UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PRPPG
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS – PPGEC

LUÍS RENAN LEAL DE MELO

A METACOGNIÇÃO NA ABORDAGEM ALGÉBRICA DO MATERIAL DIDÁTICO DO GESTAR II

RECIFE
2014

LUÍS RENAN LEAL DE MELO

A METACOGNIÇÃO NA ABORDAGEM ALGÉBRICA DO MATERIAL DIDÁTICO DO GESTAR II

Dissertação apresentada, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Orientadora:
Profª. Drª. Lúcia de Fátima Araújo.

Coorientador:
Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos.

RECIFE

2014

*Dedico este trabalho à minha esposa **Aldiceia** e à minha filha **Luísa**, pessoas por quem vivo e em quem encontro forças pra superar desafios.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, ao *Deus de Toda Eternidade:* ***Pai, Filho*** *e* ***Espírito Santo****; porque Dele, por Ele e para Ele são todas as coisas. Glória, pois, a Ele eternamente!*

À minha orientadora, professora **Lúcia Araújo**, pela paciência e dedicação, por me apresentar a metacognição e por me acompanhar durante todo o processo de construção deste trabalho.

Ao meu coorientador, a quem admiro, o professor **Marcelo Câmara**, pelas incontáveis contribuições e pelo aprendizado que me proporcionou.

Aos meus **professores do PPGEC**, indispensáveis à minha formação acadêmica. Obrigado pelos ensinamentos e por todo apoio!

Ao **Grupo de Pesquisa de Fenômenos Didáticos na Classe de Matemática**, por todas as contribuições, fundamentais à construção deste trabalho.

Ao professor **Abraão Juvêncio**, pela disponibilidade em participar da qualificação e da defesa, bem como pelas ricas contribuições à minha pesquisa.

À professora **Mônica Lins**, por aceitar participar como examinadora em minha banca.

Aos queridos companheiros da **turma do Mestrado/2012**, pelas parcerias estabelecidas, pelos momentos enriquecedores e também divertidos (principalmente com a *turma do almoço*).

À colega e amiga, professora **Ruth Firme**, pelas dicas e por todos os "*helps"*, antes mesmo de eu entrar no Mestrado.

Aos **colegas da Escola Governador Barbosa Lima**, pelo apoio, pela torcida, pela cumplicidade, pela compreensão e, principalmente, por serem minha segunda família.

Aos meus **queridos melhores amigos**, por compreenderem os momentos de minha ausência, por ocasião dos estudos.

Aos meus pais, **Edivaldo** e **Zuleide**, às minhas irmãs **Rivera** e **Roseane** e ao meu irmão **Rivaldo**, pessoas que Deus, sabiamente, escolheu para que constituíssem a minha base familiar, minha primeira escola.

Por fim, à minha amada esposa, **Aldiceia**, pela compreensão, dedicação, força e paciência (principalmente), *sem as quais eu jamais concluiria este trabalho*, e à minha filha querida, **Luísa**, pela alegria que me proporciona diariamente.

"*O temor do SENHOR é o princípio da sabedoria.*" Provérbios 9:10

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo investigar, por meio da análise documental, que estratégias metacognitivas podem ser desenvolvidas na resolução das atividades de álgebra propostas no material didático de Matemática do Programa Gestão da Aprendizagem Escolar (Gestar II). Tal Programa alega basear-se na concepção socioconstrutivista de ensino-aprendizagem, a qual, segundo Vigotsky (2007), deve levar o aluno à superação de problemas, viabilizando a construção reflexiva do conhecimento. Compreendemos metacognição como a capacidade que o sujeito da aprendizagem tem de refletir sobre a própria cognição (dimensão metacognitiva de conhecimento) e de monitorar os próprios processos cognitivos para resolver problemas (dimensão metacognitiva de autorregulação). Investigamos as atividades de álgebra, por considerarmos um campo da Matemática bastante significativo ao desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização. A fim de fazermos um levantamento das atividades a serem investigadas, analisamos previamente todos os Cadernos de Atividades de Apoio à Aprendizagem (AAA), por estes constituírem o principal material de auxílio ao professor cursista do Gestar II, em sua prática em sala de aula. Após o referido levantamento, analisamos 121 atividades presentes nos AAA, buscando identificar destas, quais poderiam favorecer o uso de estratégias metacognitivas em suas resoluções. Segundo os resultados encontrados, do total das 121 atividades analisadas, apenas 9 atividades, ou seja, 7,44%, podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas. Após a identificação dessas atividades, classificamo-las em categorias de análise desenvolvidas por Araújo (2009), referentes à autorregulação do conhecimento, e por Lucena (2013), referente ao conhecimento do próprio conhecimento. Dessas 9 atividades identificadas como promotoras da metacognição, apenas 4 (45%) podem viabilizar, aos alunos, a reflexão sobre o próprio conhecimento; 3 atividades (33%) podem favorecer a reflexão sobre procedimentos matemáticos de resolução e 2 atividades (22%) podem permitir tanto a reflexão sobre o conhecimento, como o monitoramento da própria cognição para a compreensão do problema. Os resultados encontrados nos fazem refletir, como uma proposta pedagógica que alega estar fundamentada no socioconstrutivismo pode justificar um resultado que consideramos extremamente baixo (7,44%), no que se refere à promoção de estratégias metacognitivas?

Palavras-chave: Metacognição. Álgebra. Gestar II.

ABSTRACT

This research aimed to investigate, through documentary analysis, which metacognitive strategies can be developed in the resolution of algebra proposed activities in didactic material of Mathematics from the Management Programme of School Learning (Gestar II). This program claims to be based on social constructivist conception of teaching and learning, which, according to Vigotsky (2007), must take the student to overcome problems, enabling the reflective construction of knowledge. We understand metacognition as the learners' ability to reflect on own cognition (metacognitive dimension of knowledge) and monitor their own cognitive processes to solve problems (metacognitive dimension of self-regulation). We investigated the algebra activities, by considering a branch of Mathematics quite significant to develop the capacity for abstraction and generalization. In order to do a survey of the activities to be examined, we analysed beforehand all Learning Support Activities Books (AAA), which are the primary material of aid to the teachers participants of Gestar II in their practice in the classroom. Afterwards, we analyse 121 activities of the AAA, seeking to identify which of those could favor the use of metacognitive strategies in their resolutions. According to the results, from the 121 activities analysed, only 9 activities, i.e. 7.44%, can favour the development of metacognitive strategies. After identifying the 9 activities, we classify them into categories of analysis developed by Araújo (2009), referring to self-regulation of knowledge, and by Lucena (2013), referring to knowledge of knowledge itself. Of the 9 activities identified as promoters of metacognition, only 4 (45%) can enable the students to reflect on their own knowledge; 3 activities (33%) can favour the reflection on mathematical procedures of resolution and 2 activities (22%) can allow both the reflection on knowledge and the monitoring of own cognition to understanding of the problem. The results make us think, how can a pedagogical proposal that claims to be founded on social constructivism justify an outcome that we consider extremely low (7.44%), with regard to the promotion of metacognitive strategies?

Keywords: Metacognition. Algebra. Gestar II.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Dentre as disciplinas curriculares da educação básica, a Matemática, de modo geral, desperta medo e insegurança à grande parte dos alunos. Logo, esta disciplina que emergiu como ciência e como construção humana para explicar questões e fenômenos comuns na vida em sociedade, segundo Carvalho (1994), sempre foi tratada, equivocadamente, como uma componente curricular acessível apenas a mentes privilegiadas.

De acordo com Onuchic e Alevato (2004), várias discussões têm sido levantadas nos últimos anos para tentar compreender os fatores que contribuem para o insucesso do ensino-aprendizagem da Matemática na educação básica. Uma das questões que tem chamado atenção de pesquisadores da Educação é a formação inicial dos professores de Matemática.

Segundo Fiorentini (2008), a formação inicial qualitativamente insuficiente de professores de Matemática tem preocupado autoridades e tem despertado a necessidade de criação de políticas públicas que visam à formação continuada – muitas delas em caráter emergencial – para a melhoria das práticas pedagógicas destes profissionais.

Tirar o professor da sala de aula para que se possa investir em sua qualificação profissional não tem sido uma boa alternativa, devido à escassez de professores de Matemática. Assim, a formação continuada de professores “em serviço”, há algum tempo, tem sido a saída para o aperfeiçoamento do trabalho do professor de Matemática.

De acordo com Witter, Wuo e Morais (2011, p.81), “No Brasil parece prevalecer a formação continuada junto às escolas onde os docentes atuam, ou em cursos de extensão nas unidades universitárias”.

Seguindo essa proposta, o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar, o Gestar II, apresenta-se como alternativa para a formação continuada de professores em serviço, sendo este o único programa, com abrangência em todo o território brasileiro, voltado para a capacitação de professores de Matemática e Língua Portuguesa que atuam nos anos finais (6º ao 9º ano) do ensino fundamental das redes públicas estaduais e municipais.

Com recursos do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), o Gestar II é um curso de extensão semipresencial do Ministério da Educação (MEC), cuja ideia central consiste na implantação de suas ações nas salas de aulas pelo próprio professor cursista que nelas leciona, o qual, ao longo do ano letivo, deve fazer uso do material didático proposto pelo próprio programa de formação.

Segundo consta na proposta pedagógica do Gestar II (BRASIL, 2008a), o referido programa tem como foco a atualização dos saberes profissionais, com a finalidade de elevar a competência de professores e alunos, baseando-se na concepção socioconstrutivista de ensino-aprendizagem, orientando-se para a criação de uma nova escola.

Diante de uma proposta tão ousada, e considerando os problemas que permeiam a educação pública brasileira, questionamo-nos, até que ponto tal programa de formação continuada poderia realmente contribuir para a melhoria dos processos educacionais no tocante ao ensino-aprendizagem da Matemática?

Neste trabalho, voltamos a nossa atenção para o material didático elaborado pelo Programa, acreditando ser pertinente investigar se tal material pode subsidiar este professor para a melhoria dos processos de ensino-aprendizagem.

Considerando a linha socioconstrutivista defendida pelo Gestar II, destacamos que, segundo Vigotsky (2007), o verdadeiro aprendizado implica em uma postura reflexiva ante as situações que se apresentam e vem propulsionar o desenvolvimento cognitivo daquele que se predispõe a aprender. E é justamente com base nos processos reflexivos sobre a resolução de problemas matemáticos que possam favorecer o desenvolvimento da cognição do aluno que nossa pesquisa vem a se situar.

Tomamos como principal aporte teórico de nossa pesquisa a **metacognição**, pois, segundo Araújo (2009), Goti (1998), Jou e Sperb (2006), Ribeiro (2003) e Zimmerman (1990, 2002), é fundamental um ensino que permita ao aluno o desenvolvimento de estratégias metacognitivas que viabilizem a reflexão sobre o conhecimento, bem como a autorregulação da cognição para a resolução de problemas. Além disso, pesquisadores da Educação Matemática (LESTER, 1985; SCHOENFELD, 1983; TANNER; JONES, 2003; entre outros), para a superação das dificuldades apontadas no ensino-aprendizagem da Matemática, destacaram a necessidade de uma tomada de consciência, por parte dos alunos, sobre como se dão os seus próprios processos de aprendizagem. Tais estudos, portanto, apontaram a necessidade de desenvolver nos alunos processos metacognitivos como um dos objetivos básicos da educação.

Considerando que nosso trabalho tem como objeto de pesquisa alguns livros do material didático de Matemática do Gestar II, julgamos ser pertinente o questionamento levantado por Araújo (2009, p.180-181): “Será que a forma de apresentação do conteúdo pelo livro didático, pode promover ou afastar os alunos de uma prática metacognitiva?” – a autora, em sua pesquisa sobre metacognição, destacou a necessidade de se investigar essa questão.

Nessa direção, investigamos atividades propostas em livros do Gestar II, utilizados pelos professores cursistas em suas aulas de Matemática, a fim compreendermos se tais atividades podem promover o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em suas resoluções.

O material didático do Gestar II – Matemática contém atividades que englobam os diferentes campos do conhecimento matemático inerentes ao currículo do ensino fundamental. Assim, investigamos apenas as questões referentes ao conhecimento algébrico, pois, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), “o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p.115).

Apresentamos, então, no Capítulo 1 deste trabalho, as definições e as concepções dos principais pesquisadores da metacognição, as dimensões de conhecimento e autorregulação, o desenvolvimento de estratégias metacognitivas e suas contribuições para a aprendizagem.

A fim de nos fundamentarmos teoricamente sobre o saber algébrico, no Capítulo 2, fizemos considerações sobre algumas definições da álgebra, assim como o conceito de variáveis algébricas; sobre a abordagem algébrica no ensino fundamental e a resolução de problemas; sobre as dimensões da álgebra e o pensamento algébrico.

Para uma melhor compreensão do Gestar II, enquanto programa de formação continuada em serviço, apresentamos no Capítulo 3 a caracterização do programa, que nos permitiu uma melhor compreensão do mesmo: sua estrutura organizacional, seus principais atores, o material didático proposto pelo programa, sua metodologia e, ainda, trouxemos os resultados de algumas pesquisas sobre o Gestar II já concluídas na área da Matemática.

No Capítulo 4, traçamos o desenho metodológico que nos permitiu a realização das etapas de investigação.

Apresentamos, no Capítulo 5, a análise dos resultados, em que classificamos as atividades algébricas identificadas como promotoras da metacognição, segundo categorias de análise desenvolvidas por Araújo (2009) e Lucena (2013) em suas respectivas pesquisas.

Por fim, no Capítulo 6, apresentamos nossas considerações finais acerca dos resultados encontrados, buscando contribuir com outras pesquisas na mesma direção.

CAPÍTULO 1: METACOGNIÇÃO

O ensino-aprendizagem constitui um processo educacional complexo que se constrói no ambiente escolar e que se fortalece mediante as inter-relações que se estabelecem entre seus atores – professor e alunos – e o saber que se apresenta a esse contexto, o qual deve ser aprimorado por meio da construção reflexiva de novos conhecimentos no cotidiano.

Quando observamos os processos de ensino-aprendizagem em sala de aula, nem sempre podemos afirmar que nos deparamos com processos que viabilizam a reflexão sobre a construção de novos conceitos, pois estes, muitas vezes, são assimilados por repasse automático de professor para o aluno, limitando-se à simples repetição de estratégias de resolução de atividades. Contudo, os processos de aprendizagem não constituem, necessariamente, algo tão simples e mecânico.

Para uma aprendizagem efetiva, contrapondo esse automatismo, é fundamental que se priorize a reflexão sobre a construção do conhecimento. Neste sentido, em nosso trabalho, trazemos à luz a importância de (re)conhecermos o papel da **metacognição** para a promoção de um ensino-aprendizagem reflexivo.

A metacognição é um campo relativamente novo de estudo que vem crescendo rapidamente nas últimas décadas, não apenas no ramo da psicologia cognitiva, mas também em outras áreas do conhecimento, tais como: informática, empreendedorismo, enfermagem, linguística, pedagogia e, de um modo geral, em educação.

No que se refere aos fenômenos presentes no contexto da educação, percebemos a expansão de estudos sobre a metacognição, buscando compreender formas significativas de ensino e aprendizagem, por meio da reflexão, e não apenas fazendo uso mecânico da memória.

Neste capítulo, abordaremos os conceitos de metacognição retratados na literatura, bem como as dimensões metacognitivas de conhecimento e de autorregulação. Explanaremos sobre a importância de uma aprendizagem autorregulada e do desenvolvimento de estratégias metacognitivas nos processos de ensino-aprendizagem. Concluiremos o capítulo retratando pesquisas sobre a aprendizagem da Matemática e a classificação de estratégias metacognitivas em tais pesquisas.

1.1 Conceito de metacognição

Historicamente, o ser humano sempre buscou desenvolver mecanismos de aprendizagem que lhe permitiram superar problemas presentes em seu cotidiano, sendo necessário, para isto, o uso de funções psicológicas complexas que o capacitaram a transpor tais circunstâncias.

A necessidade de transpor problemas inerentes aos contextos socioculturais permitiu ao homem desenvolver mecanismos para superação dos mesmos. Para isto, desde muito sedo o ser humano necessita refletir sobre questões fundamentais à sua sobrevivência. Logo, pensar sobre a construção de determinadas estratégias, argumentar, testar hipóteses, questionar, avaliar, são habilidades que permitem ao homem usar a própria inteligência para refletir sobre suas ações e até mesmo sobre a sua forma de pensar. Reconhecemos, então, a presença de processos inerentes à metacognição no desenvolvimento de um indivíduo em sociedade. Mas, afinal, o que vem a ser a metacognição?

O prefixo "meta" tem origem grega e exprime a ideia de "mais além", de "transcendência". Já a cognição, palavra derivada do latim, refere-se à ação de "conhecer", à aquisição de "conhecimento". Logo, ao observarmos a etimologia da palavra, poderíamos compreender a metacognição como sendo "algo que transcende o conhecimento". Mas seria esse o significado mais adequado para compreender o campo de estudo da metacognição?

O termo metacognição começou a surgir na literatura no início da década de 1970 e seus estudos eram inicialmente aplicados à memória, à linguagem e à comunicação, à compreensão e à resolução de problemas, tendo John Hurley Flavell[1] como precursor desses estudos. Assim, ao destacar o importante papel da metacognição em aspectos relevantes relacionados à desenvoltura cognitiva de um indivíduo, bem como ao desempenho deste em atividades relativas ao aprendizado escolar, Flavell (1979) referia-se à metacognição como sendo o *monitoramento da própria cognição*.

Ao compararmos o sentido etimológico da palavra com a referência feita por Flavell (1979), percebemos que o sentido de "metacognição" não se refere,

[1] Segundo Lafortune e Saint-Pierre (1996), John Flavell é considerado o pai da metacognição.

necessariamente, a ir mais além da cognição, mas, sim, à ação do sujeito em submetê-la ao seu próprio controle.

Embora haja muitas definições para a *metacognição,* e grande parte delas aponte para o *conhecimento e a regulação das nossas próprias atividades cognitivas e dos nossos próprios processos mentais*, Burón (2002) defende que seria mais adequada a definição “conhecimento autorreflexivo” (p.10), visto que se refere ao conhecimento da própria mente, por meio da auto-observação. Ele defende, ainda, a ideia de “intracognição” (p.10) para poder diferenciar o conhecimento interior do conhecimento do mundo exterior.

Segundo Lafortune e Saint-Pierre (1996), a metacognição é um conceito relativamente recente e abrange dois aspectos: 1) os conhecimentos metacognitivos e 2) o controle que exercemos sobre o nosso próprio pensamento, sendo o segundo dependente do primeiro. No que se refere aos conhecimentos metacognitivos, as autoras os denominam de “gestão da atividade mental” (p.21), a qual consiste numa “série de reflexões que acompanham a actividade cognitiva, bem como uma sequência de decisões visando, seja prosseguir a actividade, seja modificá-la”[2] (p.24).

A metacognição, de acordo com Flavell (1976 apud MURAD, 2005), refere-se ao conhecimento que se pode ter dos próprios processos cognitivos ou de tudo que diz respeito a estes, relacionando-se a questões como a avaliação ativa, a regulação e a organização de tais processos em função dos objetos cognitivos ou dos dados a estes inerentes para servirem a uma meta ou um objetivo concreto.

Com base nessa definição, Murad (2005) destacou três aspectos distintos da metacognição: a) o conhecimento dos próprios processos cognitivos e do produto desses processos; b) o conhecimento do que é necessário para otimizar a aprendizagem da informação; c) a regulação dos processos cognitivos, ou seja, o conjunto de operações metacognitivas do sujeito – e de suas interações com o meio – que venham a modificar seus processos de pensamento com a finalidade de se atingir um objetivo específico.

[2] Texto originalmente em português europeu.

Segundo Davis, Nunes e Nunes (2005), ao fazer uso da metacognição, o sujeito passa a ser espectador dos seus próprios modos de pensar, viabilizando a busca do aprimoramento de seus processos cognitivos.

De forma objetiva, Portilho e Dreher (2012, p.183) definem a metacognição como:

> Todo o movimento que a pessoa realiza para tomar consciência e controle de seus processos cognitivos. Ela diz respeito, entre outras coisas, ao conhecimento do próprio conhecimento, à avaliação, à regulação e à organização dos próprios processos cognitivos.

Compreendemos, então, a metacognição como sendo a capacidade que um indivíduo tem (e desenvolve) de conhecer ou regular seus próprios processos cognitivos, favorecendo a reflexão sobre a construção de tais processos e sobre o produto destes, estimulando, de forma mais efetiva, a capacidade de avaliar, de concordar, discordar, julgar, de gerenciar os próprios pensamentos, de desenvolver ou aprimorar as próprias estratégias de resolução de problemas.

1.2 A metacognição e suas dimensões

Ao considerarmos a metacognição como *o conhecimento do próprio conhecimento* ou *o monitoramento da própria atividade cognitiva*, somos remetidos a operações mentais que nos levam a refletir, respectivamente, sobre o que conhecemos e sobre o controle da nossa própria cognição.

Sobre tais processos, no domínio educacional, Soro (2001) e Burón (2002) ressaltam duas dimensões da metacognição: a metacognição como o *conhecimento das operações mentais* e a metacognição como a *autorregulação das operações mentais*.

1.2.1 Metacognição enquanto dimensão do Conhecimento

Esta dimensão da metacognição refere-se ao que o sujeito sabe sobre o seu conhecimento. Para Murad (2005, p.15), “é a tomada de consciência dos processos e das competências necessárias para a realização da tarefa e do seu produto”. Diz respeito ao “saber que” ou “o que se sabe sobre”.

Neste sentido, Flavell (1979, 1987) destacou o conhecimento que o sujeito tem sobre os próprios processos cognitivos, relativo às variáveis: *pessoa*, *tarefa* e *estratégia*. A maioria dos conhecimentos metacognitivos pode envolver a interação ou combinação entre esses tipos de variáveis. Assim, esses *metaconhecimentos* ficam armazenados na memória, podendo ser consciente ou inconscientemente evocados no momento da resolução de atividades.

No que se refere aos processos metacognitivos, quando destacou a *variável pessoa*, Flavell (1979, 1987) referiu-se à capacidade que o sujeito tem de refletir sobre o seu próprio conhecimento ou sobre o conhecimento de outras pessoas. Segundo o autor, a *variável tarefa* consiste na capacidade de refletir sobre as informações disponíveis para resolução de uma determinada atividade e, conforme corrobora Ribeiro (2003), refere-se ao conhecimento sobre a natureza da informação com que um sujeito é confrontado e sobre os critérios da tarefa a realizar. Assim, quando analisamos se uma determinada questão proposta é mais fácil ou mais difícil, se tem dados suficientes ou insuficientes, ou quais os conteúdos necessários à sua resolução, estamos refletindo sobre o que sabemos sobre a "tarefa". Quando Flavell (1979, 1987) destacou a *variável estratégia*, não fez menção à capacidade de desenvolver estratégias de resolução de problemas, pois este processo envolveria a dimensão autorreguladora, mas referiu-se simplesmente à reflexão sobre possíveis ações cognitivas a serem ativadas para se atingir um objetivo proposto em uma determinada tarefa.

Assim, compreendemos a dimensão metacognitiva de conhecimento como sendo a capacidade de refletir sobre "o que se sabe" a respeito de uma determinada atividade; como o conhecimento que se tem sobre os próprios processos cognitivos ou sobre o conhecimento de outros, sobre uma determinada tarefa a ser realizada (como uma questão proposta em sala de aula ou em um livro didático, por exemplo) ou sobre a adequação de ações cognitivas para se realizar esta tarefa.

1.2.2 Metacognição enquanto Autorregulação

Esta dimensão metacognitiva refere-se ao "saber como". De acordo com Burón (2002), o *saber como* diz respeito à capacidade de refletir sobre como desenvolver estratégias adequadas e eficazes de atuação.

A metacognição, na dimensão da autorregulação, de acordo com Brown (1987), estende-se a toda função de controle da cognição para detecção de erros e a correção destes, em um contínuo ajuste destes movimentos durante a aprendizagem. O autor assinala três habilidades básicas que permitem ao sujeito regular o pensamento e a aprendizagem: 1) o *planejamento* – são as decisões a serem tomadas para a execução da atividade, como: reconhecimento do tempo a ser dedicado a uma tarefa; quando se deve dar início à sua resolução; quais recursos são necessários, etc. 2) o *monitoramento* – é o processo constante de reflexão durante a execução da tarefa, como: a busca de sentido para cada ação; a análise da adequação de cada procedimento; a atenção dispensada a cada detalhe, etc. 3) a *avaliação* – é o procedimento que envolve julgamentos sobre os processos e resultados da aprendizagem, como: análise dos resultados, se foram satisfatórios, se os objetivos foram atingidos, etc.

De forma mais objetiva, Gerrikaetxebarria (1996) vem corroborar com o pensamento de Brown (1987) ao se referir à autorregulação como o controle da atividade cognitiva que capacita o sujeito a traçar objetivos, a desenvolver as estratégias a serem empregadas na resolução de uma tarefa (uma questão, um problema), ordenar e planejar o desenvolvimento da ação, controlar a execução das estratégias, testar hipóteses, corrigir possíveis erros e, por último, avaliar as atividades realizadas.

Conforme destaca Araújo (2009), autorregulação refere-se à capacidade necessária ao sujeito para exercer algum grau de controle sobre sua própria aprendizagem. Deste modo, ao ter que responder a um problema, este sujeito é levado a pensar em seu raciocínio de resolução, não precisando estar consciente desse movimento, ou seja, a situação o conduzirá a tal reflexão.

Podemos, então, compreender a autorregulação como a habilidade que um indivíduo tem de monitorar as próprias atividades cognitivas antes, durante ou ao término da execução de uma determinada tarefa. Nesse processo autorregulatório, é possível tomar decisões e planejar cada etapa de execução, bem como controlar cada ação durante a realização da tarefa, refletindo sobre a adequação de cada estratégia, sobre os possíveis erros que vierem a ocorrer e sobre a criação de novos meios (se houver necessidade) para iniciar novas estratégias. É possível ainda avaliar se todos os objetivos propostos inicialmente foram alcançados ou se os resultados alcançados são realmente satisfatórios. Todo esse processo pode ser realizado pelo sujeito aprendente de forma consciente, porém a busca da solução do problema pode suscitar cada um desses mecanismos sem que o sujeito esteja consciente deles.

1.2.2.1 Aprendizagem autorregulada

Ao compreendermos o papel da metacognição no desenvolvimento de um indivíduo, reconhecemos a sua importância na aprendizagem formal, por entendermos que ações que exigem alto grau de reflexão sobre os processos de construção do próprio conhecimento sejam determinantes no contexto escolar.

Em relação a essa aprendizagem, Goti (1998) e Araújo (2009) referem-se à metacognição como a reflexão que o sujeito do conhecimento – neste caso, o aluno – realiza sobre a sua maneira de aprender, seu estilo, e as consequências que obtém para aprendizagens posteriores, levando-o, portanto, a buscar estratégias eficazes para solucionar, da melhor maneira possível, determinados problemas propostos em sala de aula.

De acordo com Vigotsky (2007), durante o processo de aprendizagem, em algum momento o aluno poderá tomar ciência de que seus conhecimentos prévios não são suficientes para resolver um determinado problema que lhe é proposto. Sobre isto, destacou Murad (2005, p.24):

> A habilidade de regulação – uma função mental superior, para Vygotsky – é, segundo estudiosos da metacognição, uma habilidade metacognitiva, realizada, inicialmente, com o auxílio ou orientação de pessoas mais experientes. Com o tempo e a experiência, ela passa a ser uma atividade realizada individualmente: o sujeito se auto-regula. [...] Progressivamente, as crianças aprendem não apenas como realizar uma tarefa particular sozinhas mas, também, aprendem como aprender.

Ao se propor um determinado problema para resolução em sala de aula, devemos considerar não apenas a possibilidade de os alunos virem a solucioná-lo individualmente, mas também em grupos. A resolução de questões por meio das interações entre os pares pode levar os alunos, não apenas a se autorregularem, mas pode viabilizar processos de *corregulação*.

Segundo Benavides e Valdivia (2011), Ramos e Verde (2006) e Sanmartí (2007), a *corregulação* consiste na regulação da aprendizagem de forma cooperativa entre alunos de maior experiência e os de menor experiência, enfatizando a resolução de problemas e tarefas que lhes sejam comuns, por meio das interações interpessoais e das construções conjuntas do conhecimento. Assim, entre tais alunos, pode ser viabilizada a socialização de informações, o planejamento conjunto de estratégias de resolução de problemas, a análise de seus êxitos e fracassos em tais resoluções, a reorientação de seus esforços, bem como a efetiva autoavaliação de todo o percurso.

