Érika Fialho Morais Xavier

Abordagem bayesiana para modelos dinâmicos de biomassa

Recife, PE

Fevereiro de 2018



Universidade Federal Rural de Pernambuco Pró Reitoria de Pesquisa e Pós Graduação Programa de Pós Graduação em Biometria e Estatística Aplicada

Érika Fialho Morais Xavier

Abordagem bayesiana para modelos dinâmicos de biomassa

Recife, PE Fevereiro de 2018. Érika Fialho Morais Xavier

Abordagem bayesiana em modelos dinâmicos de biomassa

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, em cumprimento das exigências legais para obtenção do título de Doutor.

Área de concentração: Biometria e Estatística Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Humber Agrelli de Andrade

> Recife, PE Fevereiro de 2018.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

X3a Xavier, Erika Fialho Morais. Abordagem bayesiana para modelos dinâmicos de biomassa / Erika Fialho Morais Xavier. - Recife, 2018. 85 f.: il.
Orientador(a): Humber Agrelli de Andrade. Tese (Doutorado) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, Recife, 2018. Inclui referências e apêndices.
1. Modelos de produção. 2. Acurácia 3. Parâmetro de forma 4. Espadarte 5. Albacora bandolim I. Andrade, Humber Agrelli de, orient. II. Título. Érika Fialho Morais Xavier

Abordagem bayesiana para modelos dinâmicos de biomassa

Tese julgada adequada para obtenção do título de Doutor em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 23/02/2018 pela Comissão Examinadora.

Aprovado em: 23 / 02 / 2018

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Humber Agrelli de Andrade Orientador DEPAq - UFRPE

Prof. Dr. Paulo José Duarte Neto DEINFO - UFRPE

> Profa. Dra. Tatijana Stosic DEINFO - UFRPE

Prof. Dr. Antonio Samuel Alves da Silva DEINFO - UFRPE

Prof. Dr. Ricardo Alves de Olinda DE - UEPB

Aos meus pais, Pedro *(in memorian)* e Salete. Ao meu esposo, Silvio.

Agradecimentos

Agradecer é reconhecer-se pequeno. É admitir que não se chega a lugar algum sozinho. E eu, de fato, não cheguei até aqui sozinha. Este trabalho é fruto de quatro anos de dedicação intensa, de dias e noites de incansáveis estudos. Mas o título de doutorado vai além de apenas quatro anos, é fruto de uma vida inteira de árduo trabalho. Por isto sou grata à todos que passaram por minha vida e me fizeram chegar até aqui.

Agradeço ao meu Deus. Minha fortaleza, meu amparo. Minha luz em meio a escuridão. Obrigada, Senhor, por me guiar até aqui. Agradeço também a minha família, minha base. Em especial minha mãe, Salete, meu pai, Pedro (*in memorian*), meus irmãos, Nyedja e Júnior. Obrigada pelo apoio incondicional. À minha família de Olinda, minha sogra Ana, meu sogro Silvio, minha cunhada Fernanda. Ter a companhia de vocês tornou agradável este período tão difícil. Ao meu esposo, Silvio. Sempre presente, sempre me apoiando e incentivando, sem ele eu certamente não teria chegado até aqui.

Aos amigos que o doutorado me trouxe, obrigada! Em especial Leila e Evelyn. Aos amigos que a vida me trouxe e em particular aos que foram tão presentes nestes quatro anos, Aninha, Diego, Thiago, Simone, obrigada! Aos amigos que o karatê me trouxe, fundamentais para que eu pudesse manter meu corpo e minha mente sãos, Sensei Gérson, Mário, Lila, Mariana, levarei vocês comigo por onde eu for, Oss! Aos tantos professores que me ajudaram ao longo de uma vida, Nicácio, Fernanda, Éder, Salete, Marlene, Araújo, Daniel, Diana, Gustavo, Gil, Juarez, Eufrázio e tantos outros, vocês são inspiração para mim, obrigada!

Ao meu orientador, Professor Humber, e aos membros da banca, Professores Paulo, Tatijana, Samuel e Ricardo, obrigada pela disponibilidade e pelas contribuições para a concretização deste trabalho. Agradeço também as contribuições da Professora Viviane. Aos funcionários e professores do DEINFO, em especial ao sempre prestativo Marco.

À CAPES pelo apoio financeiro.

"Porque o Senhor dá a sabedoria, da Sua boca é que vem o conhecimento e o entendimento."

Provérbios 2:6

Resumo

Espécies de atuns e afins representam um grande atrativo para empresas e pescadores em geral, em virtude da qualidade da carne, do alto valor comercial e da ampla distribuição nos oceanos. Uma gestão adequada é fundamental para a sobrevivência de algumas espécies e para a sustentabilidade da pesca, e o conhecimento sobre estimativas de abundância e variações da biomassa das populações é primordial para a gestão de pesca. Os modelos dinâmicos de biomassa são importantes técnicas para o cálculo destas estimativas. Este estudo propôs o uso da análise bayesiana para os modelos de Fox, Schaefer e Pella-Tomlinson. Inicialmente, objetivou-se avaliar a acurácia e a precisão da informação adquirida ao longo dos anos sobre os parâmetros dos modelos. Para isto, utilizaram-se dados de captura e captura por unidade de esforço do espadarte (Xiphias gladius) do Atlântico Sul. Concluiu-se que não houve avanço quanto à precisão e acurácia, tomando como valores "verdadeiros" para os parâmetros as estimativas do último relatório da International Commission for the Conservation of Atlantic Tunas (ICCAT). Sequencialmente, objetivou-se avaliar o modelo dinâmico de biomassa de Pella e Tomlinson, considerando a variação e a fixação do parâmetro de forma em um valor escalar. Neste caso, utilizaramse dados de captura por unidade de esforço e captura da albacora bandolim (Thunnus obesus) do Atlântico. Concluiu-se que o modelo de Pella e Tomlinson com estimação do parâmetro de forma por meio de uma priori é mais susceptível às influências de dados pouco informativos e com pontos discrepantes e produz estimativas mais imprecisas do que quando se fixa o parâmetro de forma em um valor escalar, nos modelos de Schaefer e Fox.

Palavras-chave: Modelos de produção, acurácia, parâmetro de forma, espadarte, albacora bandolim.

Abstract

Tuna and tuna-like species represent a great attraction for companies and fishers in general, due to their meat quality, their high commercial value and their extensive distribution in the oceans. Appropriate management is fundamental to the survival of some species, and to the sustainability of fisheries. In this way, knowledge about abundance estimates and population biomass variations is paramount for fisheries management. Dynamic models of biomass are essential techniques for calculating the estimates. This study proposed the use of Bayesian analysis for the models of Fox, Schaefer and Pella-Tomlinson. Initially, the objective was to evaluate the accuracy and precision of the information acquired about the parameters of the models. For this, catch and catch per unit effort data of the South Atlantic swordfish (Xiphias gladius) were used. It was concluded that there was no progress on precision and accuracy, taking as true "values" for the parameters the estimates of the last report of The International Commission for the Conservation of Atlantic Tunas (ICCAT). Sequentially, the objective was to evaluate the dynamic model of the biomass of Pella and Tomlinson, considering the variation and the fixation of the shape parameter in a scalar value. In this case, were used catch and catch per unit effort data of bigeye tuna (Thunnus obesus) of Atlantic. It was concluded that the model of Pella and Tomlinson with estimation of the shape parameter through of a prior distribution is more susceptible to influences of non informative data and with discrepant points, and produces estimates more imprecise than when the form parameter is set as a scalar value, in the models of Schaefer and Fox.

Keywords: Production models, accuracy, shape parameter, swordfish, bigeye tuna.

Sumário

Lista de Figuras		p. xii			
Lista de Tabelas p			p. xvi		
1	Intr	roduçã	odução		
2	Rev	visão d	e literatura	p.4	
	2.1	Model	los dinâmicos de biomassa	p. 4	
		2.1.1	Modelo de Schaefer	p.6	
		2.1.2	Modelo de Fox	p. 7	
		2.1.3	Modelo de Pella e Tomlinson	p.8	
	2.2	Métoc	los bayesianos	p.9	
		2.2.1	Prioris conjugadas	p.9	
		2.2.2	Priori não informativa de Jeffreys	p.10	
		2.2.3	Distribuição a Posteriori	p.11	
		2.2.4	Estimadores de Bayes	p.11	
		2.2.5	Inferência bayesiana nos modelos dinâmicos de biomassa	p.12	
		2.2.6	Métodos de aproximação bayesiana	p.13	
		2.2.7	Diagnóstico de Gelman-Rubin	p.18	
		2.2.8	Estimação por intervalos bayesianos	p. 19	
		2.2.9	Verificação da qualidade dos ajustes	p. 20	

3 Avaliação da precisão e acurácia dos parâmetros do modelo de produção de Schaefer aplicado ao espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico

Sul			p. 22
3.1	Introd	ução	p. 22
3.2	Dados	e metodologia	p. 23
	3.2.1	Dados	p. 23
	3.2.2	Metodologia	p. 24
	3.2.3	Modelo e estimativas	p. 25
	3.2.4	Métricas	p. 26
3.3	Result	ados	p. 28
3.4	Discus	são	p. 32
Moo	delo de	e produção de Pella e Tomlinson com abordagem bayesi-	
ana			p. 35
4.1	Introd	ução	p. 35
4.2	Dados	e metodologia	p. 36
	4.2.1	Dados	p. 36
	4.2.2	Modelo de Pella e Tomlinson	p. 37
	4.2.3	Prioris e diagnósticos de convergência	p. 39
4.3	Result	ados	p. 40
	4.3.1	Captura e CPUE	p. 40
	4.3.2	Parâmetro de forma fixo em 1: Modelo de Schaefer $\ .\ .\ .\ .$.	p. 41
	4.3.3	Parâmetro de forma fixo em aproximadamente 0: Modelo de Fox	p. 44
	4.3.4	Modelo de Pella e Tomlinson com estimação do parâmetro de forma	p. 47
	4.3.5	Critério de comparação entre os modelos	p. 51
4.4	Discus	são	p. 52
Con	sidera	ções finais	p. 54
e ferê i	ncias		p. 55
	Sul 3.1 3.2 3.3 3.4 Moo ana 4.1 4.2 4.3 4.4 Con	Sul 3.1 Introde 3.2 Dados 3.2.1 3.2.1 3.2.2 3.2.3 3.2.4 3.2.4 3.3 Result 3.4 Discus 4.1 Introde 4.2 Dados 4.1 Discus 4.2 Dados 4.3 Result 4.3 Result 4.3.1 4.2.3 4.3 Result 4.3.3 4.3.4 4.3.5 4.3.5 4.4 Discus	Sul 3.1 Introdução

Apêndice A – Diagnóstico de Gelman Rubin	p. 60
Apêndice B – Diagnóstico de Gelman Rubin	p. 62
Apêndice C – Gráficos de resíduos	p. 65
Apêndice D – Prioris e posterioris	p. 68

Lista de Figuras

1	Relação linear entre a captura e o esforço de pesca em sistemas pesquei- ros. FONTE: Sparre e Venema (1997)	p. 5
2	Excedente de produção de um estoque em relação à sua biomassa cal- culado com o modelo de Schaefer. Para o exemplo ilustrativo os valores dos parâmetros foram $k = 1350000$, $r = 0.2$ e $q = 1 \times 10^{-6}$	p.6
3	Excedente de produção de um estoque em relação à sua biomassa cal- culado com o modelo de Fox. Para o exemplo ilustrativo os valores dos parâmetros foram $k = 1350000$, $r = 0.2$ e $q = 1 \times 10^{-6}$	p. 7
4	Curva de produção $G(B)$ em relação a biomassa relativa de uma po- pulação hipotética com diferentes valores para o parâmetro de forma p .	p. 8
5	Representação Gráfica de um Processo Estocástico como uma família de Variáveis Aleatórias. Fonte: Morettin e Toloi (2004)	p. 15
6	Exemplo do efeito do aumento da série temporal na área e forma do polígono calculado com base nas posterioris conjuntas de $r \in k$	p. 26
7	Série temporal da captura do espadarte (Xiphias gladius) do Atlântico Sul	p. 28
8	Série temporal das taxas de captura padronizadas do espadarte (<i>Xiphias gladius</i>) do Atlântico Sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai	p. 29
9	Diagramas de caixa das posterioris marginais do crescimento intríseco (r) para o espadarte (Xiphias gladius) do Atlântico sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai. Caixas brancas representam os casos onde	
	não houve convergência.	p. 30

10	 Diagramas de caixa das posterioris marginais da capacidade de suporte (k) para o espadarte (Xiphias gladius) do Atlântico sul. BRA1 e BRA2 Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai. Caixas brancas representam os casos onde não houve convergência. 	p. 30
11	Áreas dentro dos polígonos definidos pelas linhas de contorno das pos- terioris conjuntas $r \times k$, calculadas para o espadarte (<i>Xiphias gladius</i>) do Atlântico Sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai	p. 31
12	Distância euclidiana entre a média das amostras das posterioris marginais de r e k e os valores tomados como verdadeiros ($r = 0.26$ e $k = 251.320t$), conforme calculado para o espadarte (<i>Xiphias gladius</i>) do Atlântico Sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai	p. 32
13	Curva de produção $G(B)$ em relação a biomassa relativa de uma po- pulação hipotética com diferentes valores para o parâmetro de forma p .	p. 38
14	Relação entre o parâmetro de forma (p) e a razão $\phi \equiv B_{MSY}/k$	p. 38
15	Captura total anual de albacora bandolim (<i>Thunnus obesus</i>) no Oceano Atlântico.	p.41
16	Taxas de captura padronizadas da albacora bandolim (<i>Thunnus obesus</i>) do Atlântico.	p. 41
17	Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série Açores no modelo de Schaefer.	p. 42
18	Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série Japão no modelo de Schaefer.	p. 42
19	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Scha- efer para a série dos Açores.	p. 43
20	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Scha- efer para a série do Japão.	p.43
21	Valores ajustados das capturas por unidade de esforço padronizada (CPUE) e valores observados, com intervalo de 95% de credibilidade (IC) para as séries Açores (A) e Japão (B) no modelo de Schaefer	p. 44

22	Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série dos Açores no modelo de Fox	p. 45
23	Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série do Japão no modelo de Fox	p. 45
24	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Fox para a série dos Açores	p. 45
25	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Fox para a série do Japão.	p. 46
26	Valores ajustados das capturas por unidade de esforço (CPUE) e valores observados, com intervalo de 95% de credibilidade (IC) para as séries Açores (A) e Japão (B) no modelo de Fox	p. 47
27	Gráfico do traçado dos parâmetros p, r, q e k para a série Açores no modelo de Pella e Tomlinson	p. 48
28	Gráfico do traçado dos parâmetros $p, r, q \in k$ para a série Japão no modelo de Pella e Tomlinson	p. 48
29	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série dos Açores.	p. 49
30	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série do Japão.	p. 49
31	Valores ajustados das capturas por unidade de esforço (CPUE) e valores observados, com intervalo de 95% de credibilidade (IC) para as séries Açores (A) e Japão (B) no modelo de Pella e Tomlinson	p. 51
A.1	Diagnóstico Gelman Rubin para verificar a convergência do parâmetro r. BRA - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SPN - Espanha, TAI1, TAI2 e TAI3 - Taiwan, URU1 e URU2 - Uruguai.	p. 60
A.2	Diagnóstico Gelman Rubin para verificar a convergência do parâmetro k. BRA - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SPN - Espanha, TAI1, TAI2 e	60
A.3	 IAI3 - Iaiwan, UKUI e UKU2 - Uruguai. Diagnóstico Gelman Rubin para verificar a convergência do parâmetro q. BRA - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SPN - Espanha, TAI1, TAI2 e 	p. 60
	TAI3 - Taiwan, URU1 e URU2 - Uruguai.	p.61

C.1	Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Schaefer para a série dos Açores.	p. 65
C.2	Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Schaefer para a série do Japão.	p. 65
C.3	Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Fox para a série dos Açores	p. 66
C.4	Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Fox para a série do Japão.	p. 66
C.5	Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Pella e Tomlinson para a série dos Açores	p. 67
C.6	Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Pella e Tomlinson para a série do Japão.	p. 67
D.1	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série dos Açores com priori Gamma para $p.$	p. 68
D.2	Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série do Japão com priori Gamma para o $p.$	p. 68

Lista de Tabelas

1	Rótulos dos índices relativos de abundância para o espadarte (<i>Xiphias gladius</i>) do Atlântico Sul. Séries brasileiras (BRA1, BRA2), uruguaia (URU), sul-africana (SAF), espanholas (SPN1, SPN2) e japonesas (JPN1,	
	JPN2). Fonte: (ANON, 2017)	p. 24
2	Estimativas dos parâmetros a partir da distribuição à posteriori no mo- delo de Schaefer para as séries Açores e Japão	p. 43
3	Estimativas dos parâmetros a partir da distribuição à posteriori no mo- delo de Fox para as séries Açores e Japão.	p. 46
4	Estimativas dos parâmetros a partir da distribuição à posteriori no mo- delo de Pella e Tomlinson para as séries Açores e Japão	p. 50
5	Deviance information criterion (DIC) e número efetivo de parâmetros (ρ_D)	p. 51
B.1	Diagnóstico de convergência Gelman-Rubin para o modelo de Pella e Tomlinson	p. 62
B.2	Diagnóstico Gelman-Rubin para o modelo de Pella e Tomlinson nos casos onde não houve convergência.	p.63

1 Introdução

Atividades pesqueiras desempenham um papel econômico e social fundamental para a sobrevivência de milhões de pessoas, desde pequenos pescadores e consumidores em geral até trabalhadores e gestores de grandes fábricas de processamento dos produtos. A pesca é essencial para a geração de renda e redução da pobreza e desigualdade em todo o mundo (NOMURA, 2010).

