

A Tabela 4.13 apresenta as estatísticas referentes ao Expoente de Hurst (H) para 1481 janelas móveis de 480 dias para cada *commodity* entre 2006-2014.

Tabela 4.13: Estatísticas descritivas do Expoente de Hurst (H) com janela móvel de tempo de 480 dias (2006-2014).

	ACR	ALG	ARR	BOI	CAF	TRG
Média	0.89	0.83	0.89	0.77	0.56	0.69
Mediana	0.90	0.83	0.89	0.78	0.55	0.67
Máximo	1.12	1.07	1.16	1.10	0.83	1.11
Mínimo	0.46	0.50	0.63	0.48	0.31	0.30
Desv.Padrão	0.11	0.10	0.09	0.12	0.09	0.17
$(0.5 < H < 1)$ (%)	81.90	97.30	89.53	98.58	72.05	84.00
$(0 < H < 0.5)$ (%)	0.20	0.07	0.00	0.34	27.95	12.56
$(H > 1)$ (%)	17.89	2.63	10.47	1.08	0.00	3.44
$(H = 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P-valor Shapiro	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
Mediana-0.5	0.40	0.33	0.39	0.28	0.05	0.17
P-valor Wilcoxon	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Observa-se que as *commodities* exibem um alto percentual de persistência ($0.5 < H < 1$). O teste de normalidade de Shapiro-Wilk mostra que o Expoente de Hurst não é normalmente distribuído. O Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney para uma amostra rejeitou a hipótese de que $H = 0.5$ para todas as *commodities* analisadas.

Se $0.5 < H < 1$, a série possui correlações de longo alcance persistentes, ou seja, maiores valores (menores) têm maior probabilidade de serem seguidos por maiores valores (menores) e a função de autocorrelação diminui seguindo uma lei de potência. A série é antipersistente, se $0 < H < 0.5$, indicando que os maiores valores (menores) tem maior probabilidade de serem seguidos por menores (maiores) valores. A série não apresenta autocorrelação para $H = 0.5$. Se $H > 1$ as correlações existem, mas não diminuem seguindo uma lei de potência. Assim, todas as séries de preços das *commodities* avaliadas apresentaram comportamento persistente, na maior parte do período observado, para 1481 janelas móveis com tamanho de 480 dias (2 anos).

Na Tabela 4.14 podem-se observar as estatísticas referentes ao Expoente de Hurst (H) para 961 janelas móveis de 1000 dias para cada *commodity* entre 2006-2014.

Tabela 4.14: Estatísticas descritivas para o Expoente de Hurst (H) com janela móvel de tempo de 1000 dias (2006-2014).

	ACR	ALG	ARR	BOI	CAF	TRG
Média	0.91	0.82	0.89	0.74	0.53	0.74
Mediana	0.91	0.82	0.89	0.77	0.52	0.75
Máximo	1.10	1.00	1.10	1.01	0.76	1.06
Mínimo	0.67	0.65	0.70	0.50	0.30	0.43
Desv.Padrão	0.08	0.07	0.07	0.11	0.08	0.16
$(0.5 < H < 1)$ (%)	84.91	100.00	94.07	99.90	62.43	92.30
$(0 < H < 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	37.57	6.14
$(H > 1)$ (%)	15.09	0.00	5.93	0.10	0.00	1.56
$(H = 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P-valor Shapiro	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
Mediana-0.5	0.41	0.32	0.39	0.27	0.02	0.25
P-valor Wilcoxon	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

As *commodities* apresentam alta porcentagem de persistência ($0.5 < H < 1$). O teste de normalidade de Shapiro-Wilk mostra que o Expoente de Hurst não é normalmente distribuído. O Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney para uma amostra rejeitou a hipótese de que $H = 0.5$ para todas as *commodities* analisadas. Os valores de $0.5 < H < 1$ constatarem que a série possui correlações de longo alcance persistentes, ou seja, maiores valores (menores) têm maior probabilidade de serem seguidos por maiores valores (menores) e a função de autocorrelação diminui seguindo uma lei de potência.

Para $0 < H < 0.5$, a série é antipersistente, significando que os maiores valores (menores) tem maior probabilidade de serem seguidos por menores (maiores) valores. Se $H = 0.5$, a série não apresenta autocorrelação. Para $H > 1$ há correlações, contudo não diminuem seguindo uma lei de potência. Consequentemente, todas as séries de preços das *commodities* analisadas exibem comportamento persistente, em grande parte do período observado, para 961 janelas móveis com tamanho de 1000 dias (4 anos).

4.7.3 Expoente DFA em Janela Móvel de Tempo no período 2006-2014

A Figura 4.21 descreve o Expoente DFA em 1721 janelas móveis de 240 dias (aproximadamente 1 ano), com passo de um dia entre cada janela. A reta em vermelho representa a tendência linear.