Quando um estudante desenvolve a habilidade de autorregular sua aprendizagem, segundo Zimmerman (1990, 2002), ele passa a ser mais proativo, autônomo e mais seguro nas decisões a serem tomadas durante os processos de execução de tarefas – diferentemente de um estudante que têm uma postura mais passiva diante do ensino-aprendizagem. Segundo o autor, um estudante autorregulado é capaz de estabelecer seus objetivos, automonitorar-se, bem como se autoavaliar em vários momentos durante o processo de construção do conhecimento.

Para Murad (2005, p.24), "A auto-regulação faz das crianças pensadores maduros, que promovem experiências de conflito para si mesmas, questionam suas apropriações básicas, promovem contra-exemplos para as próprias regras, etc."

Especialmente em casos de alunos que apresentam dificuldades na aprendizagem, segundo Araújo (2009), Goti (1998), Jou e Sperb (2006), Ribeiro (2003) e Zimmerman (1990, 2002), é fundamental um ensino que favoreça o desenvolvimento de estratégias metacognitivas de autorregulação para que possam, de forma autônoma, construir e utilizar estratégias eficazes para a superação de problemas propostos nas tarefas escolares.

1.3 Estratégias metacognitivas

Compreendendo, então, a metacognição como o *conhecimento* dos processos cognitivos e também como a *autorregulação* de tais processos, percebemos que essas duas dimensões se inter-relacionam, pois, segundo corrobora Burón (2002), uma deriva da outra. Contudo, é na dimensão da *autorregulação* que estão compreendidos os processos de controle das estratégias (o fazer como) a serem adotados na resolução de tarefas.

Quando falamos em "estratégia" é natural que tentemos pensar em modelos procedimentais prontos, como fórmulas para serem aplicadas, correndo o risco de incorrermos em automatismos. Como poderíamos, então, compreender "estratégias" na perspectiva metacognitiva?

Burón (2002) destaca que, na literatura metacognitiva, quando se fala em estratégias de aprendizagem, os pesquisadores se referem a formas de trabalhar mentalmente para melhorar os processos de aprendizagem.

De acordo com Portilho (2009, p.108):

> O conceito de estratégia está relacionado a um conjunto de operações mentais que requer planificação e controle na hora de ser executada. O fato de o conceito de estratégias estar relacionado ao aspecto procedimental de nossos conhecimentos nos leva a considerar que uma sequência de ações encaminhadas a conseguir uma determinada meta **seria impensável sem a atuação de mecanismos reguladores**[3]**.**

Como já mencionamos neste trabalho, habilidades básicas como planejamento, monitoramento e avaliação – ações inerentes a processos autorreguladores – são fundamentais para se obter o controle da aprendizagem. Logo, sobre esse movimento de regulação, Portilho (2009) destaca ainda que, quando se faz menção ao conceito de “estratégia”, fala-se “de uma atividade consciente e intencional por parte do sujeito, sobre o que e como ele encaminha os procedimentos apropriados para conseguir uma determinada meta” (p.108).

Embora processos autorregulatórios da aprendizagem possam ser acionados sem que o sujeito aprendente tenha ciência dos mesmos, quando buscamos um ensino-aprendizagem que favoreça a construção de estratégias metacognitivas para a resolução de problemas, estamos nos referindo à ação consciente e planejada de o aluno desenvolver reflexivamente procedimentos adequados para se alcançar satisfatoriamente os objetivos previamente traçados.

Referente ao contexto da aprendizagem, Portilho e Dreher (2012) argumentam que a palavra “estratégia” refere-se ao planejamento e ao controle de uma ação, alegando serem necessários recursos ou estratégias cognitivas. Nessa linha de raciocínio, as autoras fazem uma distinção entre estratégias cognitivas e estratégias metacognitivas. Em relação ao primeiro caso, trazem o seguinte exemplo: “Ao ler um enunciado de uma conta de matemática, precisa-se saber se ela é de subtração ou de divisão e assim por diante, isto é, as estratégias cognitivas são evocadas para fazer o progresso cognitivo” (p.184). Deste modo, destacam que, enquanto as estratégias cognitivas levam o sujeito a um objetivo cognitivo, as estratégias metacognitivas buscam avaliar a eficácia das mesmas, regulando todo o

[3] Grifo nosso.

conhecimento a elas relacionado e decidindo quando e como utilizá-las. Para o segundo caso, as autoras trazem o seguinte exemplo:

> Algumas vezes procedemos a uma leitura lenta, simplesmente para aprender o conteúdo (estratégia cognitiva); outras vezes, lemos rapidamente para ter uma ideia acerca da dificuldade ou facilidade da aprendizagem do conteúdo (estratégia metacognitiva). (p.184-185)

Ao investigar as estratégias metacognitivas e as dificuldades de aprendizagem apresentadas por alunos na disciplina de ciências, Campanario e Otero (2000) assinalam que nem sempre é fácil distinguir as estratégias cognitivas das metacognitivas. Os autores afirmam que uma das habilidades cognitivas mais importantes da aprendizagem é quando os alunos tentam relacionar as informações que estão aprendendo com as informações que já lhes são conhecidas (os conhecimentos prévios) – o que configuraria uma estratégia cognitiva. Contudo, segundo os autores, à medida que esses alunos vão se utilizando dessa estratégia para detectar as próprias dificuldades de compreensão, considerar-se-ia, então, uma estratégia metacognitiva.

A seguir, trataremos de aspectos relacionados a estratégias metacognitivas abordados por alguns pesquisadores, relativamente aos processos de aprendizagem na dimensão da autorregulação.

1.3.1 Estratégias metacognitivas de autorregulação e os processos de aprendizagem

Na literatura sobre metacognição, estratégias metacognitivas dizem respeito às habilidades adquiridas por parte do sujeito aprendente, as quais, de acordo com Fernández (2004), capacitarão este indivíduo para governar, entre outras coisas, seus processos de atenção, aprendizagem e pensamento, considerando, assim, não apenas a existência do conhecimento, mas também os seus processos de construção.

Segundo Carrasco (2004), faz-se necessário primeiramente buscar conhecer quais estratégias deverão ser utilizadas para a resolução de um determinado problema – algo que envolve planejamento. Em seguida, é fundamental buscar a comprovação de eficácia das estratégias escolhidas e, se necessário, deve-se buscar ainda a readaptação ou a mudança das estratégias para satisfazer às metas traçadas inicialmente – algo que envolve regulação dos processos de aprendizagem antes e/ou depois da resolução de uma tarefa.

Com base nos estudos de Carrasco (2004), Portilho e Dreher (2012) elencam algumas ações necessárias ao desenvolvimento de estratégias metacognitivas fundamentais à aprendizagem, tais como: saber avaliar a própria execução cognitiva; saber selecionar as estratégias mais adequadas à resolução de um problema; saber decidir quando parar a atividade em um problema difícil; saber determinar a compreensão do que está lendo, etc.

No que se refere às estratégias metacognitivas de monitoramento da compreensão de um problema, Boruchovitch (1999) alega ser importante que o indivíduo possa, por exemplo: tomar providência quando vier a perceber que não entendeu o enunciado; estar se questionando acerca do seu nível de compreensão; estabelecer metas a serem alcançadas e monitorá-las para garantir a efetiva realização das mesmas e, por fim, modificar as estratégias, quando necessário. Esse tipo de monitoramento da própria compreensão também é chamado, segundo Burón (2002), de *metacompreensão*.

Outra estratégia metacognitiva que, segundo Grillo (2003), é fundamental para uma aprendizagem efetiva é a construção da *avaliação*[4]. A autora destaca a importância do planejamento e do monitoramento de estratégias metacognitivas, contudo, enfatiza o papel da *autoavaliação* no processo de aprendizagem por considerar que uma análise refletida sobre o resultado – bem como sobre os próprios erros cometidos no processo – permitirá ao aluno a tomada de consciência sobre o próprio aprendizado (o quanto aprendeu, em quanto tempo, em que condições e quais os ajustes que serão necessários).

De acordo com Vila (1994), estratégias metacognitivas podem ser ensinadas, porém tais estratégias não se aprendem imediatamente, pois o estudante necessita de tempo, e o professor deve disponibilizar sucessivas tarefas que viabilizem a reestruturação de conceitos prévios. A autora destaca a importância de se instigar a análise e a discussão metacognitiva. Tal discussão consiste em viabilizar ao estudante a reflexão durante a execução de uma determinada tarefa, autorregulando

---

[4] Segundo a autora, a avaliação, enquanto estratégia metacognitiva, não tem por fim processos seletivos ou classificatórios, mas tem caráter formativo que inclui aspectos cognitivos, tais como: juízo crítico, pensamento reflexivo e produtos observáveis.

sua aprendizagem, possibilitando o autoquestionamento sobre a estratégia utilizada antes, durante e depois da resolução.

Referente ao ensino de estratégias metacognitivas, Murad (2005) diz que os professores não devem ter a preocupação de ensinar a metacognição aos alunos, mas, sim, "procurar criar e propor situações que levem os próprios alunos a sentirem a necessidade de buscar estratégias de resolução e aplicá-las, de modo que possam refletir sobre seus erros e sobre seu próprio processo de aprendizagem" (p.25-26). Deste modo, a autora, com base em pesquisas realizadas, aponta algumas ações para que o professor possa, no dia-a-dia, intensificar o desenvolvimento de estratégias metacognitivas por parte dos alunos: perguntá-los, não apenas pelos resultados, mas também pelos procedimentos empregados ao longo do processo de resolução; estimulá-los a desenvolver novas estratégias para superar dificuldades; estimulá-los a fazerem-se perguntas antes, durante e depois da resolução da tarefa; incentivá-los a praticarem a autoavaliação, etc.

Nessa mesma direção, Lafortune e Saint-Pierre (1996) destacam estratégias metacognitivas a serem instigadas em sala de aula, tais como: 1) permitir aos alunos que venham explicar e avaliar trabalhos realizados em equipe, objetivando, entre outras coisas, propiciar o autoconhecimento das próprias formas de resolver problemas; 2) levá-los a interrogarem-se sobre os próprios processos mentais, possibilitando-lhes vigiar a própria forma de proceder; 3) permitir que tirem conclusões, visando que venham valorizar a forma de justificá-las; 4) favorecer as discussões em grupos, a fim de permiti-lhes rever as suas opiniões sobre a disciplina em questão à luz das ideias emitidas pelos colegas.

Ao levar em conta a prática de ensino de um professor que favoreça efetivamente uma aprendizagem reflexiva, destacamos que os materiais de auxílio didático ofereçam subsídios aos processos metacognitivos para a resolução de problemas.

Logo, com base nas considerações de Lafortune e Saint-Pierre (1996) e Murad (2005), acreditamos que materiais didáticos devem propor: tarefas que permitam aos alunos refletir sobre as próprias estratégias de resolução; a planejar, monitorar e avaliar os procedimentos utilizados; a questionar resultados; a refletir sobre os erros e a buscar novos caminhos; a se autoavaliarem durante o percurso de resolução; a justificarem suas respostas; a levantar hipóteses, etc.

Campanario e Otero (2000) percebem a utilização de estratégias metacognitivas no momento em que os alunos passam a predizer ou formular hipóteses e inferências, a fim de poderem chegar a alguma conclusão na resolução de um problema. Ressaltam também que estratégias metacognitivas são, geralmente, aplicáveis a qualquer domínio em que sejam necessários processos cognitivos, tais como: comunicações oral e escrita, aprendizagem a partir de textos e resolução de problemas – como questões propostas por livros didáticos, por exemplo.

Nossa pesquisa é realizada na perspectiva da resolução de problemas de Matemática, considerando a possibilidade de desenvolvimento de estratégias metacognitivas, que venham viabilizar uma efetiva aprendizagem nesta área do conhecimento.

1.3.2 Estratégias metacognitivas: pesquisas sobre a aprendizagem de Matemática

A função de autorregulação, segundo Araújo (2009), pode ser favorecida a partir das interações em sala de aula, permitindo ao sujeito guiar e regular sua aprendizagem e o funcionamento cognitivo na resolução de problemas propostos. Mas, para isso, a autora destaca que o contrato didático estabelecido na sala de aula deve favorecer essa construção reflexiva.

Em sua pesquisa, que foi realizada em uma turma do 8º ano do ensino fundamental de uma escola particular do Recife, Araújo (2009) observou o contexto da sala de aula antes e após a realização de uma intervenção, na qual orientava o professor a trabalhar com seus alunos sob a ótica da metacognição. A referida intervenção teve por objetivo desenvolver nos alunos estratégias metacognitivas, provocando a ruptura do contrato didático estabelecido naquela sala de aula.

Nesse estudo, Araújo (2009), a partir dos registros em vídeo, identificou categorias de análise – que emergiram das aulas observadas – inerentes às estratégias metacognitivas utilizadas pelos alunos. Assim, descrevemos as categorias[5] identificadas, relativas à autorregulação do conhecimento:

---

[5] As categorias desenvolvidas por Araújo (2009) foram utilizadas em nosso trabalho.

1.3.2.1 Estratégia metacognitiva de ordem pessoal

De acordo com Araújo (2009), essa categoria de análise foi proposta pelo professor a partir de uma avaliação em sua turma. Foram classificadas nessa categoria as estratégias que viabilizaram, ao aluno, a *autoavaliação*, conforme exemplo extraído da pesquisa mencionada:

Figura 1 – Ilustração da categoria **estratégia metacognitiva de ordem pessoal**.

Prof: Eu quero que vocês pensem no seguinte: nós fizemos a prova... é bom que cada aluno, cada aluno precisa se autoavaliar com é que foi a sua participação na prova, ... cada aluno precisa se colocar o seguinte: "como é que eu fui, o que que eu tenho que reforçar, se eu tenho que estudar mais um pouquinho, dedicar mais um tempo", então, tudo isso é importante para cada aluno desde da menor pontuação até a maior para que ele possa se perceber como é que ele foi.

Fonte: Araújo (2009, p.115)

Conforme consta no exemplo dado, o professor propôs que o aluno refletisse sobre o seu desempenho na prova, sobre a necessidade de reforçar o estudo de algum conteúdo e também de monitorar seu próprio conhecimento.

Nessa categoria, então, segundo Araújo (2009), podem ser incluídas as estratégias em que os alunos, antes e após serem submetidos a testes avaliativos, avaliam suas próprias necessidades de revisão do assunto, bem como os erros cometidos no percurso, a possível satisfação com os resultados obtidos, etc.

1.3.2.2 Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento

Nessa categoria, Araújo (2009) classificou as estratégias metacognitivas que favoreceram a tomada de consciência dos procedimentos utilizados pelos alunos na busca de resolução de problemas propostos.

Figura 2 – Ilustração da categoria **estratégia metacognitiva de ordem do procedimento**.

Prof.: Quem foi que deu o resultado (9 a^2b^3) Explique porque errou ?
Aluna diz: Foi assim: é que eu esqueci que um número negativo com outro negativo, numa subtração, vai dar o mesmo sinal.

Prof.: Dá um? Por que dá um?
Alunos : dá um, é c elevado a zero.

Fonte: Araújo (2009, p.116)

Ao observarmos os exemplos da Figura 2, percebemos que, durante o processo de resolução de tarefas, o professor faz alguns questionamentos. No primeiro momento, a aluna é levada a explicar o erro cometido e tem a oportunidade de refletir sobre o procedimento utilizado. No segundo momento, os alunos têm a oportunidade de justificar a resposta, evocando conhecimentos matemáticos já estabelecidos.

Nessa categoria, então, estão incluídas as estratégias que demonstram o conhecimento de regras e procedimentos da Matemática para a resolução de problemas propostos.

1.3.2.3 Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema

As estratégias metacognitivas classificadas nessa categoria estão relacionadas à compreensão mais generalizada do problema proposto e, de forma mais abrangente, estão diretamente ligadas aos processos de autorregulação do conhecimento e da compreensão do que é solicitado na tarefa.

Figura 3 – Ilustração da **estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema**.

Aluno: Daria certo se no lugar do sobrinho de Recife fossem 40 reais a menos, ou seja, seriam 60 reais, aí, daria certo!
Prof: Daria certo. Essa é a sua observação. Fale J.
J: Tinha que mudar ou o número de sobrinhos ou os valores...

Prof: Por que não é possível resolver o problema?
L. Porque o problema não tem dados suficientes.

Fonte: Araújo (2009, p.116)

Pelo que podemos perceber, foi dada uma questão em que os alunos puderam refletir sobre a insuficiência de dados em seu enunciado, viabilizando a autorregulação do conhecimento e a argumentação sobre a impossibilidade de resolução da questão.

Deste modo, ao ler o enunciado de um problema, o aluno poderá monitorar seus processos cognitivos durante a resolução, efetuando correções, julgando a adequação da resposta, analisando se há realmente a possibilidade de alcançar os objetivos propostos, podendo interromper a qualquer instante o processo de resolução e vindo também a realizar novas tentativas.

Conforme retratamos, as categorias desenvolvidas por Araújo (2009) dizem respeito à dimensão metacognitiva de autorregulação. Porém, outra categoria para classificação de estratégias metacognitivas foi desenvolvida por Lucena (2013).

Com base nos critérios de avaliação de livros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), Lucena (2013) pesquisou a metacognição em livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental, especificamente em questões envolvendo o conteúdo de números decimais. Em sua pesquisa, o autor encontrou questões que o levaram a desenvolver uma nova categoria de análise, mais ligada à dimensão metacognitiva de conhecimento, a qual denominou *Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento*[6].

1.3.2.4 Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento

De acordo com Lucena (2013), essa categoria emergiu por ser identificada, no enunciado de algumas questões, a possibilidade de uso de estratégias metacognitivas que não apresentavam aspectos suficientes para serem classificadas nas categorias de Araújo (2009). Vejamos, então, um exemplo:

Figura 4 – Questão que favorece o uso de **estratégia metacognitiva de ordem do conhecimento**.

> **c.** Crie um problema sobre uma situação cotidiana, em cuja solução deverá ser feita uma conta envolvendo números com vírgula. Peça a um colega que resolva seu problema e resolva o que ele inventou. Depois, destroquem os problemas para fazer a correção.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p.164 apud LUCENA, 2013, p.100)

Ao observarmos o enunciado da questão, percebemos que o aluno terá que refletir sobre o que ele sabe a respeito do que é solicitado, ou seja, refletirá sobre o próprio conhecimento para criar esse problema.

Apesar dessa questão, especificamente, poder ainda propiciar aos alunos a capacidade de corregularem suas aprendizagens – visto que um refletirá e avaliará o trabalho do outro –, antes de qualquer procedimento autorregulador necessário à elaboração, os alunos necessitarão, segundo Lucena (2013), recorrer aos seus

[6] Esta categoria desenvolvida por Lucena (2013) também foi utilizada em nosso trabalho.

prévios conhecimentos, refletindo sobre eles. É justamente por meio dessa reflexão que dependerá a elaboração do problema.

Ao reconhecermos a importância de um ensino que favoreça aspectos inerentes à metacognição, bem como uma aprendizagem que permita ao aluno desenvolver estratégias metacognitivas para a resolução de problemas propostos em sala de aula, consideramos ser fundamental que os instrumentos de apoio didático utilizados possam viabilizar um ensino-aprendizagem que leve o aluno a refletir metacognitivamente. Foi com esse olhar que Lucena (2013) pesquisou a possibilidade de uso de estratégias metacognitivas em livros didáticos. É a respeito desse assunto que trata a próxima seção.

1.4 Metacognição em material didático

A prática do professor em sala de aula é fundamental a um ensino que favoreça aos alunos a reflexão sobre os seus próprios processos de aprendizagem, ou seja, os processos metacognitivos. Contudo, instrumentos de auxílio didático – como livros, textos e revistas, por exemplo – são fundamentais ao trabalho do professor, pois ajudam a nortear a sua ação, bem como à aprendizagem dos alunos.

Para Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2009), a elaboração de materiais didáticos mais diversificados implica em muita responsabilidade, em gasto de tempo, em necessidade de infraestrutura e planejamento, e, por isso, o livro didático, muitas vezes, tem sido utilizado como único instrumento de auxílio para os professores – consequentemente, para os alunos também, tanto em sala de aula, como para estudos individuais.

As atividades propostas em um livro ou material didático podem ser de grande valia para uma aprendizagem promotora da metacognição – principalmente se considerarmos uma abordagem reflexiva do conhecimento, por parte do professor, enquanto mediador entre o saber e o aluno. Por outro lado, um material didático que não favoreça o uso de estratégias metacognitivas para a resolução das atividades propostas, pode trazer prejuízos à aprendizagem – principalmente se o professor pautar sua prática unicamente nas orientações e sugestões apresentadas nesse material.

Ao pesquisar o uso de estratégias metacognitivas no livro didático, Lucena (2013) verificou que o desenvolvimento de tais estratégias ocorreu com pouca frequência nos livros em que pesquisou. O autor investigou dois livros que tinham propostas metodológicas diferentes: um, considerado mais tradicional, priorizava o trabalho com exercícios de fixação de regras e procedimentos; o outro era considerado detentor de uma proposta mais inovadora. Contudo, no livro considerado mais inovador a frequência de questões que viabilizaram o uso de estratégias metacognitivas foi inferior a 8%, enquanto que no livro considerado mais tradicional, a frequência foi de 4%.

Nossa pesquisa está voltada para analisar a possibilidade de uso de estratégias metacognitivas em livros de um material didático pertencente a um programa de formação continuada em serviço, o Gestar II, especificamente em atividades de álgebra. Assim, necessitamos nos fundamentar teoricamente sobre aspectos inerentes ao saber algébrico e ao ensino-aprendizagem da álgebra, sobre os quais trataremos a seguir.

CAPÍTULO 2: O CONHECIMENTO ALGÉBRICO

O saber matemático nos tempos atuais é caracterizado por atividades intelectuais com alto grau de sofisticação. Porém, muito do que hoje chamamos de Matemática deriva de noções primitivas dos conceitos de número, de grandeza e de forma, fazendo-se presentes desde os primórdios da raça humana.

Portanto, este saber matemático, segundo Boyer (2010), Câmara dos Santos (2006), Moura (2006) e Sadovsky (2007), foi sendo construído, originalmente, a partir de problemas presentes no cotidiano do homem, nas relações sociais, culturais e econômicas, estando mais ligado à percepção de mundo, aos sentidos, às experiências do ser humano; visando suprir às necessidades naturais de sobrevivência; utilizando-se, por exemplo, da quantificação e da noção de tamanho, percepções indispensáveis à vida em sociedade.

De acordo com D'Ambrosio (2009, p.31), "As ideias matemáticas, particularmente comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar, são formas de pensar, presentes em toda espécie humana".

Desde os tempos mais remotos, noções mais simples do conhecimento matemático foram fundamentais para resolução de problemas que se apresentavam nas sociedades primitivas. Aliás, essas noções consideradas elementares para os nossos dias eram altamente sofisticadas na época em que foram desenvolvidas. Segundo Boyer (2010), a adição e a divisão, por exemplo, eram operações aritméticas fundamentais no antigo Egito, bem como a resolução de problemas por meio de manipulações equivalentes à regra de três.

Além da resolução de problemas por meio de noções aritméticas, os egípcios também resolviam problemas por meios designados "algébricos", conforme destaca Boyer (2010, p.11):

> Não se referem a objetos concretos, específicos, como pães e cerveja, nem exigem operações entre números conhecidos. Em vez disso, pedem o que equivale a soluções de equações lineares, da forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, onde a, b e c são conhecidos e x é desconhecido.

Assim como os povos egípcios, os babilônios[7] também desenvolveram procedimentos matemáticos fundamentais à resolução de problemas que surgiam em sua sociedade. Algumas estratégias algébricas utilizadas na Mesopotâmia eram, segundo Boyer (2010, p.21), consideradas mais sofisticadas que as do Egito:

> Muitos textos de problemas do período babilônico antigo mostram que a solução da equação quadrática completa não constituía dificuldade séria para os babilônios, pois tinham desenvolvido operações algébricas flexíveis. Podiam transportar termos em uma equação somando iguais a iguais, e multiplicar ambos os membros por quantidades iguais para remover frações ou eliminar fatores. [...] Não usavam letras para quantidades desconhecidas, pois o alfabeto não fora inventado, mas palavras como “comprimento”, “largura”, “área” e “volume” serviam bem nesse papel.

Ao longo dos séculos, o desenvolvimento da Matemática permitiu que a “álgebra aritmética” dos egípcios e babilônios abrisse espaço para outros segmentos do conhecimento algébrico como, por exemplo, a “álgebra geométrica” dos gregos, em 400 a.C., aproximadamente.

Assim, percebemos a importância dos contextos histórico e sociocultural na construção dos saberes matemáticos (e algébricos) ao longo da evolução da humanidade, bem como no cotidiano do mundo contemporâneo.

Compreendemos, então, a Matemática, como uma construção humana, a qual foi historicamente consolidada como ciência, como algo útil que foi sendo desenvolvido para explicar questões e fenômenos presentes na vida em sociedade, nas diferentes culturas e no universo.

Ao percebermos a Matemática sendo construída ao longo dos anos visando à resolução de problemas – portanto, exigindo a reflexão sobre suas soluções –, como podemos conceber, nos dias de hoje, um ensino de Matemática desprovido de processos reflexivos, pautados em meros exercícios de fixação, em aplicações diretas de fórmulas, desprovidas, muitas vezes, de significados? Não temos a pretensão de tentar responder a tal questão, mas esperamos refletir sobre alguns aspectos inerentes a ela.

A Matemática abrange diversos campos de estudo e, por a nossa pesquisa estar direcionada ao campo específico da álgebra, buscamos, neste capítulo, compreender algumas de suas definições, suas dimensões, os processos de ensino-

[7] De acordo com D’Ambrosio (1961), os escritos matemáticos dos egípcios e dos babilônicos são os mais antigos registros desta área de conhecimento.

aprendizagem da álgebra no ensino fundamental, o pensamento algébrico e, ainda, o ensino de álgebra por meio de problemas.

2.1 Definições da álgebra e conceitos de variáveis

O matemático e astrônomo árabe *al-Khowarizmi* (Século IX), que tomou projeção por meio da aritmética presente em seus estudos, ao escrever sua principal obra, intitulada *Al-jabr Wa'l muqabalah,* contribuiu fortemente para a denominação do termo **álgebra** – termo que ficou conhecido tempos mais tarde na Europa – por conta do título **Al-jabr**.

Apesar de não se saber ao certo a tradução do título do livro de *al-Khowarizmi,* seu sentido está relacionado a algo que se aproxima de "cancelamento de termos semelhantes em lados opostos da equação" (BOYER, 2010, p.156). A referida obra, segundo Boyer (2010), traz explanações sobre equações formadas com "três espécies de quantidades: raízes, quadrados, e números (isto é x, x^2, e números)" (p.157).

A forma sistemática com que o matemático árabe expunha os casos de equações lineares e quadráticas com uma raiz positiva permitiu que o mesmo fosse considerado o "pai da álgebra"[8].

Ao reconhecermos o surgimento e o desenvolvimento da álgebra ao longo da história, buscamos conhecer definições mais comuns sobre a mesma em nossos dias.

Na aritmética, os alunos podem, por meio de regras, manipular operações com números conhecidos por eles, sejam eles positivos ou negativos, inteiros ou em forma de fração. Na álgebra, é possível realizar tais manipulações[9] com números desconhecidos, como letras ou outros símbolos que possam representá-los.

De forma mais simplista, segundo Booth (1995), Brito Menezes (2006) e Usiskin (1995), admite-se o pensamento de que a aritmética trata de operações com números, enquanto que a álgebra trata de operações com números e letras, sendo essas letras consideradas números não conhecidos (as *incógnitas* ou *variáveis)*.

---

[8] Embora haja quem atribua o referido título a Diofante de Alexandria (Século III) por conta do "cálculo algébrico abstrato", acreditando que foi a primeira vez em que um símbolo literal foi utilizado para representar a incógnita de uma equação (D'AMBRÓSIO, 1961; BOYER, 2010).

[9] Contudo, não é apenas a manipulação dessas letras e símbolos que subsidiará uma aprendizagem significativa da álgebra. Trataremos desse assunto na *seção 2.2.2* deste capítulo.

2.1.1 Variáveis algébricas

Ao compreendermos que, na álgebra, é possível manipular números e letras para a resolução de problemas, considerando tais letras como números desconhecidos, podemos reconhecer as possibilidades de variações de valores a serem atribuídos às mesmas.

De acordo com Usiskin (1995), o conceito de variável é amplo e sua aplicabilidade pode mudar de acordo com os diferentes usos dados à ideia de variável.