Em virtude da ampla distribuição nos oceanos, da qualidade da carne e do alto valor comercial, a demanda por atuns e afins é sempre crescente (CASTELLO, 2007), o que atrai o interesse tanto de grandes empresas quanto de pescadores e pequenos produtores. Entretanto, a pesca desordenada e a busca de alta rentabilidade pode gerar impactos ambientais e colocar em risco não apenas a população capturada, mas também outras espécies relacionadas, capturadas como fauna acompanhante. Uma gestão adequada é fundamental para a sobrevivência de algumas das espécies envolvidas, bem como para a sustentabilidade das atividades pesqueiras.

Para administrar as pescarias é fundamental dispor de estimativas das variações da abundância das populações ao longo dos anos. Uma das técnicas disponíveis para a avaliação do nível de exploração dos estoques é a análise com modelos dinâmicos de biomassa, ou modelos excedente de produção. Através dos modelos dinâmicos de biomassa pode-se obter um prognóstico do efeito da pesca sobre as capturas e a abundância do estoque, ao tempo que se objetiva a conservação do recurso em níveis sustentáveis e elevados de produção (CASTELLO, 2007).

A ideia geral na base dos modelos de produção é que a relação matemática entre a função de produção e a biomassa possui forma igual ou similar a uma parábola, e que a produção "máxima sustentável" é o ponto de máximo. Na ausência de esforço a captura é zero, e com o aumento exagerado do esforço o estoque pode ser reduzido a um nível extremamente baixo, fazendo com que os peixes remanescentes não sejam capazes de produzir um excesso em relação à captura. Assim, a produção máxima sustentável é obtida quando há um ponto de equilíbrio entre a ausência e o aumento exagerado do esforço de pesca (HILBORN; WALTERS, 1992).

Entre os principais modelos de produção encontrados na literatura estão os propostos por Schaefer (SCHAEFER, 1954), Fox (FOX, 1970) e Pella e Tomlinson (PELLA; TOMLIN-SON, 1969). O modelo de Pella e Tomlinson é mais adaptável a possíveis situações reais pois flexibiliza, através de um parâmetro de forma, o deslocamento da máxima da função de produção. Porém, o valor do parâmetro de forma é desconhecido e de difícil estimativa (QUINN; DERISO, 1999; PRAGER, 2002). Frequentemente assume-se um valor pré definido para o parâmetro, possibilitanto a adaptação do modelo de Pella e Tomlinson aos modelos de Fox ou Schaefer.

A maior vantagem dos modelos de produção é que eles requerem apenas dados de captura e esforço de pesca, informações que normalmente são acumuladas ao longo de muitos anos nas diferentes pescarias (PITCHER; HART, 1982; CADIMA, 2003). Em muitos casos os dados de captura e esforço são utilizados para calcular um índice relativo de abundância, usado como dado de entrada nos modelos de produção.

A análise bayesiana descreve, por meio de modelos probabilísticos, o conhecimento prévio sobre os parâmetros populacionais em conjunto com as informações fornecidas pelos dados. Deste modo, à medida em que novos dados são analisados, o conhecimento sobre os parâmetros é modificado. É esperado que, com o acúmulo de novos dados ano após ano, as incertezas sobre os parâmetros dos modelos sejam reduzidas e as estimativas sejam cada vez mais precisas. No entanto, dados oriundos da pesca comercial, como é o caso da maioria dos estoques de atuns, podem ser tendenciosos ou pouco informativos. Não se sabe ao certo se as atualizações e acúmulos de dados estão levando os pesquisadores a um melhor conhecimento sobre os estoques e a estimativas mais precisas e exatas.

Neste trabalho propõe-se o estudo dos modelos dinâmicos de biomassa com métodos bayesianos e estudo de caso em populações de atuns no Oceano Atlântico. Inicialmente, objetivou-se avaliar a informação adquirida ao longo dos anos através dos dados. Para isto, o modelo de Schaefer foi analisado com séries temporais de captura e captura por unidade de esforço (CPUE) do espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico Sul. Em seguida, objetivou-se analisar o modelo de Pella e Tomlinson com modelos probabilísticos bayesianos para os parâmetros e estudo de caso na albacora bandolin (*Thunnus obesus*) do Atlântico. As séries de captura e CPUE do espadarte e da albacora bandolin são de domínio público e estão disponíveis em relatórios International Commission for the Conservation of Atlantic Tunas (ICCAT).

Organização dos Capítulos

Os Capítulos 1 e 2 correspondem a parte introdutória do trabalho. No Capítulo 1 apresenta-se a proposta geral de estudo e no Capítulo 2 apresenta-se uma breve revisão literária sobre os modelos dinâmicos de biomassa, bem como uma contextualização a respeito dos métodos bayesianos de análise estatística. O Capítulo 3 apresenta uma avaliação da acurácia e precisão adquirida ao longo dos anos sobre os parâmetros do modelo de Schaefer, com dados anuais da captura por unidade de esforço e captura do espadarte (Xiphias gladius) do Atlântico Sul. O Capítulo 4 apresenta uma abordagem bayesiana para a estimativa dos parâmetros do modelo de Pella e Tomlinson, com dados de captura por unidade de esforço e captura da albacora bandolim (Thunnus obesus) do Atlântico. Por fim, o Capítulo 5 apresentará uma breve conclusão a respeito dos resultados obtidos.

2 Revisão de literatura

2.1 Modelos dinâmicos de biomassa

Em estudos com modelos excedente de produção analisa-se a variação no tamanho da biomassa dos estoques, que pode ser expressa em função do recrutamento (nascimento) de novos indivíduos, do crescimento dos indivíduos já presentes nos estoques, da mortalidade natural e da captura. O termo "produção" se refere ao aumento na população, ou seja, a uma combinação entre o crescimento e o recrutamento. O termo "excedente de produção" representa a diferença entre a produção e a mortalidade natural do estoque, na ausência de pesca. Pode-se descrever a variação da biomassa como:

$$B_t = B_{t-1} + G(B) - C_{t-1} \tag{2.1}$$

em que B_t é a biomassa e C_t é a captura no tempo t. G(B) denota a função excedente de produção (MEYER; MILLAR, 1999).

Um princípio fundamental da teoria pesqueira é que a relação entre o esforço de pesca e a captura (Figura 1) pode ser utilizada para obtenção de estimativas sobre a dinâmica da biomassa. Frequentemente se assume que a captura é proporcional ao tamanho do estoque e ao esforço de pesca (f), na forma

$$C = qfB \tag{2.2}$$

onde q é um termo de proporcionalidade que indica a fração da biomassa capturada por unidade de esforço. Assim,

$$CPUE = \frac{C}{f} = qB \tag{2.3}$$

ou seja, a captura por unidade de esforço é proporcional à abundância do estoque e a biomassa pode ser aproximada utilizando séries temporais da captura por unidade de esforço em conjunto com uma estimativa para o coeficiente de capturabilidade (HILBORN; WALTERS, 1992). Os modelos dinâmicos de biomassa são os mais simples utilizados nas avaliações dos estoques de pesca (HILBORN; WALTERS, 1992), pois demandam apenas dados da captura e de um índice relativo de abundância do estoque, geralmente calculado com base na CPUE.



Figura 1: Relação linear entre a captura e o esforço de pesca em sistemas pesqueiros. FONTE: Sparre e Venema (1997).

A primeira aproximação analítica para os modelos de produção foi desenvolvida por Graham (1935), que propôs um modelo logístico e realizou uma aplicação para peixes do Mar do Norte. O modelo desenvolvido por Graham era pouco usual, mas serviu como base para diversos estudos posteriores.

Os modelos dinâmicos de biomassa foram vistos como os "primos pobres" na avaliação dos estoques pesqueiros quando comparados aos modelos analíticos, como os modelos estruturados por idade, por exemplo, pois os valores estimados para a produção máxima sustentável eram pouco realistas em muitos casos (HILBORN; WALTERS, 1992). Esta percepção começou a ser modificada quando Hilborn (1979) mostrou que a superestimação (ou subestimação) da captura máxima sustentável poderia estar relacionada à pobreza de dados para contrastes entre o esforço de pesca e a abundância do estoque, e não à simplicidade dos modelos de produção. Além disso, em muitos casos onde foram aplicados ambos os modelos de produção e de estrutura por idade, as respostas obtidas foram similares (QUINN *et al.*, 1985).

De maneira geral, os modelos dinâmicos de biomassa tem sido ferramentas importantes nas avaliações dos estoques pesqueiros, especialmente nas análises desenvolvidas pelas agências responsáveis pela administração das pescarias de atuns, como é o caso da ICCAT.

2.1.1 Modelo de Schaefer

Schaefer propôs um método para estimar os parâmetros logísticos em populações de peixes sob condições de exploração e sem equilíbrio, utilizando dados de séries temporais da captura e do esforço de pesca (SCHAEFER, 1954). O método ficou então popularmente conhecido como Modelo de Schaefer e tornou-se frequente em avaliações dos estoques de pesca. A função excedente de produção no modelo de Schaefer é definida por

$$G(B) = rB\left[1 - \left(\frac{B}{k}\right)\right],\tag{2.4}$$

em que B é a biomassa, r é o parâmetro de crescimento instríseco da biomassa e k é a capacidade de suporte, ou seja, a biomassa máxima que o estoque pode assumir na condição de equilíbrio, sem pesca. A relação entre o excedente de produção e a biomassa do estoque é uma parábola, conforme ilustrado na Figura 2.



Figura 2: Excedente de produção de um estoque em relação à sua biomassa calculado com o modelo de Schaefer. Para o exemplo ilustrativo os valores dos parâmetros foram $k = 1350000, r = 0.2 \text{ e } q = 1 \times 10^{-6}$.

Para o estoque em equilíbrio, a Equação excedente de produção pode ser definida por

$$Y_E = F_E B_E = r B_E - \frac{r B_E^2}{k},$$
 (2.5)

em que Y_E é a produção, F_E denota a mortalidade por pesca e B_E é a biomassa do estoque em equilíbrio. Derivando a Equação (2.5) em relação a biomassa (B_E) para encontrar o ponto máximo da função, obtem-se a biomassa associada à produção máxima do estoque (B_{msy})

$$B_{msy} = \frac{k}{2} \tag{2.6}$$

Substituindo-se (2.6) em (2.5), obtem-se a produção máxima sustentável (Y_{msy})

$$Y_{msy} = \frac{rk}{4} \tag{2.7}$$

ou seja, a produção máxima sustentável é obtida quando a biomassa do estoque é reduzida à metade da capacidade de suporte, conforme ilustrado na Figura 2.

2.1.2 Modelo de Fox

Fox utilizou a equação de crescimento de Gompertz (1825) e desenvolveu um modelo logarítmico (FOX, 1970), com função excedente de produção definida por

$$G(B) = rB\left[-ln\left(\frac{B}{k}\right)\right].$$
(2.8)

A produção máxima sustentável no modelo de Fox é definida por

$$Y_{msy} = \frac{rk}{e} \tag{2.9}$$

em que e é o número de Euler, ou número exponencial, com valor equivalente a aproximadamente 2.71. A biomassa associada à Y_{msy} é definida por

$$B_{msy} = \frac{k}{e} \tag{2.10}$$

Neste modelo, a curva de produção é assimétrica e a produção máxima é obtida quando o estoque é reduzido a aproximadamente 37% da capacidade de suporte (Figura 3).



Figura 3: Excedente de produção de um estoque em relação à sua biomassa calculado com o modelo de Fox. Para o exemplo ilustrativo os valores dos parâmetros foram k = 1350000, r = 0.2 e $q = 1 \times 10^{-6}$

2.1.3 Modelo de Pella e Tomlinson

Pella e Tomlinson desenvolveram uma generalização dos modelos de Schaefer e Fox com a adição de um parâmetro de forma, viabilizando a assimetria positiva ou negativa da curva de produção do estoque (PELLA; TOMLINSON, 1969). Uma das versões do modelo generalizado pode ser escrita como

$$G(B) = \frac{rB}{p} \left[1 - \left(\frac{B}{k}\right)^p \right]$$
(2.11)

A produção máxima sustentável no modelo generalizado é definida por

$$Y_{msy} = rk \left(\frac{1}{1+p}\right)^{\frac{1}{p}+1} \tag{2.12}$$

A biomassa associada à Y_{msy} é definida por

$$B_{msy} = \left[\frac{k^p}{(p+1)}\right]^{\frac{1}{p}} \tag{2.13}$$

Para p = 1 o modelo de Pella e Tomlinson reduz-se matematicamente ao de Schaefer, para p próximo de zero o modelo de Pella e Tomlinson é aproximado ao de Fox. O ponto de inflexão da curva de produção pode ser deslocado para a direita ou para a esquerda,

Figura 4: Curva de produção G(B) em relação a biomassa relativa de uma população hipotética com diferentes valores para o parâmetro de forma p.

dependendo do valor estimado para p Figura 13. O que torna este modelo mais flexível e adaptável a possíveis situações reais dos estoques. Outros detalhes sobre o modelo de Pella e Tomlinson serão discutidos no Capítulo 4.

2.2 Métodos bayesianos

Em qualquer estudo estatístico a informação obtida a respeito de um parâmetro θ é fundamental para sua concretização. Na maior parte dos casos θ é desconhecido e a informação inicial sobre o parâmetro θ é mínima, surge então a necessidade de um $\hat{\theta}$ (θ estimado) preciso e representativo para o parâmetro populacional. Na análise bayesiana a incerteza sobre θ é representada por meio de modelos probabilísticos para o parâmetro. De acordo com o grau de incerteza do pesquisador, podem surgir modelos probabilísticos distintos a respeito de θ , por isso quantidades observáveis e os parâmetros de um modelo são ambos considerados quantidades aleatórias. Pode-se resumir uma abordagem bayesiana como sendo a construção de uma distribuição de probabilidade a posteriori, que resulta da combinação de informações prévias, sumarizadas em uma distribuição a priori, com dados observados e descritos por um modelo probabilístico de onde pode-se obter uma função de verossimilhança (KINAS; ANDRADE, 2010). Considerando-se o parâmetro θ desconhecido, ao observar uma quantidade aleatória X pode-se ter maiores informações a respeito do parâmetro, esta relação pode ser definida pela distribuição amostral $p(x|\theta)$. A ideia de que após observar a quantidade X = x aumenta-se a informação sobre θ pode ser vista no Teorema de Bayes (BOX; TIAO, 1973), que é uma regra de atualização utilizada para quantificar este ganho de informação (Equação (2.14))

$$p(\theta|x) = \frac{p(x,\theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{\int p(\theta,x)d\theta}.$$
(2.14)

Na Equação (2.14), o termo 1/p(x) independente de θ funciona como uma constante normalizadora de $p(\theta|x)$ e para cada valor fixo de x a função $l(\theta; x) = p(x|\theta)$ fornecerá a verossimilhança de cada um dos possíveis valores do parâmetro θ . A combinação da verossimilhança com a priori de $p(\theta)$ resulta na distribuição à posteriori do parâmetro na forma usual do Teorema de Bayes (BOX; TIAO, 1973) descrita na Equação (2.15)

$$p(\theta|x) \propto l(\theta; x)p(\theta),$$
 (2.15)

de forma que a posteriori $p(\theta|x)$ é proporcional ao produto entre a verossimilhança $l(\theta; x)$ e a priori $p(\theta)$.

2.2.1 Prioris conjugadas

A partir do conhecimento que se tem sobre a quantidade θ pode-se definir uma família paramétrica de distribuições de probabilidade com valores plausíveis para θ , com

parâmetros especificados de acordo com o conhecimento prévio e chamados de hiperparâmetros para que sejam diferenciados dos parâmetros de interesse θ (LARSON, 1982; LEE, 1989). No caso de prioris conjugadas, a ideia geral é que as distribuições a priori e posteriori pertençam a mesma classe de distribuições, fazendo com que a atualização do conhecimento sobre θ envolva apenas uma mudança nos hiperparâmetros, assim, a aplicação do método Bayesiano pode ser dada definindo-se apenas a regra de atualização dos hiperparâmetros.

Definição 2.1 Se $F = p(x|\theta), \theta \in \Theta$ é uma classe de distribuições amostrais então uma classe de distribuições P é conjugada a F se

$$\forall p(x|\theta) \in F \qquad e \qquad p(\theta) \in P \Rightarrow p(\theta|x) \in P.$$

Se existe uma constante k tal que $k^{-1} = \int l(\theta; x) d\theta < \infty$ e todo $p \in P$ é definido como $p(\theta) = kl(\theta; x)$ então P é a família conjugada natural ao modelo amostral gerador de $l(\theta; x)$.

2.2.2 Priori não informativa de Jeffreys

Para encontrar uma classe de Prioris, Jeffreys (1961) utilizou o conceito de medida da Informação de Fisher.