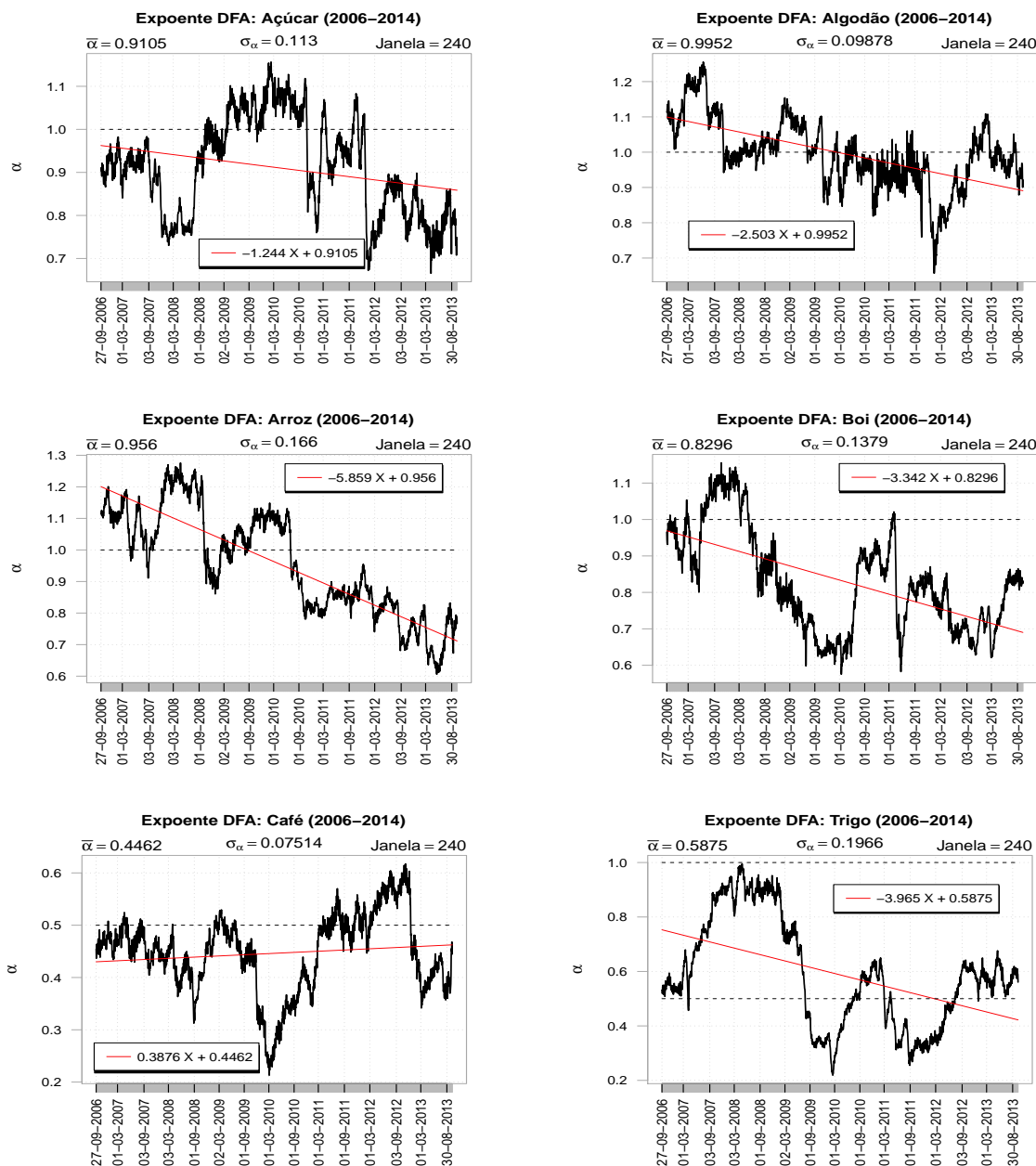


Figura 4.21: Expoente DFA em Janela Móvel de Tempo (tamanho 240 dias), com passo de um dia entre cada janela, totalizando 1721 janelas de tamanho 240 para cada commodity no período 2006-2014.

A Figura 4.22 exibe o Expoente DFA em 1481 janelas móveis de tamanho 480 dias (aproximadamente 2 anos), com passo de um dia entre cada janela. A reta em vermelho representa a tendência linear.

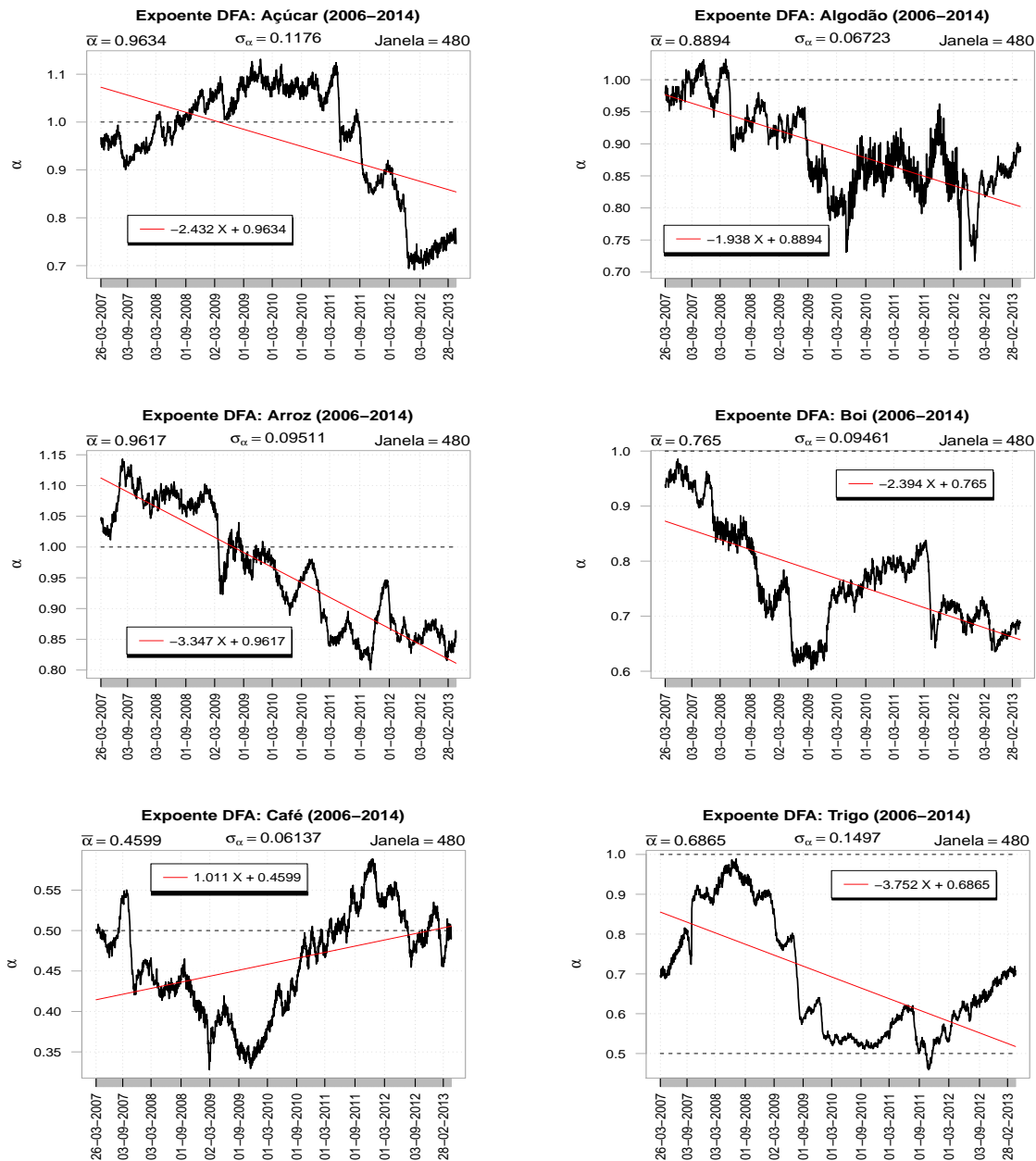


Figura 4.22: Expoente DFA em Janela Móvel de Tempo (tamanho 480 dias), com passo de um dia entre cada janela, totalizando 1481 janelas de tamanho 480 para cada *commodity* no período 2006-2014.

A Figura 4.23 ilustra o Expoente DFA em 961 janelas móveis de 1000 dias (aproximadamente 4 anos), com passo de um dia entre cada janela. A reta em vermelho representa a tendência linear.

