

# Universidade Federal Rural de Pernambuco Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada

Análise Teórica dos Efeitos Coerentes de Transparência e Absorção Eletromagneticamente Induzida em Átomos

Felipe Cesar Dias dos Santos

Dissertação de Mestrado Recife - PE 10 de fevereiro de 2017

# Universidade Federal Rural de Pernambuco Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Departamento de Física

#### Felipe Cesar Dias dos Santos

### Análise Teórica dos Efeitos Coerentes de Transparência e Absorção Eletromagneticamente Induzida em Átomos

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada do Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física Aplicada.

#### Orientador: Dr. Rafael Alves de Oliveira

UACSA - UFRPE

### Coorientador: Dr. Sergio Vladimir Barreiro Degiorgi UACSA - UFRPE

Recife - PE 10 de fevereiro de 2017 Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

S237a	Santos, Felipe Cesar Dias dos Análise teórica dos efeitos coerentes de transparência e absorção eletromagneticamente induzida em átomos / Felipe Cesar Dias dos Santos. – 2017. 89 f.: il.
	Orientador: Rafael Alves de Oliveira. Coorientador: Sergio Vladimir Barreiro Degiorgi. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada, Recife, BR-PE, 2017. Inclui referências.
	<ol> <li>Efeitos coerentes 2. Sistema N 3. Aprisionamento coerente de população 4. EIT 5. EIA 6. Taxa de transferência de coerência</li> <li>Ressonância estreita 8. Alargamento por potência I. Oliveira, Rafael Alves de, orient. II. Degiorgi, Sergio Vladimir Barreiro, coorient. III. Título</li> </ol>
	CDD 621

### UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

### Análise Teórica dos Efeitos Coerentes de Transparência e Absorção Eletromagneticamente Induzida em Átomos

Felipe Cesar Dias dos Santos

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física, defendida e aprovada por unanimidade em 10/02/2017 pela Comissão Examinadora.

Banca Examinadora:

Rafael Alves de Oliveira UACSA - UFRPE

Sergio Vladimir Barreiro Degiorgi UACSA - UFRPE

Anderson Luiz da Rocha e Barbosa DF - UFRPE

> Marcos César Santos Oriá DF - UFPB

Dedico esta, bem como todas as minhas demais conquistas, a Deus a todos os meus amigos e familiares.

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por seu amor e misericórdia, pois sei que sem ele nada disso seria possível. Agradeço a minha família, principalmente à minha mãe, Silvinha, ao meu pai, Carlinhos, e à minha irmã, Cristiana, por me apoiar e me incentivar no caminho que eu acabei seguindo. Agradeço a minha sobrinha, Anna, por está me ajudando a ser uma pessoa melhor. Aos meus pais, também agradeço pela estrutura e educação que me deram para que eu chegasse até aqui. Agradeço também a minha noiva, Ester, por me apoiar, me motivar e por está comigo até aqui, agradeço também a toda sua família, que agora são minha família também. E por falar em família, quero agradecer ao meu irmão do coração, Maxsuell, que sempre acreditou nessa "história", até mais que eu mesmo.

Agradeço ao meu professor orientador Rafael Alves pelo profissionalismo, pela paciência e pelo seu tempo dedicados à concretização desse trabalho, nesta mesma linha agradeço também aos professores Sérgio e Weliton que também contribuíram imensamente para realização desse trabalho. Agradeço também aos professores Marcos Oriá e Anderson Barbosa pelo tempo dedicado a leitura e avaliação do meu trabalho.

Gostaria de agradecer também a todo corpo docente do departamento de física da UFRPE, aos amigos Carlos, Geimson, Alan, Thiago, Harrison, Edson, Emerson e Ângela, que tenho desde minha graduação e tive a oportunidade de conviver também no mestrado. Ainda gostaria de agradecer aos amigos que fiz na minha turma de mestrado, Cibele, João, Israel, Ilberto e Enrique.

Por fim, gostaria de agradecer a CAPES e a UFRPE pelos recursos disponibilizados.

## Resumo

Nesta dissertação desenvolvemos um modelo teórico para estudar os efeitos coerentes da transparência eletromagneticamente induzida (EIT), que é baseada no aprisionamento coerente de população (CPT), e da absorção eletromagneticamente induzida (EIA), associada ao mecanismo da transferência espontânea de coerência dos estados excitados para os estados fundamentais, em vapor atômico. Consideramos um modelo semi-clássico, onde os átomos são tratados como um sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos (um campo forte e um fraco) em uma configuração do tipo N. Obtivemos a solução analítica e numérica realizando uma análise detalhada da largura das ressonâncias de EIA e EIT em função da potência do campo forte para diferentes taxas de transferência espontânea da coerência, associada no modelo ao parâmetro B. Nossos resultados mostram que, quanto maior o valor de B menor o alargamento por potência das ressonâncias de EIT ou de EIA. No caso extremo, B = 1, observamos apenas a ressonância de EIA livre de alargamento por potência. Por outro lado, um maior alargamento ocorre quando temos B = 0, onde apenas o efeito de EIT é observado e nosso modelo é equivalente a um sistema do tipo  $\Lambda$ . Além disso, obtivemos os mesmos resultados analisando os espectros de fluorescência, mostrando que as ressonâncias estreitas observadas têm o mesmo comportamento que o espectro de absorção do campo fraco. Outro resultado bastante interessante obtido do nosso modelo, é que para alguns valores de B e da potência do campo forte não é possível identificar qualquer efeito coerente nos espectros de absorção e de fluorescência. Desta forma, determinamos uma curva de B em função da potência do campo forte mostrando quais condições devem ser satisfeitas para observar o sinal de EIT ou de EIA. Para avaliar as soluções analíticas obtidas através de métodos perturbativos, obtivemos a solução numérica do conjunto de equações obtendo um excelente acordo entre as soluções analíticas aproximadas e as soluções numéricas exatas. Uma das aplicações dos resultados obtidos neste trabalho é permitir a criação de novas técnicas de magnetometria de alta resolução, como também a construção de novas memórias atômicas baseadas em ressonâncias do tipo EIA.

**Palavras-chaves**: Efeitos Coerentes, Sistema  $\Lambda$ , Sistema N, Aprisionamento Coerente de População, EIT, EIA, Taxa de Transferência de Coerência, Ressonância Estreita, Alargamento por Potência.

### Abstract

In this work, we did a theoretical model for studying the coherent effects of the electromagnetically induced transparency (EIT) based on the coherent population trapping (CPT) and electromagnetically induced absorption (EIA) associated with the spontaneous transference mechanism of the coherence from the excited state to the ground state in atomic vapor. We consider a semi-classical model, where the atoms are treated like a four-level system interacting with two optical fields (a strong and weak field) in the N type configuration. We present an analytic and numeric solutions, where we performed a detailed analysis of the EIA and EIT resonances widths as a function of the strong field power for different spontaneous transference rate of the coherence from the excited state to the ground state, associated in the model to parameter B. Our results show that, how larger the B value smaller the power broadening from the EIT or EIA resonance. In the extreme case B = 1, we only observe the EIA narrow resonance free from power broadening. On the other hand, the greatest power broadening occurs when we have B = 0, where we only observe the EIT effect and our model is equivalent to  $\Lambda$  type system. In addition, we have obtained the same results from the analyze of the fluorescence spectrum, showing that the observed narrow resonances have the same behavior as the absorption spectrum of the weak field. Another quite interesting results, we get from our model that it is not possible to identify any coherent effect from the absorption and fluorescence spectrum for some values of B and power of the strong field, this way we determine a curve of B as function of the power of the strong field in this conditions and we show what conditions must be satisfied to observe the EIT or EIA signal. To evaluate the analytical solutions we obtained through perturbative methods, we did numerical solution of our set of equations and we get an excellent agreement between the approximate analytical and the exact numerical solutions. One of the applications of the obtained results in this work is to enable the creation of new high-resolution magnetometry techniques and the construction of new atomic memories based in EIA resonances.

**Keywords**: Coherent effect, Electromagnetically Induced Transparency, Electromagnetically Induced Absorption, Coherent Population Trapping,  $\Lambda$  System, N System, Narrow Resonance, Power Broadening, Coherence Transfer Rate.

# Sumário

1	Introdução			1
<b>2</b>	Inte	eração	Radiação - Matéria: Sistema $\Lambda$	<b>5</b>
	2.1	Intera	ção Radiação - Matéria	5
	2.2	A Con	figuração $\Lambda$	7
	2.3	3 Aprisionamento Coerente de População - CPT		
		2.3.1	Hamiltoniano de interação	9
		2.3.2	Estado Escuro	12
	2.4	Transp	parência Eletromagneticamente Induzida - EIT	13
		2.4.1	Formalismo do Operador Densidade na Configuração $\Lambda$	14
		2.4.2	Espectro de Absorção e Dispersão	17
		2.4.3	Alargamento por Potência	23
3	Inte	eração	Radiação - Matéria: Sistema $N$	26
3.1 Interação Radiação - Matéria			ção Radiação - Matéria	27
		3.1.1	Hamiltoniano do Sistema	28
		3.1.2	Formalismo do Operador Densidade na configuração $N$	31
		3.1.3	Taxa de Transferência de Coerência - $B$	34
	3.2	Soluçõ	es Analíticas das Equações de Bloch	35
	3.3	Soluçõ	es Numéricas	41
	3.4	Apara	to Experimental	44

		3.4.1	Absorção Saturada	46
		3.4.2	Feixe de Sinal	46
		3.4.3	Feixe de Bombeio	47
4	Aná	álise do	os Resultados do Modelo Tipo $N$	49
	4.1	Anális	e das Larguras das Ressonâncias Estreitas de EIT e EIA	50
	4.2	Varian	ido a Taxa de Transferência de Coerência	54
	4.3	Popula	ação do Estado Excitado	61
	4.4	Coerêi	ncias $\sigma_{a,d}$ e $\sigma_{c,b}$ em Função $\Omega_2$	62
5	Cor	nclusõe	s e Perspectivas	65
Re	Referências Bibliográficas			73

# Lista de Figuras

2.1	Sistema tipo A: $ a\rangle$ é um estado excitado, com energia $\hbar\omega_0$ , $ b\rangle$ e $ c\rangle$ são	
	degenerados e pertencem ao nível fundamental, com energia nula. $\omega_1$ e $\omega_2$	
	são as frequências dos campos que acoplam cada estado fundamental com o	
	estado excitado	8
2.2	transição $F_G = 3 \rightarrow F_E = 2$ do <sup>133</sup> Cs. As linhas tracejadas representam	
	o campo $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ , de frequência $\omega_1$ . As linhas sólidas representam o campo	
	$\vec{E}_2(\vec{r},t)$ , de frequência $\omega_2$ .	9
2.3	Configuração de EIT. $ a\rangle$ é um estado excitado, com energia $\hbar\omega_0, b\rangle$ e $ c\rangle$ são	
	degenerados e pertencem ao nível fundamental, com energia nula. $\Omega_1 \in \Delta_1$ são	
	a frequência de Rabi e a dessintonia, respectivamente, do campo que acopla	
	com a transição $a \leftrightarrow b$ . $\Omega_2$ e $\Delta_2$ são a frequência de Rabi e a dessintonia,	
	respectivamente, do campo que acopla com a transição $a \leftrightarrow c.$ Na figura	
	também temos $\Gamma,$ que é a taxa de decaimento espontâne o do estado excitado	
	para os estados $ b\rangle$ e $ c\rangle$ e $\gamma$ que é a taxa de perda de coerência entre os estados	
	fundamentais	14
2.4	Sistema tipo $\Lambda$ em ordem zero de perturbação para $\Omega_1$	20
2.5	Absorção para o feixe de prova em um sistema tipo $\Lambda$ . Para obter tais curvas	
	utlizamos $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ e $\gamma/\Gamma = 0,01$ . Para a curva sólida consideramos	
	$\Omega_2/\Gamma = 0, 1$ e para a curva tracejada utilizamos $\Omega_2 = 0$	21
2.6	Dispersão para o feixe de prova em um sistema tipo $\Lambda.$ Para obter tais curvas	
	utlizamos $\Omega_1/\Gamma=0,001$ e $\gamma/\Gamma=0,01.$ Para a curva sólida consideramos	
	$\Omega_2/\Gamma = 0, 1$ e para a curva tracejada utilizamos $\Omega_2 = 0$	22

2.7	Largura da ressonância de transparência em função da potência do feixe de	
	bombeio com $\Omega_2$ variando de 0, 1 $\Gamma$ até 0.4 $\Gamma$	23
2.8	Largura da transparência em função da potência do feixe de bombeio com $\Omega_2$	
	variando de 0, 1 $\Gamma$ até $\Gamma$	24
2.9	Absorção para o feixe de prova em um sistema tipo A. Para obter tais curvas	
	utlizamos $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \gamma/\Gamma = 0,01$ e $\Omega_2/\Gamma = 1,0.$	24
3.1	Sistema tipo N. Os estados $ a\rangle$ e $ d\rangle$ pertencem ao nível excitado, com energia	
	$\hbar\omega_0.$ Os estados $ b\rangle$ e $ c\rangle$ pertencem ao nível fundamental, com energia nula.	
	O campo $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ acopla com a transição $a \leftrightarrow b$ e o campo $\vec{E}_2(\vec{r},t)$ acopla com	
	as transições $a \leftrightarrow c \in d \leftrightarrow b$	28
3.2	Absorção para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo $N$ . Para obter	
	tais curvas foi utilizado $\Omega_1/\Gamma$ = 0,001, $\Omega_2/\Gamma$ = 0,1, $\gamma_{a,d}/\Gamma$ = 1, $\gamma_{c,b}/\Gamma$ =	
	$\beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1$ e $\Delta_2/\Gamma = 0$ . Para a curva em verde foi	
	considerado $B = 1$ e para curva em amarelo foi considerado $B = 0.$	38
3.3	Dispersão do meio para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo $N$ . Para	
	obter tais curvas foi utilizado $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma =$	
	$\beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1 \text{ e } \Delta_2/\Gamma = 0$	39
3.4	Alargamento por potências para os efeitos de EIA e EIT. A curva em verde	
	representa o alarmento do sinal de EIT, $B = 0$ . A curva em vinho representa	
	o alargamento do sinal de EIA, $B = 1 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	40
3.5	Evolução temporal do sistema N. Para obter tais curvas foi utilizado $\Omega_1/\Gamma =$	
	$0,001, \ \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \ \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1$	
	e $\Delta_1/\Gamma = \Delta_2/\Gamma = 0$ . Na figura 3.5a a parte imaginária das coerências $\sigma_{a,b}$ ,	
	$\sigma_{a,d}$ e $\sigma_{c,b}$ estão sobrepostas, por isso só podemos ver a parte imaginária da	
	coerência $\sigma_{c,b}$ . Na figura 3.5b a parte real das coerências $\sigma_{a,b}$ , $\sigma_{a,c}$ e $\sigma_{b,d}$ estão	
	sobrepostas, por isso só podemos ver a parte real da coerência $\sigma_{b,d}$	42

3.6	Absorção para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo ${\cal N}$ (solução	
	númerica). Para obter tais curvas foi utilizado $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \Omega_2/\Gamma = 0,1,$	
	$\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0, 01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 \in \Delta_2/\Gamma = 0.$ Para	
	a curva sólida foi considerado $B=1$ e para curva tracejada foi considerado	
	$B = 0. \ldots $	43
3.7	Dispersão para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo ${\cal N}$ (solução	
	númerica). Para obter tais curvas foi utilizado $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \Omega_2/\Gamma = 0,1,$	
	$\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0, 01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 \in \Delta_2/\Gamma = 0.$	43
3.8	Alargamento por potência para os efeitos de EIA e EIT (solução numérica).	
	A curva em verde representa o alarmento do sinal de EIT, $B = 0$ . A curva	
	em vinho representa o alargamento do sinal de EIA, $B=1\ .\ .\ .\ .$ .	44
3.9	Montagem do Experimento	45
3.10	Efeitos de EIA e EIT observados experimentalmente, a partir do espectro de	
	absorção do feixe de sinal	48
4.1	Sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos na configuração $_{\rm N}$	40
4.0	$\mathbf{F}_{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_{\mathbf{r}} + $	49
4.2	Espectro de absorção de $\Omega_1$ , em função de $\Delta_1$ . Parametros utilizados $\Omega_1/1 =$	
	$0,001, \Omega_2/1 = 0, 1, \gamma_{a,d}/1 = 1, \gamma_{c,b}/1 = \beta/1 = 0,01, \lambda_{b,b}/1 = \lambda_{c,c}/1 = 0, 1$	
	e $\Delta_2/1 = 0$ . Fara a curva 4.2a for considerado $D = 0$ e para curva 4.2b for considerado $R = 1$	51
4.9	$ \begin{array}{c} \text{considerado} \ D = 1, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	91
4.3	Espetro de absorção de $M_1$ , em função de $\Delta_1$ para diferentes configurações de	
	$M_2$ . Parametros utilizados $M_1/1 = 0,001, \gamma_{a,d}/1 = 1, \gamma_{c,b}/1 = \beta/1 = 0,01,$	
	$\lambda_{b,b}/1 = \lambda_{c,c}/1 = 0, 1 \in \Delta_2/1 = 0.$ Para a curva 4.3a ioi considerado $B = 0 \in A$	50
	para curva 4.30 101 considerado $B = 1$	92
4.4	Larguras das ressonâncias estreitas de EIT e EIA em função de $\Omega_2$ obtidas	~ ~
	através do espectro de absorção de $\Omega_1$ , para $B = 0$ e $B = 1$	52
4.5	Espectro de absorção de $\Omega_1$ , em função de $\Delta_1$ , para diferentes configurações do	
	parâmetro <i>B</i> . Parâmetros utilizados $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1,$	
	$\gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1 \ e \ \Delta_2/\Gamma = 0. \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots$	54

4.6	Curva $B$ em função de $\Omega_2$ para os quais não observamos EIT nem EIA $\ .\ .$ .	55
4.7	Espectro de absorção de $\Omega_1$ , em função de $\Delta_1$ , para configurações dos	
	parâmetros $B$ e $\Omega_2$ nas quais não se observa EIT nem EIA. Parâmetros utili-	
	zados $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1$	
	$e \Delta_2/\Gamma = 0. \dots $	56
4.8	Absorção e dispersão de $\Omega_1$ , em função de $\Delta_1$ para diferentes configurações	
	dos parâmetros $B$ e $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \gamma_{a,d}/\Gamma = 1,$	
	$\gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1 \ e \ \Delta_2/\Gamma = 0. \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . $	57
4.9	Absorção de $\Omega_1$ , em função de $\Delta_1$ para $B = 0, 6$ e para diferentes configurações	
	do parâmetro $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma =$	
	$\beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1 \ e \ \Delta_2/\Gamma = 0. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	58
4.10	Larguras das ressonâncias estreitas de EIT e EIA em função de $\Omega_2$ obti-	
	das através do espectro de absorção de $\Omega_1$ , para diferentes configurações do	
	parâmetro $B$	59
4.11	Absorção de $\Omega_1$ , em função de $\Delta_1$ . Parâmetros utilizados $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,	
	$\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0, 01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1, \ \Delta_2/\Gamma = 0 \ \mathrm{e} \ B = 1.  .$	60
4.12	População do estado excitado, $\sigma_{a,a}$ , em função da dessintonia do feixe de	
	sinal, $\Delta_1$ . Parâmetros utilizados $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \Omega_2/\Gamma = 0,1, \ \gamma_{a,d}/\Gamma = 1,$	
	$\gamma_{c,b}/\Gamma=\beta/\Gamma=0,01,\lambda_{b,b}/\Gamma=\lambda_{c,c}/\Gamma=0,1$ e $\Delta_2/\Gamma=0.$ Para a curva 4.12a	
	foi considerado $B = 0$ e para curva 4.12b foi considerado $B = 1. \dots \dots$	61
4.13	Larguras das ressonâncias estreitas de EIT e EIA em função de $\Omega_2$ obtidas	
	através da fluorescência, em função de $\Delta_1$ , para diferentes configurações do	
	parâmetro B	62
4.14	Coerências $\sigma_{a,d}$ e $\sigma_{c,b}$ em função de $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,	
	$\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0, 01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 \ e \ \Delta_1/\Gamma = \Delta_2/\Gamma = 0.$	
	Para a curva 4.14 a foi considerado $B=0$ e para curva 4.14 b foi considerado	
	$B = 1. \ldots $	63

## Capítulo 1

## Introdução

A superposição coerente de estados atômicos induzida por campos externos tem revelado importantes fenômenos contra-intuitivos. Um deles é o aprisionamento coerente de população (CPT - Coherent Population Trapping) [1], observado pela primeira vez por Alzetta em 1976 [2]. Este fenômeno ocorre quando o sistema atômico, ao interagir com a luz, sofre um bombeio óptico provocando uma superposição coerente dos níveis fundamentais do sistema, para o qual o átomo não absorve radiação. Este estado é denominado estado escuro. Outros estudos relacionados a este efeito podem ser encontrados nas referências [3] e [4].