Definição 2.2 Informação de Fisher Considere uma única observação X com função densidade de probabilidade $p(x|\theta)$. A medida de informação esperada de Fisher de θ por meio de X é definida como

$$I(\theta) = E\left[-\frac{\partial^2 \log p(x|\theta)}{\partial \theta^2}\right].$$

Se Θ for um vetor paramétrico define-se então a matriz de informação esperada de Fisher de Θ por meio de X como

$$\mathbf{I}(\Theta) = E\left[-\frac{\partial^2 \log p(x|\Theta)}{\partial \Theta \partial \Theta'}\right].$$

Este conceito de informação pode ser associado à curvatura média da função de verossimilhança. Quanto maior a curvatura, mais precisa a informação contida na verossimilhança, ou ainda, maior o valor da Informação de Fisher. Além disso, a informação $I(\theta)$ pode ser considerada como uma medida de informação global por estar associada à esperança matemática, tomada em relação a distribuição amostral $p(x|\theta)$. Com base nestes conceitos, Jeffreys propôs a seguinte definição para prioris:

Definição 2.3 Seja uma observação X com função densidade de probabilidade $p(x|\theta)$. A Priori não informativa de Jeffreys tem função de densidade definida por

$$p(\theta) \propto [I(\theta)]^{1/2}$$

Se Θ for um vetor paramétrico então

$$p(\Theta) \propto |\det \mathbf{I}(\Theta)|^{1/2}$$

2.2.3 Distribuição a Posteriori

Definição 2.4 Uma Densidade a Posteriori para θ é dada pela Densidade Condicional de Θ , dados os valores amostrais. Assim,

$$f_{\theta|x}(\theta|x) = \frac{f_{x|\Theta}(x,\theta)}{f_x(x)},$$

em que $f_{x|\Theta}(x,\theta)$ é a função de densidade conjunta para $x \in \Theta$, dada pelo produto entre a função de verossimilhança $P(x|\theta)$ e a função de densidade a priori $f_{\theta}(\theta)$, e $f_x(x)$ é a distribuição marginal de x em relação à densidade conjunta.

Larson (1982) observa que enquanto a densidade a priori expressa nossa crença sobre os valores de θ antes da amostra, a densidade a posteriori expressa nosso grau de credibilidade sobre a situação de θ , dados os resultados da amostra e a crença a priori.

2.2.4 Estimadores de Bayes

Em uma amostra aleatória X_1, \ldots, X_n tomada de uma função densidade de probabilidade $p(x|\theta)$, com θ desconhecido, o valor de θ é estimado a partir dos dados observados na amostra. Se $\theta \in \Theta$, é intuitivo supor que os possíveis valores de um estimador $\delta(X)$ também devam pertencer a Θ .

Um bom estimador é tal que, com alta probabilidade, o erro $\delta(X) - \theta$ seja bastante próximo de zero. Ao associar a cada possível valor de θ e cada possível estimativa $a \in \Theta$ uma função $L(a, \theta)$ de perda, de modo que quanto maior a distância entre $a \in \theta$, maior o valor da perda, pode-se estimar uma perda a posteriori na forma

$$E\left[L(a,\theta)|x\right] = \int_{\theta} L(a,\theta)p(\theta|x)d\theta$$

A regra de estimadores de Bayes consiste em escolher a estimativa que minimiza esta função de perda esperada. Alguns exemplos de funções de perda podem ser vistos em Bernardo e Smith (1994) e O'Hagan (1994).

2.2.5 Inferência bayesiana nos modelos dinâmicos de biomassa

Os parâmetros dos modelos dinâmicos de biomassa são desconhecidos e não há forma fechada para as distribuições à posteriori. Neste caso, os métodos de aproximação são úteis para a obtenção de amostras das distribuições à posteriori.

Seguindo a metodologia descrita em Meyer e Millar (1999), a equação de estado no modelo de Schaefer é definida em 2.16, no modelo de Fox em 2.17 e no modelo de Pella e Tomlinson em 2.18.

$$P_t|P_{t-1}, k, r, \sigma^2 = \left[P_{t-1} + rP_{t-1}\left(1 - P_{t-1}\right) - \frac{C_{t-1}}{k}\right]e^{u_t}, \qquad t = 2, ..., n$$
(2.16)

$$P_t | P_{t-1}, k, r, \sigma^2 = \left[P_{t-1} + r P_{t-1} \left(-ln P_{t-1} \right) - \frac{C_{t-1}}{k} \right] e^{u_t}, \qquad t = 2, ..., n$$
(2.17)

$$P_t|P_{t-1}, p, k, r, \sigma^2 = \left[P_{t-1} + rP_{t-1}\left(1 - P_{t-1}^p - \frac{C_{t-1}}{k}\right)\right]e^{u_t}, \qquad t = 2, ..., n, \qquad (2.18)$$

A equação de observação dos modelos é

$$I_t | P_t, q, \tau^2 = qk P_t e^{v_t}, \qquad t = 1, ..., n$$
(2.19)

O estado $P_t = B_t/k$ é a relação entre a biomassa no t-ésimo ano e a capacidade de suporte. $u_t e v_t$ são variáveis independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) normais com média zero e variância $\sigma^2 e \tau^2$, respectivamente.

Supondo independência, a distribuição conjunta à priori é definida por (2.20) nos modelos de Schaefer e Fox e (2.21) no modelo de Pella e Tomlinson:

$$p(\Theta) = p(k)p(r)p(q)p(\sigma^2)p(\tau^2)$$
(2.20)

$$p(\Theta) = p(k)p(r)p(q)p(p)p(\sigma^2)p(\tau^2)$$
(2.21)

em que Θ representa o vetor de parâmetros dos modelos, com $\Theta = (k, r, q, \sigma^2, \tau^2)$ nos modelos de Schaefer e Fox e $\Theta = (k, r, q, p, \sigma^2, \tau^2)$ no modelo de Pella e Tomlinson.

A função de verossimilhança conjunta das observações e dos estados não observáveis, supondo independência das observações é definida na Equação (2.22) para os modelos de Schaefer e Fox, bem como na Equação (2.23) para o modelo de Pella e Tomlinson

$$L(\Theta|P_t, I_t) = p(P_1|\sigma^2) \prod_{t=2}^n p(P_t|P_{t-1}, k, r, \sigma^2) \prod_{t=1}^n p(I_t|P_t, q, \tau^2)$$
(2.22)

$$L(\Theta|P_t, I_t) = p(P_1|\sigma^2) \prod_{t=2}^n p(P_t|P_{t-1}, k, r, p, \sigma^2) \prod_{t=1}^n p(I_t|P_t, q, \tau^2).$$
(2.23)

De acordo com o teorema de Bayes, a distribuição à posteriori conjunta de todos os parâmetros e estados não observáveis pode ser definida como na Equação (2.24) para os modelos de Schaefer e Fox, assim como na Equação (2.25) para o modelo de Pella e Tomlinson

$$p(\Theta|P_t, I_t) = p(k)p(r)p(q)p(\sigma^2)p(\tau^2) \times p(P_1|\sigma^2) \prod_{t=2}^n p(P_t|P_{t-1}, k, r, \sigma^2) \prod_{t=1}^n p(I_t|P_t, q, \tau^2)$$
(2.24)

$$p(\Theta|P_t, I_t) = p(k)p(r)p(q)p(p)p(\sigma^2)p(\tau^2) \times p(P_1|\sigma^2) \prod_{t=2}^n p(P_t|P_{t-1}, k, r, p, \sigma^2) \prod_{t=1}^n p(I_t|P_t, q, \tau^2).$$
(2.25)

2.2.6 Métodos de aproximação bayesiana

Supondo $g(\theta)$ como uma função particular do parâmetro θ , pode-se, convenientemente, fazer uma abordagem para a Distribuição a Posteriori, em termos da esperança de $g(\theta)$:

$$E[g(\theta)|\mathbf{x}] = \int g(\theta) p(\theta|\mathbf{x}) d\theta,$$

ou, para o caso em que θ é multidimensional, esta abordagem pode ser feita a partir das distribuições a posteriori marginais de θ , por exemplo, para $\theta = (\theta_1, \theta_2)$, então

$$p(\theta_1|\mathbf{x}) = \int p(\theta|\mathbf{x}) d\theta_2.$$

De maneira geral, o problema da inferência bayesiana consiste em calcular tais valores esperados, segundo a distribuição a posteriori de θ . Existem funções onde o cálculo da

integral é bastante complexo, principalmente com a abordagem multidimensional, assim, uma inferência exata e precisa é possível apenas se estas integrais puderem ser analiticamente calculadas. Para o caso onde este cálculo de integrais não é possível, deve-se usar métodos de aproximação. Detalhes sobre estes métodos podem ser obtidos em Gamerman (1997), Robert e Casella (1999), Robert e Casella (2004), Gamerman e Lopes (2006), Albert (2009), Robert e Casella (2010), Gelman *et al.* (2013), entre outros. A seguir são apresentados alguns deles.

Método de Monte Carlo

O fundamento básico consiste em escrever a integral que se deseja calcular em função de um valor esperado (ROBERT; CASELLA, 2010). De modo geral, para o caso em que a integral é a esperança de uma função $g(\theta)$, e θ tem função de densidade definida por $p(\theta)$, tem-se

$$I = \int_{a}^{b} g(\theta) p(\theta) d\theta = E[g(\theta)], \qquad (2.26)$$

de forma que o estimador de Monte Carlo \hat{I} será definido por

$$\hat{I} = \bar{g} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} g(\theta_i),$$

em que cada θ_i é independente. Pela Lei Forte dos Grandes Números, para um n consideravelmente grande, \hat{I} converge quase certamente para I

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}g(\theta_{i}) \xrightarrow{q.c.} E[g(\theta)], \quad n \to \infty.$$

Pode-se, então, concluir que

$$E[g(\theta_i)] = E[g(\theta)] = I$$
 e $Var[g(\theta_i)] = \sigma^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n (g(\theta_i) - \bar{g})^2.$

É importante lembrar que o tamanho de n não se refere ao tamanho amostral dos dados, e está dentro do controle do pesquisador. Portanto, a aproximação pode ser tão precisa quanto se deseja, a partir do aumento ou diminuição no tamanho de n.

Monte Carlo via Cadeias de Markov

Os métodos de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC) também consistem na

obtenção de uma amostra da distribuição a posteriori e o cálculo das estimativas amostrais de características desta distribuição. No entanto, são usadas técnicas iterativas de simulação com base nas cadeias de Markov, fazendo com que os valores gerados não sejam independentes. Os métodos MCMC simulam um passeio aleatório no espaço de θ , convergindo para uma distribuição estacionária, que é a distribuição de interesse no problema (ROBERT; CASELLA, 2004). A definição de uma Cadeia de Markov está inteiramente ligada aos Processos Estocáticos. Por isto, segue a definição:

Definição 2.5 (Processo Estocástico) Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $Z = \{Z(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, Z(t) é uma variável aleatória.

Em resumo, Processos Estocásticos são sequências geradas aleatoriamente de acordo com as leis probabilísticas, em que, se para cada $t \in T$, Z(t) é uma variável aleatória definida sobre o espaço de probabilidades Ω , então pode-se afirmar que Z(t) é uma função de dois argumentos, $Z(t, \omega)$, com $\omega \in \Omega$ e $t \in T$ (MORETTIN; TOLOI, 2004). Esta interpretação pode ser vista na Figura 5.

Figura 5: Representação Gráfica de um Processo Estocástico como uma família de Variáveis Aleatórias. Fonte: Morettin e Toloi (2004)

Para cada $t \in T$ temos uma variável aleatória (v.a.) com uma distribuição de probabilidade. A função densidade de probabilidade no instante t_1 pode, ou não, ser a mesma no instante t_i , com i = 1, ..., n. Além disso, para cada $\omega \in \Omega$ fixado será definida uma função t, ou seja, uma trajetória do processo. Uma Cadeia de Markov é um caso particular dos Processos Estocásticos, onde os estados anteriores do processo não são relevantes para as predições dos estados seguintes, desde que o estado atual seja conhecido (MORETTIN; TOLOI, 2004).

Definição 2.6 (Cadeia de Markov) Seja o Processo Estocástico $\{X_0, X_1, ...\}$, onde cada $X_i, i = 1, ..., t$ representa uma variável aleatória, com possíveis valores de probabilidade em um conjunto arbitrário T. X_t é Cadeia de Markov se

$$P(X_t \in T | X_0, ..., X_{t-1}) = P(X_t \in T | X_{t-1}).$$

Ou seja, uma Cadeia de Markov é um processo estocástico $\{X_0, X_1, ...\}$, tal que a distribuição de X_t , dados todos os valores anteriores $X_0, ..., X_{t-1}$, depende exclusivamente de X_{t-1} .

O método de simulação MCMC requer ainda que a Cadeia de Markov seja homogênea (onde não há variação entre as probabilidades de transição de um estado para o outro), irredutível (em que cada estado pode ser atingido, a partir de qualquer outro estado e em um número finito de iterações) e aperiódica (onde não hajam estados absorventes).

Supondo-se uma distribuição $\pi(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, com pelo menos uma constante multiplicativa conhecida, complexa o suficiente para que não seja possível a obtenção direta de uma amostra. Dadas as realizações $\{X^{(t)}, t = 0, 1, ...\}$ de uma cadeia de Markov onde π é a distribuição de equilibrio, então

$$X^{(t)} \xrightarrow{t \to \infty} \pi(x)$$
 e $\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n g(X_i^{(t)}) \xrightarrow{n \to \infty} E_\pi(g(X_i))$

Assim, a média dos valores da cadeia é um estimador consistente para a média teórica. Conforme o número de iterações aumenta, a cadeia "esquece" os valores iniciais e, eventualmente, converge para uma distribuição de equilíbrio.

Algoritmo de Metropolis-Hastings

O fundamento básico dos Algoritmos de Metropolis-Hastings consiste em gerar valores de uma distribuição auxiliar, aceitando-os dadas suas probabilidades. Este processo de reamostragem garante a convergência da cadeia para a distribuição de equilibrio, que, neste caso, é a própria distribuição a posteriori (ROBERT; CASELLA, 2004, 2010).

Supondo que a cadeia esteja no estado θ , os valores θ' gerados a partir de uma distribuição proposta $q(.|\theta)$ podem compor a amostra oriunda da distribuição a posteriori, dependendo da aceitação dada sua probabilidade, onde θ pode ser um parâmetro de interesse ou um vetor de parâmetros. A partir de uma cadeia de Markov, é gerado um θ' para o próximo estado, dada a distribuição $q(.|\theta)$ proposta. O valor θ' gerado depende dos estados anteriores da cadeia de modo que $\theta_{t-1} = \theta'_t$. Este valor será adicionado a cadeia e aceito com probabilidade de aceitação definida por

$$\alpha(\theta, \theta') = \min\left(1, \frac{\pi(\theta')q(\theta|\theta')}{\pi(\theta)q(\theta'|\theta)}\right),\tag{2.27}$$

em que π é a distribuição de interesse. A probabilidade (2.27) não se altera, por isso, precisamos conhecer π apenas parcialmente, logo, este processo nos dá a possibilidade de gerar uma amostra a partir de uma distribuição não conhecida.

As etapas do algoritmo de Metropolis-Hastings podem ser enumeradas por:

- 1. Escolhe-se o valor inicial x_0
- 2. Toma-se n = 0
- 3. Simula-se $u_{n+1} \sim U(0,1)$
- 4. Simula-se $y_{n+1} \sim q(x_n, .)$
- 5. i) Se $u_{n+1} < \alpha(x_n, y_{n+1})$, faz-se $x_{n+1} = y_{n+1}$,
 - ii) Caso contrário, faz-se $x_{n+1} = x_n$
- 6. Toma-se n = n + 1 e repete-se o algoritmo.

Amostrador de Gibbs

Nos amostradores de Gibbs, ao contrário dos Algoritmos de Metropolis-Hastings, não existe um mecanismo de aceitação pois a cadeia sempre irá se mover para um novo valor. As transições entre os estados da cadeia serão feitas a partir de distribuições condicionais completas $\pi(\theta_i|\theta_{-i})$, onde $\theta_{-i} = (\theta_1, ..., \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, ..., \theta_d)$, onde cada θ_i pode ser uni ou multidimensional (ROBERT; CASELLA, 2004, 2010).

A distribuição condicional completa é a distribuição da *i*-ésima componente de θ , condicionada em todas as outras componentes. Esta distribuição é obtida através da distribuição conjunta

$$\pi(\theta_i|\theta_{-\mathbf{i}}) = \frac{\pi(\theta)}{\int \pi(\theta) d\theta_i}$$

Se as distribuições condicionais forem completamente conhecidas, então o algoritmo de Gibbs pode ser dado a partir da obtenção de $\theta^{(t)}$, por meio da especificação de θ^{t-1} , através da geração sucessiva de valores

$$\begin{split} \theta_{1}^{(t)} &\approx \pi(\theta_{1} | \theta_{2}^{(t-1)}, \theta_{3}^{(t-1)}, ..., \theta_{d}^{(t-1)}) \\ \theta_{2}^{(t)} &\approx \pi(\theta_{2} | \theta_{1}^{(t)}, \theta_{3}^{(t-1)}, ..., \theta_{d}^{(t-1)}) \\ &\vdots \\ \theta_{d}^{(t)} &\approx \pi(\theta_{d} | \theta_{1}^{(t)}, \theta_{2}^{(t)}, ..., \theta_{d-1}^{(t)}). \end{split}$$

Cada iteração se completa após d movimentos ao longo das componentes de θ . Após o final das iterações, onde ocorre a convergência, os valores resultantes irão compor a amostra de $\pi(\theta)$. O amostrador de Gibbs é, portanto, um caso especial do algoritmo de Metropolis-Hastings, onde os elementos de θ são atualizados com base na distribuição condicional completa, onde a probabilidade de aceitação é igual a 1.

