modo a possibilitar o aluno ao estabelecimento de relações e à consolidação do conceito de variável. É ressaltada a relevância do trabalho com Funções, considerando que este conceito possui um papel “essencial” na formação do estudante, uma vez que se constitui como um modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas e os fenômenos sociais. Defende-se uma abordagem do conceito de Função articulada à interpretação dos fenômenos sociais em detrimento de uma abordagem demasiadamente simbólica, salientam ainda a não recomendação do estudo do conceito de Função ancorada no conceito de produto cartesiano: “Em particular, a definição de função baseada na idéia de produto cartesiano de dois conjuntos

aparece como bastante desaconselhável, tanto do ponto de vista matemático, como do didático.” (PERNAMBUCO, 2012, p. 129).

O trabalho com Funções, de acordo com esse documento, deve possibilitar, além da compreensão desse conceito enquanto modelizador de fenômenos reais, a compreensão de aspectos do crescimento e decrescimento das Funções estudadas permitindo, dessa maneira, o desenvolvimento do pensamento funcional. Nesse sentido, acrescentam que

Isso significa retirar a ênfase geralmente atribuída à manipulação simbólico-algébrica, normalmente privilegiada no Ensino Médio, deslocando o foco da relação entre grandezas para o estudo de equações e inequações e cálculos com logaritmos. (PERNAMBUCO, 2012, p. 130)

Nesse contexto o estudo das Funções deve possibilitar:

- Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social.
- Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade (por exemplo: reconhecer que a grandeza tempo não pode ter domínio negativo ou que, um gráfico que relaciona o valor a pagar em função do número de cópias tiradas numa copiadora, não pode ser representado por uma linha e sim por pontos).
- Identificar crescimento e decrescimento pela análise de gráficos de situações realísticas.
- Reconhecer função como modelo matemático para o estudo das variações entre grandezas do mundo natural ou social. (PERNAMBUCO, 2012, p.130)

No que tange especificamente ao estudo da Função Afim é preconizada uma articulação entre os conceitos algébricos e a representação gráfica através da interpretação no plano cartesiano de conceitos tais como zero da função, coeficiente linear e coeficiente angular, bem como as alterações sofridas pelo gráfico da função quando são alterados os valores desses coeficientes. Defende-se também que a articulação entre a Função Linear e a proporcionalidade sejam retomadas e aprofundadas nessa etapa da escolaridade. Diante esse contexto espera-se que o estudo da Função Afim possibilite ao aluno:

- Reconhecer a relação entre a proporcionalidade direta e a função linear.
- Reconhecer a representação algébrica e a representação gráfica de uma função afim.
- Resolver e elaborar problema envolvendo função afim.
- Relacionar uma sequência numérica com crescimento linear a uma função de domínio discreto.
- Reconhecer o zero, o coeficiente linear e o coeficiente angular de uma função afim no plano cartesiano.

- Reconhecer as transformações sofridas pela reta no plano cartesiano em função da variação dos coeficientes (por exemplo: reconhecer que se o coeficiente angular é negativo, a reta é decrescente ou que quanto maior for o valor absoluto do coeficiente angular, maior será a inclinação da reta).  
(PERNAMBUCO, 2012, p.130)

Em síntese, o documento discute uma abordagem do conceito de Função a partir da exploração de relações entre grandezas, se articulado com outras áreas do conhecimento, bem como com os quadros matemáticos, de maneira que o aluno compreenda esse conceito enquanto modelador de fenômenos reais. No que se refere à Função Afim é preconizada uma articulação entre os domínios algébricos e geométricos de modo que o estudante possa interpretar no plano cartesiano dos coeficientes da Função.

É preconizado nos três documentos que o conceito de Função deve ser abordado de uma maneira dinâmica, sendo significado por meio da exploração das relações entre grandezas bem como que através dos conceitos relacionados a outras áreas do saber.

### **3. ABORDAGEM METODOLOGICA**

Delinearemos, neste momento, a abordagem metodológica adotada no presente estudo. Este capítulo será dividido em quatro tópicos: no primeiro discorreremos sobre a natureza da nossa pesquisa, no segundo retomaremos nossos objetivos, no tópico seguinte descreveremos o sujeito e o campo de pesquisa e por fim, no último tópico, apresentaremos as etapas da pesquisa e os critérios utilizados nossa análise.

#### **3.1 Natureza da pesquisa**

Em função dos objetivos propostos optamos por uma abordagem de pesquisa qualitativa<sup>5</sup> de cunho etnográfico. Assumimos, em consonância com Chizzotti (2003), que as pesquisas qualitativas implicam em uma partilha densa entre pessoas, fatos e locais, os quais fazem parte do objeto de pesquisa, com o intuito de extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível, onde o autor interpreta e traduz, à luz de competências científicas, os significados patentes do seu objeto de pesquisa.

Diante desse contexto assumimos que na abordagem qualitativa se investiga fenômenos procurando observar suas manifestações diante de atividades, nos procedimentos e interações cotidianas, dessa maneira a preocupação maior desse tipo de pesquisa está em todo o processo e não em um produto final.

No campo da Educação a abordagem qualitativa privilegia um conjunto heterogêneo de métodos e técnicas que contemplam desde pesquisas participantes, os estudos de caso, pesquisa-ação, as análises de discurso, de narrativas, de histórias de vida até os estudos de natureza antropológica e etnográfica (ANDRÉ, 2007).

De acordo com André (2011) a etnografia deriva de estudos antropológicos e constituem-se como um esquema de pesquisa para se estudar grupos sociais e culturais, tendo como foco a descrição da cultura (hábitos, crenças, práticas, valores,

---

<sup>5</sup> Utilizaremos o termo 'abordagem de pesquisa qualitativa' ao invés de 'pesquisa qualitativa' assumimos em consonância com Severino (2007) que o primeiro termo pressupõe um conjunto de metodologias a ela associada, enquanto o segundo refere-se a uma metodologia de pesquisa particular.

linguagens e significados) desses grupos. Na Educação, as pesquisas caracterizam-se como etnográfica quando utilizam as seguintes técnicas: observação participante, entrevistas e análise documental. As observações participantes são definidas como observações que há um grau de interação do pesquisador com a realidade estudada, afetando-a e sendo afetado por ela. As entrevistas, por sua vez, têm o objetivo de esclarecer e aprofundar questões. Os documentos são utilizados no intuito de contextualizar fenômenos e explicitar vínculos com os dados coletados de outras fontes.

Para Almeida (2016) em pesquisas do tipo etnográfica, que o pesquisador é o instrumento principal na coleta e na análise dos dados, nessa perspectiva os dados são coletados e mediados pelo instrumento humano, o pesquisador, privilegiando o processo em detrimento dos resultados finais. Este tipo de pesquisa pressupõe um trabalho de campo e nele o pesquisador aproxima-se de pessoas, situações, locais, eventos, mantendo com eles um contato direto e prolongado.

Diante do exposto, entendemos que nossa pesquisa se enquadra no conceito de pesquisa qualitativa de cunho etnográfico, tendo em vista que adentramos no ambiente da sala de aula (analisando o livro didático, professor e os alunos na negociação de um determinado saber) no intuito de compreendermos os fenômenos que nela emergem mais especificamente o Contrato Didático e o Contrato Didático Potencial.

### **3.2 Objetivos da Pesquisa**

Considerando, conforme discutido anteriormente, o Livro Didático enquanto portador de um saber (polo não-humano do sistema didático), no nosso caso a Função Afim, e possuindo estreita relação com o professor e alunos (polos humanos do sistema didático) assumimos que este carrega consigo intenções de negociação, para professores e alunos hipotéticos, espelhando um contrato didático potencial. Diante disso pretendemos, na nossa investigação, analisar as relações entre o Contrato Didático Potencial proposto na abordagem do Livro Didático e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber Função Afim em cena em uma turma de 1º ano do Ensino Médio.

Nosso objetivo geral compreende três objetivos específicos. O primeiro é caracterizar o Contrato Didático Potencial presente na abordagem do livro didático do 1º ano do Ensino Médio acerca do conteúdo Função Afim. O Segundo é analisar o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio acerca do conteúdo Função. O terceiro e último diz respeito à análise das aproximações e distanciamentos entre o Contrato Didático Potencial presente no livro didático e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio acerca do conteúdo de Função Afim. Apresentaremos, a seguir, um quadro de síntese metodológica com os objetivos específicos e as etapas da pesquisa, as quais serão melhor discutidas e aprofundadas nos tópicos seguintes.

Quadro 2. Síntese metodológica da pesquisa

| Objetivos Específicos                                                                                                                                                                                              | Etapas da Pesquisa                                                                                      |                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                    | Procedimentos Metodológicos                                                                             | Procedimentos de Análise                                                                                                                     |
| Caracterizar o Contrato Didático Potencial presente na abordagem do livro didático do 1º ano do Ensino Médio acerca do saber Função Afim.                                                                          | Análise documental do Livro Didático e das Orientações do Manual do Professor.                          | Critérios de análise criados a priori para análise do Contrato Didático Potencial baseados na discussão dos elementos de contrato potencial. |
| Análise do Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio acerca do saber Função Afim.                                                                                          | Observação participante das aulas referentes ao saber Função Afim (Videografia e transcrição das aulas) | Critérios de análise já estabelecidos na literatura referente aos elementos contratuais.                                                     |
| Aproximações e distanciamentos entre o Contrato Didático Potencial presente no livro didático e o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos do 1º ano do Ensino Médio acerca do saber de Função Afim | Reunião dos dados coletados do Livro Didático e da videografia.                                         | Confrontação dos resultados obtidos na análise do Livro Didático e na aula, a fim de de identificar possíveis influências do CDP no CD.      |

Fonte: Elaborado pela autora

### 3.3 Os sujeitos e campo de pesquisa

O presente estudo foi realizado em uma escola da Rede Estadual do Município de Itapissuma. Este Município localiza-se na Região Metropolitana Norte estando a 45 Km da cidade do Recife. Atualmente possui 18 escolas destinadas ao Ensino Fundamental e 4 destinadas ao Ensino Médio. A escolha por essa escola em específico justifica-se por a pesquisadora conhecê-la, bem como os docentes da disciplina de matemática facilitando sua entrada na sala de aula para as filmagens.

Participaram da pesquisa 39 alunos e um professor de matemática (com pseudônimo de João<sup>6</sup>) de uma turma do 1º ano do Ensino Médio. A escolha do 1º ano do Ensino Médio justifica-se pelo fato de que, conforme apontado pelos Documentos Oficiais (PERNAMBUCO, 2012; BRASIL, 1998; 1999), apesar do conteúdo de Função Afim ser trabalho no 9º ano do Ensino Fundamental, este é tradicionalmente abordado com maior ênfase no 1º ano do Ensino Médio.

O professor sujeito da pesquisa é licenciado em Matemática há 14 anos. No que se refere a sua experiência profissional atua como professor de matemática há 26 anos e há 15 como professor do Ensino Médio. Os alunos que completam o nosso quadro de sujeitos eram adolescentes entre 14 e 17 anos e estão representados nas transcrições pela letra **A** indexada à numeração indo arábica (**A<sub>1</sub>**, **A<sub>2</sub>**, **A<sub>3</sub>**,...) quando nos referimos a um grupo de alunos utilizamos a sigla **AIs**.

A obra analisada é o primeiro volume da coleção **Matemática**: contextos e aplicações de Luiz Roberto Dante, na sua 3ª edição em 2017. Esta coleção faz parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) desde 2012 e é adotado pela escola campo da nossa pesquisa desde 2015.

O livro está organizado em quatro grandes unidades: **Números e Funções (Unidade 1)**, **Função Afim e Função Quadrática (Unidade 2)**, **Função Exponencial e Função Logarítmica (Unidade 3)** e **Sequências e Trigonometria (Unidade 4)**. Cada unidade contém dois capítulos os quais apresentam as seguintes sessões: *Abertura do capítulo*, *Exercícios resolvido passo a passo*, *Exercícios*, *Matemática e Tecnologia* e *Outros contextos*. Ao final de cada unidade há ainda sessões que visam aprofundar os conteúdos trabalhados através de sessões de exercícios como: *Um pouco mais*, *Vestibulares de norte a sul*, *Pensando no ENEM*. No final do livro há uma sessão que contém questões do ENEM que estão divididas conforme as unidades trabalhadas a *Caiu no ENEM*, é disponibilizado, no livro do aluno, as respostas de todas os exercícios, algumas sugestões de leituras complementares e um índice remissivo. O Manual do professor, além de todas as sessões do livro do aluno, contém mais 12 sessões, dentre as quais queremos destacar a que será considerada na nossa análise: *Observações e sugestões para as unidades e capítulos e resolução dos exercícios*.

---

<sup>6</sup> Utilizamos um pseudônimo com intuito de resguardar a identidade do sujeito.

O capítulo que aborda o estudo da Função Afim é o Capítulo 3 localizado na Unidade 2 e intitulado “FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO MODULAR”. Esse capítulo possui 29 páginas e contém os seguintes tópicos: *Situações iniciais, Definição de Função Afim, Valor de Função Afim, Taxa de Variação Média da Função Afim, Determinação de uma Função Afim, Gráfico da Função Afim, Conexões entre Função Afim e Geometria Analítica, Zero da Função Afim, Estudo da Função Afim e de Inequações do 1º grau, Outras conexões e Funções Poligonais ou Afins por Partes*. Nossa análise centrou-se na análise dos tópicos relacionados à Lei de Formação e Gráfico da Função Afim, bem como um tópico do Manual do Professor.

### **3.4 Etapas da Pesquisa**

Nesta seção descreveremos as etapas em que esta pesquisa está dividida, apresentaremos as técnicas utilizadas, os instrumentos para a construção dos dados e os critérios considerados na análise.

#### **3.4.1 Análise Documental do Livro Didático<sup>7</sup>**

Temos por objetivo, nessa etapa, analisar em um livro didático do 1º ano do Ensino Médio, o contrato didático potencial presente na abordagem do conteúdo de Função Afim. O Livro Didático é um recurso privilegiado nas salas de aula brasileiras constituindo-se como um dos principais suportes na sala de aula tanto para o professor quanto para os alunos.

Para Ramos de Almeida (2011) o Livro Didático é um elemento indispensável na sala de aula uma vez que nele contém o texto base a ser estudado, bem como os exercícios para os alunos, por outro lado é suporte para o professor elaborar suas atividades. Nesse sentido o Livro Didático estabelece estreitas relações com professor, alunos e o saber matemático (CARVALHO E LIMA, 2010).

---

<sup>7</sup> A discussão sobre o Livro Didático e seu lugar na sala de aula encontra-se na seção 1.5 deste trabalho.

Nessa etapa utilizamos como técnica para construção dos dados a análise documental. De acordo com Ludke e André (1986), a análise documental, pode ser definida como uma série de operações, no intuito de estudar e analisar um ou vários documentos com foco na identificação de informações factuais nos mesmos; descobrir as circunstâncias sociais, econômicas e ecológicas com as quais podem estar relacionados, atendo-se sempre às questões de interesse.

A seguir apresentaremos os critérios considerados na nossa análise.

#### 3.4.1.1 Critérios de Análise para o Livro Didático

Tomamos como foco de análise o CDP e o saber Função Afim, dessa maneira foram considerados na análise do Livro Didático os tópicos referente à Lei de Formação e à construção do Gráfico da Função Afim: *Situações iniciais, Definição de Função Afim, e Gráfico da Função Afim*, bem como um tópico do Manual do Professor: *Observações e sugestões para as unidades e capítulos*<sup>8</sup>. Nos tópicos considerados analisamos as indicações do Manual do Professor e todos os elementos presentes na abordagem do saber: termos, definições, exemplos e exercícios, afim de identificarmos elementos de contrato potenciais.

Optamos por dividir a análise de acordo com os tópicos explorados (Lei de Formação da FA e Gráfico da FA), para melhor explorarmos a dinâmica do CDP analisamos cada tópico obedecendo a ordem em que os conceitos eram apresentados. A análise de cada um dos tópicos foi dividida em três eixos: Análise do Manual do Professor, Análise do Texto-aula e Análise dos exercícios. Apresentamos, a seguir, o foco da análise em cada um dos eixos.

**Análise do Manual do Professor:** Contemplamos a análise do tópico *Observações e sugestões para as unidades e capítulos* que contém observações e sugestões didáticas para o trabalho com cada um dos capítulos e a resolução dos exercícios (DANTE, 2017). Isto posto, buscamos identificar nesse tópico expectativas.

**Análise do Texto-Aula:** Conforme discutido por Rosa dos Santos (2005) e Bessot e Le Thi Hoai (1994) o texto aula estaria sob responsabilidade de um professor hipotético e no nosso entendimento constitui-se como um momento onde o CDP é

---

<sup>8</sup> Ao nos referirmos a esse tópico mencionaremos apenas Manual do Professor.

instaurado. Nesse sentido buscamos identificar nesse recorte do LD as Regras explícitas e implícitas potencial, Indícios de rupturas e Indícios de Efeitos de Contrato. Ressaltamos que a análise dessas últimas será feita por meio da observação de regularidades em relação à abordagem do saber.

**Análise dos Exercícios:** Os exercícios estão hipoteticamente sob responsabilidade do aluno. Pontuamos nessa análise se os exercícios fortaleciam ou rompiam as regularidades instauradas no texto-aula e se seus elementos favorecem a instauração de indícios de efeitos de contrato.

Atribuímos a cada elemento de CDP identificado um código composto por três letras maiúsculas referentes ao nome do mesmo. Para organizarmos os elementos de mesma natureza acrescentamos ao código um número natural que indicará a ordem em que o elemento foi identificado na análise, dessa maneira teremos: EXP.n (enésima expectativa identificada), REP.n (enésima regra explícita potencial identificada), RIP.n (enésima regra implícita potencial identificada), RUP.n (enésimo indício de ruptura identificada), EPT.n (enésimo indício de efeito de contrato topázio identificada), EPU.n (enésimo indício de efeito de contrato uso abusivo de analogias identificada), EPD.n (enésimo indício de efeito de contrato deslize metacognitivo identificada).

O quadro 3 apresenta os critérios adotados para a análise do Livro Didático.

Quadro 3. Critérios para a análise do Livro Didático

| Elemento de Contrato Didático Potencial | Descrição                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Expectativas                            | Identificar no Manual do Professor norteamentos relativos à prática do professor.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Regras explícitas potenciais            | Essas regras surgem a partir de menções explícitas que generalizam procedimentos e definem regularidades no Livro Didático a respeito da abordagem do saber. Buscamos identificar essas menções a no recorte do Livro Didático referente ao texto-aula.                                                                                                                                                         |
| Regras implícitas potenciais            | Essa regras instauram-se a partir de regularidades presentes na abordagem do saber que não são explicitamente enunciadas, no entanto fazem parte do hábito do professor hipotético. Identificamos essas regras a partir das regularidades presentes no texto-aula, e posteriormente verificamos nos exercícios se essas regras eram fortalecidas ou rompidas.                                                   |
| Indícios de efeitos de contrato         | <b>Topázio:</b> Identificamos esse efeito a partir da presença de dicas ou informações abundantes nos enunciados dos exemplos e exercícios.                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|                                         | <b>Uso Abusivo de Analogia:</b> Buscamos identificar, no texto-aula, esse efeito através presença de analogias sem mencionar suas limitações quanto a representação do saber científico.                                                                                                                                                                                                                        |
|                                         | <b>Deslize Metacognitivo:</b> Este efeito pode ser identificado, no texto-aula, quando uma noção científica é abordada a partir de uma ideia do senso comum sem haver um discurso científico que respalde tal abordagem.                                                                                                                                                                                        |
| Indícios de rupturas                    | “Quebras” nas regularidades impostas na abordagem do saber instaurada no Livro Didático. Estes indícios podem ser identificadas nos exercícios quando não se observa a vigência das regularidades instauradas no texto – aula, bem como no próprio texto-aula quando após a instauração de regularidades, ou seja, aparição de determinado número de regularidades, apresentam-se elementos que não as cumprem. |

Fonte: Elaborado pela autora

### 3.4.2 Observações das aulas do professor de Matemática

Tivemos como objetivo nessa etapa caracterizar o Contrato Didático estabelecido entre professor e alunos, de uma turma de 1º ano do Ensino Médio, quando se tem o conteúdo de Função Afim em cena. Para Brousseau (1986) cabe ao professor assumir a responsabilidade pelos os resultados e assegurar meios eficazes para a aquisição do conhecimento por parte dos alunos. Nesse sentido, o professor é responsável pelas escolhas na sala de aula, ou seja, das estratégias que serão utilizadas, uso de materiais, inclusive do livro didático, nas situações propostas, da gestão do tempo, entre outras.

De acordo com Rosa dos Santos (2015) essas escolhas são permeadas por uma subjetividade que inclui sua história de vida pessoal e sua formação profissional do professor, essas escolhas também estão condicionadas aos programas de ensino,

às diretrizes, orientações e propostas curriculares e pelos livros didáticos. Ancorados nessa discussão e no referencial teórico adotado, no caso o Contrato Didático, assumimos que essas escolhas estão intimamente relacionadas à maneira como o professor negocia o saber em sala de aula.

Realizamos observações em sala de aula, durante toda a abordagem do conteúdo de Função Afim. Utilizamos como técnica de coleta de dados a observação participante, a qual é compreendida como “a participação real do pesquisador na vida da comunidade, do grupo ou de uma situação determinada. Nesse caso, o observador assume, pelo menos até certo ponto, de um membro do grupo.” (GIL, 2008, p.103). Nesse sentido estaremos inseridos na sala de aula, por um curto período de tempo, com o intuito de observar os fenômenos que dela emergem, sem, entretanto, alterarmos essa realidade. Para Rosa dos Santos (2015) observar a sala de aula não é uma tarefa simples, tendo em vista que nesse espaço professores e alunos assumem papéis específicos em relação ao saber que está em jogo, estando fortemente ligados e em permanente interação.

#### 3.4.2.1 Instrumento de Construção de Dados

Como instrumento para construção dos dados optamos pela videografia, de acordo com Oliveira (2010) este instrumento é o mais adequado quando considera-se a investigação dos fenômenos didáticos, uma vez que possibilita o registro das diversas interações na sala de aula entre professor, alunos e saber. Nesse sentido Sandalla e Laroça (2004) propõem que a videografia é adequada para o estudo de fenômenos complexos como a prática pedagógica, uma realidade carregada de vivacidade e dinamismo, sofrendo a influência de inúmeras variáveis. De acordo com as mesmas autoras “a videogravação permite registrar, até mesmo, acontecimentos fugazes e não-repetíveis que muito provavelmente escapariam a uma observação direta” (p. 423).

Realizamos a filmagem das aulas em que tinham o saber Função Afim em cena, no período de 26/04/2018 a 09/05/2018. Foram filmadas 8 aulas de 50 minutos, todas as aulas foram transcritas para posterior análise. Foi feita a transcrição literal da fala dos sujeitos, dessa maneira foram respeitados erros gramaticais. Optamos

por não utilizarmos o termo *sic*<sup>9</sup> devido ao grande volume de expressões deste tipo.

### 3.4.2.2 Critérios de Análise das aulas do professor

A análise das aulas será baseada fundamentalmente no material transcrito, focalizando no discurso do professor e nas interações entre estes e os alunos e entre os alunos entre si, bem como nos elementos associados ao contrato didático. De acordo com Câmara dos Santos (1995) a análise do discurso do professor em situação didática fornece elementos necessários à investigação do contrato didático, pela a análise do seu discurso podemos inferir sobre sua relação com o saber e sobre suas expectativas e em relação aos alunos.

Apresentaremos, a seguir, um quadro com os critérios de análise adotados. Tais critérios foram estabelecidos em função dos elementos contratuais discutidos na fundamentação teórica.

Quadro 4. Critérios de análise para as aulas do Professor

| Critério            | Descrição                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Negociações         | Refere-se a como os parceiros da relação didática negociam seus papéis e deveres mediante a gestão do saber.                                                                                                                                                         |
| Expectativas        | O que o professor espera dos alunos e o que os alunos esperam do professor no tocante aos seus papéis e deveres na relação contratual.                                                                                                                               |
| Rupturas            | São momentos de tensão na relação didática onde um dos parceiros, professor e alunos, comportam-se de maneira inesperada perante o outro, gerando uma ruptura das regras negociadas.                                                                                 |
| Renegociações       | A renegociação configura-se como um momento de superação de uma ruptura. Considerando a ocorrência de uma ruptura há a mobilização dos parceiros da relação didática para que haja a negociação de uma nova regra, estabelecendo um direcionamento do jogo didático. |
| Reorganizações      | Diz respeito a momento que, embora não haja rupturas das regras contratuais, há a necessidade de redirecionar as negociações. Configura-se como um esforço do professor para evitar uma ruptura, dessa maneira promove ajustes no jogo didático.                     |
| Regras Explícitas   | São regras formuladas explicitamente sem ambiguidades pelos parceiros da relação didática. Essas regras são formuladas em momentos em que o saber encontra-se em jogo pelo professor ou pelos alunos.                                                                |
| Regras Implícitas   | São regras que não são formuladas explicitamente na relação didática, no entanto são construídas de maneira subliminar (em geral pelo professor) a partir dos hábitos de professor e alunos.                                                                         |
| Efeitos de Contrato | Situações em que há uma 'nivelção por baixo' dos objetivos de aprendizagem, nas quais o professor facilita a tarefa do aluno.                                                                                                                                        |

Fonte: Elaborada pela autora

<sup>9</sup>Este termo é utilizado para indicar que a fala foi transcrita literalmente da maneira como foi falada.

Conforme discutido no decorrer da seção nosso objetivo nessa etapa centra-se na análise do contrato didático quando se tem o saber Função Afim em cena, dessa maneira buscamos identificar os elementos contratuais contemplados nos nossos critérios de análise. Atentamos também para a maneira que o professor utiliza o Livro Didático na sala de aula.

Salientamos que embora elementos como a, reorganização e renegociação não foram contemplados na análise do Livro Didático achamos importante considerarmos tais elementos na análise da aula, tendo em vista que podemos inter-relacionar os elementos do Livro Didático e os da aula do professor.

Assim como na análise do CDP, atribuímos a cada elemento identificado um código composto por duas letras maiúsculas, referentes ao nome do elemento, e um número natural, o qual indicará a ordem de identificação do mesmo dentre os elementos de mesma natureza, dessa maneira teremos: RE.n (enésima regra explícita identificada), RI.n (enésima regra implícita identificada), RU.n (enésima ruptura identificada), RO.n (enésima reorganização identificada), RN.n (enésima renegociação identificada), ECT.n (enésimo efeito de contrato topázio identificada), ECJ.n (enésimo efeito de contrato jourdan identificada), ECU.n (enésimo efeito de contrato uso abusivo de analogias identificada) e ECD.n (enésimo efeito de contrato deslize metacognitivo identificada).

### 3.4.3 Aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD estabelecido na sala de aula.

Nessa etapa foram reunidos todos os dados coletados com o objetivo analisar as aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD e assim pontuar possíveis influências e relações. Nesse contexto nos guiamos pelos seguintes questionamentos: Quais aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD? As expectativas do Manual do Professor são atendidas no trabalho na sala de aula? Os elementos do CDP são “reproduzidos” no CD? Os elementos implícitos no Livro Didático tornam-se explícitos na sala de aula? Os indícios de efeitos de contrato desdobram-se em efeitos na sala de aula?

Todos os critérios que nortearam a análise do Livro Didático foram pontuados na análise das aulas. No entanto houve alguns dos critérios de análise das aulas

que não foram possíveis de serem observados no Livro Didático. Nos procedimentos metodológicos realizamos primeiro a análise do Livro Didático, posteriormente a análise das aulas articulada com a análise do Livro Didático.

## **4. ABORDAGEM ANALITICA DOS DADOS**

Nesse capítulo apresentaremos a análise e discussão dos dados à luz do nosso aporte teórico, o Contrato Didático e o Contrato Didático Potencial. Será apresentado, inicialmente, o esquema de análise utilizado, a fim de mostrar o caminho percorrido na nossa análise. No tópico seguinte apresentaremos a análise do LD e no último tópico a análise da aula do professor articulada com o LD e no último tópico uma síntese dos resultados encontrados.

### **4.1 Esquema de análise de dados**

Apresentaremos nesse tópico o esquema de análise adotado na nossa pesquisa, a fim de elucidarmos nossas escolhas e procedimentos analíticos. Tomamos três focos para a análise: o Contrato Didático, o Contrato Didático Potencial e o saber Função Afim.

A noção de CD foi proposta por Brousseau (1986) e compreende as expectativas que professor e alunos possuem quanto a seus papéis na gestão do saber. Adotamos como critérios de análise para essa noção os elementos contratuais já discutidos na literatura, isto é, negociações, expectativas, rupturas, reorganizações, renegociações, regras de contrato e efeitos de contrato.

O CDP ancora-se na hipótese de que o livro didático enquanto portador do saber é elaborado em função de professor e alunos hipotéticos, nesse sentido há nesse material “sementes” sobre como o saber deverá ser negociado em sala de aula, determinando um possível contrato didático por nós definido como Contrato Didático Potencial. Nossos critérios para a análise do CDP foram elaborados em função das nossas proposições a respeito dos elementos de CDP, ou seja, possíveis negociações, expectativas, regras potenciais, indícios de efeitos de contrato e indícios de rupturas

O cerne do nosso trabalho constituiu-se em analisar as relações entre o CD e o CDP em uma turma de 1º ano do Ensino Médio quando há o saber FA em cena, nesse sentido avaliamos em que medida os elementos de CDP aproximam-se, ou distanciam-se, do CD instaurado em sala de aula.

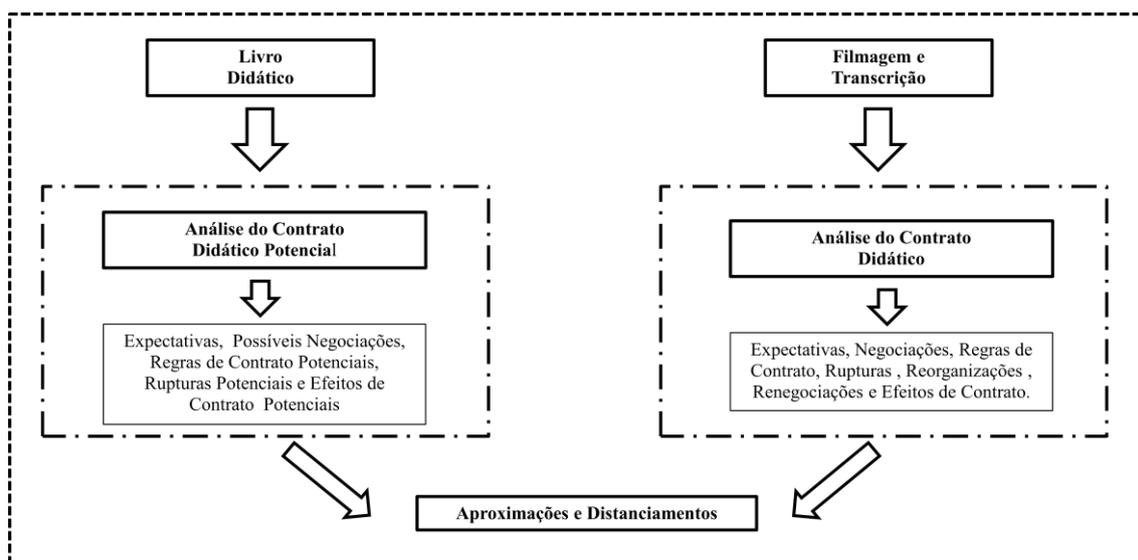
Nos procedimentos analíticos realizamos inicialmente a análise do LD. Optamos por realizar a análise das aulas de maneira articulada com os elementos já

pontuados de CDP, logo a medida que analisávamos os elementos de CD, nas aulas, buscamos avaliar as aproximações e distanciamentos entre esses e os elementos de CDP.

Ressaltamos que não foi possível propor, na ótica do CDP, alguns dos elementos contratuais discutidos na literatura tais como as reorganizações e as renegociações conforme pontuado no capítulo 1 desse trabalho. Apesar de tais elementos não serem pontuados no LD optamos por considerá-los na nossa análise da aula, tendo em vista que devido a dinamicidade da relação didática podem surgir na sala de aula elementos de CD que não tenho sido “previstos” no CDP.

Organizamos as informações relativas aos nossos procedimentos de análise em um esquema, o qual é apresentado na figura a seguir.

Figura 14. Esquema de Análise de Dados



Fonte: Elaborada pela autora

## 4.2 Análise do Livro Didático

Nesse tópico apresentaremos a análise do LD adotado pelo professor sujeito da pesquisa o primeiro volume da coleção **Matemática: contextos e aplicações** de Luiz Roberto Dante, na sua 3ª edição em 2017. Conforme mencionado no capítulo 3 temos como objetivo a análise o CDP na abordagem do saber FA de modo específico os assuntos relacionados à Lei de Formação e ao Gráfico da FA, desta forma consideraremos os tópicos do LD *Situações iniciais, Definição de FA, , Gráfico*

da FA e o tópico *Observações e sugestões para as unidades* do Manual do professor.

Analisamos as seções referentes ao texto-aula (responsabilidade de um professor hipotético) e aos exercícios (responsabilidades de um aluno hipotético) e buscamos no Manual do Professor identificar expectativas quanto a negociações do saber. Foram analisados um total de 9<sup>10</sup> exercícios sendo que 6 referem-se à Lei de Formação e 3 são relacionados ao gráfico da FA.

#### 4.2.1 Análise do Contrato Didático Potencial

Nesse tópico apresentaremos o LD submetido à análise a partir dos critérios definidos no tópico 3.4.1.1 do presente trabalho. Para melhor organização dividimos a análise em dois tópicos: Lei de Formação e Gráfico da FA.

Com intuito de explorar de maneira mais completa a dinâmica do CDP faremos a análise seguindo a ordem em que aparecem no LD, isto é, nossa análise contemplará a evolução dos conceitos ao longo da sua abordagem. Nesse sentido cada tópico será dividido entre análise do Manual do Professor, onde se buscou identificar as expectativas relacionadas ao trabalho com a FA, análise do Texto-Aula, onde pontuamos regularidades e regras potenciais, possíveis negociações e efeitos, e análise dos Exercícios na qual avaliamos se estes seguiam as regularidades pontuadas no texto-aula ou as rompiam, se seus termos e situações favoreciam a reprodução de efeitos e a instauração de possíveis negociações.

##### 4.2.1.1 Lei de Formação

Nesse tópico apresentaremos a análise do recorte do LD referente à Lei de Formação da FA, a seguir será discutida a análise do Manual do Professor.

##### 4.2.1.1.1 Análise do Manual do Professor

De acordo com o Manual do Professor a FA modela situações que envolvem uma associação Linear de variáveis, isto é, variações constantes em  $x$  provocam variações constantes em  $y$ . Essa Função é uma Função Polinomial do 1º grau, visto que sua variável é representada por um polinômio do 1º grau podendo ser

---

<sup>10</sup>Não contabilizamos os itens dos exercícios.

representada na forma reduzida por  $F(x) = ax + b$ , sendo  $a$  e  $b$  números reais (DANTE, 2017).

Considera-se que a FA possui uma parte fixa e outra variável: “Todas as Funções Afins que não são Funções Lineares apresentam uma parte fixa e outra variável” (DANTE, 2017, P.333). Acreditamos que a representação da FA a partir de uma parte fixa e uma parte variável configura-se como uma analogia, tendo em vista que as partes fixa e variável são análogas, respectivamente, aos coeficientes  $a$  e  $b$  da FA.

Consideramos bastante pertinente o trabalho com a analogia das partes fixa e variável, visto que está no bojo da própria definição da FA, conforme discutido no capítulo 2, onde o coeficiente  $b$ , parte fixa, é um valor que não se altera independente das variações da Função e o coeficiente  $a$ , parte variável, provoca variações lineares na função a partir a variação do  $x$ . No entanto ressaltamos o fato dessa analogia encontrar-se inadequada quando se trabalha com os casos especiais da FA: a Função Linear e a Função Constante as quais não possuem respectivamente a parte fixa e a parte variável.

Avaliamos que há na menção do Manual do Professor a respeito da associação dos coeficientes da Função com partes fixa e variável uma intenção de que a FA seja negociada como sendo composta de uma parte fixa e de uma parte variável, isto é uma expectativa (EXP.1). Consideramos como expectativas todos os apontamentos sobre a prática do professor a partir do uso do LD presentes no Manual do Professor.

Há uma preocupação no Manual do Professor em ressaltar que a analogia discutida não é capaz de representar todas as Funções Afins, restringindo-a àquelas que não são lineares. A essa restrição acrescentamos, também, a Função constante, uma vez que não possui a parte variável. Acreditamos que essa menção do Manual do Professor revela a expectativa de que embora a FA deva ser negociada a partir da analogia das partes fixas e variáveis deve-se atentar para o fato dessa analogia não ser suficiente para representar todos os casos da FA.

No tópico a seguir apresentaremos a análise do texto-aula referente à Lei de Formação.

#### 4.2.1.1.2 Análise do Texto-aula

O recorte do LD analisado nessa seção compreende os tópicos nos quais há a abordagem da determinação da Lei de Formação da FA: Situações Iniciais e Definição da FA, nos quais há um total de 9 exemplos, sendo quatro situações contextualizadas nas quais deve-se obter a lei de formação que represente as mesmas e os outros cinco referem-se à exemplificação dessa função, bem como a identificação dos seus coeficientes.

O trabalho com a FA é iniciado no LD a partir do tópico Situações Iniciais, no qual são apresentadas três situações contextualizadas que podem ser interpretadas através da FA, ressaltamos, no entanto que não há nesse momento a definição desse tipo de função.

Na primeira situação pede-se que seja determinada a Lei de Formação de uma função que represente o salário de um vendedor durante um mês, sabendo que ele é composto por uma parte fixa no valor de R\$ 2500,00 e por uma parte variável de 6% sobre o total das vendas realizadas durante um mês. Há nesse exemplo a menção explícita aos termos “parte fixa” e “parte variável”, acreditamos que essa menção pode desdobrar-se como negociações em sala de aula, isto é negociações a respeito dos seus significados, considerando que estes se constituem como o cerne da EXP.1 presente no Manual do Professor, onde as funções afins com exceção das lineares são compostas de uma parte fixa e de uma parte variável.

A presença desses termos pode favorecer, também, a reprodução de um indício de efeito de contrato, o Topázio (ECT.1). Definimos tais indícios de efeitos como todos os elementos do LD que tendem a facilitar a tarefa do aluno, de modo específico o Efeito Topázio caracteriza-se como a presença de dicas e informações abundantes em exercícios. Conforme mencionado no parágrafo anterior os termos “parte fixa” e “parte variável” constituem o cerne da EXP.1 identificada no Manual do Professor, logo a presença explícita desses termos em exercícios pode constituir-se como um caminho fácil à solução, isto é, os elementos “chave” que o aluno deve centrar-se para determinar a Lei de Formação da FA.

Figura 15. Recorte do LD - L. de formação primeira situação.

Um representante comercial recebe, mensalmente, um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 2 500,00 e uma parte variável, que corresponde a uma comissão de 6% (0,06) sobre o total das vendas que ele faz durante o mês. Nessas condições, podemos dizer que:

$$\text{salário mensal} = 2\,500,00 + 0,06 \cdot (\text{total das vendas do mês})$$

Observe que o salário desse vendedor é dado em função do total de vendas que ele faz durante o mês. Representando o total de venda por  $x$ , temos:

$$s(x) = 2\,500,00 + 0,06x$$

ou  $s(x) = 0,06x + 2\,500,00$

ou  $y = 0,06x + 2\,500,00$  ①

Esse é um exemplo de **função afim**.

Fonte: Dante (2017, p. 74)

Apresentaremos no recorte abaixo a segunda situação, a qual diz respeito ao saldo de uma conta após determinado número de saques considerando um saldo inicial de R\$ 230,00 e que só é possível realizar o saque de notas de R\$ 50,00.