Uma consequência direta do fenômeno de CPT é a transparência eletromagneticamente induzida (EIT - Electromagnetically Induced Transparency) [5], onde é observado um cancelamento da absorção de luz na condição de ressonância entre os campos incidentes e o meio. O efeito de EIT foi observado pela primeira por Booler em 1991 [6] em uma amostra de vapor de Estrôncio. Desde então o efeito de EIT vem tendo várias aplicações, como, por exemplo, no estudo de processos ópticos não-lineares. Destes, destacamos o trabalho de Hau e colaboradores [7], que mostram a possibilidade de utilizar a condição de EIT para transferir as características do feixe de luz incidente para as coerências atômicas e depois recuperá-las ao incidir novamente um campo na amostra.

Além disso, EIT tem sido usado em espectroscopia de altas resoluções e magnetometria de alta precisão, onde, através da ressonância estreita de EIT, é possível detectar mudanças de campo magnéticos de ordem de picoteslas [8]. Aplicações como estas têm motivado diversos trabalhos envolvendo estudos teóricos [9, 10] e experimentais [11, 12, 13, 14] acerca da largura da ressonância de EIT, sendo boa parte destes trabalhos referentes ao comportamento da largura de EIT em função da potência de um dos campos incidentes.

Destacamos também, algumas aplicações do efeito de EIT na redução de velocidade de grupo de um pulso de luz e no armazenamento de luz em um meio atômico. Para se obter este efeito, utiliza-se o fato de que na região de transparência o meio atômico apresenta uma forte dispersão em frequência. Como a velocidade de grupo de um pulso de luz varia inversamente com essa dispersão, tal velocidade pode ser reduzida a ordem de dezenas de m/s e até ser anulada [15, 16]. Experimentos envolvendo luz lenta e armazenamento de luz têm dado importantes contribuições para a ciência da informação quântica [17].

Grande parte dos processos coerentes observados estão associados ao aprisionamento coerente de população e a transparência eletromagneticamente induzida. Porém, em certas condições, a interação coerente pode aumentar a absorção do meio na ressonância. Esse fenômeno, que pode ser considerado o oposto a EIT [18], é conhecido como absorção eletromagneticamente induzida (EIA - Electromagnetically Induced Absorption) e foi observada pela primeira vez por Lezama e colaboradores em 1998 [19].

A partir de então diversos trabalhos foram feitos acerca deste efeito de absorção induzida [20, 21, 22, 23]. Muitos destes trabalhos tiveram o objetivo de obter o sinal de EIA a partir do EIT, como, por exemplo, girando a polarização de um dos campos. Tal fenômeno pode ser interpretado como uma mudança do sistema em configuração  $\Lambda$  para N [24]. O interesse de trabalhos como estes consiste no controle efetivo da velocidade da luz em um meio ressonante (chamada luz "rápida" e "lenta") [25]. Ainda nesta linha, podemos citar alguns trabalhos, como o de Brazhnikov [26], envolvendo o efeito de EIA em ressonâncias magneto-ópticas. Destacamos também o trabalho de Chou [27], onde o efeito de EIA é interpretado a partir do modelo dos átomos vestidos, sendo demonstrado que a forte absorção resulta da interferência construtiva entre as transições atômicas. Já o trabalho de Akulshin e colaboradores [28], mostrou que é possível observar o armazenamento de luz no meio atômico na condição de EIA, análogo ao efeito na condição de EIT. Este resultado representa uma potencial aplicação desse tipo de fenômeno coerente em informação quântica.

Um trabalho bastante importante para a nossa dissertação foi o modelo proposto por

Taichenachev e colaboradores [29], onde é mostrado a possibilidade de se observar os efeitos de EIT e EIA em um sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos na configuração N. Neste modelo, observa-se o efeito de EIT devido as coerências criadas entre os estados fundamentais e o efeito de EIA é observado quando a coerência entre os estados excitados é transferida para os estados fundamentais. Anteriormente a este trabalho, Barrat e Cohen-Tannoudji [30] já haviam mostrado evidências de que o efeito de EIA está associado a esta transferência. Em um trabalho de 2003, Failache e colaboradores [31] fizeram a confirmação experimental.

Em alguns trabalhos, como o proposto por Dimitrijevic [24], foi estudado o comportamento do Hanle EIA [32], em função da intensidade do feixe laser, onde é usado um único feixe óptico com polarização linear próxima da ressonância com uma transição atômica. Neste esquema, as duas componentes de polarização circular opostas da luz podem ser consideradas como os campos de bombeio e de sinal. Então, o feixe luminoso é enviado para a amostra atômica e, através da aplicação de um campo magnético ao longo do eixo de propagação da luz, a condição de ressonância é obtida. Entretanto, em nenhum trabalho é abordado o estudo da largura da ressonância estreita de EIA em função da potência de um dos feixes incidentes na configuração N, variando-se a frequência de um dos feixes. Então, nesta configuração, estudamos alguns aspectos acerca dos efeitos de EIA e EIT, entre eles, as larguras das ressonâncias estreitas destes efeitos em função da potência de um dos campos incidentes (chamado feixe de bombeio) para diferentes configurações do parâmetro B que, em nosso modelo, representam a taxa de transferência da coerência criada entre os estados excitados para os estados fundamentais.

Um dos resultados mais importantes que obtivemos foi que a ressonância estreita de EIA é mais robusta a alargamento por potência do que a ressonância estreita de EIT. Este resultado pode trazer grandes contribuições na área de física atômica, pois, como já foi mencionado, trabalhos envolvendo espectroscopia e magnetometria são feitos, atualmente, utilizando a ressonância estreita de EIT. Entretanto, para altas potência do feixe de bombeio esta ressonância estreita sofre alargamento, comprometendo a precisão da medida. Nossos resultados indicam que para medidas de magnetometria em meios tipo EIA, um excelente sinal pode ser obtido aumentando-se a potência do feixe sem perder precisão na medida, pois o EIA não sofre um alargamento por potência significativo.

Para apresentar o desenvolvimento do nosso trabalho, dividimos esta dissertação da seguinte forma:

No capítulo 2 é feita uma revisão teórica acerca dos efeitos de CPT e EIT a partir de um sistema de três níveis interagindo com dois campos ópticos na configuração  $\Lambda$ . Utilizamos este modelo para revisar alguns aspectos acerca do estudo teórico da interação radiaçãomatéria no regime semi-clássico, tais como, a correspondência com sistemas reais, algumas considerações físicas utilizadas em modelos como estes, o formalismo do operador densidade e métodos perturbativos para resolver as equações de Bloch do sistema. Além disso, os resultados obtidos neste capítulo são utilizados para comparar com os resultados relacionados ao efeito de EIT obtido a partir do modelo proposto no capítulo seguinte.

No capítulo 3 é apresentado um outro modelo teórico, chamado de configuração N, onde utilizamos o mesmo formalismo do capítulo anterior, com o intuito de obter soluções analíticas, por métodos perturbativos, para um sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos. A partir destas soluções, conseguimos observar os efeitos de EIA e EIT no espectro de absorção de um dos campos incidentes, denominado feixe de sinal. Além disso obtivemos soluções numéricas exatas para o sistema, notando uma excelente correspondência com as soluções analíticas.

No capítulo 4 é apresentado os resultados obtidos a partir do nosso modelo. Nele analisamos para quais configurações dos parâmetros  $B \in \Omega_2$  (potência do feixe de bombeio) são observados os efeitos de EIA e EIT. Fazemos, também, uma análise do alargamento por potência de EIA e EIT para diferentes configurações de B, observados tanto no espectro de absorção do feixe de sinal como na fluorescência, além de uma análise das coerências dos estados fundamentais e excitados em função da potência do feixe de bombeio, discutindo aspectos físicos dos resultados observados.

Por fim, no capítulo 5, apresentaremos nossas conclusões e perspectivas.

## Capítulo 2

# Interação Radiação - Matéria: Sistema Λ

Neste capítulo estamos interessados em abordar aspectos teóricos da interação radiação - matéria em um sistema  $\Lambda$  interagindo com dois campos ópticos, focados nos efeitos coerentes de CPT e EIT. Inicialmente discutiremos alguns conceitos envolvendo a interação da radiação com a matéria, indicando algumas considerações que serão feitas para construção do nosso modelo. Em seguida discutiremos brevemente sobre a escolha de um sistema tipo  $\Lambda$  e apresentamos o efeito de CPT. Logo após, como principal foco deste capítulo, trataremos sobre o fenômeno de EIT de um ponto vista teórico, finalizando com uma análise do alargamento por potência da largura de EIT.

### 2.1 Interação Radiação - Matéria

A radiação de que estamos falando é uma onda eletromagnética que consiste em campos elétricos e magnéticos que se propagam no espaço. Ao interagir com a matéria, o campo elétrico cria dentro do átomo uma separação de cargas que oscilam à mesma frequência que a onda incidente, ou seja, gera um momento de dipolo induzido. Cargas oscilantes irradiam ondas eletromagnéticas com a mesma frequência de oscilação das cargas. Em geral, essa onda irradiada apresenta uma diferença de fase bem definida com relação à onda incidente. Dessa forma a onda irradiada é *coerente* com a onda incidente [33].

Em nosso modelo comprenderemos a interação da radiação com a matéria de maneira semi-clássica, isto é, os campos elétricos envolvidos serão tratados de forma clássica enquanto o átomo é considerado quânticamente, apresentando níveis de energia discretos. A propagação de ondas eletromagnéticas num meio atômico é descrita pelas equações de Maxwell:

 $\nabla \cdot \vec{B} = 0, \qquad (2.1a)$ 

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{livre}, \qquad (2.1b)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}, \qquad (2.1c)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t},$$
 (2.1d)

em que  $\vec{D}(\vec{r},t)$  é o deslocamento elétrico e  $\vec{H}(\vec{r},t)$  é o vetor de intensidade magnética [34]. Estas duas grandezas físicas estão relacionadas com os campos elétricos e magnéticos através das expressões:

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r},t) + \vec{P}(\vec{r},t)$$
(2.2)

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r},t) + \vec{M}(\vec{r},t)$$
(2.3)

As grandezas  $\vec{P}$ ,  $\vec{M}$ ,  $\vec{J}$  e  $\rho_{livre}$  representam as propriedades do meio, polarização, magnetização, densidade de corrente e densidade de cargas livres, respectivamente. Em nosso modelo, consideraremos que no sistema atômico,  $\vec{J}$  e  $\rho_{livre}$  são nulos e que não há efeitos de magnetização consideráveis de forma que  $\vec{M}$  também é igual a zero. Além disso, consideraremos apenas as transições de dipolos elétricos [35], dado que os elétrons estão permanentemente ligados ao núcleo e que cada elétron se desloca de uma determinada posição em relação a de equilíbrio. Esta aproximação de dipolo é válida quando a radiação tem um comprimento de onda muito maior do que o tamanho do átomo, condição em que podemos desprezar as variações espaciais do campo elétrico durante a interação [36]. Com base nestas considerações e com o uso da identidade vetorial  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$ podemos, a partir das equações 2.1 escrever:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$
(2.4)

Portanto a polarização é o termo responsável pela criação de um campo elétrico como resposta do ensemble atômico ao feixe de luz incidente. Macroscopicamente, a polarização representa a soma de todos os momentos de dipolo induzidos de cada átomo que interage com a luz, portanto

$$\vec{P} = N \langle \vec{d} \rangle \tag{2.5}$$

onde N é a quantidade de átomos por unidade de volume e  $\langle \vec{d} \rangle$  é a média dos momentos de dipolo de cada átomo.

Para campos de baixa intensidade podemos escrever uma relação entre o campo elétrico e a polarização macroscópica como uma forma do análogo atômico da lei de Hooke, uma vez que há uma relação de proporcionalidade entre essas duas grandezas, que oscilam na mesma frequência [33]

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(\vec{r},t) \tag{2.6}$$

Nesta espressão,  $\chi$  é uma constante que depende do material e é chamada de susceptibilidade elétrica. A parte real de  $\chi$  representa a dispersão da luz no meio atômico e a parte imaginária representa a absorção linear [37]. Este termo será muito importante mais adiante, pois o fenômeno de EIT é observado a partir do espectro de absorção de um dos campos incidentes no sistema atômico.

#### **2.2** A Configuração $\Lambda$

Na figura 2.1 abaixo, dois campos ópticos monocromáticos, ressonantes com as respectivas transições, interagem com um sistema de três níveis formando a configuração  $\Lambda$ . Nesta configuração  $|a\rangle$  é um estado excitado, com energia  $\hbar\omega_0$ , enquanto os estados  $|b\rangle$  e  $|c\rangle$  são estados fundamentais degenerados e, por simplicidade e sem perda de generalidade, pertencem ao nível de energia zero. O campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ , de frequência  $\omega_1$ , acopla com a transição  $a \leftrightarrow b$ . Enquanto que o campo  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$ , de frequência  $\omega_2$ , acopla com a transição  $a \leftrightarrow c$ .



Figura 2.1: Sistema tipo A:  $|a\rangle$  é um estado excitado, com energia  $\hbar\omega_0$ ,  $|b\rangle \in |c\rangle$  são degenerados e pertencem ao nível fundamental, com energia nula.  $\omega_1 \in \omega_2$  são as frequências dos campos que acoplam cada estado fundamental com o estado excitado

Uma motivação para estudarmos um modelo teórico baseado no sistema tipo  $\Lambda$  é que, de acordo com a referência [38], é possível observar o efeito de EIT em um sistema experimental que apresente esta configuração de níveis e campos. Um exemplo onde podemos mostrar a implementação experimental de um sistema tipo  $\Lambda$  é quando utilizamos um *ensemble* de átomos de Césio e acoplamos campos conectando a transição  $F_G = 3 \rightarrow F_E = 2$  da sua linha  $D_2$ . Nesta notação,  $F_G$  e  $F_E$  representam o momento angular total e rotulam os níveis fundametais e excitados, respectivamente, da transição que pode ser feita pelos campos  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$  e  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$  na figura 2.2. Esta transição configura um sistema degenerado de dois níveis em que as relações  $F_G \ge F_E$  e  $F_G \ge 1$  são obedecidas. A figura 2.2 representa uma transição onde os níveis  $m_G = 2F_G + 1$  e  $m_E = 2F_E + 1$  Zeeman são degenerados e as energias dos estados  $F_G = 3$  e  $F_E = 2$  são, respectivamente,  $\hbar\omega_G$  e  $\hbar\omega_E$  [38].



Figura 2.2: transição  $F_G = 3 \rightarrow F_E = 2 \text{ do } {}^{133}Cs$ . As linhas tracejadas representam o campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ , de frequência  $\omega_1$ . As linhas sólidas representam o campo  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$ , de frequência  $\omega_2$ .

De acordo com as regras de seleção do momento de dipolo elétrico, campos de dipolo só podem fazer transições do tipo  $\Delta F = 0, \pm 1$  [39], como na figura acima. O campo  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ , setas tracejadas, tem polarização circular  $\hat{\sigma}^-$  e, de acordo com a regra de seleção, acopla somente com as transições  $\Delta m = -1$ . O campo  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ , setas sólidas, tem polarização circular  $\hat{\sigma}^+$  e, pelo mesmo motivo, acopla somente com as transições  $\Delta m = +1$  [36]. Como o nível  $F_E = 2$  tem degenrescência Zeeman menor que o nível  $F_G = 3$ , o sistema se comporta como um conjunto de sistemas  $\Lambda$  [18] e se considerarmos  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$  com potência muito maior que  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$  haverá um bombeio óptico para a extremidade direita do sistema descrito na figura 2.2, fazendo com que a transição  $F_G = 3 \rightarrow F_E = 2$  do <sup>133</sup>Cs se comporte como um único sistema  $\Lambda$ . Por isso, ultilizamos o sistema de três níveis na configuração  $\Lambda$ , figura 2.1, como uma simplificação teórica para estudar o efeito EIT. A partir de um modelo teórico com esta configuração também é possível observar o efeito de CPT, onde se verifica o estado escuro, que é uma das maneiras ultilizadas para se explicar o efeito de EIT.

#### 2.3 Aprisionamento Coerente de População - CPT

#### 2.3.1 Hamiltoniano de interação

Ultilizaremos os autovetores e autovalores do hamiltoniano de interação átomo - campo para discutir o fenômeno de CPT em nosso modelo. Precisamos, então escrever uma espressão para o hamiltoniano  $\hat{H}$  do sistema  $\Lambda$  apresentado na figura 2.1. Segue que

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{Int} \tag{2.7}$$

Nesta expressão  $\hat{H}_0$  é o hamiltoniano do átomo livre da ação dos campos. Como  $|b\rangle \in |c\rangle$ tem energia nula e o estado excitado  $|a\rangle$  é o único que possui energia diferente de zero, igual a  $\hbar\omega_0$ , temos que

$$\hat{H}_0 = \hbar \omega_0 |a\rangle \langle a|. \tag{2.8}$$

Como estamos considerando apenas as transições de dipolo elétrico, o hamiltoniano de interação é escrito como

$$\hat{H}_{Int} = -\vec{d} \cdot \vec{E},\tag{2.9}$$

em que  $\vec{d}$  é o operador momento dipolo do átomo e é escrito da seguinte forma:

$$\vec{d} = \vec{d}_{b,a}|b\rangle\langle a| + \vec{d}_{a,b}|a\rangle\langle b| + \vec{d}_{a,c}|a\rangle\langle c| + \vec{d}_{c,a}|c\rangle\langle a|$$
(2.10)

Já o campo elétrico pode ser escrito como

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_1(\vec{r},t) + \vec{E}_2(\vec{r},t)$$
(2.11)

O campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$  tem a forma:

$$\vec{E}_{1}(\vec{r},t) = \frac{1}{2} [E_{0,1}e^{i(k_{1}z-\omega_{1}t)}\hat{\sigma}^{-} + E_{0,1}^{*}e^{-i(k_{1}z-\omega_{1}t)}(\hat{\sigma}^{-})^{*}]$$
(2.12)

onde  $E_{0,1}$  é a amplitude do campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ ,  $k_1 \in \omega_1$  são o vetor de onda e a frequência angular deste campo, respectivamente e  $\hat{\sigma}^-$  é o versor que representa a polarização do campo a esquerda.

O campo $\vec{E_2}(\vec{r,t})$ tem uma expressão semelhante

$$\vec{E}_{2}(\vec{r},t) = \frac{1}{2} [E_{0,2}e^{i(k_{2}z-\omega_{2}t)}\hat{\sigma}^{+} + E_{0,2}^{*}e^{-i(k_{2}z-\omega_{2}t)}(\hat{\sigma}^{+})^{*}]$$
(2.13)

 $E_{0,2}$  é a amplitude do campo  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$ ,  $k_2 \in \omega_2$  são o vetor de onda e a frequência angular deste campo, respectivamente e  $\hat{\sigma}^+$  é o versor que representa a polarização do campo à direita.