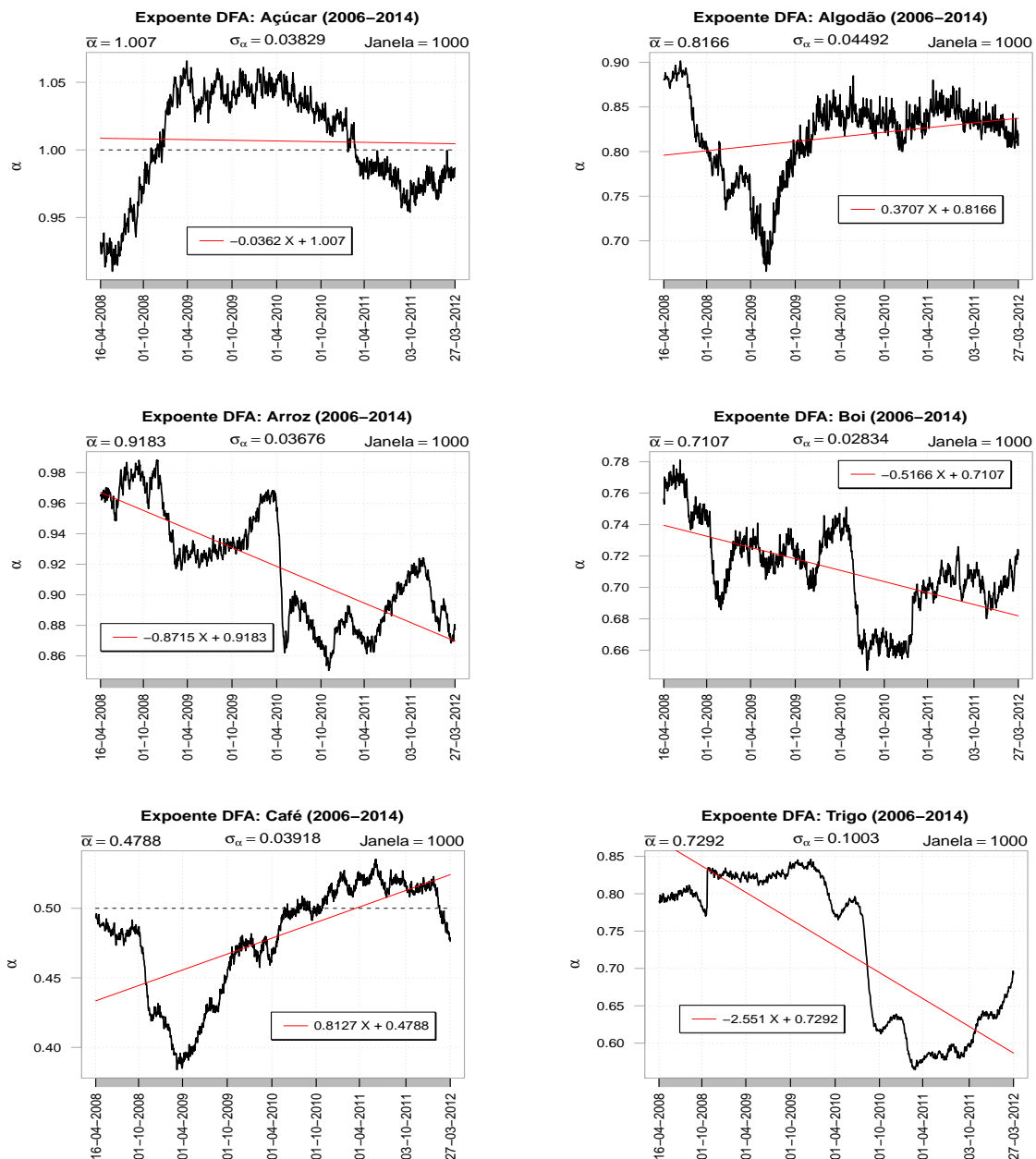


Figura 4.23: Expoente DFA em Janela Móvel de Tempo (tamanho 1000 dias), com passo de um dia entre cada janela, totalizando 961 janelas de tamanho 1000 para cada commodity no período 2006-2014.

A Tabela 4.15 exibe as estatísticas referentes ao Expoente DFA (α) para 1721 janelas móveis de 240 dias para cada *commodity* entre 2006-2014.

Tabela 4.15: Estatísticas descritivas para o Expoente DFA (α) com janela móvel de tempo de 240 dias (2006-2014).

	ACR	ALG	ARR	BOI	CAF	TRG
Média	0.91	1.00	0.96	0.83	0.45	0.59
Mediana	0.92	0.99	0.95	0.82	0.45	0.57
Máximo	1.16	1.26	1.28	1.16	0.62	1.00
Mínimo	0.67	0.66	0.61	0.58	0.21	0.22
Desv.Padrão	0.11	0.10	0.17	0.14	0.08	0.20
$(0.5 < \alpha < 1)$ (%)	74.03	54.10	54.97	85.65	21.50	66.36
$(0 < \alpha < 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	78.50	33.64
$(\alpha > 1)$ (%)	25.97	45.90	45.03	14.35	0.00	0.00
$(\alpha = 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P-valor Shapiro	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mediana-0.5	0.42	0.49	0.45	0.32	0.05	0.07
P-valor Wilcoxon	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

As *commodities* ACR, BOI e TRG apresentam alta porcentagem de persistência, porém pode-se observar que ALG e ARR têm um percentual mais equilibrado entre $0.5 < \alpha < 1$ e $\alpha > 1$. Por outro lado, observa-se que a *commodity* CAF apresenta em grande parte da série um comportamento antipersistente. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk mostra que o Expoente DFA não é normalmente distribuído. O Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney para uma amostra rejeitou a hipótese de que $\alpha = 0.5$ para todas as *commodities* analisadas.

Se $0 < \alpha < 0.5$, a série é antipersistente, significando que os maiores valores (menores) tem maior probabilidade de serem seguidos por menores (maiores) valores. Para $\alpha = 0.5$, a série não apresenta autocorrelação. Se $\alpha > 1$ as correlações existem, porém não diminuem seguindo uma lei de potência. Assim, todas as séries de preços das *commodities* avaliadas apresentaram comportamento persistente para a maior parte da série, exceto o Café, o qual apresenta comportamento antipersistente, na maior parte do período observado, para 1721 janelas móveis com tamanho de 240 dias (1 ano).

A Tabela 4.16 apresenta as estatísticas referentes ao Expoente DFA (α) para 1481 janelas móveis de 480 dias para cada *commodity* entre 2006-2014.

Tabela 4.16: Estatísticas descritivas para o Expoente DFA (α) com janela móvel de tempo de 480 dias (2006-2014).

	ACR	ALG	ARR	BOI	CAF	TRG
Média	0.96	0.89	0.96	0.77	0.46	0.69
Mediana	0.99	0.88	0.96	0.75	0.47	0.63
Máximo	1.13	1.03	1.14	0.99	0.59	0.99
Mínimo	0.69	0.70	0.80	0.60	0.33	0.46
Desv.Padrão	0.12	0.07	0.10	0.09	0.06	0.15
$(0.5 < \alpha < 1)$ (%)	52.60	93.11	63.74	100.00	28.09	98.18
$(0 < \alpha < 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	71.91	1.82
$(\alpha > 1)$ (%)	47.40	6.89	36.26	0.00	0.00	0.00
$(\alpha = 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P-valor Shapiro	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mediana-0.5	0.49	0.38	0.46	0.25	0.03	0.13
P-valor Wilcoxon	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

As *commodities* ALG, ARR, BOI e TRG apresentam alta porcentagem de persistência, exceto o CAF que exibe comportamento contrário, ou seja, com alto percentual de antipersistência. Em relação ao ACR, há um certo equilíbrio entre $(0.5 < \alpha < 1)$ e $(\alpha > 1)$. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk mostra que o Expoente DFA não é normalmente distribuído. O Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney para uma amostra rejeitou a hipótese de que $\alpha = 0.5$ para todas as *commodities* analisadas.

A série apresenta comportamento antipersistente, se $0 < \alpha < 0.5$, indicando que maiores valores (menores) tem maior probabilidade de serem seguidos por menores (maiores) valores. Quando $\alpha = 0.5$, a série não apresenta autocorrelação. Se $\alpha > 1$ as correlações existem, mas não diminuem seguindo uma lei de potência. Desse modo, todas as séries de preços das *commodities* avaliadas apresentaram comportamento persistente na maior parte da série, exceto o Café, o qual exibe comportamento antipersistente, na maior parte do período observado, para 1481 janelas móveis com tamanho de 480 dias (2 anos).