As etapas do algoritmo de Gibbs podem ser enumeradas por:

- 1. Escolhe-se o valor inicial x_0
- 2. Toma-se n = 0
- 3. Para i em 1 : k, Simula-se um valor x_{n+1} de
 - i) $f_i(.|x_{n+1}), \quad j < i$
 - ii) $f_i(.|x_n), \quad j > i$
- 4. Toma-se n = n + 1 e repete-se o algoritmo.

2.2.7 Diagnóstico de Gelman-Rubin

O diagnóstico de Gelman e Rubin (1992) verifica a convergência das cadeias de Markov por meio do *potential scale reduction factor* (PSRF), ou fator de redução potencial da escala, em livre tradução. O método consiste em inspecionar a similaridade entre as trajetórias das várias cadeias após um certo número de iterações. As trajetórias das cadeias devem ser iguais após a convergência e o valor do PSRF deve ser próximo de 1.

Para o cálculo do fator de redução, consideram-se m cadeias que evoluem paralelamente e uma função real $t(\theta)$. Tem-se, então, m trajetórias de tamanho $n\left\{t_i^{(1)}, t_i^{(2)}, ..., t_i^{(n)}\right\}$, com i = 1, ..., m. A ideia geral é testar se a dispersão dentro das cadeias é maior do que
a dispersão entre as cadeias. A variância entre as cadeias (B) e a variância dentro das cadeias (W) são calculadas respectivamente pelas Equações (2.28) e (2.29)

$$B = \frac{n}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (\bar{t}_i - \bar{t})^2$$
(2.28)

$$W = \frac{1}{m(n-1)} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (t_i^{(j)} - \bar{t}_i)^2$$
(2.29)

em que \bar{t}_i é a média das estimativas de cada cadeia e \bar{t} é a média destas médias. Sob convergência, a variância de t pode ser estimada por (2.30)

$$\hat{V}(t(\theta)) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)W + \left(\frac{1}{n}\right)B$$
(2.30)

O PSRF é calculado por (2.31)

$$\hat{R} = \sqrt{\frac{\hat{V}(t(\theta))}{W}}$$
(2.31)

O valor de \hat{R} é sempre maior que 1. À medida em que *n* aumenta, os estimadores convergem para $\hat{V}(t(\theta))$ e o PSRF convergirá para 1. Gelman e Rubin (1992) sugerem aceitar como limite para a convergência valores do PSRF inferiores a 1.1. Neste trabalho, considerou-se um limite um pouco mais restritivo para a convergência, com PSRF ≤ 1.05 .

2.2.8 Estimação por intervalos bayesianos

Definição 2.7 (Intervalo de credibilidade) Dada uma função de densidade à posteriori $p(\theta|x)$ para o parâmetro θ , qualquer intervalo $[\theta_I, \theta_S]$ em que

$$\int_{\theta_I}^{\theta_S} p(\theta|x) d\theta = (1 - \alpha),$$

é denominado intervalo de credibilidade bayesiano de $(1 - \alpha)$ para θ .

Os intervalos de credibilidade bayesianos informam sobre a dispersão do parâmetro. Quanto menor o tamanho do intervalo, mais concentrada é a distribuição à posteriori. A partir da Definição (2.7), vários intervalos podem ser construídos. O intervalo com menor comprimento possível e que expressa a maior densidade à posteriori para o parâmetro é o *Highest Posterior Density* (HPD) (SPIEGEL *et al.*, 2016).

$$C = \left\{ \theta \in \Theta : p(\theta | x) \ge k(\alpha) \right\},\$$

onde $k(\alpha)$ é a maior constante tal que $P(\theta \in C) \ge (1 - \alpha)$.

Todos os pontos dentro do intervalo HPD terão densidade à posteriori maior que os pontos fora do intervalo (BOX; TIAO, 1992).

2.2.9 Verificação da qualidade dos ajustes

Para verificação da qualidade dos ajustes dos modelos e para a comparação entre modelos distintos utilizou-se como critério o DIC (Deviance information criterion). Introduzido por Spiegelhalter et al. (2002), o DIC é um critério bayesiano que pondera a complexidade do modelo e a qualidade do ajuste, utilizando o deviance (ou desvio, em livre tradução) associado à medida ρ_D . Quanto menor o valor do DIC, mais adequado o modelo (GELMAN et al., 2013).

O deviance mede a qualidade do ajuste e pode ser definido por (2.32)

$$D(\theta) = -2\log\left(\prod_{i=1}^{n} f(y_i|\theta)\right).$$
(2.32)

A medida ρ_D , denominada número efetivo de parâmteros do modelo, mensura a complexidade do modelo e pode ser definida por (2.33)

$$\rho_D = D(\bar{\theta}) - D(\bar{\theta}), \qquad (2.33)$$

onde $D(\bar{\theta})$ é a esperança à posteriori de deviance e $\bar{\theta}$ é a média à posteriori dos parâmetros do modelo, de modo que $D(\bar{\theta})$ é o deviance de uma estimativa pontual de θ .

Define-se o DIC como (2.34)

$$DIC = D(\bar{\theta}) + 2\rho_D = 2D(\bar{\theta}) - D(\bar{\theta}).$$
(2.34)

A esperança à posteriori do deviance pode ser aproximada com uma amostra MCMC de $f(\theta|y)$ (MASSUIA, 2015). Deste modo, aproximando-se $D(\theta)$ pela média à posteriori dos desvios, tem-se

$$\hat{D(\theta)} = -\frac{2}{N} \sum_{j=1}^{N} \log\left(\prod_{i=1}^{n} \phi(y_i|\theta_j)\right),$$

onde Né o tamanho da amostra MCMC. Assim, pode-se ter uma aproximação do DIC por

$$D\hat{I}C = 2D\bar{(\theta)} - D(\bar{\theta}).$$

3 Avaliação da precisão e acurácia dos parâmetros do modelo de produção de Schaefer aplicado ao espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico Sul

3.1 Introdução

A teoria estatística diz que a precisão e a acurácia das estimativas devem aumentar à medida em que reunimos mais informações sobre o fenômeno de interesse. Por conseguinte, espera-se que haja uma melhora na precisão e acurácia das estimativas dos parâmetros da população à medida em que mais dados são acrescentados às séries temporais de pesca. Com isso, índices relativos de abundância, que são a base de muitos modelos populacionais, são frequentemente atualizados na esperança da obtenção de um maior conhecimento sobre as populações. Mas, estas atualizações nem sempre levam a um aumento do conhecimento. Cientistas esperam que as incertezas sobre os parâmetros populacionais possam ser, pelo menos, reduzidas à medida em que novos dados são acumulados. No entanto, no caso da área pesqueira, isto pode não ocorrer. Os dados podem ser não informativos ou tendenciosos (PRAGER, 2002; OMORI *et al.*, 2016; WOODS; JONASSON, 2017), fornecendo estimativas imprecisas.

Sabe-se que os dados de pesca frequentemente são pouco informativos sobre os parâmetros dos modelos de avaliação dos estoques (e.g., modelos de produção) quando a dinâmica histórica da pesca é do tipo "unidirecional" (HILBORN; WALTERS, 1992), o que significa que a abundância muda monotonicamente. A estimativa também é dificultada quando são usadas capturas por unidade de esforço (CPUE) comerciais, que geralmente produzem índices relativos de abundância com viés ou imprecisos (COOKE; BEDDINGTON, 1984; HILBORN; WALTERS, 1992; HARLEY *et al.*, 2001). Os modelos populacionais estão em conformidade com métodos estatísticos para as observações da pesca. Modelos lineares generalizados e outros tipos de modelos estatísticos podem ser usados para remover variações na CPUE que não estão relacionadas à abundância, minimizando o viés em um processo chamado padronização (MAUNDER; PUNT, 2004). No entanto, o uso de tais modelos estatísticos não garante que todo o viés seja eliminado ou mesmo amplamente reduzido. Isso ocorre porque muitas vezes faltam dados sobre fatores ambientais e técnicos que estão relacionados à CPUE. A complexidade dos processos ecológicos em conjunto com os dados pouco informativos pode fornecer estimativas distantes da realidade e que não representam, efetivamente, os processos biológicos e de pesca (WANG *et al.*, 2014). Diante disto, surge o questionamento: Quanto, de fato, aprendeu-se sobre os estoques nas últimas duas ou três décadas com o acúmulo de dados? Este capítulo foi motivado por esta questão.

A maioria das avaliações de estoques de atuns e afins depende de índices de abundância derivados de dados da pesca comercial. Um caso típico é o do espadarte (*Xiphias gladius*) capturado no Oceano Atlântico. As capturas e as taxas de captura padronizadas para o espadarte, calculadas com base em dados comerciais e utilizadas neste trabalho, estão disponíveis no relatório internacional (ANON, 2017). Os dados foram analisados utilizando-se o modelo de produção de Schaefer (1954, 1957). Tal modelo é simples e carece de realismo (WANG *et al.*, 2014), mas é frequentemente usado quando dados mais detalhados não estão disponíveis (OMORI *et al.*, 2016; HORBOWY; TOMCZAK, 2017). O modelo de Schaefer é um entre os modelos preferenciais para avaliações de estoques de peixes altamente migratórios do Atlântico (ANON, 2003). Além disso, como o objetivo principal foi avaliar a utilidade dos índices relativos de abundância, a utilização de um modelo que depende fortemente desses índices é uma opção adequada.

3.2 Dados e metodologia

3.2.1 Dados

A hipótese atual aceita pela ICCAT é a de que há três estoques do espadarte, o do Atlântico Norte, o do Atlântico Sul e o do Mediterrâneo. O estoque do Atlântico Sul, avaliado neste artigo, é explorado pelas frotas do Brasil, Uruguai, África do Sul, Espanha e Japão. As capturas anuais do espadarte no Atlântico Sul de 1950 a 2016, bem como as taxas de captura padronizadas anuais, estão disponíveis no relatório da última avaliação de estoques, realizada em 2017 (ANON, 2017). Os rótulos para as taxas de

captura padronizada das diferentes frotas e o período das séries estão dispostos na Tabela 1. Na maioria dos casos, modelos lineares generalizados foram utilizados para padronizar as taxas de captura e para calcular índices de abundância relativa com base nos coeficientes do modelo estimados para o fator "ano" como variável explicativa (MAUNDER; PUNT, 2004; ORTIZ; AROCHA, 2004). Os detalhes dos procedimentos usados pelos pesquisadores na reunião de avaliação dos estoques para padronizar cada série estão disponíveis em (ANON, 2017). Alguns países forneceram séries divididas em dois períodos na última reunião de avaliação de estoques do espadarte. Há duas séries brasileiras, duas espanholas e duas japonesas, todas utilizadas na análise.

Tabela 1: Rótulos dos índices relativos de abundância para o espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico Sul. Séries brasileiras (BRA1, BRA2), uruguaia (URU), sul-africana (SAF), espanholas (SPN1, SPN2) e japonesas (JPN1, JPN2). Fonte: (ANON, 2017).

Rótulos	Período
BRA1	1978-2004
BRA2	2005 - 2012
URU	2001-2012
SAF	2004-2015
SPN1	1989-1999
SPN2	2000-2015
JPN1	1990-2005
JPN2	2006-2015

3.2.2 Metodologia

Para a realização deste trabalho utilizou-se uma análise retrospectiva. O modelo de produção foi ajustado a uma série temporal curta, em seguida, mais um componente da série temporal foi adicionado e o modelo foi reajustado. Esta análise sequencial foi ser realizada até que todos os dados disponíveis fossem adicionados às séries temporais. Ao comparar estimativas calculadas a partir de séries temporais curtas e longas, pôde-se avaliar o quanto "aprendeu-se" sobre os parâmetros de interesse à medida que as séries temporais aumentaram. Os principais componentes da análise são, portanto, o conjunto de dados, o modelo inferencial, o procedimento de ajuste do modelo para estimativa dos parâmetros e métricas para avaliar o que "aprendeu-se" sobre a dinâmica do estoque.

3.2.3 Modelo e estimativas

O modelo de produção de Schaefer de espaço de estado foi ajustado a partir de uma abordagem bayesiana. O modelo com erro lognormal utilizado é descrito em Meyer e Millar (1999). As equações de estado são:

$$P_1 | \sigma^2 = e^{U_1} \tag{3.1}$$

$$P_t | P_{t-1}, k, r, \sigma^2 = \left[P_{t-1} + r P_{t-1} \left(1 - P_{t-1} \right) - \frac{C_{t-1}}{k} \right] e^{U_t}, \qquad t = 2, \dots, N$$
(3.2)

A equação de observação é:

$$I_t | P_t, q, \tau^2 = qk P_t e^{V_t}, \qquad t = 1, ..., N$$
(3.3)

Os parâmetros de maior interesse são o crescimento intrínseco (r), a capacidade de suporte (k) e o coeficiente de capturabilidade (q). O estado $P_t = B_t/k$ é a relação entre a biomassa no t-ésimo ano e a capacidade de suporte. C_t é a captura. U_t e V_t são variáveis i.i.d. normais com média zero e variâncias σ^2 e τ^2 , respectivamente.

Na estrutura bayesiana, distribuições à priori e funções de verossimilhança são usadas para calcular as distribuições à posteriori. As prioris escolhidas para o espadarte Xiphias gladius foram $r \sim Lognormal(-0.86, 0.4), k \sim U(25000, 1000000), q \sim Lognormal(-10, 0.5),$ $\sigma^2 \sim IG(1, 0.1)$ e $\tau^2 \sim IG(1, 0.1)$. As funções U(.) e IG(.) representam a Distribuição Uniforme e Gamma Inversa, respectivamente. Todas as prioris Uniforme são pouco informativas sobre os parâmetros com limites superiores e inferiores suficientes para não truncar as distribuições posterioris. O limite inferior para k é um pouco maior que a captura máxima do espadarte do Atlântico Sul. As distribuições Gamma Inversa também são pouco informativas. A escolha da priori para r foi baseada em (ANON, 2017).

O modelo de produção foi ajustado aos índices de CPUE e às séries de temporais de captura. Para isso, inicialmente ajustou-se o modelo com os dados de captura e CPUE disponíveis para os dois primeiros anos da série temporal. Em seguida repete-se o procedimento para os três primeiros anos da série temporal. O procedimento com o acréscimo de mais um ano e novo cálculo se repete até que todos os anos tenham sido incorporados na série temporal.

O método de Monte Carlo Markov Chain (MCMC) foi utilizado para obtenção das amostras à posteriori. Os cálculos foram realizados utilizando o programa JAGS (PLUM-MER, 2013) e o pacote runjags (DENWOOD, 2009) do programa R (R Core Team, 2017). Três cadeias começando com diferentes valores iniciais foram calculadas. Os valores iniciais da primeira cadeia caracterizam um estoque com baixa capacidade de suporte e alto crescimento intrínseco. Os valores iniciais da segunda cadeia caracterizam um estoque com capacidade de suporte e crescimento intríseco intermediários. O terceiro conjunto de valores iniciais caracterizam um estoque com grande capacidade de suporte e baixo crescimento intríseco. O algoritmo MCMC foi simulado com um *burn-in* de 200000 iterações e *thinning* igual a 1000, gerando uma amostra final composta por 2000 estimativas para cada cadeia. A estatística de Gelman-Rubin (GELMAN; RUBIN, 1992; GELMAN *et al.*, 2013) foi utilizada para avaliar a convergência.

3.2.4 Métricas

As estimativas à posteriori de r e k são geralmente fortemente correlacionadas, e as distribuições posteriori conjuntas são analisadas para avaliar a precisão. As estatísticas dos outros parâmetros de interesse secundário não são apresentadas para fins de simplificação. A métrica utilizada para avaliar a precisão conjunta de r e k foi a área dentro do polígono de linha de contorno calculado a partir da distribuição posteriori conjunta mapeada no plano $r \times k$. A linha do contorno é calculada com base na densidade das amostras da posteriori. Considerou-se a linha de contorno calculada para o nível de 0,05 da densidade máxima. À medida em que as séries temporais são aumentadas pela inclusão de novos dados, as áreas dos polígonos mudam. A precisão das estimativas diminui se a área aumentar, e a precisão aumenta se a área diminuir. Para ilustração, pode-se observar um exemplo na Figura 6. Os três polígonos representam cálculos hipotéticos



Figura 6: Exemplo do efeito do aumento da série temporal na área e forma do polígono calculado com base nas posterioris conjuntas de $r \in k$.

para dados da série temporal até 1980 (linha pontilhada), até 1990 (linha tracejada) e até 2000 (linha contínua). Os símbolos vazios representam as densidades máximas das posterioris conjuntas de r e k calculadas para anos anteriores a 1980 (diamante), 1990 (triângulo) e 2000 (círculo). O círculo preenchido em cinza no canto inferior esquerdo representa a coordenada r = 0, 26 e k = 251.320 toneladas, que corresponde às estimativas pontuais da ultima avaliação de estoque realizada em 2017 ANON (2017). Antes de calcular a área dentro do polígono, os valores das coordenadas r e k da linha do contorno foram dimensionados seguindo a equação $s_i = (x_i - l)/(u - l)$, onde x_i e s_i são os valores originais e escalonados, e l e u são os limites inferior e superior da distribuição à priori. Esse procedimento foi adotado porque a escala dos parâmetros r e k é muito diferente. O escalonamento indicado resulta em áreas de polígonos mínimas e máximas de zero e um. Áreas com valores próximos a 1 indicam que a precisão da distribuição à posteriori conjunta calculada para r e k é pequena. A conclusão oposta ocorre para áreas próximas de zero.