Reescrevendo o hamiltoniano de interação, temos:

$$\hat{H}_{Int} = -\frac{d_{b,a}E_{0,1}e^{ik_{1}z}}{2}|b\rangle\langle a|e^{-i\omega_{1}t} - \frac{d_{b,a}E_{0,1}^{*}e^{-ik_{1}z}}{2}|b\rangle\langle a|e^{i\omega_{1}t} + -\frac{d_{a,b}E_{0,1}e^{ik_{1}z}}{2}|a\rangle\langle b|e^{-i\omega_{1}t} - \frac{d_{a,b}E_{0,1}^{*}e^{-ik_{1}z}}{2}|a\rangle\langle b|e^{i\omega_{1}t} + -\frac{d_{a,c}E_{0,2}e^{ik_{2}z}}{2}|a\rangle\langle c|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{d_{a,c}E_{0,2}^{*}e^{-ik_{2}z}}{2}|a\rangle\langle c|e^{i\omega_{2}t} + -\frac{d_{c,a}E_{0,2}e^{ik_{2}z}}{2}|c\rangle\langle a|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{d_{c,a}E_{0,2}^{*}e^{-ik_{2}z}}{2}|c\rangle\langle a|e^{i\omega_{2}t}$$

$$(2.14)$$

Os operadores  $|b\rangle\langle a| \in |c\rangle\langle a|$  têm uma evolução livre definida pelos fatores  $e^{-i\omega_{a,b}t} \in e^{-i\omega_{a,c}t}$ respectivamente, onde  $\omega_{a,b} \in \omega_{a,c}$  são as frequências de ressonância das respectivas transições. Existem, portanto, alguns termos que possuem fatores do tipo  $e^{\pm i(\omega_1+\omega_{a,b})t}$  e  $e^{\pm i(\omega_2+\omega_{a,c})t}$ . Esses termos oscilam muito rapidamente e podem ser despresados em intervalos de detecção grandes comparados a períodos ópticos. Essa aproximação é conhecida na literatura como *aproximação de onda girante* [40]. Desprezando-se todos esses termos e mantendo-se somente os termos que oscilam nas frequências  $|\omega_1 - \omega_{a,b}| \in |\omega_2 - \omega_{a,c}|$  obtemos a seguinte expressão para o hamiltoniano de interação:

$$\hat{H}_{Int} = -\frac{d_{a,b}E_{0,1}e^{ik_{1}z}}{2}|a\rangle\langle b|e^{-i\omega_{1}t} - \frac{d_{b,a}E_{0,1}^{*}e^{-ik_{1}z}}{2}|b\rangle\langle a|e^{i\omega_{1}t} + \frac{d_{a,c}E_{0,2}e^{ik_{2}z}}{2}|a\rangle\langle c|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{d_{c,a}E_{0,2}^{*}e^{-ik_{2}z}}{2}|c\rangle\langle a|e^{i\omega_{2}t}$$
(2.15)

Podemos ainda definir a frequência de Rabi da seguinte forma:

$$\Omega_1 = \frac{d_{a,b} E_{0,1} e^{ik_1 z}}{2\hbar}$$
(2.16a)

$$\Omega_2 = \frac{d_{a,c} E_{0,2} e^{ik_2 z}}{2\hbar}$$
(2.16b)

Perceba que  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  têm unidade de frequência ao mesmo tempo que carregam informação sobre a intensidade dos campos, já que têm relação direta com suas amplitudes. O hamiltoniano de interação pode agora, finalmente, ser escrito como:

$$\hat{H}_{Int} = -\hbar\Omega_1 |a\rangle \langle b|e^{-i\omega_1 t} - \hbar\Omega_1^*|b\rangle \langle a|e^{i\omega_1 t} + -\hbar\Omega_2 |a\rangle \langle c|e^{-i\omega_2 t} - \hbar\Omega_2^*|c\rangle \langle a|e^{i\omega_2 t}$$
(2.17)

onde  $\Omega_1 \in \Omega_2$  são as frequência de Rabi dos campos  $\vec{E}_1(\vec{r}, t) \in \vec{E}_2(\vec{r}, t)$ , respectivamente. A partir de agora, estes campos, eventualmente, poderão ser expressos através de suas frequências de Rabi.

#### 2.3.2 Estado Escuro

É possível mostrar que  $\hat{H}_{Int}$  possui um autovetor, denominado *estado escuro*, cujo autovalor é nulo. De maneira que a evolução temporal deste autovetor não é afetada pela ação dos campos  $\vec{E}_1(\vec{r},t) \in \vec{E}_2(\vec{r},t)$ . Dessa forma quando o átomo se encontra neste estado ele fica transparente à radiação, ou seja, o átomo nesse estado não absorve o campo de radiação.

Para calcular os autovalores e autovetores do hamiltoniano de interação considere  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ , já que os campos  $\vec{E}_1(\vec{r}, t) \in \vec{E}_2(\vec{r}, t)$  da figura 2.1 estão ressonantes com as transições  $a \leftrightarrow b \in a \leftrightarrow c$ , respectivamente. Escreva  $\hat{H}_{Int}$  na forma matricial

$$\hat{H}_{Int} = \begin{pmatrix} 0 & -\hbar\Omega_1 e^{-i\omega_0 t} & -\hbar\Omega_2 e^{-i\omega_0 t} \\ -\hbar\Omega_1^* e^{i\omega_0 t} & 0 & 0 \\ -\hbar\Omega_2^* e^{i\omega_0 t} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(2.18)

e ultilize o método descrito no apêndice da referência [41].

Os autovalores de  $\hat{H}_{Int}$  são:

$$\lambda_1 = 0 \tag{2.19a}$$

$$\lambda_2 = \hbar \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}$$
 (2.19b)

$$\lambda_3 = -\hbar \sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}$$
 (2.19c)

e seus respectivos autovetores são:

$$|escuro\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}} [\Omega_2|b\rangle - \Omega_1|c\rangle]$$
 (2.20a)

$$|claro_{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ -\frac{e^{i\omega_0 t}}{\sqrt{|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2}} \left(\Omega_2^* |c\rangle + \Omega_1^* |b\rangle\right) + |a\rangle \right]$$
(2.20b)

$$claro_{+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{e^{i\omega_{0}t}}{\sqrt{|\Omega_{1}|^{2} + |\Omega_{2}|^{2}}} \left(\Omega_{2}^{*}|c\rangle + \Omega_{1}^{*}|b\rangle\right) + |a\rangle \right]$$
(2.20c)

De forma que

$$\hat{H}_{Int}|escuro\rangle = 0|escuro\rangle \tag{2.21}$$

Como podemos obervar, o estado escuro,  $|escuro\rangle$ , é uma superposição coerente dos estados fundamentais  $|b\rangle \in |c\rangle$  e não é acoplado ao estado excitado através do hamiltoniano de interação, portanto, pode-se dizer que a amplitude de probabilidade,  $|\langle escuro|\hat{H}_{Int}|a\rangle|^2$ , de que um átomo inicialmente no estado escuro seja excitado para o estado  $|a\rangle$  é nula. Tal efeito é conhecido como <u>Aprisionamento Coerente de População</u> CPT (do inglês *Coherent Population Trapping*) [1].

Em sistemas atômicos reais existe perda de coerência entre os estados  $|b\rangle \in |c\rangle$ , de maneira geral essa perda está associado a colisões e tempo de interação finito entre os átomos e o feixe laser ou por gradientes de campos magnéticos, por exemplo. Poranto, o átomo não permanece para sempre aprisionado no *estado escuro*, já que, devido à perda de coerência entre esses estados, o *estado escuro* é destruido com o tempo.

### 2.4 Transparência Eletromagneticamente Induzida -EIT

Nesta seção, trataremos de um sistema de três níveis na configuração  $\Lambda$ , semelhante ao descrito na seção anterior. Porém agora abordado de maneira um pouco mais geral, considerando-se as taxas de decaimento de população e perda de coerência e não pressupondo campos ressonantes com a transição, figura 2.3. O interesse aqui é, de fato, estudar o comportamento da susceptibilidade elétrica induzida por um dos feixes incidentes em função de sua frequência, podendo assim analisar os espectros de absorção e dispersão deste feixe. Faremos isso utilizando o formalismo do operador densidade, como veremos a seguir.



Figura 2.3: Configuração de EIT.  $|a\rangle$  é um estado excitado, com energia  $\hbar\omega_0$ ,  $|b\rangle e |c\rangle$  são degenerados e pertencem ao nível fundamental, com energia nula.  $\Omega_1 e \Delta_1$  são a frequência de Rabi e a dessintonia, respectivamente, do campo que acopla com a transição  $a \leftrightarrow b$ .  $\Omega_2$ e  $\Delta_2$  são a frequência de Rabi e a dessintonia, respectivamente, do campo que acopla com a transição  $a \leftrightarrow c$ . Na figura também temos  $\Gamma$ , que é a taxa de decaimento espontâneo do estado excitado para os estados  $|b\rangle e |c\rangle e \gamma$  que é a taxa de perda de coerência entre os estados fundamentais

#### 2.4.1 Formalismo do Operador Densidade na Configuração $\Lambda$

Para o nosso sistema de três níveis na configuração  $\Lambda$ , o operador densidade é representado por

$$\rho = \begin{pmatrix}
\rho_{a,a} & \rho_{a,b} & \rho_{a,c} \\
\rho_{b,a} & \rho_{b,b} & \rho_{b,c} \\
\rho_{c,a} & \rho_{c,b} & \rho_{c,c}
\end{pmatrix}$$
(2.22)

No formalismo de matriz densidade, cada termo da diagonal principal representa a probabilidade de se encontrar o sistema em um determinado estado (por exemplo, o termo  $\rho_{a,a}$  representa a probabilidade de se encontrar o sistema no estado  $|a\rangle$ , portanto a diagonal principal está relacionada com a população de átomos em cada estado). Enquanto os termos fora da diagonal principal representam a interferência quântica entre os estados e são chamados de coerência quântica. Mais detalhes sobre o operador densidade podem ser encontrados nas referências [18, 42].

Temos que  $\hat{H}_0$  é o hamiltoniano para o átomo livre da ação dos campos e é igual a  $\hbar\omega_0 |a\rangle\langle a|$ , já que consideramos  $\hbar\omega_0$  como sendo a energia do estado  $|a\rangle$  e os estados  $|b\rangle$  e  $|c\rangle$ degenerados com energia nula.

O hamiltoniano de interação tem a forma análoga ao tratado na seção anterior, de maneira que o hamiltoniano total do sistema, equação 2.7, na aproximação de onda girante é:

$$\hat{H} = -\hbar\Omega_1 |a\rangle \langle b|e^{-i\omega_1 t} - \hbar\Omega_1^* |b\rangle \langle a|e^{i\omega_1 t} + -\hbar\Omega_2 |a\rangle \langle c|e^{-i\omega_2 t} - \hbar\Omega_2^* |c\rangle \langle a|e^{i\omega_2 t} + -\hbar\omega_0 |a\rangle \langle a|$$

$$(2.23)$$

A evolução temporal dos elementos da matriz densidade é descrita pela equação de Liouville [42]:

$$i\hbar\dot{\rho} = \left[\hat{H},\rho\right] \tag{2.24}$$

Porém a equação 2.24 deve ser modificada acrescentando-se fenomenologicamente termos de decaimento espontâneo e perda de coerência, ficando da seguinte forma

$$i\hbar\dot{\rho} = \left[\hat{H},\rho\right] + \hat{\Gamma}$$
 (2.25)

onde  $\hat{\Gamma}$  é a matriz de relaxação,

$$\hat{\Gamma} = i\hbar \begin{pmatrix} -\Gamma \rho_{a,a} & -\Gamma' \rho_{a,b} & -\Gamma' \rho_{a,c} \\ -\Gamma' \rho_{b,a} & \Gamma' \rho_{b,b} & -\gamma \rho_{b,c} \\ -\Gamma' \rho_{c,a} & -\gamma \rho_{c,b} & \Gamma' \rho_{c,c} \end{pmatrix}$$
(2.26)

Nesta matriz  $\Gamma$  é a taxa de decaimento de população do estado exitado, e  $\gamma$  é a taxa de perda da coerência  $\sigma_{c,b}$ . Por simplicidade escrevemos  $\Gamma/2 = \Gamma'$ .

A evolução temporal do operador densidade corrigida, com a inclusão das taxas de decaimento de população e perda de coerência é, portanto

$$\dot{\rho}_{a,a} = i\Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \rho_{c,a} + i\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \rho_{b,a} - i\Omega_2^* e^{i\omega_2 t} \rho_{a,c} - i\Omega_1^* e^{i\omega_1 t} \rho_{a,b} - \Gamma \rho_{a,a} \quad (2.27a)$$

$$\dot{\rho}_{b,b} = i\Omega_1^* e^{i\omega_1 t} \rho_{a,b} - i\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \rho_{b,a} + \Gamma' \rho_{a,a}$$
(2.27b)

$$\dot{\rho}_{c,c} = i\Omega_2^* e^{i\omega_2 t} \rho_{a,c} - i\Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \rho_{c,a} + \Gamma' \rho_{a,a}$$
(2.27c)

$$\dot{\rho}_{c,b} = i\Omega_2^* e^{i\omega_2 t} \rho_{a,b} - i\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \rho_{c,a} - \gamma \rho_{c,b}$$
(2.27d)

$$\dot{\rho}_{a,b} = i\Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \rho_{c,b} + i\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \rho_{b,b} - i\omega_0 \rho_{a,b} - i\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \rho_{a,a} - \Gamma' \rho_{a,b}$$
(2.27e)

$$\dot{\rho}_{a,c} = i\Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \rho_{c,c} + i\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \rho_{b,c} - i\omega_0 \rho_{a,c} - i\Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \rho_{a,a} - \Gamma' \rho_{a,c}$$
(2.27f)

Devido à hermiticidade da matriz densidade,  $\dot{\rho}_{b,c}$ ,  $\dot{\rho}_{b,a}$  e  $\dot{\rho}_{c,a}$  são os complexos conjugados de  $\dot{\rho}_{c,b}$ ,  $\dot{\rho}_{a,b}$  e  $\dot{\rho}_{a,c}$  respectivamente.

Podemos ainda considerar a passagem às variáveis lentas:

$$\rho_{a,a} = \sigma_{a,a} \tag{2.28a}$$

$$\rho_{b,b} = \sigma_{b,b} \tag{2.28b}$$

$$\rho_{c,c} = \sigma_{c,c} \tag{2.28c}$$

$$\rho_{c,b} = \sigma_{c,b} e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} \tag{2.28d}$$

$$\rho_{a,b} = \sigma_{a,b} e^{-i\omega_1 t} \tag{2.28e}$$

$$\rho_{a,c} = \sigma_{a,c} e^{-i\omega_2 t} \tag{2.28f}$$

Nesta passagem,  $e^{-i(\omega_1-\omega_2)t}$ ,  $e^{-i\omega_1t}$  e  $e^{-i\omega_2t}$  representam as oscilações rápidas, no tempo, de suas respectivas coerências. Enquanto  $\sigma_{i,j}$  (com i, j = a, b, c) são funções que variam lentamente no tempo. Além disso,  $\sigma_{i,j}$  são os elementos de uma matriz que, devido a hermiticidade do operador densidade, também é hermiteana, sendo seus termos da diagonal principal (i = j) reais e os demais termos complexos. Além disso,  $\sigma_{i,j}$  é o complexo conjugado de  $\sigma_{j,i}$ . Reescrevendo as equações da evolução temporal em termos destas variáveis obtemos, finalmente, as equações:

$$\dot{\sigma}_{a,a} = i\Omega_2 \sigma_{c,a} - i\Omega_2^* \sigma_{a,c} + i\Omega_1 \sigma_{b,a} - i\Omega_1^* \sigma_{a,b} - \Gamma \sigma_{a,a}$$
(2.29a)

$$\dot{\sigma}_{b,b} = -i\Omega_1 \sigma_{b,a} + i\Omega_1^* \sigma_{a,b} + \Gamma' \sigma_{a,a}$$
(2.29b)

$$\dot{\sigma}_{c,c} = -i\Omega_2 \sigma_{c,a} + i\Omega_2^* \sigma_{a,c} + \Gamma' \sigma_{a,a}$$
(2.29c)

$$\dot{\sigma}_{c,b} = -i\Omega_1 \sigma_{c,a} + i\Omega_2^* \sigma_{a,b} + (i\delta - \gamma)\sigma_{c,b}$$
(2.29d)

$$\dot{\sigma}_{a,b} = -i\Omega_1 \sigma_{a,a} + i\Omega_1 \sigma_{b,b} + i\Omega_2 \sigma_{c,b} - (i\Delta_1 + \Gamma')\sigma_{a,b}$$
(2.29e)

$$\dot{\sigma}_{a,c} = -i\Omega_2 \sigma_{a,a} + i\Omega_2 \sigma_{c,c} + i\Omega_1 \sigma_{b,c} - (i\Delta_2 + \Gamma')\sigma_{a,c}$$
(2.29f)

Essas são as equações de Bloch para um sistema de três níveis fechado na configuração  $\Lambda$ , onde:

- $\Delta_1 = \omega_0 \omega_1$  é a dessintonia do campo  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ ;
- $\Delta_2 = \omega_0 \omega_2$  é a dessintonia do campo  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ ;

• 
$$\delta = \omega_1 - \omega_2 = \Delta_2 - \Delta_1$$
.

#### 2.4.2 Espectro de Absorção e Dispersão

Utilizando o formalismo da matriz densidade, obtemos o valor esperado do operador momento de dipolo elétrico, dado por  $\langle \hat{d} \rangle = Tr \left[ \hat{\rho} \hat{d} \right]$ . Dessa forma, a polarização macroscópica induzida em um meio, constituido de N átomos por unidade de volume, é dada por:

$$P = N\langle d \rangle = N(d_{a,b}\rho_{a,b} + d_{a,c}\rho_{a,c} + d_{c,a}\rho_{c,a} + d_{b,a}\rho_{b,a})$$
(2.30)

Como sabemos, os campos incidentes induzem coerências atômicas que oscilam nas frequências ópticas desses respectivos campos e, consequentemente, a polarização macroscópica induzida também oscila nesta frequência. Portanto, se escolhermos o campo  $\Omega_1$ para observar os espectros de absorção e dispersão deste feixe, em função de sua frequência, a polarização induzida por ele na transição  $a \leftrightarrow b$  pode ser escrita como

$$P_{a,b} = N d_{a,b} \rho_{a,b} = N d_{a,b} \sigma_{a,b} e^{-i\omega_1 t} = \epsilon_0 \chi_1 E_{0,1} e^{-i\omega_1 t}$$
(2.31)

Consideramos a espressão 2.6 para a última igualdade, a partir dela podemos obter

$$\chi_1 = \frac{Nd_{a,b}}{\epsilon_0 E_{0,1}} \sigma_{a,b} \tag{2.32}$$

onde  $\chi_1$  é a susceptibilidade eletrica induzida pelo feixe  $\Omega_1$ .

Então o que temos que fazer para obter os espectros de absorção e dispersão é encontrar uma expressão para a coerência  $\sigma_{a,b}$ , uma vez que os demais termos na equação 2.32 são constantes. Para isso precisamos obter soluções analíticas para as equações 2.29. Podemos resolver o sistema de equações 2.29 no regime estacionário, mas ainda assim é um trabalho um pouco penoso. Não podemos escrever estas equações na forma matricial e usar o método da matriz inversa, por exemplo, porque cairíamos na solução trival, isto é, todas as populações e coerências iguais a zero. Dessa forma, resolveremos as equações 2.29 ultilizando métodos pertubativos, que, embora seja uma aproximação, nos fornece excelentes resultados.

O campo  $\Omega_1$  será chamado *feixe de sinal*, pois estamos, mais especificamente, interessados nos espectros de absorção e dispersão deste feixe. Eventualmente,  $\Omega_1$  também pode ser caracterisado como feixe fraco, pois, na solução em métodos perturbativos, faremos  $\Omega_1 \ll \Omega_2$ . O campo  $\Omega_2$  será denominado *feixe de bombeio* ou feixe forte, onde iremos escrever a solução do sistema de equações em todas as ordens de perturbação deste feixe.