Em uma fórmula matemática para o cálculo da medida de área, por exemplo, uma variável pode se referir a uma dimensão desconhecida. Em uma sentença aberta, pode-se reconhecer a variável como o valor a ser encontrado, ou seja, uma incógnita. É possível compreender, ainda, a variável como o argumento de uma função, e é justamente em uma função que ela assume, de fato, um caráter de variabilidade. Deste modo, Usiskin (1995, p.11) destaca a tendência de "pensar numa variável simplesmente como um símbolo pelo qual se podem substituir coisas (mais precisamente, coisas de um determinado conjunto, enquanto consideradas distintas)".

Na Matemática, em determinadas proposições, é importante observar a função da letra em muitas expressões, pois é possível que a simples existência de uma letra não, necessariamente, venha configurar tal expressão como algébrica.

Conforme atenta Booth (1995, p.30):

> As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra *m*, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar "metros", mas não para representar o *número* de metros, como em álgebra. A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa "falta de referencial numérico", por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em álgebra.

Na busca de compreender definições acerca da álgebra, bem como das propriedades a ela inerentes, percebemos a intrínseca ligação entre ela e a aritmética, principalmente quando se busca definir a álgebra tomando como parâmetro as diferenças entre ambas: a utilização ou não de letras. Essa percepção se dá principalmente pelo fato de que, para se aprender álgebra, faz-se necessária certa proficiência em cálculos envolvendo operações numéricas. Surge, então, um questionamento: em que momento do ensino fundamental se deve introduzir o ensino de álgebra?

2.2 A abordagem algébrica no ensino fundamental

Em relação ao momento de se iniciar a abordagem algébrica, Brito Menezes (2006) destaca que, sobre essa questão, ainda há muitas discussões, visto que a prioridade aritmética em relação à álgebra é uma das justificativas que muitos autores se utilizam para amparar a concepção de que o ensino de álgebra deve vir após os conceitos de aritmética estarem bem solidificados.

Segundo Demana e Leitzel (1995), o primeiro contato com a álgebra não constitui um mistério para alunos que tiveram uma boa compreensão dos processos aritméticos nos ano iniciais.

Contudo, de acordo com Canavarro (2009, p.91), "Uma abordagem algebrizada da Aritmética poderá contribuir para ancorar de forma mais sustentada a aprendizagem da Álgebra em anos posteriores". Assim, a autora defende que deve haver uma pequena introdução do *pensamento algébrico* ainda nos anos iniciais.

Nessa direção, Lins e Gimenez (1997) consideram que a ideia enraizada de que o ensino de aritmética deva preceder o aprendizado da álgebra é infundada, chegando, inclusive, a considerá-la prejudicial. Estes autores admitem a intrínseca e estreita relação entre as duas áreas, alegando ser a álgebra uma *aritmética generalizada*[10], bem como admitindo a aritmética como sendo estruturada pela álgebra. Sob essa ótica, defendem ainda a ideia de que a álgebra deva ser abordada em turmas em que muitos educadores matemáticos consideram precoce tal abordagem. Assim, esses autores afirmam que "É preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra" (p.10).

No Brasil, referente ao ensino de álgebra, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do 3º e 4º ciclos, encontramos que "Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas" (BRASIL, 1998, p.50).

Entretanto, durante os primeiros anos do ensino fundamental (1º ao 5º ano), no que se refere aos conteúdos de Números e Operações, a proposta de ensino-aprendizagem dos PCN do 1º e 2º ciclos está voltada à construção de

[10] Sobre esta e outras dimensões algébricas, trataremos com maior detalhe na *seção 2.2.1*.

conhecimentos aritméticos e à resolução de problemas apenas neste campo da Matemática (BRASIL, 1997).

Assim, percebemos que, segundo os PCN, nos anos iniciais do ensino fundamental, o ensino de Matemática deve estar voltado à abordagem aritmética, a qual culminará na abordagem da álgebra nos anos finais, com a introdução das letras nas operações – não excluindo, contudo, a possibilidade de se desenvolver aspectos da álgebra ainda nos anos iniciais.

Para House (1995), no currículo de Matemática há um destaque para a álgebra justamente por esta representar, para muitos alunos, a culminação dos anos de estudo de aritmética, bem como a introdução a outros ramos da Matemática nos anos que se seguirão. Porém, esse destaque, na forma em que é realizado, nem sempre favorece um diálogo com outras áreas da Matemática.

A esse respeito, nos PCN (BRASIL, 1998) consta que a ênfase dada a conteúdos algébricos não garante o sucesso dos alunos e ainda tende a prejudicar a abordagem de conteúdos de outros campos da Matemática, como a geometria, por exemplo.

Nos últimos anos do ensino fundamental (6º ao 9º ano), os professores tendem a enfatizar quantitativamente a abordagem de conteúdos algébricos, muitas vezes limitando o ensino da álgebra à ação mecânica de resolver exercícios. Porém, tal abordagem deve propiciar ao aluno a reflexão sobre seus processos de aprendizagem, viabilizando a resolução de problemas propostos em sala de aula e não e mera repetição de ações por meio de exercícios. O ensino de álgebra na educação básica deve favorecer, ao aluno, a capacidade de generalização e abstração.

A ênfase dada, por muitos professores, ao ensino de álgebra no ensino fundamental, por vezes chega a deslocar conceitos formais que teriam maior relevância no ensino médio. Segundo os PCN, isso se dá, muitas vezes, por professores acreditarem que esse deslocamento tornaria mais significativa a aprendizagem da álgebra.

> Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo [...] Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (BRASIL, 1998, p.116).

Segundo Usiskin (1995), deve-se observar a relevância de certos conceitos algébricos no currículo de acordo com o papel de cada conteúdo e o momento de introduzi-los. O autor observa, por exemplo, o papel das funções e o momento de abordá-las, pois muitas escolas defendem sua introdução precocemente a fim de introduzir os conceitos de *variáveis*.

Contrariando a perspectiva de tais escolas, os PCN alegam, entre outras cosias, que a abordagem de conceitos formais de funções não é adequada ao ensino fundamental (BRASIL, 1998).

Para uma melhor compreensão das finalidades dos estudos de álgebra, das diferentes interpretações na escola, bem como dos diversos usos das *variáveis* em diferentes conteúdos, buscamos compreender as *dimensões algébricas* no ensino fundamental, conforme constam nos PCN (BRASIL, 1998), as quais são reconhecidas por Usiskin (1995) como *concepções diferentes da álgebra*.

2.2.1 A álgebra e suas dimensões

Dependendo do papel que o "valor desconhecido" venha assumir em certas expressões algébricas, é possível reconhecer diferentes dimensões da álgebra. Assim, buscamos compreender quatro dimensões que viabilizam a construção de conceitos, procedimentos e do pensamento algébrico.

Primeiramente, explanaremos a dimensão da **álgebra enquanto aritmética generalizada**.

Figura 5 – Representação de variável como generalizadora de modelos.

Posição:	1º	2º	3º	4º	5º	nº
Nº quadradinhos:	1	2 + 1 = 3	3 + 2 = 5	4 + 3 = 7	5 + 4 = 9	n + n - 1

Fonte: Brasil (1998, p.117)

Conforme o exemplo dado na Figura 5[11], é possível perceber a relação existente entre os números e as operações apresentadas, as quais obedecem a uma certa regularidade operacional da 1ª até a 5ª posição. Nesse intervalo, a adição

[11] Esse exemplo foi apresentado pelos PCN do 3º e 4º ciclos do ensino fundamental (BRASIL, 1998), a fim de demonstrar situações em que os alunos possam investigar padrões em sucessões numéricas para construção de linguagem algébrica, de modo a expressarem regularidades. Nos PCN, o referido exemplo não está incluído no contexto de nenhum problema.

dos números configura um modelo de operação aritmética. Sabendo que se pode ter um número diverso ou mesmo infinito das posições apresentadas, é possível, então, pensar na variável “n”, no exemplo dado, como sendo uma generalizadora de modelos.

Seria perfeitamente possível que o aluno viesse a perceber que, em cada posição apresentada na Figura 5, o resultado da operação aritmética é sempre equivalente à soma de um número (correspondente a cada posição) com o seu antecessor. Seu raciocínio estaria, então, prevendo uma regularidade operacional, permitindo-lhe deduzir, por exemplo, que na posição de nº 20, ter-se-ia: *20 + 19 = 39*. Assim, a fim de se fazer uma descrição das operações para quaisquer posições, seria possível generalizar o modelo, utilizando-se de variáveis, fossem elas letras ou outros símbolos.

De acordo com Usiskin (1995, p.13), “Muitas vezes encontramos relações entre números que desejamos descrever matematicamente, e as variáveis são instrumentos utilíssimos nessa descrição”.

Dentro dessa concepção, não se busca encontrar valores para as variáveis, como se fossem incógnitas, mas sim generalizar as relações apresentadas entre os números.

Para uma melhor compreensão da álgebra como estudo de procedimentos para resolução de determinados problemas, é importante reconhecermos a **dimensão equacional da álgebra**. Nessa dimensão, busca-se encontrar valores numéricos para os valores desconhecidos (as incógnitas).

Figura 6 – Questão que representa o uso de variáveis como incógnitas.

O peso de Camila e de Tico juntos é de 32 Kg. O peso de Camila é 7 vezes o de Tico. Qual o peso de cada um?

x – peso de Camila
y – peso de Tico

Fonte: Dante (2004 apud ARAÚJO, 2009, p.99).

Diferentemente da concepção de *álgebra como aritmética generalizada*, em que os modelos tendem a *generalizar* e *traduzir* expressões, nesta dimensão as instruções são para *simplificar* e *resolver*.

Conforme o enunciado apresentado na Figura 6, o peso de “Camila” (x) e o de “Tico” (y), juntos, equivalem a 32 kg, e o peso de “Camila” é 7 vezes maior que o de

"Tico". Assim sendo, temos as expressões algébricas: $x + y = 32$ e $x = 7y$. Ao tentar resolver o proposto, o aluno fará uso de procedimentos para achar os valores de x e y. Possivelmente chegará aos resultados: $x = 28$ e $y = 4$.

Segundo os PCN, com exemplos semelhantes a esse, é possível explorar a noção de variável e de incógnita (BRASIL, 2008) e favorecer ainda, aos alunos, a percepção de que equações e sistemas podem facilitar as resoluções de problemas mais difíceis do ponto de vista aritmético. Assim, para os PCN, o uso de certas técnicas deve respeitar o ano (série, ciclo) em que o aluno está inserido e, neste caso, em específico, é recomendado que sejam aplicados no 4º ciclo (8º e 9º anos), e que no 3º ciclo os alunos possam desenvolver estratégias próprias para resolver problemas semelhantes.

Segundo Bernard e Cohen (1995), no que se refere à tarefa de achar uma incógnita, a construção da estratégia de resolução deve considerar que "o desenvolvimento de cada novo método se faz a partir das capacidades e da compreensão que o aluno já tem da tarefa" (p.113).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), a noção adequada de variável, de modo geral, não tem sido explorada satisfatoriamente no ensino fundamental. Logo, muitos alunos tendem a concluir essa etapa de ensino acreditando que, na álgebra, uma letra tem sempre a função de encobrir um valor desconhecido, atribuindo às letras, constantemente, o papel de incógnita.

Assim, é importante que o professor possa orientar o aluno a perceber que, em determinadas situações, as letras podem representar *relações entre conjuntos numéricos*, ou seja, podem assumir o papel de variáveis para representar *relações funcionais*. Deste modo, buscamos reconhecer a **dimensão funcional da álgebra**.

Figura 7 – Questão que representa o uso de relações entre grandezas.

29 Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$ 8,00 mais um custo variável de R$ 0,50 por unidade produzida. Sendo x o número de unidades produzidas:
a) escreva a lei da função que fornece o custo total y de x peças;

Fonte: Dante (2002, p.167)

Segundo esse exemplo, o aluno não terá que encontrar nenhum valor para as letras *x* e *y*, pois essas expressam valores que podem variar, um em função de outro (no caso, o custo total varia em função do número de peças), assumindo, então, o papel de *variáveis*. Assim, obedecendo ao comando do enunciado, é provável que chegue à expressão: $y = 8 + 0{,}5x$. Embora seja possível enxergar essa fórmula como uma espécie de *generalização*, pode-se perceber que há uma relação entre as grandezas apresentadas. Diz-se, então, que essa expressão algébrica se trata de uma função com variáveis x e y.

Uma quarta concepção algébrica abordada por Usiskin (1995), bem como nos PCN (BRASIL, 1998), é a **dimensão estrutural da álgebra**.

Figura 8 – Questão que representa o estudo das estruturas algébricas.

1º) Vamos efetuar a divisão de

$p(x) = 2x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 10x - 1$ por

$h(x) = 2x^2 + 4x - 3$ e fazer a verificação:

Fonte: Dante (2008, p.447).

Embora tenhamos apresentado um exemplo extraído de um livro didático utilizado na educação básica, a abordagem da álgebra estrutural se faz presente, de forma mais efetiva, no ensino superior. Teorias dos grupos, de anéis, domínios de integridade, espaços vetoriais, etc., configuram estruturas peculiares a uma álgebra mais abstrata.

O exemplo da Figura 8 corresponde ao conteúdo de “Polinômios”, assunto normalmente abordado no 3º Ano do ensino médio. Assim, tal assunto não poderia ser abordado em nível de ensino fundamental, pois os alunos dessa fase ainda não desenvolveram competências suficientes para tanto.

Usiskin (1995, p.18) traz o exemplo: “Fatorar $3x^2 + 4ax - 132a^2$”. A expressão algébrica apresentada não representa nenhum modelo aritmético para que seja considerado como *álgebra generalizada*. As variáveis não atuam como incógnitas, pois não se pretende resolver nenhuma *equação*. Também não se percebe nenhuma relação entre as variáveis de modo que configure uma *função*. Logo, o autor esclarece que “Na concepção da álgebra como estudo de estruturas, a variável é pouco mais que um símbolo arbitrário” (USISKIN, 1995, p.18).

Embora no ensino-aprendizagem da álgebra seja necessário estar, quase sempre, manipulando variáveis, seu aprendizado não se limita apenas à escrita de expressões com números, letras ou símbolos. Assim, abordaremos aspectos do *pensamento algébrico* no ensino-aprendizagem.

2.2.2 O pensamento algébrico

As expressões algébricas, por vezes, são introduzidas no ensino de Matemática por meio de um mero repasse de conceitos, como se a simples manipulação de números e letras pudesse propiciar a aprendizagem significativa da álgebra.

Em relação a esse tipo de abordagem, Chalouh e Herscovics (1995) afirmam que definições formais não representam muito significado para os alunos, pois, para os iniciantes, faz-se necessário uma base cognitiva que os alicerce nessa aprendizagem, viabilizando a construção de significados para as expressões algébricas.

Compreendemos, então, a necessidade de se priorizar o desenvolvimento de processos algébricos, primeiramente por meio da reflexão, do raciocínio, ou seja, na forma de pensar a resolução de um determinado problema, sem, necessariamente, depender da manipulação de expressões.

Segundo retrata Schoen (1995) em suas pesquisas, por a maioria dos alunos ser capaz de compreender a língua falada e escrita quando está começando a ser introduzido no ensino-aprendizagem de álgebra, o professor deveria tirar proveito dessa capacidade escrevendo e falando sobre as ideias matemáticas, antes e durante a introdução de simbolismos algébricos.

De acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p.4), “A álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas. Ela é, também, uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo”.

Para Kieran (2007 apud CANAVARRO, 2009), a álgebra não deve ser encarada apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas.

Segundo Canavarro (2009), o pensamento algébrico, portanto, é o processo pelo qual os alunos, a partir de um conjunto de casos particulares, podem vir a generalizar suas ideias matemáticas, fazendo uso da argumentação, podendo expressá-las de maneira mais formal.

Assim, entendemos que um ensino de álgebra eficaz não deve estar firmado apenas no cálculo literal e na manipulação de letras ou símbolos, mas deve compreender a linguagem algébrica escrita como sendo o resultado de processos que tiveram início com o pensamento algébrico.

Ao considerarmos o pensamento algébrico como uma habilidade de se refletir metacognitivamente, percebemos a possiblidade de o sujeito da aprendizagem desenvolver estratégias para a resolução de problemas, que não se limitarão à reprodução de procedimentos, cálculos e meras manipulações de expressões algébricas.

A construção de estratégias para resolução de problemas algébricos pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual poderá, consequentemente, levar à resolução por meio da linguagem escrita. Assim, buscamos conhecer o que vem a ser um “problema” tantas vezes apresentado em livros e materiais didáticos e muitas vezes confundidos, até mesmo por professores de Matemática, com meros exercícios de fixação do conhecimento.

2.3 A resolução de problemas e a abordagem algébrica

O ensino de Matemática na educação básica, muitas vezes, está permeado de valores educacionais não condizentes com a necessidade de uma aprendizagem que permita a construção do conhecimento, mas simplesmente por meio de memorizações, exercícios, repetições e assimilações mecânicas de conceitos. Para um efetivo aprendizado, faz-se necessário ao aluno construir conceitos e não apenas assimilá-los.

Segundo Vigotski (2001), a construção de conceitos constitui um processo psicológico complexo de pensamento que busca entender e resolver problemas que se apresentam e que são fundamentais em todo o processo de aprendizagem. “O conceito não é tomado em seu sentido estático e isolado, mas nos processos vivos de pensamento, de solução de problema [...]” (p.165).

Ao se deparar com um problema proposto em sala de aula ou em um livro didático, por exemplo, espera-se, então, que, ao perceber que seus conhecimentos prévios não são suficientes para transpor o referido problema, o aluno possa refletir sobre a construção de novos meios para a sua superação. É justamente esse conflito que permitirá ao aluno recorrer à construção de novos conhecimentos. Nesse sentido, o papel das interações – quer sejam com o objeto de estudo, quer sejam com colegas mais experientes – e da mediação do professor serão fundamentais à aprendizagem (PIAGET, 1975; VIGOTSKY, 2007).

Segundo Câmara dos Santos (2002):

> Aprender é passar de uma antiga concepção a uma concepção nova, mais consciente, após colocar em questão a antiga concepção, que funciona tanto como ponto de apoio, como uma espécie de obstáculo à nova concepção. [...] Esse conflito pode ser gerado pela própria situação de aprendizagem (meio) ou pelo debate entre os participantes da situação.

O verdadeiro aprendizado permite ao aluno transpor os obstáculos que se apresentam entre ele e o novo conhecimento, contrapondo um ensino pautado no repasse direto de conceitos, sem que haja uma mudança de concepção. “[...] O ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril” (VIGOTSKI, 2001, p.247).

Para Onuchic e Allevato (2004), a resolução de problemas matemáticos favorece uma aprendizagem que leva o aluno a “pensar sobre” a construção de conceitos e procedimentos, bem como sobre desenvolvimento do conhecimento matemático que ele precisa aprender, diferentemente da simples aplicação de conceitos prontos, como no caso da aplicação de *exercícios de fixação, os quais,* segundo D’Amore (2007), suas resoluções consistem na utilização de regras e procedimentos já aprendidos, objetivando a verificação imediata ou o reforço do que foi fixado neste processo.

No que se refere ao “pensar sobre” durante a resolução de problemas, identificamos o favorecimento de reflexão sobre a própria aprendizagem. Compreendemos, então, que atividades propostas em livros ou materiais didáticos devem viabilizar uma aprendizagem reflexiva, contrapondo o automatismo presente em exercícios que favorecem uma assimilação do conteúdo matemático por meio de repetição de procedimentos.

Segundo Huete e Bravo (2006), o problema, enquanto recurso didático, requer que sejam acionadas atividades mentais mais sofisticadas, tais como raciocínio, discernimento, análise, síntese, etc., em que o sujeito aprendente tem consciência do que busca (a solução) e que as atividades condizentes com essa busca são determinadas por objetivos a serem alcançados.

Para se buscar a resolução de um problema matemático, de acordo com Schoenfeld (1983), é fundamental que, inicialmente, sejam traçadas metas e que todo o processo de resolução seja monitorado, bem como que sejam avaliados os resultados e, se necessário, sejam traçadas novas estratégias de resolução.

Segundo Lester (1985), muitos professores têm a preocupação de treinar seus alunos em *como* usar procedimentos matemáticos para resolver atividades. Mais do que saber *como*, segundo o autor, os alunos devem saber *quando* e *para que* desenvolver determinados procedimentos, possibilitando, assim, o monitoramento de conhecimentos durante seu processo de construção.

Em se tratando do ensino-aprendizagem de álgebra, segundo Araújo (2009), é importante o uso de problemas como estratégia didática para abordar o conhecimento algébrico, bem como para a efetiva construção de conceitos. Contudo, há uma preocupação entre pesquisadores da Educação Matemática com as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas algébricos. Tal dificuldade, muitas vezes, tem início com a interpretação do enunciado, está presente na passagem da linguagem natural para a linguagem matemática e se estende durante todo o processo de estudo da álgebra.

De acordo com House (1995), em muitas salas de aula os alunos são treinados para manipular algoritmos; mesmo considerando que níveis adequados de conhecimento formal e de técnicas sejam resultados importantes do programa de álgebra, faz-se necessário aos alunos uma maior compreensão do conhecimento algébrico em situações novas e inesperadas.

É importante que os problemas algébricos possam levar o aluno a desenvolver, antes de qualquer coisa, o pensamento algébrico, a reflexão sobre os procedimentos a serem utilizados, o planejamento e o monitoramento das estratégias de resolução, fatores que repercutirão na compreensão das expressões algébricas a serem criadas e/ou manipuladas.

Segundo Brito Menezes (2006), a álgebra é uma potente ferramenta para a resolução de problemas, pois permite resoluções que seriam longas e enfadonhas, ou mesmo impossíveis, no domínio da aritmética – pois, neste domínio, tais resoluções estariam baseadas, muitas vezes, no mecanismo de tentativas e erros.

Diferentemente do ensino-aprendizagem muitas vezes presente na educação básica – em que normalmente se prioriza a apresentação dos conceitos e dos procedimentos algébricos a serem aplicados em questões propostas –, Schoen (1995) destaca ser importante propor inicialmente problemas, pois, por meios destes, é possível ao professor viabilizar a construção dos conceitos e a adequação de conteúdos de álgebra à medida que os alunos buscam procedimentos para resolução dos mesmos. O autor assinala ainda que os alunos precisam desenvolver estratégias para resolução de problemas: “Usar tabelas, diagramas, fórmulas e gráficos; identificar o que se procura e o que é dado; traduzir frases em nossa língua para símbolos algébricos; testar as respostas com as condições do problema" (p.141).

Nessa perspectiva, segundo Freire e Castro Filho (2006) e Schoen (1995), o ensino por meio de problemas, de modo a viabilizar a introdução de tópicos de álgebra, pode trazer situações do mundo real, bem como deve conduzir o aluno à observação de regularidades, não apenas em tabelas e em gráficos, mas em situações do cotidiano dos alunos.

Por meio de uma abordagem algébrica reflexiva, em que o papel do aluno não se limita a reproduzir procedimentos nem assimilar conceitos prontos, é possível contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico; viabilizar a tradução da linguagem natural para a linguagem algébrica; construir conceitos mediante a resolução de problemas, bem como criar estratégias metacognitivas no ensino-aprendizagem da álgebra.

Sabendo que as atividades de Matemática que compõem o objeto de pesquisa deste trabalho estão contidas no material didático de um modelo de formação continuada de professores em serviço, o Gestar II - Matemática, abordaremos no próximo capítulo a estrutura desse modelo de formação, bem como sua proposta pedagógica e o material didático utilizado.

CAPÍTULO 3: O PROGRAMA GESTAR II

O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar, conhecido mais comumente como Gestar II, é um programa de formação continuada semipresencial para professores de Matemática e Língua Portuguesa que estão no exercício das suas funções nos anos finais (6º ao 9º ano) do ensino fundamental em escolas das redes públicas municipais e estaduais.

O Gestar II constitui uma política pública do governo federal que, segundo a proposta pedagógica do próprio Programa, objetiva elevar a competência dos professores e de seus alunos e, consequentemente, melhorar o processo de ensino-aprendizagem no país (BRASIL, 2008a), sendo esta uma iniciativa do Ministério da Educação (MEC) através da Secretaria de Educação Básica (SEB), com o apoio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). A implementação do Programa acontece por meio de universidades federais, as quais estabelecem parcerias com secretarias municipais e estaduais de educação.

No início, as ações do Gestar eram direcionadas para a melhoria do ensino apenas nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste, tendo sido criado o Gestar I, em 2001, para intervir da 1ª a 4ª série do ensino fundamental, nas disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa (BRASIL, 2007). Em 2004, teve início, então, o Gestar II, que estendeu sua intervenção aos anos finais do ensino fundamental (5ª a 8ª série, hoje, 6º ao 9º ano), ainda nas regiões do país supracitadas.

Somente em 2008 o Gestar II veio a ser implantado em todas as regiões do país, tendo como instituição federal superior responsável a Universidade de Brasília (UnB), a qual passa a coordenar, capacitar e enviar formadores para todo o território nacional. Esta ação veio a ser descentralizada em 2010, quando outras universidades assumiram o Gestar II em outros estados da federação. Desde então, no estado de Pernambuco, bem como em outros estados da região Nordeste, o Programa é coordenado pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

O Gestar II é um curso semipresencial com um total de 300 horas de duração (sendo 120 horas presenciais e 180 horas a distância). Sua realização ocorre durante 10 meses ao longo do ano letivo, por meio de seminários e oficinas didáticas.

O Programa conta com material didático próprio[12], elaborado por professores doutores e mestres em áreas correlatas às disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa.

O nosso trabalho tem como objeto de pesquisa parte do material didático do Programa Gestar II – Matemática, referente ao conteúdo de álgebra. Assim, para propiciar uma melhor compreensão da nossa investigação, descreveremos a estrutura do Gestar II, bem como a metodologia utilizada e os atores deste modelo de formação continuada em serviço. Explanaremos ainda sobre sua metodologia, assim como apresentaremos algumas pesquisas já concluídas sobre o referido Programa no Brasil.

3.1 Estrutura do Programa

Segundo consta no manual[13] de proposta de trabalho que rege o Gestar II, o Programa tem como base os PCN de Matemática e Língua Portuguesa dos anos finais do ensino fundamental e visa à atualização dos saberes profissionais; alega oferecer subsídios às ações pedagógicas dos professores no próprio local de trabalho, bem como propõe o acompanhamento dos mesmos durante o período de formação em serviço, no intuito de possibilitar a esses profissionais e aos seus alunos a melhoria da capacidade de compreensão e intervenção sobre a realidade sociocultural.

O professor, durante a realização do curso de extensão do Programa Gestar II, deve estar em pleno exercício de sua prática docente, pois é em sala de aula que ele aplicará as ações propostas nos períodos presenciais de formação.

O Gestar II é um programa de formação em rede, cujos atores devem agir de forma articulada, respeitando suas atribuições. Assim, descreveremos tais atribuições dos professores, atores do Programa, segundo consta na proposta de trabalho do Programa (BRASIL, 2008a), bem como na resolução do Conselho Deliberativo do FNDE (BRASIL, 2010):

- **Professor Formador:** diz respeito ao professor representante da universidade, o qual, entre outras atribuições, deve: planejar, ministrar e avaliar as atividades a serem propostas durante a formação que será aplicada aos professores tutores;

[12] Explanaremos sobre o material didático do Gestar II na *seção 3.2* deste Capítulo.
[13] Consiste em um caderno denominado: *Guia Geral*. Abordaremos sobre o mesmo na *seção 3.2*.

acompanhar as ações dos tutores à distância; organizar e avaliar os seminários durante o curso, etc.

- **Professor Tutor:** É o professor que recebe a formação da universidade e aplica aos professores cursistas em seu polo de trabalho (em turmas formadas pelas secretarias municipais e estaduais de educação). Deve ser licenciado em disciplina específica (Matemática ou Língua Portuguesa) e ser professor efetivo no seu órgão de origem. Suas principais atribuições são: dar assistência à turma que for de sua responsabilidade; aplicar a formação que recebeu, adequando-a à realidade local; prestar assistência aos cursistas no atendimento continuado; acompanhar a frequência do cursista; orientar os cursistas acerca da construção de um trabalho de conclusão de curso: um projeto de intervenção[14]. Os professores tutores são convidados a participar do Gestar II pelas respectivas secretarias de educação a que estão vinculados, para, concomitantemente à realização do curso, aplicarem a formação aos professores cursistas.