Na Tabela 4.17 podem-se observar as estatísticas referentes ao Expoente DFA (α) para 961 janelas móveis de 1000 dias para cada *commodity* entre 2006-2014.

Tabela 4.17: Estatísticas descritivas para o Expoente DFA (α) com janela móvel de tempo de 1000 dias (2006-2014).

	ACR	ALG	ARR	BOI	CAF	TRG
Média	1.01	0.82	0.92	0.71	0.48	0.73
Mediana	1.02	0.83	0.92	0.71	0.49	0.79
Máximo	1.07	0.90	0.99	0.78	0.54	0.85
Mínimo	0.91	0.67	0.85	0.65	0.38	0.56
Desv.Padrão	0.04	0.04	0.04	0.03	0.04	0.10
$(0.5 < \alpha < 1)$ (%)	44.43	100.00	100.00	100.00	36.73	100.00
$(0 < \alpha < 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	63.27	0.00
$(\alpha > 1)$ (%)	55.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$(\alpha = 0.5)$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P-valor Shapiro	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Mediana-0.5	0.52	0.33	0.42	0.21	0.01	0.29
P-valor Wilcoxon	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

As *commodities* ALG, ARR, BOI e TRG apresentam 100% de persistência. O CAF que exibe comportamento antipersistente para a maioria da série. Em relação ao ACR, há um certo equilíbrio entre $(0.5 < \alpha < 1)$ e $(\alpha > 1)$. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk mostra que o Expoente DFA não é normalmente distribuído. O Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney para uma amostra rejeitou a hipótese de que $\alpha = 0.5$ para todas as *commodities* analisadas.

A série é antipersistente se $0 < \alpha < 0.5$, indicando que maiores valores (menores) tem maior probabilidade de serem seguidos por menores (maiores) valores. A série não apresenta autocorrelação, se $\alpha = 0.5$. As correlações existem, porém não diminuem seguindo uma lei de potência, no caso de $\alpha > 1$. Assim, todas as séries de preços das *commodities* analisadas exibem comportamento persistente para a maior parte da série, com exceção do Café, o qual apresenta comportamento antipersistente, na maioria do período analisado, para 961 janelas móveis com tamanho de 1000 dias (4 anos).

Conclusões

A crise financeira mundial iniciou-se no mercado americano e acabou se tornando a pior crise financeira mundial desde 1929 (quebra da bolsa de Nova York). A falência do banco de investimento Lehman Brothers no dia 15 de setembro de 2008 marca a transformação da crise financeira internacional, e após isso, ocorre uma grande redução do crédito internacional e o dólar dispara no Brasil. Considerando que o setor agrícola é de fundamental importância para a sanidade econômica e por ser um grande investidor em tecnologias ambiental e rural, o Brasil não pode sucumbir à ideia de uma desaceleração neste setor, pois o agronegócio brasileiro representou, em 2008, 36.7% das exportações brasileiras, geração de 37% dos empregos e 28% do Produto Interno Bruto (PIB). Em 2012, o agronegócio representou um saldo comercial de aproximadamente 79 bilhões de dólares.

Nesta tese, investigou-se a assincronia e o comportamento das correlações cruzadas dos retornos de seis *commodities* agrícolas do agronegócio brasileiro, para os períodos anterior (2006-2009) e posterior a crise financeira mundial (2010-2014). Utilizou-se o método *Cross-Sample Entropy* para quantificar a assincronia entre todas as séries de retornos das *commodities*. Os expoentes de correlações cruzadas foram determinados pelos métodos *Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis* (MF-DCCA) e *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA). Os expoentes de auto-correlação foram obtidos pelo método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA).

Após a aplicação do método *Cross-Sample Entropy*, verificou-se que em apenas 3 pares (ACR-ALG, ACR-ARR e ACR-CAF) de *commodities* (20%), os valores da estatística *Cross-SampEn* foram maiores a partir dos Dados A (antes da crise) do que a partir dos Dados B (após a crise). Para os 12 pares restantes de *commodities* (80%), resultaram em valores da estatística *Cross-SampEn* maiores a partir dos Dados B (depois da crise) do que a partir dos Dados A (antes da crise). Isso quer dizer

que houve uma maior assincronia entre as *commodities* (80%) no período após a crise financeira internacional (2010-2014).

Na aplicação do método *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA), observou-se que a maioria dos cruzamentos entre as *commodities* (15 casos = 71.43%) apresentaram coeficiente de correlação-cruzada mais forte no período pré-crise (2006-2009). Apenas os seguintes casos (6 casos = 28.57%) apresentaram um coeficiente de correlação-cruzada mais forte após a crise: ALG-ARR, ALG-CAF, ARR, ARR-CAF, CAF e CAF-TRG.

Em relação ao expoente DFA, as *commodities* ACR, ALG, BOI e TRG apresentaram um menor coeficiente de auto-correlação após a crise. Por outro lado, as demais *commodities* apresentaram comportamento contrário, indicando uma auto-correlação mais forte após a crise.

O comportamento do coeficiente de correlação $\rho_{DCCA}(n)$ segue, em geral, uma tendência menor ou negativa para o período após a crise (2010-2014) em comparação com o período anterior a crise (2006-2009).

Os resultados do método MF-FDA mostram que para as *commodities* Café e Trigo, para o período pré-crise (2006-2009), a multifractalidade das séries temporais originais das *commodities* Café e Trigo aumentaram em comparação com as séries randomizadas, apresentando multifractalidade de ambos os tipos: a randomização não afeta a função densidade de probabilidade dos valores da série temporal (tipo 1) e a randomização da série temporal destrói as correlações de longo alcance (tipo 2). As demais séries originais, para esse período, apresentam multifractalidade mais fraca que as séries randomizadas.

Em relação ao período pós-crise (2010-2014), apenas a *commodity* Algodão exhibe multifractalidade mais forte para a série original em relação a série randomizada, mostrando ocorrência de multifractalidade dos dois tipos. As demais *commodities* têm comportamento contrário, para este período.

O teste Wilcoxon-Mann-Whitney para duas amostras independentes, usado para comparar os valores dos dois períodos analisados, não detectou diferença significativa ao nível de significância de 5%, para a estatística *Cross - SampEn* e para o coeficiente de correlação-cruzada λ do método DCCA. Porém, ao aplicar este mesmo teste para os parâmetros multifractais, o teste afirma que a largura dos espectro multifractal W é estatisticamente maior durante o período pré-crise (2006-2009) do que no período pós-crise (2010-2014), ao nível de significância de 5%.

Portanto, com base no resultados obtidos, pode-se concluir que a análise multifractal e a análise de complexidade podem ser úteis nos estudos da dinâmica do agronegócio

brasileiro, dada a sua importância, diante do cenário econômico mundial, seja para adoção de políticas monetárias e fiscal dos órgãos responsáveis, agentes econômicos ou pelo governo federal.