Por fim, considerando o sistema fechado, podemos acrescentar às equações 2.29 a equação

$$\sigma_{a,a} + \sigma_{b,b} + \sigma_{c,c} = 1 \tag{2.33}$$

Para as soluções analíticas das equações de Bloch por métodos pertubativos, iniciamos pela ordem zero de perturbação: reescreva as equações 2.29 substituindo  $\sigma_{i,j}$  por  $\sigma_{i,j}^{(0)}$ , despreze todos os termos onde aparece o produto  $i\Omega_1\sigma_{i,j}^{(0)}$ , neste ponto estamos dizendo que  $\Omega_1$  não contribui no sistema. Faça  $\sigma_{i,j} = 0$ , já que estamos considerando o regime estacionário. Fazendo isso obten-se as equações 2.34 abaixo

$$i\Omega_2 \sigma_{c,a}^{(0)} - i\Omega_2^* \sigma_{a,c}^{(0)} - \Gamma \sigma_{a,a}^{(0)} = 0$$
(2.34a)

$$\Gamma' \sigma_{a,a}^{(0)} = 0 \tag{2.34b}$$

$$-i\Omega_2\sigma_{c,a}^{(0)} + i\Omega_2^*\sigma_{a,c}^{(0)} + \Gamma'\sigma_{a,a}^{(0)} = 0$$
 (2.34c)

$$i\Omega_2^*\sigma_{a,b}^{(0)} + (i\delta - \gamma)\sigma_{c,b}^{(0)} = 0$$
 (2.34d)

$$i\Omega_2 \sigma_{c,b}^{(0)} - (i\Delta_1 + \Gamma')\sigma_{a,b}^{(0)} = 0$$
 (2.34e)

$$-i\Omega_2 \sigma_{a,a}^{(0)} + i\Omega_2 \sigma_{c,c}^{(0)} - (i\Delta_2 + \Gamma')\sigma_{a,c}^{(0)} = 0$$
(2.34f)

Resolvendo o sistema acima, obtemos  $\sigma_{a,a}^{(0)} = \sigma_{c,c}^{(0)} = \sigma_{a,b}^{(0)} = \sigma_{c,b}^{(0)} = 0$ . Lembro mais uma vez que  $\sigma_{b,a}$ ,  $\sigma_{c,a} \in \sigma_{b,c}$  são os complexos conjugados de  $\sigma_{a,b}$ ,  $\sigma_{a,c} \in \sigma_{c,b}$ , respectivamente. Como  $\sigma_{a,a}^{(0)} + \sigma_{b,b}^{(0)} + \sigma_{c,c}^{(0)} = 1$ , temos que

$$\sigma_{b,b}^{(0)} = 1 \tag{2.35}$$

Para interpretar este resultado, considere a figura 2.4: o campo  $\Omega_2$  bombeia átomos do estado  $|c\rangle$  para o estado  $|a\rangle$ , deste estado, os átomos decaem expontaneamente para  $|b\rangle$  ou  $|c\rangle$ . Caindo em  $|c\rangle$  os átomos são bombeados novamente para  $|a\rangle$  pelo campo  $\Omega_2$ , caindo em  $|b\rangle$  os átomos não podem ser bombeados novamente para o estado excitado. Então este processo ocorre até que toda população atômica esteja no estado  $|b\rangle$ , como está representado na equação 2.35. Nota-se também que este resultado só é possível porque consideramos o sistema fechado, caso contrário a equação 2.33 não seria verdadeira e sempre haveria população de átomos saíndo do sistema e chegando, nos estados  $|b\rangle$  e  $|c\rangle$ . Esta situação será melhor discutida no próximo capítulo, onde consideraremos um sistema aberto, de quatro níveis.



Figura 2.4: Sistema tipo $\Lambda$ em ordem zero de perturbação para  $\Omega_1$ 

Queremos encontrar uma espressão para  $\sigma_{a,b}$ , diferente de zero, então vamos para primeira ordem de perturbação: reescreva as equações 2.29 fazendo  $\sigma_{i,j}$  igual a  $(\sigma_{i,j}^{(0)} + \sigma_{i,j}^{(1)})$ , desprese todos os termos onde aparece o produto  $i\Omega_1\sigma_{i,j}^{(1)}$ , com isso estamos afirmando que  $\Omega_1$  começa a aparecer no sistema, mas ainda é muito menor que  $\Omega_2$ , é como está representado na figura 2.3. Faça  $\sigma_{i,j}^{:} = 0$  e substitua os resultados de  $\sigma_{i,j}^{(0)}$  encontrados a partir das equações 2.34. Obtem-se as equações 2.36 abaixo

$$i\Omega_2 \sigma_{c,a}^{(1)} - i\Omega_2^* \sigma_{a,c}^{(1)} - \Gamma \sigma_{a,a}^{(1)} = 0$$
(2.36a)

$$\Gamma' \sigma_{a,a}^{(1)} = 0$$
 (2.36b)

$$-i\Omega_2\sigma_{c,a}^{(1)} + i\Omega_2^*\sigma_{a,c}^{(1)} + \Gamma'\sigma_{a,a}^{(1)} = 0$$
(2.36c)

$$i\Omega_2^*\sigma_{a,b}^{(1)} + (i\delta - \gamma)\sigma_{c,b}^{(1)} = 0$$
 (2.36d)

$$i\Omega_1 + i\Omega_2 \sigma_{c,b}^{(1)} - (i\Delta_1 + \Gamma')\sigma_{a,b}^{(1)} = 0$$
 (2.36e)

$$-i\Omega_2 \sigma_{a,a}^{(1)} + i\Omega_2 \sigma_{c,c}^{(1)} - (i\Delta_2 + \Gamma')\sigma_{a,c}^{(1)} = 0$$
(2.36f)

A equação 2.33 terá a forma

$$(\sigma_{a,a}^{(0)} + \sigma_{a,a}^{(1)}) + (\sigma_{b,b}^{(0)} + \sigma_{b,b}^{(1)}) + (\sigma_{c,c}^{(0)} + \sigma_{c,c}^{(1)}) = 1$$
(2.37)

Resolvendo as equações 2.36 e 2.37 encontramos  $\sigma_{a,a}^{(1)} = \sigma_{b,b}^{(1)} = \sigma_{c,c}^{(1)} = \sigma_{a,c}^{(1)} = 0$ . As coerências  $\sigma_{a,b}$  e  $\sigma_{c,b}$  são diferentes de zero em primeira ordem de perturbação e têm as
seguintes expressões:

$$\sigma_{a,b}^{(1)} = -\frac{i\Omega_1(i\delta - \gamma)}{|\Omega_2|^2 + (i\delta - \gamma)(-i\Delta_1 - \Gamma')}$$
(2.38)

$$\sigma_{c,b}^{(1)} = -\frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{|\Omega_2|^2 + (i\delta - \gamma)(-i\Delta_1 - \Gamma')}$$
(2.39)

Como  $\sigma_{a,b}^{(0)} = 0$  e  $\sigma_{a,b} = \sigma_{a,b}^{(1)}$ , 2.38 é a equação que queríamos obter. Quanto mais ordem de perturbação fizermos, mais nos aproximaremos da solução exata das equações de Bloch, porém a solução 2.38 nos dá um excelente resultado para os espectros desejados no caso em que escolhemos um valor para  $\Omega_1$  muito menor que  $\Omega_2$ . De acordo com a equação 2.32, a parte imaginária de 2.38 nos dá o espectro de absorção do feixe de sinal e a parte real de 2.38 o espectro de dispersão como apresentado nas figuras que seguem abaixo.



Figura 2.5: Absorção para o feixe de prova em um sistema tipo  $\Lambda$ . Para obter tais curvas utlizamos  $\Omega_1/\Gamma = 0,001 \text{ e } \gamma/\Gamma = 0,01$ . Para a curva sólida consideramos  $\Omega_2/\Gamma = 0,1$  e para a curva tracejada utilizamos  $\Omega_2 = 0$ 

Na figura 2.5 mostramos a absorção e na figura 2.6 é mostrado o índice de refração do meio. Em ambas consideramos o campo  $\Omega_2$  ressonante com a transição  $a \leftrightarrow c$ , isto é,  $\Delta_2 = 0$ . Nesse caso, para  $\Delta_1$  próximo de zero temos a condição de ressonância de dois fótons e percebemos uma queda brusca na absorção, tornando o meio transparente à radiação na ressonância, o que constitui o efeito de transparência eletromagneticamente induzida [6]. Podemos interpretar este efeito através do CPT: Observe que quando obtivemos uma espressão para a coerência  $\sigma_{a,b}$  em primeira ordem de perturbação, equação 2.38, também encontramos uma espressão para a coerência  $\sigma_{c,b}$ , equação 2.39, como não poderia deixar de ser. Pois esta é uma superposição coerente dos estados  $|b\rangle \in |c\rangle$  e em 2.3.2 mostramos que quando  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$  (isto é,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ ) uma superposição desses dois estados tem autovalor nulo implicando no estado escuro.



Figura 2.6: Dispersão para o feixe de prova em um sistema tipo  $\Lambda$ . Para obter tais curvas utlizamos  $\Omega_1/\Gamma = 0,001 \text{ e } \gamma/\Gamma = 0,01$ . Para a curva sólida consideramos  $\Omega_2/\Gamma = 0,1$  e para a curva tracejada utilizamos  $\Omega_2 = 0$ 

Também é possível notar que a curva de dispersão apresenta uma variação muito grande próximo à ressonância, ou seja, o índice de refração muda bruscamente com a frequência, indicando que a velocidade de grupo de um feixe de luz é muito baixa, possibilitando a observação do fenômeno de luz lenta [16].

#### 2.4.3 Alargamento por Potência

Como vimos,  $\gamma$  representa a taxa de perda da coerência entre os estados fundamentais por processos não radiativos. Em nosso modelo admitiremos que  $\gamma$  é devido a gradientes de campo magnéticos, isto é, campos magnéticos que atuam com intensidades diferentes em pontos diferentes do espaço sobre o sistema, este campo pode ser o da terra por exemplo. Essa taxa têm um valor muito inferior ao da taxa de decaimento por emissão espontânea  $\gamma \ll \Gamma$  e cada taxa de decaimento implica numa escala de tempo da evolução do sistema, assim temos uma escala de tempo na configuração  $\Lambda$  de  $\gamma^{-1}$  que é muito maior que  $\Gamma^{-1}$  e que nos leva ao surgimento de uma ressonância estreita, claramente associada à coerência entre os estados fundamentais [18]. Para baixas intensidades do campo de bombeio, a largura dessa ressonância estreita é determinada por  $\gamma$  e, em função da potência do feixe de bombeio, se comporta como na figura 2.7.



Figura 2.7: Largura da ressonância de transparência em função da potência do feixe de bombeio com  $\Omega_2$  variando de 0, 1 $\Gamma$  até 0.4 $\Gamma$ 

Se continuarmos a aumentar a potência do feixe de bombeio até o valor de 1 $\Gamma$  percebemos um comportamento diferente da largura de EIT para valores um pouco mais altos de  $\Omega_2$ , figura 2.7. Isso se dá porque para altas potências do feixe de bombeio a coerência é quebrada e a transparência observada não ocorre mais devido ao efeito de EIT e sim por conta de um desdobramento do nível excitado conhecido como efeito Autler - Townes[43].



Figura 2.8: Largura da transparência em função da potência do feixe de bombeio com  $\Omega_2$ variando de 0, 1 $\Gamma$  até  $\Gamma$ 

Na figura 2.9 da largura de transparência, devido a efeitos não coerentes, para  $\Omega_2/\Gamma = 1, 0.$ 



Figura 2.9: Absorção para o feixe de prova em um sistema tipo  $\Lambda$ . Para obter tais curvas utlizamos  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \gamma/\Gamma = 0,01 \in \Omega_2/\Gamma = 1,0.$ 

Existem diversos trabalhos sobre o efeito de EIT, seja do ponto de vista teórico ou experimental, [44, 45] são alguns. Portanto, diversos aspectos tratados neste capítulo, como o estado escuro, as equações de Bloch para o sistema de três níveis na configuração  $\Lambda$  aqui ultilizado ou o comportamento da ressonância estreita de EIT com a largura do feixe de bombeio já foram comprovados e observados [46]. Neste capítulo também foi possível apresentar conceitos importantes como a aproximação de dipolo elétrico, aproximação de onda girante, frequência de Rabi, evolução temporal do operador densidade e solução das equações de Bloch por métodos perturbativos. Estes conceitos serão ultilizados no capítulo seguinte, onde trataremos de um sistema um pouco mais complexo, com quatro níveis de energia na configuração N, com o interesse de estudar alguns aspectos do fenômeno de EIA. Além disso este capítulo se torna ainda mais importante porque o efeito de EIT também pode ser observado no sistema tipo N e poderemos sempre comparar resultados associados a EIT obtidos no capítulo seguinte com resultados já conhecidos neste capítulo.

# Capítulo 3

# Interação Radiação - Matéria: Sistema N

O efeito EIT discutido no capítulo anterior, onde observa-se, na ressonância, transparência com largura subnatural, tem sido bastante explorado pela comunidade ciêntifica [47, 48]. Porém, sobre o efeito de absorção eletromagneticamente induzida (EIA), em que se observa, na ressonância, um pico estreito de absorção, existem muitos problemas em aberto. Tanto no estudo de fenômenos de EIA, como em diversas aplicações, tais como, problemas de armazenamento de informação em ensembles atômicos. Sabe-se contudo, que a EIA ocorre em um sistema degenerado de dois níveis sempre que o momento angular total do nível excitado  $F_e$  for maior do que o momento angular total do nível fundamental  $F_g$ , isto é,  $F_e = F_g + 1$ , e a transição  $F_e \to F_g$  for fechada [19]. Além disso, trabalhos como [30] indicam que o sinal de EIA está associado à transferência da coerência do estado excitado para o estado fundamental.

Em 1998, Taichenachev e colaboradores propuseram, então, um modelo analítico, consistindo em um sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos, na configuração N, onde é possível observar os efeitos de EIA e EIT controlando-se a taxa de transferência da coerência do estado excitado para o estado fundamental, por meio de um parâmetro incluido fenomenologicamente [29]. Motivados por esses trabalhos e com base na metodologia ultilizada no capítulo anterior construímos, neste capítulo, um modelo semelhante ao proposto por Taichenachev, considerando também dois campos ópticos que interagem com um sistema de quatros níveis na configuração N. Obtemos então, soluções analíticas para os espectros de EIA e EIT. Em seguida estudamos o comportamento das larguras de EIA e EIT em função da potência de um dos campos incidentes para diferentes configurações de outros parâmetros e, por fim, obtemos soluções numéricas para o modelo proposto, com o objetivo de comparar resultados analíticos obtidos em aproximações perturbativas com as soluções numéricas exatas.

## 3.1 Interação Radiação - Matéria

Com base na discussão apresentada na primiera seção do capítulo anterior, considere apenas as transições de dipolo elétrico na interação dos campos ópticos com o sistema N, já que aqui também podemos admitir que estes campos têm comprimento de onda muito maior que as dimenções do átomo - experimentos em meios tipo EIA também podem ser feitos em vapor de átomos de Rb e Cs, que permitem esta aproximação - podendo assim despresar as variações espaciais do campo elétrico.

Considere também que a polarização é o único termo responsável pela criação de um campo elétrico como resposta do vapor atômico ao feixe de luz incidente, em que

$$\vec{P} = N \langle \vec{d} \rangle. \tag{3.1}$$

Em nosso modelo também consideraremos campos com baixa intensidade, de forma que o análogo atômico da lei de Hooke para o campo elétrico e a polarização (que oscilam na mesma frequência) é válida.

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(\vec{r},t). \tag{3.2}$$

Considere agora a figura 3.1 onde os campos  $\vec{E}_1(\vec{r},t) \in \vec{E}_2(\vec{r},t)$ , de frequências  $\omega_1 \in \omega_2$ , respectivamente, interagem com um sistema de quatro níveis na configuração N.



Figura 3.1: Sistema tipo N. Os estados  $|a\rangle \in |d\rangle$  pertencem ao nível excitado, com energia  $\hbar\omega_0$ . Os estados  $|b\rangle \in |c\rangle$  pertencem ao nível fundamental, com energia nula. O campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$  acopla com a transição  $a \leftrightarrow b$  e o campo  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$  acopla com as transições  $a \leftrightarrow c$  e  $d \leftrightarrow b$ .

Os estados  $|a\rangle \in |d\rangle$  pertencem ao nível excitado, com energia  $\hbar\omega_0$ . Os estados  $|b\rangle \in |c\rangle$ pertencem ao nível fundamental, com energia nula. O campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$  tem polarização  $\sigma^-$  e acopla somente com a transição  $a \leftrightarrow b$ , equivalente a uma transição  $\Delta m = -1$ . Já o campo  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$  tem polarização  $\sigma^+$  e acopla com as transições  $a \leftrightarrow c \in d \leftrightarrow b$ , ambas equivalentes a transições  $\Delta m = +1$ . As transições  $a \leftrightarrow d$ ,  $c \leftrightarrow b \in c \leftrightarrow d$  são proibidas devido as regras de seleção de dipolo elétrico, como visto no capítulo anterior e nas referências [18, 33], por exemplo.

Baseados nos conceitos apresentados nas primeiras duas seções do capítulo 2, fizemos aqui uma breve discussão sobre algumas considerações iniciais importante para a construção de nosso modelo. A partir desta discursão, escreveremos o hamiltoniano do sistema.