- **Professor Cursista:** É o professor que recebe a formação do tutor e implanta as ações do Programa em sala de aula, ou seja, atua diretamente nas turmas do ensino fundamental. Deve ser licenciado em Matemática ou Língua Portuguesa, bem como deve ser professor efetivo da rede pública, podendo, eventualmente, ser um professor contratado temporariamente. Tem também a responsabilidade de estudar os conteúdos dos livros que compõem o material didático do Gestar II e desenvolver suas atividades em sala de aula. Deve apresentar os resultados dos trabalhos realizados no dia-a-dia ao professor tutor, e, este, por sua vez, os apresentará ao professor formador. Para que possa concluir o curso de formação, o professor cursistas deverá ainda elaborar, executar e apresentar um projeto de intervenção.

3.2 O material didático utilizado pelo Programa

As ações do Gestar II estão delineadas num material composto por 20 livros, por meio dos quais os professores cursistas (em 19 desses 20 livros) devem utilizar

[14] Sobre o referido projeto, trataremos na *seção 3.3*, que diz respeito à metodologia do Gestar II.

as estratégias didáticas contidas nos mesmos, para a implementação da proposta do Programa em sala de aula.

O material didático do Gestar II é composto por:

- **1 Guia Geral** – Caderno em que se encontra retratada toda a proposta pedagógica do Gestar II: o currículo, a ementa das disciplinas, as bases estruturadoras e metodológicas que regem o Programa.
- **6 Cadernos de Teoria e Prática** (chamados de **TP**) – Livros onde se encontram textos sobre educação e sobre pressupostos teóricos e metodológicos referentes às áreas de conhecimento envolvidas, bem como atividades propostas para a formação dos professores tutores e cursistas: questões, problemas, oficinas, etc. São utilizados tanto nos momentos presenciais, como nos estudos individuais à distância.
- **6 Cadernos de Atividades de Apoio à Aprendizagem – Versão do Aluno** (chamados de **AAA – Versão do Aluno**) **–** Livros com atividades extras com base nos moldes dos TP. São para aplicação direta pelo professor cursista em sala de aula, funcionando como uma espécie de livro didático.
- **6 Cadernos de Atividades de Apoio à Aprendizagem – Versão do Professor** (chamados de **AAA – Versão do Professor**) **–** Contêm as mesmas atividades da Versão do Aluno, porém com comentários, orientações e sugestões de trabalho, funcionado como uma espécie de livro do professor.
- **1 Caderno do Formador** – Livro em que se encontram comentários das oficinas propostas nos TP e sugestões de como trabalhá-las nos momentos presencias de formação com os professores cursistas. O Caderno do Formador deve ser usado apenas pelos professores formadores e tutores.

O Guia Geral (BRASIL, 2008a) apresenta a proposta pedagógica do Gestar II, alegando que tal proposta baseia-se na concepção socioconstrutivista de ensino-aprendizagem, visando elevar a competência de professores e alunos, orientando-se para a criação de uma nova escola. É o único livro comum às áreas de Matemática e Língua Portuguesa, pois os demais são voltados para cada uma das disciplinas em específico.

3.2.1 O material didático específico de Matemática

Como os Cadernos de Atividades de Apoio à Aprendizagem (AAA) e o Caderno do Formador têm suas atividades atreladas aos Cadernos de Teoria e Prática (TP), descrevemos, então, como se dividem por temas os TP, e como está estruturada a abordagem matemática de um TP, segundo Guia Geral (BRASIL, 2008a):

Quadro 1 – Os TP e seus temas.

TP	Tema
1	Matemática na alimentação e nos impostos
2	Matemática nos esportes e nos seguros
3	Matemática nas formas geométricas e na ecologia
4	Construção do conhecimento matemático em ação
5	Diversidade cultural e meio ambiente: de estratégias de contagens às propriedades geométricas
6	Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos

Conforme consta no Guia Geral (BRASIL, 2008a), a proposta pedagógica do Gestar II – Matemática se dá a partir de três eixos: *Conhecimentos Matemáticos*, *Conhecimentos em Educação Matemática* e *Transposição Didática*[15].

Cada TP é composto por 4 Unidades Didáticas, e cada uma dessas Unidades é formada por 3 Seções. Cada uma dessas Seções propõe o seguinte:

Quadro 2 – Seções em que está dividida cada Unidade Didática de um TP

Seção 1	Resolução de situação-problema
Seção 2	Construção de conhecimentos matemáticos em ação
Seção 3	Trabalhar os conhecimentos matemáticos, aplicando-os em forma de atividades para os alunos em sala de aula (*o que o Programa Gestar II chama de Transposição Didática*)

De acordo com a proposta do Programa, as Seções 1 e 2 devem ser trabalhadas em momentos de formação com professores tutores e cursistas. Já a Seção 3, orienta-se que seja trabalhada em sala de aula pelo professor cursista com seus alunos.

[15] Embora o Gestar II alegue estar respaldado na teoria da Transposição Didática (CHEVALLARD, 1998), o cerne deste trabalho não compreende a abordagem desta teoria.

Segundo orientação do Guia Geral, “Os conhecimentos matemáticos aplicados às atividades para os alunos são desenvolvidos na Seção 3” (BRASIL, 2008a, p.47). Assim, a abordagem dos conhecimentos matemáticos em sala de aula é realizada inicialmente com a Seção 3. Estes conhecimentos serão trabalhados pelo o professor e aplicados por meio das atividades matemáticas propostas no material de suporte didático destinado aos alunos, os AAA.

3.3 A metodologia do Programa

Como já retratamos, a implementação das ações do Programa Gestar II ocorre do professor formador para o professor tutor, deste para o professor cursista, e, finalmente, do professor cursista para os alunos.

O professor cursista deve registrar suas ações em sala de aula por meio do preenchimento de planilhas de monitoramento, registros fotográficos e elaboração de portfólios com as produções de seus alunos. A apresentação destes documentos ao professor tutor é fundamental no processo de avaliação.

Ao final do curso, o professor cursista já deverá ter desenvolvido com seus alunos um projeto de intervenção na escola ou na comunidade em que a escola está inserida, de modo que possam ser trabalhados conteúdos matemáticos. Este projeto deverá ser apresentado em um seminário de avaliação, realizado ao término do curso.

O professor tutor, além de acompanhar todas as atividades do professor cursista, deverá também estar em dia com as atividades propostas durante o seu processo de formação continuada, devendo demonstrar periodicamente suas produções, visando à contínua avaliação do seu desempenho.

Quanto ao professor formador, cabe a ele fazer um apanhado de tudo o que é desenvolvido ao longo de todo o processo formativo e prestar conta deste processo, por meio de relatórios, à Coordenação do Programa, na universidade.

Ao final do processo formativo do Gestar II, segundo descreve o Guia Geral (BRASIL, 2008a), serão certificados os professores tutores que obtiverem nota igual ou superior a 7,0 e frequência mínima de 75% nas atividades presenciais.

O mesmo acontecerá com os professores cursistas, porém, estes, como dissemos, deverão ainda entregar um trabalho de conclusão de curso, ou seja, o projeto de intervenção.

3.4 Algumas pesquisas sobre o Gestar II – Matemática

Em todo o Brasil, algumas pesquisas têm sido desenvolvidas a fim de investigar possíveis impactos do Programa Gestar II nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática e de Língua Portuguesa nos anos finais do ensino fundamental. Buscamos, então, conhecer alguns resultados já apresentados na área de Matemática.

Durante a implantação do Gestar II no estado de Tocantins, Martinelli (2009) investigou, por meio de um estudo de caso, o impacto do Programa para a atividade docente de professores da rede pública no referido estado. O pesquisador observou aulas de Matemática em duas turmas do 6º ano do ensino fundamental – cada uma com, aproximadamente, 25 alunos –, bem como realizou entrevistas com seus respectivos professores.

De acordo com Martinelli (2009), o Gestar II, de um modo geral, atendeu às expectativas do que é esperado em sua proposta pedagógica. Segundo o autor, as atividades matemáticas contidas no material didático do Programa e abordadas pelos professores em sala de aula constituem situações-problema que desencadeiam "um processo de construção do conhecimento e proporciona reflexões aos professores e aos alunos para a construção de um novo caminho" (p.178).

Martinelli (2009) ressaltou que, segundo os professores colaboradores de sua pesquisa, o material didático do Gestar II é o diferencial do Programa. No entanto, considerou que os "mentores" do Programa expressam preocupações sobre a necessidade de revisão do material didático de Matemática, a fim de "melhorar algumas disposições de capítulos, com o intuito de melhorar a objetividade do material aos professores" (p.179).

Destacou ainda que, apesar de as tecnologias pedagógicas do Programa estarem em processo de assimilação – visto que investigou a primeira turma do Gestar II em seu estado, durante a implementação –, os alunos se envolvem em processos dinâmicos de aprendizagem, que viabilizam a construção de uma nova consciência em torno da Matemática, tornando-a mais simples.

No que se refere à formação continuada dos professores, durante o processo formativo, Martinelli (2009) afirmou que o Programa Gestar II dinamiza e contribui efetivamente para a ação docente, capacitando os professores a explorarem os conhecimentos dos alunos, possibilitando, assim, a melhoria dos processos de ensino-aprendizagem.

Diferentemente de Martinelli (2009), que pesquisou durante o período de formação, Oliveira (2013) desenvolveu sua pesquisa após a conclusão da primeira turma do Programa Gestar II, formada no Distrito Federal. Deste modo, consideramos relevante comparar essas duas pesquisas, pois, segundo Maia (2009, p.22), “Uma possibilidade de verificar se uma formação teve impacto no dia a dia do professor é verificar se ele mudou sua maneira de conceber sua sala de aula, seu aluno, a disciplina que ele ensina e sua própria forma de ensinar”.

Também com um olhar voltado à prática docente, Oliveira (2013) buscou investigar, por meio de um estudo de caso, as contribuições do Programa Gestar II para a formação de professores de Matemática, dois anos após a conclusão da primeira turma formada no Distrito Federal.

A pesquisadora destacou que, com base na investigação das ações de dois professores, sujeitos de pesquisa, foi possível perceber que o contato com princípios da Educação Matemática, como um campo epistemológico e científico, foi incipiente, e que tais professores não buscaram refletir, adaptar e aplicar, em suas respectivas salas de aula, as experiências vivenciadas durante a realização do curso.

Oliveira (2013) destacou, ainda, que a falta de leitura dos textos de referência que continham os aportes teóricos da proposta do Gestar II constituiu um obstáculo para o uso adequado do material didático após o período de formação. Percebeu também que há um distanciamento entre a proposta de formação e as práticas de ensino desses professores colaboradores, e que tais práticas não evidenciam claramente as contribuições do Gestar II para a formação individual de cada professor.

Considerando que o Gestar II constitui um programa que foi pensado, inicialmente, para o ensino regular, Souza (2011) buscou analisar se tal proposta também atenderia às necessidades da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Assim, em sua pesquisa, a partir da seguinte questão: “O GESTAR II promove aprendizagem nas turmas de EJA, possibilitando que os alunos compreendam os conceitos iniciais de álgebra?” (p.16), a autora investigou o material didático do Programa por meio da aplicação de uma sequência de aulas em uma turma de EJA, correspondente aos dois últimos anos do ensino fundamental, pertencente a uma escola da rede pública, situada na Região Metropolitana do Recife, Pernambuco.

Em sua pesquisa, Souza (2011) aplicou dois testes-diagnóstico para avaliar o conhecimento algébrico dos alunos voluntários na investigação – ambos continham as mesmas questões, extraídas do Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA). Os referidos testes foram aplicados antes e depois de ser vivenciada a sequência de aulas pertencentes ao material didático do Gestar II.

Durante a aplicação das sequências de aulas, Souza (2011) identificou grandes dificuldades dos alunos em construírem significados ao conhecimento algébrico. Percebeu que algumas atividades que apresentaram aspectos mais elementares da álgebra e que podiam ser resolvidas por meios aritméticos foram mais facilmente resolvidas pelos alunos. No entanto, segundo a autora, quando as atividades diziam respeito a situações-problema, em que os estudantes deveriam criar estratégias para suas resoluções, a maioria dos alunos sequer tentava responder – os poucos que tentaram, buscaram meios aritméticos para a resolução.

Para Souza (2011), mesmo as questões que abordaram o conhecimento mais elementar da álgebra não foram suficientes para a construção do conhecimento algébrico. Deste modo, a autora pontua:

> Algumas literaturas falam que os estudantes não aprendem álgebra por terem dificuldades em aritmética, no entanto, os estudantes em estudo apresentaram um ótimo conhecimento aritmético. Os mesmos apresentaram um bom desempenho em cálculos mentais [...]. (p.84).

Outro ponto que a pesquisadora fez questão de destacar foi o fato de o material didático do Gestar II – Matemática apresentar problemas com os enunciados das questões.

Ao comparar os testes-diagnóstico inicial e final, Souza (2011) considerou que houve um avanço do desempenho dos estudantes, mas questionou: “Até que ponto podemos afirmar que esses estudantes de fato compreenderam os conceitos fundamentais de álgebra?” (p.85). Assim, a autora questionou-se, ainda, sobre o fato de valer ou não a pena utilizar a proposta do Gestar II para o ensino da EJA.

A fim de somar a esses e a outros trabalhos que se propõem a investigar o Programa Gestar II – Matemática, buscamos desenvolver nossa pesquisa, a qual, a seguir, passaremos a descrever o desenho metodológico.

CAPÍTULO 4: METODOLOGIA

Após a revisão literária que fundamentou teoricamente nosso trabalho, apresentamos neste capítulo o desenho metodológico que possibilitou a efetivação da nossa investigação.

As atividades de álgebra contidas no material didático do Programa Gestar II constituem o objeto de nossa pesquisa, a qual tem natureza qualitativa de caráter documental.

Considerando que o professor cursista do Gestar II tem no material didático do Programa o principal instrumento de auxílio didático e de execução das ações propostas em curso, acreditamos ser relevante investigar se a abordagem algébrica proposta no referido material didático pode favorecer a metacognição. Para tanto, apresentamos os objetivos metodológicos de nossa pesquisa.

4.1 Objetivos da pesquisa

De modo específico, nosso trabalho buscou analisar previamente o material didático do Programa Gestar II, a fim de fazer um levantamento das atividades de álgebra a serem investigadas; buscou identificar as atividades de álgebra que podem favorecer o uso de estratégias metacognitivas em sua resolução, bem como classificar tais atividades de acordo com as categorias de análise propostas por Araújo (2009) e Lucena (2013).

4.2 Delimitação do objeto de pesquisa

Descrevemos no Capítulo 3, que trata da caracterização do Gestar II, o material didático específico da disciplina de Matemática, o qual é composto por 20 livros, cada um destinado a momentos diferentes do processo formativo e a cada um dos atores do Programa – aos professores tutores e/ou cursistas, bem como aos alunos. A nossa pesquisa, portanto, investigou o material destinado ao uso em sala de aula, pois é neste ambiente que culminarão as ações do Programa e são as atividades contidas neste material que poderão, ou não, favorecer o ensino reflexivo da Matemática.

No Caderno do Formador constam as Sessões Coletivas (Oficinas de Matemática) abordadas na formação continuada dos professores tutores e cursistas, as quais podem ser utilizadas e adequadas de acordo com os anos/séries que os professores julgarem pertinentes. Porém, tais atividades foram destinadas originalmente para os períodos de formação continuada. Assim, julgamos não ser necessário concentrarmos nossa análise ao Caderno do Formador.

Nos TP, as Seções 1 e 2 de cada Unidade Didática destinam-se às atividades dos professores tutores e cursistas em formação presencial. As atividades propostas na Seção 3, contudo, embora sejam trabalhadas durante o momento de formação, foram elaboradas para abordagem em sala de aula, devendo ser articuladas com as atividades propostas nos AAA, ou seja, nestas seções encontram-se textos e orientações que poderão remeter às atividades propostas nos AAA.

Nos AAA – Versão do Aluno – constam questões a serem trabalhadas em sala de aula. É nesse caderno, que funciona como uma espécie de livro didático, que os alunos poderão resolver as atividades propostas, seguindo as orientações dadas pelo professor.

Os AAA – Versão do Professor – foram destinados para o uso do professor cursista em sala de aula, para acompanhamento das atividades a serem propostas na Versão do Aluno. Logo, neles constam, além das questões, observações, comentários e sugestões de como trabalhar tais atividades.

Ao realizarmos uma pré-análise nas duas versões dos AAA, percebemos que, esporadicamente, faltam algumas poucas atividades na Versão do Professor. Assim, como se espera que os alunos acompanhem as aulas com a sua própria versão em mãos, consideramos a sequência das atividades do AAA – Versão do Aluno[16].

Contudo, efetuamos nossa pesquisa considerando as observações, os comentários e as sugestões de trabalho dadas ao cursista na Versão do Professor, por acreditarmos que tais orientações são fundamentais ao possível favorecimento da metacognição. Assim, é possível que o enunciado, por si só, não venha favorecer a aspectos metacognitivos. Mas se admitimos a possibilidade de que o professor venha a seguir as orientações de como trabalhar uma determinada questão, pode ser que a mesma leve o aluno a refletir metacognitivamente. O contrário também

[16] O referido material foi elaborado para o uso do aluno em sala de aula. Contudo não podemos afirmar que, na prática, todos os alunos recebem os 6 volumes dos AAA.

pode acontecer. Um enunciado de uma questão pode levar o aluno a desenvolver estratégias metacognitivas em sua resolução, mas a orientação dada ao professor pode levar o aluno apenas a reproduzir o que lhe foi demonstrado.

De acordo com a pré-análise que realizamos, os AAA contêm, no total, 658 atividades[17] – incluindo os conteúdos pertencentes a todos os eixos matemáticos, bem como atividades inerentes apenas aos temas geradores que servem de introdução em algumas Unidades Didáticas (UD). Apresentamos, a seguir, a distribuição do quantitativo de atividades por UD, bem como o quantitativo de atividades algébricas e suas respectivas localizações:

Tabela 1 – Distribuição do número de atividades por Unidade Didática (UD).

AAA	UD	Nº de Atividades	Nº de Atividades de Álgebra
1	1	43	0
	2	32	32
	3	43	0
	4	33	0
2	5	30	01
	6	35	0
	7	42	05
	8	26	0
3	9	27	0
	10	34	0
	11	31	01
	12	29	29
4	13	22	0
	14	22	0
	15	23	0
	16	24	0
5	17	21	0
	18	17	0
	19	21	04
	20	19	0
6	21	22	19
	22	20	0
	23	23	22
	24	19	19
Total		**658**	**132**

[17] Como dissemos, essas atividades foram contadas a partir do AAA – Versão do Aluno.

Como observamos, as UD de número 2, 12, 21, 23 e 24 são unidades definidas pelo próprio Gestar II como específicas de álgebra. Nas UD de número 5, 7, 11 e 19, encontramos atividades soltas, as quais definimos como sendo de álgebra por meio das *Dimensões Algébricas (ou Concepções Diferentes da Álgebra)* abordadas Capítulo 2 deste trabalho.

Ao analisarmos previamente as atividades, tivemos que considerar o fato de que elas não devem ser tratadas isoladamente, pois, muitas delas, foram elaboradas de forma interligada e estruturadas em um esquema que o Programa chama de “Aula”.

Cada UD é composta por 8 Aulas. Cada uma dessas Aulas é composta por várias atividades e, muitas vezes, a resolução de uma é pré-requisito para a resolução de outra (conforme demonstramos na Figura 9). Assim, em nossa análise, consideramos a abordagem algébrica proposta por Aula.

Figura 9 – Modelo de estruturação das Atividades por Aula no Gestar II - Matemática.

Aula 5
Variável dependente e independente

Atividade 1

Observe as tabelas abaixo e escreva a Lei de Formação em cada caso:
I)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	11	12	13	14	15	16	17	18

77

Atividade 2

As situações anteriormente estudadas podem também ser representadas graficamente. Para isto, é preciso observar a Lei de Formação da Função e representar os pares ordenados no plano cartesiano.

Represente graficamente as funções da Atividade anterior:

Fonte: Brasil (2008e, p.77).

Deste modo, por considerarmos que as atividades algébricas encontradas nas UD de número 5, 7, 11 e 19 não estão incluídas em um contexto algébrico, analisamos apenas as UD que são direcionadas exclusivamente à álgebra. Investigamos, então, 121 questões de álgebra, o que equivale a, aproximadamente, 91,7% do total de questões de álgebra, bem como representam uma amostra de, aproximadamente, 18,4% das 658 atividades propostas nos AAA.

Ressaltamos ainda que nas UD que foram objeto de nossa pesquisa, analisamos apenas as atividades que trazem conteúdos algébricos, pois, em nossa pré-análise, verificamos que, em alguns casos, a atividade que inicia cada Aula (Atividade 1) traz reflexões que não estão ligadas ao conteúdo algébrico, porém são colocadas como tema gerador para as próximas atividades.

De forma sucinta, efetuamos nossa pesquisa nas atividades de álgebra contidas nas UD de número 2, 12, 21, 23 e 24 que constam nos AAA – Versão do Aluno e nos AAA – Versão do Professor, considerando ainda a articulação de tais atividades com a Seção 3 de cada UD dos respectivos TP.

4.3 Organização da análise

Como fora mencionado anteriormente, realizamos primeiramente uma análise prévia do material didático de Matemática, a fim de especificarmos as atividades de álgebra que viriam a compor nosso objeto de pesquisa.

Após fazermos um levantamento das atividades algébricas a serem analisadas, buscamos, em um segundo momento, identificar quais dessas atividades podem favorecer o uso de estratégias metacognitivas em sua resolução.

Ao identificarmos tais atividades, classificamos cada uma delas de acordo com as categorias de análise desenvolvidas por Araújo (2009) e Lucena (2013), descritas na fundamentação teórica deste trabalho, especificamente no Capítulo 1.

4.3.1 Procedimentos de análise

Analisamos as atividades de álgebra pertencentes ao contexto de cada Aula, observando o que fora proposto no enunciado e considerando as orientações dadas ao professor pelo próprio material. Assim, buscamos admitir as diversas possibilidades de resolução compatíveis com as competências e habilidades inerentes aos anos finais do ensino fundamental.

Embora não esteja definido no material do Gestar II a distribuição e o direcionamento das atividades por ano (série, ciclo), admitimos a resolução de cada atividade de acordo com o ano a que ela é compatível, pois sabemos que, ao tentar resolver um determinado tipo de questão, um aluno do 6º ano, por exemplo, poderá desenvolver ou testar as próprias estratégias de resolução, podendo, então, vir a pensar metacognitivamente. Enquanto que, para a mesma questão, um aluno do 9º ano, por exemplo, poderá resolvê-la por uma simples aplicação de fórmula, favorecendo, então, o uso apenas da cognição e não da metacognição.

Conforme abordamos no Capítulo 2, em nossa análise percebemos a distinção que há entre a simples resolução de exercícios – de forma mecânica e por repetição – e a superação de um problema matemático, o qual pode favorecer a reflexão do aluno sobre o seu próprio conhecimento, a elaboração das próprias estratégias de resolução, o levantamento e a testagem de hipóteses, o monitoramento de sua cognição, enfim, o uso de estratégias metacognitivas.

Devido ao grande número de atividades analisadas, buscamos registrar apenas aquelas que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas. Contudo, registramos algumas questões que não viabilizam o uso de tais estratégias, por apresentarem algumas peculiaridades, tais como: dificuldade de compreensão do enunciado; alguns enunciados que poderiam promover a metacognição, mas que foram prejudicados pela orientação sugerida pelo material do professor, etc.

4.3.2 Categorias de análise

Buscamos classificar as atividades algébricas seguindo as categorias descritas na subseção *1.3.2* do Capítulo 1: **estratégia metacognitiva de ordem pessoal**, **estratégia metacognitiva de ordem do procedimento**, **estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema** (ARAÚJO, 2009) e **estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento** (LUCENA, 2013).

Para uma melhor compreensão de como efetuamos nossa análise, apresentamos um exemplo com um problema que favorece à metacognição, utilizado por Araújo (2009) em sua pesquisa:

Figura 10 – Exemplo de problema que favorece ao uso de **estratégia metacognitiva.**

Problema 3) *Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos do Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos receberam presentes de mesmo valor. Quantos sobrinhos tenho em São Paulo ? E no Recife?*

Fonte: Araújo (2009, p.110)

Ao resolver o problema, o aluno poderá transformar a linguagem natural em linguagem algébrica e encontrar uma resposta numérica para a quantidade de sobrinhos em **Recife** e em **São Paulo**, respectivamente, **2,5** e **1,5** sobrinhos.

Embora tenha sido possível encontrar matematicamente a resolução da questão, o aluno poderá refletir sobre o absurdo que é ter frações de sobrinhos em Recife e São Paulo, podendo, inclusive, vir a desconfiar do resultado e tentar uma nova resolução.

Quadro 3 – Exemplo da análise de um problema que favorece à metacognição.

Análise da questão
Durante ou após a resolução do problema, o aluno poderá regular seu próprio conhecimento, a fim de compreender o que foi proposto, questionando a inadequação da resposta obtida ou mesmo o enunciado da questão.
Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema

Assim, descreveremos a análise das questões que favorecem a metacognição, bem como, conforme afirmamos anteriormente, descreveremos ainda alguns casos particulares em que não tenha havido o favorecimento da metacognição.

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DOS RESULTADOS

Como descrevemos no Capítulo anterior, em que retratamos a Metodologia, nossa análise foi realizada nas Unidades Didáticas (UD) destinadas a abordar exclusivamente os conteúdos algébricos. Assim, cada UD é composta por 8 Aulas e cada Aula contém uma ou mais Atividades, estas podem ou não estabelecer relações no processo de resolução.

Sobre as Atividades, abstemo-nos de analisar as que abordam apenas assuntos ligados a temas transversais, ou seja, sem o conhecimento algébrico. Porém consideramos eventuais informações que possam oferecer pistas para as questões algébricas posteriores.

Do mesmo modo, a Seção 3 do TP correspondente a cada AAA foi analisada a fim de reconhecer se houve ou não o oferecimento de pistas para a resolução de cada questão e se tais pistas favoreceram ou prejudicaram ao uso de estratégias metacognitvas.

5.1 Seção 3 da UD 1 do TP 1

Algumas Atividades propostas nas Aulas 2 e 5 estão atreladas à Seção 3 da UD 1, do TP 1, intitulada “Transposição didática: convidando os alunos a analisarem matematicamente sua saúde” (BRASIL, 2008g, p.37). Nessa Seção, o professor é orientado a levar uma balança para a sala de aula a fim de verificar quanto pesa o prato que cada aluno come na merenda.

Em grupos de 6, os alunos deverão fazer uma tabela com os valores identificados e calcular o peso médio por grupo. A princípio, essa Seção sugere que o professor inicie uma série de discussões com os alunos sobre alimentação. Em seguida, é introduzindo o conceito de Índice de Massa Corporal (IMC) e é apresentada, aos alunos, a fórmula: IMC = PESO (em kg)[18] dividido pelo quadrado da ALTURA (em metros). É apresentada ainda a unidade Kg/m^2 indicando a “massa por superfície” (BRASIL, 2008g) referente ao cálculo do IMC, em que seu resultado

[18] Embora o tema em questão seja o IMC, a Seção 3 desta UD e a Unidade 2 do AAA 1 tratam “massa” como “peso”. Segundo os PCN do 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998), os alunos dessas etapas já devem ter construído o conhecimento de “massa” enquanto grandeza, bem como de suas unidades de medidas (neste caso, o Kg), fazendo o uso da terminologia própria (p.73).

deverá se enquadrar numa tabela de valores que indica o grau de obesidade de cada aluno. Resultados compreendidos entre 20 kg/m^2 e 25 kg/m^2, o peso será considerado normal. Entre 25 kg/m^2 e 30 kg/m^2, considera-se “sobrepeso”. Entre 30 kg/m^2 e 35 kg/m^2, considera-se “obesidade leve”. Entre 35 kg/m^2 e 40 kg/m^2, considera-se “obesidade moderada”. Acima de 40 kg/m^2, “obesidade mórbida”. Por fim, a Seção apresenta uma tabela com os “pesos” de referência (peso ideal) para adultos entre 20 e 55 anos, de acordo com a altura, fazendo distinção entre homens e mulheres.

5.2 Análise da UD 2 (AAA 1): Alimentação para a saúde

Quadro 4 – Conteúdos matemáticos abordados por Aula – UD 2, AAA 1.