Trabalhos futuros podem adotar outras *commodities*, sejam elas agrícolas ou de outra natureza, diante de outros cenários econômicos mundiais ou de outros grupos de países, desenvolvidos ou emergentes. Podem ser desenvolvidos métodos de Janela Móvel de Tempo para a estatística *Cross-SampEn*, para os métodos DCCA, MF-DFA e MF-DCCA e também para os parâmetros multifractais r , α_0 e W , para avaliar a dinâmica desses valores ao longo do tempo para vários tamanhos de janelas.

Referências Bibliográficas

- [1] Arita, A. C. P.; da Silva, F. S. M. & Gambera, L. R. A geometria da esponja de Menger. *Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, 2(2):70–77, 2013.
- [2] Massago, S. Introdução ao fractal. VII Semana Acadêmica de Matemática, Universidade Federal de Tocantins - Campus de Araguaína, 2010.
- [3] Abe, M. M. A crise de 2008 e seu impacto em países economicamente dependentes de commodities. Master's thesis, Fundação Getúlio Vargas - Escola de Economia de São Paulo, São Paulo, 2011.
- [4] McKibbin, W. J. & Stoeckel, A. The global financial crisis: causes and consequences. *Asian Economic Papers*, 9(1):54–86, 2010.
- [5] Ministério da Agricultura, P. e. A. M. Estudos do comércio exterior, 2009. <http://www.agricultura.gov.br/>.
- [6] Tremea, N. J. C. As exportações e o produto interno bruto do Brasil no período de 2000 a 2009. *Revista ADMpg Gestão Estratégica*, 4(1):1–9, 2011.
- [7] Fernandes, D. & Pedro, J. G. A crise do subprime e os efeitos na balança comercial do agronegócio brasileiro. uma análise da 10^a região administrativa de presidente prudente-sp. In *Encontro de Ensino, Pesquisa e Extensão, Presidente Prudente, 17 a 20 de outubro*, volume 8, pages 203–212, 2011.
- [8] Conab. <http://www.conab.gov.br/>.
- [9] Ministério do Desenvolvimento, I. e. C. E. M. Exportações de commodities, 2015. <http://www.mdic.gov.br/sitio/interna/interna.php?area=5&menu=1955>.
- [10] Neves, V. S. As repercussões da crise financeira mundial no Brasil: entre tsunamis e marolinhas. *Boletim Mundorama*, 2012.

- [11] Vasquez, J. L. *Comércio exterior brasileiro*. Atlas, 9 edition, 2008.
- [12] Galle, J. M.; Cavali, R. & Santos, E. O. Crise norte-americana: um modelo explicativo de sua causa. *Revista Multidisciplinar da Unesp*, (7):170–175, Junho 2009.
- [13] da Silva, O. M. As commodities e a crise financeira. *Espaço do produtor*, 2008.
- [14] Agrícolas, N. Commodities, 2010.
http://www.noticiasagricolas.com.br/educacional/mercado-futuro/44200-commodities.html#.VOcq4_nF-Cs .
- [15] Barros, G. S. C. Do subprime nos Estados Unidos ao agronegócio brasileiro. 2008.
- [16] Vizi, B. Depois da crise - desafios faz uma retrospectiva, revendo os impactos, os canais de transmissão, e as consequências da turbulência que modificou, e ainda modifica, a economia global. *Desafios do desenvolvimento*, 8(1):11–27, 2011.
- [17] Borges, M.; Guimarães, A. P.; Bellini, R. & Repezza, M. T. C., A. P. Lélis. As exportações brasileiras e os ciclos de commodities: tendências recentes e perspectivas. *Boletim Conjuntura e Estratégia – Apex-Brasil*, (1):14–29, 2011.
- [18] Freitas, M. C. P. Os efeitos da crise global no Brasil: aversão ao risco e preferência pela liquidez no mercado de crédito. *Estudos Avançados*, 23(66):125–145, 2009.
- [19] Eichengreen, B.; Almunia, M.; Bénétrix, A.; O’Rourke, K. & Rua, G. From great depression to great credit crisis: similarities, differences and lessons. *Economic Policy*, 25:219–265, 2010.
- [20] Carneiro, R. O brasil em face da crise. *Interesse Nacional*, 2(5):20–30, 2009.
- [21] Martinez, A. L. Opções reais na análise de contratos de leasing. *Rev. adm. empres.*, 38(2):36–48, 1998.
- [22] Lorenz, E. D. Predictability: A problem partly solved. *Proceedings of the ECMWF Seminar on Precicatability*, pages 1–18, 1995.
- [23] Mandelbrot, B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Company, San Francisco – USA, 1982.
- [24] Zhang, Y. & Po, L.-M. Fractal color image compression using vector distortion measure. *Proceedings ICIP-95*, 3:276–279, 1995. IEEE.

-
- [25] Gharavi-Alkhansari, M. & Huang, T. S. *Video Coding : The Second Generation Approach*. Springer, 1996.
- [26] Hott, M. C.; Soares, V. P.; Ribeiro, C. A. A. S. & Griffith, J. J. Aplicação da relação fractal comprimento/Área em uma microbacia hidrográfica.
- [27] Nussenzveig, H. M. *Complexidade e Caos*. UFRJ/COPEA, Rio de Janeiro – Brasil, 2003.
- [28] Falconer, K. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons Ltd, 2nd edition, 2003.
- [29] Losa, G. A.; Merlini, D.; Nonnemacher, T. F. & Weibel, E. Fractals in biology and medicine. *Mathematics and Biosciences in Interaction*, IV, 2005.
- [30] Feder, J. *Fractals*. Plenum Press, New York, 1988.
- [31] Vicsek, T. *Fractal growth phenomena*. World scientific, 2 edition, 1993.
- [32] Bassingthwaighte, J. B.; Liebovitch, L. S. & West, B. J. *Fractal Physiology*. 1994.
- [33] Costa, L. F. & Cesar, R. M. J. *Shape Classification and Analysis: Theory and Practice*. CRC Press, 2 edition, 2009.
- [34] Sagan, H. *Space-Filling Curves (Universitext)*. Springer, 1 edition, 1994.
- [35] Coelho, R. C. & Costa, L. F. The box-counting fractal. dimension: Does it provide an accurate subsidy for experimental shape characterization? if so, how to use it? *Annais do Sibgrapi*, 95:183–191, 1995.
- [36] James, T. Estimating fractal dimension. *Optical Society of America*, 7(6):1055–1073, 1990.
- [37] Tricot, C. *Curves and Fractal Dimension*. Springer-Verlag, New York, 1995.
- [38] Grassberger, P. & Procaccia, I. Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50(346), 1983.
- [39] Grassberger, P. & Procaccia, I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D*, (9):189–208, 1983.
- [40] Lopes, R. & Betrouni, N. Fractal and multifractal analysis: A review. *Medical Image Analysis*, (13):634–649, 2009.