### 3.1.1 Hamiltoniano do Sistema

Como sabemos, o hamiltoniano do sistema é composto por um termo associado ao átomo livre da ação dos campos,  $\hat{H}_0$ , e outro associado à interação do átomo com a radiação,  $\hat{H}_{Int}$ , de forma que

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{Int}.\tag{3.3}$$

Como os estados  $|a\rangle \in |d\rangle$  possuem energia igual a  $\hbar\omega_0$  e os estados  $|b\rangle \in |c\rangle$  possuem energia nula, o hamiltoniano para o átomo livre da ação dos campos é dado por

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 |a\rangle \langle a| + \hbar\omega_0 |d\rangle \langle d|.$$
(3.4)

Estamos considerando apenas as transições de dipolo elétrico, portanto o hamiltoniano de interação é escrito como

$$\hat{H}_{Int} = -\vec{d} \cdot \vec{E} \tag{3.5}$$

onde o operador momento de dipolo do átomo,  $\vec{d}$ , para o sistema N é dado por:

$$\vec{d} = \vec{d}_{a,c}|a\rangle\langle c| + \vec{d}_{c,a}|c\rangle\langle a| + \vec{d}_{a,b}|a\rangle\langle b| + \vec{d}_{b,a}|b\rangle\langle a| + \vec{d}_{d,b}|d.\rangle\langle b| + \vec{d}_{b,d}|b\rangle\langle d|$$
(3.6)

Os campos  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$  e  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$  representam a radiação incidente no sistema N e são descritos da mesma forma que os campos incidentes no sistema  $\Lambda$ .

$$\vec{E}_{1}(\vec{r},t) = \frac{1}{2} [E_{0,1}e^{i(k_{1}z-\omega_{1}t)}\hat{\sigma}^{-} + E_{0,1}^{*}e^{-i(k_{1}z-\omega_{1}t)}(\hat{\sigma}^{-})^{*}]$$
(3.7)

onde  $E_{0,1}$  é a amplitude do campo  $\vec{E}_1(\vec{r},t)$ ,  $k_1 \in \omega_1$  são o vetor de onda e a frequência angular deste campo, respectivamente e  $\hat{\sigma}^-$  é o versor que representa a polarização do campo a esquerda.

$$\vec{E}_{2}(\vec{r},t) = \frac{1}{2} [E_{0,2}e^{i(k_{2}z-\omega_{2}t)}\hat{\sigma}^{+} + E_{0,2}^{*}e^{-i(k_{2}z-\omega_{2}t)}(\hat{\sigma}^{+})^{*}]$$
(3.8)

em que  $E_{0,2}$  é a amplitude do campo  $\vec{E}_2(\vec{r},t)$ ,  $k_2 \in \omega_2$  são o vetor de onda e a frequência angular deste campo, respectivamente e  $\hat{\sigma}^+$  é o versor que representa a polarização do campo a direita. Podemos, então, reescrever o hamiltoniano de interação como

$$\hat{H}_{Int} = -\frac{1}{2} d_{a,b} E_{0,1} e^{ik_{1}z} |a\rangle \langle b|e^{-i\omega_{1}t} - \frac{1}{2} d_{a,b} E_{0,1}^{*} e^{-ik_{1}z} |a\rangle \langle b|e^{i\omega_{1}t} + 
-\frac{1}{2} d_{b,a} E_{0,1} e^{ik_{1}z} |b\rangle \langle a|e^{-i\omega_{1}t} - \frac{1}{2} d_{b,a} E_{0,1}^{*} e^{-ik_{1}z} |b\rangle \langle a|e^{i\omega_{1}t} + 
-\frac{1}{2} d_{a,c} E_{0,2} e^{ik_{2}z} |a\rangle \langle c|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{1}{2} d_{a,c} E_{0,2}^{*} e^{-ik_{2}z} |a\rangle \langle c|e^{i\omega_{2}t} + 
-\frac{1}{2} d_{c,a} E_{0,2} e^{ik_{2}z} |c\rangle \langle a|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{1}{2} d_{c,a} E_{0,2}^{*} e^{-ik_{2}z} |c\rangle \langle a|e^{i\omega_{2}t} + 
-\frac{1}{2} d_{d,b} E_{0,2} e^{ik_{2}z} |d\rangle \langle b|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{1}{2} d_{d,b} E_{0,2}^{*} e^{-ik_{2}z} |d\rangle \langle b|e^{i\omega_{2}t} + 
-\frac{1}{2} d_{b,d} E_{0,2} e^{ik_{2}z} |b\rangle \langle d|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{1}{2} d_{b,d} E_{0,2}^{*} e^{-ik_{2}z} |b\rangle \langle d|e^{i\omega_{2}t}.$$
(3.9)

Os operadores  $|b\rangle\langle a|$ ,  $|c\rangle\langle a|$  e  $|b\rangle\langle d|$  possuem uma evolução livre definida pelos fatores  $e^{-i\omega_{a,b}t}$ ,  $e^{-i\omega_{a,c}t}$  e  $e^{-i\omega_{d,b}t}$  respectivamente, onde  $\omega_{a,b}$ ,  $\omega_{a,c}$  e  $\omega_{d,b}$  são as frequências de ressonância das respectivas transições. Existem, portanto, alguns termos que possuem fatores do tipo  $e^{\pm i(\omega_1+\omega_{a,b})t}$ ,  $e^{\pm i(\omega_2+\omega_{a,c})t}$  e  $e^{\pm i(\omega_2+\omega_{d,b})t}$ . Esses termos oscilam muito rapidamente e, na proximação de onda girante, podem ser despresados. Mantendo somente os termos que oscilam nas frequências  $|\omega_1 - \omega_{a,b}|$ ,  $|\omega_2 - \omega_{a,c}|$  e  $|\omega_2 - \omega_{d,b}|$  obtemos a expressão abaixo para o hamiltoniano de interação:

$$\hat{H}_{Int} = -\frac{1}{2} d_{a,b} E_{0,1} e^{ik_{1}z} |a\rangle \langle b|e^{-i\omega_{1}t} - \frac{1}{2} d_{b,a} E_{0,1}^{*} e^{-ik_{1}z} |b\rangle \langle a|e^{i\omega_{1}t} + -\frac{1}{2} d_{a,c} E_{0,2} e^{ik_{2}z} |a\rangle \langle c|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{1}{2} d_{c,a} E_{0,2}^{*} e^{-ik_{2}z} |c\rangle \langle a|e^{i\omega_{2}t} + -\frac{1}{2} d_{d,b} E_{0,2} e^{ik_{2}z} |d\rangle \langle b|e^{-i\omega_{2}t} - \frac{1}{2} d_{b,d} E_{0,2}^{*} e^{-ik_{2}z} |b\rangle \langle d|e^{i\omega_{2}t}.$$
(3.10)

Podemos ainda definir as frequências de Rabi dos campos  $\vec{E_1}(\vec{r},t)$  e  $\vec{E_2}(\vec{r},t)$  como

$$\Omega_1 = \frac{d_{a,b} E_{0,1} e^{ik_1 z}}{2\hbar}$$
(3.11a)

$$\Omega_2 = \frac{d_{a,c} E_{0,2} e^{ik_2 z}}{2\hbar} = \frac{d_{d,b} E_{0,2} e^{ik_2 z}}{2\hbar}$$
(3.11b)

onde vamos considerar que  $d_{a,c} = d_{d,b}$ .

Finalmente, escrevendo  $\hat{H}_{Int}$  na aproximação de onda girante e em termos das frequências

de Rabi, obtemos para o hamiltoniano total do sistema a expressão:

$$\hat{H} = -\hbar\Omega_1 |a\rangle \langle b|e^{-i\omega_1 t} - \hbar\Omega_1^*|b\rangle \langle a|e^{i\omega_1 t} + \\
-\hbar\Omega_2 |a\rangle \langle c|e^{-i\omega_2 t} - \hbar\Omega_2^*|c\rangle \langle a|e^{i\omega_2 t} + \\
-\hbar\Omega_2 |d\rangle \langle b|e^{-i\omega_2 t} - \hbar\Omega_2^*|b\rangle \langle d|e^{i\omega_2 t} + \\
+\hbar\omega_0 |a\rangle \langle a| + \hbar\omega_0 |d\rangle \langle d|.$$
(3.12)

### 3.1.2 Formalismo do Operador Densidade na configuração N

Sabemos que a polarização, dada pela equação 3.1, é o único termo responsável pela criação de um campo elétrico como resposta do meio atômico à radiação incidente. Sabemos também que, dentro do formalismo do operador densidade, o valor esperado do operador momento de dipolo elétrico é dado por  $\langle \hat{d} \rangle = Tr \left[ \hat{\rho} \hat{d} \right]$ . Portanto utilizaremos, novamente o formalismo do operador densidade para descrever a resposta do nosso sistema de quatro níveis aos dois campos incidentes, na configuração N. Para o nosso sistema, a matriz densidade é representada por

$$\rho = \begin{pmatrix}
\rho_{a,a} & \rho_{a,b} & \rho_{a,c} & \rho_{a,d} \\
\rho_{b,a} & \rho_{b,b} & \rho_{b,c} & \rho_{b,d} \\
\rho_{c,a} & \rho_{c,b} & \rho_{c,c} & \rho_{c,d} \\
\rho_{d,a} & \rho_{d,b} & \rho_{d,c} & \rho_{d,d}
\end{pmatrix}$$
(3.13)

em que os termos da diagonal principal representam as populações atômicas e os demais termos representam as coerências.

Vimos que a evolução temporal do operador densidade é dada pela equação de Liouville:

$$i\hbar\dot{\rho} = \left[\hat{H},\rho\right] \tag{3.14}$$

Entretanto a equação 3.14 deve ser modificada acrescentando-se fenomenologicamente termos de decaimento espontâneo e perda de coerência. Além disso, em nosso modelo, consideraremos o sistema aberto, tornando necessário incluir também taxas de entrada e saida de átomos. Para melhor compreender esta última consideração, imagine uma situação real em que os feixes  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  incidem em uma célula de vapor atômico. Átomos fora da região de incidência dos feixes podem migrar para está região durante a interação, enquanto que átomos interagindo com a radiação podem migrar para regiões da célula livre da ação dos feixes. Portanto a equação de Liouville, corrigida tem a forma

$$i\hbar\dot{\rho} = \left[\hat{H},\rho\right] + \hat{\Gamma} + \hat{\Lambda} + \hat{\beta}$$
(3.15)

onde  $\hat{\Gamma}$  é a matriz

$$\hat{\Gamma} = i\hbar \begin{pmatrix} -\Gamma\rho_{a,a} & -\Gamma'\rho_{a,b} & -\Gamma'\rho_{a,c} & -\gamma_{a,d}\rho_{a,d} \\ -\Gamma'\rho_{b,a} & \Gamma'\rho_{a,a} + \Gamma\rho_{d,d} & -\gamma_{c,b}\rho_{b,c} + B\gamma_{a,d}\rho_{d,a} & -\Gamma\rho_{b,d} \\ -\Gamma'\rho_{c,a} & -\gamma_{c,b}\rho_{c,b} + B\gamma_{a,d}\rho_{a,d} & \Gamma'\rho_{a,a} & -\Gamma'\rho_{c,d} \\ -\gamma_{a,d}\rho_{d,a} & -\Gamma\rho_{d,b} & -\Gamma'\rho_{d,c} & -\Gamma\rho_{d,d} \end{pmatrix}$$
(3.16)

Nesta matriz  $\Gamma = 2\Gamma'$  é a taxa de decaimento de população dos estados excitados  $|a\rangle \in |d\rangle$ ,  $\gamma_{a,d} \in \gamma_{c,b}$  representam as taxas de perda das coerências  $\rho_{a,d} \in \rho_{c,b}$ , respectivamente. Onde  $\gamma_{a,d}$  é igual a  $\Gamma \in \gamma_{c,b}$  é dominada pelo tempo finito de interação dos átomos com a luz.

A matriz  $\hat{\Lambda}$  representa a taxa de entrada de átomos no sistema. Apenas os estados  $|b\rangle$ e  $|c\rangle$  possuem termos associados a entrada de átomos, pois estes encontram-se no estado fundamental antes de interagir com a luz.

$$\hat{\Lambda} = i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{b,b}\rho_{b,b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{c,c}\rho_{c,c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3.17)

E por último a matriz  $\hat{\beta}$ , que representa a taxa de saída de átomos do sistema.

$$\hat{\beta} = i\hbar \begin{pmatrix} -\beta\rho_{a,a} & -\beta\rho_{a,b} & -\beta\rho_{a,c} & -\beta\rho_{a,d} \\ -\beta\rho_{b,a} & -\beta\rho_{b,b} & 0 & -\beta\rho_{b,d} \\ -\beta\rho_{c,a} & 0 & -\beta\rho_{c,c} & -\beta\rho_{c,d} \\ -\beta\rho_{d,a} & -\beta\rho_{d,b} & -\beta\rho_{d,c} & -\beta\rho_{d,d} \end{pmatrix}$$
(3.18)

Após escrever a equação 3.15 podemos ainda substituir  $\rho_{i,j}$  (com i, j = a, b, c, d) em termos das variáveis lentas  $\sigma_{i,j}$  (com i, j = a, b, c, d), com  $\rho_{i,j} = \sigma_{i,j}$  quando i = j.

$$\rho_{a,b} = \sigma_{a,b} e^{-i\omega_1 t} \tag{3.19a}$$

$$\rho_{a,c} = \sigma_{a,c} e^{-i\omega_2 t} \tag{3.19b}$$

$$\rho_{a,d} = \sigma_{a,d} e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} \tag{3.19c}$$

$$\rho_{c,b} = \sigma_{c,b} e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t}$$
(3.19d)

$$\rho_{c,d} = \sigma_{c,d} e^{-i(\omega_1 - 2\omega_2)t}$$
(3.19e)

$$\rho_{d,b} = \sigma_{d,b} e^{-i\omega_2 t} \tag{3.19f}$$

Obtendo, finalmente, as equações de Bloch em termos das váriaveis lentas para o sistema tipo N.

$$\dot{\sigma}_{a,a} = i\Omega_2 \sigma_{c,a} - i\Omega_2^* \sigma_{a,c} + i\Omega_1 \sigma_{b,a} - i\Omega_1^* \sigma_{a,b} - (\Gamma + \beta) \sigma_{a,a}$$
(3.20a)

$$\dot{\sigma}_{b,b} = i\Omega_2 \sigma_{b,d} - i\Omega_2^* \sigma_{d,b} - i\Omega_1 \sigma_{b,a} + i\Omega_1^* \sigma_{a,b} + \Gamma' \sigma_{a,a} + \Gamma \sigma_{d,d} - \beta \sigma_{b,b} + \lambda_{b,b}$$
(3.20b)

$$\dot{\sigma}_{c,c} = i\Omega_2^* \sigma_{a,c} - i\Omega_2 \sigma_{c,a} + \Gamma' \sigma_{a,a} - \beta \sigma_{c,c} + \lambda_{c,c}$$
(3.20c)

$$\dot{\sigma}_{d,d} = i\Omega_2 \sigma_{b,d} - i\Omega_2^* \sigma_{d,b} - (\Gamma + \beta) \sigma_{d,d}$$
(3.20d)

$$\dot{\sigma}_{a,b} = i\Omega_2 \sigma_{c,b} - i\Omega_2 \sigma_{a,d} + i\Omega_1 \sigma_{b,b} - i\Omega_1 \sigma_{a,a} - (i\Delta_1 + \Gamma' + \beta)\sigma_{a,b}$$
(3.20e)

$$\dot{\sigma}_{a,c} = i\Omega_1 \sigma_{b,c} + i\Omega_2 \sigma_{c,c} - i\Omega_2 \sigma_{a,a} - (i\Delta_2 + \Gamma' + \beta)\sigma_{a,c}$$
(3.20f)

$$\dot{\sigma}_{a,d} = i\Omega_1 \sigma_{b,d} - i\Omega_2^* \sigma_{a,b} + i\Omega_2^* \sigma_{c,d} + (i\delta - \gamma_{a,d} - \beta)\sigma_{a,d}$$
(3.20g)

$$\dot{\sigma}_{c,b} = -i\Omega_1 \sigma_{c,a} + i\Omega_2^* \sigma_{a,b} - i\Omega_2^* \sigma_{c,d} + (i\delta - \gamma_{c,b})\sigma_{c,b} + B\gamma_{a,d}\sigma_{a,d}$$
(3.20h)

$$\dot{\sigma}_{c,d} = i\Omega_2^* \sigma_{a,d} - i\Omega_2^* \sigma_{c,b} + (i\Delta_2 + i\delta - \Gamma' - \beta)\sigma_{c,d}$$
(3.20i)

$$\dot{\sigma}_{d,b} = -i\Omega_1 \sigma_{d,a} - i\Omega_2 \sigma_{d,d} + i\Omega_2 \sigma_{b,b} - (i\Delta_2 + \Gamma + \beta)\sigma_{d,b}$$
(3.20j)

Onde

- $\Delta_1 = \omega_0 \omega_1$  é a dessintonia do campo  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ ;
- $\Delta_2 = \omega_0 \omega_1$  é a dessintonia do campo  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ ;
- $\delta = \omega_1 \omega_2 = \Delta_2 \Delta_1.$

Note-se também que omitimos as expressões para as coerências  $\dot{\sigma}_{b,a}$ ,  $\dot{\sigma}_{c,a}$ ,  $\dot{\sigma}_{d,a}$ ,  $\dot{\sigma}_{b,c}$ ,  $\dot{\sigma}_{d,c}$  e  $\dot{\sigma}_{d,b}$  pois são os complexos conjugados das expressões 3.20e a 3.20j.

#### **3.1.3** Taxa de Transferência de Coerência - B

Sabe-se que o efeito de EIA (um dos efeitos coerentes que desejamos analisar em nosso trabalho) está associado à coerência criada entre os estados excitados, mas como esta coerência tem um tempo de vida muito curto, devido ao decaimento espontâneo de populações nestes estados, o efeito só é observado quando ocorre tranferência da coerência criada entre os estados excitados para os estados fundamentais [49]. Em nosso modelo podemos fazer com que esta tranferência ocorra acrescentando, fenomenologicamente, o termo  $B\gamma_{a,d}\sigma_{a,d}$  à evolução temporal da coerência  $\sigma_{c,b}$ , representando a taxa com que a coerência  $\sigma_{a,d}$  é tranferida para a coerência entre os estados fundamentais,  $\sigma_{c,b}$ .

Na equação 3.20g o termo  $\gamma_{a,d}\sigma_{a,d}$  é subtraído, fenomenologicamente, da evolução temporal da coerência  $\sigma_{a,d}$ , representando a taxa com que a coerência entre os estados excitados é perdida. Em modelos reais de ensambles atômicos interagindo com campos externos a coerência criada no estado excitado pode ser destruída devido alguns fatores como, por exemplo, gradientes de campos magnéticos e colisões. Além disso, essa coerência pode ser tranferida para outros estados [19]. Esta transferência pode ocorrer dos estados excitados para os estados fundamentais da transição acoplada pela radiação incidente. Além disso, essa coerência também pode ser transferida para outros estados queros estados através de processos espontâneos ou outros mecanismos ainda não compreendidos. Variando-se o parâmetro B, chamado de taxa de transferência de coerência, entre zero e um, podemos determinar que porcentagem da coerência  $\sigma_{a,d}$  é transferida para  $\sigma_{c,b}$ .

No modelo proposto por Taichenachev [29] também exite um parâmetro, equivalente ao nosso B, controlando a taxa com que a coerência criada entre os estados excitados é tranferida para coerência entre os estados fundamentais. Porém, Taichenachev e colaboradores só abordou dois casos ideais extremos, trazendo para nossa notação, o caso em que B = 1 e o caso em que B = 0. No primeiro caso, a coerência criada entre os estados excitados é completamente transferida para coerência entre os estados fundamentais e, para este caso, é observado o efeito de EIA no espectro de absorção do feixe de sinal. No segundo caso, esta tranferência não ocorre e, assim como no sistema tipo  $\Lambda$ , observamos o efeito de EIT devido à coerência criada entre os estados fundamentais. No trabalho citado [29], os autores apenas mostraram a possibilidade de observar os efeitos de EIT e EIA em um mesmo sistema, algo que ainda não havia sido explorado.

Em nosso trabalhos discutiremos os efeitos coerentes observados a partir do sistema tipo N para diferentes configurações da taxa de tranferência de coerência variando o parâmetro B no intervalo  $0 \le B \le 1$ . Além disso, discutiremos em detalhes aspectos físicos nunca antes abordados a respeito dos efeitos coerentes, EIA e EIT, como as caracteríscas destes efeitos para valores intermediários de B, entre 0 e 1, assim como a anulação de ambos para determinadas configurações deste parâmetros, na presença dos campos  $\Omega_1 e \Omega_2$ , por exemplo.

## 3.2 Soluções Analíticas das Equações de Bloch

As equações 3.20 são ainda maiores e mais complexas que as equações de Bloch para os sistema de três níveis, configuração  $\Lambda$ , do capítulo anterior, sendo ainda mais difícil procurar soluções exatas analíticas para as equações 3.20. As resolveremos, portanto, através de métodos pertubativos exatamente como no capítulo anterior. Apresentaremos também as soluções numéricas exatas para o nosso modelo.

Considere novamente o campo  $\Omega_1$  como o feixe fraco, denominado feixe de sinal e o campo  $\Omega_2$  como feixe forte, considerado em todas as ordem e chamado feixe de bombeio. Estaremos novamente interessados em observar o espectro de absorção e dispersão de  $\Omega_1$  para diferentes configurações.