Aula	**Título**	**Conteúdo**
1	Começando a conversa sobre alimentação e saúde.	*Não há abordagem de conteúdo algébrico.*
2	Explorando a álgebra	Equação, partilha e representação algébrica.
3	Explorando a representação algébrica.	Equação e representação algébrica.
4	Resolvendo equações.	Equação.
5	Resolvendo equações.	Equação.
6	Resolvendo equações.	Equação.
7	Resolvendo equações.	Equação.
8	Avaliação.	Medidas de área, perímetro e equação.

Conforme mostra o quadro acima, a Aula 1 não aborda nenhum conteúdo algébrico, mas apenas o texto “Começando uma conversa sobre alimentação saudável” (BRASIL, 2008b, p.49-50), orientando, em seguida, o professor de Matemática a buscar a ajuda do professor de Ciências para que seja realizada uma discussão sobre cadeia alimentar e vida saudável, bem como a confecção de um cardápio e um levantamento de preços dos produtos a ele pertencentes. Assim, por não haver abordagem de conteúdo algébrico, não consideramos tal abordagem em nossa análise.

5.2.1 Aula 2: Explorando a álgebra

Figura 11 – Atividade 1, Aula 2: Explorando a álgebra, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor).

Aula 2
Explorando a álgebra

Objetivo

Introduzir soluções com equações usando conhecimentos intuitivos.

Professor, sugerimos que faça uma discussão com seus alunos sobre a história da Matemática, incluindo a história da álgebra.

Aula 2
Explorando a álgebra

Se sabemos que o IMC deve estar dentro da faixa de 18,5 a 24,9, qual deve ser o peso de uma pessoa de 1,70m para estar dentro da faixa? (use o valor do IMC = 25).

Fazer esse cálculo envolve uma fórmula, já apresentada:

$$IMC = \frac{PESO}{ALTURA^2}$$

E aí? Fez o cardápio? Como está o seu IMC? Você precisa ganhar algum quilo a mais? Ou precisa perder algo mais? Se estiver bem, parabéns! Mas não se esqueça de que é importante manter as sugestões da pirâmide alimentar.

51

54 **Atividade 1**

Tente descobrir o peso da pessoa de 1,70m por tentativa. Pegue uma calculadora e substitua os valores.

Peso	IMC
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	

Qual deve ser o peso de uma pessoa com 1,70m?

Fonte: Brasil (2008b, p.51).

As Atividades propostas nessa Aula, segundo orientação dada ao professor, objetivam introduzir soluções com equações, usando conhecimentos intuitivos. Outra sugestão dada pelo material, é que o professor promova uma discussão sobre a história da Matemática (abordada resumidamente na Seção 3 dessa mesma UD), bem como da álgebra (abordada resumidamente na Seção 2 da UD 2, ou seja, numa seção destinada apenas aos momentos de formação). No primeiro caso, faz-se uma abordagem muito sucinta sobre: “Pitágoras e as relações numéricas no

Universo" e a ilustração da "Divina Proporção por Leonardo da Vinci" (BRASIL, 2008g, p.41). No segundo caso, faz-se uma breve referência aos "três estágios de desenvolvimento da álgebra: retórico, sincopado e simbólico" (BRASIL, 2008g, p.73). No que se refere às abordagens sugeridas, em nenhum momento percebe-se a possibilidade de relação com as atividades a serem propostas.

Segundo consta na Figura 11, antes de ser proposta a Atividade 1, é dado um intervalo de IMC compreendido entre 18,5 e 24,9 – como sendo o intervalo em que é considerado normal o peso de uma pessoa (sugeriu-se arredondar o limite superior para 25) –, perguntando, em seguida, qual deve ser o peso de uma pessoa de 1,70m para estar dentro desse intervalo. A pergunta se repete na Atividade 1. Mais uma vez é apresentada a fórmula para o cálculo do IMC.

O enunciado da Atividade 1 solicita que os alunos tentem descobrir o peso da pessoa de 1,70m por tentativa fazendo uso de uma calculadora, por simples substituição de valores. Desta vez, são dados valores em números inteiros que vão de 70 a 76 (subentende-se que em Kg) na primeira coluna de uma tabela. Na segunda coluna são deixados espaços em branco para o IMC, sugerindo que o cálculo do mesmo deverá ser efetuado considerando a altura e os pesos dados. Abaixo da tabela, novamente, pergunta-se sobre qual deve ser o peso de uma pessoa com 1,70m.

Embora o objetivo do nosso trabalho seja o de investigar a possibilidade de uso de estratégias metacognitivas na resolução de atividades algébricas, ao analisarmos os enunciados de tais questões, consideramos alguns aspectos relevantes, pois a forma como eles venham a ser apresentados pode comprometer sua interpretação e, consequentemente, a utilização de estratégias de resolução. Assim, faremos algumas observações sobre a forma em que o enunciado foi elaborado e aquilo que se espera de sua resolução.

Quadro 5 – Análise do enunciado da Atividade 1, Aula 2, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor)

Análise do enunciado
a) "Qual deve ser o peso de uma pessoa com 1,70m?" é a questão levantada no enunciado. A pergunta elaborada dessa forma não pode levar alguém a uma resposta objetiva, pois não existe um peso ideal que responda a tal pergunta, mas sim um intervalo esperado.

b) Se a própria questão apresenta valores para os pesos na tabela, como pode pedir para que o aluno "tente descobrir o peso de uma pessoa de 1,70m por tentativa"? A forma como a questão foi elaborada levará o aluno a calcular os valores do IMC para cada peso.
c) Acreditamos que, na elaboração da questão, o que se pretendia era: "*dentro do intervalo de pesos dado na tabela (de 70kg a 76kg), com uma calculadora, calcule o IMC para cada valor apresentado e, em seguida, identifique quais dos pesos pertencem ao intervalo de IMC considerado ideal".*
d) Subentende-se que a questão introdutória dessa Aula deva estar relacionada com o enunciado da Atividade 1, porém não fica explícita a relação entre ambas. No enunciado da Atividade 1, por exemplo, não é mencionado o intervalo de IMC ideal para a altura de 1,70m.

Mesmo tendo chegado ao raciocínio da letra "c" na "análise do enunciado" no Quadro 5, analisamos a possibilidade de uso de estratégias metacognitvas na resolução da Atividade 1 considerando apenas a forma original do enunciado, conforme apresentado na Figura 11.

Quadro 6 – Análise da Atividade 1, Aula 2: Explorando a álgebra, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor)

Análise da questão
O que é proposto pelo enunciado dessa Atividade é que os alunos, fazendo uso de calculadora, tentem descobrir o peso de uma pessoa de 1,70m (subentende-se a utilização da fórmula do IMC abordada na Seção 3 e na introdução da Aula). Na tabela dada, os valores dos pesos já são apresentados. Fica, então, "subentendido" que os alunos deverão encontrar o IMC para cada peso. Para que possam compreender que o objetivo da questão é identificar, entre os pesos dados, quais deverão estar contidos no intervalo de IMC considerado ideal, os alunos necessitarão da orientação do professor, pois o que está proposto no enunciado, por si só, não favorece a tal conclusão. O enunciado orienta o aluno à substituição automática de valores sem favorecer o desenvolvimento das próprias estratégias para resolução da questão.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

Para a próxima questão descrita em nossa análise, havemos de considerar que ainda não foi introduzido o conhecimento de letras para a resolução de questões algébricas. Então, de acordo com o enunciado da Atividade 3, os alunos deverão buscar conjuntamente a resolução do problema e, em seguida, descrever as estratégias de resolução por escrito.

Figura 12 – Atividade 3, Aula 2: Explorando a álgebra, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor).

Atividade 3

Faça grupos de três e veja quem é o mais velho e o mais novo. Divida os grãos que foram entregues pelo professor, da seguinte maneira: o mais velho recebe 2 grãos a mais que o mais novo e o do meio um grão a mais que o mais novo.

Número de grãos	Resposta

Escreva aqui como vocês resolveram o problema:

56

53

Para fazer a atividade 3, divida a turma em grupos de 3 alunos. Entregue para eles envelopes contendo as seguintes quantidades de feijão: 12, 15, 18, 21, 24, 27 e 30.

Peça para que resolvam o problema para um primeiro envelope. Em seguida, peça para trocarem os envelopes entre si. Repita essa atividade pelo menos três vezes.

Chame os grupos à frente da sala e peça que apresentem suas soluções.

Os alunos devem escrever como resolveram o problema. Se possível, faça um mural com as soluções.

Aqui os alunos deverão transportar o método que usaram de solução para um número maior. Trata-se de uma abstração do problema.

Fonte: Brasil (2008b, p.53).

Essa atividade constitui uma questão de partilha em que os alunos devem dividir os grãos obedecendo ao comando do enunciado, depois devem repetir a mesma atividade com números diferentes de grãos. Em seguida, devem escrever como realizaram tal divisão e, posteriormente, obedecendo à orientação do professor, apresentar a sua solução para o grande grupo. Há também uma orientação para que, na próxima questão, eles repitam o mesmo procedimento para números maiores de grãos.

Quadro 7 – Análise da Atividade 3, Aula 2: Explorando a álgebra, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor)

Análise da questão
Consideramos a possibilidade de os alunos resolverem essa questão por divisão e compensação, ou seja, eles podem dividir os grãos em partes iguais entre si e, em seguida, mediante testagem, podem tirar um ou dois grãos de um indivíduo, compensando-os nas quantidades de grãos dos outros dois colegas. Apesar da possibilidade de ocorrerem alguns erros e novas tentativas, não haveria, necessariamente, o desenvolvimento de estratégias que possibilitassem a esses alunos refletirem sobre o próprio conhecimento ou regulá-lo. Mesmo admitindo que os alunos devem apresentar suas resoluções para o resto do grupo, tal apresentação pode estar limitada à simples narração da partilha.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

Inicialmente, apresentamos as Atividades 1 e 3 a fim de explanarmos sobre a possibilidade de resolução de ambas sem que se mobilizem estratégias metacognitivas.

No que se refere às demais Atividades desta Aula, reconhecemos a possibilidade de resolução das mesmas sem a utilização de estratégias metacognitivas. Observamos que a Atividade 2 solicita ao aluno que utilize o mesmo raciocínio da Atividade 1; a Atividade 4 solicita aos alunos que usem o mesmo enunciado da Atividade 3, buscando resolvê-la com quantidades bem maiores de feijão, repetindo, assim, o mesmo procedimento da questão anterior; na Atividade 5, semelhantemente às Atividades 3 e 4, os alunos deverão resolver uma questão de partilha tipo fonte, em que, segundo Santos Junior (2013, p.44), “as grandezas são originadas em função de uma única grandeza”. Os alunos poderão estar apenas reproduzindo o procedimento utilizado nas questões anteriores.

5.2.2 Aula 3: Explorando a representação algébrica

A Atividade 4 solicita que se faça representações algébricas. Para o momento de resolução dessa questão já foi introduzido o conhecimento de que um número desconhecido pode ser substituído por símbolos ou letras.

Figura 13 – Atividade 4, Aula 3: Explorando a representação algébrica, UD 2, AAA 1 (Professor).

Atividade 4

Escreva as frases seguintes na forma simbólica, utilizando uma letra para representar o número desconhecido:

	Forma algébrica
O dobro de um número desconhecido.	
A terça parte de um número desconhecido.	
O quíntuplo de um número desconhecido.	
60 O consecutivo de um valor desconhecido.	
A décima parte de um valor mais um.	
58 A metade de um número.	
Um número mais o seu dobro.	
A soma de dois números diferentes.	
O produto de dois números diferentes.	
O quociente entre um número e cinco.	

Discuta com seus alunos se as representações têm o mesmo significado e, também, como em Matemática podemos ter símbolos diferentes para a mesma coisa.

A questão "a décima parte de um valor mais um" pode propiciar uma discussão interessante ao possibilitar representações diferentes:

$\frac{x}{10}+1$ ou $\frac{x+1}{10}$

Fonte: Brasil (2008b, p.58).

Nesta Atividade, foram colocadas 10 frases escritas na língua materna para que os alunos, seguindo orientação dada no enunciado, venham a se utilizar de letras para representar o "número desconhecido".

Segundo os PCN das séries iniciais do ensino fundamental (BRASIL, 1997), as noções de "quíntuplo", "consecutivo", "quociente", etc., já devem ter sido construídas nessa etapa do ensino. Portanto, para a resolução de 9 das 10 sentenças apresentadas, os alunos podem fazer uso apenas da cognição e não da metacognição.

Destacamos, então, a frase "*A décima parte de um valor mais um*", a qual, devido ao uso ou à omissão da "vírgula", viabilizará representações diferentes para a forma simbólica, conforme sugestão dada ao professor, possibilitando uma discussão sobre tal questão em sala de aula.

Quadro 8 – Análise da Atividade 4, Aula 3: Explorando a representação algébrica, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor)

Análise da questão
Apesar de apenas um dos itens favorecer a reflexão sobre o conhecimento, a possibilidade de se refletir metacognitivamente estaria fora do campo da Matemática, podendo-se reconhecer uma provável discussão no campo de conhecimento da Língua Portuguesa.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

5.2.3 Aula 5: Resolvendo equações

Nessa Aula, destacamos a Atividade 2, a qual é composta por 3 questões distintas. Das questões "a", "b" e "c" propostas nesta Atividade, as duas últimas necessitarão do conhecimento da fórmula do IMC, a qual foi abordada na Seção 3 da UD 1 do TP 1, bem como na Aula 2 desta UD. Porém, dedicamos nossa atenção apenas à questão "c", por identificarmos que as outras duas questões claramente não favorecem ao uso de estratégias metacognitivas.

Figura 14 – Atividade 2, Aula 5: Resolvendo equações, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor).

Atividade 2

68 Resolva os problemas:

c) Cristina está com seu IMC abaixo do esperado. O professor de Educação Física disse a ela que deveria aumentar 1,25 em seu peso atual para ter um IMC de 20,5. A altura de Cristina é 1,60m. Qual é o peso atual de Cristina?

64 Professor, é comum que os alunos, ao interpretar o problema, entendam o "AUMENTAR 1,25 do seu peso" como uma adição, pois o termo "aumentar" normalmente leva o aluno a pensar nessa operação. Mostre para seu aluno que o 1,25 significa um fator de aumento e não uma parcela de aumento. Significando que Cristina deveria aumentar o peso de 1 vezes e 0,25, representando assim:

1 parte: ☐

0,25 de um todo: ☐

Discuta com seus colegas professores de Matemática outras formas de ajudar seus alunos.

Fonte: Brasil (2008b, p.64).

Seguindo o enunciado, é provável que o aluno possa interpretar o fator de aumento 1,25, como sendo um aumento de 1,25 kg no peso atual de Cristina, o que não satisfaria a resposta da questão que é de “aproximadamente 42 kg” (BRASIL, 2008b, p.79).

Quadro 9 – Análise da Atividade 2, Aula 5: Resolvendo equações, UD 2, AAA 1 (Versão do Professor)

Análise da questão
A possibilidade de o aluno vir a cometer um erro e buscar meios para superar o problema apresentado poderia favorecer a metacognição. Contudo, o professor é orientado a “mostrar” ao aluno o significado do “fator de aumento”, possibilitando ao aluno resolver a questão sem ser necessário refletir sobre o desenvolvimento das próprias estratégias de resolução.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

5.3 Análise da UD 12 (AAA 3): Velocidade de crescimento

Quadro 10 – Conteúdos matemáticos abordados por Aula – UD 12, AAA 3.

Aula	Título	Conteúdo
1	Investigando padrões matemáticos.	Regularidades e padrões numéricos.
2	Sucessões numéricas em representações geométricas.	Regularidades e padrões numéricos e generalizações algébricas.
3	Relação entre tabelas e gráficos expressando regularidades.	Regularidades e padrões numéricos e generalizações algébricas.
4	Relação entre tabelas e gráficos expressando regularidades incluindo duas expressões.	Regularidades matemáticas, tabelas e gráficos no plano cartesiano.
5	Funções crescentes e decrescentes.	Funções crescentes e decrescentes.
6	Tradução da forma gráfica para a algébrica.	Gráficos de funções crescentes e decrescentes.
7	Modelando inequações.	Inequações do 1º grau.
8	Avaliação.	Generalizações algébricas e gráficos.

5.3.1 Aula 2: Sucessões numéricas em representações geométricas

Após algumas Atividades abordando regularidades numéricas[19], a Atividade 5 é proposta com o intuito de levar o aluno a desenvolver o pensamento algébrico por meio de generalizações.

Figura 15 – Atividade 5, Aula 2: Sucessões numéricas em representações geométricas, UD 12, AAA 3 (Professor).

Atividade 5

Vamos jogar um pouco? O jogo é o seguinte: o professor irá escolher um aluno que deverá falar um número. O professor responderá com outro. Repita isso várias vezes até descobrir a regra criada pelo seu professor para que os alunos descubram os números.

Depois escreva a regra aqui para o número *x*:

a)

122 b) 161

c)

d)

e)

f)

g)

ATIVIDADE 5

O jogo proposto é sugerido no PCN: um aluno fala 3, você responde 8, outro fala 5 e você responde 12, para 10 você responde 22 e assim por diante. O jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado acrescentado de 2 unidades.

Sugerimos a seguir algumas dessas regras:

a) $3x + 3$ 162

b) $2x - 1$

c) $2x + 5$

d) $5x + 5$

e) $x - 7$

f) $4x + 2$

g) $x^2 - 1$

Fonte: Brasil (2008d, p.161-162).

O enunciado do jogo apresentado nas “sugestões” consta nos PCN (BRASIL, 1998, p.118). É provável que o professor use tal sugestão para explicar o enunciado da Atividade, pois o mesmo não apresenta clareza em sua elaboração.

[19] Consideramos que tais Atividades não favorecem a metacognição, devido às sugestões trazidas pelo material didático ao professor, que foi orientado a apresentar modelos prontos para cada resolução.

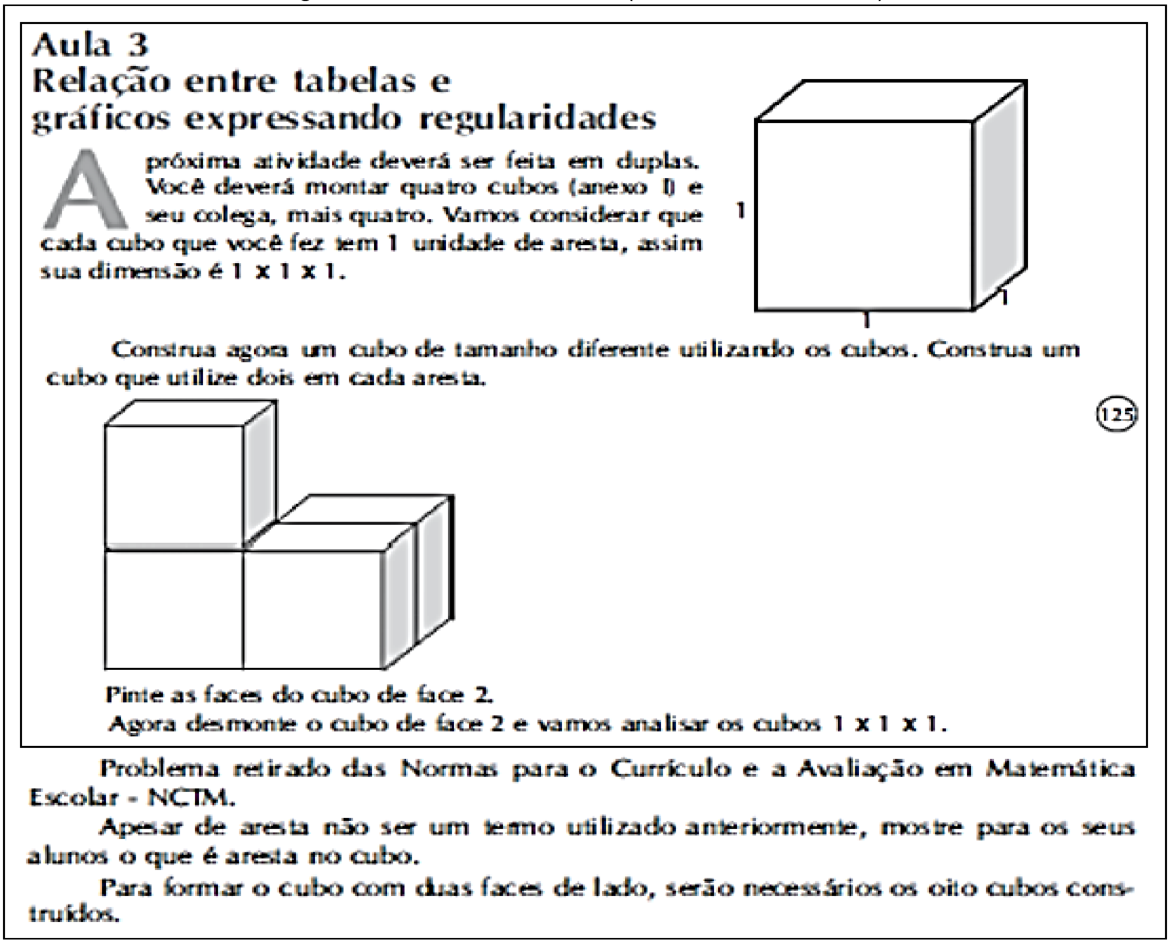
Quadro 11 – Análise da Atividade 5, Aula 2: Sucessões numéricas em representações geométricas, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor)

Análise da questão
Mesmo vindo o professor a explicar aos alunos o objetivo da Atividade por meio do exemplo dado nas sugestões – esclarecendo o tipo de raciocínio a ser utilizado –, eles poderão refletir sobre os procedimentos matemáticos necessários a cada resposta, para, assim, conseguirem chegar às generalizações que correspondem à relação existente entre os números falados durante o jogo.
Estratégia metacognitiva da ordem do procedimento.

5.3.2 Aula 3: Relação entre tabelas e gráficos expressando regularidades

Apresentamos a seguir a atividade introdutória da Aula 3, que subsidiará a resolução das demais Atividades propostas nessa Aula.

Figura 16 – Atividade introdutória à Aula 3: Relações entre tabelas e gráficos expressando regularidades, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor).



Aula 3
Relação entre tabelas e gráficos expressando regularidades

A próxima atividade deverá ser feita em duplas. Você deverá montar quatro cubos (anexo I) e seu colega, mais quatro. Vamos considerar que cada cubo que você fez tem 1 unidade de aresta, assim sua dimensão é 1 x 1 x 1.

Construa agora um cubo de tamanho diferente utilizando os cubos. Construa um cubo que utilize dois em cada aresta.

Pinte as faces do cubo de face 2.
Agora desmonte o cubo de face 2 e vamos analisar os cubos 1 x 1 x 1.

125

Problema retirado das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar - NCTM.

Apesar de aresta não ser um termo utilizado anteriormente, mostre para os seus alunos o que é aresta no cubo.

Para formar o cubo com duas faces de lado, serão necessários os oito cubos construídos.

Fonte: Brasil (2008d, p.163).

Antes de darmos continuidade à explanação sobre a análise desta Aula, necessitamos fazer uma observação:

Quadro 12 – Análise do enunciado das Atividades e da introdução da Aula 3, UD 12, AAA 3 (Professor)

Análise do enunciado
a) Já na atividade introdutória da Aula 3, percebemos um cubo formado por 8 pequenos cubos (de dimensões: 1 x 1 x 1), ou seja, cada face deste cubo é formada pelas faces de 4 pequenos cubos. Logo, cada aresta do grande cubo, é formada pelas arestas de 2 pequenos cubos. No entanto, o cubo maior (de dimensões: 2 x 2 x 2) é tratado na atividade por "*cubo de face 2*".
b) O mesmo ocorre na Atividade 2, em que consta "um cubo face 3" (BRASIL, 2008d, p.164) – para se referir a um grande cubo, cujas faces são formadas pelas faces de 9 pequenos cubos e cujas arestas são formadas pelas arestas de 3 pequenos cubos.
c) Nas próprias sugestões dadas ao professor, aparece: "*Para formar um cubo com duas faces de lado...*". Entendendo a pretensa formação da figura na referida atividade, a face do cubo maior seria formado por 4 pequenas faces (portanto, duas unidades na aresta).
d) Diante do contexto apresentado, entendemos que "*cubo face 2*" e "*cubo face 3*", referem-se, respectivamente, a "*cubo de aresta 2*" e "*cubo de aresta 3*". Acreditamos ser fundamental a nomenclatura apropriada (nas próprias sugestões dadas ao professor, consta: "Apesar de aresta não ser um termo utilizado anteriormente, mostre para os seus alunos o que é aresta no cubo").

As Atividades que se seguem à atividade introdutória foram construídas a partir da análise dos pequenos cubos (1 x 1 x 1) que tiveram algumas de suas faces pintadas ao formarem grandes cubos. Por exemplo: na Atividade 1, após oito pequenos cubos (1 x 1 x 1) formarem um cubo maior (2 x 2 x 2) – o qual teve todas as suas faces pintadas –, foram feitas perguntas, como: "Quantos cubos 1 x 1 x 1 foram pintados nas três faces?" e "Quantos cubos 1 x 1 x 1 foram pintados em apenas duas faces?" (BRASIL, 2008d, p.163). As mesmas perguntas foram feitas na Atividade 2, em que o maior cubo teve três pequenos cubos (1 x 1 x 1) determinando sua aresta.

As informações apresentadas são fundamentais à compreensão do enunciado da próxima Atividade a ser analisada:

Figura 17 – Atividade 3, Aula 3: Relações entre tabelas e gráficos expressando regularidades, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor).

Atividade 3

Agora monte a tabela abaixo, pensando na situação proposta:

Dimensões	Quantidade de cubos 1 x 1 x 1	Quantidade de cubos pintados			
		três faces	duas faces	uma face	nenhuma face
2 x 2 x 2	8	8	0	0	0
3 x 3 x 3					
4 x 4 x 4					
5 x 5 x 5					
n x n x n					

124 165

ATIVIDADE 3

A determinação dos valores a partir de 4 deverão ser feitos usando apenas a visão espacial do seus alunos. Discuta com os alunos as respostas. Procure não apresentar as respostas prontas. 166

Veja as respostas a seguir e procure ajudar os alunos, pois essa atividade não tem uma execução fácil.

Fonte: Brasil (2008d, p.165-166).

Para a confecção dos pequenos cubos, os alunos deverão recortar as figuras que constam em anexo, no final da UD desse mesmo AAA. Os pequenos cubos podem formar um grande cubo, com até 3 unidades de aresta. A partir de 4 unidades, conforme sugestão, os alunos deverão fazer uso da “visão espacial”. Na orientação “Veja as respostas a seguir e procure ajudar os alunos...”, o professor poderá observar a tabela preenchida na próxima Aula (Figura 18).

O preenchimento da tabela do enunciado consiste na observação das faces pintadas dos pequenos cubos. Contudo, chamamos atenção à última linha da tabela.

Quadro 13 – Análise da Atividade 3, Aula 3: Relações entre tabelas e gráficos expressando regularidades, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor).

Análise da questão
Os alunos podem refletir sobre os procedimentos a serem utilizados, evocando conhecimentos matemáticos já estabelecidos, a fim de generalizar as regularidades registradas na tabela.
Estratégia metacognitiva da ordem do procedimento.

Com base no enunciado, identificamos essa atividade como promotora da metacognição, admitindo o fato de que o aluno conseguirá chegar a uma resposta. Porém, dado o grau de dificuldade do problema, se o aluno se adiantar e consultar a Atividade 1 da próxima Aula, será possível apenas transpor as respostas de uma tabela para outra.

5.3.3 Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões

A figura a seguir corresponde à Atividade extraída do AAA do Aluno, pois a apresentada na versão do professor contém alguns erros, como, por exemplo, a subtração da tabela e de alguns dados do enunciado.

Figura 18 – Atividade 1, Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões, UD 12, AAA 3 (Versão do Aluno).

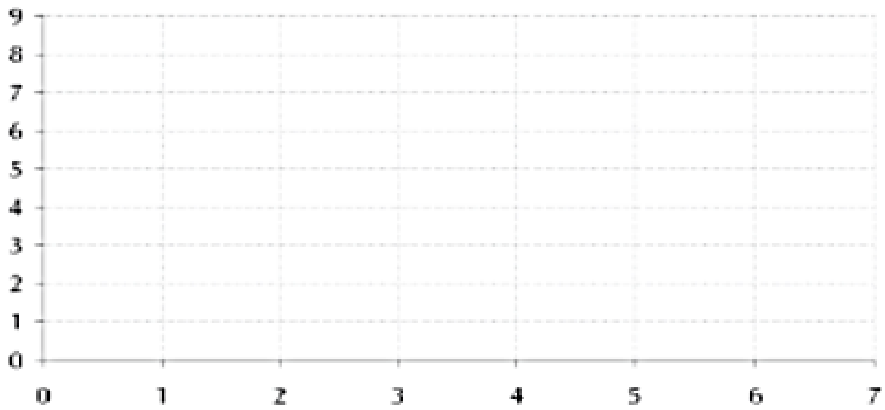
Atividade 1

Usando a tabela abaixo, retirada da Atividade 3 da aula anterior, marque no plano cartesiano os seguintes pontos:

Eixo x: dimensões.
Eixo y: número de cubos pintados nas três faces.