- [41] Filho, E. C. Multifractalidade das chuvas na Amazônia e anomalias de temperatura na superfície do mar. Master's thesis, UFAM, Janeiro 2013.
- [42] Theiller, J. Estimating fractal dimension. *J. Opt. Soc. Am.*, 7(6):1055–1073, 1990.
- [43] Tél, T.; Fullop, A. & Vicsek, T. Determination of fractal dimensions for geometrical multifractals. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 159:155–166, 1989.
- [44] Halsey, T. C.; M., J. H.; Kadanoff, L. P.; Procaccia, I. & Shraiman, B. I. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. *Physical Review A, American Physical Society*, 33(2):1141–1151, 1986.
- [45] Kantelhardt, J. W.; Zschiegner, S. A.; Koscielny-Bunde; Havlin, E.; Bunde, S. & Stanley, H. E. A. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, 316:87–114, 2002.
- [46] Peng, C.-K.; Hausdorff, J. M. & Goldberger, A. L. Fractal mechanisms in neural control: Human heartbeat and gait dynamics in health and disease. *Self-Organized Biological Dynamics and Nonlinear Control*, 2000.
- [47] Beran, J. *Statistics for Long-memory Processes*. Chapman Hall, New York, 1994.
- [48] Podobnik, B.; Grosse, I.; Horvatić, D.; Ilic, S.; Ivanov, P. C. & Stanley, H. E. Quantifying cross-correlations using local and global detrending approaches. *The European Physical Journal B*, 71:243–250, 2009.
- [49] Ljung, G. M. & Box, G. E. P. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2):297–303, 1978.
- [50] Yuan, Y.; Zhuang, X.-T. & Liu, Z.-Y. Price-volume multifractal analysis and its application in chinese stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(12):3484–3495, 2012.
- [51] Wang, Y.; Wei, Y. & Wu, C. Cross-correlations between chinese a-share and b-share markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(23):5468–5478, 2010.
- [52] Wang, Y.; Wei, Y. & Wu, C. Detrended fluctuation analysis on spot and futures markets of west texas intermediate crude oil. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390(5):864–875, 2011.

- [53] He, L.-Y. & Chen, S.-P. Nonlinear bivariate dependency of price-volume relationships in agricultural commodity futures markets: A perspective from multifractal detrended cross-correlation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390(2):297–308, 2011.
- [54] Li, Z. & Lu, X. Cross-correlations between agricultural commodity futures markets in the US and China. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(15):3930–3941, 2012.
- [55] Cao, G.; Xu, L. & Cao, J. Multifractal detrended cross-correlations between the chinese exchange market and stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(20):4855–4866, 2012.
- [56] Rangarajan, G. & Ding, M. Integrated approach to the assessment of long-range correlations in time series data. *Physical Review E*, 61:4991–5001, 2000.
- [57] Butkov, E. *Física Matemática*. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978.
- [58] Hurst, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transaction of American Society of Civil Engineers*, 5(5):519–543, 1956.
- [59] Sutcliffe, J. Obituary: Harold edwin hurst. *Hydrological Sciences - Bulletin - des Sciences Hydrologiques*, 244(4):539–541, 1978.
- [60] Kantelhardt, J. W. Fractal and multifractal time series. *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, pages 3754–3779, 2009.
- [61] Cajueiro, D. O. & Tabak, B. M. The hurst exponent over time: testing the assertion that emerging markets are becoming more efficient. *Physica A*, 336(3-4):521–537, 2004.
- [62] Cajueiro, D. O. & Tabak, B. M. Evidence of long range dependence in asian equity markets: the role of liquidity and market restrictions. *Physica A*, 342(3-4):656–664, 2004.
- [63] Cajueiro, D. O. & Tabak, B. M. Ranking efficiency for emerging markets. *Chaos, Solitons and Fractals*, 22:349–352, 2004.
- [64] Cajueiro, D. O. & Tabak, B. M. Testing for time-varying long-range dependence in volatility for emerging markets. *Physica A*, 346(3-4):577–588, 2005.

- [65] Cajueiro, D. O. & Tabak, B. M. Ranking efficiency for emerging equity markets ii. *Chaos, Solitons and Fractals*, 23:671–675, 2005.
- [66] Wang, Y. & Liu, L. Is WTI crude oil market becoming weakly efficient over time? New evidence from multiscale analysis based on detrended fluctuation analysis. *Energy Economics*, 32(5):987–992, 2010.
- [67] Costa, L. R. & Vasconcelos, G. L. Long-range correlations and nonstationarity in the brazilian stock market. *Physica A*, 329(1-2):231–248, 2003.
- [68] Cajueiro, D. O. & Tabak, B. M. Testing for predictability in equity returns for european transition markets. *Economic Systems*, 30(1):56–78, 2006.
- [69] Wang, Y.; Wei, Y. & Wu, C. Cross-correlations between chinese a-share and b-share markets. *Physical A*, 389(23):5468–5478, 2010.
- [70] Lin, X.; Fei, F. & Wang, Y. Analysis of the efficiency of the shanghai stock market: A volatility perspective. *Physica A*, 390(20):3486–3495, 2011.
- [71] Peng, C.-K.; Buldyrev, S. V.; Goldberger, A. L.; Havlin, S.; Sciortino, F.; Simons, M. & Stanley, H. E. Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*, (356):168–170, 1992.
- [72] Peng, C.-K.; Buldyrev, S. V.; Havlin, S.; Simons, M.; Stanley, H. E. & Goldberger, A. L. Mozaic organization of dna nucleotides. *Physical Review E*, (49): 1685–1689, 1994.
- [73] Kavasseri, R. G. & Nagarajan, R. Evidence of crossover phenomena in wind speed data. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, pages 2255–2262, 2004.
- [74] Kiraly, A. & Janosi, I. M. Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia. *Meteorology and Atmospheric Physics*, (88):119–128, 2005.
- [75] Matsoukas, A.; Islam, S. & Rodriguez-Iturbe, I. Detrended fluctuation analysis of rainfall and streamfall time series. *Journal of geophysical research*, (105):105–129, 2000.
- [76] Varotsos, P. A.; Sarlis, N. V. & Skordas, E. S. Detrended fluctuation analysis of the magnetic and electric field variations that precede rupture. *Chaos*, 19 (023114), 2009.

- [77] Gogas, P.; Papadimitriou, T. & Sarantitis, G. Testing purchasing power parity in a DFA rolling Hurst framework: the case of 23 OECD countries. *Applied Financial Economics*, 23(17):1399–1406, 2013.
- [78] Podobnik, B. & Stanley, H. E. Detrended cross-correlation analysis a new method for analyzing two non-stationary time series. *Physical Review Letters*, 100(084102), 2008.
- [79] Vassoler, R. T. & Zebende, G. F. Dcca cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity. *Physica A*, 391:2438–2443, 2012.
- [80] Podobnik, B.; Horvatic, D.; Petersen, A. M. & Stanley, H. E. Cross-correlations between volume change and price change. *PNAS*, 29:22079–22084, 2009.
- [81] Xu, N.; Snang, P. & Kamae, S. Modeling traffic flow correlations using DFA and DCCA. *Nonlinear Dynamics*, 61:207–216, 2010.
- [82] Ursulean, R. & Lazar, A. Detrended cross-correlation analysis of biometric signals used in a new authentication method. Lithuania, 2009. The 13th International Conference Eletronic and Engineering.
- [83] Wang, Y. & Zhao, D.-Q. Detrended cross-correlation analysis of electroencephalogram. *Chinese Physica B*, 21(028703), 2012.
- [84] Zebende, G. F. DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A*, 390(4):614–618, 2011.
- [85] Oswiecimka, P.; Kwapien, J.; Drozd, S. & Rak, R. Investigating multifractality of stock market fluctuations using wavelet and detrending fluctuation methods. *Acta Physica Polonica, B*, 2005.
- [86] Bolgorian, M. & Gharli, Z. A multifractal detrended fluctuation analysis of gold price fluctuations. *Acta Physica Polonica, B*, 2010.
- [87] Figueirêdo, B. C. L.; Moreira, G. R.; Stosic, B. & Stosic, T. Multifractal analysis of hourly wind speed records in petrolina, northeast brazil. *Rev. Bras. Biom.*, 32(4):599–608, 2014.
- [88] Vieira, F. H. T. & Ling, L. L. Modelagem de tráfego de redes utilizando cascata multifractal generalizada. *RITA*, 15(2):87–104, 2008.