Para avaliar a exatidão e o desempenho dos estimadores, foi calculada a distância entre o valor esperado das amostras da posteriori marginal conjunta (r, k) e os valores dos parâmetros assumidos como "verdadeiros". Três componentes foram utilizados para calcular a exatidão: a distribuição à posteriori, os valores tomados como verdadeiros para os parâmetros e a métrica da distância. As posterioris foram calculadas usando MCMC. A métrica utilizada foi distância euclidiana, calculada com base em uma padronização das amostras posterioris de $r \in k$, que foram dividas pelos valores assumidos como "verdadeiros". Esta padronização é conveniente porque $r \in k$ possuem escalas muito diferentes. Os valores dos parâmetros assumidos como verdadeiros para o espadarte do Atlântico Sul foram $r = 0, 26 \in k = 251.320$ toneladas, estimativas estas calculadas em ANON (2017). Apesar de representarem a opinião de especialistas científicos, tais escolhas são arbitrárias porque os valores "verdadeiros" não são de fato conhecidos e outras escolhas poderiam ser avaliadas. No entanto, a opção adotada é atualmente justificada, visto que a ICCAT considera tais valores plausíveis para o estoque do espadarte do Atlântico Sul.

E importante mencionar que precisão e acurácia não necessariamente aumentam em conjunto. Por exemplo, a precisão tem aumentado ao longo do tempo na Figura 6 porque as áreas estão diminuindo, mas a acurácia não, como indicado pelas distâncias entre as coordenadas dos valores de $r \in k$ tomados como verdadeiros (círculo preenchido em cinza) e da densidade máxima das posterioris (símbolos vazios).

3.3 Resultados

As capturas do espadarte do Atlântico Sul apresentaram tendência crescente entre o final da década de 1960 e meados da década de 1990, atingindo o valor máximo de 21.930 toneladas em 1995 (Figura 7). Após este ano, as capturas apresentaram uma tendência decrescente. Em 2015, último ano da série temporal, o valor foi de 10.277 toneladas.



Figura 7: Série temporal da captura do espadarte (Xiphias gladius) do Atlântico Sul

As séries temporais das taxas de captura padronizadas foram divididas por suas médias para facilitar comparações (Figura 8). A primeira série temporal do Brasil (BRA1) é a mais longa, a segunda série temporal brasileira (BRA2) é a mais curta. Em geral, apresentaram tendência decrescente ao longo dos anos a primeira série japonesa (JPN1), a série sul-africana (SAF) e a primeira série espanhola (SPN1). A primeira série brasileira (BRA1) apresentou diversos contrastes entre crescimento e decaimento ao longo dos anos. A segunda série japonesa (JPN2) e segunda espanhola (SPN2) não apresentaram tendência ao longo do tempo. A segunda série brasileira (BRA2) mostrou tendência decrescente a partir do ano de 2008. A série uruguaia (URU) mostrou tendência decrescente até o ano de 2011, mas a taxa de captura padronizada aumentou rapidamente no ano de 2012, ultimo ano desta série.

As posterioris marginais de r são apresentadas com diagramas de caixa para cada ano acrescentado à série temporal (Figura 9). As caixas vazias representam os casos em que o algoritmo MCMC não convergiu, caso contrário as caixas foram preenchidas em



Figura 8: Série temporal das taxas de captura padronizadas do espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico Sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai.

cinza. Na maioria dos casos o algoritmo MCMC convergiu, porém ocorreram falhas de convergência na segunda série brasileira no ano de 2010, na primeira série japonesa entre os anos de 1997 a 2000 e nos anos de 2003 e 2004, na segunda série japonesa nos anos de 2011, 2012 e 2014, e série uruguaia nos anos de 2006, 2009 e 2012. Os valores do fator de redução de escala (PSRF) do diagnóstico de Gelman Rubin para os parâmetros r, q ek são apresentados no Apêndice A. A variabilidade expressa pelo intervalo interquantil foi ampla, especialmente nos anos inciais. Houve decaimento acentuado da variância à medida em que novos dados foram acrescentados apenas na segunda série brasileira e na primeira série japonesa. Portanto, com o acréscimo de dados, estas séries tornaram-se mais informativas com aumento da precisão da estimativa de r. Na série sul-africana e nas duas séries espanholas a variância continuou praticamente igual com o acréscimo de dados ao passar dos anos. Na série uruguaia e segunda série japonesa, houve decaimento da amplitude interquantil até os anos de 2011 e 2012, respectivamente. Em seguida, houve aumento na variância destas séries.

Todas as posterioris de k calculadas para as diferentes séries mostraram variâncias elevadas e medianas próximas a 500.000 toneladas (Figura 10). Mesmo após o acréscimo de todos os dados disponíveis às séries, não houve alteração na amplitude do intervalo interquantil. Portanto, os conjuntos de dados são pouco informativos sobre a capacidade

de suporte.



Figura 9: Diagramas de caixa das posterioris marginais do crescimento intríseco (r) para o espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai. Caixas brancas representam os casos onde não houve convergência.



Figura 10: Diagramas de caixa das posterioris marginais da capacidade de suporte (k) para o espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai. Caixas brancas representam os casos onde não houve convergência.

A precisão das estimativas das posterioris conjuntas de r e k foi calculada a partir da área do polígono definido pelo contorno das posterioris (ver Figura 6). A área do

polígono foi calculada para cada acréscimo sequencial de dados, formando uma série temporal de medidas de áreas, de modo que, quanto menor o valor da área, maior a precisão das estimativas (Figura 11). As precisões das posterioris conjuntas de r e k aumentaram notoriamente para a segunda série brasileira (BRA2) e primeira japonesa (JPN1). O aumento da precisão está associado à diminuição da amplitude do intervalo interquantil das posterioris de r para estas séries temporais (Figura 9). As áreas dos polígonos da primeira série japonesa apresentaram a maior redução, a área final para esta série é aproximadamente 0, 1. A série do Uruguai e segunda série do Japão apresentaram diminuição nas áreas do polígono até os anos de 2011 e 2012, respectivamente. No entanto, no final das duas séries houve aumento nas àreas. As precisões das estimativas das posterioris de r e de k não aumentaram na primeira série brasileira, na série da África do Sul e nas séries da Espanha.



Figura 11: Áreas dentro dos polígonos definidos pelas linhas de contorno das posterioris conjuntas $r \times k$, calculadas para o espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico Sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai.

A distância euclidiana entre a média das amostras das posterioris marginais de r e k e os valores tomados como "verdadeiros" para os parâmetros (r = 0, 26 e k = 251.320t) foi a medida usada para representar a acurácia (Figura 12). Esta medida diminuiu apenas para a segunda série brasileira (BRA2) e primeira série japonesa (JPN1). Na série uruguaia, a distância apresentou decremento até o ano de 2011, e incremento em seguida. Não houve melhora na acurácia nas outras séries.



Figura 12: Distância euclidiana entre a média das amostras das posterioris marginais de r e k e os valores tomados como verdadeiros (r = 0.26 e k = 251.320t), conforme calculado para o espadarte (*Xiphias gladius*) do Atlântico Sul. BRA1 e BRA2 - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SAF - África do Sul, SPN1 e SPN2 - Espanha, URU - Uruguai.

3.4 Discussão

Os intervalos interquantis das posterioris da capacidade de suporte e do crescimento intríseco calculados com a série temporal completa são, na maioria dos casos, tão amplos quanto os calculados usando apenas dados do início das pescarias. As medidas de tendência central das posterioris de $k \in r$ também não mudaram de forma sistemática para a maioria das frotas à medida em que os novos dados foram considerados nos cálculos. As medianas das posterioris calculadas com toda a série temporal não diferem das calculadas com apenas dois ou três anos, no início das séries temporais. Esses resultados significam que a informação sobre a capacidade de suporte e o crescimento intríseco fornecida pelos dados em décadas anteriores era pequena e continua pequena nas décadas atuais. Com isso, conclui-se que o conhecimento atual sobre os parâmetros $k \in r$ é praticamente o mesmo de décadas atrás. Os índices de abundância geralmente transmitem pouca informação sobre a capacidade de suporte, que está fortemente correlacionada com $q \in r$ nos modelos dinâmicos de biomassa (HILBORN; WALTERS, 1992; PRAGER, 1994; MILLAR; MEYER, 2000). A falta de conhecimento sobre os parâmetros dos modelos de produção com o acúmulo de novos dados é uma consequência de dados viesados e pouco informativos (PRAGER, 2002; OMORI et al., 2016; WOODS; JONASSON, 2017; SANT'ANA et al., 2017).

Entre as oito séries de dados analisadas, apenas duas mostraram diminuição nos intervalos interquantis das posterioris de r para as séries temporais completas. A segunda série japonesa e a série uruguaia apresentaram diminuição nos intervalos interquantis das posterioris de r, mas nos últimos anos das séries a amplitude interquantil aumentou, indicando retrocesso no conhecimento adquirido ao longo dos anos para estas séries. As mudanças na precisão e acurácia das posterioris marginais de r e k para o espadarte do Atlântico Sul são decorrentes de mudanças nas posterioris de r. Houve melhora na precisão e acurácia apenas nos poucos casos onde houve diminuição nos intervalos interquantis das posterioris de r. Se os valores tomados como referencia são, de fato, próximos da verdade, a conclusão é que, com poucas exceções, o viés não está diminuindo à medida que as séries temporais se prolongam ao longo dos anos.

Há pelo menos três explicações para o "fracasso" de algumas séries na aprendizagem sobre os parâmetros do modelo de produção para o espadarte do Atlântico Sul: a) A falta de realismo do modelo, b) a pesca é do tipo "unidirecional" (HILBORN; WALTERS, 1992), ou c) os índices relativos de abundância não são realistas. Os modelos dinâmicos de biomassa necessitam apenas de dados de captura e índice de abundância dos estoques. Diversos autores criticaram estes modelos por serem simples para avaliar a real dinâmica dos estoques (MAUNDER, 2003; WANG et al., 2014). Modelos mais complexos, como os modelos de estrutura por idade, por exemplo, são alternativas frequentemente utilizadas para avaliar a real situação dos estoques (e.g., Methot (2009), Wang et al. (2015)). No entanto, modelos mais complexos exigem dados mais robustos, nem sempre disponíveis. Além disso, o uso de tais modelos pode não garantir avanços quanto à melhora na precisão e acurácia real da dinâmica dos estoques. Pode ser interessante avaliar também o quanto tem-se aprendido sobre a dinâmica dos estoques com o uso de modelos mais complexos e exigentes em termos de dados. A abordagem aqui utilizada para avaliar o quão pobres são os dados disponíveis também pode ser usada para avaliar o desempenho de tais modelos mais complexos.

Avaliando-se as capturas e os índices de abundância disponíveis, percebe-se que não houve contrastes na maioria das séries temporais do espadarte, ou seja, não houve períodos alternados com capturas altas e baixas em conjunto com períodos alternados com altas e baixas nos índices de abundância, o que caracteriza o padrão "unidirecional". A falta de contraste poderia explicar por que não aprendeu-se muito sobre os parâmetros do modelo dinâmico de biomassa durante as últimas décadas para o espadarte do Atlântico Sul.

Outra explicação para o curto avanço em relação às estimativas dos parâmetros é que os conjuntos de dados disponíveis não são bons o suficiente para estimar taxas de captura padronizadas, e consequentemente não se dispõe de índices relativos de abundância realistas. Normalmente, os índices relativos de abundância de atuns e afins são calculados com base apenas em dados comerciais. Possíveis causas para a falta de qualidade destes dados são: a) a amostragem não foi projetada para diminuir o viés, b) os pescadores são propensos a reportar dados enganosos quando há regras de gestão, c) variáveis explicativas importantes para o cálculo das taxas de captura padronizadas não estão disponíveis e d) muitas vezes as capturas de espécies acessórias não são devidamente relatadas, a menos que observadores independentes estejam nas embarcações. No entanto, os programas de observação a bordo não são abrangentes para todas as frotas.

As quatro questões destacadas acima se aplicam em certa medida ao estoque do espadarte do Atlântico Sul. No entanto, é cabível mencionar que o espadarte não é captura acessória para todas as frotas do Atlântico Sul. Ele vem sendo alvo importante para algumas frotas pelo menos desde o início da década de 1990 (Meneses de Lima *et al.*, 2000; FIEDLER *et al.*, 2015; PIOVANO; SWIMMER, 2016). Uma vez que as capturas das espécies alvo são mais elevadas do que as capturas acessórias, poderia-se pensar que os conjuntos de dados do espadarte seriam mais informativos do que os de outras espécies acessórias. No entanto, a precisão e acurácia das estimativas calculadas com base em dados comerciais para o espadarte do Atlântico Sul não apontam para isso. Os programas científicos para obtenção de amostras de dados independentes da pesca relativos à espécies altamente migratórias são muito caros e difíceis de implementar (BISHOP, 2006). No entanto, os benefícios podem valer o esforço pois, como mostrado neste capítulo, os avanços experimentados apenas com o uso de dados comerciais são pequenos.

Esta análise foi feita para apenas um estoque específico, mas a abordagem aqui utilizada pode ser aplicada em vários outros casos. Análises desta natureza são potencialmente úteis para investigar o valor de programas de amostragem comercial e de pesquisa destinados a coletar informações sobre pescarias. Recalcular os modelos ao adicionar cada novo dado é uma maneira de avaliar o quanto estamos aprendendo e se o programa de coleta de dados vale os custos. Pode-se avaliar o valor de cada amostra em termos de métricas de acurácia e precisão.

4 Modelo de produção de Pella e Tomlinson com abordagem bayesiana

4.1 Introdução

Os modelos dinâmicos de biomassa são usados frequentemente nas avaliações de estoques pesqueiros, especialmente as formulações de Schaefer, Fox e Pella e Tomlinson. No modelo de Schaefer (1954, 1957), ou modelo logístico, a produção do estoque em função da sua biomassa atinge o máximo quando o tamanho do estoque é reduzido à metade da capacidade de suporte, formando uma curva simétrica. Este modelo tem sido amplamente utilizado em virtude da simplicidade matemática e dos poucos parâmetros a serem estimados (MCALLISTER *et al.*, 2000). Entretanto, o modelo logístico foi questionado por alguns autores, entre eles Ricker (1958), Schaefer e Beverton (1963), Gulland (1968) e McAllister *et al.* (2000), que indicaram em seus trabalhos que a curva de produção em função da biomassa pode ser assimétrica para diversos estoques. Outra alternativa é o modelo exponencial Fox (1970) com uma curva de produção assimétrica. A produção máxima neste modelo é obtida quando a biomassa reduz-se a aproximadamente 37% da capacidade de suporte. Há ainda a opção do modelo de produção generalizado de Pella e Tomlinson (1969), que propicia o deslocamento do ponto de máximo da curva de produção para a direita ou esquerda, de acordo com o valor estimado para o parâmetro de forma.

O modelo generalizado é considerado mais flexível que o logístico e mais adaptável à diferentes cenários, o que o torna mais realista (QUINN; DERISO, 1999). Porém, o parâmetro de forma é de difícil estimativa (FLETCHER, 1978; QUINN; DERISO, 1999; PRAGER, 2002) e muitos conjuntos de dados são insuficientemente informativos sobre a forma da curva de produção (PRAGER, 2002). Uma prática recorrente consiste em assumir um valor pré definido para esse parâmetro, com base em considerações teóricas (e.g. Polacheck *et al.* (1993), Kell e Merino (2016), Mourato e Carvalho (2017), entre outros). Conforme o valor do parâmetro de forma, o modelo generalizado aproxima-se dos modelos específicos de Schaefer ou Fox. Apesar dos problemas de estimação, o modelo de Pella e Tomlinson atrai o interesse de pesquisadores (PRAGER, 2002). Uma motivação para este estudo é tentar uma nova alternativa para as avaliações de estoques, por meio da construção de um intervalo plausível de valores para o parâmetro de forma, observando-se o seu espaço paramétrico e com base em considerações teóricas sobre o fenômeno.

Os modelos de espaço de estado são versões estocásticas dos modelos dinâmicos de biomassa (MEYER; MILLAR, 1999; MILLAR; MEYER, 2000) e possuem uma estrutura hierárquica simultaneamente responsável por variações da produção de biomassa no tempo e no espaço, bem como pelos erros no processo de observação dos índices de abundância que relacionam os dados com a biomassa (SANT'ANA *et al.*, 2017). Com uma abordagem bayesiana, pode-se unir informações prévias do processo e informações contidas nos dados coletados. Estruturando-se o modelo de espaço de estado como um modelo bayesiano hierárquico, pode-se obter distribuições à posteriori por meio de simulações estocásticas de cadeias de Markov no método de Monte Carlo (Markov Chain Monte Carlo - MCMC). Deste modo, a proposta deste trabalho consiste em analisar o modelo dinâmico de biomassa proposto por Pella e Tomlinson em uma versão estocástica com uma abordagem bayesiana para a estimativa dos parâmetros. Como estudo de caso, serão utilizados dados da pesca da albacora bandolim *(Thunnus obesus)*.