Para ordem zero de perturbação em  $\Omega_1$ , as equações, em regime estacionário, de 3.20 são:

$$i\Omega_2 \sigma_{c,a}^{(0)} - i\Omega_2^* \sigma_{a,c}^{(0)} - (\Gamma + \beta) \sigma_{a,a}^{(0)} = 0$$
 (3.21a)

$$i\Omega_2 \sigma_{b,d}^{(0)} - i\Omega_2^* \sigma_{d,b}^{(0)} + \Gamma' \sigma_{a,a}^{(0)} + \Gamma \sigma_{d,d}^{(0)} - \beta \sigma_{b,b}^{(0)} + \lambda_{b,b} = 0$$
(3.21b)

$$i\Omega_2^*\sigma_{a,c}^{(0)} - i\Omega_2\sigma_{c,a}^{(0)} + \Gamma'\sigma_{a,a}^{(0)} - \beta\sigma_{c,c}^{(0)} + \lambda_{c,c} = 0$$
(3.21c)

$$i\Omega_2 \sigma_{b,d}^{(0)} - i\Omega_2^* \sigma_{d,b}^{(0)} - (\Gamma + \beta) \sigma_{d,d}^{(0)} = 0$$
 (3.21d)

$$i\Omega_2 \sigma_{c,b}^{(0)} - i\Omega_2 \sigma_{a,d}^{(0)} - (i\Delta_1 + \Gamma' + \beta)\sigma_{a,b}^{(0)} = 0$$
 (3.21e)

$$i\Omega_2 \sigma_{c,c}^{(0)} - i\Omega_2 \sigma_{a,a}^{(0)} - (i\Delta_2 + \Gamma' + \beta)\sigma_{a,c}^{(0)} = 0$$
 (3.21f)

$$-i\Omega_2^*\sigma_{a,b}^{(0)} + (i\delta - \gamma_{a,d} - \beta)\sigma_{a,d}^{(0)} = 0$$
 (3.21g)

$$i\Omega_2^*\sigma_{a,b}^{(0)} + (i\delta - \gamma_{c,b})\sigma_{c,b}^{(0)} + B\gamma_{a,d}\sigma_{a,d}^{(0)} = 0$$
(3.21h)

$$-i\Omega_2 \sigma_{d,d}^{(0)} + i\Omega_2 \sigma_{b,b}^{(0)} - (i\Delta_2 + \Gamma + \beta)\sigma_{d,b}^{(0)} = 0$$
(3.21i)

A transição  $c \leftrightarrow d$  é uma transição de três fótons, ou seja, tem uma probabilidade muito baixa de ocorrer, por este motivo, como simplificação de nosso modelo, consideraremos  $\sigma_{c,d} = 0$  nas soluções analíticas das demais equações 3.20 em todas as ordens de perturbação que fizermos.

Resolvendo as equações 3.21 obtemos  $\sigma_{a,b}^{(0)} = \sigma_{a,d}^{(0)} = \sigma_{c,b}^{(0)} = 0$  e os demais termos diferentes de zero com suas expressões dadas abaixo.

$$\sigma_{a,a}^{(0)} = \frac{|\Omega_2|^2 (\Gamma + 2\beta) \lambda_{c,c}}{|\Omega_2|^2 (\Gamma/2 + 2\beta) (\Gamma + 2\beta) + (\Gamma + \beta) [\Delta_2^2 + (\Gamma/2 + \beta)^2] \beta}$$
(3.22)

$$\sigma_{b,b}^{(0)} = \frac{(\lambda_{b,b} + \Gamma \sigma_{a,a}^{(0)}/2) \left\{ 2 |\Omega_2|^2 + [\Delta_2^2 + (\Gamma + \beta)^2] \right\}}{4 |\Omega_2|^2 \beta + [\Delta_2^2 + (\Gamma + \beta)^2] \beta}$$
(3.23)

$$\sigma_{c,c}^{(0)} = \frac{|\Omega_2|^2 (\Gamma + 2\beta)\lambda_{c,c} + (\Gamma + \beta)[\Delta_2^2 + (\Gamma/2 + \beta)^2]\lambda_{c,c}}{|\Omega_2|^2 (\Gamma/2 + 2\beta)(\Gamma + 2\beta) + (\Gamma + \beta)[\Delta_2^2 + (\Gamma/2 + \beta)^2]\beta}$$
(3.24)

$$\sigma_{d,d}^{(0)} = \frac{|2\Omega_2|^2 \left(\lambda_{b,b} + \Gamma \sigma_{a,a}^{(0)}/2\right)}{4 \left|\Omega_2\right|^2 \beta + [\Delta_2^2 + (\Gamma + \beta)^2]\beta}$$
(3.25)

$$\sigma_{a,c}^{(0)} = \frac{i\Omega_2\lambda_{c,c}(\Gamma+\beta)(-i\Delta_2+\Gamma/2+\beta)}{\left|\Omega_2\right|^2(\Gamma/2+2\beta)(\Gamma+2\beta)+(\Gamma+\beta)[\Delta_2^2+(\Gamma/2+\beta)^2]\beta}$$
(3.26)

$$\sigma_{d,b}^{(0)} = \frac{i\Omega_2(\lambda_{b,b} + \Gamma \sigma_{a,a}^{(0)}/2)(i\Delta_2 + \beta + \Gamma)}{4\left|\Omega_2\right|^2 \beta + \left[\Delta_2^2 + (\Gamma + \beta)^2\right]\beta}$$
(3.27)

Precisamos agora escrever as equações 3.20 em primeira ordem de perturbação em  $\Omega_1$ . Admitindo já está claro o método que estamos utilizando, omitirei aqui as expressões 3.20a, 3.20b, 3.20c, 3.20d, 3.20f e 3.20i em primeira ordem, pois a partir delas não se obtem nenhuma equação relevante, sendo  $\sigma_{a,a}^{(1)} = \sigma_{b,b}^{(1)} = \sigma_{c,c}^{(1)} = \sigma_{d,d}^{(1)} = \sigma_{d,b}^{(1)} = 0$ . Isso significa que até está ordem as soluções para estas coerências e populações são as mesmas que encotramos na ordem anterior. As demais equações da 3.20 em primeira ordem de perturbação em  $\Omega_1$  e em regime estácionário são:

$$i\Omega_2 \sigma_{c,b}^{(1)} - i\Omega_2 \sigma_{a,d}^{(1)} - (i\Delta_1 + \Gamma' + \beta)\sigma_{a,b}^{(1)} = i\Omega_1 (\sigma_{a,a}^{(0)} - \sigma_{b,b}^{(0)})$$
(3.28a)

$$-i\Omega_{2}^{*}\sigma_{a,b}^{(1)} + (i\delta - \gamma_{a,d} - \beta)\sigma_{a,d}^{(1)} = -i\Omega_{1}\sigma_{b,d}^{(0)}$$
(3.28b)

$$i\Omega_2^*\sigma_{a,b}^{(1)} + (i\delta - \gamma_{c,b})\sigma_{c,b}^{(1)} + B\gamma_{a,d}\sigma_{a,d}^{(1)} = i\Omega_1\sigma_{c,a}^{(0)}$$
(3.28c)

E as resolvendo, encontramos

$$\sigma_{a,b}^{(1)} = \frac{\Omega_1[\Omega_2(X_1 + B\gamma_{a,d})\sigma_{b,d}^{(0)} + \Omega_2 X_2 \sigma_{c,a}^{(0)} + iX_1 X_2 (\sigma_{a,a}^{(0)} - \sigma_{b,b}^{(0)})]}{|\Omega_2|^2 (X_1 + X_2 + B\gamma_{a,d}) - Z_1 X_1 X_2}$$
(3.29)

$$\sigma_{a,d}^{(1)} = \frac{i\Omega_2^* \sigma_{a,b}^{(1)} - i\Omega_1 \sigma_{b,d}^{(0)}}{X_2}$$
(3.30)

$$\sigma_{c,b}^{(1)} = \frac{i\Omega_1(X_2\sigma_{c,a}^{(0)} + B\gamma_{a,d}\sigma_{b,d}^{(0)}) - i\Omega_2^*(X_2 + B\gamma_{a,d})\sigma_{a,b}^{(1)}}{X_1X_2}$$
(3.31)

Onde, para efeito de cálculos, definimos:

$$Z_1 = (i\Delta_1 + \Gamma' + \beta); \qquad (3.32a)$$

$$X_1 = (i\delta - \gamma_{c,b}); \tag{3.32b}$$

$$X_2 = (i\delta - \gamma_{a,d} - \beta). \tag{3.32c}$$

Resolvendo a equação  $\langle \hat{d} \rangle = Tr \left[ \hat{\rho} \hat{d} \right]$ , considerando a expressão 3.2, podemos escrever

$$P_{a,b} = N d_{a,b} \rho_{a,b} = N d_{a,b} \sigma_{a,b} e^{-i\omega_1 t} = \epsilon_0 \chi_1 E_{0,1} e^{-i\omega_1 t}$$
(3.33)

e, consequentemente

$$\chi_1 = \frac{Nd_{a,b}}{\epsilon_0 E_{0,1}} \sigma_{a,b} \tag{3.34}$$

onde  $\chi_1$  é a susceptibilidade eletrica induzida pelo feixe  $\Omega_1$ , ou seja, novamente obtemos os espectros de absorção e dispersão do feixe de sinal através da coerência  $\sigma_{a,b}$ . Isso porque, neste capítulo, utilizamos uma configuração para nosso sistema N de tal forma que o feixe de sinal,  $\Omega_1$ , acopla apenas com a transição  $a \leftrightarrow b$ . Neste caso, obviamente,  $\sigma_{a,b}$  é dada pela equação 3.29. Na figura abaixo apresentamos o espectro de absorção de  $\Omega_1$  para B = 0 e para B = 1.



Figura 3.2: Absorção para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo N. Para obter tais curvas foi utilizado  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \Omega_2/\Gamma = 0,1, \ \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1$  e  $\Delta_2/\Gamma = 0$ . Para a curva em verde foi considerado B = 1 e para curva em amarelo foi considerado B = 0.

Conseguimos observar ambos os efeitos, EIA e EIT, como esperarávamos. A curva em verde representa o efeito EIA, caso em que B = 1 e, consequentemente, toda coerência

entre os estados excitados é tranferida para os estados fundamentais. A curva em amarelo representa o efeito de EIT, caso em que B = 0 e a coerência do estado excitado não contribui com nenhum efeito, pois é perdida muito rapidamente. Neste caso, temos apenas a criação da coerência entre os estados fundamentais.



Figura 3.3: Dispersão do meio para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo N. Para obter tais curvas foi utilizado  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0,1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1$  e  $\Delta_2/\Gamma = 0$ .

Na figura 3.3a observamos que o espectro de dispersão, quando B = 0, apresenta um forte aumento do índice de refreção, representando o efeito de luz lenta, como mostrado em [16].

Na figura 3.3b mostramos o espectro de dispersão para B = 1. Observa-se outro fato importante: um grande aumento da dispersão associada ao efeito de EIA que pode ser utilizada para obter velocidades de grupo negativas para pulsos de luz (a chamada *luz rápida*), como mostrado em [49] e [50].

Uma vez que conseguimos reproduzir os efeitos de EIA e EIT como no artigo de Taichenachev e colaboradores [29], resolvemos estudar o alargamento por potência destes efeitos. Plotamos vários gráficos como o da figura 3.2 para diferentes valores  $\Omega_2$ . Medindo as larguras de EIT, para B = 0, e as larguras de EIA, para B = 1, notamos um comportamento bem diferente para as larguras de EIA e EIT, conforme gráfico da figura 3.4.



Figura 3.4: Alargamento por potências para os efeitos de EIA e EIT. A curva em verde representa o alarmento do sinal de EIT, B = 0. A curva em vinho representa o alargamento do sinal de EIA, B = 1

Para B = 0, curva tracejada, observa-se que um alargamento por potência para o efeito de EIT, exatamente como o da figura 2.7 do capítulo anterior e na referência [46]. Já para curva sólida, B = 1, notamos que, praticamente não há alargamento por potência para o efeito de EIA. Este resultado traz algumas implicações importantes na área de física atômica, como exemplo, no desenvolvimento de técnicas de espectroscopia e magnetometria de alta resolução. Atualmente, tais técnicas estão associadas à utilização da ressonância estreita de EIT [8], entretanto o alargamento por potência do sinal de EIT representa um ponto negativo na precisão de medidas de campos magnéticos e ressonâncias atômicas. Dentro deste contexto, alguns trabalhos foram elaborados com o objetivo de obter um sinal de EIT que não sofresse alargamento por potência. Neste sentido, por exemplo, o trabalho de Florez e colaboradores [38], estudou o alargamento por potência em um sinal de EIT obtido a partir da análise do ruído, mostrando que neste caso não há alargamento. Por outro lado, como pode ser observado na figura 3.4, este resultado é obtido naturalmente na condição de EIA. Dessa forma, em casos de medidas de transições atômicas em meios tipo EIA, a precisão da medida não é afetada quando se aumenta a potência do feixe, objetivando obter um melhor sinal, já que a curva de ressonância estreita de EIA não alarga por potência. Pelo mesmo motivo, no caso de medidas de campos magnético, onde a intensidade deste campo é proporcional ao deslocamento ou separação entre ressonâncias estreitas associadas aos níveis Zeeman [51], o efeito de EIA pode ser utilizado, pois é possível obter picos muito estreitos para altas potências do feixe de bombeio, o que permite detectar baixas intensidades do campo magnético, da ordem da largura do pico estreito de EIA.

Experimentalmente, o controle do valor de B pode ser feito adicionando ao sistema atômico um gás inerte mais pesado. A taxa de transferência da coerência do estado excitado para o fundamental pode ser regulada alterando a pressão deste gás inerte.

# 3.3 Soluções Numéricas

Dentro do estudo teórico do efeito de EIA, as soluções para o modelo proposto são, em geral, dadas numericamente, mesmo quando é ultilizado o sistema tipo N, que é o sistema mais simples para o estudo deste efeito [49, 19, 52]. Em nosso trabalho apresentamos uma proposta diferente, resolver o modelo N analiticamente e analisar alargamentos por potências para taxas de tranferência de coerência variadas abordando aspectos físicos ainda não compreendidos. Com o objetivo de validar os nossos resultados obtidos analiticamente, obtivemos as soluções numéricas exatas do nosso modelo através do método *runge kutta de quarta ordem* [53]. Um estudo detalhado sobre o método utilizado pode ser feito através da referência [54].

Primeiramente precisamos obter as soluções numéricas temporais das equações 3.20. Todos os termos desta equação, com excessão das coerências e populações, podem ser considerados constantes no tempo. Assim, para utilizar o método de runge kutta de quarta ordem atribuímos para esses termos os mesmos valores atribuídos no tratamento analítico. Na figura abaixo apresentamos a evolução temporal do sistema.



(a) Evolução temporal da parte imaginária das coerências do sistema.

(b) Evolução temporal da parte real das coerências do sistema.



(c) Evolução temporal das populações do sistema.

Figura 3.5: Evolução temporal do sistema N. Para obter tais curvas foi utilizado  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \ \Omega_2/\Gamma = 0,1, \ \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \ \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \ \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1$  e  $\Delta_1/\Gamma = \Delta_2/\Gamma = 0$ . Na figura 3.5a a parte imaginária das coerências  $\sigma_{a,b}, \ \sigma_{a,d} \in \sigma_{c,b}$  estão sobrepostas, por isso só podemos ver a parte imaginária da coerência  $\sigma_{c,b}$ . Na figura 3.5b a parte real das coerências  $\sigma_{a,b}, \ \sigma_{a,c} \in \sigma_{b,d}$  estão sobrepostas, por isso só podemos ver a parte real da coerência  $\sigma_{b,d}$ .

Desejamos analisar os efeitos de EIA e EIT que são observados quando o sistema atinge o estado estacionário. Desta forma, nas soluções temporais das equações 3.20 precisamos escolher um intervalo de tempo suficientemente longo para que o sistema atinja esta condição. Das figuras 3.5a, 3.5b e 3.5c podemos observar que para um tempo aproximado de t = 100mso sistema já atingiu o estado estacionário, onde observamos que as soluções não possuem mudanças significativas com o tempo. Então, para qualquer intervalo de tempo a partir deste valor podemos obter o espectro de absorção do feixe de sinal, em função de  $\Delta_1$  e observar os efeitos de EIA e EIT na condição de estado estacionário.



Figura 3.6: Absorção para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo N (solução númerica). Para obter tais curvas foi utilizado  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 e \Delta_2/\Gamma = 0$ . Para a curva sólida foi considerado B = 1 e para curva tracejada foi considerado B = 0.



(a) Dispersão para o feixe de sinal com B = 0 (solução númerica).

(b) Dispersão para o feixe de sinal com B = 1 (solução númerica).

Figura 3.7: Dispersão para o feixe de sinal em um sistema aberto tipo N (solução númerica). Para obter tais curvas foi utilizado  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 \in \Delta_2/\Gamma = 0.$ 



Figura 3.8: Alargamento por potência para os efeitos de EIA e EIT (solução numérica). A curva em verde representa o alarmento do sinal de EIT, B = 0. A curva em vinho representa o alargamento do sinal de EIA, B = 1

Como podemos ver, a solução numérica é idêntica à solução obtida através de métodos perturbativos. Seguros da confiabilidade do nosso modelo e das soluções analíticas e motivados pelo supreendente resultado para o alargamento por potência do efeito de EIA, fizemos vários estudos analisando o corportamanto do espectro de absorção do feixe de sinal para diferentes valores de B (taxa de tranferência de coerência) e o comportamento dessas curvas com o aumento da potência do feixe forte, além de outras análises para tentar entender o efeito de EIA.

# **3.4** Aparato Experimental

Embora o trabalho apresentado nesta dissertação seja totalmente de cunho teórico, houve, inicialmente, a prentenção de se desenvolver um trabalho experimental. Inicialmente montamos um aparato, no qual observamos os efeitos de EIT e EIA experimentalmente, porém, por motivos de força maior, não foi possível fazer medidas sistemáticas e desenvolver um trabalho experimental. Entretanto, acreditamos que é importante descrever o aparato experimental montado, além de apresentar algumas curvas dos efeitos de EIT e EIA observadas em laboratório, como registro do início do nosso trabalho de pesquisa. É importante ressaltar que essas observações experimentais nos motivaram a desenvolver nosso trabalho teórico, envolvendo a análise dos efeitos coerentes de transparência e absorção eletromagneticamente induzida em átomos.



Figura 3.9: Montagem do Experimento

Em nosso aparato experimental, tivemos um laser de diodo com frequência modulada na linha D2 do Césio. O feixe laser, com polarização linear, passa, inicialmente por um isolador óptico e em seguida por um divisor de feixe. O feixe refletido neste divisor é direcionado para um interferômetro Fabry - Pérot, utilizado para ajustar o laser de forma a mantê-lo monomodo. O feixe transmitido pelo mesmo divisor passa por uma lâmina de atraso de fase  $\lambda/2$ , girando sua polarização de um ângulo  $\Theta$ , com  $0^{\circ} \leq \Theta \leq 90^{\circ}$ . Em seguida o feixe passa pelo cubo polarizador CP1, onde os feixes transmitidos e refletidos em CP1 têm polarizações perpendiculares um em relação ao outro. O feixe transmitido neste cubo polarizador passa por outro divisor de feixe, onde o feixe refletido neste divisor é utilizado na montagem de uma absorção saturada e o feixe transmitido neste divisor é direcionado para o modulador acústico óptico MAO1, este feixe é nosso feixe de sinal ( $\Omega_1$ ), onde em nosso experimento observaremos o espectro de absorção deste feixe. Já o feixe refletido em CP1 é direcionado para o modulador acústico óptico MAO2, este é nosso feixe de bombeio,  $(\Omega_2)$ .

### 3.4.1 Absorção Saturada

É necessário sintonizar o laser para que este fique ressonante com determinada transição, por exemplo a transição  $F_G = 3 \rightarrow F_E = 3$  da sua linha  $D_2$  do Césio. Sabemos que o espectro de absorção linear de um feixe em torno de 852 nm, num vapor de Césio à temperatura ambiente apresenta, devido ao efeito Doppler , uma largura maior do que a separação entre os níveis hiperfinos da linha D2 do Césio, por isso é impossível resolver essa estrutura hiperfina utilizando o sinal de absorção linear. Portanto, é necessária a técnica de absorção saturada, parte da figura 3.9 tracejada em vermelho. Nessa técnica, fazemos um par de feixes contrapropagantes e de mesma frequência passar pela célula de vapor de Césio 1, sendo um feixe com baixa intensidade e outro com alta intensidade. Como ambos os feixes possuem a mesma frequência, apenas átomos com velocidade nula, ao longo da direção de propagação, ficam ressonantes com ambos os feixes ao mesmo tempo. Assim, o feixe forte satura a transição de modo que o feixe fraco terá uma diminuição da sua absorção. Essa diminuição apresenta um pico cuja largura corresponde à largura de linha homogênea da transição.