Dimensões	Quantidade de cubos 1 x 1 x 1	Quantidade de cubos pintados			
		três faces	duas faces	uma face	nenhuma face
2 x 2 x 2	8	8	0	0	0
3 x 3 x 3	27	8	12	6	1
4 x 4 x 4	64	8	24	24	8
5 x 5 x 5	125	8	36	54	27
n x n x n	n^3	8	$12(n-2)$	$6(n-2)^2$	$(n-2)^3$

128



Faz sentido você ligar os pontos do gráfico? Justifique:

Fonte: Brasil (2008c, p.128)

Conforme consta no enunciado dessa Atividade, inicialmente, é solicitado ao aluno que apenas marque os pontos no plano cartesiano formado por “dimensões do cubo” no eixo de “x” e “número de cubos pintados nas três faces” no eixo de “y”. Contudo, no Quadro a seguir destacamos:

Quadro 14 – Análise do gráfico proposto na Atividade 1 da Aula 4, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor)

Análise do enunciado
a) No enunciado foram determinadas as representações dos eixos de “x” e “y”. Porém, no gráfico apresentado na questão, os eixos “x” e “y” não são identificados.
b) A identificação dos eixos “x” e “y” no gráfico, por si só, seria uma boa oportunidade de o professor levar os alunos a refletirem sobre a representação gráfica e sua importância na aprendizagem da álgebra – visto que esse é um dos objetivos dessa Aula, segundo consta na introdução da mesma (BRASIL, 2008d, p.167). Todavia, não consideramos esta abordagem em nossa análise, por não ser esse o objetivo da questão.

A ação simples de marcar os pontos no plano cartesiano, não configura uma atividade que possa favorecer a metacognição. No entanto, a questão é concluída com a pergunta “Faz sentido você ligar os pontos do gráfico? Justifique”.

Quadro 15 – Análise da Atividade 1, Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões, UD 12, AAA 3 (Versão do Aluno)

Análise da questão
O aluno necessitará refletir sobre a resolução da Atividade, sobre o sentido de ligar ou não os pontos encontrados, e terá, ainda, que justificar a sua resposta, podendo, assim, estar refletindo sobre o que ele sabe a respeito do que foi questionado.
Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento.

A Atividade 4 não consta no AAA do Professor. Assim, por constar apenas no material didático dos alunos, e considerando que os mesmos terão acesso a tal questão, extraímos a Figura 19 da Versão do Aluno.

Figura 19 – Atividade 4, Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões, UD 12, AAA 3 (Versão do Aluno).

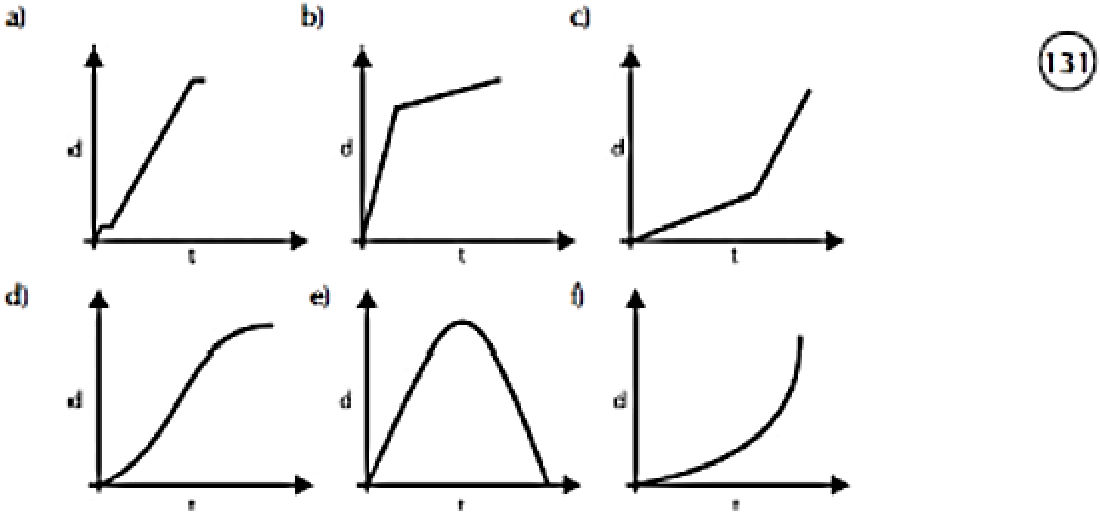
Atividade 4

Cristina e Felipe vão para a escola diariamente fazendo o seguinte percurso:

Cristina: Caminha por 10 minutos até o ponto de ônibus. Lá espera por 5 minutos e pega o ônibus. Percorre de ônibus 30 minutos, desce e caminha por mais 15 minutos até chegar à escola.

Felipe: Caminha por 15 minutos e quando chega perto da escola corre cerca de 5 minutos.

Qual o gráfico que melhor representa o percurso de Cristina e o percurso de Felipe? Justifique suas respostas:



Fonte: Brasil (2008c, p.131).

Nessa Atividade, o aluno deverá indicar o gráfico que melhor representa o tempo (t) gasto por duas crianças, Cristina e Felipe, ao percorrerem uma certa distância (d) até a escola. Embora não esteja explícito no enunciado, espera-se que o aluno venha a considerar a velocidade das duas crianças ao longo do percurso – o que vai indicar a inclinação das retas –, visto que, em dados intervalos de tempo, a velocidade pode ser maior, menor ou nula.

Dos gráficos que constam na questão, nenhum representa exatamente a trajetória de Cristina e Felipe. Assim, o aluno terá que indicar aqueles que mais se aproximam de tais trajetórias – conforme consta no enunciado: “o gráfico que melhor representa o percurso”.

Segundo o que é solicitado na questão, além de indicar os gráficos, o aluno deverá justificar o porquê de sua escolha.

Quadro 16 – Análise da Atividade 4, Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões, UD 12, AAA 3 (Versão do Aluno)

Análise da questão
Para resolver a Atividade, o aluno poderá perceber, por exemplo, que, nos intervalos em que as duas crianças percorreram certas distâncias em menor ou maior tempo ou, ainda, quando Cristina chega a parar por 5 minutos, houve variações na inclinação das retas em cada intervalo de tempo, o que sugere a ocorrência de aumento, diminuição ou nulidade da velocidade. Assim, ao tentar justificar sua resposta, o aluno poderá refletir sobre o conhecimento que tem a respeito das relações entre o tempo, a distância e a velocidade (estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento). Outro ponto importante que destacamos é o fato de que, por não haver precisão nas representações gráficas em relação às descrições dos percursos de Cristina e Felipe, o aluno poderá perceber tais incompatibilidades[20], sendo possível, assim, fazer questionamentos acerca do problema como um todo, podendo, inclusive, monitorar seu conhecimento durante a resolução (estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema). Diante de tais percepções, consideramos que essa Atividade pode ser classificada simultaneamente em duas categorias[21].
Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento e da compreensão do problema.

A próxima Atividade está relacionada aos gráficos da Atividade anterior, em que, segundo os comandos do enunciado, o aluno deverá interpretar cada um deles, apresentando sugestões para cada percurso.

Ao pensar sobre as sugestões acerca da realização do trajeto de Cristina e Felipe até a escola, o aluno deverá, mais uma vez, atentar para a relação entre o tempo e a distância, considerando principalmente a velocidade média nesse percurso.

[20] Acreditamos que, para o aluno vir a ter tais percepções, será fundamental o papel do professor como instigador de uma discussão que viabilize a reflexão diferenciada sobre o problema, pois é possível que o aluno, por si só, não venha a questionar a imprecisão dos gráficos.

[21] Inusitadamente, sentimos a necessidade dessa classificação por percebermos fortes evidências das estratégias metacognitivas de “Ordem do Conhecimento” (LUCENA, 2013) e de “Ordem da Compreensão do Problema” (ARAÚJO, 2009).

Conforme é possível observar na Figura 20, a orientação dada ao professor diz: “Discuta com seus alunos qual situação representaria os outros gráficos” (ou seja, os gráficos “b”, “d”, “e” e “f” da Atividade 4). Acreditamos que é justamente essa “discussão” que poderá fazer toda a diferença à possível promoção da metacognição na Atividade.

Figura 20 – Atividade 5, Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor).

ATIVIDADE 5

Discuta com seus alunos qual situação representaria os outros gráficos.

Sugestões:

b) Correu na primeira parte depois andou normalmente.

d) Anda de carro, perto de casa tinha mais trânsito demorando mais. O trânsito melhorou indo mais rápido. O transito ficou mais lento perto da escola.

e) Foi para a escola e voltou para casa.

f) Estava de bicicleta. Havia uma subida no início do percurso e próximo à escola há uma descida.

172

Atividade 5

Interprete cada gráfico e dê a sua sugestão de como seria o percurso em cada um:

Fonte: Brasil (2008d, p.172).

Ao conduzir uma discussão em sala de aula, espera-se que o professor, por exemplo, venha permitir que os alunos apresentem suas ideais, discordem, criem novas possibilidades, viabilizando a reflexão individual e conjunta sobre os diferentes tipos de percursos representados para Cristina e Felipe, de modo a atender cada gráfico. No entanto, são dadas sugestões de respostas prontas ao professor. Caso o professor venha apresentar tais sugestões em sala de aula antes que os alunos venham a responder, a questão seria duramente prejudicada, pois impediria que os alunos pensassem sobre as próprias sugestões. Somente a postura do professor poderia determinar, com exatidão, se essa Atividade pode ou não favorecer a metacognição.

Quadro 17 – Análise da Atividade 5, Aula 4: Relação entre tabelas e gráficos: expressando regularidades incluindo duas expressões, UD 12, AAA 3 (Versão do Professor)

Análise da questão
Apesar de não terem ficado claras a orientação e as sugestões dadas ao professor, consideramos que, com base no enunciado, o aluno poderá refletir sobre o próprio conhecimento (no que se refere às relações existentes entre o tempo, a distância e a velocidade), bem como poderá estar regulando sua cognição, a fim de ajustar a elaboração dos percursos de Cristina e Felipe a cada um dos gráficos apresentados.
Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento e da compreensão do problema.

5.4 Seção 3 da UD 21 do TP 6

Algumas Atividade propostas nas Aulas 3 e 4 da UD 21 do AAA 6 (*seção 5.5*) estão atreladas à Seção 3 da UD 21 do TP 6, intitulada “Transposição Didática – Revendo os números fracionários e fazendo analogias algébricas” (BRASIL, 2008h, p.30). Essa Seção, sob a alegação de mau rendimento dos alunos em operações com números fracionários – o que, segundo o material, acarreta em maiores dificuldades no trabalho com a álgebra –, tem por objetivo facilitar a compreensão de números fracionários e das relações entre eles.

Logo, a referida Seção 3 traz atividades envolvendo operações com números fracionários, equivalências de frações algébricas, método da inversão, bem como explicações sobre o modo de proceder operacionalmente diante de alguns exemplos propostos. Assim, são apresentados alguns esquemas e tabelas visando facilitar o desempenho de professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem.

5.5 Análise da UD 21 (AAA 6): A álgebra como ferramenta humana: frações e frações algébricas

Quadro 18 – Conteúdos matemáticos abordados por Aula – UD 21, AAA 6.

Aula	Título	Conteúdo
1	Expressões algébricas, fórmulas e equações.	História da álgebra e equação.

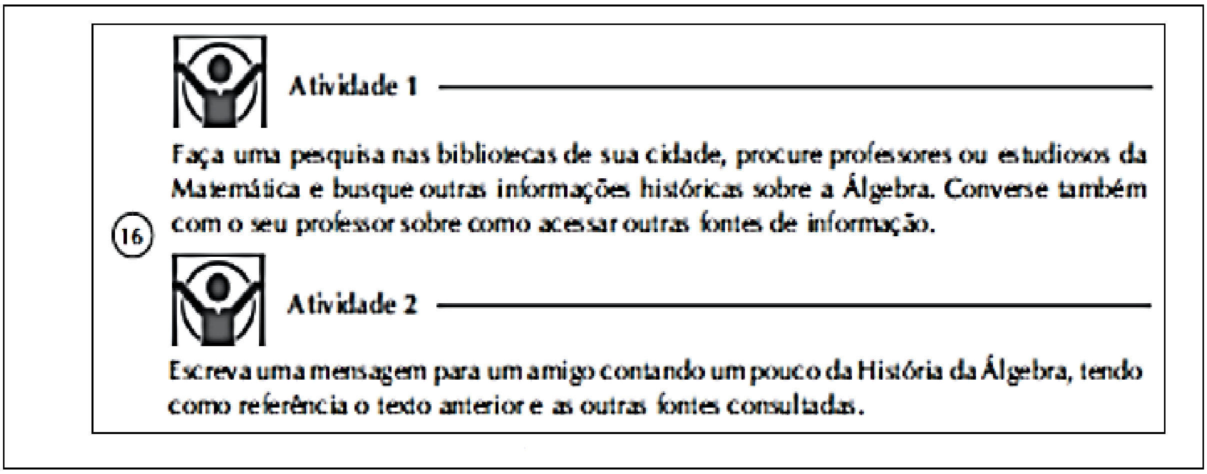
2	Preços, tortas e frações.	*Não há abordagem de conteúdo algébrico, mas apenas aritmético.*
3	Situações-problema e frações.	Expressões algébricas, equações e frações.
4	O método da inversão.	Equação.
5	Escrevendo equações.	Equação.
6	Equações fracionárias.	Equação.
7	Equações algébricas.	Expressões algébricas fracionárias e equação.
8	Produtos notáveis.	Produtos notáveis

5.5.1 Aula 1: Expressões algébricas, fórmulas e equações

A Aula 1 tem início com o texto: "*História da Álgebra (uma visão geral)*" (BRASIL, 2008f, p.13-14), onde é abordada a origem intrigante da palavra "álgebra", as fases antiga (elementar) e moderna (abstrata) da álgebra, bem como o desenvolvimento da notação algébrica. Conclui-se o texto com a apresentação de um pequeno problema para exemplificar o grau de sofisticação da álgebra babilônica.

As duas primeiras Atividades apresentadas nessa Aula, conforme mostra a Figura 21, orientam os alunos a pesquisarem sobre a História da Álgebra.

Figura 21 – Atividades 1 e 2, Aula 1: Expressões algébricas, fórmulas e equações, UD 21, AAA 6 (Professor).


Atividade 1

Faça uma pesquisa nas bibliotecas de sua cidade, procure professores ou estudiosos da Matemática e busque outras informações históricas sobre a Álgebra. Converse também com o seu professor sobre como acessar outras fontes de informação.

16

Atividade 2

Escreva uma mensagem para um amigo contando um pouco da História da Álgebra, tendo como referência o texto anterior e as outras fontes consultadas.

(14) Professor, oriente os seus alunos sobre como acessar informações seguras.

Ajude-os a traduzir as informações obtidas (lembre-se de que a linguagem algébrica, por vezes, é vista pelos alunos como abstrata e pouco atraente).

Nesta Atividade, chame a atenção dos alunos para as fases do desenvolvimento da Álgebra, destacadas no texto. Você pode incentivar os alunos a percorrer as mesmas etapas.

Observe com seus alunos o quanto as fórmulas matemáticas estão presentes em diferentes áreas do conhecimento traduzindo relações entre diferentes grandezas.

Incentive-os a pesquisar em revistas como: "Ciência Hoje", "Super Interessante" e "Vida e Saúde", entre outras. O importante é visitar diversas áreas e perceber como a linguagem algébrica contribui na sistematização dos cálculos matemáticos.

Na manipulação simbólica presente nesta Atividade, ressalte com os seus alunos a importância do registro sistemático.

Fonte: Brasil (2008f, p.14).

Segundo os respectivos enunciados das Atividades, os alunos devem realizar uma pesquisa sobre informações históricas a respeito da álgebra e devem ainda contar, por escrito, a um amigo, um pouco da História da Álgebra, tendo como referências o texto apresentado na Aula 1 e outras fontes pesquisadas pelo próprio aluno.

Quadro 19 – Análise das Atividades 1 e 2, Aula 1: Expressões algébricas, fórmulas e equações, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Embora as questões possibilitem aos alunos a busca do conhecimento histórico algébrico, tal pesquisa poderá limitar-se à simples assimilação de conceitos prontos, advindos das pessoas ou fontes pesquisadas. Até mesmo a elaboração de uma mensagem para um amigo, a fim de contar um pouco da História da Álgebra, pode se restringir à simples reprodução do conteúdo pesquisado.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

A próxima Atividade analisada foi proposta tomando ainda como referência o texto apresentado no início dessa Aula e o resultado das pesquisas realizadas nas Atividades 1 e 2.

Figura 22 – Atividade 3, Aula 1: Expressões algébricas, fórmulas e equações, UD 21, AAA 6 (Professor).

Atividade 3

(14) (16) Em suas pesquisas, você encontrou uma variedade de expressões algébricas, fórmulas e equações.

a) Identifique as características e diferencie expressões algébricas, fórmulas e equações.

b) Faça uma lista das fórmulas encontradas e discuta o significado delas com seus colegas.

c) Entre as fórmulas listadas, escolha uma e crie um problema. Proponha este problema à turma.

Fonte: Brasil (2008f, p.14).

O item “c”, proposto na questão, solicita que o aluno, após ter listado as fórmulas encontradas em sua pesquisa (item “b”), escolha uma das fórmulas encontradas e “crie” um problema.

Quadro 20 – Análise da Atividade 3, Aula 1: Expressões algébricas, fórmulas e equações, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Diante da concepção que os AAA têm apresentado sobre “problemas”, o aluno poderá criar qualquer enunciado de questão, sem que este, necessariamente, constitua um problema (podendo ser um simples exercício para reprodução de procedimentos matemáticos). Assim, a questão a ser criada por um aluno pode se restringir a uma mera elaboração em que esteja incluída uma das fórmulas encontradas em sua pesquisa, ou seja, a fórmula pode aparecer como uma simples citação no enunciado. Por exemplo: “*Usando a fórmula do IMC, calcule o índice de massa corporal de um homem com 85 kg de massa e 1,70 m de altura*”. O aluno estaria, então, fazendo uso dos conhecimentos já estabelecidos. Porém, a elaboração poderia estar desprovida de uma reflexão sobre a construção de procedimentos a serem utilizados.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

5.5.2 Aula 3: Situações-problema e frações

Figura 23 – Atividade 1, Aula 3: Situação-problema e frações, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor).

Atividade 1

A tabela abaixo apresenta um resumo dos gastos mensais de Fábio:

18 20

Atividade de Fábio	Fração correspondente
Lanches	$\frac{5}{10}$
Cinema	$\frac{1}{10}$
Video game	$\frac{2}{5}$

Sabendo que este mês Fábio foi ao cinema quatro vezes e pagou por cada ingresso R$ 7,00, calcule o valor da mesada.

Fonte: Brasil (2008f, p.18).

Para realização do cálculo proposto nessa Atividade, bastará ao aluno reconhecer que os R$ 28,00 gastos no mês (4 x R$ 7,00) com os ingressos do cinema custaram a décima parte da mesada de Fábio (1/10, conforme consta na Figura 23). De forma simples e direta, até mesmo fazendo uso apenas de procedimentos aritméticos, o aluno poderá chegar à conclusão que R$ 28,00 é a décima parte de R$ 280,00, obtendo, então, a resposta.

Quadro 21 – Análise da Atividade 1, Aula 3: Situação-problema e frações, UD 21, AAA 6 (Professor)

Análise da questão
Os cálculos necessários à resolução dessa questão (envolvendo operações com números fracionários, por exemplo) foram demonstrados – inclusive com maior grau de dificuldade – na Seção 3 da UD 21, do TP 6, conforme mencionamos no tópico 5.4 deste capítulo.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

5.5.3 Aula 4: O método da inversão

Figura 24 – Atividade 3, Aula 4: Situação-problema e frações, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor).

Atividade 3

Dona Aparecida resolveu pedir ajuda aos seus santos de devoção; e veja o que aconteceu:

– Se dobrares o dinheiro que trago nesta bolsa, deixo R$10,00 na tua caixinha de esmolas.

Assim foi feito. O santo dobrou e ela lhe deixou R$10,00.

Repetiu a oferta para um segundo santo e obteve o mesmo favor. Lá ficaram outros R$10,00. (23)

Para o terceiro santo, ela propôs o mesmo negócio; repetiu-se o milagre, e dona Aparecida deixou mais R$10,00 de esmola. (21)

Em seguida, dona Aparecida despediu-se com uma oração, benzeu-se e, toda lampeira, foi conferir o lucro. Mas qual, não tinha um tostão na bolsa! Desiludida, concluiu:

– Puxa vida, estou precisando de umas aulas de Matemática.

Dona Aparecida entrou na igreja com que quantia?

Veja mais informações na Unidade 21, inclusive uma sugestão de organização da resolução em forma de uma tabela, na qual, em uma das colunas, será descrito o caminho de ida, seguindo a seqüência do problema, e, na outra coluna, será descrito o caminho inverso.

Fonte: Brasil (2008f, p.21).

No início dessa Aula, é dada uma orientação para resolver esta Atividade, em que diz: “poderá utilizar também o método da inversão, que consiste em retirar as informações do problema iniciando pela última informação e realizando as operações inversas” (BRASIL, 2008e, p.20). Esta mesma sugestão é dada ao professor, conforme consta na Figura 24.

Quadro 22 – Análise da Atividade 3, Aula 4: Situação-problema e frações, UD 21, AAA 6 (Professor)

Análise da questão
A estratégia utilizada para se resolver essa questão (o método da inversão) foi exaustivamente abordado na Seção 3 da UD 21, do TP 6. O aluno não terá que pensar sobre as próprias estratégias de resolução, pois, se ele seguir o passo-a-passo, terá apenas que reproduzi-la para um enunciado diferente – inclusive com menor grau de dificuldade.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

5.5.4 *Aula 6: Equação fracionária*

Para resolver as Atividades desta Aula, foi dado um pequeno texto com informações sobre um dos programas do SESI (Serviço Social da Indústria) de São Paulo, conforme mostra a Figura:

Figura 25 – Atividade 1, Aula 6: Equação fracionária, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor).

TERCEIRA IDADE SESI

O Programa Terceira Idade propicia um espaço de convivência para a população idosa, visando à socialização, à melhoria da qualidade de vida, ao resgate da auto-estima e ao exercício da cidadania. Trabalhando há mais de 30 anos com grupos de Terceira Idade, o SESI-SP desenvolve atividades nas áreas Cultural, Sócio-recreativa, Física e Esportiva, Informativa e Filantrópica, bem como cursos e oficinas de trabalhos manuais, artesanato e costura. Os participantes são orientados na formação de grupos que atuam em comissões internas elegidas pelo próprio grupo e coordenadas pelas Agentes de Atividades Sociais.

Fonte: http://www.sesisp.org.br/home/2006/sociocultural/3idade.asp

25 23

Atividade 1

Elabore um problema que possa ser representado por uma equação fracionária, tendo como referência o texto.

Fonte: Brasil (2008f, p.23).

Para a Atividade 1, o aluno deverá tomar o texto como base para elaborar um problema que seja representado por uma equação fracionária. Por se tratar de uma equação que envolve frações, é provável que possa haver um maior grau de dificuldade durante a elaboração. Cabe ao professor orientá-lo, tendo cuidado para não interferir na reflexão e no desenvolvimento das próprias estratégias, por parte do aluno. Cabe ao professor também, levar o aluno a pensar sobre as informações contidas no texto, se são suficientes para a elaboração de um problema que possa ser representado por uma equação fracionária.

Quadro 23 – Análise da Atividade 1, Aula 6: Equação fracionária, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Para elaborar um problema que possa ser representado por uma equação fracionária, tomando o texto apresentado como referência, o aluno necessitará

refletir sobre o próprio conhecimento, favorecendo, assim, a metacognição.
Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento.

5.5.5 Aula 7: Equações algébricas

Figura 26 – Atividade 1, Aula 7: Equações algébricas, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor).

Aula 7
Equações algébricas

Objetivo
Resolver situações-problema usando equações fracionárias.
Entender o processo de simplificação de frações algébricas.

Atividade 1

24 **No quadro estão representadas duas resoluções para simplificar uma fração algébrica.**

26

$$1)\ \frac{x^3 + \cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = x^3$$

$$2)\ \frac{\overbrace{\cancel{x^3} + \cancel{x^2}}^{x\,+\,1}}{\cancel{x^2}} = x + 1$$

Analise as resoluções, identifique e levante hipóteses sobre o erro.

Fonte: Brasil (2008f, p.24).

Nessa Atividade, são apresentadas duas estruturas algébricas em forma de fração. Afirma-se que há um erro na forma em que alguma delas foi simplificada. É solicitado que o aluno identifique-o e, em seguida, levante hipóteses sobre o mesmo.

Antes de descrevermos nossa análise a respeito dessa Atividade, chamamos atenção para um dos objetivos descrito no início da Aula: "*Entender o processo de simplificação de frações algébricas*". Sobre isto, consideramos o seguinte:

Quadro 24 – Análise das expressões propostas na Atividade 1 da Aula 7, UD 21, AAA 9 (Professor)

Análise do enunciado
a) Observando as expressões algébricas propostas na Atividade, seria possível compreender, verdadeiramente, o processo de simplificação de frações algébricas? Compreender tais processos implicaria em saber quais termos

devem ser “cancelados”? Por que, então, “cancelar” os termos?
b) A forma como as expressões algébricas foram apresentadas pode ser uma boa oportunidade para o professor discutir sobre “simplificação algébrica” (embora a questão não tenha sido elaborada para esse fim) e não limitar este assunto ao mero “cancelamento” de termos. As Atividades posteriores também não trazem essa discussão.
c) Pede-se ao aluno que “analise as resoluções”, que “identifique o erro” e que “levante hipóteses sobre o erro”. Várias respostas podem emergir da situação apresentada, como, por exemplo: algum aluno pode afirmar que a 2ª expressão está errada, pois x^2 e x^3 são termos diferentes, só podendo ser “cancelados” os termos semelhantes.

Analisamos, então, essa Atividade a partir da concepção de “simplificação de expressões algébricas” apresentada na própria forma em que a questão foi elaborada.

É provável que os alunos venham cometer erros na identificação do “erro”, o que os levaria a cometer erros também no levantamento de hipóteses. Não há nenhuma sugestão para o professor, orientando-o a desenvolver essa Atividade em grupos ou permitindo a cada aluno apresentar suas hipóteses ao grande grupo – o que poderia trazer maior riqueza à aula, além de possibilitar discussões e a corregulação.

Quadro 25 – Análise da Atividade 1, Aula 7: Equações algébricas, UD 21, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Apesar das ressalvas que fizemos a respeito da elaboração da Atividade e mesmo considerando que o aluno poderá levantar hipótese sobre o “erro” sem, necessariamente, perceber os próprios erros que o levaram a levantar tal hipótese, reconhecemos que a questão pode levar esse aluno a refletir sobre o que ele sabe a respeito da simplificação, ou seja, pode levá-lo a refletir sobre o próprio conhecimento.
Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento.

5.6 Seção 3 da UD 23 do TP 6

Nessa Seção 3, intitulada apenas de “Transposição Didática” (BRASIL, 2008h, p.142-147), faz-se uma abordagem sobre a resolução de *equações do 1º grau* por meio de uma balança de dois pratos, argumentado sobre a importância de se fazer mudanças nos “pesinhos” dos pratos sem alterar o equilíbrio entre estes. É trabalhada, ainda, a ideia de substituir um determinado valor desconhecido por uma letra (no caso, o “x”).

Introduz-se também o conteúdo: *sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas*, trazendo, como exemplo, dois desenhos: primeiramente, uma balança equilibrada com 2 latas de sardinha e uma lata de óleo em um prato e pesos equivalentes a 950g no outro prato. Paralelamente, apresenta um outro desenho da mesma balança com 1 lata de óleo em um prato mantendo equilíbrio com uma lata de sardinha e um peso de 500g no outro. Por meio dessa situação, orienta-se o aluno a pensar sobre a manipulação dos pesos e dos objetos de massas supostamente desconhecidas, de modo a preservar o equilíbrio entre os pratos. Orienta-os também em como representar algebricamente uma expressão com duas letras (“x” e “y”) para substituir dois valores desconhecidos.