4.2 Dados e metodologia

4.2.1 Dados

Como índice relativo de abundância foram utilizadas estimativas anuais da captura por unidade de esforço (CPUE). Duas séries foram analisadas, Açores e Japão. A série Açores contém estimativas da CPUE para os anos de 1962 a 2013, e alta variabilidade entre os valores, com desvio padrão de 166.02. A série Japão contém estimativas para os anos a 1961 e 2014 e possui menor variabilidade entre os valores do que a série dos Açores, com desvio padrão de 0.13. Estas séries foram abordadas tendo como interesse a contribuição individual de cada uma, bem como os resultados das estimativas do modelo de Pella e Tomlinson para séries de dados representativas de diferentes cenários do estoque. A captura total anual, compreendida entre os anos de 1950 e 2014, também foi utilizada na análise. Os dados estão disponíveis no relatório da última avaliação de estoques realizada pela ICCAT (ANON, 2016).

4.2.2 Modelo de Pella e Tomlinson

A forma da função de produção utilizada na análise para o modelo de Pella e Tomlinson (1969) tem como parâmetros o crescimento intríseco (r), a capacidade de suporte (k), a abundância do estoque (B) e o parâmetro de forma (p). Uma possível formulação é (HADDON, 2001):

$$G(B) = \frac{r}{p} B \left[1 - \left(\frac{B}{k}\right)^p \right].$$
(4.1)

O grande diferencial entre o modelo de Pella e Tomlinson e os modelos de produção de Schaefer e Fox está na inclusão de um parâmetro de forma, que permite uma maior flexibilidade da forma da curva de produção. Dependendo do valor estimado para p, a curva de produção pode ter seu ponto de inflexão deslocado para a direita ou para a esquerda (Figura 13). Derivando-se a função G(B) e igualando-a a 0, obtém-se o máximo da função, definido por

$$B_{MSY} = \left[\frac{k^p}{(p+1)}\right]^{\frac{1}{p}}$$

O modelo generalizado possui a mesma forma matemática do modelo de Schaefer quando p = 1, e neste caso $B_{MSY} = \frac{k}{2}$. Quando o parâmetro de forma aproxima-se de 0, o limite de B_{MSY} é

$$\lim_{p \to 0} B_{MSY} = \frac{k}{e^1}$$

neste caso, o modelo generalizado aproxima-se ao modelo de Fox. Quando p tende a infinito, o limite de B_{MSY} é

$$\lim_{p \to +\infty} B_{MSY} = k$$

A Figura 13 ilustra a relação gráfica entre a produção e a biomassa relativa com diferentes valores para o parâmetro de forma em uma população hipotética. Pode-se observar que assumir um valor muito elevado para p significará na prática reduzir as capturas a valores muito baixos.

A razão entre a biomassa associada ao rendimento máximo e a capacidade de suporte (PRAGER, 2002) é $\phi \equiv \frac{B_{MSY}}{k}$. Com $B_{MSY} = \left[\frac{k^p}{(p+1)}\right]^{\frac{1}{p}}$, tem-se então que

$$\phi = \frac{1}{(p+1)^{\frac{1}{p}}}$$

Quando p = 1, tem-se $\phi = 0.5$. Neste caso, o rendimento máximo é obtido quando o tamanho do estoque for reduzido à 50% da capacidade de suporte. Quando $p \approx 0$,



Figura 13: Curva de produção G(B) em relação a biomassa relativa de uma população hipotética com diferentes valores para o parâmetro de forma p.

 $\phi \approx 0.37$ e o rendimento máximo é obtido quando o tamanho do estoque for reduzido à aproximadamente 37% da capacidade de suporte. Quanto maior o valor do parâmetro de forma, mais à direita estará o ponto de máximo da curva de produção e menor será a redução no tamanho do estoque para que seja atingido o máximo (Figura 14).



Figura 14: Relação entre o parâmetro de forma (p) e a razão $\phi \equiv B_{MSY}/k$.

A equação do modelo foi reescrita com base na metodologia de Meyer e Millar (1999), com variáveis de estado expressas como proporção da capacidade de suporte $(P_t = B_t/k)$. Assim, a forma estocástica da equação do processo é definida por:

$$P_t | P_{t-1}, p, k, r, \sigma^2 = \left[P_{t-1} + r P_{t-1} \left(1 - P_{t-1}^p - \frac{C_{t-1}}{k} \right) \right] e^{u_t}, \qquad t = 1, \dots, N,$$

enquanto a equação de observação é:

$$I_t | P_t, q, \tau^2 = qk P_t e^{v_t}, \qquad t = 1, ..., N_t$$

 C_t é a captura, u_t e v_t são variáveis i.i.d. com média zero e variâncias σ^2 e τ^2 , respectivamente. Os parâmetros de maior interesse aqui são o crescimento intríseco, a capacidade de suporte, o coeficiente de capturabilidade e o parâmetro de forma.

4.2.3 Prioris e diagnósticos de convergência

O modelo de Pella e Tomlinson foi ajustado com distribuições à priori para todos os parâmetros, incluindo o de forma, e também para um cenário com parâmetro de forma pré fixado. Para a obtenção de amostras à posteriori foi utilizado um algoritmo *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Os modelos foram implementados com o JAGS (PLUM-MER, 2013) e o pacote *runjags* (DENWOOD, 2009) do programa R (R Core Team, 2017). Foram utilizadas três cadeias MCMC com diferentes valores iniciais. Os valores iniciais da primeira cadeia caracterizam um estoque com baixa capacidade de suporte e alto crescimento intrínseco. Os valores iniciais da segunda cadeia caracterizam um estoque com capacidade de suporte e crescimento intríseco intermediários. Os valores iniciais da terceira cadeia caracterizam um estoque com alta capacidade de suporte e baixo crescimento intríseco. O algoritmo foi simulado com um *burn-in* de 200000 iterações e *thinning* igual a 500, gerando uma amostra final composta por 3000 estimativas para cada cadeia.

A convergência para a distribuição à posteriori foi verificada monitorando a estacionariedade das amostras por meio do gráfico de traçado, em conjunto com o diagnóstico de Gelman e Rubin (GELMAN; RUBIN, 1992; GELMAN *et al.*, 2013). Como critério para avaliar a convergência utilizou-se o valor 1.05 como limite superior do intervalo de credibilidade do fator de redução potencial de escala (potential scale reduction factor - PSRF) no diagnóstico de Gelman-Rubin.

Distribuições Normal, Gamma, Lognormal e Uniforme foram consideradas inicialmente como prioris para o parâmetro de forma. Considerou-se como intervalo para pvalores entre aproximadamente 0 e 3, onde ϕ pode variar entre aproximadamente 37% e 63% da biomassa. Além disso, este intervalo inclui a possibilidade de ajuste ao modelo logístico (p = 1), muito utilizado na literatura e com suas propriedades bastante conhecidas e bem estudadas (PRAGER, 2003), ou ao modelo de Fox $(p \approx 0)$ também popular na literatura. Não houve convergência entre as cadeias com prioris Normal e Uniforme para p. Além disso, ao analisar o parâmetro de forma com priori Gamma, a posteriori obtida foi exatamente igual à priori, desconsiderando a incorporação da informação dos dados e fixando a variação do parâmetro. Utilizou-se, então, a distribuição Lognormal, atribuindose maior probabilidade aos valores entre $p \approx 0$ e p = 1, que representam os modelos de Fox e Schaefer. Neste caso, a priori assumida para p foi $p \sim Lognormal(0,01;0,6)$. Os valores do PSRF para o dignóstico de convergência estão dispostos na Tabela B.1 no Apêndice B.

A priori para o crescimento intríseco foi baseada nas estimativas do albacora bandolim na última reunião de avaliação dos estoques (ANON, 2016). Neste caso, considerou-se uma priori informativa $r \sim Lognormal(-0.9, 0.6)$. A priori para k é ampla em virtude da pouca informação disponível sobre este parâmetro, $k \sim Uniforme(1.35 \times 10^5, 1.35 \times 10^8)$. Para o coeficiente de capturabilidade considerou-se os valores estimados da CPUE em conjunto com valores plausíveis de k expressos na priori. Observou-se os menores e maiores valores da CPUE nas duas séries analisadas e calculou-se a densidade relativa de $q \approx \frac{CPUE}{k}$. Foram então selecionadas densidades de probabilidades compatíveis para q, especificamente $q \sim Lognormal(-9, 1)$ para a série Açores e $q \sim Lognormal(-15, 1)$ para a série Japão.

4.3 Resultados

4.3.1 Captura e CPUE

A captura total anual de albacora bandolim no Atlântico mostrou uma tendência crescente entre os anos de 1950 e 1994, quando atingiu um pico de 134.936 toneladas (Figura 15). A partir do ano 1995 a captura total anual passou a apresentar tendência decrescente até meados da década de 2000. As séries temporais das taxas de captura padronizadas foram divididas por suas médias para facilitar as comparações. A série dos Açores apresentou grandes oscilações nas décadas de 1960 a 1990. A partir de então a série passou a apresentar um decaimento até 2000 e em seguida houve incremento. A série japonesa apresentou um pico na década de 1970 e decaimento contínuo nos anos seguintes até quase o final da série temporal, quando houve um incremento acentuado (Figura 16).



Figura 15: Captura total anual de albacora bandolim (*Thunnus obesus*) no Oceano Atlântico.



Figura 16: Taxas de captura padronizadas da albacora bandolim (*Thunnus obesus*) do Atlântico.

4.3.2 Parâmetro de forma fixo em 1: Modelo de Schaefer

Um prática recorrente nos estudos em que se usa o modelo de produção de Pella e Tomlinson é fixar o parâmetro de forma em p = 1, o que resulta no modelo simples de Schaefer. Nesta linha, ajustou-se o modelo de produção com uma priori Uniforme não informativa para k e prioris lognormais informativas para $r \in q$. Com o diagnóstico de Gelman-Rubin, os parâmetros q na série dos Açores e k na série do Japão apresentaram PSRF com altos valores. No entanto, os demais parâmetros apresentaram PSRF abaixo do limite superior pré definido de 1,05 (ver Tabela B.1 no Apêndice B). Gráficos dos traçados mostram os valores que os parâmetros tomaram durante a execução das cadeias (Figuras 17 e 18). As cores dos traçados (verde, vermelho e preto) representam a trajetória de cada cadeia. Nas duas séries, pode-se observar a semelhança dos traçados entre as cadeias, o que é indicativo de convergência. Com base no PSRF multivariado (Tabela B.1 no Apêndice B) e no gráfico de traço, assumiu-se que houve convergência entre as cadeias e que as posterioris são amostras adequadas para a representação dos parâmetros, no que diz respeito a convergência.



Figura 17: Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série Açores no modelo de Schaefer.



Figura 18: Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série Japão no modelo de Schaefer.

Nas Figuras 19 e 20 são apresentadas as densidades à priori e posteriori para as séries dos Açores e do Japão, respectivamente. As posterioris indicaram maior abundância e crescimento intríseco na série dos Açores, que apresentou maiores estimativas de média e desvio padrão dos parâmetros. A média empírica do crescimento intríseco foi 0, 19 com desvio padrão de 0, 11 na série dos Açores e 0, 12 com desvio padrão de 0,077 na série do Japão. As duas séries apresentaram estimativas altamente incertas para a capacidade de suporte, com altos valores de desvio padrão. A média na série dos Açores foi de apro-ximadamente 15,5 milhões de toneladas com desvio padrão de 15 milhões de toneladas, enquanto na série do Japão a média foi de aproximadamente 6,5 milhões de toneladas com desvio padrão por volta de 5 milhões de toneladas. Na Tabela 2 estão dispostos, além das médias, o erro padrão, um intervalo de credibilidade HPD com 95% de confiança para a média e a amplitude interquartil dos parâmetros, calculados à partir das distribuições à posteriori.



Figura 19: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Schaefer para a série dos Açores.



Figura 20: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Schaefer para a série do Japão.

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros a partir da distribuição à posteriori no modelo de Schaefer para as séries Açores e Japão.

Açores						
	Média	Erro padrão (SE)	Intervalo HPD (95%)	$1^{\circ}quartil - 25\%$	$3^{\circ}quartil - 75\%$	
r	0, 197	0,0012	[0, 0347; 0, 5816]	0, 12	0,26	
$q \times 10^{-5}$	7, 17	0,069	[3, 4025; 11, 1402]	2,75	9,33	
k	15.463.849	164.600	[4.158.907; 13.498.390]	5.609.000	19.580.000	
Y_{msy}	653.288, 8	4.889	[22.787, 58; 1.151.041]	212.400	614.000	
Japão						
	Média	Erro padrão (SE)	Intervalo HPD (95%)	$1^{\circ}quartil - 25\%$	$3^{\circ}quartil - 75\%$	
r	0, 12	0,0008	[0, 0129; 0, 3114]	0,06	0, 15	
$q \times 10^{-5}$	0,0119	0,00081	$\left[0,00118;0,0321 ight]$	0,0062	0,0154	
k	6.444.194	53.430	[727.394; 18.826.440]	3.126.000	7.978.000	
Y_{msy}	146.500	1.026	[13.184, 53; 358.838, 9]	92.390	170.300	

A série japonesa apresentou menores valores do erro padrão para as médias dos parâmetros, bem como menores amplitudes interquartis, o que indica maior precisão das estimativas. As medidas resumo foram também calculadas para a produção máxima sustentável Y_{msy} . A estimativa média para Y_{msy} foi de aproximadamente 653 mil toneladas para a série dos Açores e 146 mil toneladas para a série do Japão. De modo geral, a série dos Açores apresentou maior abundância e menor precisão das estimativas. A série japo-

nesa indica um estoque com menor produção. No entanto, as estimativas apresentaram maior precisão, o que indica que seus resultados são mais confiáveis no que diz respeito a situação real dos estoques.

A Figura 21 apresenta uma comparação entre os valores ajustados e observados da captura por unidade de esforço padronizada, com um intervalo de credibilidade de 95% para as séries dos Açores e do Japão, esta comparação é útil para avaliar o desempenho do modelo. Pode-se verificar por meio do intervalo de credibilidade estimado que os modelos produziram previsões precisas para a maior parte dos pontos observados, pois a maioria dos pontos das CPUE's observadas estão nos intervalos de credibilidade para ambas as séries.



Figura 21: Valores ajustados das capturas por unidade de esforço padronizada (CPUE) e valores observados, com intervalo de 95% de credibilidade (IC) para as séries Açores (A) e Japão (B) no modelo de Schaefer.

4.3.3 Parâmetro de forma fixo em aproximadamente 0: Modelo de Fox

O modelo foi analisado com o parâmetro de forma fixo em 1×10^{-5} . As prioris utilizadas foram Uniforme para k e Lognormais para r e q. No diagnóstico de Gelman-Rubin os parâmetros q e k na série do Japão e k na série dos Açores apresentaram PSRF altos, todos os outros parâmetros apresentaram PSRF abaixo do limite superior de 1.05 pré definido (ver Tabela B.1 no Apêndice B). Os valores tomados pelos parâmetros durante a execução das cadeias podem ser visto nas Figuras 22 e 23 para as duas séries. Tomando como base o PSRF multivariado (Tabela B.1 no Apêndice B) e a semelhança entre os traçados das cadeias, assumiu-se que houve convergência.



Figura 22: Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série dos Açores no modelo de Fox.



Figura 23: Gráfico do traçado dos parâmetros $r, q \in k$ para a série do Japão no modelo de Fox.

As Figuras 24 e 25 apresentam as densidades à posteriori e priori para as séries dos Açores e do Japão, respectivamente. As estimativas de média e desvio padrão do crescimento intríseco no modelo de Fox foram menores do que o obtido no modelo de Schaefer para as duas séries. A média empírica do crescimento intríseco foi 0,13 com desvio padrão de 0,079 na série dos Açores, e 0,09 com desvio padrão de 0,059 na série do Japão. No entanto, as estimativas da capacidade de suporte foram ainda mais imprecisas neste modelo, com altos valores do desvio padrão. Para a série dos Açores a média foi de aproximadamente 14,5 milhões de toneladas, com desvio padrão de 15,5 milhões de toneladas. Para a série do Japão a média foi por volta de 6 milhões de toneladas, com



Figura 24: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Fox para a série dos Açores.



Figura 25: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Fox para a série do Japão.

desvio de 9 milhões de toneladas. As medidas resumo das posterioris no modelo de Fox estão dispostas na Tabela 3. A estimativa média para Y_{msy} foi de aproximadamente 563 mil toneladas na série dos Açores e 140 mil toneladas na série do Japão. As médias no modelo de Fox foram menores, porém o modelo de Schaefer apresentou estimativas mais precisas. A amplitude interquartil foi menor no modelo de Fox apenas para o parâmetro de crescimento intríseco.

Açores					
	Média	Erro padrão (SE)	Intervalo HPD (95%)	$1^{\circ}quartil - 25\%$	$3^{\circ}quartil - 75\%$
r	0, 13	0,0008	[0,0109;0,2826]	0,074	0, 16
$q \times 10^{-5}$	9,7	0,115	[0, 4927; 32, 153]	2,87	12,01
k	14.662.695	163.300	[448.701; 59.926.500]	4.382.000	18.880.000
Y_{msy}	563.300	7.204	[20.904, 8; 2.103.030]	177.900	658.000
Japão					
	Média	Erro padrão (SE)	Intervalo HPD (95%)	$1^{\circ}quartil - 25\%$	$3^{\circ}quartil - 75\%$
r	0,09	0,0006	[0,0073;0,2215]	0,05	0, 13
$q \times 10^{-5}$	0,016	0,000116	[0,0004;0,0394]	0,0078	0,0215
k	6.021.536	98.050	[692.655; 18.703.470]	2.288.000	6.464.000
Y_{msy}	139.517, 3	1.026	[13.184, 53; 358.838, 9]	92.390	170.300

Tabela 3: Estimativas dos parâmetros a partir da distribuição à posteriori no modelo de Fox para as séries Açores e Japão.