Figura 16. Recorte do LD - L. de formação segunda situação.

a) Uma pessoa tinha no banco um saldo positivo de R\$ 230,00. Após um saque no caixa eletrônico que fornece apenas notas de R\$ 50,00, o novo saldo é dado em função do número  $x$  de cédulas retiradas. A lei da função é dada por:

$$f(x) = 230 - 50x$$

ou  $f(x) = -50x + 230$

ou  $y = -50x + 230$  ②

Fonte: Dante (2017, p. 74)

Na terceira situação solicita-se que seja determinada a Lei de Formação de uma Função que expresse o volume de uma caixa d'água que possui inicialmente 50 litros após determinado tempo com uma torneira aberta, a qual abastece 20 litros a cada minuto.

Figura 17. Recorte do LD - L. de formação terceira situação.

b) Em um reservatório havia 50 ℓ de água quando foi aberta uma torneira que despeja 20 ℓ de água por minuto. A quantidade de água no reservatório é dada em função do número  $x$  de minutos em que a torneira fica aberta. A lei dessa função é:

$$f(x) = 20x + 50$$

ou  $y = 20x + 50$  ③

Fonte: Dante (2017, p. 74)

Buscamos na análise das situações identificar regularidades nas mesmas. Destacamos em um primeiro momento que em nenhuma delas é explicitado um método para a obtenção da lei de formação das funções.

Nas três situações explicita-se a relação de dependência entre as grandezas envolvidas. Ao final dos seus enunciados é expresso que a grandeza  $y$  está em

função da grandeza  $x$ , conforme podemos observar nos trechos a seguir: na primeira situação “Observe que o salário desse vendedor é dado em função do total de vendas que ele faz durante um mês. Representando o total de vendas por  $x$  (...)” (DANTE, 2017, p. 74), na segunda situação “o novo saldo é dado em função do número  $x$  de células retiradas” (DANTE, 2017, p. 74) e na terceira situação “A quantidade de água no reservatório é dada em função do número  $x$  minutos em que a torneira fica aberta.” (DANTE, 2017, p.74). Note que sempre há a indicação da variável independente e que está sendo representada pela letra  $x$ , essa indicação é feita de maneira implícita, ou seja, não se explicita que determinada grandeza é a variável independente apenas indica-se que a mesma deve ser representada pela letra  $x$ .

Refletimos que a explicitação da relação de dependência entre as grandezas envolvidas, a explicitação da variável independente e a representação dessa variável pela letra  $x$  nas situações que envolvem a FA constitui-se como uma regularidade nas situações discutidas, analisando essa conjuntura sobre a ótica do CDP avaliamos que surge da mesma três regras implícitas potenciais: sempre há a explicitação nas situações que envolvem a FA da relação de dependência entre grandezas (RIP.1) e há, também, a indicação da variável independente (RIP.2) e nessas situações a essa variável sempre é representada pela letra  $x$  (RIP.3).

Entendemos as regras implícitas potenciais como regularidades não mencionadas explicitamente na abordagem do LD, logo retornando à situação discutida embora essas características não sejam mencionadas explicitamente estas se configuram como regularidades na abordagem das situações que envolvem a FA fazendo parte, portanto, do hábito do professor hipotético.

Após a discussão dessas situações são apresentadas algumas questões a respeito dos termos de constituição das funções discutidas. De acordo com as orientações do Manual do Professor o objetivo dessas questões é mostrar aos alunos como é constituída a FA. Ressaltamos que neste momento ainda não há uma definição institucionalizada dessa Função. Isto posto, entendemos que essas situações são propostas no intuito de promover um encontro inicial do aluno com a FA para que o mesmo perceba como ela é constituída.

Conforme podemos observar no recorte a seguir essas questões sintetizam o que foi trabalhado até então. Solicita-se que se identifiquem as partes fixa e variável

das situações discutidas e proponha-se uma forma geral para representar essas funções a partir dessas partes. Entendemos que essas questões coadunam com as expectativas do Manual do Professor em definir a FA a partir da parte fixa e variável, visto que essas questões propõem a identificação dos coeficientes por meio da analogia da parte fixa e da parte variável.

Figura 18. Recorte do LD - Questões sobre a composição da FA

Agora, reúna-se com um colega, comparem as leis das funções (I), (II) e (III) descritas acima e respondam às questões.

a) Quais são as partes fixas (que não dependem do valor de  $x$ ) de cada uma das três funções?

b) Qual é a parte variável de cada uma das três funções? (I)  $0,06x$ ; (II)  $-50x$ ; (III)  $20x$       (I) 2 500; (II) 230; (III) 50

c) Chamando de  $b$  a parte fixa e de  $a$  o coeficiente da parte variável, escreva no caderno uma fórmula geral para representar funções desse tipo.  $y = ax + b$   $\Rightarrow$  Regra simplificada

Fonte: Dante (2017, p.74)

A maneira em que essas questões são constituídas espelham regras explícitas potenciais. Há o seguinte enunciado na letra a “Quais são as partes fixas (que não dependem do valor de  $x$ ) em cada uma das três funções?”, observe que há uma generalização a respeito da parte fixa da função, isto é a parte fixa é aquela que não depende do  $x$ , nesse sentido acreditamos que esse enunciado constitui-se explicitamente como uma regularidade, espelhando uma regra explícita potencial onde a parte fixa é sempre aquela que não depende de  $x$  (REP.1).

Outra regra explícita potencial surge da letra c, observe seu enunciado: “Chamando o coeficiente  $b$  de parte fixa e de  $a$  o coeficiente da parte variável, escreva no seu caderno uma fórmula geral para representar funções desse tipo”. Há a definição de que o coeficiente  $b$  é a parte fixa da FA, e o coeficiente  $a$  constitui-se como a parte variável, generalizando a apresentação desses coeficientes e espelhando a seguinte regra contratual explícita a FA é composta de uma parte fixa e outra variável, na qual a parte fixa é representada pelo coeficiente  $b$  e a parte variável é representada pelo coeficiente  $a$ . Salientamos mais uma vez que ainda não foram definidos formalmente esses coeficientes (REP.2).

Observamos que a regra anteriormente discutida atende a EXP.1 identificada no Manual do Professor. Ressaltamos, mais uma vez, que associação dos coeficientes da FA aos termos parte fixa e variável constitui-se como uma analogia, observamos que embora no Manual do Professor sejam ressaltadas as limitações dessa analogia para representar a FA (essa analogia não é capaz de representar

todos os casos da FA) as mesmas não são discutidas no texto-aula. Nesse sentido, entendemos que o trabalho com tais limitações ficaria a cargo do professor usuário do LD.

Refletimos que essa conjuntura no texto-aula pode constituir-se como um indício de efeito de contrato o Uso Abusivo de Analogias, definimos esse indício de efeito como a utilização de analogias, na abordagem do LD, para representar determinado saber científico sem explorar as devidas diferenciações entre os mesmos, ou seja o tratamento da analogia como suficiente para a representação do saber. Tomando como referência a situação discutida o tratamento da FA a partir da analogia da parte fixa e da parte variável sem mencionar suas limitações quanto a abordagem de todos os casos da FA pode contribuir para a reprodução desse efeito, uma vez que pode limitar o entendimento do aluno sobre essa função a tal analogia (EPU.2).

Após as discussões dessas situações iniciais é feita a apresentação da definição da FA seguida de alguns exemplos, nos quais são identificados os valores do coeficiente  $a$  e  $b$ , conforme é possível observar no recorte a seguir.

Figura 19. Recorte do LD - Definição da FA

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se **função afim** quando existem dois números reais  $a$  e  $b$  tal que  $f(x) = ax + b$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

Exemplos:

|                              |                                      |                |                            |
|------------------------------|--------------------------------------|----------------|----------------------------|
| a) $f(x) = 2x + 1$           | $(a = 2 \text{ e } b = 1)$           | d) $f(x) = 4x$ | $(a = 4 \text{ e } b = 0)$ |
| b) $f(x) = -x + 4$           | $(a = -1 \text{ e } b = 4)$          | e) $f(x) = 6$  | $(a = 0 \text{ e } b = 6)$ |
| c) $f(x) = \frac{1}{3}x + 5$ | $(a = \frac{1}{3} \text{ e } b = 5)$ |                |                            |

Fonte: Dante (2017, p. 75)

Nos exemplos de Funções Afins há a preocupação em apresentar os seus casos especiais, isto é, a Função Constante e a Função Linear quando os coeficientes  $a$  e  $b$  são respectivamente iguais a zero, embora sejam apresentados não há nenhum texto explicativo associado a eles. Refletimos, no entanto, que a presença desses casos pode espelhar possíveis negociações na sala de aula visto que a FA é apresentada sobre uma forma diferente da que vinha sido discutida, visto que até então essa função era representada na “forma completa”, quando os seus coeficientes são diferentes de zero.

O termo “possíveis negociações” surgiu como uma categoria de análise empírica do nosso trabalho, essa categoria compreende a aparição de termos e situações novas no LD. Compreendemos que a aparição desses termos e situações pode inserir elementos novos na relação didática formada por professor e aluno hipotético usuários do LD, nesse sentido poderiam desdobrar-se em novas negociações a respeito dos mesmos.

Após a apresentação da definição formal da FA é discutida uma situação (quarta situação contextualizada referente à Lei de Formação da FA) sobre o aumento de volume de um balão dado o aumento da temperatura. Há nessa situação a presença do termo “aumenta linearmente”, observe o texto: “mas aumenta linearmente 2 cm<sup>3</sup> cada vez que a temperatura ( $0 \leq t \leq 10$ ) sofre um aumento de 1° C” (DANTE, 2017, p.75). A ideia de aumento linear está estritamente relacionada à FA, isto é, a ideia de que variações constantes na variável independente causam variações constantes na variável dependente. Ressaltamos que esse termo não aparece em nenhuma das situações anteriormente trabalhadas nem no texto-aula de modo geral. Nesse contexto entendemos que pelo fato da ideia de aumento linear fazer parte do cerne da ideia de FA e aparecer pela primeira vez nessa situação sua presença espelha possíveis negociações no sistema didático.

Figura 20. Recorte do LD – L. de Formação quarta situação

Acompanhe a seguinte situação:

Determinado balão infla ou desinfla dependendo da temperatura a que é submetida uma solução gasosa em seu interior. A 0 °C, o volume dessa solução é de 20 cm<sup>3</sup>, mas aumenta linearmente 2 cm<sup>3</sup> cada vez que a temperatura  $t$  ( $0 \leq t \leq 10$ ) sofre um aumento de 1 °C. Assim, o volume do balão pode ser expresso, em centímetros cúbicos, por:

$$V(t) = 2t + 20$$

Se a temperatura sofrer um aumento de 2,5 °C, seu volume será, em centímetros cúbicos:

$$V(2,5) = 2 \cdot (2,5) + 20 = 5 + 20 = 25 \Rightarrow V(2,5) = 25$$

De modo geral, se o volume a 0 °C for  $b$  e se aumentar linearmente  $a$  cm<sup>3</sup> para cada 1 °C a mais na temperatura, o volume em centímetros cúbicos desse balão poderá ser expresso pela função afim:

$$V(t) = at + b$$

Fonte: Dante (2017, p. 75)

Ao final da discussão é proposta uma generalização sobre os termos da FA para a situação trabalhada em específico, observe o trecho a seguir: “De modo geral, se o volume a 0°C for  $b$  e se aumentar linearmente  $a$  cm<sup>3</sup> para cada 1°C a mais na temperatura, o volume em centímetros cúbicos poderá ser expresso pela Função Afim:  $V(t) = at + b$ ” (DANTE, 2017, p.75). Refletimos que a partir desse

trecho surge uma regra explícita de contrato potencial para o trabalho com essa situação, podemos enunciá-la da seguinte maneira: o coeficiente  $b$  refere-se ao valor do volume do balão na temperatura  $0^{\circ}\text{C}$  e o coeficiente  $b$  diz respeito ao aumento que o volume do balão sofre dado o aumento de  $1^{\circ}\text{C}$  na temperatura (REP.3).

A respeito da regra explícita potencial mencionada no parágrafo anterior ressaltamos que esta é permeada de maneira implícita pelas noções de Valor Inicial da Função e Taxa de Variação, visto que o valor inicial refere-se ao valor numérico que a FA assume quando a variável independente assume o valor 0, nessas condições o Valor Inicial compreende o valor do coeficiente  $b$ . A taxa de variação, por sua vez, refere-se ao aumento linear da FA dado o aumento de uma unidade da variável independente, sendo expressa pelo coeficiente  $a$  da FA.

Essa situação insere, de modo implícito, os conceitos de Valor Inicial e Taxa de Variação no Sistema Didático, logo pode espelhar negociações a respeito dos mesmos. Ressaltamos que os termos Valor Inicial e Taxa de Variação não se encontram definidos até esse momento no texto-aula e nem há indicações no manual do professor a respeito do trabalho com essa situação que sustentem a ideia discutida nesse parágrafo, dessa maneira a mesma configura-se como uma inferência da nossa pesquisa.

Identificamos na análise dessa situação um indício de ruptura no que se refere às regras implícitas potenciais relacionadas às situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA identificadas no LD (RUP.1). Consideramos como os indícios de rupturas como “quebras” nas regularidades presentes no LD, isto é mudança nos “padrões” estabelecidos nesse recurso.

A ruptura que nos remetemos no parágrafo anterior refere-se às seguintes regras: RIP.1, RIP.2 e RIP.3. Observamos que essa situação não segue nenhuma dessas regras, isto é, “rompe” com as regularidades que vinham sendo impostas no LD, visto que não há no enunciado da mesma a explicitação da relação de dependência entre grandezas nem a indicação da variável independente e esta variável é representada pela letra  $t$  em lugar da letra  $x$ .

Conforme mencionado no início da sessão foram analisados um total de 9 exemplos: 4 deles são situações contextualizadas referentes a determinação da Lei de Formação da Função e 5 são a apresentação de exemplos de FA e a identificação dos seus respectivos coeficientes.

A respeito dos exemplos que solicitam a determinação da Lei de Formação da FA identificamos uma regularidade esses exemplos são sempre representados por situações contextualizadas, a partir dessa regularidade acreditamos surgir uma regra implícita potencial, a qual pode ser enunciada da seguinte maneira: todas as situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA são expressas por situações contextualizadas (RIP.4).

Consideramos nesse estudo como regra implícita potencial regularidades no LD que não são explicitamente mencionadas, na situação discutida no parágrafo anterior não há a menção que todos os exemplos e exercícios que envolvem a determinação da lei de formação são expressos por uma situação contextualizada, no entanto todos os exemplos dessa natureza seguem esse padrão.

Dessas situações contextualizadas três são as situações exploradas no tópico Situações Iniciais e a quarta situação refere-se à situação do volume do balão que foi apresentada no tópico “*Definição da FA*”. A partir da análise das três primeiras situações pontuamos três regras implícitas potenciais: RIP.1, RIP.2 e RIP.3. De maneira geral, a quarta situação não segue regras identificadas nas três primeiras gerando um contexto que pode ocasionar o surgimento de uma ruptura, isto é um indício de ruptura (RUP.1).

No que se refere aos 5 exemplos referentes à apresentação da FA e identificação dos seus coeficientes não identificamos nenhuma regularidade, tendo em vista que foram apresentados todos os casos da FA.

Após a análise do recorte do texto-aula sobre à Lei de Formação da FA apresentaremos a análise dos exercícios referentes a esse conteúdo.

#### 4.2.1.1.3 Análise dos Exercícios

Analisaremos nesse momento os exercícios, os quais se constituem como a responsabilidade de um aluno hipotético (ROSA DOS SANTOS, 2005; BESSOT E LHE THI HOAI, 1994). Buscamos identificar relações entre o que é posto no texto-aula e os exercícios, ou seja, é exigido do aluno nos exercícios algo além do que foi explorado no texto aula? Os exercícios seguem as regularidades do que foi posto no texto aula? As regras potenciais são fortalecidas ou rompidas? Há termos nos exercícios que favorecem indícios de efeitos de contrato?

O LD contém um total de 6 exercícios envolvendo a Lei de Formação da FA. Ressaltamos que todos os exercícios analisados se subdividem em alguns itens (a, b, c...) os quais exploram outros conceitos além da Lei de Formação tais como, Valor Numérico, Valor Inicial e Taxa de Variação, nesse tópico trabalharemos somente com os itens relacionados à Lei de Formação.

O primeiro desses exercícios solicita a determinação da FA a partir de informações referentes ao Valor Inicial e Taxa de variação dessas funções.

Figura 21. Ex. 1 Lei de Formação

3. Escreva no caderno a lei da função afim em cada item sabendo que:

a) a taxa de variação é 3 e o valor inicial é 1;  $f(x) = 3x + 1$

b) a taxa de variação é  $-2$  e  $f(2) = 5$ ;  $f(x) = -2x + 9$

c) para cada unidade aumentada em  $x$ , a função aumenta 2 unidades e o valor inicial é 10;  $f(x) = 2x + 10$

d) para cada unidade aumentada em  $x$ , a função diminui 1 unidade e o valor inicial é 3.  $f(x) = -x + 3$

Fonte: Dante (2017, p.77)

Acreditamos que esse exercício espelha um indício de ruptura, tendo em vista que rompe com a regra implícita potencial estabelecida no texto-aula, na qual os exercícios sobre a FA são sempre expressos por meio de situações contextualizadas, ao propor o trabalho com a Lei de Formação a partir, unicamente, da identificação do valor inicial e da taxa de variação (RUP.2).<sup>11</sup>

A partir do segundo todos os exercícios são enunciados por meio de situações contextualizadas e todos possuem a indicação de “Atividade em Dupla”, de acordo com o Manual do Professor os exercícios que possuem essa indicação devem ser realizados em dupla ou em equipe por possuírem um grau de complexidade maior ou cuja discussão favorecerá o entendimento dos conceitos em estudo. Logo, entendemos que os exercícios analisados possuem um grau de dificuldade maior que os demais.

O segundo exercício refere-se ao cálculo da produção de peças de determinada indústria estando dividido em 3 itens, no primeiro solicita-se a

<sup>11</sup>Embora não sejam focos dessa análise os conceitos de Valor Inicial e Taxa de Variação, buscamos nas seções do texto-aula referentes a esses conceitos identificar possíveis situações que se aproximassem da abordagem desse exercício no intuito de pontuarmos possíveis regularidades, entretanto não identificamos situações com a natureza do mesmo.

determinação de uma Lei de Formação que expresse essa situação, no segundo deve-se identificar o valor inicial e a taxa de variação e no último solicita-se que calcule-se o custo para a produção de 100 peças, nos deteremos a análise do primeiro item.

Figura 22. Recorte do LD – Ex. 1 sobre Lei de Formação

4. Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida. Sendo  $x$  o número de unidades produzidas:

a) escrevam no caderno a lei da função afim que fornece o custo total de  $x$  peças;  $f(x) = 8 + 0,50x$

b) indiquem a taxa de variação dessa função e o seu valor inicial; A taxa de variação é 0,50. O valor inicial dessa função é  $f(0) = 8$ .

c) calculem o custo de 100 peças. R\$ 58,00

Fonte: Dante (2017, p. 77)

Há no enunciado do exercício a menção explícita dos termos fixo e variável, isto é, “um custo fixo de R\$ 8,00 mais um custo variável de R\$ 0,50 por unidade produzida” (DANTE, 2017, p. 77). Conforme discutido nas seções anteriores o trabalho no LD com a FA é permeado pela REP.2 na qual essa Função é definida a partir da analogia das partes fixa e variável, ou seja, é constituída por uma parte fixa e por uma parte variável, refletimos também que a menção dessa analogia, no LD, sem as devidas diferenciações com o saber científico pode configurar-se como um indício de efeito de contrato, o Uso Abusivo de Analogias.

A presença desses termos no exercício é um indício de efeito de contrato, o Efeito Topázio, EPT.3, quando se solicita que o aluno determine a Lei de Formação da Função, ou seja, no primeiro item. Compreendemos os indícios desse efeito como a presença de dicas e informações abundantes em exercícios de modo a reduzir o trabalho do aluno, entendemos que a menção desses termos, considerando a REP.2 discutida no parágrafo anterior, poderá reduzir o trabalho do aluno à substituição das partes fixa e variáveis nos coeficientes da função que são, respectivamente, o coeficiente  $b$  e o coeficiente  $a$ . Logo o aluno poderá deter sua atenção somente nesses termos e desconsiderar as demais partes do exercício.

Outro ponto a destacar no exercício é que é indicada a variável independente e essa deve ser representada pela letra  $x$ , note no trecho a seguir: “Sendo  $x$  o número de unidades produzidas” (DANTE, 2017, p. 77), observamos que assim como no texto-aula essa indicação é feita de maneira implícita, ou seja, não é

enunciado explicitamente que o número de unidades produzidas é a grandeza que representa a variável independente.

No terceiro exercício analisado temos uma situação em que se deve determinar a medida do perímetro de um retângulo, considerando como variável independente a largura do mesmo, mais uma vez a indicação da variável independente é feita de maneira implícita. Esse exercício se subdivide em alguns itens: na letra a deve-se determinar a medida do perímetro do retângulo considerando que a largura assumirá os valores 1 cm, 1,5 cm, 2 cm, 3 cm e 4 cm; na letra b deve-se organizar os resultados obtidos em uma tabela, na letra c deve-se determinar uma lei de formação que expresse a medida do perímetro do retângulo tendo como variável independente a medida da largura e na letra d deve-se informar o valor da Taxa de Variação e do Valor Inicial da função obtida no item c.

Figura 23. Recorte do LD – Ex. 2 sobre Lei de Formação

5. Considerem o retângulo a seguir.

a) largura = 1 cm, perímetro = 12 cm;  
largura = 1,5 cm, perímetro = 13 cm;  
largura = 2 cm, perímetro = 14 cm;  
largura = 3 cm, perímetro = 16 cm;

5 cm

x cm

largura = 4 cm, perímetro = 18 cm.

Nessas condições:

a) calculem o perímetro do retângulo quando a largura for 1 cm; 1,5 cm; 2 cm; 3 cm e 4 cm;

b) construam uma tabela no caderno associando cada largura ao perímetro do retângulo;  
*Veja a tabela no Manual do Professor.*

c) se  $x$  representa a largura, escrevam no caderno a lei da função que expressa o perímetro desse retângulo;  $f(x) = 10 + 2x$

d) informem qual é a taxa de variação dessa função e qual é o seu valor inicial.  
*A taxa de variação é 2 e o seu valor inicial é 10.*

Fonte: Dante (2017, p.77)

Esse exercício é organizado de forma diferente dos exemplos trabalhados no texto-aula (nesses exemplos solicita-se apenas a determinação da FA), isto é, é proposto que se calcule o valor da função em alguns pontos, organizem-se esses resultados em uma tabela e por último indique-se uma lei de formação para representar a situação. Do ponto de vista do CDP esse exercício, por ser organizado de maneira diferente que os demais, possibilita o aparecimento de possíveis

negociações na sala de aula sobre os procedimentos a serem realizados. Destacamos que há nesse exercício, também, a indicação da variável independente, a largura, e que essa pode ser representada pela letra  $x$ .

O quarto exercício analisado refere-se a uma situação de escolha entre dois planos de saúde, onde é apresentado o valor de uma inscrição e o valor de cada consulta. O enunciado desse exercício segue o padrão dos exemplos trabalhados no texto-aula, isto, é dado um valor “fixo” que corresponde ao coeficiente  $b$  e um valor que sofrerá variações em função das variações da variável independente, um valor “variável”, sem, no entanto, fazer menção a esses termos. Salientamos que ao final do enunciado é expressa a variável independente e que esta deve ser representada pela letra  $x$ , note no trecho a seguir: “O gasto total do plano é dado em função do número  $x$  de consultas.” (DANTE, 2017, p.77).

Esse exercício se divide em três itens: no primeiro solicita-se a determinação da Lei de Formação das funções, no segundo pede-se que se indiquem as taxas de variação das funções e como elas podem ser interpretadas e no último item pede-se que se determinem as condições para que o plano B seja mais vantajoso que o plano A. Analisaremos somente o primeiro e o terceiro item, tendo em vista que são os itens que se referem à determinação da Lei de Formação da FA.

Figura 24. Recorte do LD – Ex. 3 sobre Lei de Formação

6.  Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções. Veja a seguir.

| PLANO A       |            |
|---------------|------------|
| INSCRIÇÃO     | R\$ 100,00 |
| CADA CONSULTA | R\$ 50,00  |

| PLANO B       |            |
|---------------|------------|
| INSCRIÇÃO     | R\$ 180,00 |
| CADA CONSULTA | R\$ 40,00  |

O gasto total de cada plano é dado em função do número  $x$  de consultas.  
 Determinem:

- a lei da função correspondente a cada plano;  
 Plano A:  $f(x) = 50x + 100$ ; plano B:  $g(x) = 40x + 180$ .
- qual delas tem maior taxa de variação e como isso poderia ser interpretado;  
 A taxa de variação correspondente ao plano A é a maior. O custo aumenta mais rapidamente no plano A.
- em que condições é possível afirmar que: o plano A é mais econômico; o plano B é mais econômico; os dois planos são equivalentes.  
 O plano A é mais econômico para  $x < 8$ ; o B, para  $x > 8$ ; e eles são equivalentes para  $x = 8$ .

Fonte: Dante (2017, p. 77)

No item a é solicitado que se determine a Lei de Formação das situações e no terceiro item é proposta uma comparação entre as funções, o que se configura como uma situação nova em relação às exploradas no texto-aula e nos exercícios até então, dessa maneira esse item pode possibilitar a instauração de possíveis negociações em sala de aula a respeito da sua resolução. De acordo com o Manual do Professor esse item possibilita uma ampliação do conhecimento ao propor a comparação entre funções diferentes (DANTE, 2017).

O quinto exercício refere-se a uma situação de aluguel de um carro popular, na qual são discutidos três casos, isto é, os preços a serem pagos em função dos quilômetros rodados. É apresentada uma tabela com taxas fixas de preços e os respectivos limiares da quantidade de quilômetros rodados e um valor adicional referente aos quilômetros rodados excedentes. Há nesse exercício 2 itens, no primeiro deve-se determinar as Leis de Formação que expressam cada um dos casos e no segundo deve-se identificar a taxa de variação de cada uma das funções. Deteremos-nos nesse momento a análise do primeiro item.

Figura 25. Recorte do LD – Ex. 4 sobre Lei de Formação

7. O preço do aluguel de um carro popular é dado pelo quadro abaixo.

|        |                        |
|--------|------------------------|
| 100 km | TAXA FIXA DE R\$ 50,00 |
| 300 km | TAXA FIXA DE R\$ 63,00 |
| 500 km | TAXA FIXA DE R\$ 75,00 |

Em todos os casos, paga-se R\$ 0,37 por quilômetro excedente rodado.

a) Escrevam no caderno a lei da função afim para cada caso, chamando de  $x$  o número de quilômetros excedentes rodados.

b) Qual é a taxa de variação de cada função?

Fonte: Dante (2017, p. 77)

Conforme discutido o primeiro item do exercício diz respeito à determinação da Lei de Formação das Funções envolvidas na situação, é possível observar que se identifica de maneira implícita a variável independente, no caso o número de quilômetros excedentes, e orienta-se a chamá-la de  $x$ . Destacamos que há na tabela de preços a menção a uma “taxa fixa” refletimos que essa menção pode configurar-se como o ECT.4, isto é, a menção a esse termo pode indicar que já está determinado um dos coeficientes da Função, reduzindo, dessa maneira, o trabalho do aluno à substituição automática desse valor na Lei de Formação. Nossa reflexão se ancora no fato de permear o trabalho da FA no LD a REP.2 apoiada na analogia da parte fixa e da parte variável, ou seja, essa função é composta por uma parte fixa e uma parte variável.

No sexto exercício há uma situação sobre a quantidade de água contida em um reservatório considerando uma quantidade inicial de 10 litros e o depósito de água de uma torneira de 5 litros por segundo. Esse exercício se subdivide em 3 itens no primeiro deve-se determinar uma lei de formação que representa a quantidade de água após  $t$  segundos, no segundo deve-se identificar a taxa de variação da função obtida e no último item o valor inicial. Faremos a análise do primeiro item que se refere à obtenção da lei de formação para interpretação da situação.

Figura 26. Recorte do LD – Ex. 5 sobre Lei de Formação

8. Um tanque estava inicialmente com 10 litros de água. A torneira desse tanque foi aberta deixando sair a água na razão de 5 litros por segundo.

a) Escrevam no caderno a função afim que representa a quantidade de água após  $t$  segundos.

b) Qual é a taxa de variação da função afim assim obtida?  $f(t) = 10 + 5t$  5

c) Qual é o valor inicial da função afim assim obtida? 10

Fonte: Dante (2017, p.77)

Esse exercício é semelhante à terceira situação discutida no texto-aula. Constatamos mais uma vez que se indica, de maneira implícita, a variável independente que nesse caso deve ser representada pela letra  $t$ . O fato da variável independente ser indicada pela letra  $t$  ao invés da letra  $x$  pode configura-se como um indício de ruptura referente à RIP.3 identificada no texto-aula, onde a variável independente em situações que envolvem a determinação da FA sempre é indicada pela letra  $x$  (RUP.3).

Identificamos nos exercícios algumas situações que não foram trabalhadas no texto-aula, logo se exige nos exercícios mais do que foi trabalhado no texto-aula. Essas situações, sob a ótica do CDP, podem possibilitar o surgimento de novas negociações, a respeito das mesmas, no sistema didático. Considerando que os exercícios constituem no LD o que seria responsabilidade de um aluno hipotético, na ótica do CDP, é de responsabilidade do aluno explorar situações que extrapolam os limites do texto-aula.

Constatamos nessa análise que um dos exercícios gera um indício de ruptura por não seguir a RIP.4 identificada no texto-aula, na qual as situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA são sempre expressas por situações contextualizadas (RUP.4). Este indício de ruptura ocorre pelo fato do exercício propor a determinação da FA por meio da análise do Valor Inicial e da Taxa de Variação dessa Função, sem envolver nenhum contexto, “quebrando”, portanto, com o padrão imposto.

De maneira geral os enunciados dos exercícios que envolvem uma situação contextualizada seguem o padrão dos exemplos explorados no texto-aula, isto é, há no enunciado desses exercícios valores correspondentes há uma parte fixa e outra parte variável (em alguns casos é feita a referencia explicitas às partes fixas e variáveis). Foi possível constatar o fortalecimento da RIP.2, onde nas situações que

envolvem a determinação da Lei de Formação da FA sempre há a indicação, de maneira implícita, da variável independente, todos os exercícios analisados seguem essa regra.

Quanto à RIP.2 na qual a variável independente deve ser sempre indicada pela letra  $x$  nas situações contextualizadas que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA, quatro dos exercícios seguem a regra, enquanto que o quinto rompe com a mesma propondo a representação dessa variável pela letra  $t$ .

Por outro lado, todos esses exercícios rompem com RIP.1, onde nas situações que envolvem a FA sempre há a indicação da relação de dependência entre as grandezas, uma vez que embora esses exercícios possuam a indicação da variável independente não há a indicação da relação de dependência entre grandezas.

A respeito de RIP.3 em que a variável independente sempre é representada pela letra  $x$  em situações que envolvem a determinação da FA notamos que a mesma é rompida no texto-aula na discussão da 4ª situação referente à determinação da Lei de Formação da FA, em seguida na abordagem dos primeiros exercícios é fortalecida e rompida no último. A partir da discussão sobre CDP tecida nesse trabalho não possuímos parâmetros para interpretar os elementos associados à dinamicidade dessa regra, desse modo encontra-se expresso na análise apenas seus momentos de fortalecimentos e rupturas, por não termos argumentos consistentes não aprofundamos na discussão de tal dinamicidade.

Identificamos a presença em dois dos exercícios de indícios de efeitos de contrato o ECT.3 e o ECT.4. Ambos os indícios referem-se ao Topázio, isto é estão associados à presença de informações abundantes nos seus enunciados, nos exercícios em questão tal informação consiste na presença dos termos “custo fixo”, “custo variável” e “taxa fixa”. Avaliamos essa conjuntura como um indício de efeito de contrato pelo fato de tais termos constituírem o cerne da REP.2 e poderem reduzir o trabalho do aluno à identificação dos mesmos.

#### 4.2.1.2 Gráfico da FA

Apresentaremos nesse tópico o recorte do LD relacionado ao gráfico da FA.

##### 4.2.1.2.1 Análise do Manual do Professor

Segundo as indicações do Manual do Professor o trabalho com o gráfico da FA constitui-se como um momento relevante para se institucionalizar os conceitos aprendidos sobre essa função, tais como, Valor Inicial e Taxa de Variação. A esse respeito é sugerido que se proponha aos alunos a análise dos gráficos de funções para que os alunos percebam as implicações da Taxa de Variação no mesmo: “Os alunos poderiam analisar alguns gráficos para perceber a relação entre taxa de variação e o coeficiente  $a$ , por exemplo, os gráficos das funções  $f(x) = x, g(x) = 3x, h(x) = 0,5x, i(x) = -x, j(x) = -2x$ .” (DANTE, 2017, 333).

Sugere-se, também, a análise do gráfico de funções com diferentes valores para o coeficiente  $b$  para que o aluno perceba que esse coeficiente determina o ponto onde o gráfico intercepta o eixo  $y$ : “Também seria interessante que os alunos analisassem alguns gráficos, por exemplo,  $f(x) = x, g(x) = x + 2, h(x) = x + 3, i(x) = x - 2, j(x) = x - 4$ .” (DANTE, 2017, p.333).

Entendemos, a partir dessa discussão, que o trabalho com o gráfico da FA no LD é permeado pela expectativa de que sejam exploradas as influências da Taxa de Variação e do Valor inicial em sua construção, ou seja, discuta-se que a taxa de variação está estritamente relacionada à declividade da reta que representa o gráfico e que o valor inicial determina a ordenada do ponto de interseção com o eixo  $y$  (EXP.2).

Ressalta-se que é importante verificar no trabalho com os gráficos a compreensão dos termos Reta Ascendente, Reta Descendente, Função Identidade e Função Constante. O crescimento e decréscimo de uma FA estão unicamente relacionados com o coeficiente  $a$ , nesse sentido é uma boa ideia reforçar a utilização da argumentação matemática, isto é, representar formalmente as relações de crescimento e decréscimo como, por exemplo, “ $f(x) = 2x + 1$  é crescente, pois se  $a > 0$  a função é crescente” (DANTE, 2017, p. 334).

Esses termos já foram trabalhados no capítulo relacionado ao estudo introdutório das funções, logo há a expectativa de que sejam retomados nesse momento e verifique-se a compreensão que os alunos possuem sobre os mesmos e suas relações com o estudo dos gráficos (EXP.3). Há também a expectativa de que ao professor tecer negociações a cerca do crescimento e decréscimo de uma função negocie, também, que essas relações devem ser expressas de maneira formal utilizando a linguagem matemática (EXP.4).

Ancorados nessa análise inicial a respeito das expectativas do Manual do Professor relacionadas à construção do gráfico apresentaremos, a seguir, a análise do texto-aula.

#### 4.2.1.2.2 Análise do Texto-Aula

O estudo do Gráfico da FA inicia-se no tópico intitulado *Gráfico da FA*, nesse tópico há um total de 7 exemplos relacionados à construção de gráficos. Conforme podemos observar no recorte abaixo se inicia o tópico com a menção de que é possível demonstrar geometricamente que o gráfico da FA é uma reta, no entanto não é feita essa demonstração.

Figura 27. Recorte do LD - Introdução ao estudo dos gráficos

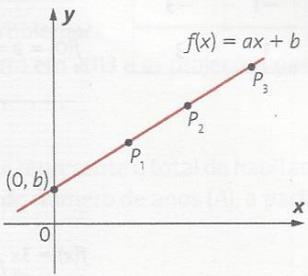
**6 Gráfico da função afim  $f(x) = ax + b$**

É possível demonstrar que o gráfico de uma função afim  $f(x) = ax + b$  é uma reta.

Geometricamente,  $b$  é a ordenada do ponto onde a reta, que é gráfico da função  $f(x) = ax + b$ , intersecta o eixo  $Oy$ , pois para  $x = 0$  temos  $f(0) = a \cdot 0 + b = b$ .

O número  $a$  chama-se taxa de variação da função  $f$ , mas também é conhecido como **declividade** ou **coeficiente angular** dessa reta em relação ao eixo horizontal  $Ox$ .

O número  $b$  chama-se **valor inicial** da função  $f$  ou **coeficiente linear** dessa reta.



Fonte: Dante (2017, p.79)

Na sequência discute-se que o valor de  $b$  representa a ordenada do ponto onde o gráfico intercepta o eixo  $y$ , considerando que este é o valor assumido pela função quando a variável independente assume o valor 0. Essa menção vai de encontro com a expectativa identificada no Manual do Professor na qual o trabalho com o gráfico da FA deve pautar-se na exploração das implicações do Valor Inicial e da Taxa de Variação.

É possível observar no recorte anterior que os coeficientes  $a$  e  $b$  são definidos, respectivamente, como coeficiente angular ou declividade e coeficiente linear. A respeito desses coeficientes ressaltamos que eles possuem diferentes definições ao longo do LD em função dos tópicos trabalhados. Em um primeiro momento são identificados como a parte fixa e a parte variável, à medida que acontece a formalização do conceito da FA estes assumem o conceito de Valor

Inicial e Taxa de Variação (não tomamos como foco esses tópicos) e no estudo do gráfico assumem os conceitos advindos da Geometria Analítica de Coeficiente Linear e Coeficiente Angular.

O fato dos coeficientes  $a$  e  $b$  aparecerem sob a forma de coeficiente angular e coeficiente linear pode constitui-se como pontos de possíveis negociações em sala de aula, considerando que aparecem sob uma nova “forma” no texto-aula. Salientamos que embora esses conceitos sejam citados não é feita a definição dos mesmos. A definição desses termos só aparece em um tópico posterior *Conexões com Geometria Analítica*, o qual não foi contemplado na nossa análise.

Na sequência é apresentado o subtópico *Traçando de gráficos de funções afins* onde são discutidos os procedimentos para se traçar o gráfico da FA. No recorte a seguir apresentamos o texto de introdução desse subtópico, é discutido que este gráfico é representado por uma reta, dessa maneira é necessário conhecer dois pontos distintos pertencentes a ela e traçar o gráfico. Acreditamos que no trecho: “(...) então determinamos dois pontos distintos da função e traçamos a reta” espelha uma regra explícita potencial, pelo fato de generalizar o procedimento de construção de gráfico, isto é, para se determinar o gráfico de uma FA é necessário determinar dois dos seus pontos(REP.4).

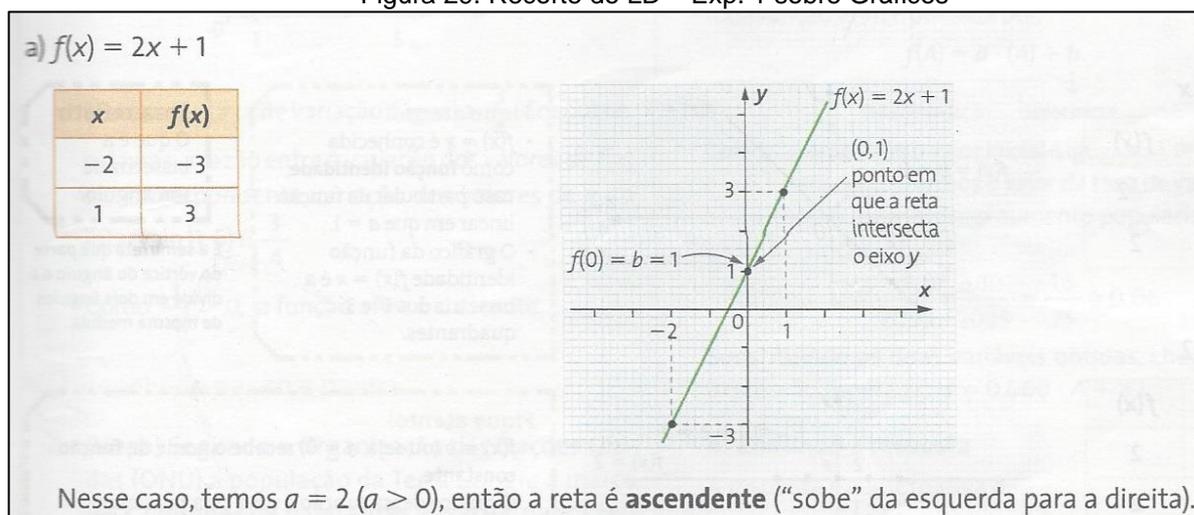
Figura 28. Recorte do LD - Traçando gráficos

Vamos construir os gráficos de algumas funções afins  $f(x) = ax + b$  no plano cartesiano.  
Como o gráfico da função afim  $f(x) = ax + b$  é uma reta e para traçar uma reta basta conhecermos dois pontos distintos pertencentes a ela, então determinamos dois pontos distintos da função e traçamos a reta.