Essas e outras situações são explanadas com o objetivo – segundo a Seção 3 – de introduzir, em sala de aula, o conteúdo: *sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas*, orientando o professor a deixar os alunos à vontade para exporem o próprio modo de pensar, a fim de que também possam perceber que um mesmo problema pode ser resolvido de várias formas. A abordagem é concluída com a proposição de uma questão contendo um tradicional *sistema de equação* e sugere que o mesmo seja resolvido por meio de “ações em duas balanças” e pela própria representação algébrica.

5.7 Análise da UD 23 (AAA 6): Alimentação e saúde: sistemas de equações lineares

Quadro 26 – Conteúdos matemáticos abordados por Aula – UD 23, AAA 6.

Aula	Título	Conteúdo
1	Alimentação para a saúde.	Linguagem matemática.
2	Dieta saudável e linguagem	Linguagem matemática e expressões

	matemática.	algébricas.
3	Escrevendo sistemas de equações.	Sistemas de equações e tabelas.
4	Situação-problema e sistemas de equações.	Sistemas de equação.
5	Método algébrico.	Sistemas de equação.
6	Representação gráfica e par ordenado.	Sistemas de equação e gráficos.
7	Inequações.	Inequações.
8	Inequações e reta numérica.	Inequações e reta numérica.

5.7.1 Aula 3: Escrevendo sistemas de equações

A próxima Atividade apresenta duas situações distintas:

Figura 27 – Atividade 1, Aula 3: Escrevendo sistemas de equação, UD 23, AAA 6 (Professor).

74

Atividade 1

a) Um aluno criou o problema abaixo, a partir desta equação:

$$\frac{x}{3} + 9 = \frac{x}{2} + 1$$

Problema

Um fazendeiro vendeu um terço de sua produção para a cooperativa local e, em seguida, vendeu mais nove toneladas, completando metade de sua produção neste ano.

Analise se a equação traduz corretamente a situação.

b) Para a equação $2 \times (x - 2) = -6$, elabore uma situação-problema que possa representá-la.

55

Fonte: Brasil (2008f, p.74).

A letra “a” apresenta uma determinada equação fracionária e afirma que um certo “aluno” (fictício) criou um “problema” para representar a referida equação. Pede-se, então: “Analise se a questão traduz corretamente a situação”. Assim, o aluno (resolvedor) terá que analisar o “problema” criado e poderá, por simples comparação, perceber que o mesmo não condiz com a equação.

Na letra “b”, é dada uma outra equação e é solicitada a elaboração de uma situação-problema que a represente. Cada aluno poderá, então, criar uma situação diferente para representar a única equação apresentada.

Quadro 27 – Análise da Atividade 1, Aula 3: Escrevendo sistemas de equação, UD 23, AAA 6 (Professor)

Análise da questão
Para elaborar uma situação que represente a equação proposta na letra "b", o aluno poderá refletir sobre o próprio conhecimento.
Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento.

5.7.2 Aula 4: Situações-problema e sistemas de equações

Essa Aula traz algumas Atividades em linguagem natural e solicita que os alunos construam um sistema de equações (linguagem algébrica). Em seguida, pede que os alunos encontrem o valor de cada incógnita dos sistemas.

Figura 28 – Atividade 1, Aula 4: Situações-problema e sistemas de equações, UD 23, AAA 6 (Professor).

Aula 4
Situações-problema e sistemas de equações

Objetivo

Resolver sistemas de equações utilizando diferentes métodos.

76

Atividade 1

Para uma confraternização na empresa onde trabalha, André comprou dois sanduíches de metro e cinco garrafas de refrigerante, gastando R$101,50. Para a mesma festa, Samuel comprou um sanduíche de metro e oito garrafas de refrigerante, gastando R$63,40. 55

a) Construa um sistema de equações que represente a situação.

b) Qual é o preço de cada sanduíche e de cada refrigerante?

Fonte: Brasil (2008f, p.76).

Considerando as abordagens que foram realizadas até o momento, envolvendo transformação de um enunciado de um problema em linguagem algébrica, reconhecemos que houve situações com um grau maior de dificuldade. Assim, nesta Atividade, bastaria ao aluno – obedecendo ao raciocínio exposto na Seção 3 correspondente – chamar os "*sanduíches de metro*" de "x" e as "*garrafas de refrigerante*" de "y", que poderia chegar a: $2x + 5y = 101,50$ e $x + 8y = 63,40$.

Para resolver a letra "b", o aluno poderia usar os mesmos métodos utilizados nas abordagens anteriores, tratadas na Seção 3, encontrando, talvez, uma maior dificuldade em procedimentos com operações algébricas por as fórmulas apresentarem números decimais.

Quadro 28 – Análise da Atividade 1, Aula 4: Situações-problema e sistemas de equações, UD 23, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Compreendemos que, na letra "a", a transformação do enunciado proposto, para a linguagem algébrica, não levaria o aluno a refletir sobre os próprios conhecimentos. Apesar de o aluno poder vir a apresentar um maior grau de dificuldade na execução dos cálculos da letra "b", não percebemos o desenvolvimento de estratégias metacognitivas que pudessem levá-lo a se automonitorar.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

As demais Atividades dessa Aula, assemelham-se à Atividade 1, ou seja, consistem em transformar seus enunciados em linguagem algébrica e, em seguida, encontrar os valores das incógnitas. Semelhantemente à analise da Atividade 1, consideramos tais Atividades como não promotoras da metacognição.

5.7.3 Aula 5: Métodos algébricos

A Aula 5 traz algumas situações e solicita que os alunos resolvam-nas pelos métodos algébricos da adição, da comparação e da substituição. No entanto, os métodos algébricos mencionados em nenhum momento foram explanados no material destinado à sala de aula, mas apenas na Seção 2[22] da UD 23 do TP 6 (aliás, foram minunciosamente trabalhados). Apesar disso, o objetivo da Aula 5 é: "Aplicar os métodos algébricos para a resolução de sistemas de equação" (BRASIL, 2008f, p.78).

Conforme Figura 29, a introdução da Aula 5 traz "*para o aluno*" a seguinte orientação: "Nas Aulas anteriores [...] Utilizamos a tentativa controlada, o raciocínio aritmético e o **método algébrico** para descobrir as incógnitas dos problemas".

[22] Conforme especificamos no Capítulo 3, sobre o Programa Gestar II, as Seções 1 e 2 de cada UD dos TP foram elaboradas para serem abordadas apenas nos momentos presenciais de formação dos professores, sendo as Seções 3 para aplicação em sala de aula.

Porém, somente esta Aula e a Aula 4 tratam de *sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas*. Perguntamo-nos: em que momento os referidos métodos algébricos foram trabalhados em sala de aula? O professor trabalhou a Seção 2 desta UD em sala de aula ou introduziu o conteúdo aleatoriamente à medida que sentiu necessidade? O material que analisamos não especifica como os métodos algébricos foram abordados[23].

Figura 29 – Atividade 2, Aula 5: Métodos algébricos, UD 23, AAA 6 (Versão do Professor).

Aula 5
Métodos algébricos

Nas Aulas anteriores, nós construímos modelos matemáticos para a resolução de situações-problema do nosso cotidiano. Utilizamos a tentativa controlada, o raciocínio aritmético e o método algébrico para descobrir as incógnitas dos problemas.

Nas Atividades seguintes, você deverá utilizar dois dos métodos algébricos (método da adição, método da comparação e método da substituição) para resolver cada uma das situações.

78 59

Atividade 2

Em uma locadora de veículos, você pode alugar um carro por R$120,00, acrescido de R$2,00 por quilômetro rodado. Em uma outra locadora, o aluguel de um carro com as mesmas características custa R$150,00 mais R$1,20 por quilômetro rodado. Qual deve ser o número de quilômetros rodados para que o gasto seja o mesmo em qualquer uma das locadoras?

Fonte: Brasil (2008f, p.78).

Para que se possa exigir do aluno a escolha de dois dos três métodos para resolver cada Atividade proposta nessa Aula, temos que considerar que o referido conteúdo, de alguma forma, já foi “apresentado” em sala de aula.

É possível que o aluno perceba – seguindo o enunciado da Atividade 2 – que o “número de quilômetros rodados” corresponde à variável independente e que o “gasto da locadora” corresponde à variável dependente, ou seja, seguindo o raciocínio implementado desde a Seção 3 correspondente à Aula 5, tais variáveis poderiam ser representadas, respectivamente, por “x” e “y”, obtendo-se, deste modo, $y = 120 + 2x$ e $y = 150 + 1,2x$. Assim, ao reconhecermos a possibilidade de esse

[23] É possível que os métodos da adição, comparação e substituição possam ter sido abordados ainda na Seção 3. Podem até vir a ser abordados a partir da Atividade 2, nesta Aula (visto que a Atividade 1 pode ser resolvida apenas por procedimentos aritméticos). Contudo, estamos considerando apenas “possibilidades”, pois nada foi explicitado, nem mesmo nas orientações dadas ao professor cursista.

raciocínio já ter sido desenvolvido em Atividades anteriores, caberia aos alunos apenas efetuar os cálculos para encontrar o valor de “x”, fazendo uso dos métodos que, como já discutimos, possivelmente foram abordados pelo professor.

Quadro 29 – Análise da Atividade 2, Aula 5: Métodos algébricos, UD 23, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Os alunos não necessitarão refletir sobre o desenvolvimento dos próprios procedimentos de resolução. Poderão simplesmente escolher dois métodos algébricos e aplicá-los.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

A Atividade 3 trata de uma aplicação direta dos métodos algébricos, sem maiores dificuldades. Assim, somente após a resolução das Atividades 1, 2, e 3, o aluno deverá responder a próxima questão, a Atividade 4.

Figura 30 – Atividade 4, Aula 5: Métodos algébricos, UD 23, AAA 6 (Versão do Professor).

60 **Atividade 4**

Nas Atividades anteriores, você utilizou os métodos algébricos de resolução de sistemas de equação. Avalie a praticidade de cada método e sua adequação a cada situação. 79

Fonte: Brasil (2008f, p.79).

Nessa Atividade, é solicitado ao aluno que avalie a praticidade dos métodos algébricos utilizados nas Atividades anteriores e a adequação deles para cada situação apresentada.

Quadro 30 – Análise da Atividade 4, Aula 5: Métodos algébricos, UD 23, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
Mesmo podendo não ter refletido sobre a construção das próprias estratégias para resolução das Atividades anteriores, mas apenas aplicado procedimentos, agora, o aluno é orientado a refletir sobre qual dos métodos é o mais prático ou o que melhor se adequa a cada uma das situações (reflexão sobre procedimentos).
Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento

5.8 Análise da UD 24 (AAA 6): Estudo de fenômenos sociais cotidianos – função linear como modelo matemático presente em vários contextos

Quadro 31 – Conteúdos matemáticos abordados por Aula – UD 24, AAA 6.

Aula	Título	Conteúdo
1	Pulsos, tarifa e conta telefônica.	Grandezas direta e inversamente proporcionais e representação algébrica.
2	Relação entre grandezas.	Relação entre grandezas.
3	Sentença matemática.	Relação entre grandezas e representação algébrica.
4	Lei de formação.	Relação entre grandezas, regularidades, representação algébrica e equação.
5	Variável dependente e independente.	Lei de formação e gráficos no plano cartesiano.
6	Funções lineares e não-lineares.	Funções lineares e não-lineares e gráficos no plano cartesiano.
7	Identificando funções lineares.	Funções Lineares.
8	Representando graficamente funções lineares.	Gráficos de funções lineares.

5.8.1 Aula 4: Lei de formação

Figura 31 – Atividade 3, Aula 4: Lei de formação, UD 24, AAA 6 (Versão do Professor).

Atividade 3

Em uma aula de origami, o professor solicitou que os alunos, ao dobrarem ao meio as folhas de papel, observassem em quantas partes elas ficariam divididas.

Nº de dobras	1 dobra	2 dobras	3 dobras
Nº de partes	2 partes	4 partes	8 partes

78

107

Para descobrir o padrão de regularidade entre o número de dobras e o número de partes, pegue uma folha de papel, efetue as dobras e registre os resultados. E isso auxiliará você na resolução das questões seguintes:

a) Se você fizer quatro dobras nas folhas, quantas serão as partes? E se forem cinco dobras?

b) Qual é a relação entre o número de partes e o número de dobras?

c) Qual é a variável dependente e a variável independente?

Fonte: Brasil (2008f, p.107).

Para resolver essa Atividade, segundo é sugerido ao professor no material didático (BRASIL, 2008f, p.106-107), devem ser usadas folhas de papel para serem efetuadas as dobraduras junto com os alunos, cabendo ao professor orientá-los a observar a relação que há entre o número de dobras e o número de partes, viabilizando a percepção de regularidades, o registro sistemático dos fatos em cada caso, a escrita da sentença matemática que expressa essa relação e o reconhecimento desta sentença como generalizadora da relação observada.

Para responder a letra “a”, basta ao aluno efetuar as dobras necessárias e contar o número de partes encontradas. Quanto à letra “c”, espera-se que, nesta última UD, ele já tenha a competência necessária para identificar a variável dependente (o número de partes) e a variável independente (número de dobras), sem que tenha, necessariamente, que refletir metacognitivamente.

Chamamos atenção para a forma em que foi elaborada a letra “b”. É provável que, por meio dela, o material pretendesse levar o aluno a “*escrever a sentença matemática que expressa a relação*”, a qual, segundo a resposta no final da UD (BRASIL, 2008f, p.121), seria: “*Número de partes = 2* $^{\textit{Número de dobras}}$”. Todavia, na forma em que a pergunta foi elaborada: “*b) Qual é a relação entre o número de partes e o número de dobras?*”, bastaria ao aluno responder, por exemplo, “é uma relação de dependência” que satisfaria a pergunta feita, sem que esse aluno viesse a refletir sobre a “generalização”.

Quadro 32 – Análise da Atividade 3, Aula 4: Lei de formação, UD 24, AAA 6 (Versão do Professor)

Análise da questão
As respostas que satisfazem essa Atividade podem mobilizar apenas a cognição, sem haver a necessidade de refletir sobre ela ou monitorá-la.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

5.8.2 Aula 6: Funções lineares e não-lineares

A Atividade 1 dessa Aula consiste em observar representações gráficas de funções lineares e não-lineares e, nos dois casos, há exemplos de funções crescentes e decrescentes. Com base nesses gráficos e em Atividades anteriores (Aula 5), os alunos podem resolver a próxima Atividade.

Ressaltamos ainda que, segundo consta no AAA do Professor (BRASIL, 2008f, p.110), foi sugerido ao professor que discutisse com seus alunos sobre conceito de função linear, auxiliando-os a diferenciar a função linear da função não-linear, bem como a compreender o termo “coeficiente”.

Figura 32 – Atividade 2, Aula 6: Funções lineares e não-lineares, UD 24, AAA 6 (Professor).

Atividade 2

82 As diferenças observadas nas características do comportamento das funções são referências para a classificação das funções em: lineares e não-lineares. 111

Nas Atividades anteriores, você observou funções lineares e não-lineares.

Escreva um texto matemático e aponte as principais diferenças entre essas funções. Utilize como parâmetro características como: gráfico; relação entre as variáveis; valor do coeficiente b; e valor do coeficiente a.

Fonte: Brasil (2008f, p.111).

Os alunos são orientados a escrever um texto matemático, no qual devem apontar as principais diferenças entre as funções lineares e não-lineares, a partir de características presentes no gráfico, nas variáveis e nos coeficientes.

Quadro 33 – Análise da Atividade 2, Aula 6: Funções lineares e não-lineares, UD 24, AAA 6 (Professor)

Análise da questão
Observando as orientações dadas ao professor, consideramos que os alunos já podem ter adquirido o conhecimento do que é uma função linear e não-linear e que já podem identificar tais características em gráficos e na lei de formação. Portanto, o texto a ser elaborado pode se basear apenas em reproduzir o que foi assimilado sem, necessariamente, haver a reflexão sobre a construção de conceitos.
Não favoreceu o uso de estratégia metacognitiva

Com base na análise realizada ao longo das Aulas das 5 Unidades Didáticas pesquisadas, realizamos, a seguir, uma discussão acerca dos resultados encontrados.

5.9 Discussão dos resultados

Conforme mencionamos no Capítulo 4 (Metodologia), o material didático do Gestar II contém um total de 658 Atividades de Matemática, das quais 132 foram elaboradas para se trabalhar especificamente o conhecimento algébrico. Do total de Atividades algébricas, analisamos 121.

Apresentamos na Tabela 2, a frequência absoluta das Atividades que foram classificadas nas categorias de análise utilizadas em nosso trabalho:

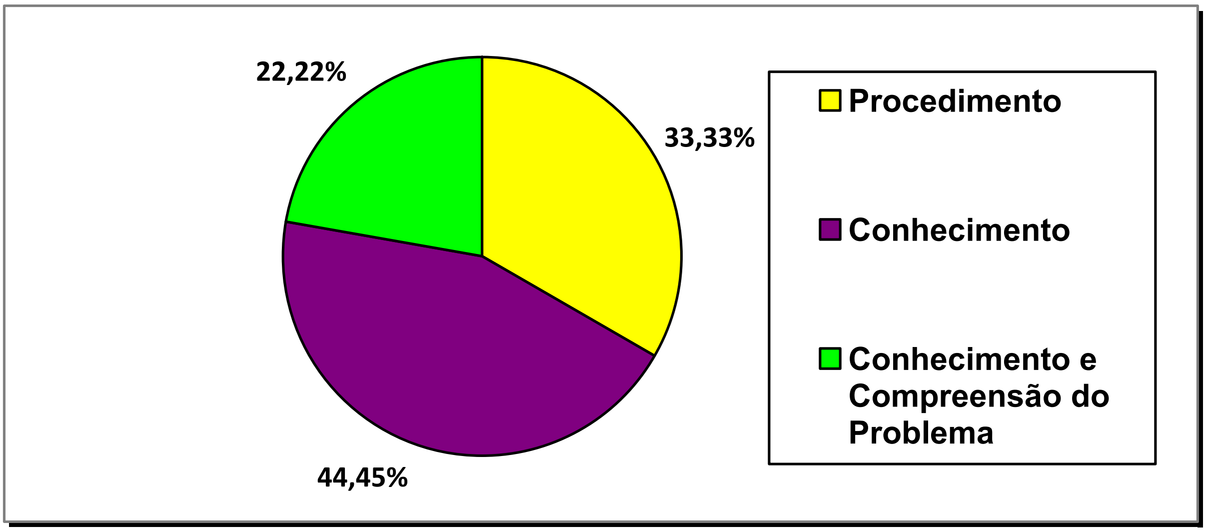
Tabela 2 – Frequência absoluta de Atividades de álgebra que favorecem a metacognição distribuídas por categorias de análise.

Estratégia metacognitiva	Quantidade de Atividades categorizadas
Ordem pessoal	0
Ordem do procedimento	3
Ordem da compreensão do problema	0
Ordem do conhecimento	4
Ordem do conhecimento e da compreensão do problema	2
Total	**9**

Diante do total de 121 Atividades algébricas analisadas, apenas 9 Atividades foram classificadas nas categorias de análise, o equivalente a, aproximadamente, 7,44% do total.

Ao tomarmos como base os 7,44% correspondentes às Atividades que favorecem a metacognição em nossa pesquisa, quase metade dessas questões são referentes à estratégia metacognitiva que permite ao aluno refletir sobre o próprio conhecimento, sem, necessariamente, precisar regulá-lo. 1/3 das Atividades favorece a autorregulação de procedimentos matemáticos. As demais favorecem, simultaneamente, a metacognição nas dimensões de conhecimento e de autorregulação. Considerando apenas as questões promotoras da metacognição, podemos observar no Gráfico 1 os percentuais por categorias:

Gráfico 1 – Percentual das estratégias metacognitivas encontradas nas Atividades do material didático do Gestar II.



As Atividades classificadas na categoria **Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento** permitem que os alunos venham a pensar sobre os procedimentos utilizados na resolução de problemas, evocando conhecimentos matemáticos já estabelecidos, monitorando as estratégias de resolução. No Quadro a seguir apresentamos tais Atividades:

Quadro 34 – Atividades que favorecem a metagonição na dimensão da autorregulação.

Atividade	Figura	A estratégia envolveu:
Atividade 5	Figura 15	Reflexão e monitoramento de procedimentos na generalização de padrões.
Atividade 3	Figura 17	Reflexão e monitoramento de procedimentos na generalização de padrões.
Atividade 4	Figura 30	Reflexão e monitoramento de procedimentos matemáticos para encontrar valores de incógnitas.

Dentre as categorias de estratégias metacognitivas desenvolvidas por Araújo (2009), a de "**Ordem do Procedimento**" é a que mais se relaciona com procedimentos matemáticos, com a execução de cálculos propriamente ditos. No entanto, das 3 Atividades classificadas nesta categoria, apenas uma aproxima-se desse aspecto. As outras duas relacionam-se a processos matemáticos mais abstratos.

Das Atividades promotoras da metacognição identificadas, quase metade foi classificada na categoria **Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento**, ou seja, tais Atividades permitem aos alunos refletir sobre "*o que eles sabem*", conforme apresentamos a seguir:

Quadro 35 – Atividades que favorecem a metagonição na dimensão do conhecimento.

Atividade	Figura	Comando do enunciado
Atividade 1	Figura 18	"Faz sentido você ligar os pontos do gráfico? Justifique".
Atividade 1	Figura 15	"Elabore um problema [...]"
Atividade 1	Figura 26	"Analise [...] E levante hipóteses sobre o erro".
Atividade 1	Figura 27	"Elabore uma situação-problema [...]"

Diante dos contextos em que tais Atividades estão inseridas, os comandos "*justifique*", "*elabore um problema / uma situação-problema*" e "*levante hipóteses*" abrem a possibilidade de os alunos refletirem sobre os próprios conhecimentos. Algumas dessas questões não exigiram um alto grau de mobilização de procedimentos matemáticos e, alguns desses procedimentos, por si só, não favoreceriam a metacognição. Contudo, os comandos mencionados, nos contextos em que estão inseridos, podem viabilizar a reflexão sobre o próprio conhecimento, sobre o que os alunos sabem a respeito de cada questão, não viabilizando, portanto, a autorregulação do conhecimento.

Em nossa análise, não identificamos nenhuma Atividade de álgebra que pudesse ser classificada exclusivamente nas categorias: **Estratégia metacognitiva de ordem pessoal** e **Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema**.

De forma inusitada, percebermos que duas Atividades apresentavam aspectos suficientes para pertencerem simultaneamente a duas categorias distintas, às categorias de "**Ordem do Conhecimento**" e de "**Compreensão do Problema**". Assim, classificamos tais Atividades em **Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento e da compreensão do problema.**

Quadro 36 – Atividades que favorecem a metagonição na dimensão da autorregulação e do conhecimento, simultaneamente.

Atividade	Figura	Comando do enunciado
Atividade 4	Figura 19	"Qual o gráfico que melhor representa o percurso [...]? Justifique suas respostas".
Atividade 5	Figura 20	"Interprete cada gráfico e dê sua sugestão [...]"

As duas Atividades apresentadas no Quadro 36 estão relacionadas dentro de um mesmo contexto. Uma sequencia a outra com base na mesma situação proposta.

Os comandos "*justifique suas respostas*" e "*dê sua sugestão*", inseridos em seus respectivos contextos, permitem ao aluno refletir sobre o que ele sabe a respeito de cada uma das questões, favorecendo, então, a dimensão do "**Conhecimento**".

No que se refere à categoria de "**Compreensão do Problema**", podemos perceber que as Atividades 4 e 5 apresentaram algumas incompatibilidades entre o enunciado da questão e suas possíveis representações gráficas. Portanto, na tentativa de fazer ajustes em tais precisões, o aluno pode vir a autorregular-se cognitivamente.

5.9.1 Comparação dos resultados

A nossa pesquisa caminha na direção da pesquisa realizada por Lucena (2013), em que buscamos identificar estratégias metacognitivas presentes em questões propostas em materiais didáticos. Assim, sentimos a necessidade de comparar os resultados da nossa pesquisa com os resultados apresentados pelo referido autor.

Conforme mencionamos na *seção 1.4* do Capítulo 1, Lucena (2013) pesquisou livros didáticos com propostas metodológicas diferentes. O livro didático reconhecido como sendo de proposta mais inovadora, o autor denominou de LD 1; o livro de proposta mais tradicional, denominou LD 2.

Apresentamos, então, os percentuais de questões que favoreceram a matecognição na pesquisa de Lucena (2013):

Tabela 3 – Extrato da pesquisa de Lucena (2013) – frequência dos exercícios que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em relação ao total de atividades pesquisadas nos dois livros.

Livro	Total de atividades do livro	Favorecem a metacognição	Percentual
LD 1	342	27	7,87%
LD 2	421	17	4,03%

Fonte: Lucena (2013, p.136).

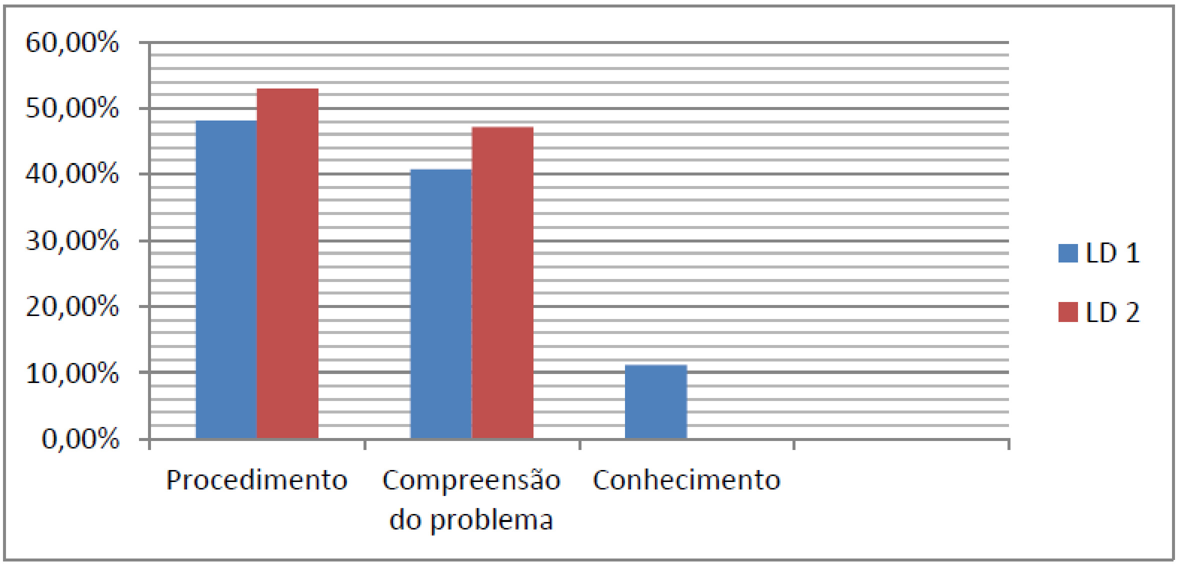
Assim como Lucena (2013), identificamos uma baixa frequência de problemas matemáticos que favorecem ao desenvolvimento de estratégias metacognitivas no material didático do Gestar II – Matemática (MDG).

Tabela 4 – Comparação com dados da pesquisa de Lucena (2013) – frequência de questões que favorecem a metacognição em materiais didáticos.

Material Didático	Total de atividades pesquisadas	Atividades que favorecem a metacognição	Percentual
LD 1	342	27	7,87%
LD 2	421	17	4,03%
MDG	121	09	7,44%

Ao tomar o percentual de questões promotoras da metacognição nos livros didáticos pesquisados, Lucena (2013) apresentou o seguinte gráfico:

Gráfico 2 – Extrato da pesquisa de Lucena (2013) - percentual das estratégias metacognitivas encontradas nas atividades do LD 1 e do LD 2.