#### 3.4.2 Feixe de Sinal

O feixe de sinal passa duas vezes por MAO1, um modulador acústico óptico com frequência de 100 MHz, para ter sua frequência subtraída de 200 MHz e assim acoplar com a transição  $F_G = 4 \rightarrow F_E = 3$  da linha  $D_2$  do Césio. Este modulador não terá frequência fixa; varrerá uma pequena faixa de frequência, próxima a ressonância para que possamos obsevar o espectro de absorção do feixe de sinal. Além disso, este feixe passa por uma lâmina de atraso de fase  $\lambda/4$  imediatamente antes de entrar na célula de Césio 2, tornando sua polarização circular. Após a célula o feixe é direcionado para o detector D3, onde é detectado o espectro de absorção do feixe de sinal.

#### 3.4.3 Feixe de Bombeio

O feixe de bombeio passa por MAO2, modulador acústico óptico com frequência de 200 MHz e também tem sua frequência subtraída de 200 MHz acoplando assim com a transição  $F_G = 4 \rightarrow F_E = 3$  da sua linha  $D_2$  do Césio. Este modulador é mantido com frequência fixa para que o feixe de bombeio permaneça ressonante com a transição  $F_G = 4 \rightarrow F_E = 3$ . Imediatamente antes de entrar na célula de Césio 2 o feixe passa por uma lâmina de atraso de fase  $\lambda/4$ , tornando sua polarização circular, sendo copropagante ao feixe de sinal.

Além das descrições acima destacamos algumas observações:

- O detector D2 é utilizado na calibração da potência do feixe de bombeio;
- O *µmetal* é utilizado para anular gradientes de campos magnéticos;
- O polarizador Glan Foucault é utilizado para que o feixe de bombeio seja desviado e apenas o feixe de sinal seja transmitido para o detector D3;
- Escolhemos uma configuração na qual é possível observar o efeito de EIT. Para a observação de EIA, é suficiente configurar a frequência do laser de maneira a torna-lo ressonante com uma transição do tipo  $F_G < F_E$  da linha D2 do Césio.

Como mencionado no início desta seção, não foi possível fazer medidas experimentais sistemáticas, mas com nosso aparato experimental pudemos observar os efeitos de EIA e EIT, como mostrado nas figuras 3.10a e 3.10b.



Figura 3.10: Efeitos de EIA e EIT observados experimentalmente, a partir do espectro de absorção do feixe de sinal.

# Capítulo 4

# Análise dos Resultados do Modelo Tipo N

No capítulo anterior abordamos um modelo em que dois campos ópticos interagem com um sistema de quatro níveis na configuração N.



Figura 4.1: Sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos na configuração N.

Em diversos trabalhos envolvendo EIA as soluções são obtidas numericamente, inclusive quando este efeito é estudado a partir de um sistema N, que, do ponto de vista teórico, é o sistema mais simples em que este efeito pode ser observado [18, 29, 52]. Em nosso modelo, apresentamos soluções analíticas para o sistema através das quais podemos extrair algumas informações acerca dos efeitos coerentes observados. Abaixo destacamos as expressões

$$\sigma_{a,b}^{(1)} = \frac{\Omega_1[\Omega_2(X_1 + B\gamma_{a,d})\sigma_{b,d}^{(0)} + \Omega_2 X_2 \sigma_{c,a}^{(0)} + iX_1 X_2 (\sigma_{a,a}^{(0)} - \sigma_{b,b}^{(0)})]}{|\Omega_2|^2 (X_1 + X_2 + B\gamma_{a,d}) - Z_1 X_1 X_2}$$
(4.1)

$$\sigma_{a,a}^{(2)} = \frac{\Omega_1 \Omega_2^* \beta \sigma_{c,b}^{*(1)}(-i\Delta_2 + \Gamma' + \beta) + \Omega_1^* \Omega_2 \beta \sigma_{c,b}^{(1)}(i\Delta_2 + \Gamma' + \beta)}{2|\Omega_2|^2 (\Gamma' + 2\beta) (\Gamma' + \beta) + [\Delta_2^2 + (\Gamma' + \beta)^2] (\Gamma + \beta)} + \frac{(i\Omega_1 \sigma_{a,b}^{(1)} - i\Omega_1^* \sigma_{a,b}^{*(1)}) [2|\Omega_2|^2 (\Gamma' + \beta) + \Delta_2^2 + (\Gamma' + \beta)^2]}{2|\Omega_2|^2 (\Gamma' + 2\beta) (\Gamma' + \beta) + [\Delta_2^2 + (\Gamma' + \beta)^2] (\Gamma + \beta)}$$

$$(4.2)$$

encontrada para a coerência  $\sigma_{a,b}$ , em primeira ordem de perturbação, e para a população do estado excitado  $|a\rangle$ ,  $\sigma_{a,a}$ , em segunda ordem de perturbação.

Estas equações são muito importantes, pois através delas obtivemos o espectro de absorção e dispersão do campo  $\Omega_1$ , denominado feixe de sinal, em função de sua dessintonia, onde é possivel observar os efeitos de EIT e EIA. Analisando a equação 4.1 é possível observar a importância do parâmetro B, pois se fizermos B = 0 nesta equação, anulamos a transferência de coerência entre os estados excitados para a coerência,  $\sigma_{c,b}$ , entre os estados fundamentais. Já para B = 1 este termo se mantem presente e observamos EIA.

Neste capítulo temos como objetivo analisar os efeitos de EIA e EIT observados no sistema tipo N através da equação 4.1, variando-se alguns parâmetros como a taxa de transferência de coerência e a potência do feixe de bombeio. Faremos também uma análise da fluorescência, estudando o comportamento da população do estado excitado  $\sigma_{a,a}$  em função de alguns parâmetros, através da equação 4.2. Por fim, estudaremos o comportamento das coerências  $\sigma_{c,b}$  e  $\sigma_{a,d}$  responsavéis pelos efeitos de EIT e EIA observados na transição  $a \leftrightarrow b$ .

# 4.1 Análise das Larguras das Ressonâncias Estreitas de EIT e EIA

No capítulo 3 apresentamos os espectros de absorção do feixe de sinal explicitando dois casos extremos, isto é, destacamos o que ocorre quando fazemos B = 0 e quando fazemos B = 1 na equação 4.1.



(a) Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ , para B = 0.



(b) Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ , para B = 1.

Figura 4.2: Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 e \Delta_2/\Gamma = 0.$ Para a curva 4.2a foi considerado B = 0 e para curva 4.2b foi considerado B = 1.

Ainda no capítulo 3, analisando o comportamento das larguras de EIT e EIA com o aumento da potência do feixe de bombeio, observamos que a largura de EIA (na condição de B = 1) não aumenta com o aumento de  $\Omega_2$ , enquanto que a largura de EIT (na condição de B = 0), em função da potência do feixe forte, se comporta exatamente como é visto no sistema  $\Lambda$ , capítulo 2 e nas referências [47, 48], por exemplo.



(a) Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ , para B = 0 e para diferentes valores de  $\Omega_2$ .



(b) Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ , para B = 1, para diferentes valores de  $\Omega_2$ 

Figura 4.3: Espetro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$  para diferentes configurações de  $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1$ e  $\Delta_2/\Gamma = 0$ . Para a curva 4.3a foi considerado B = 0 e para curva 4.3b foi considerado B = 1.



Figura 4.4: Larguras das ressonâncias estreitas de EIT e EIA em função de  $\Omega_2$  obtidas através do espectro de absorção de  $\Omega_1$ , para B = 0 e B = 1.

Neste capítulo discutiremos em detalhes mais alguns aspectos acerca dos efeitos de EIT e EIA observados no sistema tipo N. Uma análise preliminar já nos mostra que a largura da ressonância estreita de EIA é muito mais robusta a variações de potência do campo de bombeio que a ressonância estreita de EIT, vide figura 4.4. De forma a facilitar a visualização da mudança das larguras em função da potência, apresentamos, na figura 4.3a os diferentes espectros para condição de EIT e na figura 4.3b os diferentes espectros para condição de EIA.

Para obter o gráfico da figura 4.4 construímos diversas curvas como as da figura 4.3a e 4.3b variando o valor de  $\Omega_2$  e mantendo os demais parâmetros fixos. Para cada valor de  $\Omega_2$ fitamos uma lorentziana na ressonância estreita de EIT, através do software de análise de dados gráficos *origin*, obtendo assim a largura de EIT para cada valor de potência. Então plotamos um gráfico com os valores de largura encontrados em função de  $\Omega_2$ , obtendo a curva tracejada da figura 4.4. Utilizamos o mesmo procedimento para medir a largura de EIA em função de  $\Omega_2$  e encontramos que não há variação de largura da ressonância estreita neste caso, como mostra a linha sólida da figura 4.4. Portanto, se fizermos B = 1, ou seja, se dissermos que toda coerência do estado excitado é transferida para o estado fundamental, não há alargamento por potência na condição de EIA.

O resultado obtido para a largura de EIT, na condição de B = 0, é esperado e está de acordo com vários trabalhos relacionados a este efeito [19, 33, 46, 30]. Para B = 1, onde observamos apenas EIA, vimos que não há alargamento por potência, um resultado, a priori, pouco intuitivo. Inicialmente esperávamos observar uma curva de alargamento para a EIA semelhante ao que observamos para a EIT, porém isto não acontece. Vimos no capítulo 2 que a largura de EIT é da ordem da descoerência do estado fundamental para baixas potências do feixe de bombeio, mas quando aumetamos a potência do campo de bombeio, este mesmo campo começa a contribuir para a destruição da coerência entre os estados fundamentais, fazendo com que a largura da tranparência aumente com a potência do campo de bomebeio. Este é um dos fatores que contribui para o aumento dessa perda de coerência, por isso há um alargamento de EIT quando se aumenta a potência do feixe de bombeio [46]. Este comportamento não ocorre para EIA e uma possível explicação é que este efeito está associado a um fenômeno que não depende da potência dos feixes: a transferência de coerência do estado excitado para o estado fundamental. Se aumentarmos a potência de  $\Omega_2$ , isso não implica que mais ou menos coerência seja transferida dos estados excitados para os estados fundamentais. Além disso, o aumento da potência do campo de bombeio não chega a destruir a coerência formada entre os estados excitados, tornando a largura de EIA mais robusta às mudanças de potência deste campo.

## 4.2 Variando a Taxa de Transferência de Coerência

O resultado discutido na seção anterior nos motivou a fazer vários testes acerca dos fenômenos de EIA e EIT observados no sistema N e da taxa de transferência de coerência, B. Um dos principais aspectos que abordamos foi o que ocorre no sistema para valores de B entre 0 e 1, ou seja, considerando uma transferência parcial de coerência do estado excitado para o estado fundamental. Então fixamos a potência do feixe de bombeio em 0, 1 $\Gamma$ e varremos a frequência do feixe de sinal no mesmo intervalo que fizemos nas figuras 4.2a e 4.2b para diferentes valores de B, obtendo o seguinte resultado:



Figura 4.5: Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ , para diferentes configurações do parâmetro *B*. Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001, \Omega_2/\Gamma = 0, 1, \gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 e \Delta_2/\Gamma = 0.$ 

Observa-se que, embora a potência do feixe de bombeio esteja fixa, a partir de B = 0 (primeira curva de baixo para cima na figura 4.5) o sinal de EIT vai gradativamente diminuindo com o aumento de B até este parâmetro chegar no valor B = 0, 80, no qual não se observa EIT e nem EIA e o sistema se comporta como um sistema de dois níveis fechado [37]. Se continuarmos aumentando o valor de B perceberemos o surgimernto do fenômeno de EIA, cujo sinal vai aumentando com o aumento de B para  $\Omega_2$  fixo.

A partir de mais algumas análises, percebemos que o valor de B para o qual os efeitos

de EIT e EIA não são observados depende da potência do feixe de bombeio. Então, no espectro de absorção de  $\Omega_1$ , fixamos um valor de  $\Omega_2$  e procuramos um valor de *B* para o qual os efeitos de EIA e EIT desaparecem. Fazendo isso para vários valores de *B* obtemos o resultado abaixo:



Figura 4.6: Curva B em função de  $\Omega_2$  para os quais não observamos EIT nem EIA

Obtemos, então, uma curva limítrofe, onde para qualquer ponto acima desta curva observa-se EIA e para qualquer ponto abaixo desta curva observa-se EIT. A partir de uma pequena análise desta curva percebemos que para baixos valores de potência precisa-se aumentar muito o valor de B para se observar EIA e para valores de potência muito altos se observa EIT numa faixa muito pequena de valores de B. Este é um comportamento esperado, pois para baixas potências do campo de bombeio e valores de B próximos de zero observamos EIT, devido a criação da coerência entre os estados fundamentais. À medida que aumentamos a potência do feixe de bombeio esta coerência vai sendo destruída, aumentando a largura da transparência até perdemos totalmente o efeito de EIT ficando apenas uma transparência devido ao efeito não coerente, Autler-Townes [43]. No entanto, a coerência criada entre os estados excitados não é destruída pela potência do feixe de bombeio, tornando possível a observação do efeito de EIA, através da transferência de coerência criada entre os estados excitados para os estados fundametais, mesmo considerando potências do campo de bomebio próximas da saturação. Por outro lado, à medida que o valor de B se aproxima de 1, ou seja, quando toda coerência criada entre os estados excitados é transferida para os estados fundamentais, há uma competição entre os efeitos de EIA e EIT. Esta competição ocorre devido a coerência criada entre os estados fundamentais por um sistema tipo  $\Lambda$ , provocando o efeito de EIT, e a transferência da coerência criada entre os estados excitados por um sistema tipo V para os estados fundamentais o qual provoca o efeito de EIA. A observação do efeito de EIA para B = 1 se deve ao fato deste efeito ser mais intenso que o EIT. Para os demais valores do parâmetro B e da potência do feixe de bombeio o gráfico da figura 4.6 mostra qual efeito será observado como fruto da competição entre eles.



Figura 4.7: Espectro de absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ , para configurações dos parâmetros  $B \in \Omega_2$  nas quais não se observa EIT nem EIA. Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,  $\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1 \in \Delta_2/\Gamma = 0.$ 

Na figura 4.7, acima, colocamos alguns exemplos das curvas que fizemos para obter o resultado da figura 4.6. Observando as curvas da figura 4.7, nas quais não se observa os efeitos de EIA e EIT, buscamos investigar o espectro de dispersão nestes casos. Assim, comparamos, por exemplo, os espectros de absorção e dispersão de  $\Omega_1$  fazendo B = 0,803e  $\Omega_2 = 0, 1$ , figuras 4.8a e 4.8b, com os espetros de absorção e dispersão de  $\Omega_1$  fazendo  $\Omega_2 = 0, 0$ , figuras 4.8c e 4.8d, e observamos um comportamento idêntico à dispersão em um sistema de dois níveis fechado, figura 4.8d, com  $\Omega_2 = 0$ . Concluímos que existem valores de B para os quais os espetros de dispersão e absorção de  $\Omega_1$  no sistema N se comportam como
se estivéssemos tratando de um sistema de dois níveis fechado, indicando que a competição entre os dois efeitos anula a existência de uma ressonância estreita no meio.



(c) Espectro de absorção de  $\Omega_1 \operatorname{com} \Omega_2 = 0$ .



Figura 4.8: Absorção e dispersão de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$  para diferentes configurações dos parâmetros B e  $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,  $\gamma_{a,d}/\Gamma = 1$ ,  $\gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01$ ,  $\lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1$  e  $\Delta_2/\Gamma = 0$ .

Uma vez determinada as regiões onde é observado EIT, EIA e nenhum dos dois efeitos no gráfico de B em função de  $\Omega_2$  da figura 4.6, fixamos o valor de B em 0,6 e escolhemos valores de  $\Omega_2$  para os quais é possível observar estes três casos no espectro de absorção de  $\Omega_1$ , figura 4.9.



Figura 4.9: Absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$  para B = 0, 6 e para diferentes configurações do parâmetro  $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,  $\gamma_{a,d}/\Gamma = 1$ ,  $\gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01$ ,  $\lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1$  e  $\Delta_2/\Gamma = 0$ .

Para  $\Omega_2 = 0,10\Gamma$  observamos EIT, para  $\Omega_2 = 0,44\Gamma$  os efeitos se anulam e para  $\Omega_2 = 1,00\Gamma$  o gráfico da figura 4.9 torna clara a competição entre os dois efeitos. Nesta configuração é observada uma transparência por causa do efeito, não coerente, Autler - Townes, ao mesmo tempo em que se observa um pico de absorção correspondente ao efeito coerente de absorção induzida eletromagneticamente. Este resultado nos mostra que assim que a transparência deixa de ser causada pelo efeito de EIT, observa-se EIA, indicando que este efeito já estava presente, porém o EIT se sobrepunha ao sinal e não conseguíamos observar o EIA.

Nas figuras 4.5 e 4.6 observamos que existem diferentes valores de B entre 0 e 1 nos quais é possível observar os efeitos de EIA e EIT. Buscamos, então, entender como se dá o alargamento por potência para alguns destes casos, obtendo o resultado apresentado na figura 4.10.



Figura 4.10: Larguras das ressonâncias estreitas de EIT e EIA em função de  $\Omega_2$  obtidas através do espectro de absorção de  $\Omega_1$ , para diferentes configurações do parâmetro B.

Da figura 4.6 sabemos que o valor de B para o qual se observa EIT ou EIA através do espectro de absorção do campo de sinal é função de  $\Omega_2$ . Para as curvas apresentadas na figura 4.10, observa-se EIA para B = 0,80 e para B = 1,00, para as demais curvas (B = 0,00, B = 0,20, B = 0,40 e B = 0,60) observa-se EIT. Percebemos então, analisando a figura 4.10 que o alargamento por potência na condição de EIT diminui a medida que o valor de B aumenta até chegarmos a um valor deste parâmetro no qual perdemos o sinal de EIT e observamos EIA, onde os alargamentos por potência se tornam muito menores até não notarmos alargamento algum em B = 1.

Em modelos experimentais não podemos fazer B = 1, ou seja, não podemos, a partir de algum artifício experimental fazer com que toda coerência entre os estados excitados seja transferida para os estados fundamentais desta transição. Em um sistema real existem outros estados para onde essa coerência pode ser transferida, além de sempre existir perda de coerência por algum outro motivo [19]. Entretanto para B = 0.80, isto é, uma transferência parcial de coerência do estado excitado para o estado fundamental é possível observar EIA e o alargamento por potência, embora exista, é muito menor comparado com o alargamento por potência na condição de EIT, com B = 0 ou no sistema  $\Lambda$ , indicando assim que a largura da ressonância estreita do EIA é mais robusta a aumentos de potência nas condições reais  $(B \neq 1)$ . Como discutimos ao analisar a figura 4.6, potências altas do feixe de bombeio destroem a coerência criada entre os estados fundamentais, aumentando a largura da ressonância de transparência na condição de EIT. Este alargamento, em função da potência do campo de bombeio, se torna menor a medida que aumentamos o valor de B, pois a transferência da coerência criada entre os estados excitados para os estados fundametais começa a compensar a perda de coerência entre estes estados, devido ao aumento da potência do campo de bombeio. Ao continuarmos aumentando o valor de B, chegamos a uma configuração na qual observamos apenas EIA para os valores de potência utilizados para medir o comportamento das larguras de EIT e EIA observados na figura 4.10. Percebemos, então, que, na condição de EIA, o alargamento por potência é muito menor que na condição de EIT até que não observamos alargamento para B = 1.

No gráfico da figura 4.10 analisamos o alargamento por potência até  $\Omega_2 = 0, 40\Gamma$ , com o objetivo de garantir que estamos observando o alargamento por potência de efeitos coerentes para qualquer configuração do parâmetro B. Na figura 4.11 apresentamos o espectro de absorção do feixe de sinal para B = 1 e para  $\Omega_2 = 1\Gamma$ , ou seja, para uma potência do feixe de bombeio muito próxima à saturação.



Figura 4.11: Absorção de  $\Omega_1$ , em função de  $\Delta_1$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,  $\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1, \Delta_2/\Gamma = 0$  e B = 1.