Fonte: Dante (2017, p.79)

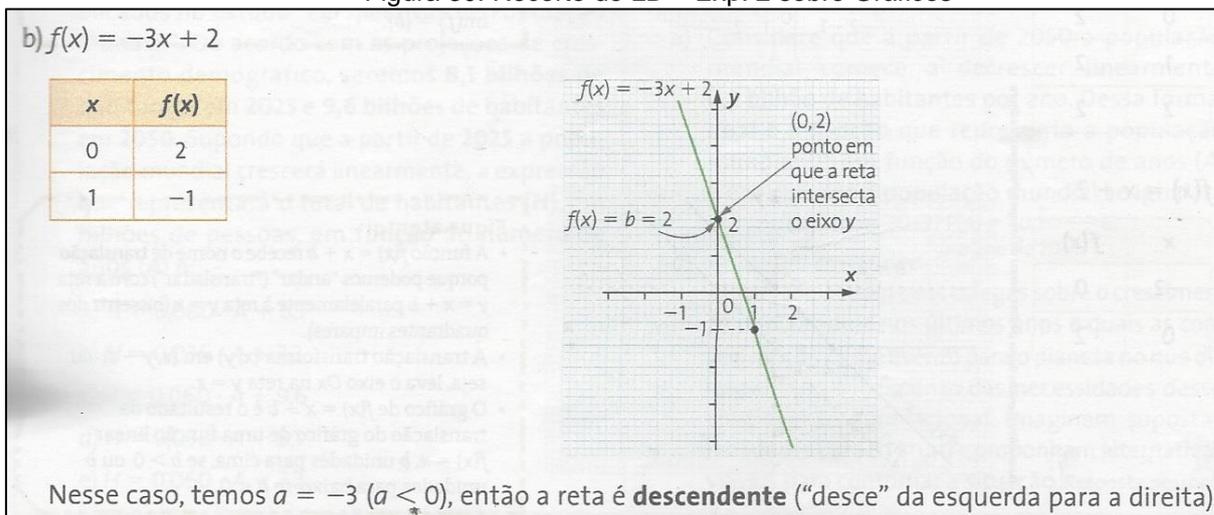
Após essas definições iniciais são apresentados os exemplos relacionados à construção do gráfico da FA. Nos recortes abaixo apresentamos os dois primeiros exemplos discutidos.

Figura 29. Recorte do LD – Exp. 1 sobre Gráficos



Fonte: Dante (2017, p. 79)

Figura 30. Recorte do LD – Exp. 2 sobre Gráficos



Fonte: Dante (2017, p. 79)

Nesses dois casos é destacado em sua discussão o ponto de interseção do gráfico com o eixo  $y$ , ou seja, o ponto  $(0, b)$ . Essa conjuntura coaduna com as expectativas indicadas no Manual do Professor nas quais se devem explorar na construção do gráfico as implicações do Valor Inicial e da Taxa de Variação. Nesse sentido acreditamos que esses exemplos espelham possíveis negociações em sala de aula a respeito do ponto de intersecção do gráfico com eixo  $y$  relação entre o comportamento do gráfico e o sinal do coeficiente  $a$ .

Há, também, nesses exemplos uma breve análise sobre o crescimento do gráfico, avalia-se o valor do coeficiente  $a$ , ou seja, se negativo ou positivo e determina-se o sentido do gráfico se uma reta ascendente ou descendente. De acordo com as indicações do Manual do Professor deve-se verificar no trabalho com

gráfico a compreensão dos conceitos de reta ascendente e reta descendente, logo tomando como referencia as indicações do Manual do Professor e a discussão a respeito do crescimento/decrescimento do gráfico entendemos que há a expectativa de que a partir desses exemplos retomem-se esses conceitos.

Relacionam-se tais conceitos com as idéias, respectivamente, de que a reta “sobe” da esquerda para a direita e de que a reta “desce” da esquerda para a direita. Não encontramos nenhuma menção no Manual do Professor a respeito dessa relação, no entanto, acreditamos que os termos “sobe” e “desce” são utilizados no intuito de favorecer a compreensão dos alunos a respeito das retas ascendentes e decrescentes.

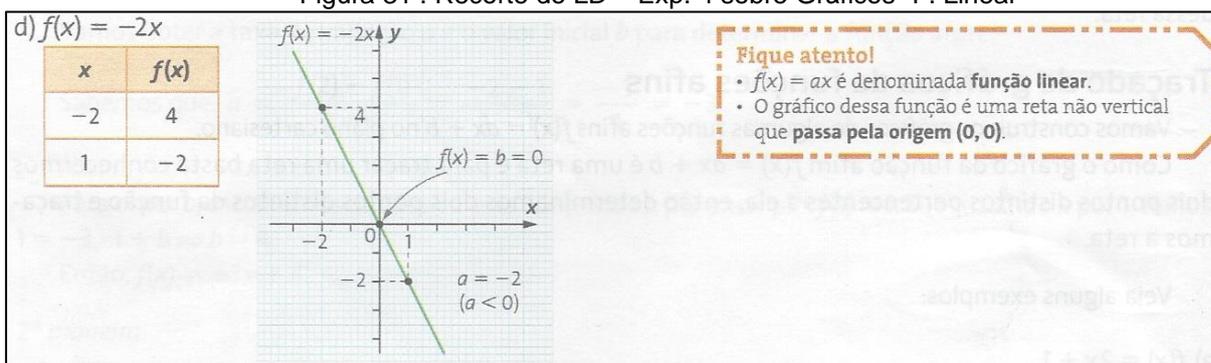
As relações entre o coeficiente  $a$  e o comportamento do gráfico são exploradas apenas nesse momento do texto-aula, nesse sentido não encontramos uma definição formal do que seria reta ascendente e reta descendente. Conforme discutido no parágrafo anterior esses termos são tratados a partir da ideia do gráfico “subir” e “descer”, nesse contexto acreditamos que ideia espelha um indício de efeito de contrato, o Deslize Metacognitivo, o qual se configura quando uma noção científica é negligenciada em função de idéias do senso comum. Avaliamos a existência desse indício de efeito pelo fato de não haver a apresentação científica da noção de retas ascendente e decrescentes sendo tratadas no texto aula apenas pelas idéias de “subir” e “descer” (EPD.5).

Os exemplos explorados na sequencia constituem, ordenadamente, 2 casos de Função Linear<sup>12</sup>, a Função Identidade, um caso da Função Constante, salientamos que essas Funções são abordadas na literatura como casos especiais da FA. A Função Linear é definida sob a forma  $f(x) = ax$ , onde o gráfico é representado por uma reta não vertical que intercepta a origem.

---

<sup>12</sup> Só apresentaremos um dos casos nos recortes.

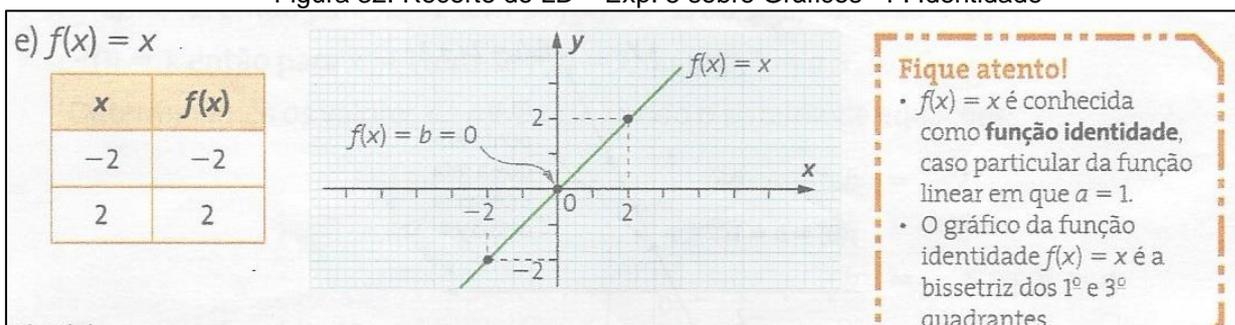
Figura 31 . Recorte do LD – Exp. 4 sobre Gráficos- F. Linear



Fonte: Dante (2017, p.80)

A Função Identidade é considerada como um caso especial da Função Linear quando o valor do coeficiente  $a$  é igual a 1. Sobre o gráfico dessa função ressalta-se que ela é definida como a bissetriz do 1º e do 3º quadrante

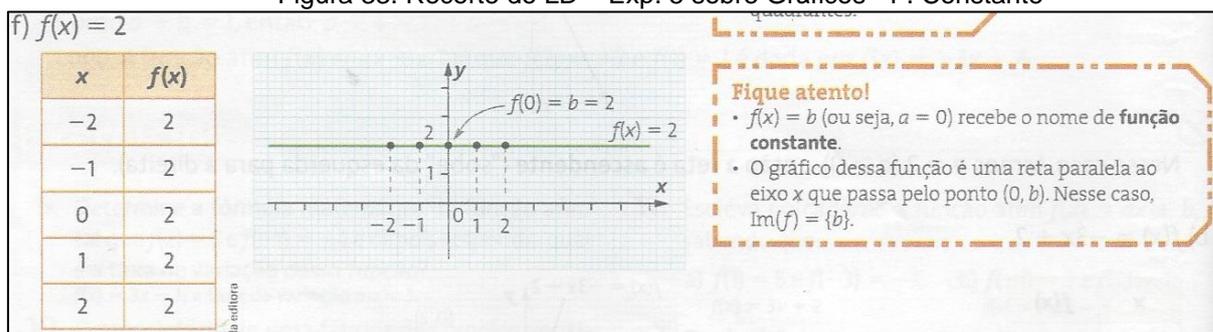
Figura 32. Recorte do LD – Exp. 5 sobre Gráficos - F. Identidade



Fonte: Dante (2017, p.80)

Define-se a Função Constante como o caso em que o valor do coeficiente  $a$  é igual a 0, logo  $f(x) = b$ . O gráfico dessa Função é uma reta paralela ao eixo e sua imagem é o valor do coeficiente  $b$ . Conforme é possível observar no recorte a seguir são determinados os valores de 5 pontos da função o que “rompe” com a regra explícita potencial identificada anteriormente na qual para a determinação da FA deve-se calcular o valor de dois dos seus pontos. Nesse sentido acreditamos que esse exemplo configura-se como um ponto de indício de ruptura, pelo fato de “romper” com uma regra potencial proposta pelo LD (RUP.5).

Figura 33. Recorte do LD – Exp. 5 sobre Gráficos - F. Constante



Fonte: Dante (2017, p.80)

Conforme mencionado nas linhas anteriores as Funções Linear, Identidade e Constante constituí-se como casos especiais da FA, observamos no texto-aula que junto com a análise da construção do gráfico são apresentadas breves discussões a respeito das principais características dessas funções. Chamamos atenção para o fato dessas discussões serem feitas em uma seção sob a forma de caixa de texto exposta na lateral da página e intitulada *Fique Atento*. Essa seção de acordo com o Manual do Professor destaca pontos que merecem reflexão, constituindo-se como indicadores de investigação de maneira que os alunos percebam alguma propriedade ou fato. Nesse sentido, entendemos que essas definições são postas na expectativa de que os alunos percebam as características relacionadas a tais funções, identificando suas propriedades.

Há na seção *Definição da FA* a apresentação de exemplos da FA, dentre eles o caso da Função Constante e da Função Linear, no entanto não são tecidas discussões a respeito das mesmas, logo esses casos só são tratados de maneira formal no momento da exploração dos seus gráficos. Entendemos que esses exemplos, referentes à Função Linear e a Função Constante, podem espelhar negociações na sala de aula a respeito de tais casos, considerando que possuem uma “forma diferente”, isto é, um dos coeficientes da FA assume o valor zero.

No sétimo e último exemplo é discutido o caso da translação do gráfico a partir da exploração do exemplo  $f(x) = x + 2$ . As propriedades relativas à translação são apresentadas em uma caixa de texto da seção *Fique atento*, logo há a expectativa de que os alunos percebam as propriedades relacionadas às propriedades da translação. Ressaltamos que esse exemplo pode configurar-se como pontos de possíveis negociações em sala de aula considerando que se apresenta como uma noção nova inerente ao estudo do gráfico.

Analisando a seção *Fique atento* observamos que é discutido o caso da translação  $f(x) = x + b$ , inicialmente considera-se essa translação como o “andar” da reta no eixo cartesiano em relação à Função  $f(x) = x$ , posteriormente há uma preocupação em apresentar as justificativas científicas para esse “andar” do gráfico, ou seja, que a translação transforma elemento  $(x, y)$  em elementos  $(x, y + z)$  e que caso  $b$  seja um número positivo ele promove um deslocamento de  $b$  unidades para cima, em contrapartida caso  $b$  seja negativo ele promove um deslocamento de  $b$  unidades para baixo.

A partir da análise dos exemplos é possível identificar algumas regularidades a respeito da construção do gráfico. Sobre a primeira delas refletimos que há uma constância nos valores atribuídos à variável  $x$  para que se determinem os pontos da função, em todos os exemplos tais valores variam entre -2 e 2. Ressaltamos que não há nenhuma menção no texto-aula que esses valores devem ser atribuídos considerando esse intervalo nem a alguma regra que rege a escolha de tais valores, no entanto estes se apresentam como uma regularidade, nesse sentido constitui-se como uma regra implícita potencial que pode ser identificada da seguinte maneira: para traçar o gráfico da FA os valores atribuídos à variável  $x$  variam de -2 a 2 (RIP.5).

Outra regularidade é que em todos os gráficos marca-se o ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $y$ , sempre há a indicação de que se obtém esse valor quando a variável  $x$  assume o valor 0, o que implica, por definição, que o  $y$  assume o valor do coeficiente  $b$ . Essa regularidade faz surgir duas reflexões a primeira atrela-se à expectativa identificada no Manual do Professor em que deve-se explorar a análise do Valor Inicial no gráfico da FA, nesse sentido a aparição do valor inicial expressa a expectativa de que o professor negocie que esse indica o ponto de intersecção com o gráfico. Por outro lado essa regularidade pode desdobrar-se em uma regra implícita potencial, onde nos gráficos da FA sempre deve haver a marcação do ponto de intersecção com o eixo  $y$  e esse ponto por sua vez possui a coordenada de  $x$  igual a 0 e a coordenada de  $y$  igual a  $b$  (RIP.6).

A respeito da natureza dos exemplos explorados destacamos que estes sempre aparecem em sua forma algébrica, ou seja, é dada a Lei de Formação e solicita-se que seja traçado o gráfico, não são exploradas situações contextualizadas. Nesse sentido acreditamos emergir uma regra implícita potencial

na qual os exercícios relacionados à construção do gráfico são sempre expressos na forma algébrica, ou seja, apresenta-se a lei de formação e solicita-se a construção do gráfico (RIP.7). Avaliamos esta regra potencial como implícita pelo fato de identificarmos a regularidade e não encontrarmos nenhuma menção explícita no LD a respeito da mesma.

#### 4.2.1.2.3 Análise dos Exercícios

Há um total de 3 exercícios envolvendo a construção do gráfico da FA (nas três questões é solicitada a construção de um total de 10 gráficos). O primeiro deles solicita a construção do gráfico de 4 funções. Este exercício segue o padrão estabelecido no texto-aula, isto é, é apresentada a lei de formação da FA e solicitada à construção do gráfico.

Figura 34. Recorte do Livro - Ex.1 sobre Gráfico

**13.** Construa no caderno, em um sistema de eixos ortogonais, o gráfico das seguintes funções:

|                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a) $f(x) = 2x + 3$ | c) $f(x) = -2x + 5$ |
| b) $f(x) = x + 3$  | d) $f(x) = -2 - 2x$ |

Fonte: Dante (2017, p.77)

No segundo exercício são dadas 5 Funções Lineares e é solicitado que se observe a influência da Taxa de Variação na construção do gráfico. Destacamos inicialmente que esse exercício é marcado como “Atividade em Dupla”, conforme discutido pelo Manual do Professor os exercícios que possuem essa marcação possuem um nível de complexidade maior ou demanda da discussão em grupo para sua resolução. Esse exercício coaduna com as expectativas do Manual do Professor onde é destacada a importância de trabalhar a influência dos coeficientes da Função na construção do gráfico.

Figura 35. Recorte do Livro - Ex.2 sobre Gráfico

**14.** No caderno, em um mesmo sistema de eixos ortogonais, construa os gráficos das seguintes funções. Depois, observe a influência da taxa de variação na posição de cada reta. Existe algum padrão a ser notado?

|                          |                |                 |
|--------------------------|----------------|-----------------|
| a) $f(x) = \frac{1}{2}x$ | c) $h(x) = 2x$ | e) $t(x) = -2x$ |
| b) $g(x) = x$            | d) $s(x) = -x$ |                 |

Fonte: Dante (2017, p.77)

Sob a ótica do CDP esse exercício pode possibilitar o surgimento de novas negociações no Sistema Didático, considerando que propõe uma situação nova, diferentes daquelas trabalhadas no texto-aula a respeito do gráfico da FA. O Manual do Professor sugere o trabalho com exercícios semelhantes ao discutido, isto é, onde são dadas Funções Lineares e solicita-se a análise da influência da Taxa de Variação no gráfico. De acordo com esse material esses exercícios são fundamentais para que se note a relação entre o coeficiente  $a$  e o gráfico da FA. Nesse sentido, entendemos que esse exercício é permeado pela expectativa de que se explore as implicações da Taxa de Variação na construção do gráfico.

O terceiro exercício possui uma situação contextualizada a respeito da trajetória de um móvel. Apresenta-se a Lei de Formação que relaciona as grandezas espaço e tempo e solicita-se a construção do gráfico correspondente a tal Lei de Formação. Ressaltamos que esse exercício “rompe” com a regularidade identificada no texto-aula relacionada aos exercícios que envolvem a construção do gráfico.

Figura 36. Recorte do Livro - Ex.3 sobre Gráfico

**15. Física**  
Um corpo se movimenta em velocidade constante de acordo com a fórmula matemática  $s = 2t - 3$ , em que  $s$  indica a posição do corpo (em metros) no instante  $t$  (em segundos). Construa no caderno o gráfico de  $s$  em função de  $t$ .

Fonte: Dante (2017, p.77)

Avaliamos que esse exercício pode espelhar um indício de ruptura considerando que sua natureza, pelo fato de conter uma situação contextualizada, rompe com a regularidade instaurada no texto-aula e avaliada como RIP.7, na qual as questões que envolvem a construção do gráfico sempre são apresentadas na forma algébrica, isto é, é apresentada a lei de formação e solicita-se a construção do gráfico (RUP.6).

Sobre os exercícios analisados ressaltamos que estes vão além dos exemplos discutidos no texto-aula. No texto-aula são explorados exemplos onde são expostas as leis de formação e solicita-se a construção do gráfico, enquanto nos exercícios aparecem situações onde se deve comparar o comportamento de diferentes funções e a interpretação gráfica de uma situação contextualizada, espelhando em um dos casos, inclusive, um indício de ruptura.

A respeito das regras implícitas relacionadas à construção do gráfico destacamos que não foi possível constatar por meio da análise dos exercícios se esses as seguiam ou as rompiam, tendo em vista que tais regras regem os procedimentos para a construção do gráfico, não sendo possível observar tais procedimentos do enunciado dos exercícios.

Apresentaremos a seguir dois quadros com uma síntese dos principais elementos encontrados nessa análise, destacamos que pontuamos nesses quadros apenas os aspectos mais gerais da análise, isto é, que estão relacionados ao trabalho com a FA em um contexto mais amplo, logo alguns elementos de CDP relacionados a termos e situações específicas não foram apresentados nos mesmos.

Quadro 5. Quadro Síntese dos elementos do CDP (parte 1).

| Expectativas                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Código                       | Descrição                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| EXP.1                        | A FA deve ser definida a partir da analogia das partes fixa e variável, no entanto deve-se atentar para o fato dessa analogia não ser suficiente para representar todos os casos da FA.                                                                                                                                              |
| EXP.2                        | Sejam exploradas as influências da Taxa de Variação e do Valor inicial na construção do gráfico da FA, ou seja, discuta-se que a taxa de variação está estritamente relacionada à declividade da reta que representa o gráfico e que o valor inicial determina a ordenada do ponto de interseção com o eixo $y$ .                    |
| EXP.3                        | Verificar no trabalho com os gráficos a compreensão dos termos Reta Ascendente, Reta Descendente, Função Identidade e Função Constante                                                                                                                                                                                               |
| EXP.4                        | O professor deve tecer negociações a cerca do crescimento e decrescimento de uma função e negociar, também, que essas relações devem ser expressas de maneira formal utilizando a linguagem matemática.                                                                                                                              |
| Regras Explícitas Potenciais |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| REP.1                        | A parte fixa da FA é aquela que não depende do valor de $x$ .                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| REP.2                        | A FA é composta de uma parte fixa e outra variável, na qual a parte fixa é representada pelo coeficiente $b$ e a parte variável é representada pelo coeficiente $a$ .                                                                                                                                                                |
| REP.3                        | O coeficiente $b$ refere-se ao valor do volume do balão na temperatura $0^{\circ}\text{C}$ e o coeficiente $b$ diz respeito ao aumento que o volume do balão sofre dado o aumento de $1^{\circ}\text{C}$ na temperatura (Regra específica para o trabalho com a quarta situação envolvendo a determinação da lei de formação da FA). |
| REP.4                        | Para se determinar o gráfico de uma FA é necessário determinar dois dos seus pontos.                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Regras Implícitas Potenciais |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| RIP.1                        | Sempre há nas situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA a explicitação da relação de dependência entre grandezas.                                                                                                                                                                                               |
| RIP.2                        | Sempre há nas situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA a indicação, implícita, da variável independente.                                                                                                                                                                                                       |
| RIP.3                        | Nas situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA a variável independente sempre é representada pela letra $x$ .                                                                                                                                                                                                    |
| RIP.4                        | Todas as situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA são expressas por situações contextualizadas.                                                                                                                                                                                                                |
| RIP.5                        | Para traçar o gráfico da FA os valores atribuídos à variável $x$ variam de $-2$ a $2$ .                                                                                                                                                                                                                                              |
| RIP.6                        | Sempre deve haver a marcação do ponto de interseção com o eixo $y$ e esse ponto por sua vez possui a coordenada de $x$ igual a $0$ e a coordenada de $y$ igual a $b$ .                                                                                                                                                               |
| RIP.7                        | Os exercícios relacionados à construção do gráfico são sempre expressos na forma algébrica.                                                                                                                                                                                                                                          |

Fonte: Elaborado pela autores

Quadro 6. Quadro síntese dos elementos do CDP (parte 2).

| Indícios de efeitos de contrato |                                                                                                                                                                               |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| EPT.1                           | A presença dos termos “parte fixa” e “parte variável” na primeira situação do tópico situações iniciais.                                                                      |
| EPU.2                           | Utilização da analogia da parte fixa e da parte variável para representar a FA sem mencionar a limitação dessa analogia quanto a representação dos demais casos dessa função. |
| EPT.3                           | A presença dos termos “custo fixa” e “custo variável” no segundo exercício sobre Lei de formação da FA.                                                                       |
| EPT.4                           | A presença dos termos “taxa fixa” no quinto exercício sobre Lei de formação da FA.                                                                                            |
| ECD.5                           | Utilização dos termos “subir” e “descer” para tratar os conceitos de reta ascendente e reta descendente.                                                                      |
| Indícios de rupturas            |                                                                                                                                                                               |
| RUP.1                           | Indício de ruptura das regras RIP.1, RIP.2 e RIP.3 ocasionada pela quarta situação analisada no LD referente à Lei de Formação da FA.                                         |
| RUP.2                           | Indício de ruptura das regras RIP.4 ocasionada pelo primeiro exercício analisado referente à Lei de Formação da FA.                                                           |
| RUP.3                           | Indício de ruptura das regras RIP.3 ocasionada pelo quinto exercício analisado referente à Lei de Formação da FA.                                                             |
| RUP.4                           | Indício de ruptura das regra RIP.1 ocasionada pelos cinco exercícios que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA a partir de uma situação contextualizada.           |
| RUP.5                           | Indício de ruptura da regra REP.4 ocasionada pela situação onde se discute o gráfico da Função Constante.                                                                     |
| RUP.6                           | Indício de ruptura das regras RIP. 7 ocasionada pelo terceiro exercício analisado referente ao gráfico da FA.                                                                 |

Fonte: Elaborado pela autora

### 4.3 Análise das aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD

Nesse tópico apresentaremos a análise das aulas do professor João e suas relações com a análise do LD. Temos como objetivo analisar as relações entre o CDP e o CD, nesse sentido optamos por uma análise dinâmica, ou seja, a medida que avaliamos os elementos de CD da aula de João analisaremos suas aproximações e distanciamentos com os elementos de CDP. Para melhor contemplarmos a dinamicidade do CD analisamos seus elementos na ordem em que apareciam nas aulas.

Ressaltamos que nem todos os tópicos, exemplos e exercícios foram utilizados pelo professor na aula, logo não foi possível analisar as relações estabelecidas do CD com alguns dos elementos CDP. Para melhor organizarmos a análise em alguns tópicos: Apresentação Inicial da Função Afim, Lei de Formação da Função Afim e Gráfico da Função Afim, os dois últimos tópicos se subdividirão entre exploração do conceito e exploração dos exercícios.

O primeiro tópico da análise refere-se à apresentação que o professor faz da FA, destacamos que nesse momento não é feito o uso do LD, no entanto, apesar da nossa pesquisa ter como foco a análise da relação entre o LD e a sala de aula,

consideramos relevante a análise dessas negociações iniciais, visto que marcam a entrada do saber na sala de aula e podem ter respaldo em negociações futuras. Os demais tópicos (que seguem a mesma topicalização realizada na análise do CDP) constituem a análise das aulas em que é feito efetivamente o uso do LD.

Apresentamos, a seguir, a análise das aulas.

#### 4.3.1 Apresentação inicial ao saber Função Afim

A filmagem das aulas iniciou-se dia 26 de abril de 2018, coincidindo com o início do segundo bimestre, sendo a FA o primeiro assunto a ser trabalhado nesse bimestre. Em um primeiro momento o professor apresenta a pesquisadora à turma e explica que algumas aulas serão filmadas e serão utilizadas como material de análise para o seu projeto de pesquisa de mestrado. Foram entregues, aos alunos, os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para a autorização da realização das filmagens.

Após esse diálogo inicial João introduz o estudo da FA marcando, dessa maneira, a entrada do saber no jogo didático e a constituição da relação didática a qual, segundo Brousseau (1986), é compreendida como uma relação triangular constituída pelo professor, aluno e saber. A partir desse momento começam a ser instituídas negociações em torno do saber.

Compreendemos a negociação, em um sentido amplo, como sendo uma convenção entre duas ou mais pessoas, implicando na aceitação de papéis e obrigações a cumprir por cada uma das partes envolvidas (JONNAERT & BORGHT, 2002). De modo mais específico, sob a ótica do Contrato Didático, a negociação é entendida como a maneira com a qual o professor gerencia o saber em sala de aula, nesse sentido Almeida (2016) propõe que o jogo didático é organizado através das negociações, onde os desdobramentos destas geram regras explícitas e implícitas que emergem e desaparecem em função da dinamicidade da aprendizagem ou em função de outras negociações e renegociações. No recorte a seguir apresentamos o momento onde as negociações começam a ser instituídas na sala de aula do professor João.

Quadro 7. Recorte da transcrição da aula 1

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> – E aí gente? Nós trabalhamos já... Nós construímos nessa primeira unidade alguns... Alguns gráficos trabalhamos com algumas leis de formações onde apareciam dois tipos de funções. A primeira delas que a gente trabalhou com elas é a Função (...) Linear! Tão lembrados que o gráfico dessa função aqui ela... forma uma linha reta? Quando a gente substitui, né? Os valores da Função encontra os valores de 'x' aqui substitui valores e vai montar o gráfico ela forma uma linha reta?</p> <p><b>Alunos</b> – É...</p> <p><b>P</b> – Certo? Essa Função é chamada de Função o que?</p> <p><b>Al e P:</b> Linear...</p> <p><b>P</b> – Ela também é chamada de Função (...) do primeiro (...) grau. E ela agora também vai ser chamada de (...) FA, tá certo?</p> |
| <b>Registro do professor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| $f(x) = ax + b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

Fonte: Dados da Pesquisa

O diálogo representado no recorte acima apresenta a negociação de que será o momento de aprofundar o estudo da FA, o professor explicita que o trabalho com esse tipo de função foi iniciado no primeiro bimestre<sup>13</sup>. Percebemos no trecho “*Tão lembrados que o gráfico dessa função aqui ela... forma uma linha reta? Quando a gente substitui, né? O valor da Função encontra os valores de 'x' aqui substitui valores e vai montar o gráfico ela forma uma linha reta?*” um esforço do professor para que os alunos recordem de que tipo de função está se falando, acreditamos que essa atitude revela indícios de um efeito de Contrato o Efeito Topázio (ECT.1).

Os Efeitos de Contrato são descritos por Brousseau (1986, 1996b, 2008) como atitudes do professor que tendem a facilitar a tarefa do aluno evitando, portanto, um fracasso eminente. Nesse contexto o Efeito Topázio (ou controle da incerteza) caracteriza-se pelo fornecimento de explicações abundantes por parte do professor como, por exemplo, dicas, técnicas de memorização e indicação de passo a passo para a resolução de um problema. De acordo com Almeida (2016) no momento em que o aluno encontra-se em uma situação de dificuldade o Efeito Topázio surge como uma alternativa para a superação da dificuldade

Retomando a situação descrita, temos que esta se constitui como uma tentativa de evitar uma interpretação equivocada sobre a função que se está estudando, o professor ‘apresenta’ sob a forma de perguntas características dessa Função, no caso características relacionadas ao gráfico e posteriormente devolve a

<sup>13</sup> De acordo com o Currículo do Estado de Pernambuco no primeiro bimestre é trabalhado o conceito de Função e são discutidas, de maneira superficial, algumas funções. No entanto o estudo de cada uma dessas funções só ocorre de maneira aprofundadas nos bimestres posteriores, por exemplo, o segundo bimestre é dedicado ao estudo das Funções Afins e Quadráticas. De acordo o currículo da escola.

pergunta “*Certo? Essa Função é chamada de Função o que?*” para que diante do contexto da explicação eles possam responder corretamente.

Observe no trecho “**P** – *Certo? Essa Função é chamada de Função o que?,* **Alis e P:** *Linear... , P – Ela também é chamada de Função (...) do primeiro (...) grau. E ela agora também vai ser chamada de (...) FA, tá certo?*” que o professor cita a Função Linear e negocia, explicitamente, com os alunos que esta pode ser denominada como FA. A negociação é conduzida tratando os conceitos de FA e Função Linear como equivalentes, no entanto a Função Linear constitui um caso especial da FA não podendo, portanto, essas funções serem consideradas como equivalentes<sup>14</sup>. Acreditamos que o professor apenas confundiu, momentaneamente, as definições uma vez que em aulas posteriores ele faz as devidas diferenciações nas definições das mesmas.

Percebemos no recorte abaixo a intenção do professor em conduzir um trabalho mais contextualizado em uma tentativa de diminuir a distância entre a matemática escolar e a matemática presente na vida cotidiana. Nesse contexto o professor negocia, conforme podemos observar no trecho a seguir: “*a gente vai contextualizar essa função mostrando algumas situações onde a gente trabalha com ela no dia-a-dia que aos pouquinhos a gente vai conseguir ver que na realidade é... A matemática que a gente estuda na sala de aula não está tão fora do que a gente acha que é da nossa vida...*” que o trabalho com a FA ocorrerá a partir da análise de situações cotidianas. Ressaltamos que essa intenção do professor em contextualizar o trabalho com a FA coaduna com os norteamentos dos documentos oficiais (PERNAMBUCO, 2012; BRASIL, 2006) os quais defendem que o trabalho com Funções deve partir da análise das situações cotidianas dando um caráter mais dinâmico para a aprendizagem da mesma.

---

<sup>14</sup> As definições de Função Afim e Linear encontram-se descritas no Capítulo 2 deste trabalho.

Quadro 8. Recorte da transcrição da aula 2

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> - É... a gente vai contextualizar essa função mostrando algumas situações onde a gente trabalha com ela no dia-a-dia que aos pouquinhos a gente vai conseguir ver que na realidade é... A matemática que a gente estuda na sala de aula não está tão fora do que a gente acha que é da nossa vida... Que muitas vezes o aluno sabe que desenrola bem matemática na sala de aula, mas não consegue associar isso com o que ta fora da vida... Da sala de aula, ou seja, o que ta dentro da sala de aula é uma coisa o que ta fora da sala de aula é outra e na prática a gente tem tantas situações onde a gente usa funções e não se dá conta disso. Quer ver um exemplo bem prático disso? Você vai na padaria comprar (...) pão, aí chega lá e tem uma plaquinha lá vamos dizer que o pão seja vendido a (...) 25 centavos (...) ok? Se eu chegar lá e quiser pagar três pães, eu vou pagar quanto?</p> <p><b>Alunos:</b> 75 centavos...</p> <p><b>P</b> – 75 centavos... E aí, professor? O que tem haver sua pergunta com funções? Tudo haver (...). Tem tudo haver... Se eu dissesse a vocês quanto que eu vou pagar por quatro pães?</p> <p><b>Alunos</b> - Um real..</p> <p><b>P</b> – O que é que vocês tão fazendo aí quando eu tô perguntando uma coisa e vocês estão me respondendo?</p> <p><b>A<sub>4</sub></b> – Eu sei decorado isso aí...</p> <p><b>P</b> – Veja... Você sabe decorado isso aí, sabe por quê? Por que você usa essa função no seu dia-a-dia só que você não se dá conta que você ta trabalhando com função, né? E aí eu pergunto a vocês como seria... Vamos dizer assim uma ‘fórmula’ para calcular o preço a pagar? Como é que seria isso? Qual seria a fórmula para mim saber o preço a pagar?</p> <p><b>A<sub>5</sub></b>– A quantidade do preço e a quantidade de unidades que você vai pagar</p> <p><b>P</b> - Seria o que?</p> <p><b>A<sub>5</sub></b> – A quantidade do preço e a quantidade...</p> <p><b>P</b> – A quantidade do preço ou o preço da quantidade?</p> <p><b>A<sub>5</sub></b>– O preço e a quantidade...</p> <p><b>P</b> – Aí eu vou fazer o que com eles vou somar subtrair, multiplicar, dividir?</p> <p><b>Alis</b> – Somar...</p> <p><b>P</b> – Somar? Por exemplo, eu quero comprar quatro pães...</p> <p><b>Alis:</b> Multiplica...</p> <p><b>P</b> – Vou multiplicar, ok? Como seria a fórmula pra mim encontrar isso daqui?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b>– ‘x’ vezes 0,25...</p> <p><b>P</b> – Vamos chamar... Vamos dizer que ‘x’ seja a quantidade de pães, né? (...)</p> <p><b>P</b> – E aí, como seria essa formula para encontrar o preço a pagar? Vamos dizer que seja ‘p’ de preço, seria o que?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> – ‘x’ vezes 0,25...</p> |
| <p><b>Registro do professor</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><math>p(x) = 0,25 \cdot x</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

Fonte: Dados da pesquisa

As negociações tornam-se mais claras à medida que o professor explora o sentido matemático de algumas situações “práticas” (palavras do professor), contextualizadas. A primeira dessas situações, expressa no recorte anterior, refere-se ao cálculo do preço a ser pago por determinada quantidade de pães. As negociações são conduzidas implicitamente no sentido de interpretar a partir do conceito de FA essas situações. Note que no trecho: “E aí, professor? O que tem haver sua pergunta com funções? Tudo haver (...). Tem tudo haver...”, João demonstra a expectativa de que os alunos aceitem a negociação de que a situação pode ser interpretada à luz do conceito de função.

Inicialmente as negociações são conduzidas no sentido de encontrar o valor a ser pago por determinada quantidade de pães no caso, 3 e 4 pães. No trecho: “*O que é que vocês tão fazendo aí quando eu tô perguntando uma coisa e vocês estão me respondendo?*” **A4** – *Eu sei decorado isso aí...* **P** – *Veja... Você sabe decorado isso aí, sabe por quê? Por que você usa essa função no seu dia-a-dia só que você não se dá conta que você tá trabalhando com função, né?*, é possível observar uma reorganização contratual (RE.1).

O conceito de reorganização contratual foi proposto por Almeida (2016) e refere-se a rupturas “brandas” ou a ajustes no jogo didático, por parte do professor, para que se evite uma ruptura. De acordo com o mesmo autor a reorganização contratual sugere que apesar de não ter ocorrido uma ruptura (no sentido de não aceitação das cláusulas contratuais) há a necessidade de “mudar as coisa de lugar, reorientar, antecipar algo que viria mais tarde” (ALMEIDA, 2016)

Ao lançar a pergunta “*O que é que vocês tão fazendo aí quando eu tô perguntando uma coisa e vocês estão me respondendo?*” o professor tem a expectativa de que os alunos explicitem os procedimentos de cálculos e desdobrem-se em possíveis negociações. A fala do aluno “*Eu sei decorado isso aí...*” rompe, em certa medida, com a expectativa do professor fazendo com que ele reorganize o contrato didático e retorne ao controle da negociação, justificando que ele “sabe decorado” em decorrência da utilização cotidiana das Funções.

No contexto da reorganização o professor retoma o sentido da negociação e reformula a pergunta explicitando elementos, no caso a palavra ‘fórmula’, que deseja que tenha na resposta dos alunos, observe o trecho “*Vamos dizer assim uma ‘fórmula’ para calcular o preço a pagar? Como é que seria isso? Qual seria a fórmula para mim saber o preço a pagar?*”. Entendemos que ao explicitar o termo “fórmula” o professor fornece dicas sobre o caminho a ser percorrido para que se chegue à resposta desejada, desdobrando-se em um Efeito Topázio (ECT.2).

Diante do questionamento do professor a respeito da determinação da fórmula do preço a ser pago por determinada quantidade de pães os alunos começam a explicitar que esta fórmula está relacionada com o preço e a quantidade de pães, nesse momento começam a serem instituídas implicitamente negociações no sentido de interpretar a situação enquanto uma relação entre grandezas, ou seja, o preço a ser pago pelos pães está em função do valor de cada pão e da quantidade

comprada. Professor conduz a negociação com o intuito de expressar essa relação por meio de uma operação matemática.

Veja o trecho que corresponde à discussão do parágrafo anterior: “**A<sub>5</sub>** – A quantidade do preço e a quantidade de unidades que você vai pagar, **P** - Seria o que?, **A<sub>5</sub>** – A quantidade do preço e a quantidade... , **P** – A quantidade do preço ou o preço da quantidade?, **A<sub>5</sub>** – O preço e a quantidade... , **P** – Aí eu vou fazer o que com eles vou somar subtrair, multiplicar, dividir?”. Observe que aos alunos responderem à pergunta, sobre qual a fórmula para determinar o preço do pão, o professor prontamente negocia, por meio de questionamentos, como essa fórmula pode ser expressa.

O Professor João conduz suas negociações a partir do levantamento de questionamentos desenvolvendo um trabalho dialogado, de modo a permitir que os alunos entrem no jogo didático. Embora João conduza um trabalho mais dialogado com os alunos, este assume o controle da negociação direcionando a resposta dos alunos por meio de perguntas, as quais possuem inúmeras vezes, algumas dicas. Observe que no trecho: “**P** – Aí eu vou fazer o que com eles vou somar subtrair, multiplicar, dividir?, **A<sub>1s</sub>** – Somar..., **P** – Somar? Por exemplo, eu quero comprar quatro pães..., **A<sub>1s</sub>**: Multiplica..., **P** – Vou multiplicar, ok?” aos alunos responderem erroneamente o questionamento o professor questiona a resposta e imediatamente começa a tecer uma explicação, no entanto logo é interrompido pelos alunos apresentam outra resposta, a correta.