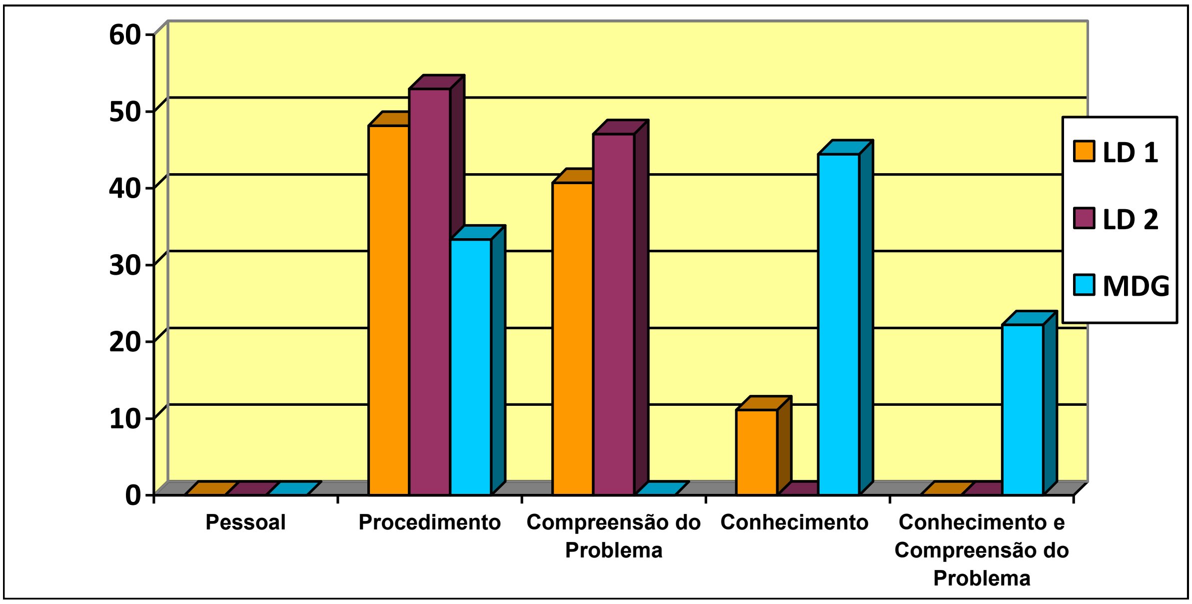
Fonte: Lucena (2013, p.139)

Assim, no que se refere ao "**Procedimento**", Lucena (2013) verificou, respectivamente ao LD 1 e LD 2, um percentual de 48,15% e 52,94% nas atividades promotoras da metacognição. Referente à "**Compreensão do Problema**", encontrou 40,74% e 47,06%, respectivamente aos LD 1 e LD 2. Em relação ao "**Conhecimento**", obteve 11,11% apenas no LD 1.

No que se refere à "**Ordem Pessoal**", assim como em nosso trabalho, Lucena (2013) não identificou nenhuma atividade que pudesse ser classificada nessa categoria. O referido autor não identificou problemas que pudessem ser classificados em mais de uma categoria de análise.

Apesar de os LD 1, LD 2 e o MDG terem investigado quantidades diferentes de questões, procuramos estabelecer um comparativo entre o percentual de estratégias metacognitivas encontradas em nosso trabalho e no de Lucena (2013), conforme apresentamos no gráfico abaixo:

Gráfico 3 – Comparação entre o percentual de estratégias metacognitivas encontradas nas atividades do LD 1, do LD 2 e do MDG.



Ao compararmos os dados levantados nas duas pesquisas, percebemos que, entre as questões promotoras da metacognição, há uma presença marcante de problemas que viabilizam a reflexão sobre *procedimentos* matemáticos e execução de cálculos, com maior prevalência nos livros didáticos pesquisados por Lucena (2013) – especialmente no LD 2, livro considerado de metodologia mais tradicional. Em nossa pesquisa, no entanto, entre as atividades inerentes ao "**Procedimento**", houve uma prevalência de atividades que favorecem a reflexão sobre procedimentos envolvendo generalizações algébricas.

Em nosso trabalho, não identificamos atividades que pudessem ser classificadas exclusivamente na categoria "**Compreensão do Problema**", isto é, atividades que viessem a permitir a autorregulação do conhecimento, no que se refere à compreensão do problema como um todo, ao monitoramento dos processos de resolução, ao questionamento das estratégias ou dos resultados, que permitissem aos alunos desenvolver novos meios para atingir seus objetivos. Diferentemente, Lucena (2013) identificou, tanto no LD 1 como no LD 2, um percentual que ultrapassa os 40%, em se tratando das questões promotoras da metacognição.

Questões que permitem ao aluno refletir sobre o seus conhecimentos, sem, necessariamente regulá-los, ocorreram com maior frequência em nossa pesquisa. Podemos perceber que, se considerarmos apenas a categoria do "**Conhecimento**", encontramos quatro vezes mais atividades no MDG do que no LD 1. Esta categoria que emergiu no trabalho de Lucena (2013), permitiu a classificação de um número maior de atividades em nosso trabalho. Fato que fica mais evidente se considerarmos ainda as atividades do MDG que foram classificadas em "**Conhecimento e Compreensão do Problema**".

Percebemos que, assim como nos livros didáticos pesquisados por Lucena (2013), no material didático que investigamos houve prevalência absoluta de exercícios que propiciam respostas por meio do automatismo, da reprodução e repetição de estratégias de resolução, chegando a ultrapassar **90%** de incidência.

Com base nos dados analisados e nas discussões dos resultados, prosseguimos ao próximo capítulo, que trata das considerações finais do nosso trabalho.

CAPÍTULO 6: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio do nosso trabalho, esperamos contribuir com as discussões acerca da relação entre a metacognição e o material didático utilizado pelo professor de Matemática, o qual, no contexto da nossa pesquisa, é constituído por livros de um programa de formação continuada em serviço, o Gestar II, e são utilizados por professores das redes públicas de ensino em processo formativo.

As questões de Matemática presentes nos Cadernos de Atividades de Apoio à Aprendizagem (AAA) do Programa Gestar II, de um modo geral, foram estruturadas por Aulas[24] e organizadas obedecendo a temas ou por meio da abordagem de conteúdos correlatos. Algumas dessas atividades estabelecem relações entre si, fato que consideramos durante a nossa investigação. Assim, analisamos as atividades de álgebra, no contexto de cada Aula, buscando reconhecer aspectos que viessem a favorecer a metacognição, tanto na dimensão de autorregulação – mediante as categorias propostas por Araújo (2009) – como na dimensão de conhecimento – categoria proposta por Lucena (2013).

Segundo abordamos no Capítulo 3, que trata do Gestar II, o referido Programa alega ter sua proposta pedagógica fundamentada na teoria socioconstrutivista, a qual, segundo consta em seu caderno Guia Geral (BRASIL, 2008a), deve favorecer a um ensino-aprendizagem inovador, que prioriza a construção do conhecimento, pautando-se na superação de problemas, que favoreça a autonomia do aluno e que viabilize meios para a reflexão nos processos de aprendizagem.

Contrariando esta perspectiva, no material didático analisado, identificamos uma abordagem algébrica que pouco favorece a metacognição – considerando que o uso de estratégias metacognitivas para resolução de problemas matemáticos, consiste, justamente, em viabilizar, ao aluno, a reflexão sobre os próprios processos de construção do conhecimento, pensando sobre eles e/ou monitorando-os. Portanto, das 121 atividades analisadas, apenas 9 atividades (7,44%) foram consideradas promotoras da metacognição.

---

[24] As “Aulas” referem-se à forma em que as atividades foram estruturadas nos AAA. Escrevemos com inicial maiúscula para diferenciar das “aulas”, momentos vivenciados na escola.

Deste modo, acreditamos ser fundamental discutir a qualidade de tais atividades, sem incorrer no erro de tratar questões que propiciam a execução de cálculos por meio do automatismo como sendo “problemas” ou “situações-problema” – fato que observamos em grande número de atividades analisadas.

Percebemos, então, que poucas questões de álgebra propiciaram aos alunos a reflexão sobre seus conhecimentos prévios, de modo a reconhecer a insuficiência dos mesmos para transpor os obstáculos encontrados, despertando a necessidade de buscar novos caminhos para resolução, possibilitando, então, a construção de novos conhecimentos – aspectos que poderiam caracterizar as questões algébricas como verdadeiros “problemas”.

Considerando as questões analisadas, percebemos a quase inexistência de atividades que pudessem levar o aluno ao desenvolvimento de estratégias metacognitivas de *compreensão de problemas*, que permitissem ao aluno: o levantamento e o teste de hipóteses; o planejamento de estratégias para se alcançar o objetivo esperado; a regulação do conhecimento durante e após os processos de resolução; a avaliação da adequação da resposta final; o questionamento sobre as respostas encontradas e sobre a própria elaboração da questão; a reflexão sobre erros; enfim, atividades que despertassem a autonomia do aluno.

Assim como na pesquisa desenvolvida por Lucena (2013), nosso trabalho não identificou atividades que permitem ao aluno se autoavaliar. Tais atividades são, portanto, enriquecedoras – visto que o aluno é sujeito do seu próprio conhecimento – e permitem ao aluno questionar o próprio conhecimento construído, avaliar a própria postura diante dos processos didáticos que se apresentam, julgar se os resultados alcançados são satisfatórios ao seu aprendizado ou se há a necessidade de revisar conteúdos ou mudar de estratégias, etc.

Considerando nossos estudos a respeito do uso de estratégias metacognitivas no ensino-aprendizagem da Matemática, acreditamos que as questões a serem propostas por um material didático deveriam, ainda, viabilizar a reflexão sobre os procedimentos matemáticos, sobre as estratégias de resolução e sobre suas adequações a cada situação, permitindo ao aluno evocar conhecimentos matemáticos já estabelecidos em seu aprendizado. Segundo nossa pesquisa, apenas 33,33% das poucas atividades promotoras da metacognição atenderam a tais requisitos.

Embora tenhamos identificado que 2/3 das questões classificadas como promotoras da metacognição favorecem a reflexão sobre o conhecimento – incluindo as atividades classificadas na categoria “Conhecimento e Compreensão do Problema” –, o quantitativo geral ainda é muito baixo, considerando que este equivale a apenas 6 atividades num universo de 121. Nos casos identificados, por meio de comandos que levam a justificar respostas encontradas, a elaborar problemas matemáticos e a dar sugestões, o aluno pode ser levado a pensar sobre o próprio conhecimento, sobre o que ele sabe a respeito do que foi proposto na questão.

Apesar de termos apresentado as atividades que poderiam viabilizar o desenvolvimento de estratégias metacognitivas, no transcorrer da nossa pesquisa encontramos alguns elementos que merecem ser melhor investigados. Assim, percebemos alguns pontos relevantes, os quais buscamos retratar em nossas considerações.

Um deles diz respeito à falta de clareza ou à possível ocorrência de equívocos quanto à elaboração dos enunciados de algumas atividades[25] (a esse respeito, fizemos observações nos Quadros intitulados “*Análise do Enunciado da Atividade”*). Nesses casos, para realizarmos nossa análise, consideramos o que, de fato, estava descrito no enunciado, e, apesar de termos apresentado em nosso trabalho apenas quatro casos, encontramos várias ocorrências desse tipo no material didático investigado. Tais ocorrências merecem investigações mais aprofundadas.

Por meio da pré-análise que realizamos, deduzimos que algumas questões poderiam ter potencial para favorecer a metacognição, mas que também poderiam ser prejudicadas pelas sugestões dadas ao professor, que, ao seguir as orientações descritas no próprio material, tornaria inviável, ao aluno, o desenvolvimento das próprias estratégias de resolução. Assim, percebemos que, de fato, em várias Aulas, houve a ocorrência de tal situação.

Embora este trabalho não tenha como escopo a análise da organização estrutural do material didático, percebemos algumas incompatibilidades entre atividades presentes no AAA do Aluno e suas correspondentes no AAA do

[25] Sobre esse assunto, conforme retratamos no Capítulo 3 do nosso trabalho, Souza (2011) já havia destacado que o material didático do Gestar II – Matemática apresenta problemas no enunciado de algumas questões.

Professor. Encontramos questões que são apresentadas completas na versão do aluno, no entanto, na versão do professor, as mesmas questões são apresentadas com omissão de tabelas, de gráficos ou de dados no enunciado. Encontramos, ainda, questões completas apresentadas na versão do aluno, as quais não constavam na versão do professor. Alguns desses casos retratamos no desenvolvimento da análise.

Ainda sobre esse assunto, lembramos o que Martinelli (2009) ressaltou em sua pesquisa, a qual descrevemos no Capítulo 3 do nosso trabalho, sobre a necessidade de revisão do material didático de Matemática do Gestar II, a fim de melhorar as disposições dos capítulos e a objetividade do material dos professores. Deste modo, acreditamos que questões ligadas à estrutura e à organização desse material didático merecem maiores investigações.

Observamos que muitas questões foram elaboradas de modo a serem trabalhadas pelos alunos em grupos ou duplas – o que poderia, dependendo da forma em que o professor viesse a mediar as relações, permitir uma aprendizagem sociointeracionista – e que muitas dessas atividades propõem o uso de materiais atrativos (como balança de dois pratos, instrumentos de medição da altura, materiais para recorte, dobraduras e colagens, etc.), o que pode vir a despertar maior interesse de participação nas aulas por parte dos alunos. Contudo, mesmo nessas atividades, segundo os resultados obtidos em nossa pesquisa, a maioria das questões mobilizou o conhecimento algébrico por meio do automatismo, da aplicação de exercícios, os quais se limitaram à repetição de estratégias em suas resoluções para promover o estudo dos conteúdos algébricos.

Sabendo que o material didático de Matemática do Gestar II é o principal auxiliador didático do professor, neste modelo de formação continuada, consideramos que os problemas encontrados na elaboração de muitas questões podem trazer prejuízo aos processos de ensino-aprendizagem, principalmente se os professores cursistas não atentarem para tais problemas, buscando saná-los no decorrer do processo formativo e em suas aulas de aula.

O nosso trabalho analisou apenas as atividades de álgebra presentes nos AAA, respeitando a relação que estes mantêm com as Unidades Didáticas (UD) dos cadernos de Teoria e Prática (TP) correlatos. Portanto, para a análise das atividades no contexto de cada Aula, observamos ainda as sugestões e orientações de trabalho dadas ao professor, considerando que estes seguiram minunciosamente cada uma delas.

Contudo, reconhecemos que a prática docente é algo determinante nos processos de ensino-aprendizagem, e que o professor, no cotidiano escolar, pode não seguir à risca as sugestões do material. Pode, inclusive, conduzir suas aulas de forma mais dinâmica do que lhes é proposto, de modo a vir a favorecer os processos metacognitivos de ensino-aprendizagem.

Muitas pesquisas voltadas para a metacognição no ensino de Matemática têm sido desenvolvidas nos últimos anos. A exemplo destas, destacamos Araújo (2009), que desenvolveu sua pesquisa considerando a relação entre a metacognição e rompimento do contrato didático no ensino de Matemática, e Lucena (2013), que investigou a metacognição no livro didático de Matemática.

Em sua pesquisa, Araújo (2009) destacou que, para a promoção de um ensino-aprendizagem metacognitivo, não basta ao professor promover aulas participativas, mas deve investir na qualidade das interações, de modo a promover o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sala de aula. Contudo, para que isso ocorra, "se faz necessária a mudança no contrato didático tradicional, que faz parte da maioria das classes de Matemática, partindo da mudança na concepção do professor, sobre o ensino-aprendizado da álgebra" (p.181).

Pesquisamos a metacognição no material didático de um programa de formação continuada do MEC, voltado para professores dos anos finais do ensino fundamental, e não levamos em conta a prática docente dos profissionais participantes do referido programa.

Considerando os resultados encontrados em nosso trabalho, levantamos, então, algumas questões que podem abrir espaço para novas discussões: Em que medida a prática de ensino dos professores cursistas do Gestar II, fazendo uso do material didático do referido Programa, pode romper com o contrato didático tradicional? Até que ponto as questões identificadas como promotoras da metacognição em nosso trabalho, por meio da prática docente, poderiam realmente favorecer uma aprendizagem reflexiva? Em que medida as atividades e oficinas destinadas para resolução em grupos, por meio da mediação do professor, podem favorecer a aprendizagem sociointeracionista?

Questionamos, ainda, se os materiais didáticos utilizados por outros programas de formação continuada para professores da educação básica podem viabilizar processos metacognitivos em sua elaboração – a exemplo disso, destacamos o material didático do Pró-Letramento, curso de formação destinado a professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

Esperamos também que possam surgir novas discussões sobre a metacognição em outros tipos de materiais de auxílio didático (programas computacionais, tele aulas, etc.) que venham a favorecer o uso de estratégias metacognitivas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L. F. **Rompendo o contrato didático**: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. 2009. 301 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BENAVIDES, D. L.; VALDIVIA, I. A. Promover la regulación del comportamiento en tareas de aprendizaje cooperativo en línea a través de la evaluación. **RIED: revista iberoamericana de educación a distancia**, v. 14, n. 1, p. 161-183, 2011. Disponível em: http://ried.utpl.edu.ec/images/pdfs/volumen14-1/promoverlaregulacion.pdf. Acesso em: 21 nov. 2013.

BERNARD, J. E.; COHEN, M. P. Uma integração dos métodos de resolução de equações numa sequência evolutiva de aprendizado. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.111-126.

BOOTH. L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.23-36.

BORUCHOVITCH, E. Estratégias de aprendizagem e desempenho escolar: considerações para a prática educacional. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, 12, p.361-376, 1999. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/PRC/VOL12N2/08.PDF. Acesso em: 3 nov. 2013.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL. Resolução CD/FNDE nº 24, de 16 de agosto de 2010. **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – Conselho Deliberativo**. Brasília: MEC, 2010.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar I. Guia Geral**. Brasília: MEC/SEB, 2007.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Guia Geral**. Brasília: MEC/SEB, 2008a.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 1 (AAA1), Versão do Professor:** Matemática na alimentação e nos impostos. Brasília: MEC/SEB, 2008b.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 3 (AAA3), Versão do Aluno:** Matemática nas formas geométricas e na ecologia. Brasília: MEC/SEB, 2008c.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 3 (AAA3), Versão do Professor:** Matemática nas formas geométricas e na ecologia. Brasília: MEC/SEB, 2008d.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 6 (AAA6), Versão do Aluno:** Matemática nas migrações e nos fenômenos cotidianos. Brasília: MEC/SEB, 2008e.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 6 (AAA6), Versão do Professor:** Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos. Brasília: MEC/SEB, 2008f.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 (TP 1):** Matemática na alimentação e nos impostos. Brasília: MEC/SEB, 2008g.

______. Secretaria de Educação Básica. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 6 (TP 6):** Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos. Brasília: MEC/SEB, 2008h.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1997.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRITO LIMA, A. P. A.; ALMEIDA, F. E. L. O contrato didático na aula de Matemática: negociações na introdução à álgebra na 7ª série do Ensino Fundamental. In: BRITO LIMA, A. P. A. et al. **Pesquisas em Fenômenos Didáticos: alguns cenários**. 1. ed. Recife: EDUFRPE, 2010. p. 97-113.

BRITO MENEZES, A. P. A. **Contrato didático e transposição didática:** inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino fundamental. 2006. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

BROWN, A. Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In: WEINERT, F. E.; KLUWE, R. H. (Eds.). **Metacognition, motivation, and understanding**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1987. p.65-116.

BURÓN, J. Enseñar a aprender: introdución a la Metacognición. 8. ed. Bilbao: Mensagero, 2002. (Recursos e instrumentos psicopedagógicos)

CÂMARA DOS SANTOS, M. Algumas concepções sobre o ensino-aprendizagem de matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 9, nº 12, p. 38-46, jun. 2002.

______. Professor, afinal, quem inventou essa tal de Matemática? In: SILVA, A. M. M. et al (Orgs.). **Novas Subjetividades, Currículo, Docência e Questões Pedagógicas na Perspectiva da Inclusão Social**. Recife: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino - ENDIPE, 2006. p. 459-464.

CAMPANARIO, J. M.; OTERO, J. C.; Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de Ciencias. **Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas**, v. 18, n. 2, p.155-170, 2000. Disponível em: http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v18n2p155.pdf. Acesso em: 25 out. 2013.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v.16, n.2, p.81-118, 2009. Disponível em: http://www.rdpc.uevora.pt/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em: 5 out. 2013.

CARRASCO, J. B. **Estrategias de aprendizaje: para aprender más y mejor**. Madrid: Ediciones Rialp, 2004.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção Magistério 2º Grau. Série formação do professor)

CHALOUH, L.; HERSCOVICS, N. Ensinando expressões algébricas de maneira significativa. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.37-48.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. 3. ed. Buenos Aire, Argentina: Aique, 1998. (Psicologia Cognitiva y Educación)

D'AMBRÓSIO, U. Álgebra moderna e a escola secundária. **Revista Atualidades Pedagógicas**, Campinas, SP, n.49, p.233-244, jan./abr. 1961. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/view/667. Acesso em: 3 fev. 2013.

______. **Etnomatemática: elo entre as transições e a modernidade**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DANTE, L. R. **Matemática**. Ensino Médio. Volume único. Livro do professor. 1.ed. São Paulo: Ática, 2005.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. 8ª Série. São Paulo: Ática, 2002.

DAVIS, C.; NUNES, M. M. R.; NUNES, C. A. A. Metacognição e sucesso escolar: articulando teoria e prática. **Cadernos de Pesquisa**, v.35, n.125, p.205-230, maio/ago. 2005.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de Ciências: fundamentos e métodos**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009. (Docência em Formação: Ensino Fundamental)

DEMANA, F.; LEITZEL, J. Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.70-78.

FERNÁNDEZ, J. R. M. **Concepción de aprendizaje, metacognición y cambio conceptual en estudiantes universitarios de psicología**. 2004. 253 f. Tesis (Doctoral en Procesos Cognitivos) – Universitat de Barcelona, Barcelona, 2004.

FIORENTINI, D. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil. **Bolema: Mathematics Education Bulletin = Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro: UNESP, 2008, v.21, n.29, p. 43-70.

______; FERNANDES, F.L.P.; CRISTOVÃO, E.M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. In: V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática – V CIBEM, 2005, Portugal. Atas em CD-Rom, 2005.

FLAVELL, J. H. Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive – developmental inquiry. **American Psychologist**, v.34, n.10, p.906-911, out./1979. Disponível em: http://www4.ncsu.edu/~jlnietfe/Metacog_Articles_files/Flavell%20(1979).pdf. Acesso em: 29 set. 2013.

______. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F. E.; KLUWE, R. H. (Eds.). **Metacognition, motivation and understanding**, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1987. p.21-29.

FREIRE, R. S.; CASTRO-FILHO, J.A. **Desenvolvendo conceitos algébricos no ensino fundamental com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem**. In: Anais do XXVI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação.XXII, 2006, Workshop de Informática na Escola (WIE), Campo Grande, MS, 2006.

GERRIKAETXEBARRIA, J. X. U. La orientación metacognitiva: um estudio sobre la capacidad transferencial de la metacognición y su influencia en el rendimiento intelectual. **Revista de Psicodidáctica**, Vitoria-Gasteiz, ESP: Escuela Universitaria de Magisterio, n.1, 1996, p.27-53.

GOTI, M. C. Metacognición y motivación en el aula. **Revista de Psicodidáctica**, n.6, p.99-107, 1998. Disponível em: http://www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/viewFile/81/77#page=100. Acesso em: 28 nov. 2013.

GRILLO, M. Construção da avaliação: estratégias metacognitivas. In: ENRICONE, D.; GRILLO, M. (Orgs.). **Avaliação: uma discussão em aberto**. 2. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2003. p.73-82.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.1-8.

HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. **O Ensino de Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

JOU, G. I.; SPERB, T. M. A metacognição como estratégia reguladora da aprendizagem. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, 19(2), p.177-185, 2006.

KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.104-110.

LAFORTUNE, L.; SAINT-PIERRE, L.; **A afectividade e a metacognição na sala de aula**. 1. ed. Lisboa, Portugal: Instituto Piaget, 1996. (Horizontes Pedagógicos)

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o Século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

LESTER, Frank K. et al. Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. **Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives**, p. 41-69, 1985.

LUCENA, A. M. **A metacognição no livro didático de Matemática:** um olhar sobre os números racionais. 2013. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

MAIA, L. S. L. Vale a pena ensinar Matemática. In: BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (Orgs.). **A Pesquisa em Educação Matemática: repercussões na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2009. p.13-57.

MARTINELLI, E. L. **O impacto do programa Gestar II de Matemática na atividade docente, no estado de Tocantins inserido na região amazônica**. 2009. 316 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2009. Disponível em: http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/8661/1/2009_ElidioLuiz Martinelli.pdf. Acesso em: 18 out. 2013.

MOURA, M. O. Saberes Pedagógicos e Saberes Específicos: desafios para o ensino de Matemática. In: SILVA, A. M. M. et al (Orgs.). **Novas Subjetividades, Currículo, Docência e Questões Pedagógicas na Perspectiva da Inclusão Social**. Recife: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino - ENDIPE, 2006. p.489-504.

MURAD, R. R. **Auto-avaliação e avaliação do parceiro:** estratégias para o desenvolvimento da metacognição e o aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizagem. 2005. 123 f. Tese de Doutorado – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005. Disponível em: http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/23/TDE-2005-03-23T10:59:15Z-339/Publico/teseraissa.pdf. Acesso em: 15 set. 2013.

OLIVEIRA, D. L. **A prática profissional de professores do Distrito Federal a partir do curso Gestar II Matemática**. 2013. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2013. Disponível em: http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/13363/1/2013_DeireLuciaOliveira.pdf. Acesso em: 15 out. 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p.213-231.

PIAGET, J. A teoria de Piaget. In: CARMICHAEL, L. **Manual da psicologia da criança**: desenvolvimento cognitivo I. São Paulo: EPU / USP, 1975. p.71-115.

PORTILHO, E. M. L. **Como se aprende?** Estratégias, estilos e metacognição. Rio de Janeiro: Wak, 2009.

______; DREHER, S. A. S. Categorias metacognitivas como subsídio à prática pedagógica. **Educação e Pesquisa**, v. 38, n. 1, p.181-196, 2012.

RAMOS, I. O.; VERDE, R. M. De la reflexión a la corregulación en el aprendizaje. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 38, n. 2, p. 1-7, 2006.

RIBEIRO, C. Metacognição: um apoio ao Processo de aprendizagem. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, 16(1), p.109-116, 2003.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2007. (Série Educação em Ação)

SANMARTÍ, N. **10 ideas clave: evaluar para aprender** . 1. ed. Barcelona: GRAÓ, 2007.

SANTOS JUNIOR, C. P. **Estratégias utilizadas por alunos do 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de partilha**. 2013. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

SCHOEN, H. L. Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.135-144.

SCHOENFELD, A. H. Teaching the crafts of reading, writing and mathematics. In: COLLINS, A.; BROWN, J. S.; NEWMAN, S. E. Cognitive apprenticeship: L. B.

Resnick (Ed.), **Knowing, learning and instruction.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers. 1983, p.453-494.

SORO, P. M. B. **Estrategias metacognitivas y de aprendizaje**: estudio empírico sobre el efecto de la aplicación de un programa metacognitivo, y el dominio de las estrategias de aprendizaje en estudiantes de E.S.O, B.U.P y Univesidad. 2001. 333 f. Tesis (Doctoral en Educación) – Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 2001.

SOUZA, J. M. S. **Álgebra escolar na EJA:** análise de uma sequência de aulas do Programa GESTAR II. 2011. 97 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2011.

TANNER, H.; JONES, S. Self-Efficacy in Mathematics and Students' Use of Self-Regulated Learning Strategies during Assessment Events. **International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 4, 2003, p.275-282. Disponível em: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED501134.pdf. Acesso em: 2 dez. 2013.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.(Orgs.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p.9-22.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001. (Psicologia e Pedagogia)

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. (Psicologia e Pedagogia)

VILA, I. M. La enseñanza de las estrategias de aprendizaje y las habilidades metacognitivas. **Perfiles educativos**, n. 65, 1994. Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13206508. Acceso en: 22 set. 2013.

WITTER, G. P.; WUO, W.; MORAIS, A. Capacitação Docente: níveis de formação. In: WITTER, G. P.; WUO, W. (Orgs.). **Ensino de Ciências e Matemática: formação e atuação de professores**. Cotia, SP: Ateliê, 2011. p.75-100.

ZIMMERMAN, B. J. Becoming a self-regulated learner: An overview. **Theory into practice**, v. 41, n. 2, p. 64-70, 2002. Disponível em: http://commonsenseatheism.com/wp-content/uploads/2011/02/Zimmerman-Becoming-a-self-regulated-learner.pdf. Acesso em: 22 out. 2013.

______. Self-regulated learning and academic achievement: an overview. **Educational psychologist**, v. 25, n. 1, p. 3-17, 1990. Disponível em: http://www.unco.edu/cebs/psychology/kevinpugh/motivation_project/resources/zimmerman90.pdf. Acesso em: 29 nov. 2013.