- [89] Murguia, J. S.; Péres-Terrazas, J. E. & Rosu, H. C. Multifractal properties of elementary cellular automata in a discrete wavelet approach of MF-DFA. *Europhysics Letters*, 87(28003), 2009.
- [90] Kantelhardt, J.; S.A., Z.; Koscielny-Bunde, E.; Bunde, A. & Stanley, H. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*, 316:87–114, 2002.
- [91] He, L.-Y. & Chen, S.-P. Multifractal detrended cross-correlation analysis of agricultural futures markets. *Chaos, Solitons & Fractals*, 44(6):355–361, 2011.
- [92] Shimizu, Y.; Thurner, S. & Ehrenberger, K. Multifractal spectra as a measure of complexity in human posture. *Fractals*, 10(1):103, 2002.
- [93] Zhou, W.-X. Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals. *Physical Review E*, 77, 2008.
- [94] Xue, P., C. Shang & Jing, W. Multifractal detrended cross-correlation analysis of BVP model time series. *Nonlinear Dynamics*, 69(1-2):263–273, 2011.
- [95] Yin, Y. & Shang, P. Multiscale multifractal detrended cross-correlation analysis of traffic flow. *Nonlinear Dynamics*, 2015.
- [96] Hajian, S. & Movahed, M. S. Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis of sunspot numbers and river flow fluctuations. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(21):4942–4957, 2010.
- [97] Shadkhoo, S. & Jafari, R. Multifractal detrended cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data. *The European Physical Journal B*, 72(4): 679–683, 2009.
- [98] Richman, J. S. & Moorman, J. R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 278: 2039–2049, 2000.
- [99] Lake, D. E.; Richman, J. S.; Griffin, M. P. & Moorman, J. R. Sample entropy analysis of neonatal heart rate variability. *Am. J. Physiol.*, 283(3), 2002.
- [100] Pincus, S. M. & Viscarello, R. R. Approximate entropy: a regularity measure for fetal heart rate analysis. *Obstet Gynecol*, 79:294–255, 1992.

- [101] Xiao-Jun, T.; Xin, T.; Zhuo, Y. & Tao, Z. Complexity measurements of electroencephalograph recordings using sample entropy algorithm in patients with temporal lobe epilepsy. *Acta Biophysica Sinica*, 20(5), 2004.
- [102] Shuangcheng, L.; Qiaofu, Z.; Shaohong, W. & Erfu, D. Measurement of climate complexity using sample entropy. *Int. J. of Climatology*, 26:2131–2139, 2006.
- [103] Chen, X.; Solomon, I. C. & Chon, K. H. Comparison of the use of Approximate Entropy and Sample Entropy: applications to neural respiratory signal. *IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, 4(1-4):4212–4215, 2005.
- [104] Bai, D.; Qiu, T. & Li, X. The sample entropy and its application in EEG based epilepsy detection. *PubMed*, 24(1), 2007.
- [105] Alcaraz, R.; Sandberg, F.; Sornmo, L. & Rieta, J. J. Application of frequency and sample entropy to discriminate long-term recordings of paroxysmal and persistent atrial fibrillation. pages 4558–4561, Buenos Aires, 2010. IEEE.
- [106] Shi, W. & Shang, P. Cross-sample entropy statistic as a measure of synchronism and cross-correlation of stock markets. *Nonlinear Dynamics*, 71(3):539–554, 2012.
- [107] Zhang, T.; Yang, Z. & Coote, J. H. Cross-sample entropy statistic as a measure of complexity and regularity of renal sympathetic nerve activity in the rat. *Pubmed*, 92(4):659–669, 2007.
- [108] Liu, C.; Zheng, D.; Li, P.; Zhao, L.; Liu, C. & Murray, A. Is cross-sample entropy a valid measure of synchronization between sequences of rr interval and pulse transit time? *IEEE*, pages 939–942, 2013.
- [109] Liu, L.-Z.; Qian, X.-Y. & Lu, H.-Y. Cross-sample entropy of foreign exchange time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(21):4785–4792, 2010.
- [110] Central do Brasil, B., 2015. <http://www.bcb.gov.br/>.
- [111] Cepea, 2015. <http://cepea.esalq.usp.br/>.
- [112] Bauer, F. D. Constructing confidence sets using rank statistics. *Journal of the American Statistical Association*, 67(339):687–690, 1972.
- [113] Hollander, M. & Wolfe, D. A. *Nonparametric Statistical Methods*. John Wiley & Sons, 3 edition, 2013.

- [114] Royston, P. An extension of Shapiro and Wilk's W test for normality to large samples. *Applied Statistics*, 31:115–124, 1982.
 - [115] Royston, P. Algorithm AS 181: The W test for Normality. *Applied Statistics*, 31: 176–180, 1982.
 - [116] Royston, P. Remark AS R94: A remark on Algorithm AS 181: The W test for normality. *Applied Statistics*, 1995.
 - [117] Royston, P. Approximating the Shapiro-Wilk W -test for non-normality. *Statistics and Computing*, 2(3):117–119, 1992.
 - [118] Rice, J. A. *Mathematical Statistics and Data Analysis*. Duxbury Advanced, 3 edition, 2006.
 - [119] Kim, H.-Y. Statistical notes for clinical researchers: assessing normal distribution (2) using skewness and kurtosis. *Restorative Dentistry & Endodontics*, 38(1):52–54, 2013.
 - [120] Caviedes, J. & Gurbuz, S. No-reference sharpness metric based on local edge kurtosis. *IEEE*, 3:53–56, 2002.
-

Anexo

A Figura 1 ilustra o coeficiente DCCA entre Açúcar e as demais *commodities*.