Conforme mencionado no parágrafo anterior apesar de João ter um trabalho mais dialogado com os alunos cabe a ele o controle da negociação, direcionado, por vezes, a resposta dos alunos, acreditamos nesse contexto surge uma regra contratual implícita: cabe ao professor a condução da negociação e ele dará ‘pistas’ sobre o caminho para se encontrar a resposta (RIM.1). Outra cláusula que faz parte do Contrato Didático do professor João e seus alunos é: quando o professor questiona a resposta dos alunos de determinada pergunta significa que tal resposta está errada e deve ser modificada (RIM.2). É perceptível no recorte anterior que ao professor questionar a resposta dos alunos, estes prontamente a modificam.

No recorte a seguir o professor busca inicialmente negociar que inúmeras situações cotidianas podem ser interpretadas a luz do conceito de FA. Negocia-se explicitamente que tais situações usualmente possuem o valor do coeficiente ‘b’

igual a zero, no trecho “*Só que normalmente, normalmente, normalmente, o que a gente utiliza nesses casos o valor de ‘b’ aqui (aponta para o ‘b’ na forma canônica da função), normalmente é igual a zero normalmente na nossa prática, tá certo?*” que há uma insistência na palavra ‘normalmente’, acreditamos que a repetição dessa palavra revela um esforço do professor para que os alunos aceitem a negociação de que embora o valor do coeficiente ‘b’ não apareça em algumas situações, este assume valor zero e pode ser organizado na forma canônica. Nessa conjuntura surge uma regra explícita de Contrato Didático: as situações cotidianas que podem ser interpretadas como uma FA geralmente possuem o valor do coeficiente ‘b’ igual a zero (REX.1).

No que se refere à regra de contrato citada no parágrafo anterior ressaltamos que embora seja explicitada nesse momento inicial ela não é fortalecida ao longo das aulas, as situações contextualizadas que são trabalhadas são representadas por Funções Afins que possuem o valor do coeficiente ‘b’ diferente de zero. Esse não fortalecimento da regra ocorre em função do uso do LD pelo professor, considerando que após esse exemplo inicial são explorados os exemplos e exercícios contidos no LD, os quais por sua vez não trabalham situações cotidianas cujo valor de ‘b’ seja igual a zero.

Quadro 9. Recorte da transcrição da aula 3

**P** – Gente, todos os dias a gente tá utilizando principalmente a FA, que é a função do 1º grau nas compras que a gente faz, tá certo? Só que normalmente, normalmente, normalmente, o que a gente utiliza nesses casos o valor de ‘b’ aqui (aponta para o ‘b’ na forma canônica da função), normalmente é igual a zero normalmente na nossa prática, tá certo? O que é que o senhor quer dizer com isso professor? Se a gente organizar aqui, essa função que vocês fizeram aqui, o preço a pagar matematicamente falando eu poderia dizer que o preço em função de ‘x’ que é a quantidade de pães vai ser oh (aponta para a FA na forma canônica) só pra ficar igual, nessa ordem aqui oh, vou colocar primeiro o valor de ‘a’ que seria 0,25 multiplicado por...

**Als** – ‘x’ ...

**P** – Observe que se eu comparar aqui (aponta para a forma canônica da FA) o ‘b’ é igual a...

**Als** – Zero...

**P**- Ele não tá aparecendo. Então para que fique rigorosamente igual ali eu mudaria isso aqui (insere o zero na função construída).

Fonte: Dados da pesquisa

No trecho a seguir o João compara a função obtida com a forma canônica da FA: “**P** – Observe que se eu comparar aqui (aponta para a forma canônica da FA) o ‘b’ é igual a... **Als** – Zero... **P**- Ele não tá aparecendo. Então para que fique rigorosamente igual ali eu mudaria isso aqui (insere o zero na função construída).”. Note que há uma preocupação em representar a função obtida “rigorosamente” na forma canônica, para isso o professor insere um zero no local do coeficiente ‘b’, essa

atitude revela indícios de uma regra implícita de contrato didático que diz respeito à representação matemática da FA deve seguir rigorosamente a forma canônica (RI.3). Por outro lado no trecho “(...) ‘b’ é igual a... **Als – Zero... P- Ele não ta aparecendo**” há a explicitação de uma regra contratual: quando o valor do coeficiente ‘b’ é igual a zero ele não aparece na Função (REX.2).

As negociações tecidas nesse recorte, onde o coeficiente ‘b’ assume valor zero, referem-se a um tipo especial de FA, a Função Linear, no entanto nesse momento não é feita a exploração dos aspectos associados a esta Função.

Até esse momento as ações didáticas do professor apontam para negociações referentes a interpretação de uma situação contextualizada a partir do conceito de FA. Entendemos que esse trabalho inicial com situações contextualizadas ocorre em função de João acreditar que estas são a base para construção dos conceitos que surgirão futuramente a respeito da FA.

Apresentaremos a seguir um quadro síntese com os elementos contratuais identificados nesse momento inicial da aula.

Quadro 10. Elementos de CD identificados na introdução do conceito de FA

| Código                       | Descrição                                                                                                                                                                                                  |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Regras Explícitas            |                                                                                                                                                                                                            |
| RE.1                         | Nas situações contextualizadas que geralmente exploram a determinação da Lei de Formação da FA normalmente o valor do coeficiente <i>b</i> é igual a zero.                                                 |
| RE.2                         | Quando o valor do coeficiente ‘b’ é igual a zero ele não aparece na Função (explicitação de regra).                                                                                                        |
| Regras Implícitas Potenciais |                                                                                                                                                                                                            |
| RI.1                         | Cabe ao professor a condução da negociação e ele dará ‘pistas’ sobre o caminho para se encontrar a resposta.                                                                                               |
| RI.2                         | Quando o professor questiona a resposta dos alunos de determinada pergunta significa que tal resposta está errada e deve ser modificada.                                                                   |
| RI.3                         | A representação matemática deve seguir rigorosamente a forma canônica.                                                                                                                                     |
| Reorganizações               |                                                                                                                                                                                                            |
| RE.1                         | ‘Ruptura’ da expectativa do professor ao solicitar que os alunos descrevam como chegaram aos resultados referentes à primeira situação da abordagem inicial da FA e tais responderem que “sabem decorado”. |
| Efeitos de Contrato          |                                                                                                                                                                                                            |
| ECT.1                        | Esforço do professor para que o aluno lembre-se das características da FA (esse efeito surge abordagem inicial da FA)                                                                                      |
| ECT.2                        | Explicitação da palavra ‘formula’ para que o aluno entenda o sentido da lei de formação na situação trabalhada na abordagem inicial da FA.                                                                 |

Fonte: Elaborada pela autora

Após essas discussões iniciais o João inicia o trabalho com o LD na aula, cuja discussão será contemplada no tópico a seguir.

#### 4.3.2 Análise das aulas com o uso do LD

Nesse tópico apresentaremos a análise dos momentos em que João utiliza o LD em sua aula. A abordagem dos conceitos seguiu a ordem em que os mesmos são apresentados no LD, nesse contexto topicalizamos a análise conforme os tópicos contemplados na análise do LD. A seguir iniciaremos a análise referente à Lei de Formação.

##### 4.3.2.1 Lei de Formação

Dividiremos esse tópico em duas partes: a exploração do conceito da lei de formação da FA e exploração dos exercícios relacionados à Lei de formação da FA.

###### 4.3.2.1.1. Exploração do conceito da Lei de Formação

A entrada do LD ocorre a partir da discussão da primeira situação do tópico *Situações Iniciais*, a qual refere-se à determinação da Lei de Formação de uma FA relacionada ao salário de um vendedor. Esta situação apresenta que o salário do vendedor é composto de duas partes: uma parte fixa e uma parte variável relacionada ao total de vendas, conforme é possível observar na figura 18.

Na sala de aula o professor faz a leitura do exemplo e começam a ser instituídas negociações a respeito dos termos “fixo” e “variável”, conforme exposto no recorte a seguir. O professor negocia que a parte ‘fixa’ refere-se a um valor constante, ou seja, que independente da quantidade de vendas o salário do vendedor será R\$ 2500,00, que também é o valor mínimo que essa função pode assumir o trecho a seguir ilustra essa negociação: *“Significa que, independente de qualquer coisa ele vai ganhar sempre R\$ 2500,00, ou seja, o menor salário que ele vai receber por mês é de R\$ 2500,00, ok?”*. Ressaltamos que inicialmente o professor negocia, nos exemplos discutidos, que a parte ‘fixa’ representa o valor mínimo que essa função pode atingir, no entanto essa negociação é válida para situações específicas, onde os contextos determinam os limiares do domínio e da imagem, não sendo válida, portanto, em um contexto geral da FA.

Em relação à parte variável negocia-se que ela é uma parte que vai “variar, mudar” (palavras do professor). Note no trecho: *“P – Essa segunda parte é variável, né? Ela vai variar, vai mudar e ela diz o que? A<sub>6</sub> – É uma comissão de 6%... P – É*

uma comissão de 6% sobre as..., **Als e professor:** Vendas...” há a negociação implícita de que a parte variável depende das vendas, observe que aos alunos responderem que a parte variável “É uma comissão de 6%...”, ao professor questionar o que seria a parte variável, o professor utiliza um Efeito Topázio (ECT.3): “**P** – É uma comissão de 6% sobre as...” para que os alunos percebam que a comissão, a parte variável, vai depender das vendas.

Quadro 11. Recorte da Transcrição da Aula 4

**P** - A gente tem um exemplo aí na página 74 e ele fala a respeito de um representante comercial, o que é que ele diz aí na página 74? Ele diz um representante comercial recebe um salário que é composto de duas partes, tá certo? O que é que ele diz? Duas partes (...)

**A<sub>7</sub>** – Uma fixa...

**P** - A primeira parte (...) ele diz que é...

**A<sub>6</sub>** – Fixa...

**P** - Fixa no valor de quanto?

**Als** - 2500

**P** – 2500 reais, o que é que significa dizer isso?

**A<sub>6</sub>** – Que todo mês ele vai receber essa quantidade e outra a mais...

**P** – Significa que, independente de qualquer coisa ele vai ganhar sempre R\$ 2500,00, ou seja, o menor salário que ele vai receber por mês é de R\$ 2500,00, ok? Mas ele tem a segunda parte o que é que diz a respeito da segunda parte?

**A<sub>6</sub>** – É uma comissão de 6%...

**P** – Essa segunda parte é variável, né? Ela vai variar, vai mudar e ela diz o que?

**A<sub>6</sub>** – É uma comissão de 6%...

**P** – É uma comissão de 6% sobre as...

**Als e professor:** Vendas...

**P** – Bom, quando eu tava comprando pão aqui na padaria eu disse que a quantidade de pães era...

**Alunos e professor:** ‘x’...

**P** – Era ‘x’... Então eu posso dizer que as vendas dele aqui também vai ser ‘x’, por quê? Por que a ideia que eu tenho aqui de variável é um número que eu não sei quem é ele. Se eu não sei quem é ele eu vou escrever uma letra para substituir. Professor, por que tem que ser ‘x’ mesmo? Não, pode ser qualquer letra que você quiser usar a, b, c, d, e, f, g... Qualquer letra, agora normalmente a gente vai tá utilizando o ‘x’, o ‘y’, o ‘w’, por que essas letras são utilizadas mais do que as outras? Por que são letras pouco utilizadas na nossa linguagem para que não se confundam as letras com... Por exemplo, vou colocar a letra ‘a’ pode ser utilizado? Pode! Mas normalmente é muito utilizado no texto calcule ‘a’... O valor de ‘a’... Calcule o valor de ‘x’... Não tem com... Pode ser qualquer um não é especificamente, mas como normalmente existe um padrão de uso normalmente a gente vai utilizar ‘x’, ok? Mas não obrigatoriamente, mas normalmente nos vamos utilizar ‘x’. Então vamos dizer que esse cidadão aqui, esse representante comercial vende por mês ou num determinado mês ‘x’ reais, ok?

Fonte: Dados da pesquisa

Observe no trecho “*Por que a ideia que eu tenho aqui de variável é um número que eu não sei quem é ele. Se eu não sei quem é ele eu vou escrever uma letra para substituir.*” Que há a explicitação de uma Regra de Contrato (RE.3): a noção de variável refere-se à um número que não se sabe o valor, e normalmente é representada por uma letra. Ressaltamos que a ideia de variável explicitada pelo professor confunde-se com a noção de incógnita, embora ambas as noções estejam relacionadas há distinções em seus conceitos: a noção de incógnita está atrelada ao

conceito de equação e refere-se a um valor determinado, enquanto a noção de variável está relacionada ao conceito de Função e pode assumir diversos valores a depender do domínio da Função. Note que no trecho que no trecho discutido ao referir-se à variável como um número que não se sabe quem é o professor trás implícita a ideia de que é um número determinado, confundindo, portanto com a noção de variável.

O professor explicita a regra (RE.4) que normalmente utiliza-se a letra 'x' para representar a variável e a utilização dessa letra dá-se por tal letra ser pouco utilizada evitando, portanto, uma possível confusão, o trecho a seguir retrata a situação discutida: *“Professor, por que tem que ser ‘x’ mesmo? Não, pode ser qualquer letra que você quiser usar a, b, c, d, e, f, g... Qualquer letra, agora normalmente a gente vai ta utilizando o ‘x’, o ‘y’, o ‘w’, por que essas letras são utilizadas mais do que as outras? Por que são letras pouco utilizadas na nossa linguagem para que não se confundam as letras com... (...) Pode ser qualquer um não é especificamente, mas como normalmente existe um padrão de uso normalmente a gente vai utilizar ‘x’, ok? Mas não obrigatoriamente, mas normalmente nos vamos utilizar ‘x’. Então vamos dizer que esse cidadão aqui, esse representante comercial vende por mês ou num determinado mês ‘x’ reais, ok?”*. Nota-se nesse trecho, também, que o professor explicita que a utilização da letra 'x' para representar uma variável faz parte de um padrão na matemática.

Nesse primeiro momento o professor tece negociações a cerca dos termos parte fixa e parte variável presentes no enunciado da situação negocia-se que a parte fixa assume um valor inalterado, isto é, não depende da quantidade de vendas enquanto que a parte variável vai variar em função da mesma. A respeito dessa situação verificamos uma aproximação entre o CD e o CDP, uma vez que na análise do LD pontuamos que a presença dos termos “parte fixa” e “parte variável”, por constituírem-se como cerne da REP.2 que permeia todo o trabalho da FA nesse material, poderiam espelhar negociações a seu respeito em sala de aula.

Conforme discutido na análise do LD a explicitação desses termos no enunciado da situação poderia favorecer a reprodução do Efeito Topázio (EPT.3), considerando que poderiam fornecer uma informação abundante para os estudantes. Diante esse contexto identificamos um distanciamento entre o CD e o

CDP tendo em vista que não verificamos desdobramentos do EPT.3 no sistema didático.

Identificamos na análise do recorte anterior que há a explicitação de duas regras contratuais RE.3 e RE.4, que correspondem, respectivamente, a: os termos que não se conhecem os valores, nesse caso específico a noção de variável, normalmente devem ser expressos por uma letra e essa letra na maioria dos casos é o  $x$ . Constatamos uma aproximação entre o CD e o CDP no que se refere às regras RE.4 e RIP.3, que compreendem a atribuição da letra  $x$  à variável independente. Refletimos que há, no entanto, uma diferenciação quanto a natureza dessas regras, tendo em vista que a RIP.3 surge de maneira implícita no LD, ou seja, a partir das regularidades verificadas ao longo da abordagem do saber, enquanto que RE.4 é instituída de modo explícito no início da abordagem do saber.

O Professor João conduz as negociações a respeito desse exemplo de modo a construir a Lei de Formação da Função, ele opta por ir atribuindo valores à variável, no caso o valor das vendas, a fim de obter uma generalização algébrica, ou seja, dos alunos perceberem que a variável pode assumir o valor que se desejar podendo ser representada por uma letra. Note que no trecho “**P** - *Eu posso dizer (...)* No começo do mês qual o salário que ele vai ter no final do mês?, **Alis** – Não... , **P** – *Por que que eu não posso dizer?*, **A7** – *Por causa da variável...* , **P** – *Por que tem o que? A parte variável... Eu só posso dizer quanto ele vai ganhar no final do mês se eu souber quanto ele vai vender durante o mês...*” o professor implicitamente negocia a noção de dependência entre grandezas, o salário recebido e a quantidade das vendas, mesmo sem mencionar explicitamente as noções de variáveis dependentes e independentes o professor institui implicitamente a idéia de que há uma relação de dependência entre as grandezas, no trecho: “*Eu só posso dizer quanto ele vai ganhar no final do mês se eu souber quanto ele vai vender durante o mês...*” o professor ressalta que só é possível determinar o salário ao final do mês quando se sabe a quantidade de vendas.

O estudo da FA a partir da exploração da relação de dependência entre grandezas é defendido por documentos curriculares oficiais, tais como Pernambuco (2012) o qual destaca que a exploração dessa relação em detrimento de uma formalização algébrica precoce.

Quadro 12. Recorte da Transcrição da Aula 5

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> – Vamos analisar essa situação aqui (...) Eu posso dizer (...) No começo do mês qual o salário que ele vai ter no final do mês?<br/> <b>Als</b> – Não...<br/> <b>P</b> – Por que que eu não posso dizer?<br/> <b>A<sub>7</sub></b> – Por causa da variável...<br/> <b>P</b> – Por que tem o que? A parte variável... Eu só posso dizer quanto ele vai ganhar no final do mês se eu souber quanto ele vai vender durante o mês... Porquê? Eu sei que no mínimo ele vai ganhar quanto?<br/> <b>Als</b> – 2500...<br/> <b>P</b> – 2500... Vamos dizer que houve algum problema e ele não pode sair para vender o salário dele no final do mês vai ser o que?<br/> <b>Als e professor</b> – 2500 reais...<br/> <b>P</b> - Agora, e aí se esse camarada sei lá... Conseguisse vender 1000 reais qual seria o salário dele no final do mês?<br/> <b>A<sub>6</sub></b> – 6 % de 1000 mais o 2500...<br/> <b>P</b> – Seria o que?<br/> <b>A<sub>6</sub></b> – 6 % de 1000...<br/> <b>P</b> – 6 % de 1000...<br/> <b>A<sub>6</sub></b> – Mais...<br/> <b>P</b> – Mais 2000 e...<br/> <b>Alunos</b> – 500<br/> <b>P</b>- Seria quanto esse salário? Como é que eu calcularia isso aí?<br/> <b>A<sub>6</sub></b>– Multiplica o 0,6 (...) 0,06 por 1000...<br/> <b>P</b> – 0,06 por 1000...<br/> <b>A<sub>6</sub></b> – E depois soma com 2500...<br/> <b>P</b> – E depois soma com...<br/> <b>Als</b> – 2500...<br/> <b>P</b> – É isso aí?<br/> <b>A<sub>8</sub></b>– É...<br/> <b>P</b> - Seria essa forma para encontrar?<br/> <b>Als</b>– Sim...</p> |
| <b>Registro do Professor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| $S_1 = 0,06 \cdot 1000 + 2500$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

Fonte: Dados da pesquisa

É negociado que o valor mínimo que a Função trabalhada no exemplo pode assumir é 2500, ou seja, o valor do coeficiente 'b'. O professor negocia que a função assume valor mínimo quando não há vendas durante o mês o trecho a seguir apresenta a situação descrita: *“Eu sei que no mínimo ele vai ganhar quanto? Als – 2500... P – 2500... Vamos dizer que houve algum problema e ele não pode sair para vender o salário dele no final do mês vai ser o que? Als e professor – 2500 reais...”*.

Ainda considerando o recorte anterior é negociada uma forma para se obter o salário quando se há uma venda de R\$ 1000,00, chegando-se a fórmula de que seria 6% de 1000 (comissão de vendas, a parte variável) mais 2500 (a parte fixa), o trecho a seguir explicita a situação discutida *“P- Seria quanto esse salário? Como é que eu calcularia isso aí? A<sub>6</sub> – Multiplica o 0,6 (...) 0,06 por 1000... P – 0,06 por 1000... A<sub>6</sub> – E depois soma com 2500... P – E depois soma com... Als – 2500...”*. No recorte anterior é possível evidenciar, mais uma vez, a característica do Contrato

Didático do Professor João em desenvolver um trabalho mais dialogado, conduzindo as negociações sempre a partir de questionamentos.

As negociações são conduzidas com João atribuindo valores à quantidade vendas, são considerados os valores 1000, 5000 e 50000 sendo denominadas pelo professor, respectivamente, de Situação 1 ( $S_1$ ), Situação 2 ( $S_2$ ) e Situação 3 ( $S_3$ ). No recorte a seguir o professor negocia a forma para se determinar o salário do vendedor quando se tem uma venda de R\$ 5000,00.

É possível perceber no recorte abaixo que as negociações são conduzidas de modo a privilegiar a proporcionalidade. Há uma intenção do professor para que os estudantes percebam que a parte variável de  $S_1$  e de  $S_2$  são proporcionais, para isso fornece elementos a fim de que os alunos percebam essa conjuntura. No trecho *“Qual seria o salário dele? Como é que eu calcularia isso aí agora? Se eu tivesse isso aqui, essa informação aqui (aponta para  $S_1$ ), esse valor aqui (aponta para R\$ 5000,00) né 5 vezes esse valor aqui **P** – Quanto foi que ele ganhou aqui (aponta para  $S_1$ )? **A**<sub>13</sub> – 60... **P** – Se ele vai ganhar 5 vezes mais ele vai ganhar quanto aqui? **A**<sub>13</sub> – 300? **P** – R\$ 300,00 de comissão, né não? Por que é 5 vezes 60, ou seja, 300, com mais 2500...”* que o professor chama atenção para os resultados obtidos em  $S_1$  e para  $S_2$  e fornece a informação de que  $S_2$  é o quádruplo de  $S_1$ .

Essa situação caracteriza-se por diante da ânsia de João para que os estudantes compreendam que há uma relação de proporcionalidade entre  $S_1$  e  $S_2$  ele fornece informações abundantes para que os alunos cheguem de maneira mais rápida a essa compreensão, sendo definida, portanto, como um Efeito Topázio (ECT.4).

Quadro 13. Recorte da Transcrição da Aula 6

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> - Aí eu pergunto a vocês e se esse cidadão (...) vendesse R\$ 5000,00, qual que seria o salário dele? Eh, gente, vê aí (fala direcionada ao grupo de alunos que está fazendo barulho no canto da sala)</p> <p><b>A<sub>13</sub></b> - 2800?</p> <p><b>P</b> - Como é que eu calcularia isso? Se ele vendesse R\$ 5000,00? Qual seria o salário dele? Como é que eu calcularia isso aí agora? Se eu tivesse isso aqui, essa informação aqui (aponta para S<sub>1</sub>), esse valor aqui (aponta para R\$ 5000,00) né 5 vezes esse valor aqui (aponta para 1000 em S<sub>1</sub>)...</p> <p><b>Alunos</b> - É...</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> - Oh professor...</p> <p><b>P</b> - Quanto foi que ele ganhou aqui (aponta para S<sub>1</sub>)?</p> <p><b>A<sub>13</sub></b> - 60...</p> <p><b>P</b> - Se ele vai ganhar 5 vezes mais ele vai ganhar quanto aqui?</p> <p><b>A<sub>13</sub></b> - 300?</p> <p><b>P</b> - R\$ 300,00 de comissão, né não? Por que é 5 vezes 60, ou seja, 300, com mais 2500...</p> <p><b>A<sub>13</sub></b> - 2800...</p> |
| <b>Registro do Professor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| $S_2 = 0,06.5000 + 2500$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

Fonte: Dados da pesquisa

João apresenta a última situação que corresponde a uma venda de R\$ 50000,00 e iniciam-se as negociações em torno dessa situação. No trecho “Qual seria o salário dele? **A<sub>6</sub>** - Peraí, deixa eu calcular... **P** - Precisa calcular esse trabalho todo... Ter esse trabalho todo? **A<sub>6</sub>** - Precisa... Multiplica o 60 por 50... **P** - Se você observar que esse aqui (aponta para o R\$ 50000) é 10 vezes esse (aponta para o RS 5000), facilita né não?”, há uma reorganização contratual (RO.2). Diante da resposta do aluno de que é necessário fazer os cálculos para a obtenção do salário do vendedor, há uma espécie de ruptura branda diante da expectativa do professor de que se aceite a negociação de que é possível obter tal salário por meio da proporcionalidade. Nesse contexto o professor lança o questionamento “Se você observar que esse aqui (aponta para o R\$ 50000) é 10 vezes esse (aponta para o RS 5000) facilita né não?” a fim de reorganizar o contrato e assumir o controle da negociação. Outro ponto de destaque é esse questionamento trás informações abundantes, explicitando que os valores são proporcionais, constituindo-se como um Efeito Topázio (ECT.5).

Quadro 14. Recorte da Transcrição da Aula 7

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> - Ok, gente? Bom, vamos para a última situação... Se esse cidadão vender R\$ 50000,00 (...) Em um mês? Qual seria o salário dele?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> - Peraí, deixa eu calcular...</p> <p><b>P</b> - Precisa calcular esse trabalho todo... Ter esse trabalho todo?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> - Precisa... Multiplica o 60 por 50...</p> <p><b>P</b> - Se você observar que esse aqui (aponta para o R\$ 50000) é 10 vezes esse (aponta para o RS 5000), facilita né não?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> - Ah, é mesmo... Dá 3000...</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Dados da pesquisa

As negociações expressas no recorte a seguir são conduzidas de modo a possibilitar uma generalização algébrica, observe no trecho “*Observaram aí o que que tá acontecendo nesses cálculos que eu to fazendo aqui? Existe alguma coisa em comum aí, não existe?*” é explicitada a expectativa do professor de que os alunos tenham notado algum padrão nos exemplos discutidos no decorrer da aula.

À medida que as negociações avançam começa a surgir à reprodução do Efeito Topázio (ECT.6), o professor tem a ânsia para que os alunos percebam o padrão que existe nos exemplos começa a sutilmente dar dicas sobre o que seria esse padrão. Considerando o trecho discutido no parágrafo anterior observamos que após questionar os alunos sobre o que estava acontecendo nos cálculos o professor lança, imediatamente, “*Existe alguma coisa em comum aí, não existe?*” que nesse contexto funciona como uma espécie de dica para que se perceba que há algo em comum nos cálculos.

A reprodução do Efeito Topázio segue ao longo da negociação. No trecho: “**A<sub>6</sub>** – *Os zeros...* **P** – *Não é só os zeros não, observem aí o que ta acontecendo...* **A<sub>13</sub>** – *A porcentagem é a mesma?* **P** – *A porcentagem que ta aparecendo é a mesma, né?* **A<sub>6</sub>** – *A fórmula também é a mesma...* **P** – *Essa formulazinha, eu poderia criar uma fórmula para dizer o salário dele quanto é que é? O que seria essa fórmula? Observem isso aqui, só a primeira parte (aponta para as  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ). Observem só essa primeira parte aqui...*” observamos o esforço do professor para que o aluno perceba qual é a fórmula que interpreta a situação.

Ao aluno responder que o que havia em comum nos exemplos eram os zeros o professor chama a atenção que há algo em comum além dos zeros: “*Não é só os zeros não, observem aí o que ta acontecendo...*”. O aluno menciona a porcentagem como mais um elemento em comum, o professor confirma por meio da frase: “*A porcentagem que ta aparecendo é a mesma, né?*”, é mencionado, também, que tem uma fórmula em comum nesse momento vale-se mais uma vez do ECT.6 para que o aluno preste atenção nos elementos importantes utilizando-se o aspecto visual para que o aluno note o padrão: “**P** - *Observem isso aqui, só a primeira parte (aponta para as  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ). Observem só essa primeira parte aqui...*”, note que o professor aponta para as partes para que o aluno preste atenção.

Ao final o professor negocia que a fórmula encontrada é uma FA, comparando a expressão encontrada com a forma canônica da FA: “*Vejam que dessa forma que*

eu to fazendo aqui é justamente o formato que eu estava dizendo a respeito da FA, ou seja, 'f' de 'x' é igual à 'ax' mais b...". Nessa situação temos mais uma vez a evidência da RI.3 na qual a representação dos conceitos matemáticos, no caso a FA, deve seguir rigorosamente a forma canônica do mesmo.

Sobre a resolução da situação observamos que o professor opta por realizar uma generalização algébrica para obtenção da Lei de Formação da FA, ou seja, são atribuídos valores à variável dependente no intuito que os alunos percebam que há um padrão nessas expressões. Torna-se explícito nas negociações que há expectativas, por parte do professor, que os alunos identifiquem esse padrão como a Lei de Formação da FA, uma das evidências dessas expectativas pode ser sinalizada na eminência dos Efeitos Topázio, ou seja, na ânsia de que o aluno note o padrão o professor fornece inúmeras dicas para isso. Sobre essas atitudes do professor não notamos nenhuma influência do CDP, uma vez que não pontuamos nenhum método para a resolução dessas situações em específico na análise do LD.

Quadro 15. Recorte da Transcrição da Aula 8

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> – Observaram aí o que ta acontecendo nesses cálculos que eu to fazendo aqui? Existe alguma coisa em comum aí, não existe?<br/> <b>A<sub>6</sub></b> – Os zeros...<br/> <b>P</b> – Não é só os zeros não, observem aí o que ta acontecendo...<br/> <b>A<sub>13</sub></b> – A porcentagem é a mesma?<br/> <b>P</b> – A porcentagem que ta aparecendo é a mesma, né?<br/> <b>A<sub>6</sub></b> – A fórmula também é a mesma...<br/> <b>P</b> – Essa formulazinha, eu poderia criar uma fórmula para dizer o salário dele quanto é que é? O que seria essa fórmula? Observem isso aqui, só a primeira parte (aponta para as S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> e S<sub>3</sub>). Observem só essa primeira parte aqui...<br/> <b>Alguns alunos falam simultaneamente</b> – 0,06 multiplicado por 'x' mais 2500...<br/> <b>P</b> – Seria o que? 0,06 multiplicado 'x', que é a parte variável que ta variando e a gente vai chamar de variável, mais 2000 e...<br/> <b>Alunos</b> – 500...<br/> <b>P</b> – 500... Aí eu vou dizer o seguinte: o salário dele <b>em função</b> das vendas dele vai ser o que? 0,06... vezes o salário dele, ou a parte das vendas, né? Mais 2000 e...<br/> <b>Alunos</b> – 500...<br/> <b>P</b> – 500... Vejam que dessa forma que eu to fazendo aqui é justamente o formato que eu estava dizendo a respeito da FA, ou seja 'f' de 'x' é igual à 'ax' mais b...</p> |
| <p><b>Registro do Professor</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><math>S(x) = 0,06x + 2500</math><br/> <math>F(x) = ax + b</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

Fonte: Dados da pesquisa

No recorte a seguir o professor negocia explicitamente o sentido da Lei de Formação como sendo uma 'forma' onde é necessário saber, apenas, o número de vendas para determinar o salário final do vendedor. Observe no trecho *“Então o uso dessa formulazinha, aqui, vai possibilitar que a gente calcule qualquer coisa que*

*quiser, qualquer salário que a gente quiser no mês, vai depender do que? Da quantidade de vendas que ele teve, certo?”* há a negociação implícita de que a lei de formação, ou seja, a Função expressa uma relação de dependência entre grandezas o professor menciona que pode-se calcular qualquer salário através do número de vendas.

Após as discussões sobre a Lei de Formação as negociações giram em torno da representação gráfica da FA. No trecho *“Tão lembrados que quando a gente viu aí... Nessa função do 1º grau a gente viu que a função ela era uma linha reta? Tão lembrados?”* é perceptível que algumas propriedades do gráfico da FA já foram explorados em outro momento, em seguida o professor explicita algumas das regras já negociadas: o gráfico da FA é representado por uma reta (RE.5); o gráfico é crescente quando o coeficiente  $a$  é um valor positivo, decrescente quando o coeficiente  $a$  é um valor negativo e constante, paralela ao eixo ‘x’, quando o coeficiente  $a$  é igual a zero (RE.6). A situação discutida encontra-se expressa no recorte a seguir *“P - A gente viu que tinham três possibilidades para essa função... Ou ela era desse tipo (faz o desenho de um gráfico de uma função crescente), crescente, né? Quando o valor de ‘a’ é positivo... Ou ela era (...) decrescente (faz desenho de uma função decrescente) quando ‘a’ é negativo... Ou existia ainda uma terceira possibilidade (...) paralela ao eixo do ‘x’ quando ‘a’ é igual a zero, né? Essa função é chamada de função que? A7 – Contínua... P - Constante, ou seja, o valor não iria variar.”*

Retomam-se as negociações a respeito do valor fixo 2500, observe no trecho *“vamos dizer que ele recebe R\$ 2500,00 independente das vendas dele, ou seja, ele não recebe comissão sobre vendas, aí seria o que? Um salário fixo de R\$ 2500,00 independente da venda ou não vender, tá certo?”* o professor negocia este valor como sendo um salário fixo, ou seja, que independe da quantidade de vendas. É perceptível que João busca, nesse momento, explorar a articulação entre as representações algébrica e gráfica, ou seja, discutir a representação gráfica dos coeficientes e termos da representação algébrica. É negociado explicitamente que o valor fixo de 2500 reais representa o ponto onde o gráfico interceptará o eixo Oy: *“Esse valor que aparece aqui (aponta para 2500 na função  $S(x)$ ) vai ser o valor onde o eixo corta o eixo... onde a função corta o eixo ‘y’, então seria... vou colocar destacado aqui...”*

Salientamos que a articulação entre as representações algébrica e gráfica converge com as ideias de pesquisadores como Dornelas (2007), Delgado (2010), Fonseca (2013) e Santos de (2016) que defendem ser fundamental na aprendizagem do conceito de FA a articulação entre as diferentes representações dessa Função, ou seja, natural, algébrica, gráfica e tabular. Os mesmos autores ressaltam ainda as dificuldades de aprendizagem que permeiam a articulação entre essas representações, dessa maneira julgamos relevante a preocupação inicial do professor em discutir a articulação entre essas representações.

As negociações avançam no sentido da representação gráfica da situação, é negociado que a função não assume valores negativos, ou seja, a reta que representa o gráfico não passará para os quadrantes que possuem números negativos no eixo cartesiano (2º, 3º e 4º quadrantes), como justificativa para esse contexto o professor negocia que a função não assumirá valores negativos porque no menor salário que o vendedor irá vender é R\$ 2500,00. O trecho a seguir evidencia a situação discutida *“P - Esse gráfico ele não poderia passar para essa parte negativa, ou seja, essa parte aqui não existiria (faz um tracejado na parte negativa do gráfico) alguém pode me dizer por que isso acontece? Alguém poderia me dizer por que eu to dizendo que aquele gráfico não poderia passar para a parte negativa aqui? A<sub>14</sub> – Por que ele tem um salário fixo... A<sub>15</sub> – Por que ele tem um salário fixo de 2500...”*.

Da situação discutida no parágrafo anterior parece surgir a regra implícita (RI.4) onde a representação gráfica da FA está condicionada ao contexto em que esta está imersa, considerando que há contextos que restringem os valores que a Função pode assumir. Note que é ressaltado que o gráfico não pode “passar para parte negativa” (palavras do professor) porque a função assume um valor mínimo de 2500, que é um aspecto ligado à situação que está imersa a FA.

No trecho *“P – Se o gráfico aqui representa o salário dele o mínimo que ele pode receber, é quanto? Alunos – 2500... P – Isso vai acontecer quando... a venda dele for o quê? (Aponta, no gráfico, para o 2500 e “arrasta” até chegar no eixo ‘x’) Alunos – Zero...”* é possível observar que há a negociação no sentido de que a função em questão assumirá o valor mínimo quando o número de vendas for igual a zero.

Quadro 16. Recorte da Transcrição da Aula 9

**P** - Essa forma que eu tô escrevendo aqui (aponta para a forma canônica da FA) também é chamada de Lei da Formação de... De formação (...) da Função (...). Ou seja, se eu quero construir uma Lei de uma forma... De uma forma que eu sei calcular o salário dele eu preciso criar o que a gente ta chamando de Lei de formação da Função, ou seja, eu não preciso dizer como calcular isso eu preciso dizer quanto foi que ele vendeu no mês, sabendo quanto ele vendeu no mês eu aplico a fórmula e digo o salário dele vai ser tanto, ta certo? Então o uso dessa formulazinha, aqui, vai possibilitar que a gente calcule qualquer coisa que quiser, qualquer salário que a gente quiser no mês, vai depender do que? Da quantidade de vendas que ele teve, certo? Eu quero chamar a atenção aí de um detalhe muito, muito, muito importante nessa situação aqui, ta certo? Que é o gráfico dessa função. Tão lembrados que quando a gente viu aí... Nessa função do 1º grau a gente viu que a função ela era uma linha reta? Tão lembrados? A gente viu que tinham três possibilidades para essa função... Ou ela era desse tipo (faz o desenho de um gráfico de uma função crescente), crescente, né? Quando o valor de 'a' é positivo... Ou ela era (...) decrescente (faz desenho de uma função decrescente) quando 'a' é negativo... Ou existia ainda uma terceira possibilidade (...) paralela ao eixo do 'x' quando 'a' é igual a zero, né? Essa função é chamada de função que?

**A<sub>7</sub>** – Contínua...

**P** - Constante, ou seja, o valor não iria variar. Como é que seria essa situação na situação do gráfico desse aqui, vamos dizer que ele recebe R\$ 2500,00 independente das vendas dele, ou seja, ele não recebe comissão sobre vendas, aí seria o que? Um salário fixo de R\$ 2500,00 independente da venda ou não vender, tá certo? Mas eu quero chamar a atenção, especificamente, nesse caso aí na prática, tá? Esse valor que aparece aqui (aponta para 2500 na função  $S(x)$ ) vai ser o valor onde o eixo corta o eixo... onde a função corta o eixo 'y', então seria... vou colocar destacado aqui... Alguma coisa desse tipo essa nossa função, então eu não tô muito preocupado com a construção do gráfico em sim eu só quero chamar a atenção para esse detalhe, tá certo? Esse pontozinho aqui (aponta para o local onde o gráfico intercepta o eixo 'y') seria justamente 2000 e...

**Alunos** – 500...

**P** – 500... Ok? Só que tem um detalhezinho aí importante... Nesse caso aí, nesse, especificamente na prática desse caso que ele tá falando a respeito do salário desse camarada aí... Esse gráfico ele não poderia passar para essa parte negativa, ou seja, essa parte aqui não existiria (faz um tracejado na parte negativa do gráfico) alguém pode me dizer por que isso acontece? Alguém poderia me dizer por que eu to dizendo que aquele gráfico não poderia passar para a parte negativa aqui?

**A<sub>14</sub>** – Por que ele tem um salário fixo...

**A<sub>15</sub>** – Por que ele tem um salário fixo de 2500...

**P** – Se o gráfico aqui representa o salário dele o mínimo que ele pode receber, é quanto?

**Alunos** – 2500...

**P** – Isso vai acontecer quando... a venda dele for o quê? (Aponta, no gráfico, para o 2500 e “arrasta” até chegar no eixo 'x')

**Alunos** – Zero...

Fonte: Dados da pesquisa

No recorte a seguir o professor negocia explicitamente que o valor de 'x' pode assumir somente valores positivos e zero, tendo em vista que se refere ao número de vendas efetuado em um mês não assumindo, portanto valores negativos. Paralelamente á essa negociação explícita institui-se uma regra implícita na qual os valores assumidos pela variável 'x', ou seja, o domínio é condicionado pelo contexto da função, isto é tais valores tem que ser convenientes ao contexto da Função. No trecho a seguir corresponde às negociações discutidas anteriormente “P - Outro detalhe importante, quando eu digo que 'x' é a quantidade de **vendas** o que é que pode acontecer em um mês? Ou ele não vende que vai ser zero, ou ele vende qualquer quantidade positiva. Não existe venda negativa! Ele não vai (vamos assim

usar um termo errado que não existe) ‘desvender’, por que um número negativo seria desvender... Não existe desvender em uma situação...”.