Para este valor de potência não existe efeito coerente de transparência eletromagneticamente induzida para nenhum valor da taxa de transferência de coerência, mas observamos que o efeito de EIA ainda está presente. Além disso, é possível notar um aumento muito grande do pico de absorção em relação ao pico de absorção para valores menores de potência. Observe que a curva em azul representa o EIA para B = 1 e  $\Omega_2 = 0, 1\Gamma$ , estes são os parâmetros ultilizados na figura 4.2b, por exemplo. Uma possível explicação é que a energia absorvida no EIA não está limitada pelo valor máximo da energia absorvida na curva de largura natural. Este resultado mostra que, na condição de EIA, não só é possível aumentar a potência do feixe sem perder o sinal coerente como também que o sinal observado é muito mais forte que na condição de EIT.

#### 4.3 População do Estado Excitado

Na solução da equação 3.20 do capítulo 3, por métodos perturbativos até segunda ordem, obtivemos uma expressão para a população do estado excitado,  $\sigma_{a,a}$ , equação 4.2. Estudamos como é o comportamento da população de átomos nesse estado em função da frequência do feixe de sinal,  $\Omega_1$ , obtendo o resultado abaixo.



Figura 4.12: População do estado excitado,  $\sigma_{a,a}$ , em função da dessintonia do feixe de sinal,  $\Delta_1$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,  $\Omega_2/\Gamma = 0, 1$ ,  $\gamma_{a,d}/\Gamma = 1$ ,  $\gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01$ ,  $\lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0, 1$  e  $\Delta_2/\Gamma = 0$ . Para a curva 4.12a foi considerado B = 0 e para curva 4.12b foi considerado B = 1.

Percebemos que é possível observar os fenômenos de EIT e EIA no comportamento das populações atômicas. Para B = 0, figura 4.12a, praticamente não há átomos no estado excitado próximo à ressonância, pois, devido ao efeito de CPT, os átomos ficam aprisionados numa superposição dos estdos  $|b\rangle \in |c\rangle$ , chamado de estado escuro. Para B = 1, figura 4.12b há um crescimento abrupto da população atômica no estado excitado, próximo à ressonância correspondente à ressonância estreita de EIA, mostrando que houve uma grande absorção do campo pelos átomos.

Estudamos também o alargamento por potência para a ressonância estreita na população de átomos no estado excitado e encontramos resultados equivalentes aos que obtemos a partir do espectro de absorção de  $\Omega_1$ .



Figura 4.13: Larguras das ressonâncias estreitas de EIT e EIA em função de  $\Omega_2$  obtidas através da fluorescência, em função de  $\Delta_1$ , para diferentes configurações do parâmetro B.

#### 4.4 Coerências $\sigma_{a,d}$ e $\sigma_{c,b}$ em Função $\Omega_2$

Buscando entender os efeitos de EIA e EIT em função da taxa de transferência de coerência *B* e o comportamento de suas larguras de ressonância mostrados na figura 4.10, estudamos o comportamento das coerências entre os estados fundamentais e entre os estados excitados para diferentes potências do feixe de bombeio,  $\Omega_2$ . Este comportamento pode ser observado nas figuras 4.14a e 4.14b.



(a) Coerências  $\sigma_{a,d}$  e  $\sigma_{c,b}$  em função de  $\Omega_2$ para B = 0.



(b) Coerências  $\sigma_{a,d} \in \sigma_{c,b}$  em função de  $\Omega_2$ para B = 1.

Figura 4.14: Coerências  $\sigma_{a,d} \in \sigma_{c,b}$  em função de  $\Omega_2$ . Parâmetros utilizados  $\Omega_1/\Gamma = 0,001$ ,  $\gamma_{a,d}/\Gamma = 1, \gamma_{c,b}/\Gamma = \beta/\Gamma = 0,01, \lambda_{b,b}/\Gamma = \lambda_{c,c}/\Gamma = 0,1 \in \Delta_1/\Gamma = \Delta_2/\Gamma = 0$ . Para a curva 4.14a foi considerado B = 0 e para curva 4.14b foi considerado B = 1.

Na figura 4.14a onde temos B = 0, a coerência entre os estados excitados,  $\sigma_{a,d}$ , é muito menor que a coerência entre os estados fundamentais,  $\sigma_{c,b}$ , para a maior parte da curva. Os valores de  $\sigma_{a,d}$  e  $\sigma_{c,b}$  se aproximam apenas para altas potências do campo de bombeio, onde a coerência entre os estados fundamentais tende a zero. Além disso, não observamos EIA, pois mesmo existindo uma coerência entre os estados excitados, nós não permitimos que ela seja transferida para os estados fundamentais e assim a observação do efeito fica limitada pelo tempo de vida da coerência entre os estados excitados que é muito curto. Para valores pequenos de potência do campo de bombeio, onde a coerência entre os estados fundamentais possui um valor bem maior que  $\sigma_{a,d}$ , observa-se EIT, mas para altos valores de  $\Omega_2$ , quando esta coerência tende para zero, não se observa mais este efeito. Lembrando da figura 2.9 lá no capítulo 2, é justamente nessa faixa de potência que ocorre o efeito Autler - Townes[43].

Na figura 4.14b em que B = 1, vemos que a coerência entre os estados excitados aumenta quando aumentamos  $\Omega_2$  e tende a se manter constante para valores altos de potência do campo de bombeio. Nota-se também que agora, ao invés de diminuir, há um aumento da coerência  $\sigma_{c,b}$  que em seguida tende a assintotar com o valor máximo atingido por  $\sigma_{a,d}$ . Isto ocorre porque a coerência entre os estados excitados está sendo transferida para os estados fundamentais e a coerência entre os estados fundamentais, criada pelos campos  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  nas transições  $c \leftrightarrow a \in b \leftrightarrow a$ , tende a zero, conforme figura 4.14a. No caso da figura 4.14b vemos que o valor da coerência  $\sigma_{c,b}$  para altas potências do campo  $\Omega_2$  é devido exclusivamente à trasferência da coerência entre os estados excitados para os estados fundamentais.

A partir do estudo feito nesse capítulo acreditamos que os resultados obtidos em nosso modelo, um sistema de quatro níveis interagindo com dois campos ópticos na configuração N, embora contra-intuitivos inicialmente, como o não alargamento por potência da ressonância estreita de EIA, apresentam sentido físico e podem trazer grandes contribuíções no estudo da interação luz - matéria e na utilização em diversas técnicas metrológicas, além de ter grande impacto na elaboração de memórias atômicas.

## Capítulo 5

# Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação propomos um modelo teórico para estudar alguns efeitos coerentes a partir de um sistema de quatros níveis interagindo com dois campos ópticos na configuração N, a partir deste modelo obtivemos resultados importantes acerca dos efeitos de EIA e EIT, como o não alargamento por potência do efeito de EIA e uma curva limítrofe definindo para quais configurações da taxa de transferência de coerência entre os estados excitados para os estados fundamentais e a potência do campo de bombeio se observa um ou outro efeito. Neste capítulo apresentamos as conclusões que chegamos através dos resultados obtidos, além de algumas das perspectivas criadas ao longo deste trabalho.

Estudando o alargamento por potência para diferentes configurações da taxa de tranferência de coerência, concluímos que o efeito de EIA alarga muito menos que o efeito de EIT, como pode ser visto nas figuras 3.4 e 4.10. Este resultado indica que medidas de frequências de transições atômicas em meios tipo EIA podem ser feitas com mais precisão, pois nesse caso é possível melhorar o sinal detectado sem alargar a curva da ressonância estreita. Pelo mesmo motivo, medidas de gradientes de campos magnéticos também podem ser feitas de forma mais eficientes e precisas em meios tipo EIA, onde se torna possível detectar pequenas oscilações do campo magnético através do aumento da potência do campo de bombeio sem alargar a ressonância estreita, aumentando o sinal observado sem alterar a precisão da medida realizada [51].

Mostramos na curva limítrofe da figura 4.6 que para alguns valores de B, em função da

potência do feixe de bombeio, não é possível observar nenhum efeito coerente tanto a partir do espectro de absorção como a partir da dispersão do feixe de sinal ou através da medida da sua fluorescência. Nesta condição, a configuração tipo N se comporta como um sistema de dois níveis fechado [37]. Na figura 4.6, apresentamos o gráfico no qual a curva representa os valores de B em função de  $\Omega_2$  para os quais não é possível observar efeitos coerentes através da medida do espectro de absorção, de fluorescência ou da dispersão do meio. Já para qualquer ponto abaixo desta curva observa-se EIT e para qualquer ponto acima desta curva observa-se EIA.

Analisando as figuras 4.5 e 4.10, concluímos que, aumetando-se os valores do parâmetro B, a partir de B = 0, a ressonância estreita dos efeitos coerentes sofre menos alargamento por potência, começando da situação onde observamos EIT até chagarmos a valores deste parâmetro em que perdemos o sinal de EIT e observamos EIA, onde os alargamentos por potência ficam cada vez menores até zerar completamente quando B = 1.

Analisamos também o comportamento das coerências dos estados fundamentais e excitados em função de  $\Omega_2$ . A partir da figura 4.14a, concluímos que quando B = 0, configuração em que se observa EIT, a coerência criada entre os estados excitados é muito menor que a coerência criada entre os estado fundamentais da transição considerada no modelo. Por outro lado, nesta mesma curva, é possível observar que a coerência entre os estados fundamentais tende a zerar quando aumentamos a potência do campo de bombeio fazendo com que não observemos mais o sinal de EIT.

Na figura 4.14b, quando B = 1, caso em que se observa EIA, há um aumento considerável da coerência criada entre os estados excitados até um valor limite diferente de zero. Já a coerência entre os estados fundamentais apresenta um comportamento diferente daquele observado na figura 4.14a, pois agora notamos que seu valor não tende a zero para os valores altos da potência do campo de bombeio, como ocorre na figura 4.14a. Concluímos que este comportamento é devido a transferência de coerência criada entre os estados excitados para a coerência entre os estados fundamentais, tornando claro o motivo de, nesta condição, observarmos apenas o efeito de EIA discutido ao longo desta dissertação.

Por fim, é planejado a montagem de um aparato experimental no qual se possa observar os efeitos de EIA e EIT controlando, experimentamente, a taxa de transferência de coerência entre os estados excitados para os estados fundamentais e realizar medidas para comparar os resultados experimentais com as previsões teóricas desta dissertação. Pretende-se também estudar quais contribuições o não alargamento por potência da ressonância estreita de EIA pode trazer na elaboração de memórias atômicas. Além disso, o grupo planeja utilizar os resultados obtidos, ao longo deste trabalho, para desenvolver uma nova técnica de magnetometria de alta precisão utilizando o efeito de EIA.

## **Referências Bibliográficas**

- Ennio Arimondo. V coherent population trapping in laser spectroscopy. Progress in optics, 35:257–354, 1996.
- [2] GAML Alzetta, A Gozzini, L Moi, and G Orriols. An experimental method for the observation of rf transitions and laser beat resonances in oriented na vapour. Il Nuovo Cimento B (1971-1996), 36(1):5–20, 1976.
- [3] Richard Morgan Whitley and CR Stroud Jr. Double optical resonance. *Physical Review* A, 14(4):1498, 1976.
- [4] Foek T Hioe and CE Carroll. Coherent population trapping in n-level quantum systems. *Physical Review A*, 37(8):3000, 1988.
- [5] Stephen E Harris. Electromagnetically induced transparency. *Physics Today*, 50(7):36–42, 1997.
- [6] K-J Boller, A Imamoğlu, and Stephen E Harris. Observation of electromagnetically induced transparency. *Physical Review Letters*, 66(20):2593, 1991.
- [7] Chien Liu, Zachary Dutton, Cyrus H Behroozi, and Lene Vestergaard Hau. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 409(6819):490–493, 2001.
- [8] M Stähler, S Knappe, C Affolderbach, W Kemp, and R Wynands. Picotesla magnetometry with coherent dark states. EPL (Europhysics Letters), 54(3):323, 2001.

- [9] AV Taichenachev, AM Tumaikin, and VI Yudin. Influence of atomic motion on the shape of two-photon resonance in gas. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 72(3):119–122, 2000.
- [10] Elena Kuznetsova, Olga Kocharovskaya, Philip Hemmer, and Marlan O Scully. Atomic interference phenomena in solids with a long-lived spin coherence. *Physical Review A*, 66(6):063802, 2002.
- [11] AM Akulshin, AA Celikov, and VL Velichansky. Sub-natural absorption resonances on the d1 line of rubidium induced by coherent population trapping. *Optics communicati*ons, 84(3-4):139–143, 1991.
- [12] MD Lukin, M Fleischhauer, AS Zibrov, HG Robinson, VL Velichansky, L Hollberg, and MO Scully. Spectroscopy in dense coherent media: line narrowing and interference effects. *Physical review letters*, 79(16):2959, 1997.
- [13] Svenja Knappe, Robert Wynands, John Kitching, Hugh G Robinson, and Leo Hollberg. Characterization of coherent population-trapping resonances as atomic frequency references. JOSA B, 18(11):1545–1553, 2001.
- [14] CY Ye and AS Zibrov. Width of the electromagnetically induced transparency resonance in atomic vapor. *Physical Review A*, 65(2):023806, 2002.
- [15] Lene Vestergaard Hau, Stephen E Harris, Zachary Dutton, and Cyrus H Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 397(6720):594–598, 1999.
- [16] Olga Kocharovskaya, Yuri Rostovtsev, and Marlan O Scully. Stopping light via hot atoms. *Physical Review Letters*, 86(4):628, 2001.
- [17] MD Lukin. Colloquium: Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles. *Reviews of Modern Physics*, 75(2):457, 2003.
- [18] LS da Cruz. Flutuações de campos eletromagnéticos interagindo com meios atômicos coerentemente preparados. PhD thesis, Tese de Doutorado, Universidade de Sao Paulo, 2005.[Disponível em: http://axpfep1. if. usp. br/ lmcal/publicacoes], 2005.

- [19] AM Akulshin, S Barreiro, and A Lezama. Electromagnetically induced absorption and transparency due to resonant two-field excitation of quasidegenerate levels in rb vapor. *Physical Review A*, 57(4):2996, 1998.
- [20] Katrin Dahl, Luca Spani Molella, Rolf-Hermann Rinkleff, and Karsten Danzmann. Switching from absorption within transparency to transparency within transparency in an electromagnetically induced absorption dominated transition. *Optics letters*, 33(9):983– 985, 2008.
- [21] DV Brazhnikov, AV Taichenachev, and VI Yudin. Magneto-optical resonance of electromagnetically induced absorption with high contrast and narrow width in a vapour cell with buffer gas. arXiv preprint arXiv:1408.2338, 2014.
- [22] Sapam Ranjita Chanu and Vasant Natarajan. Narrowing of resonances in electromagnetically induced transparency and absorption using a laguerre–gaussian control beam. *Optics Communications*, 295:150–154, 2013.
- [23] D Budker and SM Rochester. Relation between electromagnetically induced absorption resonances and nonlinear magneto-optics in λ systems. *Physical Review A*, 70(2):025804, 2004.
- [24] J Dimitrijević, D Arsenović, and BM Jelenković. Intensity dependence narrowing of electromagnetically induced absorption in a doppler-broadened medium. *Physical Re*view A, 76(1):013836, 2007.
- [25] Denis V Brazhnikov, Alexey V Taichenachev, and Valery I Yudin. Polarization method for controlling a sign of electromagnetically-induced transparency/absorption resonances. *The European Physical Journal D*, 63(3):315–325, 2011.
- [26] DV Brazhnikov, AM Tumaikin, VI Yudin, and AV Taichenachev. Electromagnetically induced absorption and transparency in magneto-optical resonances in an elliptically polarized field. JOSA B, 22(1):57–64, 2005.
- [27] Hsiang-Shun Chou and Jórg Evers. Dressed-atom multiphoton analysis of anomalous electromagnetically induced absorption. *Physical review letters*, 104(21):213602, 2010.

- [28] AM Akulshin, A Lezama, AI Sidorov, RJ McLean, and P Hannaford. Storage of light in an atomic medium using electromagnetically induced absorption. *Journal of Physics* B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 38(23):L365, 2005.
- [29] AV Taichenachev, AM Tumaikin, and VI Yudin. Electromagnetically induced absorption in a four-state system. *Physical Review A*, 61(1):011802, 1999.
- [30] JP Barrat. 1, e radium. 1961.
- [31] H Failache, P Valente, G Ban, V Lorent, and A Lezama. Inhibition of electromagnetically induced absorption due to excited-state decoherence in rb vapor. *Physical Review* A, 67(4):043810, 2003.
- [32] J Anupriya, Nibedita Ram, and M Pattabiraman. Hanle electromagnetically induced transparency and absorption resonances with a laguerre gaussian beam. *Physical Review* A, 81(4):043804, 2010.
- [33] Cledson Santana Lopes Gonçalves. Transparência eletromagneticamente induzida e mistura de quatro ondas via ressonância de crossover em vapor atômico de césio. 2009.
- [34] KD Machado. Teoria do Eletromagnetismo, vols. 1 e 2. Editora UEPG. Ponta grossa-PR, 2000.
- [35] David J Griffiths. *Eletrodinâmica*. Pearson, São Paulo, 3 edition.
- [36] Christopher J Foot. *Atomic physics*, volume 7. Oxford University Press, 2005.
- [37] Kleber Daum Machado. Teoria do eletromagnetismo. UEPG, 2006.
- [38] HM Florez, LS Cruz, MHG de Miranda, RA de Oliveira, JWR Tabosa, M Martinelli, and D Felinto. Power-broadening-free correlation spectroscopy in cold atoms. *Physical Review A*, 88(3):033812, 2013.
- [39] Wolfgang Demtröder. Atoms, molecules and photons. Springer, 2006.
- [40] Paul M Radmore and Stephen M Barnett. Methods in theoretical quantum optics. Cambridge University Press, 1997.

- [41] David J Griffiths. Mecânica Quântica. Pearson, São Paulo, 3 edition.
- [42] Jun John Sakurai, San-Fu Tuan, and Eugene D Commins. Modern quantum mechanics, revised edition, 1995.
- [43] Claude N Cohen-Tannoudji. The autler-townes effect revisited. In Amazing Light, pages 109–123. Springer, 1996.
- [44] M Shuker, O Firstenberg, R Pugatch, A Ben-Kish, A Ron, and N Davidson. Angular dependence of dicke-narrowed electromagnetically induced transparency resonances. *Physical Review A*, 76(2):023813, 2007.
- [45] O Firstenberg, M Shuker, A Ben-Kish, DR Fredkin, N Davidson, and A Ron. Theory of dicke narrowing in coherent population trapping. *Physical Review A*, 76(1):013818, 2007.
- [46] Fredson Braz Matos dos SANTOS. Dependência angular de uma ressonância de transparência induzida eletromagneticamente: aplicação à velocimetria de átomos frios. 2005.
- [47] SE Harris and Zhen-Fei Luo. Preparation energy for electromagnetically induced transparency. *Physical Review A*, 52(2):R928, 1995.
- [48] Baolong Lü, WH Burkett, and Min Xiao. Electromagnetically induced transparency with variable coupling-laser linewidth. *Physical Review A*, 56(1):976, 1997.
- [49] AM Akulshin, S Barreiro, and A Lezama. Steep anomalous dispersion in coherently prepared rb vapor. *Physical review letters*, 83(21):4277, 1999.
- [50] AM Akulshin, A Cimmino, and GI Opat. Light pulse propagation with negative group velocity. *Quantum Electron.*, 32:A02, 2002.
- [51] W Chalupczak, P Josephs-Franks, S Pustelny, and W Gawlik. Optical-radio-frequency resonances free from power broadening. *Physical Review A*, 81(1):013422, 2010.
- [52] Paulo Valente. Estudios de efectos transitorios asociados a resonancias coherentes. PhD thesis, Universidad de la República, 2004.

- [53] Steven C Chapra and Raymond P Canale. Métodos Numéricos para Engenharia-5. AMGH Editora, 2009.
- [54] Amos Gilat and Vish Subramaniam. Métodos numéricos para engenheiros e cientistas: uma introdução com aplicações usando o MATLAB. Bookman Editora, 2009.