A comparação entre os valores ajustados e observados da captura por unidade de esforço, com um intervalo de credibilidade de 95%, para as séries Açores e Japão no modelo de Fox é apresentada na Figura 26. De maneira geral, a previsão das CPUE's a partir das posterioris estimadas no modelo de Fox foi semelhante ao obtido no modelo de Schaefer. Nas duas séries, o intervalo de credibilidade estimado inclui a maioria dos pontos das CPUE's observadas.



Figura 26: Valores ajustados das capturas por unidade de esforço (CPUE) e valores observados, com intervalo de 95% de credibilidade (IC) para as séries Açores (A) e Japão (B) no modelo de Fox.

4.3.4 Modelo de Pella e Tomlinson com estimação do parâmetro de forma

O modelo de produção de Pella e Tomlinson foi avaliado com priori lognormal para o parâmetro p, bem como para os parâmetros r e q, e priori Uniforme para k. O parâmetro k apresentou PSRF acima do limite definido, mas o PSRF multivariado indicou convergência entre as cadeias de Markov em ambas as séries (ver Tabela B.1 no Apêndice B). O PSRF multivarido para o modelo de Pella e Tomlinson foi menor que o obtido nos ajustes dos modelos de Schaefer e Fox. Os traçados dos parâmetros das três cadeias durante a execução do MCMC foram semelhantes para as duas séries (Figuras 27 e 28).

As densidade à priori e posteriori são apresentadas para as séries dos Açores e do Japão respectivamente nas Figuras 29 e 30. As estimativas médias dos parâmetros na série do Japão foram menores que na série dos Açores, assim como nas análises com o parâmetro de forma fixo, nos modelos de Schaefer e Fox. O crescimento intríseco apresentou estimativas de média e desvio padrão muito próximos do obtido no modelo de Schaefer, com p fixo em 1. Para a série dos Açores a média de r foi de 0,18 com desvio padrão de 0,12 e para a série do Japão a média foi de 0,12 com desvio padrão de 0,079. Além disso, estimativa média do parâmetro de forma também foi próxima do valor pré definido para p no modelo de Schaefer. Na série dos Açores a média de p foi de 0,96 e na série do Japão foi de 0,93, ambas com desvio padrão de 0,78. No entanto, a amplitude interquantil indicou grande variação dos valores da amostra à posteriori para



Figura 27: Gráfico do traçado dos parâmetros $p,r,q \in k$ para a série Açores no modelo de Pella e Tomlinson.



Figura 28: Gráfico do traçado dos parâmetros $p,r,q \in k$ para a série Japão no modelo de Pella e Tomlinson.



Figura 29: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série dos Açores.



Figura 30: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série do Japão.

o parâmetro de forma, em que o primeiro quantil equivale a aproximadamente 0,3 e o terceiro quantil a aproximadamente 1,3 nas duas séries analisadas (Tabela 4). A média da capacidade de suporte na série dos Açores foi de aproximadamente 21,5 milhões de toneladas, quase 7 milhões de toneladas acima das estimativas médias obtidas nos modelos de Schaefer (15, 5 milhões aproximadamente) e Fox (14, 5 milhões aproximadamente), com alto valor de desvio padrão, por volta de 23,5 milhões de toneladas. Na série japonesa, as estimativas de média e desvio padrão de k foram um pouco mais próximas, porém maiores, do que o obtido nos modelos com p fixo, Schaefer e Fox. Tanto média, quanto desvio padrão nesta série foram aproximadamente 7 milhões de toneladas. As estimativas médias para Y_{msy} no modelo de Pella e Tomlinson também foram superiores ao obtido nos modelos de Schaefer e Fox, especialmente na série dos Açores. A média de Y_{msy} foi de aproximadamente 850 mil toneladas na série dos Açores, quase 300 mil toneladas acima da média no modelo de Schaefer, e 153 mil toneladas na série do Japão (Tabela 4). A amplitude interquartil foi a maior entre os modelos analisados, com exceção apenas para o parâmetro q na série dos Açores. Os erros padrões na série dos Açores foram os maiores entre os modelos analisados para a maioria dos parâmetros, com exceção apenas de q que apresentou erro padrão menor que no modelo de Fox. A série japonesa apresentou erro padrão menor que no modelo de Fox para os parâmetros $q \in k$, e maior que no modelo de Schaefer. De maneira geral, o modelo de Schaefer apresentou os menores valores para os erros padrões da média dos parâmetros.

Açores					
	Média	Erro padrão (SE)	Intervalo HPD (95%)	$1^{\circ}quartil - 25\%$	$3^{\circ}quartil - 75\%$
p	0,96	0,0081	[0, 0112; 2, 6225]	0, 38	1, 30
r	0,18	0,0013	[0,008;0,4531]	0,098	0, 25
$q \times 10^{-5}$	6,62	0,075	[0, 3892; 21, 7315]	2,04	8,61
k	21.721.115	250.400	[712.055; 96.094.940]	6.150.708	27.336.159
Y_{msy}	850.696, 4	11.830	[11.429, 51; 4.072.285]	237.466	970.378
Japão					
	Média	Erro padrão (SE)	Intervalo HPD (95%)	$1^{\circ}quartil - 25\%$	$3^{\circ}quartil - 75\%$
p	0,93	0,0079	[0, 0164; 2, 5657]	0, 37	1,28
r	0, 12	0,0008	[0, 0053; 0, 2866]	0,063	0,157
$q \times 10^{-5}$	0,0126	0,000096	[0,0005;0,0324]	0,0061	0,0166
k	7.011.259	75.820	[677.610; 21.899.100]	2.913.365	8.285.490
Y_{msy}	153.069, 6	1.904	[12.661, 1383.013]	91.712	172.623

Tabela 4: Estimativas dos parâmetros a partir da distribuição à posteriori no modelo de Pella e Tomlinson para as séries Açores e Japão.

A Figura 31 apresenta a comparação entre os valores ajustados e observados da captura por unidade de esforço, com um intervalo de credibilidade de 95% para as séries Açores e Japão. A posteriori preditiva estimada no modelo de Pella e Tomlinson com priori para o parâmetro de forma foi semelhante ao obtido nos modelos com p fixo, nos modelos de Schaefer e Fox. Apesar de apresentar estimativas médias à posteriori com menor precisão, o modelo de Pella e Tomlinson produziu previsões precisas para as duas séries analisadas, com intervalos de credibilidade que incluíram a maioria dos valores observados de CPUE's.



Figura 31: Valores ajustados das capturas por unidade de esforço (CPUE) e valores observados, com intervalo de 95% de credibilidade (IC) para as séries Açores (A) e Japão (B) no modelo de Pella e Tomlinson.

4.3.5 Critério de comparação entre os modelos

Como critério de comparação entre os modelos utilizou-se o DIC (*Deviance Information Criterion*). Nas duas séries analisadas, o modelo de Pella e Tomlinson apresentou o menor DIC, o que é indicativo de melhor ajuste. O modelo de Fox apresentou os maiores valores de DIC.

÷ () =					
	Açores		Japão		
Modelos	DIC	$ ho_D$	DIC	$ ho_D$	
Schaefer $(p = 1)$	68,9	21,4	26,4	24,4	
Fox $(p \approx 0)$	87,3	37,9	33,8	26,7	
Pella e Tomlinson $(p \sim lognormal)$	23,4	60,7	22,6	25,5	

Tabela 5: Deviance information criterion (DIC) e número efetivo de parâmetros (ρ_D).

4.4 Discussão

Os conjuntos de dados de pesca tendem a ser séries temporais pouco informativas, curtas e ruidosas (PRAGER, 2002). Especialmente quando os dados coletados são derivados da pesca comercial, como é o caso da maioria dos atuns e afins. Diversos autores, entre eles Hilborn e Walters (1992), Omori et al. (2016), Sant'Ana et al. (2017), Woods e Jonasson (2017), alertam para o fato de que os modelos dinâmicos de biomassa podem produzir estimativas tendenciosas e imprecisas em virtude da má qualidade dos dados. Especificamente no caso do modelo generalizado, alguns conjuntos de dados são insuficientes informativos sobre a forma da curva de produção e do parâmetro p (KELL; MERINO, 2016). Por esta razão, Prager (2002) recomenda o uso deste modelo com parâmetro de forma fixo como preferível, ressaltando que as estimativas do modelo de Pella e Tomlinson podem ser indevidamente influenciadas por pontos discrepantes quando o parâmetro de forma é estimado com base nos dados de pesca. No entanto, a modelagem com pnão fixo proporciona flexibilidade ao máximo da função de produção. Fixando-se o valor de p, pode-se assumir valores incorretos para ϕ (MCALLISTER et al., 2000). Além disso, é provável que estimativas mais realistas sobre os estoques possam ser geradas com o modelo generalizado, desde que haja uma correta especificação do valor de ϕ (PRAGER, 2002).

As estimativas médias da capacidade de suporte e da produção máxima foram imprecisas tanto nos modelos de Schaefer e Fox, com p fixo em 1 e aproximadamente 0, respectivamente, quanto no modelo de Pella e Tomlinson. A priori para p foi estimada sem a interferência dos dados, com base em limites de ϕ e no pressuposto de que os modelos de Fox e Schaefer são simplificações úteis do fenômeno estudado. Embora todas as frotas de pesca explorem o mesmo estoque, cada uma tem suas características próprias. Com a escolha de duas séries de CPUE's, Açores e Japão, para serem analisadas separadamente como cenários distintos do estoque, verificou-se que as estimativas médias de k e Y_{msy} na série japonesa no modelo de Pella e Tomlinson foram mais próximas das estimativas obtidas com os modelos de Fox e Schaefer, enquanto na série dos Açores, com índices mais conflitantes e mais pontos discrepantes, ocorreu uma possível superestimação de $k \in Y_{msy}$. Com este resultado, pode-se sugerir que o uso do modelo de Pella e Tomlinson em séries de dados com tendências monótonas e poucos pontos discrepantes fornece resultados mais semelhantes aos modelos de Fox e Schaefer. A utilização de diversas frotas de pesca é comum nas avaliações de estoques. Neste caso, o ajuste poderá envolver a ponderação de tendências contraditórias de índices conflitantes (KELL; MERINO, 2016) e gerar estimativas viesadas. Uma opção pode ser conduzir os estudos de dinâmica populacional com frotas de padrões de tendências semelhantes. Com isso, o padrão dominante da tendência dos índices terá predominancia na análise e nas previsões sobre a dinâmica da biomassa.

O parâmetro de forma apresentou média à posteriori de 0,96 na série dos Açores e 0,93 na série de Japão, o que equivale a $\phi = 0,49$ em ambas as séries. Estas estimativas são muito próximas ao modelo de Schaefer, com p = 1 e $\phi = 0,5$. No entanto, não podem ser tomadas como estimativas pontuais precisas para o parâmetro de forma, visto que a amplitude interquantil indicou maior concentração dos valores da amostra à posteriori de p entre aproximadamente 0,3 e 1,3 nas duas séries. Com isto, tem-se 0,41 $\leq \phi \leq$ 0,52 como um possível intervalo de ϕ para as duas séries, nas condições avaliadas. É importante salientar que apenas duas séries de CPUE's foram utilizadas nesta análise, por isto a situação real do estoque de albacora bandolim (*Thunnus obesus*) pode diferir destes resultados. As séries Açores e Japão apresentaram diferentes estimativas para os parâmetros $r, k \in q$ dos modelos de produção, porem semelhantes estimativas de p e ϕ . Isto indica que as estimativas do parâmetro de forma não sofreram influencia dos pontos discrepantes dos dados. Portanto, o método utilizado para a obtenção de uma distribuição à priori pode ser eficiente nas avaliações de estoques com o modelo de Pella e Tomlinson.

A qualidade do ajuste dos modelos foi verificada com o cálculo do DIC. O modelo de Pella e Tomlinson indicou melhor qualidade de ajuste do que os modelos de Fox e Schaefer, com p fixo. Apesar disto, as estimativas obtidas no modelo generalizado apresentaram menor precisão. Alguns autores recomendam o uso do modelo de Pella e Tomlinson como um modelo mais realista e capaz de adequar-se melhor aos dados diferentes cenários (MAUNDER, 2003; KELL; MERINO, 2016). No entanto, este fato não descarta a hipótese de que bons ajustes também podem ser obtidos fixando-se o parâmetro de forma, especialmente com os modelos de Fox e Schaefer. A falta de precisão nas estimativas médias dos parâmetros dos modelos dinâmicos de biomassa em geral está relacionada com a natureza ruidosa dos dados de pesca, e não com o modelo de produção escolhido para a análise. Os modelos de produção são aproximações e "cada um fornece, de sua perspectiva particular, uma visão imperfeita da realidade" (PRAGER, 2003).

5 Considerações finais

No Capítulo 3 foi realizada uma análise retrospectiva a partir do modelo de Schaefer, com dados anuais de captura e CPUE do espadarte (*Xiphias gladius*). Com a não diminuição dos intervalos interquantis ao longo dos anos para os parâmetros de crescimento intríseco e capacidade de suporte na maioria das séries, pode-se concluir que o acúmulo de dados do espadarte não tem sido suficiente para aumentar a precisão das informações sobre a situação atual dos estoques. As causas podem estar associadas à simplicidade do modelo de produção ou ao acúmulo de dados viesados e pouco informativos. Para dispor de estimativas precisas e suficientemente informativas, sugere-se a elaboração de planos de amostragem adequados para a obtenção de dados não viesados. Sugere-se também que a verificação sobre o acúmulo de informação seja realizada em modelos mais robustos (como os estruturados por idade, por exemplo), para verificar se o problema está mesmo nos dados ou na falta de realismo do modelo.

No Capítulo 4, realizou-se uma análise do modelo de produção de Pella e Tomlinson com parâmetro de forma fixo e também estimado a partir de uma priori. Considerando-se o critério DIC, o modelo apresentou melhor qualidade de ajuste com o parâmetro de forma estimado por meio de uma priori do que nos casos onde fixou-se o valor de p (Modelos de Fox e Schaefer). Recomenda-se o uso do modelo de Pella e Tomlinson com estimativa do parâmetro de forma por meio de suposições e conhecimentos teóricos, e não com base nos dados. Pode-se reforçar a sugestão de diversos autores de que este modelo é mais realista, mais flexível e adaptável aos diferentes cenários dos estoques.

O modelo de Pella e Tomlinson mostrou-se mais sensível e mais suceptível à superestimativas ou estimativas viesadas com o uso de séries de dados com altos valores de variâncias, como foi o caso da série dos Açores, visto que as estimativas médias à posteriori nesta série foram, em geral, maiores que na série do Japão. Deste modo, recomenda-se também a realização da análise retrospectiva abordada no Capítulo 3 para este modelo, com a finalidade de verificar se o modelo de Pella e Tomlinson produz estimativas pouco informativas e imprecisas ao longo dos anos.
Referências

ALBERT, J. Bayesian Computation with R. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2009.

ANON. Report of the 2002 iccat white marlin stock assessment. Col. Vol. Sci. Pap. ICCAT., v. 55, n. 2, p. 350 – 452, 2003.

ANON. Report of the 2015 bigeye tuna data preparatory meeting. Collect. Vol. Sci. Pap. ICCAT - SCRS/2015/011, v. 72, n. 1, p. 1 – 85, 2016.

ANON. Report of the 2017 iccat atlantic swordfish stock assessment. Col. Vol. Sci. Pap. ICCAT. - SCRS/2017/008, v. 74, n. 3, p. 841 – 967, 2017.

BERNARDO, J. M.; SMITH, A. F. M. Bayesian Theory. New York: [s.n.], 1994.

BISHOP, J. Standardizing fishery-dependent catch and effort data in complex fisheries with technology change. *Rev. Fish Biol. Fish.*, v. 16, p. 21 – 38, 2006.

BOX, G.; TIAO, G. *Bayesian inference in statistical analysis*. [S.l.]: Addison-Wesley Pub. Co., 1973. (Addison-Wesley series in behavioral science: quantitative methods).

BOX, G. E. P.; TIAO, G. C. *Bayesian inference in statistical analysis*. [S.l.]: Wiley Classics Library ed. Wiley-Interscience., 1992.

CADIMA, E. L. Fish stock assessment manual. *FAO - Fisheries Techinical Paper*, n. 393, p. 161, 2003.

CASTELLO, J. P. Gestão sustentável de recursos pesqueiros, isto é realmente possível? *Pan-American Journal of Aquatic Science*, v. 2, n. 1, p. 47 – 52, 2007.

COOKE, J. G.; BEDDINGTON, J. R. The relationship between catch rates and abundance in fisheries. *IMA J. Math. Appl. Med. Biol.*, n. 1, p. 291 – 405, 1984.

DENWOOD, M. J. Runjags: Run Bayesian MCMC models in the BUGS syntax from within R - manual. [S.l.], 2009. Disponível em: ">http://cran.r-project.org/web/packages/runjags/.

FIEDLER, F. N.; SALES, G.; GIFFONI, B. B.; PORT, D.; SANT'ANA, R.; BARRETO, A. S.; SCHWINGEL, P. R. Spatio-temporal distribution and target species of longline fisheries off southeastern/southern brazil between 2000 and 2011. *Brazilian Journal of Oceanography*, v. 63, n. 4, p. 407 – 422, 2015.