Considerando o trecho discutido no parágrafo anterior observamos que o professor insere o termo ‘desvender’ no intuito de justificar a inexistência de vendas negativas. Acreditamos que o surgimento desse termo na aula se dá em função da associação recorrente dos números negativos a situações de perda, de dívida, nesse sentido ‘desvender’ estaria associado à algum prejuízo nas vendas.

As negociações avançam no sentido da determinação do domínio e da imagem da Função, João sinaliza que há algo diferente nessa determinação quando se trata de situações contextualizadas, observe que no trecho *“P - quando a gente tem uma situação contextualizada como é diferente... (...) Se eu chegasse para vocês e dissesse quem é o domínio e quem é a imagem dessa, dessa situação aqui, dessa função **nesse caso...**”* há uma ênfase do professor no termo “nesse caso”, acreditamos que essa ênfase ocorre pela expectativa do professor para que os alunos atentem que os resultados obtidos são exclusivos da situação abordada.

Na sequencia das negociações o professor negocia que quando se estuda a Função sem a presença de situações que a contextualize, ou seja, somente a expressão algébrica, não há restrições para seu domínio e imagem, a seguir trazemos o trecho que corresponde a essa negociação: *“Agora, se eu chegasse para vocês e não dissesse que se tratava dessa situação e perguntasse para vocês quem é o domínio e quem é a imagem dessa função aqui? Sem dá o contexto, ai poderia ter esse pedaço aqui (aponta para a parte negativa da função)... (...)”<sup>15</sup> E agora eu to dizendo a vocês determine o domínio e a imagem dessa função aqui (aponta para a lei de formação) sem saber que se trata daquele caso ali, então eu posso escolher o número que eu quiser para ‘x’.”*

Considerando o trecho apresentado no parágrafo anterior ressaltamos que, embora o professor em nenhum momento da aula defina explicitamente a FA como uma Função compreendida como uma relação no conjunto dos números reais<sup>16</sup> acreditamos que no momento expresso no trecho o professor instituí implicitamente que a FA é definida em termos dos números reais, note no trecho *“sem saber que se trata daquele caso ali, então eu posso escolher o número que eu quiser para ‘x’.”* o professor instituí que o valor que x pode assumir é qualquer valor, não havendo

---

<sup>15</sup>Retiramos parte do trecho no intuito de diminuir o volume do parágrafo.

<sup>16</sup> Essa situação será posteriormente discutida no texto.

restrições.<sup>17</sup>. Nas negociações posteriores o professor explicita que a Função pode assumir quaisquer valores reais: *“Quem que seria a imagem dessa função desse jeito aqui (aponta para a lei de formação) esquecendo o contexto ali? Qualquer número real poderia ser positivo, poderia ser negativo”*.

Dando sequencia às negociações o professor explicita uma regra de contrato (RE.7), onde a determinação do domínio e imagem de uma Função depende do contexto associada a função, o trecho a seguir apresenta o momento da explicitação: *“Então vejam que depende do contexto, da situação, a gente vai ter situações diferentes para o domínio e para a imagem dela...”*. Outro trecho que configura essa explicitação é: *“Então vejam que organizando um FA, uma função desse tipo aqui, a gente tem que prestar atenção no contexto que a questão ta dizendo.”*. Ressaltamos que embora haja a explicitação dessa regra nesse momento, tal regra vinha sendo negociada implicitamente pelo professor no decorrer da exploração dos exemplos.

A situação discutida no parágrafo anterior materializa um dos paradoxos da relação didática definido por Jonnaert e Borght (2002): o implícito *versus* explícito. Observe que uma regra que é negociada de maneira implícita em um determinado momento torna-se explícita em outro, para esses autores são em paradoxos como este que reside à dinamicidade do contrato didático, uma vez que o aluno tende a modificar constantemente sua relação com o saber. Logo diante desse contexto inferimos que inicialmente essa regra é tratada de maneira implícita, como se houvesse a “preparação do terreno”, para que posteriormente seja explicitada.

Conforme sinalizado nas linhas anteriores nesse momento da relação didática João busca instituir negociações a respeito da representação gráfica da FA e dos valores assumidos por seu domínio e sua imagem. Identificamos o surgimento de algumas regras relacionadas a esses conceitos: uma regra implícita que compreende que a gráfica da FA está condicionada ao contexto em que a função está imersa e a segunda, uma regra explícita, onde o domínio e imagem da função. Sobre essas regras refletimos que ambas estão estritamente relacionadas, tendo em vista que a representação gráfica da FA é determinada a partir dos limiares do seu

---

<sup>17</sup> Supomos que pelo fato dos estudantes nesse nível de escolaridade já terem estudados os números Reais, quando o professor menciona “qualquer valor” inferimos que esses valores referem-se ao escopo dos números reais.

domínio e da sua imagem, essa relação no entanto não é estabelecida em sala de aula.

Não pontuamos no estabelecimento dessas regras nenhum desdobramento do CPD, uma vez que tais regras vão além dos elementos postos no LD. Um primeiro ponto a destacar é que não são exploradas no LD as relações entre domínio, imagem e representação gráfica da FA, nesse sentido não identificamos elementos de CDP a esse respeito.

#### Quadro 17. Recorte da Transcrição da Aula 10

**P** – Outro detalhe importante, quando eu digo que ‘x’ é a quantidade de **vendas** o que é que pode acontecer em um mês? Ou ele não vende que vai ser zero, ou ele vende qualquer quantidade positiva. Não existe venda negativa! Ele não vai (vamos assim usar um termo errado que não existe) ‘desvender’, por que um número negativo seria desvender... Não existe desvender em uma situação... Mas vamos prestar atenção em um detalhe aqui, se eu chegasse para vocês, vê como a coisa é sutil, quando a gente tem uma situação contextualizada como é diferente... Como a coisa muda, né? O ENEM gosta muito de cobrar isso... Se eu chegasse para vocês e dissesse quem é o domínio e quem é a imagem dessa, dessa situação aqui, dessa função **nesse caso**... O domínio seria do zero para frente (aponta no gráfico), ou não seria? Por que? Por que ou ele não vende nada ou ele vende alguma coisa ele não pode ‘desvender’, então seria o que? Do zero para a frente... Ou seja, fechado em zero e aberto no infinito, ta certo? Quem que seria a imagem dessa função? A imagem...

**A<sub>7</sub>** – 250...

**P** – De 2500 para acima, né? Por que menos de 2500 não pode né? A função não é o salário dele?

**A<sub>13</sub>** – É...

**P** – No mínimo ele vai ganhar quanto?

**Alunos** – 2500...

**P** – 2500... Então vai ser de 2500 para cima, ta certo? Agora, se eu chegasse para vocês e não dissesse que se tratava dessa situação e perguntasse para vocês quem é o domínio e quem é a imagem dessa função aqui? Sem dá o contexto, ai poderia ter esse pedaço aqui (aponta para a parte negativa da função)... Vê a diferença da coisa, eu to contextualizando a situação mostrando uma situação prática e na prática não vai existir negativos, ta certo? E agora eu to dizendo a vocês determine o domínio e a imagem dessa função aqui (aponta para a lei de formação) sem saber que se trata daquele caso ali, então eu posso escolher o número que eu quiser para ‘x’, gente! Pode ser positivo, pode ser negativo, se eu quiser colocar aqui... ‘x’ igual a - 1000 não pode colocar não? Pode! Daria - 60... 2500 menos 60, dá 2440, e aí é possível calcular ou não é? É sim! Então vejam que depende do contexto, da situação, a gente vai ter situações diferentes para o domínio e para a imagem dela... Quem que seria a imagem dessa função desse jeito aqui (aponta para a lei de formação) esquecendo o contexto ali? Qualquer número real poderia ser positivo, poderia ser negativo, ô a função indo para baixo (faz gesto no quadro indicando o ‘caminho’ da função), ok? Então vejam que organizando um FA, uma função desse tipo aqui, a gente tem que prestar atenção no contexto que a questão ta dizendo.

Fonte: Dados da pesquisa

No recorte a seguir o professor inicia questionando os alunos sobre o entendimento de como foi montada a Lei de Formação da FA, em seguida é negociado a regra explícita na qual o coeficiente ‘b’ corresponde à parte fixa e o coeficiente ‘a’ à parte variável. Entendemos essa atitude do professor como uma espécie de institucionalização, um momento de ‘amarrar’ os conceitos trabalhados

no decorrer da aula. Ressaltamos que todo o trabalho com a FA é conduzido a partir da determinação das partes ‘fixas’ e ‘variáveis’, não havendo em nenhum momento a definição formal desse tipo de Função.<sup>18</sup>

Retomaremos nesse momento a discussão iniciada no tópico anterior a respeito da associação dessa regra à reprodução do Efeito Uso Abusivo de Analogias (ECU.7). Embora saibamos que a definição de FA possua em seu bojo a ideia da constituição da mesma a partir de uma parte “fixa” e de uma parte variável “variável” associada aos coeficientes **a** e **b** respectivamente, acreditamos que seu uso excessivo na sala de aula tende a desdobra-se no Efeito Perverso de Contrato o Uso Abusivo de Analogias. Para Brousseau (1996) apesar da analogia se configurar como um excelente meio Heurístico seu uso abusivo pode desdobra-se em um efeito Topázio e embora em situações diferentes os estudantes tendem a utilizar as mesmas regras. A analogia dos coeficientes *a* e *b* aos termos, respectivamente, ‘fixos’ e ‘variáveis’ não se encontra adequada quando estamos considerando os casos especiais da FA, a Função Constante e a Função Linear que não possuem respectivamente os coeficientes *a* e *b*.

Nesse momento surge na relação didática à regra explícita contratual (RE.8) na qual os coeficientes *a* e *b* que constituem a FA correspondem respectivamente a uma parte variável e a uma parte fixa. Ressaltamos que o estabelecimento dessa regra atende à expectativa (EXP.1) do Manual do Professor na qual a FA deve ser definida a partir da analogia parte fixa e da parte variável, nesse sentido pontuamos uma aproximação entre o CD e o CDP.

Conforme discutido nas linhas anteriores não é trabalhado em momento algum a definição formal da FA todo o trabalho com esse saber é feito a partir da analogia da parte fixa e da parte variável, nesse sentido uma noção científica é substituída por uma analogia configurando-se como um efeito perverso de Contrato o Uso Abusivo de Analogias (ECU.7). Ainda a respeito da RE.8 e do ECU.7 ressaltamos que há uma aproximação entre esses elementos contratuais e a REP.2 e ECU.2

---

<sup>18</sup> Entendemos a definição formal da Função Afim como o tratamento desse tipo de Função por meio de uma linguagem mais formal, sendo representada como um polinômio do 1º como os coeficientes *a* e *b* pertencentes ao conjunto dos números Reais com a diferente de zero.

Quadro 18. Recorte da Transcrição da Aula 11

**P** – Ficou bem claro aqui como foi feito a montagem da formação... Da lei da formação? Como a gente chegou na conclusão dele? Porque que... Porque que... O que a gente pode concluir que acontece com esse 'b' aqui? Esse 'b' aí ele sempre vai ser o que? Uma parte fixa, tá certo? O que vai variar vai ser o valor de... 'x', né? A quantidade de... associada ao 'x' aí, né? Ok? Vamos dá uma olhada esse exemplo dois que ele tem aí (...) Tem uma outra situação prática (...)

Fonte: Dados da pesquisa

Na sequência da aula João explora o trabalho com a segunda situação presente no tópico Situações Iniciais do LD, a qual diz respeito a o saldo de uma conta após determinado número de saques, considerando que é possível sacar apenas notas de R\$ 50,00. De maneira semelhante ao exemplo anterior João conduz as negociações atribuindo valores à variável independente, o número dos saques, a fim de obter no final uma generalização algébrica. Os valores atribuídos aos saques são: 50, 100, 150, 200 e 250, a discussão do saldo obtido a partir do saque de cada um desses valores o professor chamou de Situação 1 ( $S_1$ ), Situação 2 ( $S_2$ ), Situação 3 ( $S_3$ ), Situação 4 ( $S_4$ ), Situação 5 ( $S_5$ ). Traremos os recortes que julgamos mais relevantes para nossa análise, desse modo que nem todas as situações foram contempladas.

No recorte a seguir apresentamos as negociações referentes à  $S_2$ , inicialmente é negociada a forma de se obter o saldo após o saque de R\$ 100,00. Negocia-se que o saldo será obtido a partir da subtração de 100 de 230, saldo inicial. Chamamos atenção para o fato de João negociar que se deve escrever 100 na forma decomposta 50.2 pelo fato de só ser possível fazer o saque de notas de R\$ 50,00. Esta atitude está relacionada à expectativa do professor de que o aluno perceba que é possível generalizar as expressões obtidas, ou seja, perceba que há um 'padrão' nessas expressões, onde o que aparece variando é a quantidade de cédulas.

A seguir apresentamos o trecho correspondente a negociação discutida no parágrafo anterior: *“Só por questão de conveniência ao invés de escrever 100 aqui (...) eu vou escrever duas vezes 50 por que saíram duas notas de 50, ok? Não são notas de 50, né? Só para mostrar a atenção de um detalhe que eu quero chamar a atenção de vocês...”*. Observe que no trecho: *“Só para mostrar a atenção de um detalhe que eu quero chamar a atenção de vocês...”* João explicita que as negociações estão sendo conduzidas dessa maneira, pois permitem observar um detalhe, o qual ele julga importante.

Quadro 19. Recorte da Transcrição da Aula 12

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> - A pessoa ao invés de sacar 50 ela sacou 100. Qual seria o saldo dela?<br/> <b>Alunos</b> –130...<br/> <b>P</b> – Como é que seria feito esse cálculo?<br/> <b>A<sub>13</sub></b> – 230 menos 100...<br/> <b>Alunos falam simultaneamente...</b><br/> <b>P</b> - Vou tirar de 230... Vou tirar...<br/> <b>A<sub>19</sub></b> – 230 menos 100...<br/> <b>Alunos</b> –100...<br/> <b>P</b> –100... 230 menos...<br/> <b>Alunos e professor</b> –100...<br/> <b>P</b> – Só por questão de... Só por questão de conveniência ao invés de escrever 100 aqui (...) eu vou escrever duas vezes 50 por que saíram duas notas de 50, ok? Não são notas de 50, né? Só para mostrar a atenção de um detalhe que eu quero chamar a atenção de vocês... Isso aqui dá quanto?<br/> <b>Alunos</b> –130...</p> |
| <b>Registro do Professor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Situação 2 - Sacou R\$ 100,00<br>Saldo: $230 - 100 = 230 - 2.50 = 130$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

Fonte: Dados da pesquisa

Na sequência das aulas as negociações seguem a respeito de cada uma das situações inicialmente propostas. Na quinta situação, expressa no recorte a seguir, onde João propõe o cálculo do saldo quando se faz um saque de 250 é possível observar uma ruptura contratual (RU.1). De acordo com Brousseau (1986) a ruptura contratual configura-se como momento onde há um desencontro entre as expectativas do professor e do aluno, ou seja, um dos pólos humanos do Sistema Didático comporta-se de maneira inesperada perante o outro rompendo com uma regra contratual inicialmente negociada.

A ruptura a que nos referimos é evidenciada no momento em que os alunos ao se depararem com uma resposta expressa por um número negativo e se retraem diante a situação. Observe que diante do questionamento do Professor sobre qual seria o saldo da conta após um saque de R\$ 250,00 os alunos parecem desapontados pelo fato de obterem um número negativo: “**A<sub>13</sub>** – Mas professor... **A<sub>17</sub>** – Ele vai ficar com saldo negativo... Menos 20... **A<sub>13</sub>** – Negativo?!”

É perceptível, no trecho a seguir, que João está consciente da tensão gerada na Relação Didática e aproveitará o momento para explorar alguns aspectos inerentes a situação: “**P** – Mas eu quero brincar com vocês nesse ponto agora... 230 menos 250... Ou, 230 menos, o que? 5 vezes 50... Isso vai dá quanto? **Alunos** – Menos vinte (falam em tom baixo)... **P** – Menos... **Alunos** – Vinte... (falam em tom baixo) **P** – Menos quanto? **Alunos** – Vinte (falam em tom baixo)... **P** – Menos quanto? **Alunos** – Vinte...”. Note que diante do questionamento do professor os

alunos possuem certo receio em dizer a resposta, eles a dizem no entanto em um tom de voz baixo.

A ruptura pode ser evidenciada, mais uma vez, na fala do professor: *“Que coisa feia, basta... Basta colocar dúvida na cabeça de vocês que vocês já ficam tudo titubeando para dá a resposta, né? Menos vinte... Ok?”*, ou seja, o professor reconhece que a exploração dessa situação trouxe elementos que desequilibraram os alunos gerando certo desapontamento na resposta dos mesmos.

Destacamos nesse momento a importância das rupturas no contexto da relação didática, tendo em vista que estas possibilitam que professor e alunos modifiquem permanentemente sua relação ao saber (ALMEIDA, 2016). No contexto da ruptura gera-se uma tensão na relação didática, uma espécie de desequilíbrio, no sentido discutido por Brito Menezes (2006), havendo a necessidade do retorno ao equilíbrio. Esse equilíbrio pressupõe a negociação de uma nova regra de contrato.

Retomando a discussão do recorte podemos observar que após a ruptura eminente o professor adentra em um momento de renegociação contratual (RN.1), ou seja, a negociação de uma nova regra. Mesmo não havendo a explicitação da regra que foi rompida, as ações do professor e dos alunos nos levam a acreditar que tal regra diz respeito que as respostas de questões que envolvem situações contextualizadas são sempre números positivos, visto que não é possível “materializar” os números negativos (palavras do professor).

O professor negocia explicitamente com os alunos que não são todas as situações que é conveniente uma resposta com números negativos, destacando que a única situação em que isso é possível é na situação de cheque especial. Destacamos a preocupação que o professor tem com o trabalho com os números negativos, ressaltando sempre que não é possível materializar esses números.

É possível perceber no recorte abaixo a instituição de negociações acerca dos números negativos, o professor esmiunça o contexto de existência dos números negativos. É destacado que existem situações específicas onde se é possível “materializar a existência” dos números negativos. Essas negociações se desdobram em uma regra implícita de contrato didático, em que a existência dos números negativos está condicionada ao contexto, nas palavras do professor, das situações práticas.

A ruptura discutida foi ocasionada por o resultado de uma das situações trabalhadas ter sido um número negativo. Salientamos que essa ruptura surge unicamente no interior da relação didática, ou seja, sem possuir relação com o CDP, tendo em vista que a situação geradora da ruptura não teve influencia do LD, tendo em vista que foi proposta pelo professor no contexto da generalização algébrica.

Quadro 20. Recorte da Transcrição da Aula 13

**P** – Como chegar na última situação que eu quero chegar, ta certo? Esse cidadão ele vai sacar (...) 250 reais...

**A<sub>13</sub>** – Mas professor...

**A<sub>17</sub>** – Ele vai ficar com saldo negativo... Menos 20...

**A<sub>13</sub>** – Negativo?!

**P** – Mas eu quero brincar com vocês nesse ponto agora... 230 menos 250... Ou, 230 menos, o que? 5 vezes 50... Isso vai dá quanto?

**Alunos** – Menos vinte (falam em tom baixo)...

**P** – Menos...

**Alunos** – Vinte... (falam em tom baixo)

**P** – Menos quanto?

**Alunos** – Vinte (falam em tom baixo)...

**P** – Menos quanto?

**Alunos** – Vinte...

**P** – Que coisa feia, basta... Basta colocar dúvida na cabeça de vocês que vocês já ficam tudo titubeando para dá a resposta, né? Menos vinte... Ok? Presta a atenção aí num detalhe que eu quero chamar a atenção de vocês... Essa última situação 5... Seria toda conta que eu conseguiria fazer isso?

**Alguns alunos:** Não...

**P** – Tem uma situação só que ele consegue fazer isso, né? Que situação é essa? Quem sabe?

**A<sub>19</sub>** – Empréstimo...

**P** – Que situação é essa que acontece essa possibilidade de você sacar mais do que você tem na sua conta?

**A<sub>19</sub>** – Empréstimo...

**P** – Não seria empréstimo não... Não deixa de ser uma forma de empréstimo, né? Mas existe uma modalidade chamada de cheque especial, né? Ele cobre eventuais saques a mais que você tem a sua disposição, ai torna a conta o que?

Alguns alunos: Negativa...

**P** – Negativo né? Então quando a gente trabalha com uma situação dessas, gente... A gente consegue, de alguma forma, materializar o número negativo... É uma situação prática que eu consigo entender a existência de um número negativo, ou seja, eu consegui chegar, partindo de um número positivo chegar em um número negativo em uma situação prática... Agora, existe um saldo de eu consegui pegar ele na minha mão de - 20?

**Als:** Não...

**P** – Então a gente pode dizer que essa situação com número negativo, nessa situação, é uma situação imaginária que existe na prática, ou não é verdade?

Fonte: Dados da pesquisa

Após a discussão de todas as 5 situações propostas o professor negocia uma generalização algébrica da mesma. É perceptível, no recorte a seguir, a expectativa do professor em generalizar, sob a forma de lei de formação, o padrão expresso em cada uma das situações trabalhadas. A medida que as negociações avançam João fornece informações sobre como seria esse padrão, note que

inicialmente João destaca que haverá a generalização da variável, ou seja, ela irá ser representada pela letra 'x': *“Eu quero ‘x’ cédulas. E aí, qual que seria essa forma? A lei de formação? Como é que seria essa lei de formação que a gente vai encontrar?”*.

Diante da resposta incorreta do aluno *“230 menos ‘x’, menos... 5 vezes..”* os efeitos começam a ficar mais claros, note que conforme expresso no recorte a seguir o professor vale-se novamente do aspecto visual (visto que ele teve esse mesmo comportamento no exemplo anterior) para que o aluno perceba o padrão que está se repetindo: *“O que é que tem em comum? Vamos dá uma olhada aqui... Vamos dá uma olhada aqui... Vamos dá uma olhada nessa situação (circula situação 1)... Nessa situação (circula situação 2)... Nessa situação (circula situação 3)... Nessa (circula situação 4)... E nessa (circula situação 5)... **A<sub>20</sub>** – 230 menos ‘x’... **P** – Só isso aí? Seria verdade?”*. Na permanência do erro dos alunos o professor continua fornecendo dicas sempre chamando atenção para o que há em comum entre todas as situações trabalhadas, para que se possa perceber uma constância nos termos e proponha-se uma generalização.

#### Quadro 21. Recorte da Transcrição da Aula 14

**P**- Mas olha... Do começo ao fim (aponta para o registro de todas as situações no quadro) a gente utilizou sempre o mesmo padrão para calcular o saldo dele... Qual seria esse padrão? Eu não quero saber o valor do saque que eu fiz, eu quero dizer que é 'x'... Eu quero 'x' cédulas. E aí, qual que seria essa forma? A lei de formação? Como é que seria essa lei de formação que a gente vai encontrar?  
**A<sub>13</sub>** – 230 menos 'x', menos... 5 vezes...  
**P** – 5?  
**A<sub>13</sub>** – Menos 5 vezes 'x', ah (aluno atrapalha-se)  
**P** – (risos) Seria como? O que é que tem em comum? Vamos dá uma olhada aqui... Vamos dá uma olhada aqui... Vamos dá uma olhada nessa situação (circula situação 1)... Nessa situação (circula situação 2)... Nessa situação (circula situação 3)... Nessa (circula situação 4)... E nessa (circula situação 5)...  
**A<sub>20</sub>** – 230 menos 'x'...  
**P** – Só isso aí? Seria verdade?  
**A<sub>20</sub>** – Sim...  
**P** – Dá uma olhada no que tem em comum aqui?  
**A<sub>20</sub>** - 230 menos 'x'...  
**P** – O que tem em comum em todas que eu tou destacando?  
**A<sub>13</sub>** – Todos 50...  
**P** – Oi?  
**A<sub>13</sub>** – Todos tem 230 e 50...  
**P** – Todos tem o que?  
**Alguns alunos:** 230...  
**P** – Todos tem 230 que é o saldo inicial. Todos, também, têm duas coisas iguais aí ainda...  
**Alguns alunos** – 50...  
**P** – Todos têm o menos e todos tem o 50, né?  
**Alunos:** É...

Fonte: Dados da pesquisa

Na sequencia da aula o professor retoma as negociações a respeito das partes 'fixa' e 'variável' negociadas no primeiro exemplo discutido. É negociado, explicitamente, que a parte 'fixa', nesse exemplo, corresponde ao saldo inicial e a parte 'variável' à quantidade de cédulas de R\$ 50,00. O professor explicita que essa situação caracteriza-se por uma complexidade maior pelo fato de envolver números negativos, note no trecho a seguir que o professor enfatiza que a existência dos números negativos está condicionada a determinados contextos: *“É uma situação onde você não consegue... o número negativo você não consegue pegar ele, você não consegue contar ele, mas você consegue calcular ele quando você faz uma situação como essa daí... Nem todas contas conseguiriam realizar essa quinta situação aqui, tá certo?”*. Percebemos que ao longo das negociações o professor busca fortalecer a RE.7 que diz respeito que as respostas a determinadas situações serão números negativos somente em contextos específicos.

Da mesma forma que a situação anterior o professor busca interpretar graficamente a situação discutida. João inicialmente explicita que os pontos do gráfico ficarão alinhados, em um segundo momento institui negociações a respeito do comportamento desse gráfico, é negociado que o gráfico passará para a parte negativa pelo fato da situação possibilitar a existência do cheque especial o que contextualiza a existência dos números negativos. O recorte a seguir contextualiza o que discutimos: *“E aí é onde eu pergunto de novo, se eu fosse construir o gráfico dessa função, dessa nesse caso específico onde a pessoa tem o cheque especial, tá certo? Se eu fosse fazer essa situação aqui agora, o gráfico poderia passar aqui para baixo ou não poderia? **Alunos** – Poderia...”*. Esse contexto reforça a regra de contrato negociada anteriormente que se refere que a interpretação gráfica da FA está condicionada à situação em que ela é expressa.

Na sequencia, as negociações giram em torno do crescimento/decrescimento da Função e seu comportamento gráfico. Inicialmente João questiona os alunos se o gráfico seria “para cima ou para baixo”, em alusão às idéias, respectivamente, de crescimento e decrescimento. Note que no trecho: *“O gráfico seria assim para cima? Ou será que seria essa situação aqui para baixo? **Als** – Seria a situação para baixo... **P** – O ‘y’ aqui agora não seria o saldo, né?”* aos alunos responderem corretamente a pergunta do professor sobre o comportamento do gráfico, a fala do professor *“O ‘y’ aqui agora não seria o saldo, né?”* aparece como uma espécie de

confirmação ao mesmo tempo em que parece instituir implicitamente a negociação de que a determinação do comportamento do gráfico, isto é, se o gráfico está “para cima ou para baixo” depende da variável dependente, o  $y$ .

Em alusão aos termos crescimento/decrescimento da FA o professor utiliza os termos “para cima ou para baixo”, os quais correspondem, respectivamente, aos termos reta ascendente e reta descendente. Acreditamos que essa fala do professor configura-se como um efeito perverso de Contrato o Deslize Metacognitivo (ECD.8), de acordo com Brousseau (1986) esse compreende situações em que o professor toma suas próprias explicações e meios heurísticos para explicar uma noção científica, isto é a substituição de tal noção por uma ideia do senso comum. Para Almeida (2016) esse efeito pode aparecer com certa frequência nas situações didáticas e não depende da vontade do professor.

Avaliamos a situação descrita como um Deslize Metacognitivo uma vez que as noções de reta ascendente e reta descendente foram substituídas pelas as idéias, respectivamente, de “para cima e para baixo” sem haver menção de um discurso científico que justificasse a atribuição de tais idéias. Percebemos que a reprodução desse efeito não possui relação desdobramentos do CDP, situação geradora do Efeito foi criada pelo professor sem possuir a influência do LD.

Dando continuidade às negociações o professor questiona os alunos sobre o comportamento da variável  $y$ , ou seja, se está aumentando ou diminuindo, e continua adentrando nas negociações implícitas, negociando que o decrescimento/crescimento do gráfico da Função está relacionado com o aumento/diminuição da variável  $y$ . No trecho a seguir representa a situação discutida: *“P – Ai eu pergunto a você o saldo ali tá aumentando ou diminuindo? Als – Diminuindo... P – Veja que não poderia ser para cima, né? Para cima o saldo estaria aumentando... Significa o que? Que tá diminuindo... Então a gente teria uma situação aí, onde o nosso gráfico seria alguma coisa desse tipo, ok?”*. Diante da resposta correta do aluno sobre o comportamento do gráfico, a fala seguinte do professor assume um caráter explicativo revelando que a função não poderia ser para cima, pois isso implicaria que ela estaria diminuindo, deixando implícita a ideia de que há a associação mencionada entre crescimento/decrescimento e aumento/diminuição.

Quadro 22. Recorte da Transcrição da Aula 15

**P** –Observem um detalhe aí... Tão lembrados que eu disse aqui no exemplo do... do... do representante comercial que esse valor era fixo? Quem que é o valor fixo? Né o saldo inicial?

**Als** –230...

**P** –230... Quem que tá variando aí? A quantidade de cédulas de R\$ 50 que a pessoa vai sacar, ou seja, 'x'. Então observa que a outra situação prática que a gente tem no nosso dia-a-dia, tá certo? E que a gente utiliza função e nesse caso aí é uma situação um pouco mais complexa que a outra, por que mais complexa que a outra? Porque ela envolve números negativos e a presença e a existência de números negativos na nossa prática diária tá? É uma situação onde você não consegue... o número negativo você não consegue pegar ele, você não consegue contar ele, mas você consegue calcular ele quando você faz uma situação como essa daí... Nem todas contas conseguiriam realizar essa quinta situação aqui, tá certo? Chegaria no máximo nessa situação 4, ou seja, a pessoa mesmo tendo 230 ela só poderia sacar no máximo R\$ 200, por que? Porque não conseguiria ficar com um débito de R\$ 20, tá certo? Então é uma outra situação onde se eu pegar... quiser construir o gráfico dessa função colocando esses três valores, colocando 180, colocando 130, colocando, colocando 80, colocando 30 e depois o -20 todos esses cinco pontos irão ficar alinhados no gráfico dela.

**P** – Todos eles ficariam alinhados, tá certo? E aí é onde eu pergunto de novo, se eu fosse construir o gráfico dessa função, dessa nesse caso específico onde a pessoa tem o cheque especial, tá certo? Se eu fosse fazer essa situação aqui agora, o gráfico poderia passar aqui para baixo ou não poderia?

**Alunos** –Poderia...

**P** –Nesse caso poderia né isso? É ou não é?

**Alunos** –É...

**P** – Será que é mesmo? E aí?

**A<sub>13</sub>** – Não...

**P** –O gráfico seria assim para cima? Ou será que seria essa situação aqui para baixo?

**Als** –Seria a situação para baixo...

**P** –O 'y' aqui agora não seria o saldo, né?

**Alunos** –É...

**P** –Ai eu pergunto a você o saldo ali tá aumentando ou diminuindo?

**Alunos** –Diminuindo...

**P** –Veja que não poderia ser para cima, né? Para cima o saldo estaria aumentando... Significa o que? Que tá diminuindo... Então a gente teria uma situação aí, onde o nosso gráfico seria alguma coisa desse tipo, ok?

Fonte: Dados da pesquisa

Após a discussão do exemplo as negociações são conduzidas, novamente, para uma espécie de institucionalização dos conceitos. João retoma a RE.8 Ressaltamos que esta regra parece conduzir todo o trabalho com a FA, uma vez que é fortalecida ao longo das aulas, acreditamos que a ênfase do professor se der pelo fato dele querer “fixar” essa regra por entender que todo o trabalho perpassará por ela.

Conforme discutido anteriormente, apesar do trabalho com essa regra constituir um momento relevante no trabalho com a FA, esta se constitui como uma analogia e seu uso demasiado estão constituindo-se como um Efeito de Contrato o Uso Abusivo de Analogias, visto que todo o trabalho com a FA está sendo conduzido, unicamente, a partir dessa analogia.

No que se refere a variável independente 'x' o professor destaca que: *“Que é o valor de 'x' que começa vai trabalhando, vai diminuindo, vai aumentando, depende de cada caso que a gente tá trabalhando”*. Acreditamos que essa fala do professor trás implícita a idéia de que o crescimento da função está relacionado com o valor associado ao 'x', isto é a taxa de variação (apesar de não ter sido definido ainda nesse momento). Ressaltamos que essas negociações iniciais a respeito do crescimento e decréscimo da FA são exploradas, mesmo que de forma implícita, por meio das relações entre variáveis evitando uma articulação precoce e mecanizada com o sinal da taxa de variação essa atitude do professor coaduna com os direcionamentos dos documentos oficiais, tais como Pernambuco (2008) e Brasil (1998; 2006).

No trecho a seguir: *“mas todos eles a gente conseguiu, de alguma forma, montar a função para que ela ficasse nesse formotinho aqui, oh, que é o formato, a característica da função que a gente tá trabalhando com ela que é a FA, ok gente?!”* o professor que nos exemplos discutidos foi possível colocar as expressões encontradas no 'formato' da FA, isto é na forma canônica. Este contexto reforça mais uma vez a RI.3, onde as expressões matemáticas devem seguir rigorosamente a forma canônica.

#### Quadro 23. Recorte da Transcrição da Aula 16

**P-** E aí entendido como é que chegou aqui? Então gente, de uma forma geral, a gente vai encontrar muitos problemas desse tipo, onde a gente precisa analisar, e o que eu quero chamar a atenção de vocês é justamente o detalhe que teve nos dois exemplos que eu falei para vocês aqui que é a parte de 'b', o valor de 'b'. O valor de 'b' sempre é um número o que? Fixo, nas duas situações eu não to alterando o valor de 'b', ele começou no primeiro caso com 2500 no segundo caso ele começou com 230 e depois teve a parte variável, né? Que é o valor de 'x' que começa vai trabalhando, vai diminuindo, vai aumentando, depende de cada caso que a gente tá trabalhando, mas todos eles a gente conseguiu, de alguma forma, montar a função para que ela ficasse nesse formotinho aqui, oh, que é o formato, a característica da função que a gente tá trabalhando com ela que é a FA, ok gente?!

Fonte: Dados da pesquisa

Discutiremos nesse momento os elementos contratuais referente à terceira situação discutida no tópico Situações Iniciais do LD. Conforme discutido na sessão anterior desse trabalho esta situação refere-se a determinação da lei de formação que expresse a quantidade de água presente em um reservatório após certo tempo, considerando um vazão de 20 litros por segundo tendo uma quantidade água inicial de 50 litros. Observamos que inicialmente o professor negocia a situação que será estudada atentando para a presença do termo vazão. Note no trecho a seguir que

João começa a tecer negociações acerca do termo vazão: “*Observem um detalhe aí, tá certo? Quando ele diz vazão de 20 litros por minuto significa dizer o que essa informação? A<sub>13</sub> – Que a cada 20 minutos... A cada minuto é... saem 20 litros. P – A cada um minuto saem 20 litros, ou melhor, entram 20 litros para o reservatório, ok?*”, é negociado que a vazão refere-se saída de 20 litros a cada minuto. Acreditamos que o fato do professor ter chamado atenção desse termo no início da negociação, leva a entender que futuramente ele será explorado de outra maneira.

Note que na sequência das negociações o professor discute a forma canônica da FA e explicita regra (RE.9) que para se encontrar a Lei de Formação da FA é necessário determinar os valores dos coeficientes ‘a’ e ‘b’, trazemos no trecho a seguir o momento dessa explicitação: “**P** – *Para a gente determinar qual é a lei de formação dessa função desse problema eu precisaria saber quem é o valor de ‘a’ e quem é o valor de... **A**ls – ‘b’...*”. Após a explicitação da RE.9 o professor retoma a discussão a respeito dos coeficientes da FA serem interpretados como partes fixas e variáveis. Conforme podemos observar no trecho a seguir: “*A segunda parte a gente chama de variável que é a que vai depender de que? Nesse nosso caso vai depender do tempo que a torneira ficar aberta, ok?*” negocia-se a parte variável como sendo o tempo em que a torneira fica aberta.

A RE.8 que se refere a determinação da FA acontecerá a partir da determinação da parte fixa e da parte variável (a FA é constituída de uma parte fixa e outra variável) conforme mencionada nos parágrafos anteriores é fortalecida no decorrer das aulas, assumindo uma espécie de cristalização na relação didática, isto é o procedimento a ser utilizado diante de situações que solicitem a determinação da Lei de Formação da FA.

A conjuntura discutida no último parágrafo nos faz pensar na instituição de um Núcleo duro do Contrato Didático. Para Almeida (2016) o Núcleo Duro do Contrato Didático refere-se ao um conjunto de regras que vão cristalizando-se ao longo da relação didática e não podem ser ‘mexidas’ de modo que esse procedimento de resolução pode acontecer todas as vezes que essas situações forem trabalhadas. Nesse caso em específico, todas as vezes que se solicitar a determinação da Lei de Formação da FA deve-se determinar a parte fixa e a parte variável.

Quadro 24. Recorte da Transcrição da Aula 17

**P** - Ele quer que a gente conclua ou deduza a lei de formação dessa função, ok? Então, oh, a gente pode dizer o seguinte: que inicialmente o reservatório possuía, estava com 50 litros de água dentro dele e que a torneira fornece 20 litros de água por minuto. Esse fornecimento dessa torneira é também chamado de vazão, ok? A vazão dessa torneira é de 20 litros por... minuto. Observem um detalhe aí, tá certo? Quando ele diz vazão de 20 litros por minuto significa dizer o que essa informação?

**A<sub>13</sub>** - Que a cada 20 minutos... A cada minuto é... saem 20 litros .

**P** - A cada um minuto saem 20 litros, ou melhor, entram 20 litros para o reservatório, ok? Vamos pensar aqui o seguinte eu quero concluir aí, eu quero conseguir a lei de formação dessa função. Se vocês estão lem... se vocês não estão lembrados a gente viu que a FA a característica dela era desse tipo 'f' de 'x' igual a 'ax' mais...

**Als** - 'b'...

**P** - Para a gente determinar qual é a lei de formação dessa função desse problema eu precisaria saber quem é o valor de 'a' e quem é o valor de...

**Als** - 'b'...

**P** - 'b'... ok? Bom, tão lembrados que a gente falou no exemplo anterior, nos dois exemplos da aula passada que esse valor de 'b' é um valor fixo? Tão lembrados? Que ele não vai alterar que o que vai alterar é a segunda parte. A segunda parte a gente chama de variável que é a que vai depender de que? Nesse nosso caso vai depender do tempo que a torneira ficar aberta, ok?

Fonte: Dados da pesquisa

O professor conduz a exploração do exemplo de maneira semelhante aos exemplos anteriores, isto é atribuindo valores à variável independente que no caso refere-se à quantidade de minutos da torneira aberta. No recorte a seguir João explicita que a quantidade de situações exploradas, ou seja, a atribuição de números à variável dependente será reduzida neste exemplo pelo fato dos alunos já terem incorporado o “espírito da coisa” (palavras do professor), entendemos que esta expressão refere-se ao fato dos alunos perceberem rapidamente a Lei de Formação sem ser necessário proceder todo aquele passo a passo, atribuição de valores a 'x'.

Entendemos que esta conjuntura (repetição de exemplos para que depois fique mais fácil) está atrelada à concepção do professor de que é necessário que o aluno efetue uma série de exemplos sobre determinado conceito, antes que possa aplicar automaticamente as definições. Acreditamos daí surgir uma regra implícita (RI.5) de contrato, será trabalhado de maneira minuciosa determinada quantidade de exemplos para que se pegue o “espírito da coisa” antes de se trabalhar com os procedimentos de maneira automática.

Quadro 25. Recorte da Transcrição da Aula 18

**P** - Presta atenção, tão lembrados que no primeiro e no segundo exemplos eu tive que fazer aqui quatro ou cinco vezes esse desenvolvimento?

**Alunos** - Sim...

**P** - É que a agora ficou mais fácil da gente chegar na lei de formação por que vocês já pegaram o espírito da coisa de como vai fazer? Se eu não tivesse esse numerinho aqui, 1 e 2, no lugar dele eu tivesse 'x' tempo, 'x' minuto como é que ficaria essa arrumação aqui?

**A<sub>6</sub>** - 50 mais 'x' vezes 20.

Fonte: Dados da pesquisa

No recorte a seguir são instituídas negociações acerca dos coeficientes da FA. Inicialmente João retoma as negociações a respeito do valor fixo da Função, comparando com os valores obtidos nas situações anteriores, ele ressalta que no caso estudado o valor fixo é representado por 50, observe que nesse momento o valor fixo também é negociado como o valor inicial da Função, nesse sentido acreditamos surgir uma regra implícita de contrato na qual o valor fixo da FA corresponde ao valor inicial (RI.6). O trecho a seguir corresponde à situação discutida: *“Independente de eu colocar água no reservatório, ou tirar água do reservatório, sempre, inicialmente vai ter tido quanto? 50! Então esse valor aí ele é fixo, é igual àquela comparação que a gente fez d salário do... do... do camarada lá que era 2500 não vai mudar aquilo ali, é igual a isso aí o valor inicial é 50 litros”*.

João, em sequencia, começa instituir negociações acerca da Taxa de Variação da FA. Essas negociações são iniciadas a partir da exploração do sentido do termo vazão, o qual foi inicialmente negociado, explicitando a Função da Vazão diante da situação explorada, ou seja, que a cada unidade de tempo aumentada o recipiente tem 20 litros aumentados em sua capacidade. Na sequencia João negocia explicitamente que o coeficiente ‘a’ da Função corresponde à taxa de variação, note que no trecho a seguir: *“Esse primeiro valor aqui, o 20, que é o valor de ‘a’ ele recebe o nome de taxa de variação da função, ta certo? Ou taxa de variação média da função. O que é que significa isso? Significa dizer que se eu pegar uma unidade de tempo e pegar mais uma unidade seguinte a ela a diferença entre as du... os dois cálculos que eu fizer vai ser 20 unidades.”*. Observamos que ao mesmo tempo em que João institui a negociação explícita de que o valor da parte variável igual a 20 implica que a função sofrerá um acréscimo de 20 unidades a cada unidade aumentada no domínio, é instituída a negociação implícita de que o valor do coeficiente a implica no acréscimo que a Função sofrerá quando aumentada uma unidade do seu domínio. Nesse contexto surge a regra explícita (RE.10) de contrato onde o valor da Taxa de Variação da Função é representado pelo coeficiente a da função e corresponde ao acréscimo de a unidades dado o aumento de uma unidade no domínio.

Observamos que nesse momento os coeficientes da FA assumem uma “nova forma”, ou seja, os coeficientes a e b que foram negociados inicialmente como, respectivamente, a parte variável e a parte fixa assumem nesse momento a

definição da Taxa de Variação e do Valor Inicial. Percebemos nessa conjuntura a evolução dos conceitos ao longo da relação didática, a esse respeito Jonnaert (1994, p.217) reflete que “o contrato didático permite compreender o dinamismo da relação didática, e, inversamente, é o funcionamento da aula que permite decodificar o contrato didático”.

Na discussão da última situação identificamos as regras explícitas RE.9 e RE.10 e as regras implícitas RI.5 e RI.6, ressaltamos que essas regras não haviam sido previamente pontuadas na análise do CDP. Os conceitos de Taxa de Variação e Valor Inicial que permeiam, respectivamente, RE.10 e RI.6, são explorados em tópicos específicos do LD (após o trabalho com a definição da FA), nesse contexto por não possuirmos como foco a análise desses conceitos não possuimos parâmetros para avaliar a relação dessas regras com os elementos de CD.

Quadro 26. Recorte da Transcrição da Aula 19

**P** – Lembrando dois detalhes importantes, primeiro esse 50 daqui oh, esse 50, gente, é o valor que existia inicialmente esse valor vai mudar nessa questão aí? Tira o pé de cima! (adverte um aluno) Vai mudar ou não? Não! Tá certo? Independente de eu colocar água no reservatório, ou tirar água do reservatório, sempre, inicialmente vai ter tido quanto? 50! Então esse valor aí ele é fixo, é igual àquela comparação que a gente fez d salário do... do... do camarada lá que era 2500 não vai mudar aquilo ali, é igual a isso aí o valor inicial é 50 litros, aí a pergunta que eu faço aqui agora esse 20 aqui (aponta para o 20 na lei de formação) que é a vazão da torneira em 20 litros por minuto ta fazendo com que a função, nossa, que é o valor do ‘c’ de ‘x’ aumente a cada minuto litros por... de... de... conteúdo dentro do recipiente, ou seja, a capacidade ocupada do recipiente ta aumentando de 20 em 20, ok? Bom, essas duas informações que a gente ta tendo aqui ela tem uma, uma denominação especial dentro da função, ta certo? Esse primeiro valor aqui, o 20, que é o valor de ‘a’ ele recebe o nome de taxa de variação da função, ta certo? Ou taxa de variação média da função. O que é que significa isso? Significa dizer que se eu pegar uma unidade de tempo e pegar mais uma unidade seguinte a ela a diferença entre as du... os dois cálculos que eu fizer vai ser 20 unidades.

Fonte: Dados da pesquisa

Acreditamos que a exploração desses exemplos iniciais corresponde para João uma parte importante do trabalho com a FA, visto que a partir deles foram explorados inúmeros conceitos inerentes a este saber, conforme discutido nas negociações iniciais que ele explicita sua intenção em conduzir o trabalho a partir de situações contextualizadas numa tentativa de aproximar a matemática da escola da matemática da vida. Outro aspecto que sustenta nossa concepção de que João privilegia o trabalho com as situações contextualizadas é a quantidade de aulas destinadas ao trabalho com as três situações aconteceu em 3 aulas e meia.

No que se refere ao CD pontuamos na análise desse momento negociações, expectativas, regras explícitas/implícitas, rupturas, renegociações, reorganizações e efeitos de contrato. No que se refere às relações entre o CD e o CDP pontuamos

uma baixa aproximação entre os contratos, visto que não constatamos os desdobramentos de muitos dos elementos de CDP no CD.

A seguir apresentamos um quadro síntese dos elementos de CD identificados nesse recorte da análise. Ressaltamos que discussões a respeito das relações entre o CD e o CDP serão retomadas no último tópico desse capítulo.

Quadro 27  
Elementos de CD identificados na exploração do conceito de Lei de Formação da FA

| Código                              | Descrição                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Regras Explícitas</b>            |                                                                                                                                                                                                                   |
| RE.3                                | A variável refere-se a um número que não se sabe o valor e normalmente é representada por uma letra.                                                                                                              |
| RE.4                                | Normalmente utiliza-se a letra $x$ para representar a variável.                                                                                                                                                   |
| RE.5                                | O gráfico da FA é representado por uma reta                                                                                                                                                                       |
| RE.6                                | O gráfico da FA é crescente quando o coeficiente $a$ é um valor positivo, decrescente quando o coeficiente $a$ é um valor negativo e constante, paralela ao eixo ' $x$ ', quando o coeficiente $a$ é igual a zero |
| RE.7                                | A determinação do domínio e da imagem da FA depende do contexto associado a ela.                                                                                                                                  |
| RE.8                                | A FA é constituída de coeficientes que compreendem uma parte fixa e uma parte variável.                                                                                                                           |
| RE.9                                | Para se encontrar a Lei de Formação da FA é necessário determinar os valores dos coeficientes ' $a$ ' e ' $b$ '.                                                                                                  |
| RE.10                               | O valor da Taxa de Variação da Função é representado pelo coeficiente $a$ da função e corresponde ao acréscimo de $a$ unidades dado o aumento de uma unidade no domínio.                                          |
| <b>Regras Implícitas Potenciais</b> |                                                                                                                                                                                                                   |
| RI.4                                | A representação gráfica da FA depende do contexto onde essa função é abordada.                                                                                                                                    |
| RI.5                                | Os exemplos serão trabalhados de maneira minuciosa até que o aluno compreenda os procedimentos utilizados e possa aplicá-los automaticamente.                                                                     |
| RI.6                                | O valor fixo compreende o valor inicial da FA.                                                                                                                                                                    |
| <b>Rupturas</b>                     |                                                                                                                                                                                                                   |
| RU.1                                | Ruptura referente à obtenção de um número negativo na resolução da segunda situação do tópico Situações Iniciais.                                                                                                 |
| <b>Reorganizações</b>               |                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>Renegociações</b>                |                                                                                                                                                                                                                   |
| RN.1                                | Renegociação gerada pela RU.1.                                                                                                                                                                                    |
| RO.2                                | 'Ruptura' da expectativa do professor de que alguns dos procedimentos envolvidos na primeira situação do tópico situações iniciais podem ser resolvidos por meio da proporcionalidade.                            |
| <b>Efeitos de Contrato</b>          |                                                                                                                                                                                                                   |
| ECT.3                               | Esforço do professor para que o aluno perceba a relação de dependência entre as grandezas no trabalho com a primeira situação do tópico Situações Iniciais do Livro Didático.                                     |
| ECT.4                               | Ânsia do professor para que os alunos percebam a relação de proporcionalidade que existe na resolução da primeira situação do tópico Situações Iniciais do Livro Didático.                                        |
| ECT.5                               | Diante do contexto da RO. 2 explicitação dos valores proporcionais relativos à resolução da situação.                                                                                                             |
| ECT.6                               | Fornecimento de informações abundantes para que os alunos notem o padrão presente na resolução da primeira situação do tópico do livro didático Situações Iniciais.                                               |
| ECU.7                               | Uso Abusivo da analogia da parte fixa e da parte variável para trabalhar os conceitos relacionados à FA.                                                                                                          |
| ECD.8                               | Uso dos termos "para cima" e "para baixo" em alusão aos termos, respectivamente, reta ascendente e reta descendente no estudo do gráfico da FA.                                                                   |

Fonte: Elaborado pela autora

#### 4.3.2.1.2 Exploração dos exercícios relacionados à Lei de Formação

Apresentaremos nesse momento a análise da exploração na relação didática dos exercícios referentes à Lei de Formação. Destacamos que João explorou apenas três dos seis exercícios presentes no LD<sup>19</sup>.

O primeiro exercício corresponde à determinação da lei de formação da FA dadas algumas informações. Avaliamos esse exercício, sob a ótica do CDP, como um indício de ruptura, tendo em vista que romperia com a RIP.4 identificada no LD na qual as questões que solicitam a determinação da FA são expressas por situações contextualizadas, as quais sempre trazem em seus enunciados valores que correspondem à parte fixa e a parte variável da FA. A ruptura a que nos referimos está relacionada ao fato de ser proposta uma situação que solicita a determinação da FA sob uma nova forma, isto é, que não é expressa por uma situação contextualizada.

Ressaltamos que a exploração de exemplos que envolvam a lei de formação da FA pelo professor João foi feita por meio de 4 situações contextualizadas sendo as 3 últimas as situações do tópico *Situações Iniciais* do LD, nesse sentido o trabalho com a determinação da lei de formação da FA por meio de situações contextualizadas constitui-se até o presente momento como uma regularidade parte do hábito do professor. De acordo com Brousseau (1980) a repetição de hábitos específicos do professor é um mecanismo gerador do contrato didático, para Almeida (2016) esses hábitos fazem parte da prática do professor e permitem ao aluno decodificar a atividade didática, nesse sentido o autor ressalta que os resultados obtidos nas atividades dependem em grande medida das ações repetidas do professor. Logo, acreditamos que a regularidade do trabalho com situações contextualizadas para se determinar a lei de formação da FA pode ocasionar a instituição de elementos contratuais. A seguir apresentaremos os resultados obtidos no trabalho com o exercício na sala de aula.

João negocia o que deverá ser feito na questão, no item 'a' e questiona os alunos sobre a resposta e tem uma resposta positiva, em seguida retoma as regras anteriormente negociadas, RE.10 e RI.6, a respeito da taxa de variação e do valor inicial os quais, corresponderem, respectivamente ao coeficiente 'a' e 'b' da função,

---

<sup>19</sup> Foram explorados antes dos exercícios relacionados à lei de formação, no entanto não foram contemplados na análise por trabalharem outros conceitos.

acreditamos que o fato do professor referir-se que nesta questão é somente a ‘aplicação direta do conceito’ pelo fato da resolução pressupor somente a substituição dos conceitos. O trecho a seguir corresponde ao que foi discutido: *“Se a taxa de variação é o valor de ‘a’ e o valor inicial é o valor de ‘b’, então é só montar e colocar os valores que apareceram ali, portanto  $f(x)$  vai ser  $ôh$ , o valor de ‘a’, oh, esse aqui é o valor de ‘b’. O valor inicial não é o valor de ‘b’? A taxa de variação média não é o valor de ‘a’? Portanto a função nossa aqui é  $ax + b$ , Ela vai ficar  $3x$  mais... Ok? É a aplicação direta do conceito, né? Do que é que é valor inicial e o que é taxa de variação.”*

No que se refere a esse item observamos que o CD segue ‘intacto’, isto é, a negociação de tal item não gera nenhuma tensão na relação didática. Nesse item percebemos indícios de da RE.9, na qual para determinar a lei de formação da FA é necessário determinar o valor do coeficiente  $a$  e do coeficiente  $b$ , isto é o valor da taxa de variação e o valor inicial da FA. Ressaltamos mais uma vez a evolução dos conceitos do coeficiente  $a$  e do coeficiente  $b$  ao longo da relação didática uma vez que esses são tidos inicialmente como a parte variável e a parte fixa, respectivamente, e são tidos agora como taxa de variação e valor inicial.

Quadro 28. Recorte da Transcrição da Aula 20

**P** - (...). Ele diz escreva no caderno a lei de FA em cada item sabendo que, ele diz, a taxa de variação é 3 e o valor inicial é 1. Taxa de variação 3, valor inicial igual a 1. Ele quer que eu escreva  $f(x)$ , e aí como é que eu fica aí esse  $f(x)$ ? Como é que fica esse  $f(x)$  aí?  
**A<sub>7</sub>** –  $f(x) = 3x + 1$ .  
**P** –  $3x + 1$ , ok? Se a taxa de variação é o valor de ‘a’ e o valor inicial é o valor de ‘b’, então é só montar e colocar os valores que apareceram ali, portanto  $f(x)$  vai ser  $ôh$ , o valor de ‘a’, oh, esse aqui é o valor de ‘b’. O valor inicial não é o valor de ‘b’? A taxa de variação média não é o valor de ‘a’? Portanto a função nossa aqui é  $ax + b$ , Ela vai ficar  $3x$  mais... Ok? É a aplicação direta do conceito, né? Do que é que é valor inicial e o que é taxa de variação. Letra ‘b’ ele diz que a taxa de variação é menos 2... E ele diz que  $f(2)$  é igual a 5.

Fonte: Dados da pesquisa

No item ‘b’ deve-se determinar a Lei de Formação de uma FA cujo valor inicial não se encontra explicitado, é dado a taxa de variação e o valor numérico da função quando ‘x’ assume o valor 2, logo a partir dessas informações o valor de ‘b’ deverá ser determinado. No trabalho com esse exercício no Sistema Didático o professor inicia as negociações alertando que há uma ‘bronca’ a ser resolvida nesta questão pelo fato de não haver o valor de ‘b’: *“Letra ‘b’ ele diz que a taxa de variação é menos 2... E ele diz que  $f(2)$  é igual a 5. E aí agora como é que eu vou resolver essa bronca aí? Porque ele não deu o valor de ‘b’, ou seja, ele não deu o valor inicial.”*

Esta atitude do professor está relacionada ao fato dele reconhecer que a questão trás algo novo para ser trabalhada no contrato didático podendo ser gerada alguma tensão na relação didática, diante desse contexto ele emite uma espécie de 'alerta'. Dessa situação surge uma regra implícita de Contrato Didático (RI.7): quando forem trabalhadas questões que trazem elementos diferentes o professor indicará que esta trás um elemento diferencial. Entendemos que esse alerta constiuí-se, também, como uma reorganização contratual (RO.3), isto é, ao perceber que a situação proposta pelo exercício pode gerar alguma tensão na relação didática João antecipa o 'alerta' para indicar que há algo de novo a ser trabalhado para que efetue-se ajustes no jogo didático e dessa maneira evite-se uma possível ruptura.

João questiona os alunos sobre como proceder à resolução desse item, então um dos alunos propõe uma resposta, que é a correta: *"Pode ficar assim?  $f(2) = -2.2 + 9$ ?"*, João admite a questão certa e adentra nas negociações a respeito de como se chegar a esta questão. O trecho a seguir corresponde a estas negociações: *Vai dá esse valor né? Agora como é que eu vou desenvolver isso aí para chegar nesse resultado? Eu preciso encontrar o valor de 'b' para poder dá a resposta do problema, ele já dá o valor de 'a' né? Que é o valor o que? Da taxa de variação, ele diz que a taxa de variação é menos 2 ta faltando encontrar o valor de 'b' para dá a resposta do problema. Porque a resposta do problema é encontrar  $f(x)$  e  $f(x)$  é  $ax + b$ , ou seja, eu preciso de 'a' e preciso de 'b'. Como o valor de 'a' é a taxa de variação ele já deu oh, taxa de variação é igual a menos 2, mas ele não deu 'b', mas ele deu condições de eu encontrar o valor de 'b', e aí como é que eu resolvo essa bronca?*

É perceptível no trecho expresso no parágrafo anterior que o professor na sua fala busca 'frizar' que na questão é dado o valor de 'a' mas não é dado o valor de 'b' e que é necessário determinar este valor. A necessidade de 'frizar' esta informação está relacionada com a expectativa do professor de que os alunos percebam que apesar do valor de 'b' não ser dado explicitamente a questão trás informações que possibilitam a determinação desse valor. Observe que no trecho a seguir é explicitado que a questão trás condições para que se determine o valor de 'b': *"Como o valor de 'a' é a taxa de variação ele já deu oh, taxa de variação é igual a menos 2, mas ele não deu 'b', mas ele deu condições de eu encontrar o valor de 'b'".* Avaliamos que esta conjuntura pode ser interpretada como um Efeito Topázio (ECT.9), repete algumas informações e por fim faz a explicitação das mesmas.

Quadro 29. Recorte da transcrição 21

**P** - Letra 'b' ele diz que a taxa de variação é menos 2... E ele diz que  $f(2)$  é igual a 5. E aí agora como é que eu vou resolver essa bronca aí? Porque ele não deu o valor de 'b', ou seja, ele não deu o valor inicial.

**A<sub>7</sub>** - Pode ficar assim?  $f(2) = -2.2 + 9$ ?

**P** - Vai dá esse valor né? Agora como é que eu vou desenvolver isso aí para chegar nesse resultado? Eu preciso encontrar o valor de 'b' para poder dá a resposta do problema, ele já dá o valor de 'a' né? Que é o valor o que? Da taxa de variação, ele diz que a taxa de variação é menos 2 ta faltando encontrar o valor de 'b' para dá a resposta do problema. Porque a resposta do problema é encontrar  $f(x)$  e  $f(a)$  é  $ax + b$ , ou seja, eu preciso de 'a' e preciso de 'b'. Como o valor de 'a' é a taxa de variação ele já deu oh, taxa de variação é igual a menos 2, mas ele não deu 'b', mas ele deu condições de eu encontrar o valor de 'b', e aí como é que eu resolvo essa bronca?

**A<sub>6</sub>** - Fica 5 igual a menos 2 vezes 2 mais 'b'.

**P** - Justamente. A colega respondeu certíssimo. Disse que 5 é igual a menos 2 vezes 2 mais 'b'. E aí encontra o valor de 'b' que vai dá quanto?

**A<sub>7</sub>** - 9

**P** - Deu quanto?

**A<sub>7</sub>** - 9.

**P** - Deu 9? Deu 9, né? Ok? E aí, vamos fazer essa resposta que eles deram aqui só que de forma organizada, ta certo? Vê, se a função é  $f(x) = ax + b$  e ele ta dizendo que  $f(2)$  é igual a 5 eu posso fazer o seguinte, antes de mais nada eu vou substituir o valor de 'a' oh, por menos 2, ok? Eu utilizei aquela primeira informação que ele disse ali a taxa de variação é igual a menos 2. Então a minha função ela vai ser desse tipo... vai ser menos 2x mais 'b' para responder o problema e encontrar o valor de 'b', né? Tá certo? Ora, ele disse aqui na segunda informação que quando 'x' for 2 a função vale 5. Eu vou pegar essa função aqui e onde tiver 'x' eu vou trocar 2, por 2, então vai ficar o que?  $f(2) = -2.2 + b$ . Só que tem um detalhe ele já disse quanto era  $f(2)$ .  $f(2)$  vale quanto?

**Alunos** - 5

**P** - Vale 5, oh. Então 5 é igual oh, menos 2 vezes 2 dá quanto? Quanto é que dá menos 2 vezes 2?

**Alunos** - Menos 4.

**P** - Dá menos 4... mais 'b'. O 4 aí ta subtraindo, né? Passa para o outro lado somando. 5 mai 4, e aí 'b' vai dá igual a quanto? 5 mais 4, 9. Ora o que tava faltando para eu dá a resposta era o valor de 'b' e aí agora a gente já encontrou o valor de 'b', portanto a gente já pode dá a resposta  $f(x)$  é igual ao valor de 'a' que é menos 2 mais o valor de 'b' que é 9.

Fonte: Dados da pesquisa

No item 'c' da taxa de variação não é dada de maneira explicita apresenta-se apenas a informação de que: "Para cada unidade aumentada em 'x' a função aumenta duas unidades" (DANTE, 2017, p.77). Nas negociações acerca desse exemplo o professor inicia destacando que esta questão é um pouco diferente das demais resolvidas: "Acompanhe o que é que ele vai dizer aí essa letra 'c' é um pouquinho diferente dos outros", esta atitude do professor está relacionada com a regra implícita de contrato anteriormente discutida na qual em questões que trazem elementos novos é de responsabilidade do professor indicar que a questão é mais complicada. Reforçamos que essa atitude de "alerta" do professor constitui-se, também, como uma reorganização contratual (RO.3), ou seja, ao perceber que o exercício possui elementos novos que podem romper com alguma regra contratual ele "alerta" os alunos na tentativa de adentrar no momento de reorganização para que se negocie novas regras evitando, dessa maneira, uma possível ruptura.

No início das negociações o professor destaca um trecho do enunciado da questão: *“Para cada unidade aumentada em ‘x’ a função aumenta duas unidades”*, que corresponde à taxa de variação, e começa a tecer negociações acerca desse trecho. Inicialmente questionam-se os alunos sobre a que se referia essa informação, ao aluno expressar não ter compreendido a informação: *“É o que? Peraí professor.”*, o professor repete a informação que foi dada conforme podemos observar no trecho a seguir: *“Para cada unidade de ‘x’ aumentada a função aumenta 2 unidades. O que é que é isso aí? Que informação é essa? (...) E aí? Presta atenção para cada unidade de ‘x’ aumentada a função aumenta 2 unidades . Isso ai é valor inicial ou taxa de variação?”*.

O fato do professor repetir a informação e questionar os alunos sobre a que ela se refere é justificado pela expectativa do professor de que os alunos lembrem-se da RE.10, na qual a taxa de variação da FA corresponde ao acréscimo no valor da Função dado o aumento de uma unidade de ‘x’. Por outro lado tal atitude desdobra-se em um Efeito Topázio (ECT.10), ou seja, em meio a seu desejo de que os alunos compreendam a informação dada como uma taxa de variação o professor fornece elementos abundantes, por meio da repetição das informações, ao longo da negociação. Observe que ao final do trecho expresso no parágrafo anterior lança a pergunta *“Isso ai é valor inicial ou taxa de variação?”* norteando a resposta do aluno. Após a aluna responder corretamente o professor retoma as negociações, explicando o porque o valor explicitado refere-se à taxa de variação.

Quadro 30. Recorte da Transcrição da Aula 22

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> - Acompanhe o que é que ele vai dizer aí essa letra ‘c’ é um pouquinho diferente dos outros, o enunciado dele, ele diz o seguinte para cada unidade aumentada de ‘x’(…) . Para cada unidade aumentada em ‘x’ a função aumenta duas unidades, que informação é essa que ele ta dando?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> – É o que? Peraí professor.</p> <p><b>P</b> – Para cada unidade de ‘x’ aumentada a função aumenta 2 unidades. O que é que é isso aí? Que informação é essa? (...) E aí? Presta atenção para cada unidade de ‘x’ aumentada a função aumenta 2 unidades . Isso ai é valor inicial ou taxa de variação?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> – Taxa de variação.</p> <p><b>P</b> – Taxa de... variação. Porque taxa de variação? Veja que ele diz que cada unidade aumentada então vai... vai modificar, vai alterar esse valor aí. Para cada unidade aumentada de ‘x’ a função varia duas unidades. O que é que ele ta me dando aí como informação? A taxa de variação é igual a quanto? Igual a dois. E ele diz que o valor inicial é 10. Como é que fica essa função?</p> <p><b>A<sub>6</sub></b> – <math>2x + 10</math></p> <p><b>P</b> – <math>2x</math>, <math>f(x)</math> né? é igual a <math>2x + 10</math></p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Dados da pesquisa

O item ‘d’ possui certa semelhança com o item ‘c’, a taxa de variação não é representada de maneira explicita: *“Para cada unidade aumentada de ‘x’ a função*

diminui uma unidade”, diferentemente do item anterior a taxa de variação é expressa por meio da diminuição da Função dado o aumento da unidade de ‘x’. Observe que no início das negociações a respeito desse item o professor chama atenção para essa diminuição, conforme é possível perceber no trecho a seguir: *“Ele diz para cada unidade aumentada de ‘x’ a função diminui uma unidade. O que é que ele tá dando aí como informação? O que é que esse menos... Diminui uma unidade o que é que ele quer dizer com isso? Que informação é essa? Isso é valor inicial ou taxa de variação?”*

O fato de o professor destacar na negociação a diminuição da função está associado à reprodução do Efeito Topázio (ECT.11). Conforme mencionado anteriormente apesar do item em questão possuir um método de resolução semelhante ao do item anterior, distingue-se do mesmo por expressar uma relação de diminuição entre grandezas, ou seja, sua taxa de variação irá possuir um sinal negativo, diante desse contexto o professor atém-se ao termo ‘diminuição’ na expectativa de que o aluno perceba a sutil diferença entre os dois itens, facilitando, em certa medida, o trabalho do aluno configurando-se como um Efeito de Contrato.

Quadro 31. Recorte de Transcrição da aula 23

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>P</b> - Ele diz para cada unidade aumentada de ‘x’ a função diminui uma unidade. O que é que ele tá dando aí como informação? O que é que esse menos... Diminui uma unidade o que é que ele quer dizer com isso? Que informação é essa? Isso é valor inicial ou taxa de variação?</p> <p><b>A<sub>7</sub></b> - Taxa de variação.</p> <p><b>P</b> - Taxa de... variação. Quanto é a taxa de variação?</p> <p><b>A<sub>7</sub></b> - Menos 1.</p> <p><b>P</b> - Igual a menos 1. O valor inicial dele ele diz que é 3... Como é que fica a função?</p> <p><b>A<sub>7</sub></b> - <math>f(x) = -x + 3</math>.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Fonte: Dados da pesquisa

Conforme explicitado nas linhas anteriores esse exercício sobre a ótica do CDP configura-se como um indício de ruptura pelo fato de romper com uma das regras implícitas potenciais identificadas no LD. A partir da análise do trabalho com esses itens no sistema didático não identificamos o contexto de uma ruptura contratual, no entanto surgiram uma regra implícita (RI.7), reorganização (RO.3) e efeitos de contrato (ECT.9, ECT.10 e ECT.11), ressaltamos que nenhum desses elementos contratuais foram identificados no CDP.

O item a não gerou nenhuma tensão na relação didática. Identificamos na exploração desse item um fortalecimento da RE.9 negociada anteriormente, na qual para a determinação da lei de formação da FA é necessário determinar o valor do

coeficiente  $a$  e do coeficiente  $b$ , isto é, o valor da taxa de variação e do valor inicial da FA. A partir dessa discussão inferimos que essa regra contratual surge em alternância à RE.8 na qual a FA é constituída de uma parte fixa e uma parte variável, tendo em vista que as situações trabalhadas nesses itens trazem os coeficientes da FA sob a forma de taxa de variação e valor inicial e não mais como parte fixa e variável.

Na análise dos demais itens identificamos outra RI.7 na qual quando se trabalha com questões que trazem elementos diferentes dos habituais o professor indicará que há algo diferente. Associados a essa regra observamos nesses itens a instituição de reorganizações contratuais, isto é, ao reconhecer que os itens exploram elementos diferentes do habitual é antecipado um alerta para que se ajuste o jogo didático e negociem-se novas regras evitando uma possível ruptura.

Outro ponto de destaque na análise dos três últimos itens é a eminência do Efeito Topázio, a reprodução desse efeito está associada à tentativa do professor de que os alunos percebam os elementos diferenciais que há em cada item. No item  $b$  há uma insistência de João para que se perceba que há é dado valor da taxa de variação e também condições para que se determine o valor inicial, nas letras  $c$  e  $d$  enfatiza-se o fato da taxa de variação ser expressa de maneira implícita, isto é, por meio de uma situação de aumento/diminuição da FA dado o aumento de uma unidade do domínio.

Essa questão distancia-se do CDP por não se configurar como uma ruptura no sistema didático. Destacamos que embora não haja a eminência de rupturas na exploração desse item são geradas tensões na relação didática. Essas tensões são evidenciadas nos “mecanismos de defesa” do CD que o professor utiliza, ou seja, as reorganizações e efeitos de contrato. Nessa conjuntura acreditamos que esse exercício trás elementos novos para o sistema didático que “ameaçam” a estabilidade de algumas regras vigentes.

No segundo exercício há uma situação contextualizada que diz respeito ao custo de produção de determinada quantidade de peças. Esta questão é composta por três itens no primeiro solicita-se que seja determinada a lei de formação para expressar a produção de ‘ $x$ ’ peças, no segundo pede-se que se identifique o valor inicial e a taxa de variação da função obtida, e no terceiro pede-se que se calcule o valor do custo para a produção de 100 peças.

Na análise do CDP pontuamos que pelo fato desse exercício trazer explicitamente a menção aos termos partes fixa e parte variável este pode constituir como um indício de efeito de contrato o EPT.2, no primeiro item do exercício, no qual se solicita a determinação da lei de formação da FA, uma vez que esses termos podem configurar-se como informações abundantes para a resolução do mesmo. Temos esse entendimento pelo fato de tais termos constituírem-se como o cerne de uma RE.8 que gerem o trabalho com a FA no LD, logo sua presença no enunciado pode reduzir o trabalho do aluno à identificação desses termos. Este exercício pode implicar, também, na eminência de um indício de ruptura a RUP.4 referente à não vigência da regra RIP.1, a qual diz respeito a sempre haver nas situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da FA a explicitação da relação de dependência entre grandezas, avaliamos tal exercício como um indício de ruptura pelo fato de não haver nele essa explicitação.

Os demais itens podem espelhar novas negociações no sistema didático, uma vez que se configuram como situações novas, ou seja, nas situações que não foram anteriormente trabalhadas, isto é na que exploração da determinação da Lei de Formação da FA não era solicitada a determinação do valor numérico em determinado ponto nem a determinação da taxa de variação e do valor inicial.

As negociações a respeito dessa questão iniciam-se com o professor destacando que esta é uma situação contextualizada, 'utilizada no dia a dia' (palavras do professor), em seguida o professor faz a leitura seu enunciado. Observe que ao realizar esta leitura o professor destaca que é mencionada a presença das partes 'fixa' e 'variável': *"É... ele disse que tem um custo fixo de... R\$ 8,00 e tem um custo variável de R\$ 0,5 por peça, ok?"*. Esta atitude do professor pode ter ocorrido em função do entendimento do que os termos "parte fixa" e "parte variável" são fundamentais para a compreensão do problema, ao mesmo tempo essa menção constitui-se como uma espécie de dica, um esforço para que o aluno recorde-se da regra anteriormente negociada, facilitando, nesse sentido, o trabalho do mesmo, nesse contexto consideramos que essa atitude do professor configura-se como o Efeito Topázio (ECT.12).

A esse respeito pontuamos uma aproximação entre o CD e o CDP, isto é, um Efeito de Contrato inicialmente considerado como potencial (ECP.3) desdobrou-se efetivamente como um efeito de contrato no Sistema Didático (ECT.12). Nesse

sentido, pontuamos uma aproximação entre o CD e o CDP, isto é, um indício de efeito de contrato inicialmente identificado no LD desdobrou-se efetivamente como um efeito de contrato no Sistema Didático. Salientamos que a reprodução do mesmo está associada à regra de contrato presente tanto no CD como no CDP na qual a FA é considerada como sendo constituída por uma “parte fixa” e uma “parte variável”.

É perceptível a expectativa do professor em fortalecer a regra RE.8 na qual a FA é composta por uma parte ‘fixa’ e uma parte ‘variável’. Após os alunos determinarem corretamente a lei de formação da função em questão o professor adentra novamente nas negociações a respeito dos termos ‘fixo’ e ‘variável’, acreditamos que expectativa do professor em fortalecer esta regra na relação didática dá-se pelo fato dele considerá-la fundamental para o trabalho com a FA.

O fortalecimento desta regra está associado à reprodução do ECU.7. Consideramos a analogia das partes ‘fixa’ e ‘variável’ bastante pertinente para trabalhar com idéias intuitivas a respeito da FA, no entanto quando se faz uma utilização ‘abusiva’ a ponto de reduzir a definição da FA a esta analogia nos parece inadequada tendo em vista que não contempla os casos especiais da FA.

#### Quadro 32. Recorte da Transcrição da Aula 24

**P** – Vamos lá questão 4! Gente essa questão 4 ela é uma questão contextualizada, ta certo? Ou seja, ela é uma questão que... é utilizada no dia a dia em situações que podem acontecer no nosso dia a dia, ta certo? Portanto é o tipo de questão onde você pode encontrar ela em um vestibular, ta certo? No ENEM no vestibular em coisas básicas assim, ta certo? Vamos lá, questão 4 (...) vê aí, acompanhe aí a leitura. Na produção de peças, vê aí, na produção de peças uma indústria tem um custo fixo de R\$ 8,00, custo fixo de R\$ 8,00, mais um custo variável de R\$ 0,5 por unidade produzida. Sendo ‘x’ o número de unidades produzidas, aí ele diz a letra ‘a’ escreva a lei de formação da FA que fornece o custo total dessas peças. É... ele disse que tem um custo fixo de... R\$ 8,00 e tem um custo variável de R\$ 0,5 por peça, ok? Ele pede que a gente encontre a lei de formação dessa função, ou seja, ele quer  $f(x)$  em função da quantidade ‘x’ de peças produzidas, e aí?

**A<sub>6</sub>** – Fica  $0,50x + 8$

**P** – A colega aqui ta afiada, viu?  $f(x)$  vai ser igual ao que?

**A<sub>6</sub>** –  $0,5x + 8$

**P** –  $0,5x + 8$ . Porque ‘0,5x’ e porque o mais 8? Porque a colega disse que dava  $0,5x + 8$ . Ôh presta atenção, tão lembrados que na FA a gente tem duas partes? A gente tem  $f(x) = ax + b$ , esse valor de ‘b’ ele vai mudar alguma coisa do começo ao fim? Se eu escolher o valor de ‘x’ o valor de ‘b’ vai mudar? Não.

**A<sub>7</sub>** – Não!

**P** – Então ele é constante. Ou seja, constante ou...

**A<sub>7</sub>** – Fixo.

**P** - Fixo ta certo? Ou constante ou fixo. Esse valor aqui que acompanha ‘x’, o valor de ‘a’, ele vai mudar num vai não? Dependendo de que? Da quantidade de peças que eu encontrar aí, mas só que esse ‘a’ ele não muda ele sempre vai ser o que? 0,50.

Fonte: Dados da pesquisa

No que se refere ao segundo item da questão, no qual era solicitada a determinação do valor inicial e da taxa de variação, o contrato didático parece ser cumprido por ambas às partes não havendo tensão na relação didática e a reprodução de efeitos, note que o professor ler o enunciado do item e questiona os alunos sobre a resposta correta recebendo uma resposta positiva dos mesmos.

No terceiro item solicita-se que seja calculado o custo para a produção de 100 peças. Inicialmente um dos alunos equivoca-se e responde R\$ 50,00, o professor questiona a resposta do aluno e ele corrige modificando para a resposta correta. Mesmo diante da resposta correta, no caso R\$ 58,00, o professor continua questionando a resposta dos alunos o que revela sua expectativa em desequilibrar o aluno, no trecho *“O que eu gosto de vocês é a certeza que vocês tem”* o professor num tom de brincadeira parece está consciente que seus questionamentos desequilibraram os alunos. Esse contexto está relacionado a RI.1 onde quando o professor questiona a resposta dos alunos é porque ela está errada e ele deve corrigi-la.

Por outro lado, o fato do professor insistir nos questionamentos mesmo diante da resposta correta faz surgir uma ruptura de contrato (RU.2), ou seja, esta atitude do professor rompe com a expectativa do aluno que o professor só irá questionar quando a resposta tiver errada. A tensão gerada pela ruptura evidencia-se na fala da aluna *“Fica complicando a mente da pessoa.”* expressando que há certo desequilíbrio. Diante da insistência do professor em questionar as respostas os alunos começam explicitar seus cálculos na tentativa de justificar suas respostas e adentrar em um momento de renegociação (RN.2). Após essa manifestação dos alunos o professor explicita o procedimento de cálculo trazendo o equilíbrio para o Sistema Didático.

Quadro 33. Recorte da Transcrição da Aula 25

**P** - Na letra 'b' ele pede indique a taxa de variação dessa função e o valor inicial. (...) A taxa de variação e o valor inicial, quem é que é taxa de variação e quem é o valor inicial?

**Alunos falam simultaneamente a resposta correta.**

**P** - A taxa de variação é 0,5 e o valor inicial é 8. E ele quer que a gente calcule, finalmente, qual o custo de 100 peças. (...) E aí quanto dá o custo de 100 peças?

**A<sub>6</sub>** - R\$ 50,00

**P** - Dá quanto?

**A<sub>6</sub>** - 58

**P** - Deu quanto o custo de 100 peças? E aí?

**A<sub>22</sub>** - 80.

**P** - Deu quanto? Deu quanto o custo de 100 peças?

**A<sub>22</sub>** - Peraí professor...

(...)

**A<sub>14</sub>** aluno mostra o seu resultado ao professor.

**P** - 58? Sabe fazer conta mais não, é? E aí vai dá quanto (dirige-se para **A<sub>22</sub>**)?

**A<sub>22</sub>** - Dá 58.

**P** - 58? Sabe fazer contas mais não é?

**A<sub>22</sub>** - Eu fiz.

**P** - E aí? O que eu gosto de vocês é a certeza que vocês tem. Deu quanto?

**A<sub>22</sub>** - 58

**P** - Sabe fazer conta mais não, desaprendeu.

**A<sub>14</sub>** - Dá 12, professor!

**P** - Dá 12? Já melhorou um pouquinho aí. E aí? E aí, dá quanto?

**A<sub>22</sub>** - Sei lá.

**P** - O que eu gosto é a certeza da resposta.

**A<sub>22</sub>** - Fica complicando a mente da pessoa.

**A<sub>7</sub>** -  $C(100) = 0,5 \cdot 100 + 8$

**P** - Dá quanto?

**A<sub>7</sub>** -  $C(100) = 0,5 \cdot 100 + 8$

**A<sub>13</sub>** - 58, professor!

**A<sub>7</sub>** = Vai dá  $C(100) = 50 + 8$  e  $C(100) = 58$

**P** - Tem certeza que dá 58?

**Risos**

**P** - E aí dá 58, né? Vê aí, na realidade o que ele ta querendo calcular é  $f(100)$ , ta certo? Ele ta querendo calcular  $f(100)$ , então  $f(100)$  ... vai ser  $0,5 \cdot 100$  mais 8. Ou seja,  $0,5 \cdot 100$  é andar a vírgula duas casas para a direita, tá bem? Isso aqui dá 50, né? Mais 8. Ok, gente? Portanto, ôh, eu tenho que responder do mesmo jeito que foi perguntado, foi perguntado qual era o custo de 100 peças, aí eu vou dizer, ôh, o custo (...)