FLETCHER, R. I. On the restructuring of the pella-tomlinson system. *Fishery Bulletin*, v. 76, n. 3, p. 515 – 521, 1978.

FOX, W. W. An exponential yeld model for optimizing exploited fish populations. *Trans.* Am. Fish. Soc., v. 99, p. 80 – 88, 1970.

GAMERMAN, D. Markov chain monte carlo: Stochastic simulation for bayesian inference. *Texts in Statistical Sciences. Champman and Hall, London*, 1997.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. Markov chain monte carlo: Stochastic simulation for bayesian inference. *Texts in Statistical Sciences Series. CRC Press*, 2006.

GELMAN, A.; CARLIN, J. B.; STERN, H. S.; DUNSON, D. B.; VEHTARI, A.; RUBIN, D. B. *Bayesian Data Analysis.* 3. ed. FL: CRC Press, 2013.

GELMAN, A.; RUBIN. A single series from the gibbs sampler provides a false sense of secutiry. *Bayesian Statistics 4 (J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid, A. F. M. Smith, eds). Oxford: University Press*, p. 625 – 631, 1992.

GOMPERTZ, B. On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical transactions of the Royal society of London*, v. 115, p. 513 – 583, 1825.

GRAHAM, M. Modern theory of exploiting a fishery, and application to north sea trawling. *Journ. Cons. Perm. Inter. Explor. de la Mer.*, v. 10, n. 3, p. 264 – 274, 1935.

GULLAND, J. A. The concept of the maximum sustainable yield and fishery management. *F.A.O. Fish. tech. Pap.*, v. 70, p. 13, 1968.

HADDON, M. Modelling and Quantitative Methods in Fisheries. [S.I.]: CRC Press, 2001.

HARLEY, S. J.; MYERS, R. A.; DUNN, A. Is catch-per-unit-effort proportional to abundance? *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, n. 58, p. 1760 – 1772, 2001.

HILBORN, R. Comparison of fisheries control systems that utilize catch and effort data. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, v. 36, n. 12, p. 1477 – 1489, 1979.

HILBORN, R.; WALTERS, C. J. Quantitative Fisheries Stock Assessment: Choice, Dynamics and Uncertainty. US: Springer Science and Business Media, 1992.

HORBOWY, J.; TOMCZAK, M. T. Extension of biomass estimates to preassessment periods using density dependent surplus production approach. *PLOS ONE*, Public Library of Science, v. 12, n. 11, p. 1 – 19, 2017. Disponível em: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0186830>.

JEFFREYS, H. Theory of Probability. 3. ed. [S.l.: s.n.], 1961.

KELL, L.; MERINO, G. Stock assessment diagnostics for atlantic bigeye tuna. *Collect. Vol. Sci. Pap. ICCAT*, v. 72, n. 1, p. 245 – 265, 2016.

KINAS, P. G.; ANDRADE, H. A. Introdução à Análise Bayesiana (com R). Porto Alegre: [s.n.], 2010.

LARSON, H. Introduction to Probability Theory and Statistical Inference. [S.l.: s.n.], 1982.

LEE, P. *Bayesian statistics: an introduction*. [S.l.]: Oxford University Press, 1989. (A Charles Griffin Book, v. 2).

MASSUIA, M. B. Modelos para dados censurados sob a classe de distribuições misturas de escala skew-normal. Dissertação (Mestrado) — UNICAMP, Campinas, SP, 2015.

MAUNDER, M. N. Is it time to discard the schaefer model from the stock assessment scientist's toolbox? *Fisheries Research*, v. 61, n. 1, p. 145 – 149, 2003.

MAUNDER, M. N.; PUNT, A. E. Standardizing catch and effort data: a review of recent approaches. *Fish. Res.*, n. 70, p. 141 – 159, 2004.

MCALLISTER, M. K.; BABCOCK, E. A.; PIKITCH, E. K.; PRAGER, M. H. Application of a non-equilibrium generalized production model to south and north atlantic swordfish: combining bayesian and demographic methods for parameter estimation. *Collect. Vol. Sci. Pap. ICCAT*, v. 51, n. 5, p. 1523 – 1550, 2000.

Meneses de Lima, J. H.; KOTAS, J. E.; LIN, C. F. A historical review of the brazilian longline fishery and catch of swordfish (1972-1997). *Col. Vol. Sci. Pap. ICCAT.*, v. 51, n. 4, p. 1329 – 1357, 2000.

METHOT, R. D. Stock assessment: operational models in support of fisheries management. R. J. Beamish; B. J. Rothschild, B. J. (eds.), The Future of Fishery Science in North America, Fish and Fisheries Series, p. 137 – 165, 2009.

MEYER, R.; MILLAR, R. B. Bugs in bayesian stock assessments. Can. J. Fish. Aquat. Sci., v. 56, p. 1078 – 1086, 1999.

MILLAR, R. B.; MEYER, R. Non-linear state space modelling of fisheries biomass dynamics by using metropolis-hastings within-gibbs sampling. J. Roy. Statist. Soc. Ser. C., v. 49, n. 3, p. 327 – 342, 2000.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. Análise de Séries Temporais. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.

MOURATO, B. L.; CARVALHO, F. Stock assessment of western atlantic sailfish (istiophorus platypterus) using a bayesian state-space surplus production model. *Collect. Vol. Sci. Pap. ICCAT*, v. 73, n. 5, p. 1840 – 1858, 2017.

NOMURA, I. O. O futuro da pesca e da aquicultura marinha no mundo. *Cienc. Cult. [online]*, v. 62, n. 3, p. 28 – 32, 2010.

O'HAGAN, A. Bayesian Inference. Cambridge: [s.n.], 1994.

OMORI, K. L.; HOENIG, J. M.; LUEHRING, M. A.; BAIER-LOCKHART, K. Effects of underestimating catch and effort on surplus production models. *Fisheries R*, v. 183, p. 138 – 145, 2016.

ORTIZ, M.; AROCHA, F. Alternative error distribution models for standardization of catch rates of non-target species from a pelagic longline fishery: billfish species in the venezuelan tuna longline fishery. *Fish. Res.*, n. 70, p. 275 – 297, 2004.

PELLA, J. J.; TOMLINSON, P. K. A generalized stock production model. Inter-American Tropical Tuna Commission, v. 13, p. 419 – 496, 1969. PIOVANO, S.; SWIMMER, Y. Effects of a hook ring on catch and bycatch in a mediterranean swordfish longline fishery: small addition with potentially large consequences. *Aquatic Conserv: Mar. Freshw. Ecosyst.*, v. 27, p. 372 – 380, 2016.

PITCHER, T. J.; HART, P. J. B. Fisheries ecology. Londres: Londres, 1982.

PLUMMER, M. JAGS Version 3.4.0 user manual. [S.l.], 2013. Disponível em: <http://www.stats.ox.ac.uk/nicholls/MScMCMC15/jags_user_manual.pdf>.

POLACHECK, T.; HILBORN, R.; PUNT, A. E. Fitting surplus production models: comparing methods and measuring uncertainty. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, v. 50, p. 2597 – 2607, 1993.

PRAGER, M. H. A suite of extensions to a nonequilibrium surplus-production model. *Fish Bull.*, v. 92, p. 374 – 389, 1994.

PRAGER, M. H. Comparison of logistic and generalized surplus-production models applied to swordfish, *Xiphias gladius*, in the north atlantic ocean. *Fisheries Research*, v. 58, p. 41 – 57, 2002.

PRAGER, M. H. Reply to the letter to the editor. *Fisheries Research*, v. 61, p. 151 – 154, 2003.

QUINN, T. J.; DERISO, R. B. *Quantitative Fish Dynamics*. New York: Oxford University Press, 1999.

QUINN, T. J. I.; DERISO, R. B.; NEAL, P. R. Methods of population assessment of pacific halibut. *International Pacific Halibut Commission*, Scientific report 72, 1985.

R Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2017. Disponível em: https://www.R-project.org/.

RICKER, W. E. Handbook of computations for biological statistics of fish populations. *Fisheries Research Board of Canada*, p. 300 p., 1958.

ROBERT, C.; CASELLA, G. Monte Carlo Statistical Methods. Second ed. [S.l.]: Springer - Verlag, 2004.

ROBERT, C. P.; CASELLA, G. Monte Carlo Statistical Methods. New York: Springer - Verlag, 1999.

ROBERT, C. P.; CASELLA, G. Introducing Monte Carlo Methods with R. New York: Springer-Verlag, 2010.

SANT'ANA, R.; KINAS, P. G.; MIRANDA, L. V. de; SCHWINGEL, P. R.; CASTELLO, J. P.; VIEIRA, J. P. Bayesian state-space models with multiple cpue data: the case of a mullet fishery. *Scientia Marina*, v. 81, n. 3, p. 361 – 370, 2017.

SCHAEFER, M. B. Some aspects of the dynamics of populations important to the management of the commercial marine fisheries. *Bull. Inter-Amer. Trop. Tuna Comm.*, v. 1, n. 2, p. 25 – 56, 1954.

SCHAEFER, M. B. A study of the dynamics of the fishery for yellowfin tuna in the eastern tropical pacific ocean. *Bull. Inter-Amer. Trop. Tuna Comm.*, v. 2, p. 247 – 268, 1957.

SCHAEFER, M. B.; BEVERTON, R. J. H. Fishery dynamics - their analysis and interpretation. *The Sea. M. N. Hill, New York*, v. 2, p. 464 – 483, 1963.

SPARRE, P.; VENEMA, S. C. Introdução à avaliação de manaciais de peixes tropicais. Parte 1 - Manual. FAO. Roma, Itália, 1997.

SPIEGEL, M.; SCHILLER, J.; SRINIVASAN, R. Probabilidade e Estatística - Coleção Schaum. 3. ed. [S.l.]: Bookman, 2016.

SPIEGELHALTER, D. J.; BEST, N. G.; CARLIN, B. P.; LINDE, A. van der. Bayesian measures of model complexity and fit. J. R. Statist. Soc. B, v. 64, p. 583 – 639, 2002.

WANG, S.-P.; MAUNDER, M. N.; NISHIDA, T.; CHEN, Y.-R. Influence of model misspecification, temporal changes, and data weighting in stock assessment models: Application to swordfish (xiphias gladius) in the indian ocean. *Fisheries Research*, v. 166, p. 119 – 128, 2015.

WANG, S.-P.; MAUNDER, M. N.; SILVA, A. A. da. Selectivity's distortion of the production function and its influence on management advice from surplus production models. *Fisheries Research*, v. 158, p. 181 – 193, 2014.

WOODS, P.; JONASSON, J. P. Bayesian hierarchical surplus production model of the common whelk buccinum undatum in icelandic waters. *Fisheries Research*, v. 194, p. 117 – 128, 2017.

APÊNDICE A – Diagnóstico de Gelman Rubin



Figura A.1: Diagnóstico Gelman Rubin para verificar a convergência do parâmetro r. BRA - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SPN - Espanha, TAI1, TAI2 e TAI3 - Taiwan, URU1 e URU2 - Uruguai.



Figura A.2: Diagnóstico Gelman Rubin para verificar a convergência do parâmetro k. BRA - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SPN - Espanha, TAI1, TAI2 e TAI3 - Taiwan, URU1 e URU2 - Uruguai.



Figura A.3: Diagnóstico Gelman Rubin para verificar a convergência do parâmetro q. BRA - Brasil, JPN1 e JPN2 - Japão, SPN - Espanha, TAI1, TAI2 e TAI3 - Taiwan, URU1 e URU2 - Uruguai.

APÊNDICE B – Diagnóstico de Gelman Rubin

Tabela B.1: Diagnóstico de convergência Gelman-Rubin para o modelo de Pella e Tomlinson.

Modelo de Pella e Tomlinson com $p = 1$ (Schaefer)							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,03			Multivariate PSRF: 1,03				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
r	1,01	1,03	r	1,01	1,02		
q	1,08	1,18	q	1,03	1,05		
k	1,01	1,04	k	1,07	1,16		
Modelo de Pella e Tomlinson com $p \approx 0$ (Fox)							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,02			Multivariate PSRF: 1,04				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
r	$1,\!00$	1,01	r	1,02	1,05		
q	1,01	1,03	q	1,02	1,08		
k	1,07	1,16	k	1,24	1,71		
Modelo de Pella e Tomlinson com priori Gamma para p							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,01			Multivariate PSRF: 1,01				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	$1,\!00$	1,00	р	1,00	1,00		
r	$1,\!00$	1,00	r	1,01	1,01		
q	$1,\!00$	1,01	q	1,01	1,03		
k	$1,\!04$	1,07	k	1,02	1,02		
Modelo de Pella e Tomlinson com priori Lognormal para p							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,02			Multivariate PSRF: 1,01				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,00	1,01	р	1,00	1,00		
r	1,00	1,00	r	1,00	1,01		
q	$1,\!01$	1,02	q	1,01	1,03		
k	$1,\!07$	1,14	k	1,04	1,08		

Tabela B.2: Diagnóstico Gelman-Rubin para o modelo de Pella e Tomlinson nos casos onde não houve convergência.

p variando entre 0,6 e 1,4 com priori $Gamma(100, 100)$							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,09			Multivariate PSRF: 1,11				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,01	1,03	р	1,00	1,01		
r	1,08	1,18	r	1,11	1,31		
q	1,19	1,48	q	1,15	1,45		
k	1,01	1,08	k	1,06	1,18		
p variando entre aprox. 0 e 3 con			n priori $Uniforme(1 imes 10^{-5}, 3)$				
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,03			Multivariate PSRF: 1,11				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,00	1,00	р	1,00	1,01		
r	1,00	1,00	r	1,02	1,06		
q	1,01	1,04	q	1,04	1,11		
k	1,07	1,17	k	1,25	1,84		
p variando entre aprox. 0 e 3 com priori $Normal(1;0,3)$							
Azores			Japan				
Multivaria	ate PSRF:	1, 12	Multivariate PSRF: 1,29				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,05	1,02	р	1,00	1,01		
r	1,01	1,00	r	1,05	1,06		
q	1,09	1,11	q	1,04	1,81		
k	1,27	1,32	k	1,25	2,47		
p variando entre aprox. 0 e 6 com priori $Lognormal(0,6;0,4)$							
	Azores		Japan				
Multivariate PSRF: 1,61			Multivariate PSRF: 1,04				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,07	1,02	р	1,00	1,00		
r	1,09	1,09	r	1,02	1,05		
q	1,86	2,04	q	1,08	1,19		
k	1,79	3,17	k	1,05	1,13		
p variando entre aprox. 0 e 6 com priori $Normal(3; 0, 6)$							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,41			Multivariate PSRF: 1,47				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,03	1,01	р	1,03	1,02		
r	1,09	1,12	r	1,07	1,28		
q	1,98	1,64	q	1,53	1,85		
k	1,72	$2,\!17$	k	1,91	2,49		

Continua na próxima página.

p variando entre aprox. U e 10 com priori Lognormal(1; 0, 4)							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,06			Multivariate PSRF: 1,47				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,00	1,00	р	1,03	1,11		
r	1,00	1,00	r	1,09	$1,\!27$		
q	1,01	1,04	q	1,57	$3,\!53$		
k	1,08	1,27	k	$1,\!69$	$2,\!81$		
p variando entre aprox. 0 e 10 com priori $Gamma(3; 1, 5)$							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,74			Multivariate PSRF: 3, 16				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,01	1,03	р	1,01	$1,\!04$		
r	1,80	1,63	r	1,22	$1,\!65$		
q	1,29	1,38	q	1,62	$5,\!98$		
k	2,01	4,08	k	$3,\!88$	8,03		
p variando entre aprox. 0 e 10 com priori $Normal(5; 1, 5)$							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,32			Multivariate PSRF: 1,79				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
р	1,02	1,00	р	1,00	1,01		
r	1,09	1,03	r	1,11	1,06		
q	1,74	1,34	q	1,25	1,11		
k	1,97	$1,\!65$	k	2,25	5,81		
p variando entre aprox. 0 e 100 com priori $Uniforme(1 imes 10^{-5}, 100)$							
Azores			Japan				
Multivariate PSRF: 1,13			Multivariate PSRF: 1,08				
Parameter	Point est.	Upper C. I.	Parameter	Point est.	Upper C. I.		
p	1,05	1,03	р	1,02	1,04		
r	1,08	1,28	r	1,00	1,01		
q	1,19	1,18	q	1,09	1,18		
k	1,01	1,08	k	1,06	1,13		

n variando ontro aprox $0 \circ 10$ com priori Lognormal(1:0 4)

APÊNDICE C - Gráficos de resíduos



Figura C.1: Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Schaefer para a série dos Açores.



Figura C.2: Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Schaefer para a série do Japão.



Figura C.3: Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Fox para a série dos Açores.



Figura C.4: Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Fox para a série do Japão.



Figura C.5: Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Pella e Tomlinson para a série dos Açores.



Figura C.6: Análise dos resíduos a partir do ajuste do modelo de Pella e Tomlinson para a série do Japão.

APÊNDICE D – Prioris e posterioris

Nas duas séries analisadas a posteriori do parâmetro de forma foi igual a priori. Neste caso a função de verossimilhança de p é constante e proporcional a 1 pelo teorema de Bayes descrito na Equação 2.15 e a priori é não informativa para o parâmetro de forma.



Figura D.1: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série dos Açores com priori Gamma para p.



Figura D.2: Distribuições à priori e posterioris estimadas a partir do modelo de Pella e Tomlinson para a série do Japão com priori Gamma para o p.