**A<sub>22</sub>** - Eu falei 58.

Fonte: Dados da pesquisa

Conforme discutido nas linhas anteriores verificamos na análise desse exercício uma aproximação entre o CD e o CDP, a qual diz respeito à reprodução do ECT.12 a partir da presença dos termos “parte fixa” e “parte variável” no enunciado do exercício. A respeito da RU.1 surgida no trabalho no último item do exercício destacamos que esta está relacionada à uma regra de contrato mais geral que acreditamos permear o trabalho com todos os conteúdos não possuindo, nesse contexto, relação com os elementos do LD.

Por outro lado não verificamos os desdobramentos da RUP.4 na discussão desse exercício, configurando-se como um distanciamento entre o CD e o CDP.

Avaliamos que essa não eminência do indício de ruptura esteja relacionada à não instauração da RIP.1 no sistema didático, tendo em vista que ao trabalhar com uma situação que a romperia o contrato didático permaneceu intacto, sem haver tensões.

No quadro a seguir apresentamos uma síntese dos elementos de contrato identificados nesse recorte da análise.

Quadro 34. Elementos de CD identificados na abordagem dos exercícios sobre a Lei de Formação da FA

| Código              | Descrição                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Regras Implícitas   |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| RI.7                | Quando forem trabalhadas questões que trazem elementos diferentes o professor indicará que esta trás um elemento diferencial.                                                                                                                                         |
| Rupturas            |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| RU.2                | Ruptura relativa à regra RI.2 ocorrida do segundo exercício relacionado à Lei de Formação da FA.                                                                                                                                                                      |
| Renegociações       |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| RN.2                | Renegociação relativa à RU.2                                                                                                                                                                                                                                          |
| Reorganizações      |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| RO.3                | Ao perceber que a situação proposta pelo exercício pode gerar alguma tensão na relação didática João antecipa o 'alerta' para indicar que há algo de novo a ser trabalhado para que se efetue ajustes no jogo didático e dessa maneira evite-se uma possível ruptura. |
| Efeitos de Contrato |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| ECT.9               | A ânsia do professor para que os alunos percebam que é necessário e possível determinar o valor de 'b', ele indica o caminho a ser percorrido para se encontrar a resposta no primeiro exercício referente à Lei de Formação.                                         |
| ECT.10              | Esforço do professor para que os alunos relembrem da RE.10 no primeiro exercícios referente à Lei de Formação.                                                                                                                                                        |
| ECT.11              | Buscar centrar a atenção do aluno, e assim fornecer dicas acerca da resposta correta, no primeiro exercício referente à Lei de Formação.                                                                                                                              |
| ECT.12              | Frizar a presença dos termos "parte fixa" e "parte variável" no enunciado do 2º exercício referente à Lei de Formação da FA.                                                                                                                                          |

Dados: Fonte da pesquisa

#### 4.3.2.2 Gráfico da FA

Neste tópico analisaremos o recorte da aula relacionados ao gráfico da FA. Apresentaremos a seguir a análise desse conceito.

##### 4.3.2.2.1 Exploração do conceito de gráfico da FA

Antes de iniciarmos a discussão das aulas onde gráfico da FA é explorado ressaltamos que foram identificados na análise das aulas relativas à Lei de Formação da FA alguns elementos contratuais relacionados à representação gráfica de tal função. Conforme expresso no recorte a seguir João inicia a aula mencionado que em aulas anteriores foram explorados diversos tipos de gráficos e agora será o momento onde se aprofundará o estudo do gráfico da FA. Na sequência discute-se o

primeiro exemplo relacionado à construção do gráfico proposto pelo Livro didático (expresso na figura 20), é negociado explicitamente que para tal construção é necessário determinar dois pontos da função e para isso atribui-se quaisquer dois valores à variável  $x$  e calcular o valor da função associados a esses pontos, o trecho a seguir corresponde ao que foi discutido: *“O livro dá para vocês aí a escolha, de você escolher qualquer valor que você queira colocar para poder encontrar dois pontos dessa função, como o gráfico é uma linha reta a gente vai simplesmente escolher qualquer valor que você quiser para ‘x’, substituir nessa função aqui o valor de ‘x’ e encontrar qual é o número que tá associado com esse valor de ‘x’, ou seja, qual o valor da função que tá associado com esse ponto.”* A situação anteriormente espelha uma regra explícita (RE.11), onde para se determinar o gráfico da FA é necessário determinar dois pontos dessa função atribuindo valores à variável  $x$ .

Verificamos uma aproximação entre o CD e o CDP por meio das regras RE.11 e REP.4. Destacamos que REP.4 não trás explicitamente a menção de que para a determinação dos pontos da função é necessário atribuir valores à variável  $x$  assim como na RE.11, no entanto acreditamos que a ideia de atribuição de valores à variável  $x$  encontra-se implícita em REP.4, por tal regra tratar da determinação de pontos da FA, ou seja, obtenção das coordenadas da variável  $x$  e da variável  $y$

Note que no trecho a seguir é mencionado que serão trabalhados além dos procedimentos com os valores postos no livro didático, outros procedimentos com “valores mais importantes” daqueles que o livro propõe: *“Eu vou fazer duas coisas, eu vou chamar atenção para pegar os valores que o livro deu para vocês e vou colocar outros valores aqui que sejam mais importantes, talvez, do que o que o livro tá sugerindo, tá certo?”*. Entendemos que essa menção trás implícita sua expectativa em trabalhar com procedimentos diferentes daqueles propostos no livro didático.

A partir da análise do trecho discutido anteriormente refletimos que surge uma relação entre a abordagem do Livro Didático e a prática do professor. Observe que existe a expectativa, nas negociações do professor, de negociar um procedimento de construção do gráfico que diverge daquele posto no livro didático, no entanto apesar de haver essa expectativa demonstra-se a necessidade de, ainda assim, negociar os procedimentos presentes nesse recurso didático. Acreditamos que a essa situação subjaz uma regra implícita, que regula a relação entre livro didático e prática do professor na sala de aula estudada, onde a prática do professor deve

seguir os procedimentos presentes no livro didático. Temos esse entendimento pelo fato de na situação discutida onde ocorreu a “ruptura”<sup>20</sup> dessa regra, isto é, onde o professor tem a expectativa de negociar procedimentos diferentes daqueles do livro didático, teve-se a necessidade de negociar as regras presentes no livro didático, interpretamos essa atitude como uma tentativa do professor de estabilizar o contrato didático e evitar uma real ruptura.

Quadro 35. Recorte da Transcrição 26

**P** - Esse tópico que a gente vai trabalhar com ele aqui agora nós já trabalhamos na primeira unidade agora não trabalhamos especificamente com a função afim. Nós trabalhamos a construção de vários tipos de gráficos diferentes, tão lembrados que a gente viu equação do 2º grau, viu do 1º grau, tá certo? Esse que a gente vai trabalhar aqui agora ele vai ser especificamente da função do 1º grau que é a função afim, tá certo? É... Tem alguns pontos no gráfico que a gente vai trabalhar com eles nesse gráfico, ok? É... O livro dá para vocês aí a escolha, de você escolher qualquer valor que você queira colocar para poder encontrar dois pontos dessa função, como o gráfico é uma linha reta a gente vai simplesmente escolher qualquer valor que você quiser para 'x', substituir nessa função aqui o valor de 'x' e encontrar qual é o número que tá associado com esse valor de 'x', ou seja, qual o valor da função que tá associado com esse ponto... Eu vou fazer duas coisas, eu vou chamar atenção para pegar os valores que o livro deu para vocês e vou colocar outros valores aqui que sejam mais importantes, talvez, do que o que o livro tá sugerindo, tá certo?

Fonte: Dados da Pesquisa

Após essa discussão inicial João traça o gráfico referente ao primeiro exemplo sobre gráfico no livro didático. Na sequência das negociações discutem-se algumas das características do gráfico da FA, é possível observar no recorte a seguir negociações acerca do ponto de intersecção do gráfico com o eixo Oy. No trecho “*Esse ponto do 'b' sempre vai ser o ponto onde o gráfico vai tocar o eixo y.*” há a negociação explícita de uma regra contratual (RE.12), na qual o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y vai ser sempre o ponto referente ao valor do coeficiente 'b'. A respeito dessa conjuntura verificamos uma aproximação entre o CD e o CDP visto que ao discutir as relações entre os coeficientes e o gráfico da FA é atendida a EXP.2 identificada no livro didático, a qual corresponde à exploração da influência de tais conceitos na representação gráfica da FA.

Na sequência da aula João questiona os alunos sobre como é chamado o coeficiente 'b' da FA. No trecho a seguir é possível identificar a eminência de uma ruptura (RU.3) : “*Tão lembrados como é que ele é chamado aqui? Esse aqui é taxa de variação e esse aqui tem outro nomezinho, é o que? É o valor o que? AIs – Fixo, P – Fixo não! Valor i-n-i-c-i-a-l, ok?, A22 – É o mínimo?, P - Valor inicial mínimo não,*

<sup>20</sup> Utilizamos o termo ruptura entre aspas pelo fato de embora a atitude do professor levasse uma ruptura da regra citada as ações didáticas tecidas pelo mesmo não levaram a uma ruptura efetivamente.

porque esses valores todos são menores que ele, dá função, é o valor inicial,  $A_{22}$  – Então peraí, peraí, peraí... Ele é só o inicial e só? **P** – Ele é o valor inicial e qual a característica disso aí dele? Porque o 'x' é igual a quanto? Zero. A característica do valor inicial é quando 'x' é igual a zero.”. Como resposta ao questionamento o aluno responde que o coeficiente 'b' da FA compreende o valor fixo, diante dessa resposta o professor prontamente a corrige dizendo que tal coeficiente corresponde ao valor inicial.

A RU.3 evidencia-se na fala do aluno, na qual diante da resposta do professor que trata o coeficiente 'b' como valor inicial sugere-se que tal coeficiente compreende o valor mínimo da FA obtendo, mais uma vez, uma resposta negativa do professor. Em um contexto de desapontamento o aluno questiona “Então peraí, peraí, peraí... Ele é só o inicial e só?”, nesse momento o professor adentra em um momento de renegociação de novas regras contratuais (RN.3). É negociado que o valor inicial compreende o valor da função correspondente quando a variável x assume o valor zero. Refletimos que esta ruptura se dá pelo fato de inicialmente o coeficiente 'b' ser negociado como o valor fixo da FA compreendendo o valor mínimo que tal função pode assumir (tais negociações ficam evidentes, sobretudo, na discussão das situações relativas ao tópico situações iniciais), logo ao tal coeficiente ser tratado como valor inicial promoveu rupturas das regras contratuais instauradas a partir dessas negociações.

Quadro 36. Recorte da transcrição 27

**P**- Chamar atenção para alguns detalhes aí nesse gráfico e aí de onde vem a necessidade da precisão que eu to falando tanto, tá certo? Ele tocou aqui oh, nesse pontozinho aqui oh, que tá só demarcado eu não coloquei numeração (refere-se ao ponto em que o gráfico intercepta o eixo 'y'), mas tinha uma marcaçãozinha da unidade 1. Que valor é esse aqui que tá aparecendo aqui e o que é que tem haver com esse função aqui? (...) Esse 1 que aparece aí no gráfico foi... apareceu tocando o eixo 'y' e aquele valor que aparece ali de 'b', dá uma olhadinha! Ôh, esse valor e esse valor (aponta respectivamente para o 'b' da função e o ponto onde o gráfico tá interceptando o 'y') eles tem tudo haver. Esse ponto do 'b' sempre vai ser o ponto onde o gráfico vai tocar o eixo 'y'. Tão lembrados como é que ele é chamado aqui? Esse aqui é taxa de variação e esse aqui tem outro nomezinho, é o que? É o valor o que?

**Als** – Fixo

**P** – Fixo não! Valor i-n-i-c-i-a-l, ok?

**A<sub>22</sub>** – É o mínimo?

**P** - Valor inicial mínimo não, porque esses valores todos são menores que ele, dá função, é o valor inicial.

**A<sub>22</sub>** – Então peraí, peraí, peraí... Ele é só o inicial e só?

**P** – Ele é o valor inicial e qual a característica disso aí dele? Porque o 'x' é igual a quanto? Zero. A característica do valor inicial é quando 'x' é igual a zero.

Fonte: Dados da Pesquisa

Conforme é possível observar no recorte abaixo um dos alunos apresenta dúvidas a respeito dos valores que são atribuídos à variável  $x$ . No trecho seguinte: “**A**<sub>20</sub> – A gente pode escolher?, **P** – Pode botar qualquer valor. Eu to colocando isso aqui..., **A**<sub>20</sub> – Tem que ser negativo, é?, **P** – Pode ser qualquer valor” João menciona que podem ser atribuídos quaisquer valores à variável  $x$ , na sequência ele explicita que atribuição específica dos valores trabalhados no exemplo deu-se pelo fato de serem os valores sugeridos pelo livro, note que no trecho “Mas eu vou mostrar a vocês que não deveria, eu pelo menos se eu fosse escolher eu não escolheria esses dois valores.” é perceptível sua expectativa em negociar valores diferentes daqueles propostos pelo Livro Didático.

É negociado que embora se possa atribuir quaisquer valores à variável  $x$  não deve-se considerar valores muito altos dada a dificuldade de representação dos mesmos, entendemos que a dificuldade a qual o professor remete-se diz respeito à plotação desses valores no gráfico, tendo em vista que tal plotação pode requerer escalas mais sofisticadas tornando a construção mais laboriosa, o trecho a seguir corresponde à situação discutida: “Você pode colocar qualquer valor que ele vai fazer parte, agora não adianta querer colocar um valor muito grande por que eu não vou conseguir representar ele aqui. Eu posso colocar ‘ $x$ ’ igual a 100? Posso. Mas para ‘ $x$ ’ igual a 100 vai dá 201 o valor de ‘ $y$ ’ esse valor aqui, oh, tem que dá 201 vai chegar lá perto do telhado. Não tem como representar um número desse, então não adianta querer usar um número grande que não vai funcionar, não vai conseguir resolver nada, tá certo?”

Quadro 37. Recorte da Transcrição 28

**A<sub>20</sub>** – O que eu não entendi muito foi nessa parte aí desse quadradinho aí (professor aponta para o quadro), ali nego eu não entendi isso aí não. (A dúvida da aluna refere-se à tabelinha que se é montada para ‘montar’ os pontos)

**P** – Os valores que eu associei, eu não to dizendo que ‘x’, oh, é -2 eu to trocando nessa função aqui o valor de ‘x’ por -2.

**A<sub>20</sub>** – A gente pode escolher?

**P** – Pode botar qualquer valor. Eu to colocando isso aqui...

**A<sub>20</sub>** – Tem que ser negativo, é?

**P** – Pode ser qualquer valor, eu to colocando isso aqui é justamente o que eu queria chamar atenção, o livro me sugeriu esses dois valores eu to fazendo de acordo com o livro. Mas eu vou mostrar a vocês que não deveria, eu pelo menos se eu fosse escolher eu não escolheria esses dois valores.

**A<sub>20</sub>** – E na prova? O senhor vai querer o dois?

**P** – Você vai ficar livre para escolher o valor que você quiser.

**A<sub>20</sub>** – Aí o senhor colocou o valor dele por 1 e depois...

**P** – Você pode colocar qualquer valor que ele vai fazer parte, agora não adianta querer colocar um valor muito grande por que eu não vou conseguir representar ele aqui. Eu posso colocar ‘x’ igual a 100? Posso. Mas para ‘x’ igual a 100 vai dá 201 o valor de ‘y’ esse valor aqui, oh, tem que dá 201 vai chegar lá perto do telhado. Não tem como representar um número desse, então não adianta querer usar um número grande que não vai funcionar, não vai conseguir resolver nada, tá certo? E aí o que é que eu aconselho vocês a fazerem, normalmente um dos valores que eu vou usar para ‘x’ é o valor inicial, ou seja, ‘x’ igual a zero ou outro valor que eu vou usar, eu vou usar o 1 ou o -1... O 2 ou o -2, valores muito pequenos que possam ser possível você encontrar ele, a solução, tá certo? O objetivo é o que? Encontrar dois pontos dessa função. Encontrou dois pontos dessa função tá resolvido o problema, ok? Aí, oh, chamar atenção para esse detalhe que esse ponto 1 aqui oh, tem tudo haver com isso aqui oh (circula o 1 na lei de formação da função), ok? Ora, se esse ponto tem tudo haver com o gráfico eu posso considerar que o gráfico e a própria função já me dá um ponto, ou não é? Esse ponto aqui a própria função já tá me dando ele, que ponto é esse? (0, 1) Nesse ponto aqui o ‘x’ não é igual a zero (aponta para o ponto onde o gráfico intercepta do eixo ‘y’? O ‘y’ vale quanto? 1. Esse ponto, gente, que corta... Que a Função Afim ela corta o eixo dos ‘y’ é o ponto (0, b), qualquer que seja o valor de ‘b’ é (0, b). Sempre, sempre, sempre a gente vai ter uma situação desse tipo. Esse ponto que corta o eixo ‘y’ vai ser sempre o ponto (0, b), ok? Então se para eu construir um gráfico eu preciso de dois pontos, o gráfico, a função tá me dando um deles já, eu preciso apenas calcular mais um, ok? Então nesse caso aqui o que é que eu sugeriria que você fizesse em uma situação dessa, um gráfico, para encontrar os pontos aí? Um deles seria colocar ‘x’ igual a 0, ou simplesmente calcular  $f(0)$ , mas ora eu preciso calcular  $f(0)$ ? Não! Porque eu não preciso? É só olhar o valor de ‘b’

Fonte: Dados da Pesquisa

Após a discussão sobre os valores que devem ser atribuídos à variável  $x$  o professor “aconselha” os alunos à atribuírem valores específicos a tal variável: “*E aí o que é que eu aconselho vocês a fazerem, normalmente um dos valores que eu vou usar para ‘x’ é o valor inicial, ou seja, ‘x’ igual a zero ou outro valor que eu vou usar, eu vou usar o 1 ou o -1... O 2 ou o -2, valores muito pequenos que possam ser possível você encontrar ele, a solução, tá certo?*”. Negocia-se que os valores que devem ser atribuídos à  $x$  são 0, resultando no ponto correspondente ao valor inicial da FA, e outro valor entre -2, -1, 1 e 2, nessa conjuntura acreditamos surgir uma regra explícita (RE.13) a qual pode ser enunciada da seguinte maneira: para traçar o gráfico da FA os valores atribuídos à variável  $x$  devem ser 0 e outro valor entre -2, -

1, 1 e 2, percebemos nessa regra uma constância em tais valores ou seja de -2 a 2, sendo necessário a consideração do 0 como um dos valores, determinando a intersecção do gráfico com o eixo Oy.

Na sequência das negociações João retoma as discussões a respeito da relação existente entre o coeficiente 'b' e o ponto de intersecção do gráfico com o eixo Oy, é negociado que a própria função "dá" o ponto (0, b), isto é, quando a variável x assume o valor 0 a função assume o valor do coeficiente 'b', determinando nesse contexto o ponto de intersecção com o eixo Oy, apresentamos a seguir o trecho correspondente à situação discutida: *"Ora, se esse ponto tem tudo haver com o gráfico eu posso considerar que o gráfico e a própria função já me dá um ponto, ou não é? Esse ponto aqui a própria função já tá me dando ele, que ponto é esse? (0, 1) Nesse ponto aqui o 'x' não é igual a zero (aponta para o ponto onde o gráfico intercepta do eixo 'y'? O 'y' vale quanto? 1. Esse ponto, gente, que corta... Que a Função Afim ela corta o eixo dos 'y' é o ponto (0, b), qualquer que seja o valor de 'b' é (0, b)."* A partir desse contexto acreditamos surgir uma regra explícita (RE.14), na qual a própria função (entendemos como a Lei de Formação da FA) fornece um ponto do seu gráfico, o ponto (0, b).

Ao explorar negociações sobre o ponto de intersecção do gráfico com o eixo Oy, na discussão desse primeiro exemplo, verificamos uma aproximação entre o CD e o CDP, tendo em vista que ao analisarmos tal exemplo sob a ótica do CDP pontuamos que seus elementos poderiam espelhar negociações a respeito da intersecção do gráfico com o eixo Oy..

A respeito da regra RE.13 identificamos uma aproximação com as regras de contrato potenciais RIP.5 e RIP.6, as quais propõem, respectivamente, que na construção do gráfico da FA deve-se atribuir valores à variável x entre -2 e 2 e que sempre deve haver em tal gráfico a demarcação do ponto de intersecção com o eixo Oy. Nesse contexto, verificamos uma aproximação entre RE.13 e RIP.5 no que se refere ao intervalo de atribuição de valores à variável x. A regra RE.13 também propõe que sempre deve haver a atribuição do valor 0 à variável x, logo, de maneira implícita essa regra institui que sempre deve haver a marcação no gráfico da FA do ponto de intersecção com o eixo Oy, nessa conjuntura identificamos uma aproximação de tal regra com RIP.6. Destacamos que a natureza de RE.13 é diferente da das regras RIP.5 e RIP.6, tendo em vista que estas são postas no livro

didático de maneira implícita, isto é, são constituídas por meio das regularidades identificadas ao longo da abordagem do saber, enquanto que a primeira regra é negociada de maneira explícita no sistema didático.

Na discussão desse primeiro exemplo observamos a eminência de alguns elementos contratuais: RE.11, RE.12, RE.13, RE.14, RU.3 e RN.3. Verificamos uma aproximação entre o CD e o CDP no que se refere às regras RE.11 e REP.4 e entre as regras RE.13, RIP.5 e RE.6, a respeito dessa última aproximação discutimos que tais regras possuem naturezas distintas, isto é, RIP.5 e RIP.6 possuem um caráter implícito no CDP enquanto a RE.12 é negociada, no sistema didático, de maneira explícita. Observamos, também, a existência de uma regra que regula a relação entre livro didático e prática do professor, na qual a prática do professor deve seguir os procedimentos postos no livro didático, temos esse entendimento pelo fato de em um contexto onde essa regra poderia ter rompida, isto é, situação em que o professor não utiliza os procedimentos postos no livro didático, o mesmo tenta estabilizar o sistema didático discutindo os métodos propostos pelo livro didático como um método alternativo àquele negociado.

O professor inicia a discussão do 2º exemplo proposto no livro didático a respeito do gráfico da FA (expresso na figura 21) negociando que nesse exemplo não serão seguidos os procedimentos propostos no livro didático e serão pedidas algumas sugestões aos alunos. Nesse momento, João questiona os alunos sobre o valor do coeficiente 'a' da FA em questão, o qual corresponde a -3 observe que no trecho a seguir são tecidas negociações a respeito de quais implicações o sinal desse coeficiente trará para o gráfico da FA: "**P** - 3, pelo fato dele ser negativo o que é que vai acontecer com o gráfico dessa função? **A<sub>13</sub>** – Ele vai ficar crescente **P** – Ele vai ficar o que? **A<sub>13</sub>** – Ele vai ficar crescente **P** – Decrescente né? Crescente seria quando o 'a' é positivo oh (aponta para o gráfico da função construído no exemplo anterior), ok? Ela é decrescente o gráfico dessa função.". Diante da resposta errônea do aluno para o questionamento sobre qual o comportamento do gráfico o professor o professor explicita regra em que o gráfico será crescente quando o coeficiente 'a' for positivo, ressaltamos que nessa situação fica implícita a ideia de que quando o coeficiente 'a' for negativo o gráfico da FA será decrescente.

Pontuamos, na análise do CDP, que o exemplo discutido na situação anterior poderia espelhar negociações no sistema didático a respeito de crescimento e

decréscimento do sistema didático, nesse sentido identificamos uma aproximação entre o CD e o CDP, tendo em vista que o professor busca tecer tais negociações na exploração do exemplo. Essa discussão também atende de maneira parcial à EXP.4 identificada no CDP, a qual se refere à discussão de crescimento e decréscimento da função. Consideramos que o atendimento dessa expectativa deu-se de maneira parcial pelo fato do professor não contemplar todos os conceitos que a mesma engloba, ou seja, não foi utilizada a linguagem matemática para expressar os aspectos relacionados ao crescimento e decréscimento, o que é uma das noções que a EXP.4 engloba.

Quadro 38. Recorte da transcrição 29

**P** - Vamos ver o que é que diz na letra 'b' no exemplo 2. (...)  $-3x + 2$  (...) Eu não vou, eu não seguir o do livro, o exemplo do livro tá certo? Eu vou pedir sugestões a vocês, primeiro eu quero observar o detalhe aí de 'a' tá certo? O valor de 'a' é o que?  
**A<sub>22</sub>** - - 3  
**P** - -3, pelo fato dele ser negativo o que é que vai acontecer com o gráfico dessa função?  
**A<sub>13</sub>** - Ele vai ficar crescente  
**P** - Ele vai ficar o que?  
**A<sub>13</sub>** - Ele vai ficar crescente  
**P** - Decrescente né? Crescente seria quando o 'a' é positivo oh (aponta para o gráfico da função construído no exemplo anterior), ok? Ela é decrescente o gráfico dessa função.

Fonte: Dados da Pesquisa

João inicia a discussão do terceiro exemplo mencionando que será discutido um caso especial da FA, a Função Linear. Negocia-se explicitamente que a Função Linear compreende um caso da FA onde o valor do coeficiente 'b' é igual a zero, a seguir apresentaremos o trecho correspondente a essa negociação: *"Isso aqui é um caso especial da Função Afim, e além de receber esse nome de Função Afim ela também recebe o nome de Função linear, tá certo? O que é que tem essa aí diferente das outras que a gente viu até agora?, A<sub>22</sub> - Essa aí não tem 'b', P - Não tem 'b', né? Ou se ele não tem 'b' é porque ele é igual a..., A<sub>22</sub> - 0"*.

Na sequência da aula é negociado que o gráfico da Função Linear passa pela origem dos eixos cartesianos, ou seja, pelo ponto (0,0), como justificativa para essa situação é retomada a regra RE.12, na qual o gráfico da FA intercepta o eixo Oy no ponto (0, b), como no caso da Função Linear o valor do coeficiente 'b' é zero o ponto de intersecção com o eixo Oy (e consequentemente com o eixo Ox) é a origem dos eixos cartesianos. O trecho a seguir corresponde à situação discutida: *"Essa função aqui o gráfico dela, a característica dela é que ela vai passar pela origem dos eixos. Porque vai passar pela origem dos eixos? Porque, tão lembrados que eu falei desse*

ponto aqui  $(0, b)$  (aponta para a intersecção do gráfico com o eixo 'y')?  $(0, b)$ , mas ali o 'b' é quanto? É 0, então é  $(0, 0)$ .”.

No trecho: “Portanto quando não aparecer o valor de 'b' a gente sabe que ele passa pela origem dos eixos, o encontro dos eixos 'x' e 'y', ok?”, observamos a eminência de uma regra explícita (RE.15), onde na FA onde o coeficiente 'b' não “aparecer” o gráfico dessa função passará pelo ponto  $(0,0)$ .

Observamos que as negociações tecidas nesse momento compreendem a discussão de algumas das características da Lei de Formação e do Gráfico da Função Linear. Destacamos que na análise dos elementos constitutivos desse exemplo pontuamos que estes mesmo poderiam espelhar, no sistema didático, negociações a respeito das propriedades da Função Linear, nesse sentido verificamos uma confluência entre aquilo que é posto no CDP e a instauração do CD, verificando, nesse sentido, uma aproximação entre esses contratos.

Quadro 39. Recorte da Transcrição 30

**P** – Tem um caso aqui um pouquinho... Um caso especial aí, um exemplo especial da função, tá?  $f(x) = 3x$ , tá? Isso aqui é um caso especial da Função Afim, e além de receber esse nome de Função Afim ela também recebe o nome de Função linear, tá certo? O que é que tem essa aí diferente das outras que a gente viu até agora?  
**A<sub>22</sub>** – Essa aí não tem 'b'.  
**P** – Não tem 'b', né? Ou se ele não tem 'b' é porque ele e igual a...  
**A<sub>22</sub>** – 0  
**P** – 0, ok? Então nesse caso aqui a gente tem um caso específico da função Afim que é a Função Linear, tá certo? Essa função aqui o gráfico dela, a característica dela é que ela vai passar pela origem dos eixos. Porque vai passar pela origem dos eixos? Porque, tão lembrados que eu falei desse ponto aqui  $(0, b)$  (aponta para a intersecção do gráfico com o eixo 'y')?  $(0, b)$ , mas ali o 'b' é quanto? É 0, então é  $(0, 0)$ . Portanto quando não aparecer o valor de 'b' a gente sabe que ele passa pela origem dos eixos, o encontro dos eixos 'x' e 'y', ok?

Fonte: Dados da Pesquisa

No quadro a seguir apresentamos as negociações a respeito do 5º exemplo sobre gráfico no Livro Didático<sup>21</sup>, o qual se refere à Função Constante. O professor inicia as negociações destacando que será discutido o último caso da FA, nessas negociações identificamos indícios da RI.7, na qual quando são trabalhadas situações que trazem elementos diferentes daqueles propostos, até então, no sistema didático o professor irá emitir um “alerta” para os alunos. Perceba no trecho: “oh, uma bronca aí boa para vocês aí, oh uma bronca boa para vocês aí  $f(x) = 2$ , e aí?” que é mencionado que esse exemplo apresenta uma “bronca boa” para os alunos. Entendemos, a partir da análise dessa situação, que o professor percebe

<sup>21</sup> O quarto exemplo do livro didático a respeito do gráfico da FA não foi trabalhado pelo professor.

que o trabalho com esse exemplo trás novos elementos que podem configurar-se como obstáculos para a compreensão nos alunos.

Na sequencia das negociações percebemos a eminência de uma ruptura (RU.4), ao serem questionados sobre a função em questão os alunos apresentam-se desapontados no que se refere ao valor que essa função pode assumir, esse desapontamento evidencia-se no conjunto de respostas errôneas dos alunos para os questionamentos do professor, o trecho a seguir corresponde à situação discutida: *“P - aí  $f(x) = 2$ , e aí?, A<sub>2</sub> -  $f(2) = 0$ . Não peraí... Hã?, P -  $f(x) = 2$ , o que é que vai acontecer com essa função aí?, A<sub>23</sub> -  $f(x) = 0$ , P - Oi?, A<sub>23</sub> -  $f(x) = 0$ , A<sub>22</sub> - Errou...”*.

Diante do contexto da ruptura o professor continua com os questionamentos a respeito dos valores que a função pode assumir, o contrato didático começa a estabilizar-se no momento em que os alunos mencionam que a função assumira valor 2 para alguns valores de  $x$ , note, no trecho a seguir, que um dos alunos como justificativa essas respostas cita que nessa função o “ $x$  é igual a 0”: *“A<sub>22</sub> - Porque ali naquela primeira ali o ‘ $x$ ’ é igual a 0, certo?”*. Ressaltamos que uma confusão entre o valor do coeficiente angular e o valor assumido pela variável ‘ $x$ ’, observe que diante da menção do aluno que o valor do  $x$  é igual a zero o professor começa a tecer questionamentos citando que não consegue ver o  $x$ : *“Cadê o ‘ $x$ ’ que eu não to vendo aqui?”*, ao final das negociações ele explicita que o que o aluno quer dizer é que o coeficiente angular é igual a zero: *– “Ah, então você ta me dizendo que isso aqui é  $0.x + 2$ .”*

Com a expectativa de que os alunos explicitem o que ocorre com esse caso da FA em que o coeficiente ‘ $a$ ’ é igual a zero o professor questiona os alunos sobre o que está acontecendo com essa função, como resposta um dos alunos menciona que o “valor do  $x$ ” é igual a zero, nesse contexto para qualquer valor assumido por  $x$  a função sempre resultará no valor de ‘ $b$ ’, o trecho a seguir representa a situação discutida: *“P - Vai dá 2. E aí o que é que ta acontecendo com essa função, hein? A<sub>22</sub> - O ‘ $x$ ’ ele é igual a 0, então nenhum ‘ $x$ ’ (inaudível - muito barulho) é igual a 0, então só fica ‘ $b$ ’, 2 é igual a ‘ $b$ ’ então a função é igual a ‘ $b$ ’, então sempre em qualquer contexto de ‘ $x$ ’ a função vai ser 2.”*

Quadro 40. Recorte da Transcrição 31

**P** – Chamar atenção só de um último tipo que a gente não comentou sobre ele ainda, ta certo? (...) oh, uma bronca aí boa para vocês aí, oh uma bronca boa para vocês aí  $f(x) = 2$ , e aí?  
**A<sub>2</sub>** –  $f(2) = 0$ . Não peraí... Hã?  
**P** –  $f(x) = 2$ , o que é que vai acontecer com essa função aí?  
**A<sub>23</sub>** –  $f(x) = 0$   
**P** – Oi?  
**A<sub>23</sub>** –  $f(x) = 0$   
**A<sub>22</sub>** – Errou...  
**P** – E aí, crianças pantaneiras?  $f(x) = 2$ . Quando 'x' for 1 essa função vai dá quanto?  
**A<sub>23</sub>** – Doi...  
**A<sub>22</sub>** – 2, vai dá 2.  
**P** – Quando 'x' for 2, a função vai dá quanto?  
**P** – Vamos calcular?  
**A<sub>22</sub>** – Não! Quero calcular não.  
**Alunos reclamam (tom de brincadeira).**  
**P** –  $f(0)$  vai dá quanto?  
**A<sub>22</sub>** –  $f(0)$  vai dá 2.  
**P** – Vai dá quanto?  
**Alguns alunos (A<sub>22</sub>, A<sub>23</sub>, ...) gritam 2.**  
**P** –  $f(1)$  vai dá quanto?  
**A<sub>23</sub>** - 2  
**A<sub>22</sub>** – Porque ali naquela primeira ali o 'x' é igual a 0, certo?  
**P** – Aqui? (aponta para função)  
**A<sub>22</sub>** – É o 'x' é igual a zero  
**P** - Cadê o 'x' que eu não to vendo aqui?  
**A<sub>22</sub>** – Ele é igual a zero professor...  
**P** – Cadê que eu não to vendo?  
**A<sub>22</sub>** – Mas ele é igual a 0, meu amor...  
**P** – Cadê ele que eu não to vendo? Se for 0, 0.0 vai dá 0 mais 2...  
**A<sub>23</sub>** – Sim professor, 'x' vai ser igual a 0...  
**A<sub>22</sub>** – Inaudível...  
**P** – Ah, então você ta me dizendo que isso aqui é  $0.x + 2$ ...  
**Alunos fazem barulho**  
**P** – E aí, e aí vai dá quanto isso aí?  
**A<sub>22</sub>** – Vai dá 2, vai dá 2, vai dá 2...  
**P** – Vai dá 2, né?  $f(3)$  vai dá quanto?  
**A<sub>22</sub>** – Vai dá 2.  
**P** – Vai dá 2. E aí o que é que ta acontecendo com essa função, hein?  
**A<sub>22</sub>** – O 'x' ele é igual a 0, então nenhum 'x' (**inaudível – muito barulho**) é igual a 0, então só fica 'b', 2 é igual a 'b' então a função é igual a 'b', então sempre em qualquer contexto de 'x' a função vai ser 2.

Fonte: Dados da Pesquisa

O professor dá continuidade à aula na tentativa de institucionalizar as características da Função constante. Em um primeiro momento são retomados os dois primeiros exemplos discutidos os quais corresponde, respectivamente, à uma função crescente e uma função decrescente, em seguida questiona sobre o “o que é” a função discutida. Os alunos respondem corretamente o questionamento do professor, mencionado que se trata da função constante. No trecho: “**P** – Nós falamos dessa... Nós falamos dessa função aqui oh, **A<sub>22</sub>** – Ah, é verdade.”, percebemos que as características dessa função foram discutidas em outro momento.

No trecho: “O valor dela, da função ela não vai variar do começo ao fim, porque não varia? Porque não aparece o ‘x’ aqui nessa forma. Significa dizer o que? Que não vai adiantar, porque o valor da função não vai mudar o valor de ‘x’, ok?”, é negociado explicitamente que os valores da função constante não variam pelo fato do “valor de ‘x’” não “aparecer”. Observamos nessa negociação a eminência de uma regra explícita (RE.16), na qual na função constante o “valor de ‘x’ não aparece e o valor dessa função não vai variar.

Quadro 41. Recorte da Transcrição 32

**P** – Ôh, essa função é crescente (aponta para o primeiro exemplo trabalhado), essa função é crescente (pede silêncio), essa função ela é decrescente (aponta para o segundo exemplo trabalhado), essa função ela é crescente (aponta para o terceiro exemplo trabalhado) e essa função ela é... ela é o que?

**Alguns alunos falam constante**

**P** – C-O-N-S-T-A-N-T-E

**A<sub>23</sub>** – É igual.

**P** – Nós falamos dessa... Nós falamos dessa função aqui oh.

**A<sub>22</sub>** – Ah, é verdade.

**P** – O valor dela, da função ela não vai variar do começo ao fim, porque não varia? Porque não aparece o ‘x’ aqui nessa forma. Significa dizer o que? Que não vai adiantar, porque o valor da função não vai mudar o valor de ‘x’, ok?

Fonte: Dados da Pesquisa

No recorte a seguir João negocia as características do gráfico da Função constante, é negociado explicitamente que essa Função compreende o único caso onde o gráfico é paralelo ao eixo ‘x’, como justificativa para esse fato menciona-se que tal função não depende de ‘x’ assumindo sempre o valor fixo. Essas negociações instauram uma regra contratual explícita (RE.17), na qual a função constante não depende da variável ‘x’ assumindo sempre o valor fixo e sua representação gráfica é paralela ao eixo ‘x’. A partir dessas negociações atende-se parcialmente<sup>22</sup> uma das expectativas postas no Livro Didático a EXP.3, a qual propõe que se deve verificar no trabalho com os gráficos a compreensão dos termos Reta Ascendente, Reta Descendente, Função Identidade e Função Constante, tendo em vista que se exploraram características da Função Constante a partir da análise do seu gráfico.

<sup>22</sup> Utilizamos o termo parcialmente pelo fato da expectativa englobar a compreensão de uma série de conceitos

Quadro 42. Recorte da Transcrição 33

**P** – Ôh, o gráfico dessa função aí... É a única situação onde ela é paralela ao eixo dos 'x'. Sempre o valor vai ser o mesmo igual a 2, independente do valor que eu escolher para 'x', ta certo? Porque? Porque a função aqui ela não depende de 'x', ela é sempre um valor fixo, ok? E aí nesse caso é um caso particular, também, da Função Afim que é chamado de função constante, ok?

Fonte: Dados da pesquisa

Na discussão desse exemplo foram identificados os seguintes elementos contratuais: RU.4, RE.16 e RE.17, salientamos que a eminência desses elementos não foi pontuada na análise do CDP, nesse sentido não verificamos, a partir de tais elementos, uma aproximação entre esse contrato e o CD.

Por outro lado, o CD aproxima-se do CDP pelo fato de serem instauradas, no primeiro contrato, negociações a respeito das características da Função Constante. Temos esse entendimento por na análise desse exemplo, na perspectiva do CDP, serem identificados elementos que espelhariam possíveis negociações sobre tal função, nesse sentido os elementos pontuados no CDP desdobraram-se efetivamente como elementos do CD. Apresentamos no quadro a seguir uma síntese com os elementos contratuais encontrados nesse recorte da análise.

Quadro 43. Elementos identificados na exploração do conceito de Gráfico da FA

| Código            | Descrição                                                                                                                                |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Regras Explícitas |                                                                                                                                          |
| RE.11             | Para traçar o gráfico da FA é necessário determinar dois dos seus pontos.                                                                |
| RE.12             | O ponto de intersecção do gráfico com o eixo y vai ser sempre o ponto referente ao valor do coeficiente 'b'                              |
| RE.13             | Os valores atribuídos à variável x devem ser 0 e outro valor entre -2, -1, 1 e 2                                                         |
| RE.14             | A própria função (entendemos como a Lei de Formação da FA) fornece um ponto do seu gráfico, o ponto (0, b)                               |
| RE.15             | Nas FA onde o coeficiente 'b' não "aparecer" o gráfico dessa função passará obrigatoriamente pelo ponto (0,0)                            |
| RE.16             | Na função constante o "valor de 'x' não aparece e o valor dessa função não vai variar.                                                   |
| RE.17             | A função constante não depende da variável 'x' assumindo sempre o valor fixo e sua representação gráfica é paralela ao eixo 'x'.         |
| Rupturas          |                                                                                                                                          |
| RU.3              | Ruptura referente à denominação do valor inicial no coeficiente 'b' da FA no primeiro exemplo relacionado à construção do gráfico da FA. |
| RU.4              | Ruptura referente ao trabalho com a Função Constante no 5º exemplo do Livro Didático.                                                    |
| Renegociações     |                                                                                                                                          |
| RN.3              | Renegociação referente à RU.3.                                                                                                           |

Fonte: Elaborado pela autora

Não analisamos as aulas referentes aos exercícios que abordam o gráfico da FA, por o professor utilizar exercícios que vinham de recursos didáticos diferentes do Livro Didático. Nesse sentido não possuímos parâmetros para avaliarmos as

relações entre os elementos contratuais que surgem a partir da abordagem desses exercícios e os elementos de contrato didático potencial.

#### 4.3.3 Síntese das aproximações e distanciamentos entre o CDP e o CD

Nessa seção discutiremos sobre a síntese das principais aproximações e distanciamentos identificados entre o CD e o CDP. Destacamos inicialmente que nem todos os itens do LD foram trabalhados em sala de aula, nesse sentido não podemos avaliar as relações dos elementos de contrato potencial relacionados a tais itens com os elementos de contrato didático. Na instauração do CD, no sistema didático, surgiram muitos elementos que não haviam sido identificados previamente no CDP.

Pontuamos na análise do CDP um total de: 4 regras explícitas potenciais, 7 regras implícitas potenciais, 5 indícios de efeitos de contrato e 6 indícios de rupturas. No CD identificamos: 17 regras explícitas, 7 regras implícitas, 3 rupturas, 3 renegociações, 3 reorganizações e 12 efeitos de contrato. A aproximação entre esses dois contratos compreende: 4 regras e dois efeitos de contrato.

Ressaltamos que alguns elementos contratuais (REX.1, REX.2, RIM.1, RIM.2, RIM.3, RE.1, ECT.1 e ECT.2) surgem na abordagem inicial que o professor faz da FA, a qual é realizada sem o uso do LD. Nesse contexto, entendemos que esses elementos são instaurados sem a possível influência do LD, logo não avaliamos suas relações com os elementos de CDP. A respeito das regras RE.5 e RE.6 salientamos que conforme evidenciado no discurso do professor tais regras foram instauradas em um momento anterior ao trabalho da FA, nesse sentido não possuímos argumentos para avaliarmos suas aproximações com os elementos do CDP.

Apresentaremos nos tópicos a seguir uma síntese das aproximações referentes a cada um dos elementos contratuais, isto é, expectativas, regras contratuais e efeitos de contrato.

#### 4.3.3.1 Expectativas

Dentre as quatro expectativas identificadas no CDP observamos que as expectativas que duas, EXP.1 e EXP.2, foram atendidas no sistema didático, ou seja, a FA foi definida a partir da analogia da parte fixa e da parte variável (EXP.1), são exploradas as implicações do coeficiente angular e do valor inicial no gráfico da FA (EXP.2).

As expectativas EXP.3 e EXP.4 compreendem respectivamente a: verificar no trabalho com os gráficos a compreensão dos termos Reta Ascendente, Reta Descendente, Função Identidade e Função Constante e o professor deve tecer negociações a cerca do crescimento e decrescimento de uma função e negociar, também, que essas relações devem ser expressas de maneira formal utilizando a linguagem matemática. Essas expectativas envolvem inúmeros conceitos referentes à FA, os quais não foram totalmente na sala de aula, nesse sentido consideramos que as expectativas foram atendidas de maneira parcial.

Verificamos que a EXP.3 foi atendida no que se refere aos conceitos relativos à Função Constante, as noções de reta ascendente, reta descendente e Função Identidade não foram explorados pelo professor. A EXP.4 foi atendida a partir das negociações acerca das relações de crescimento e decrescimento da FA, por outro lado não identificamos no sistema didático negociações acerca da utilização da linguagem matemática para explorar tais relações.

#### 4.3.3.2 Regras contratuais

As aproximações entre as regras contratuais correspondem a: normalmente utiliza-se a letra  $x$  para representar a variável. (RE.4 e RIP.3), a FA é constituída de coeficientes que compreendem uma parte fixa e uma parte variável (RE.8 e REP.2), para traçar o gráfico da FA é necessário determinar dois dos seus pontos a partir de atribuição de valores à variável  $x$  (RE.11 e REP.4) e para traçar o gráfico da FA os valores atribuídos à variável  $x$  variam de -2 a 2 e sempre deve haver a marcação do ponto de interseção com o eixo  $y$  e esse ponto por sua vez possui a coordenada de  $x$  igual a 0 e a coordenada de  $y$  igual a  $b$  (RE.13, RIP.5 e RIP.6).

A respeito da aproximação entre as regras RE.4 e RIP.3 destacamos que essas possuem naturezas distintas no Livro Didático e no Sistema Didático, no primeiro ela é implícita, enquanto que no sistema didático tal regra é negociada de maneira explícita.

As regras RE.8 e REP.2 possuem a natureza explícita tanto no sistema didático como no livro didático., percebemos na análise do CDP e do CD que essas regras tem um lugar privilegiado no trabalho com a FA tanto no livro didático como no sistema didático estando estritamente vinculada á reprodução do efeito Uso Abusivo da Analogia. Ressaltamos que as negociações referentes à definição da FA são tecidas no sistema didático unicamente a partir da RE.8, isto é, não há a definição formal do conceito, conforme as discussões levantadas nos tópicos anteriores essa regra cristaliza-se ao longo da abordagem do conceito constituindo-se como um núcleo duro do contrato didático.

As regras RE.11 e REP.4 possuem natureza explícita tanto no CD quanto no CDP, destacamos que RE.11 explicita que para a determinação dos pontos da FA deve-se atribuir valores á variável  $x$ , no entanto em REP.4 essa menção não aparece de maneira explícita. Entretanto acreditamos que a ideia dessa atribuição permeia de maneira implícita de tal regra potencial, pelo fato da mesma tratar da determinação de pontos de uma função.

A respeito da regra RE.13 verificamos uma aproximação com as regras potenciais RIP.5 e RIP.6, ressaltamos que tais regras possuem naturezas distintas, isto é, RE.13 é negociada explicitamente no sistema didático enquanto RIP.5 e RIP.6 são constituídas de maneira implícita no livro didático. A aproximação entre RE.13 entre RIP.5 dá-se por meio da atribuição de valores entre  $-2$  e  $2$  á variável  $x$  e a aproximação entre RE.13 e RIP.6 ocorre pela atribuição do valor  $0$  á variável  $x$ , correspondendo ao ponto de intersecção do gráfico com o eixo  $Oy$ .

Conforme a discussão tecida nessa seção duas das três regras explícitas potenciais e duas das sete regras implícitas potenciais identificadas foram observadas no sistema didático. A respeito das regras explícitas que não foram verificadas no sistema didático destacamos que estas surgem a partir de exercícios e situações específicas os quais não foram explorados em sala de aula, nesse sentido inferimos que o fato do professor não ter tecido um trabalho a respeito desses itens pode ter influenciado na não reprodução dessas regras.

Sobre as regras implícitas potenciais que não foram observadas no sistema didático enfatizamos que estas são constituídas por meio das regularidades, não mencionadas explicitamente, na abordagem de determinado saber no LD, nesse sentido acreditamos que essas regras podem ser instituídas de maneira subliminar por meio do trabalho com os itens desse material ao longo da relação didática, nesse contexto assumem um caráter implícito. Partindo da discussão tecida ao longo desse trabalho salientamos que as regras implícitas podem ser observadas por meio das relações discursivas entre professor e aluno sendo observadas de maneira mais evidente no contexto de uma ruptura.

Refletimos que embora não tenhamos observado algumas das regras implícitas potenciais no sistema didático não podemos afirmar que tais regras não façam parte do CD, tendo em vista que não foram trabalhados na sala de aula itens que provocariam a ruptura das mesmas podendo, dessa maneira, possibilitar evidências da explicitação das mesmas, caso estejam instauradas no CD. A respeito das regras RIP.1 e RIP.4 ressaltamos que foram trabalhados na sala de aula exercícios que rompiam com a vigência das mesmas, entretanto não verificamos indícios da sua explicitação a partir das rupturas, nesse contexto avaliamos que tais regras podem não estarem instauradas no CD.

Surgiram no sistema didático inúmeras regras contratuais que não haviam sido pontuados no CDP, essa conjuntura já era por nós prevista considerando que o estabelecimento do CD dá-se a partir da complexa relação instituída entre professor, aluno e saber sofrendo influências de inúmeras variáveis tais como: características do alunado, relação ao saber do professor, marcas de contratos anteriores, entre outros, ou seja, não sendo influenciado unicamente pelo livro didático.

#### 4.3.3.3 Efeitos contratuais

Verificamos no sistema didático uma aproximação entre os Efeitos Topázio o EPT. 3 e ECT.12 e entre os indícios de efeitos Uso Abusivo de Analogias EPU.3 e ECU.7. Ressaltamos que esses efeitos, tanto no livro didático como no sistema didático, possuem ligação estreita com as regras contratuais que definem a FA a partir da analogia da parte fixa e da parte variável, isto é, RE.8 e REP.4. Os efeitos Topázio surgem a partir de um trabalho com o segundo exercício sobre a Lei de

Formação a partir da presença dos termos “custo fixo” e “custo variável” os quais podem constituir-se como uma informação abundante para o aluno.

Os indícios do efeito Uso Abusivo de Analogias surgem no Livro Didático a partir da utilização da analogia da parte fixa e da parte variável para representar a FA sem as devidas diferenciações entre essa analogia e o saber científico. No sistema didático esse efeito surge a partir do tratamento da definição da FA unicamente a partir dessa analogia.

Destacamos a respeito do EPT.4 que o exercício que condiciona o surgimento desses indícios de efeitos, quinto exercício relacionado à lei de formação da FA, não foi trabalhado pelo professor, essa conjuntura justifica sua não reprodução no CD, no entanto destacamos que não temos parâmetros para avaliar se o trabalho com este exercício promoveria a reprodução do efeito. No que se refere aos indícios de efeitos de contrato EPT.1 e o EPD.5, os quais constituem-se, respectivamente, como um Topázio e um Deslize Metacognitivo, ressaltamos que embora os elementos do livro didático que promovem a possível reprodução desses efeitos tenham sido trabalhados em sala de aula, não observamos a reprodução de tais efeitos no sistema didático. O EPT.1 instaura-se por meio da primeira situação do tópico *Situações Iniciais* através da menção explícita dos termos “parte fixa” e “parte variável” os quais podem fornecer uma informação abundante para o aluno, o EPD.4 surge a partir dos dois primeiros exemplos sobre construção do gráfico da FA presentes no Livro Didático ao tratar os conceitos de retas ascendentes e descendentes, respectivamente, por meio das idéias que a reta “sobe” da esquerda para a direita e de que a reta “desce” da esquerda para a direita, sem explorar o viés científico de tais conceitos.

Além dos efeitos ECT.12 e ECU.7 foram identificamos mais 10 efeitos de contrato didático ao longo da abordagem do conceito de FA, dentre esses efeitos temos 9 efeitos Topázio e um Deslize Metacognitivo.

#### 4.3.3.4 Rupturas

Observamos que nenhum dos três indícios de rupturas identificado no CDP foi reproduzidos no CD. Ressaltamos que os elementos do livro didáticos associados aos indícios RUP.1, RUP.3 e RUP.6 não foram trabalhados no livro didático,

podendo justificar, em certa medida, a não reprodução desses elementos contratuais.

A respeito da RUP.2, a qual refere-se à ruptura da regra implícita potencial onde as situações que envolvem a determinação da lei de formação da FA são expressas por situações contextualizadas, ocasionada pelo primeiro exercício referente à lei de formação refletimos que embora tal exercício não cause uma ruptura de contrato percebemos que é gerada certa tensão na relação didática, tendo em vista que o professor vele-se de alguns “mecanismos de defesa”, tais como, reorganizações e o efeito topázio na negociação do mesmo, nesse sentido acreditamos que esse exercício pode ter desestabilizado algumas das regras vigentes.

Apresentamos a seguir um quadro com uma síntese das aproximações entre os elementos de CD e os elementos de CDP.

Quadro 44. Síntese das aproximações entre o CD e o CDP

| CD     | CDP   | Descrição                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| _____  | EXP.1 | A FA deve ser definida a partir da analogia das partes fixa e variável, no entanto deve-se atentar para o fato dessa analogia não ser suficiente para representar todos os casos da FA.                                                                                                                           |
| _____  | EXP.2 | Sejam exploradas as influências da Taxa de Variação e do Valor inicial na construção do gráfico da FA, ou seja, discuta-se que a taxa de variação está estritamente relacionada à declividade da reta que representa o gráfico e que o valor inicial determina a ordenada do ponto de interseção com o eixo $y$ . |
| RE.4   | RIP.3 | Normalmente utiliza-se a letra $x$ para representar a variável.                                                                                                                                                                                                                                                   |
| RE.8   | REP.2 | A FA é constituída de coeficientes que compreendem uma parte fixa e uma parte variável.                                                                                                                                                                                                                           |
| RE.11  | REP.4 | Para traçar o gráfico da FA é necessário determinar dois dos seus pontos a partir de atribuição de valores à variável $x$ .                                                                                                                                                                                       |
| RE.13  | RIP.5 | Para traçar o gráfico da FA os valores atribuídos à variável $x$ variam de -2 a 2.                                                                                                                                                                                                                                |
|        | RIP.6 | Sempre deve haver a marcação do ponto de interseção com o eixo $y$ e esse ponto por sua vez possui a coordenada de $x$ igual a 0 e a coordenada de $y$ igual a $b$ .                                                                                                                                              |
| ECU.7  | EPU.4 | Uso Abusivo da analogia da parte fixa e da parte variável para trabalhar os conceitos relacionados à FA.                                                                                                                                                                                                          |
| ECT.12 | EPT.3 | Frizar a presença dos termos “parte fixa” e “parte variável” no enunciado do 2º exercício referente à Lei de Formação da FA.                                                                                                                                                                                      |

Fonte: Dados da pesquisa

No que se refere à relação entre CD e CDP ressaltamos inicialmente que os itens do livro didático associados à reprodução de 31,8 % dos elementos de contrato didático potencial não foram explorados em sala de aula, esse fato justifica a não reprodução de tais elementos no sistema didático, no entanto não podemos afirmar

que a exploração itens do livro didático impliquem na reprodução dos elementos de contrato potencial associados a eles.

Sobre os demais elementos de contrato potencial 40% são reproduzidos em no CD, esses elementos constituem 13,33% do total de elementos contratuais observados. Percebemos que há, em certa medida, uma relação entre o CDP e o CD, no entanto a negociação, em sala de aula, dos elementos postos no livro didático vão “além” daquilo que é proposto no CDP, isto é, professor e alunos estabelecem suas próprias regras mediante a exploração do saber.

Entendemos que o livro didático aparece como um “organizador” das situações exploradas no sistema didático, isto é, inserindo os elementos que deverão ser trabalhados e influenciando, em certa medida, as negociações referentes à abordagem do saber, no entanto acreditamos que o contrato didático sofre mais fortes influências de outras variáveis.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### Retomando à dissertação

Nesse momento retomaremos algumas das justificativas e escolhas que permearam a construção desse trabalho. A noção de Contrato Didático foi proposta por Brousseau (1986) e compreende um conjunto de expectativas que professor e alunos possuem diante a gestão do saber na relação didática, esse conjunto de expectativas constitui-se como regras, em sua maior parte implícitas, que determinam as responsabilidades dos parceiros didáticos. Essa noção configura-se como o eixo central do nosso trabalho, ancorados nela e na discussão dos seus principais elementos definimos o Contrato Didático Potencial o qual corresponde a um possível contrato didático presente na abordagem do Livro Didático.

Consideramos que o Livro Didático é portador de escolhas a respeito de determinado saber (CARVALHO; LIMA, 2010) sendo escrito para um professor e um aluno hipotético, logo carrega consigo toda uma organização sobre como esse saber deve ser trabalhado em sala de aula, o que se desdobra em intenções de negociações e conseqüentemente em possíveis elementos de contrato didático.

Inúmeros autores discutem o papel de destaque dos livros didáticos nas salas de aulas das escolas brasileiras, considerando-o como principal representante do saber nessa realidade e principal recurso didático para o estudo dos alunos e para o planejamento do professor (LIMA, 2010; RAMOS DE ALMEIDA, 2011; LUCENA, 2013). De acordo com Carvalho e Lima (2010) o Livro didático está imerso em uma complexa rede de relações na sala de aula estando intimamente relacionado com o saber, o professor e o aluno. Partindo dessa discussão entendemos que o livro didático exerce influencia na dinâmica da sala de aula, isto é, nas relações estabelecidas entre professor e alunos na negociação do saber.

Ancorados na discussão sobre o Contrato Didático Potencial na influência do Livro Didático nas relações estabelecidas entre professor, aluno e saber, tivemos como objetivo analisar as relações estabelecidas entre o Contrato Didático Potencial e o Contrato Didático quando se tem o saber Função Afim em cena, isto é, avaliar em que medida os elementos de Contrato Didático Potencial aproximam-se e distanciam-se do estabelecimento do Contrato Didático.

A escolha pelo saber Função Afim deu-se a partir da relevância que esse saber adquire ao longo da Educação Básica, tendo em vista que possibilita a modelagem matemática de diversos fenômenos cotidianos conforme apontado por as orientações curriculares (BRASIL, 1999; PERNAMBUCO, 2009; 2012). Em contrapartida, apesar da relevância desse conceito para a formação dos alunos, pesquisadores tais como Dornelas (2007), Delgado (2010) e Postal (2009) sinalizam as fragilidades no processo de ensino e aprendizagem do mesmo. Logo, torna-se relevante analisar as variáveis que interferem nesse processo, nesse sentido julgamos relevante avaliar as possíveis influências do Livro Didático na negociação do saber.

A fim de alcançarmos nossos objetivos elegemos como sujeitos do nosso estudo um professor de matemática e seus alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio, bem como o livro didático adotado pelos mesmos. A escolha do 1º ano do Ensino Médio ocorreu pelo fato do saber Função Afim ser trabalhado com maior profundidade nessa série (BRASIL, 1999; PERNAMBUCO, 2012). A escolha desses sujeitos em específico ocorreu pela proximidade que a pesquisadora possuía com o professor.

Nossos procedimentos metodológicos foram divididos em algumas etapas: na primeira etapa realizamos a análise do Livro Didático a partir da proposição do Contrato Didático Potencial, na segunda etapa realizamos a análise das aulas do professor tomando como referência os elementos contratuais já discutidos na literatura e na terceira e última etapa analisamos as aproximações e distanciamentos entre os resultados da primeira e da segunda etapa.

Após a discussão de um panorama geral da pesquisa apresentaremos no tópico a seguir os principais resultados encontrados.

## **Principais resultados**

Apresentaremos, nesse momento, os principais resultados encontrados no nosso estudo. Ressaltamos que há muitos aspectos a serem explorados para que seja possível contemplar toda a dinamicidade das relações entre os fenômenos do Contrato Didático Potencial e do Contrato Didático. No entanto, apesar de termos

ciência dos inúmeros questionamentos e reflexões acerca do tema, acreditamos que trouxemos contribuições relevantes para o debate do mesmo.

Conforme apontado nas linhas anteriores buscamos inicialmente caracterizar o Contrato Didático Potencial presente no Livro Didático, para isso dividimos a análise em dois tópicos: Lei de formação, e Gráfico da Função Afim. Em cada um desses tópicos pontuamos a análise do Manual do Professor, em busca de expectativas e regras potenciais, a análise do texto-aula, onde observamos possíveis negociações, regras e indícios de efeitos de contrato, e a análise dos exercícios, na qual verificamos se as regras identificadas no texto-aula eram fortalecidas ou rompidas e se os elementos dos exercícios espelhavam possíveis negociações e indícios de efeitos de contrato. Foram identificados no CDP um total de 4 regras explícitas potenciais, 7 regras implícitas potenciais, 5 indícios de efeitos de contrato e 6 indícios de rupturas.

No que se refere à Lei de Formação identificamos que há no Manual do Professor a expectativa de que a FA seja negociada a partir da analogia da parte fixa e da parte variável, as quais correspondem, respectivamente, aos coeficientes da mesma (EXP.1). Em consonância com o Manual do Professor encontramos no texto-aula a menção explícita a essa regra, nesse contexto a avaliamos como uma regra explícita potencial (REP.2), destacamos que essa regra parece permear toda a abordagem do LD no que se refere ao conceito da FA.

A respeito dessa regra ressaltamos que essa pode estar intimamente relacionada com um indício de efeito de contrato o Uso Abusivo de Analogias, o EPU.2, tendo em vista que a FA é tratada por meio de uma analogia, das partes fixas e variáveis, e não são postas as suas limitações quanto ao saber, ou seja, podendo reduzir o trabalho com esse saber à analogia.

Identificamos na análise do texto-aula um total de 3 regras explícitas potenciais e 4 regras implícitas potenciais a respeito das situações que envolvem a determinação da Lei de Formação da Função Afim que são REP.1, REP.2, REP.3, RIP.1, RIP.2, RIP.3 e RIP.4.. Foi observado também, nesse recorte da análise, a eminência de um indício de efeito de contrato o EPT.1. Na análise dos exercícios identificamos 4 indícios de rupturas quanto a algumas dessas regras: RUP.1, RUP.2, RUP.3 e RUP.4. Foram identificados, também, a aparição indícios do efeito topázio o EPT.2 e o EPT.3

A respeito do gráfico da FA pontuamos três expectativas: EXP.2, EXP.3 e EXP.4. Na análise do texto-aula identificamos uma regra explícita potencial e três regras implícitas potenciais: REP.4, RIP.5, RIP.6 e RIP.7. Foi identificada ainda no texto aula a eminência de um indício de efeito de contrato, o Deslize Metacognitivo (EPD.5), e uma indício de ruptura RUP.5. Na análise dos exercícios observamos um indício de ruptura a RUP.6 (ruptura da regra RIP.7).

Para caracterização das relações contratuais presentes nas aulas dividiram a análise, assim como na análise do livro, em dois tópicos: Lei de Formação da FA e Gráfico da FA, explorando aspectos relacionados à abordagem do conceito e aos exercícios. Observamos um total de 17 regras explícitas, 7 regras implícitas, 3 rupturas, 3 renegociações, 3 reorganizações e 12 efeitos de contrato Destacamos que o Livro Didático possui um papel de destaque na sala de aula estudada tendo em vista que aparece como único recurso didático utilizado durante a abordagem do conceito da FA.

O estudo da FA é iniciado por meio do estudo das noções de Lei de Formação por meio da exploração de uma situação contextualizada, criada pelo próprio professor, onde se solicita a determinação da lei de formação de tal função. Surgem nesse momento da aula alguns elementos contratuais, sob os quais não estabelecemos relações com os elementos de contrato didático potencial, tendo em vista que não é observada a efetivação do uso do livro didático (REX.1, REX.2, RIM.1, RIM.2, RIM.3, RE.1, ECT.1 e ECT.2).

O livro didático entra em cena no sistema didático posteriormente, a partir da exploração das situações presentes no tópico *Situações Iniciais*, surgem a partir dessa exploração regras explícitas (RE.3, RE.4, RE.5, RE.6, RE.6, RE., RE.8, RE.9 e RE.10), regras implícitas (RI.4, RI.5 e RI.6), rupturas (RU.1), reorganizações (RO.2) e efeitos de contrato (ECT.3, ECT.4, ECT.5, ECT.6, ECU.7 e ECD.8). Entendemos que o trabalho com essas situações configura-se como um momento importante para o estudo, tendo em vista que estas são utilizadas para explorar inúmeros conceitos referentes à FA e que vão além daquilo que é posto no LD. Nesse momento surge a regra explícita RE.8, a qual define a FA a partir da analogia à parte fixa e à parte variável.

O professor não aborda uma definição formal da FA e todo seu trabalho a respeito desse conceito é conduzido a partir da RE.8, a essa conjuntura está

associado a reprodução do Efeito Uso Abusivo de Analogias o ECU.7. São trabalhados apenas 2 dos 6 exercícios presentes no livro didático a respeito da Lei de Formação, durante esse trabalho surgem regras implícitas (RI.7), rupturas (RU.2), reorganizações (RO.3) e efeitos de contrato (ECT.9, ECT.10, ECT.11 e ECT.12).

A abordagem dos conceitos relativos ao gráfico da FA é feita a partir de 4 dos seis exemplos propostos no livro didático, surgem a partir desses exemplos regras explícitas (RE.11, RE.12, RE.13, RE.14, RE.15, RE.16 e RE.17), rupturas (RU.3 e RU.4) e renegociações (RN.3). Na exploração das técnicas que se referem à exploração do gráfico observamos que o professor busca tecer negociações duais, isto é, negocia-se as técnicas propostas no livro didático, no entanto busca-se instaurar negociações sobre outra técnica, a qual o professor julga mais eficiente. Durante essa abordagem identificamos como elementos contratuais regras explícitas, rupturas e renegociações. Na abordagem das aulas com exercícios relacionados ao gráfico da FA o professor utilizou atividades advindas de outras fontes além do livro didático, nesse sentido não consideramos tais aulas no nosso corpo da análise.

Sobre a relação entre CD e o CDP observamos que das quatro expectativas identificadas no livro didático duas foram atendidas de maneira total e as outras duas de maneira parcial. Sobre os demais elementos identificamos os desdobramentos dos elementos de contrato potencial no sistema didático, esses elementos compreendem 4 regras contratuais: a: normalmente utiliza-se a letra  $x$  para representar a variável. (RE.4 e RIP.3), a FA é constituída de coeficientes que compreendem uma parte fixa e uma parte variável (RE.8 e REP.2), para traçar o gráfico da FA é necessário determinar dois dos seus pontos a partir de atribuição de valores à variável  $x$  (RE.11 e REP.4) e para traçar o gráfico da FA os valores atribuídos à variável  $x$  variam de -2 a 2 e sempre deve haver a marcação do ponto de interseção com o eixo  $y$  e esse ponto por sua vez possui a coordenada de  $x$  igual a 0 e a coordenada de  $y$  igual a  $b$  (RE.13, RIP.5 e RIP.6) e dois indícios de efeitos de contrato: presença dos termos 'custo fixo' e 'custo variável' que constituem-se como informações abundantes para o estudante (EPT.3) e utilização abusiva da analogia, para a representação da FA, da parte fixa e da parte variável (EPU.2).

Surgiram nas negociações do sistema didático inúmeros elementos contratuais que não haviam sido previstos na análise do CDP, este fato já era por nós previsto, tendo em vista a dinâmica e complexa realidade sob a qual o CD está imerso, nesse sentido sofre influência de diversas variáveis: características do alunado, relação ao saber do professor, marcas de contratos anteriores, entre outras.

Ressaltamos que os itens associados a 31,8% dos elementos de contrato didático potencial não foram explorados no sistema didático, essa conjuntura justifica, em certa medida, a não reprodução dos mesmos no CD. A respeito dos demais elementos de contrato potencial identificados 40 % são reproduzidos no sistema didático. Esses elementos representam apenas 13,33 % do total de elementos contratuais observados nas aulas analisadas.

Por outro lado, discutimos a respeito dos demais elementos de contrato potenciais não reproduzidos (RIP.1, RIP.4, EPT.1, RUP.2, RUP.4, ECD.3 e RUP.5), que embora os fragmentos do livro didático que espelham sua reprodução tenham sido trabalhados não verificamos seus desdobramentos no sistema didático. Essa conjuntura nos faz refletir que a utilização do livro didático não implica, necessariamente, na reprodução do contrato didático potencial presente em sua abordagem.

Respondendo ao nosso problema de pesquisa o qual corresponde a quais as relações entre o contrato didático potencial presente na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre professor e aluno quando se tem o saber Função Afim em cena em uma turma de 1º ano do ensino médio, concluímos que existe uma relação de aproximação em alguns aspectos e distanciamentos na maioria deles, tendo em vista que as negociações estabelecidas na sala de aula ultrapassam o que é proposto no CDP.

Esse resultado nos faz refletir que embora o livro didático seja um recurso didático privilegiado na sala de aula estudada, tendo em vista que aparece como único suporte para o professor na condução das aulas que constituem nosso corpo de análise o estabelecimento do CD está “além” do estabelecimento do CDP. Nesse contexto, o livro didático aparece como “organizador” das situações postas no sistema didático, isto é, fornece elementos que serão trabalhados em tal sistema,

entretanto as negociações acerca de desses elementos parecem ser mais fortemente influenciadas por outras variáveis

## **Encaminhamentos Futuros**

Discorreremos nesse momento acerca dos diversos apontamentos que surgiram a partir do nosso trabalho. Em um primeiro momento destacamos que os resultados obtidos conservam as particularidades da sala de aula estudada sofrendo influência de variáveis diversas, nesse sentido destacamos a necessidade, para a ampliação das discussões relacionadas à relação entre CD e CDP, de investigação de outras realidades, ou seja, outras salas de aula que utilizem outros livros didáticos e tenham outro saber em foco.

Dada a incipiência dos estudos relacionados ao CDP consideramos necessárias pesquisas que aprofundem a discussão do tema, sobretudo no que se refere ao aprimoramento dos elementos de contrato potencial. Julgamos relevantes para futuros trabalhos a investigação mais específica sobre as expectativas que permeiam à abordagem do saber, nesse sentido propomos que sejam exploradas, especificamente, as intenções do autor na elaboração do livro didático.

Outra questão de pesquisa que nos surge é o que acontece com a relação entre o CD e o CDP quando temos o polo do aluno modificado, nesse julgamos importantes estudos que considerem o estabelecimento dessa relação por um mesmo professor e usuário de um mesmo livro didático em diferentes salas de aula.

Acreditamos que o uso do livro didático pode ocorrer pelo fato de ser um dos únicos recursos disponível ao professor e não necessariamente pelo professor o considerar com uma abordagem pertinente do saber, logo para melhor compreensão das aproximações e distanciamentos entre o CD e o CDP sugerimos que seja investigada a relação que o professor estabelece com o livro didático (considera como um “bom” livro didático, se sua abordagem é pertinente com a realidade da sua sala de aula), entendemos que essa relação pode influenciar substancialmente na relação estabelecida entre o CD e o CDP.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. E. L. **O Contrato Didático na Passagem da Linguagem Natural para a Linguagem Algébrica e na Resolução da Equação na 7º série do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, 2009.

\_\_\_\_\_. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita**. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMEIDA, F. E. L.; BRITO LIMA, A. As negociações e efeitos de contrato didático numa sala de aula de matemática. In: **Fenômenos Didático em uma aula de introdução à álgebra: múltiplos olhares e perspectivas teóricas** / Org. Anna Paula Avelar de Brito Lima et al. – Recife: Editora UFPE, 2017.

ALMOULOU, S. AG. **Fundamentos da Didática da Matemática** / Sado Ag Almouloud.- Curitiba: Ed. UFPR. 2007

ANDRÉ, M. E. D... **Etnografia da Prática Escolar**/ Marli Eliza Dalmozo Afonso de André – Campinas, SP: Papirus, 2011.

ANDRÉ, M. E. D.A. Questões sobre os fins e sobre os métodos de pesquisa em educação. In: **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 1, n. 1, set. 2007.

ARAUJO, L.F. **Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, 2009.

BARBONI, Ayrton; PAULETTE, Walter. **Fundamentos da Matemática: Cálculo e Análise** (2007). Rio de Janeiro: LTC, 2007.

BESSA DE MENEZES, M. **Investigando o processo de transposição didática interna: o caso dos quadriláteros**. Dissertação de mestrado (Mestrado educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2004.

BESSOT, A; LHE THI HOAI, A. **Une étude du contrat didactique: a popros de La Racine carréé**. Petit x, n.36, p. 39 – 60, 1994.

BESSOT, Annie.. **Une Introduction à la théorie des situations didactiques**. Master “Mathématiques, Informatiques” de Grenoble 2003-2004. N° 91. Oct. 2003.

BORBA, Valéria Maria de Lima. **A sala de aula como espaço psíquico: articulações entre a didática, a psicanálise e a relação ao saber na proposição de uma tipologia de contrato didático**. 213f. Tese de Doutorado (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Blucher, 1996.

BRAGA, E. R.. **A compreensão dos conceitos das funções afim e quadrática no ensino fundamental com o recurso da planilha**. 2009. 208 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1999.

BRITO MENEZES, A.P.A.. **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, Recife, 2006.

BROUSSEAU, G. Fondements e méthodes de la didactique des mathématiques. In: **Recherche en Didactiques Mathématiques**, v. 7, n.2, p. 33-115, 1986.

\_\_\_\_\_. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: **Didática das Matemáticas** /Brun, J... [et al]; Direção: Jean Brun. Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996

\_\_\_\_\_. **Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas: Conteúdos e Métodos de Ensino** / Guy Brousseau; Apresentação de Benedito Antonio da Silva; Consultoria Técnica de José Carlos Miguel; [Tradução Camila Boga]. – São Paulo: Ática, 2008.

\_\_\_\_\_. Le Contrat Didactique: le milieu. Traduzido por Méricles Tadeu Moretti. **RDM**, vol. 09, n. 03, p. 309-336, 1988.

CÂMARA DOS SANTOS, M. **Le rapport au savoir de l'enseignant de Mathématique en situation didactique : une approche par l'analyse de son discours**. Tese (Doutorado) ,Université Paris-X, 1995.

CAVALCANTE, J. L. . **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na Licenciatura em Matemática**. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, Recife, 2018.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. Escolha e uso do Livro Didático. In: **Coleção Explorando o Ensino**, v. 17. Brasília, 2010.

CHIZZOTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evoluções e desafios. In: **Revista Portuguesa de Educação**. Braga, v. 16, n. 2, p. 221 – 236, 2003.

D'AMORE, B.. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, L. R.. **Matemática: Contextos e Aplicações**: Luiz Roberto Dante. 2 ed. São Paulo: Editora ática, 2014. (1º e 2º ano do Ensino Médio)

DANTE, L. R.. **Matemática: Contextos e Aplicações**: Luiz Roberto Dante. 2 ed. São Paulo: Editora ática, 2017. (1º ano do Ensino Médio)

DORNELAS, J. J. B. **Análise de uma sequência didática para a aprendizagem do conceito de função afim**. 2007. 181 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2007.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FERREIRA, R. D. **Contribuições do Geogebra para o estudo da Função Afim em um curso de Licenciatura em Matemática**. 212f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica, 2013.

FILLOUX, J. **Du contrat pédagogique**. Paris: Dunond, 1974.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2006.

GIOVANNI, J. R. et al. **Matemática: Uma nova abordagem**: José Ruy Giovanni et al. 3 ed. São Paulo: FTD, 2013. (2º ano do Ensino Médio).

GODOY, A. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. In: **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57 – 63, Mar/ Abril. 1995.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

HENRY, M. **Didactique de mathématiques: sensibilizations à La didactique em vue de La formation initiale dès enseignants de mathématiques**. Laboratoire de Mathematiques – IREM, Besançon, 1991.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze. **Matemática: ciências e aplicações**. 2ed. São Paulo: Atual, 2004.

JONNAERT, P. À Propos Du Contrat Didactique. In: **Cahiers de Recherche em Éducation**. Vol. 1, nº 2, p. 195-234. Éditions du Crp, Sherbrooke, 1994.

\_\_\_\_\_. Dévolution versus contre-dévolution. Un tandem incontournable pour le contrat didactique. In: **RAISKY**, Claude... Au-delà des didactiques, le didactique: débats autour de concepts fédérateur. Belgium: De Boeck & Larcier S.A. 1996.

JONNAERT, P.; BORHT, C.. **Criar Condições Para Aprender**: O Sócio Construtivismo na Formação de Professores/Philippe Jonnaert e Cécile Vander Borgh; Trad. Fátima Murad. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

LIMA, E. L. et al . **A matemática do Ensino Médio**. 9ª ed. V. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LIMA, Elon Lages. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LIMA, I. **De La modélisations de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de La symétrie orthogonale**. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2006.

LUCENA, A. M. de. **A metacognição no livro didático de matemática: um olhar sobre os números racionais**. Recife. 143f. Dissertação (Mestrado em ensino das ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

Ludke, M.; André, M.. **A pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

NASCIMENTO, Ross Alves do. **Modelagem matemática com simulação computacional na aprendizagem de funções**. 347f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

NÓBREGA, G. M. M. **Contrato didático na disciplina de Estatística 2 no curso de Psicologia na UFPE: especificidades e elementos que compõem o processo de ensino e aprendizagem**. Dissertação (Mestrado Psicologia cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

OLIVEIRA DE SOUZA, L. **A dinâmica do contrato didático na elaboração e aplicação de uma intervenção didática sobre Calorimetria baseada na resolução de situações-problema**. Recife. 151f. Dissertação (Mestrado em ensino das ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

OLIVEIRA, M. M de. **O contrato didático: Análise de contratos diferenciais dos professores de matemática em turmas de 7º ano do ensino fundamental**. 171f. Dissertação (Mestrado em ensino das ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2010

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. Pernambuco – UFRPE, 2015.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio – Recife, 2012.**

POSTAL, R. F. **Atividades de modelagem matemática visando a uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino**. 2009. 115 f. Dissertação (Programa de Ensino de Ciências Exatas). Centro Universitário Univates, Lajeado, 2009.

RAMOS DE ALMEIDA, J. **Problemas propostos para o Ensino de Equações Polinomiais do 1º grau com uma incógnita: um estudo exploratório nos Livros Didáticos de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental**. Recife. 115f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. **Tópicos de História da Matemática**. 1ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

ROSA DOS SANTOS, M. R. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do Ensino Fundamental: Um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de

\_\_\_\_\_. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas**. Recife. 178f. Dissertação (Mestrado em ensino das ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

ROSSINI, Renata. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. 384f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, Recife, 2006.

SADALLA, A. M.; LAROCCA, P. Autoscoopia: um procedimento de pesquisa e de formação. In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 419-433, set-dez. 2004.

SARRAZY, B.. Le contrat didactique. **Revue française de pédagogie**. n. 112, p. 85-118, 1995.

SCHONARDIE, B. **Modelagem Matemática e Introdução da Função Afim no Ensino Fundamental**. 2011. 129 f. Dissertação (Pós Graduação em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2011.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. **Le contrat didactique dans une approche psychosociale des situations didactiques**. Interactions Didactiques: le contrat didactique: diferentes approches, n. 8, 1988.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23 ed. Ver. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, B. A. **Contrato Didático / Educação Matemática uma Nova Introdução / Anna Franchi... et al; org. Silvia Dias Alcântara Machado – 3. ed. Revista. – São Paulo: EDUC, 2008.**

SILVA, T. R. F. **Investigando os efeitos de Contrato Didático em uma sala de aula de Matemática: o caso da circunferência e do círculo**. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino das Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SOUZA, C. M. P de. **Contrato Didático: Negociações, Rupturas e Renegociações a partir de uma seqüência didática sobre progressão aritmética**. Dissertação (Mestrado Psicologia cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

VALENTE, W. V. Osvaldo Sangiorgi e o movimento e o movimento da matemática moderna no Brasil. In: **Revista Diálogo Educacional**. Paraná, v. 3, n.25, p. 583 – 613, 2008.

VELLAS, E. **De Rousseau a Brousseau: o pensamento da relação contratual para a escola**. 2002. Em: <http://www.unige.ch/fapse/SSE/teaching/CD-contrats/problvellas.html> 14/06/15 09:39.