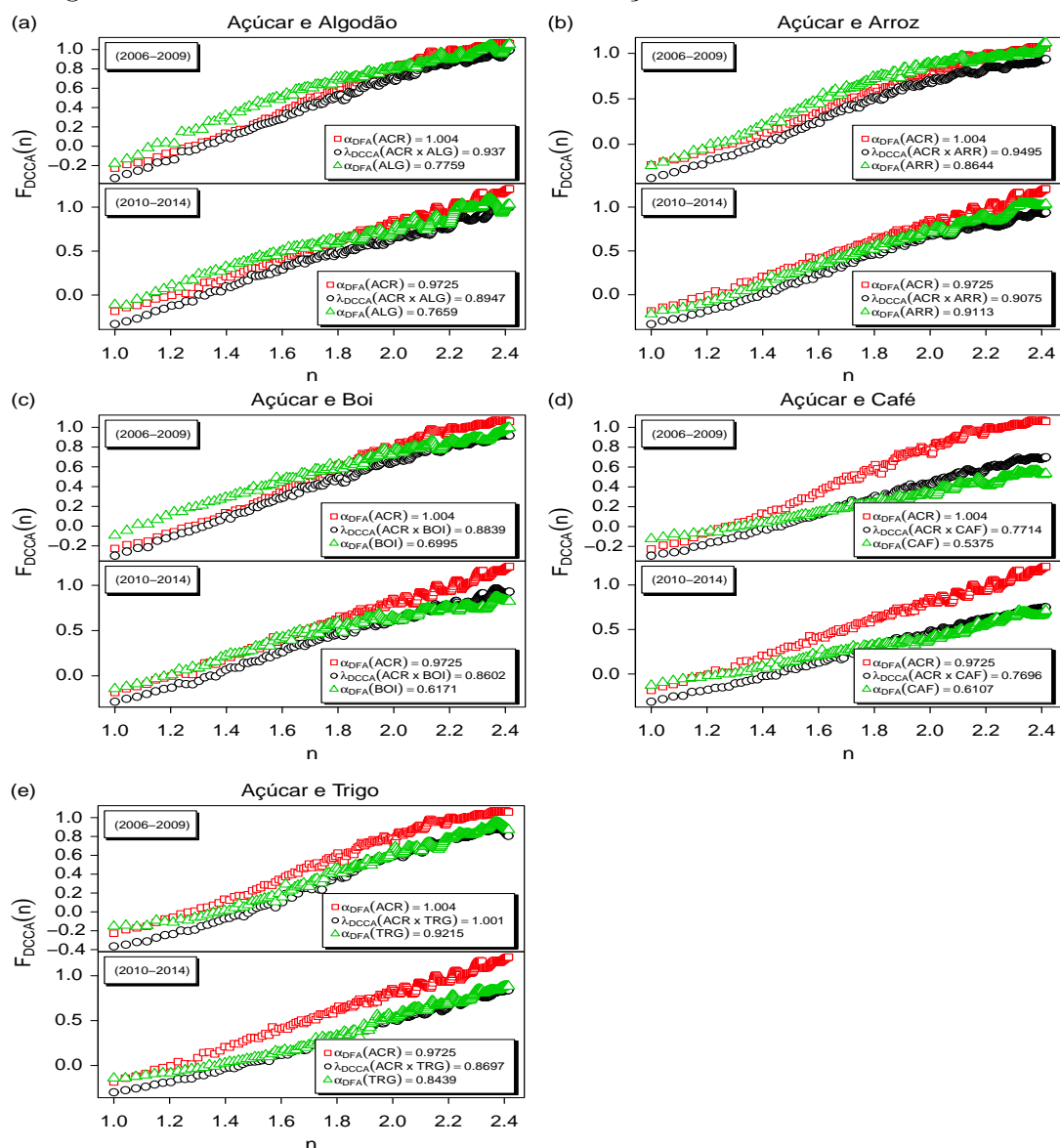


Figura 1: DCCA entre Açúcar e as demais *commodities*: Algodão 1(a), Arroz 1(b), Boi 1(c), Café 1(d) e Trigo 1(e), respectivamente.

A Figura 2 descreve o coeficiente DCCA entre Algodão e as demais *commodities*.

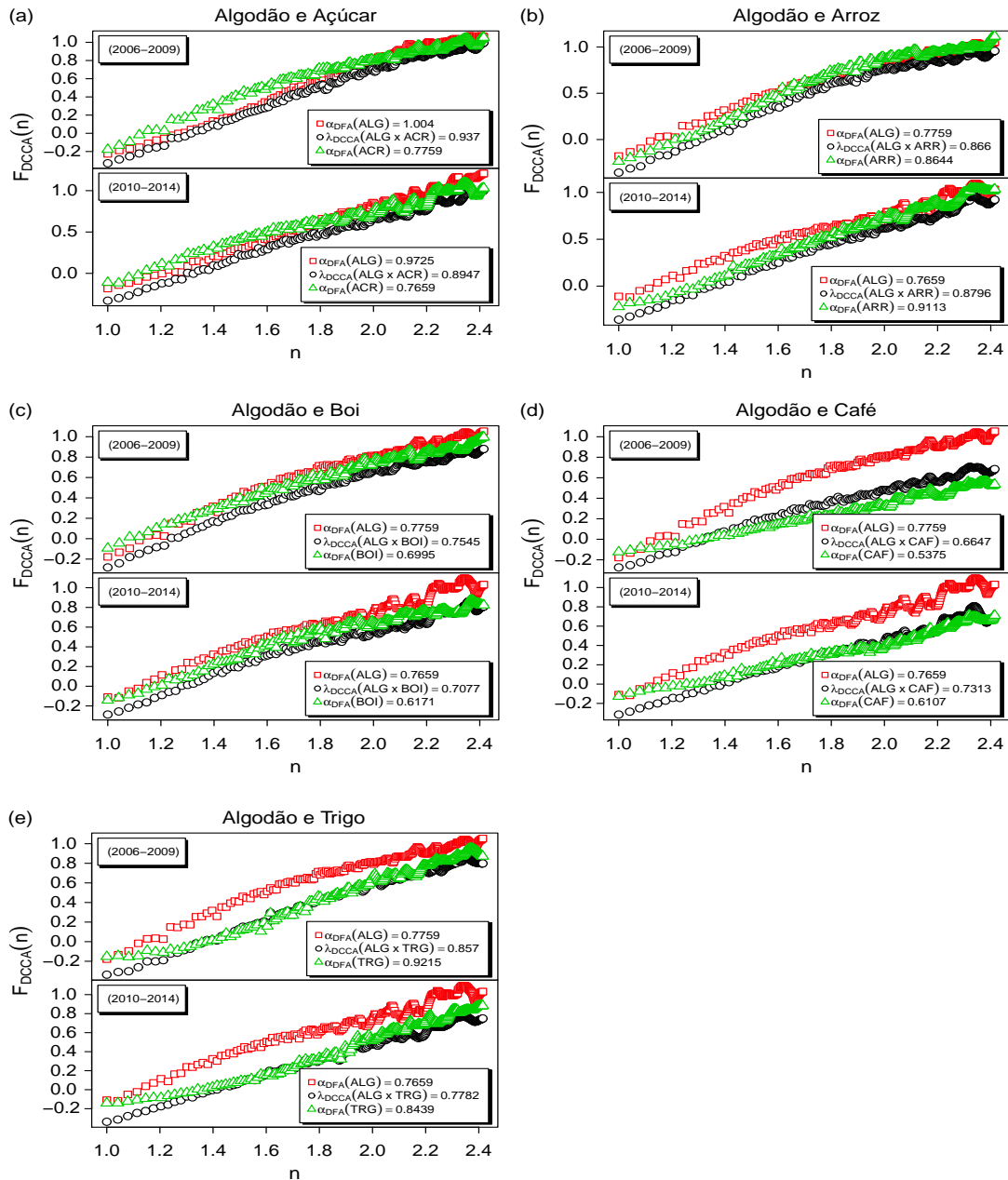


Figura 2: DCCA entre Algodão e as demais *commodities*: Açúcar 2(a), Arroz 2(b), Boi 2(c), Café 2(d) e Trigo 2(e), respectivamente.

Pode-se observar na Figura 3 o coeficiente DCCA entre Arroz e as demais *commodities*.

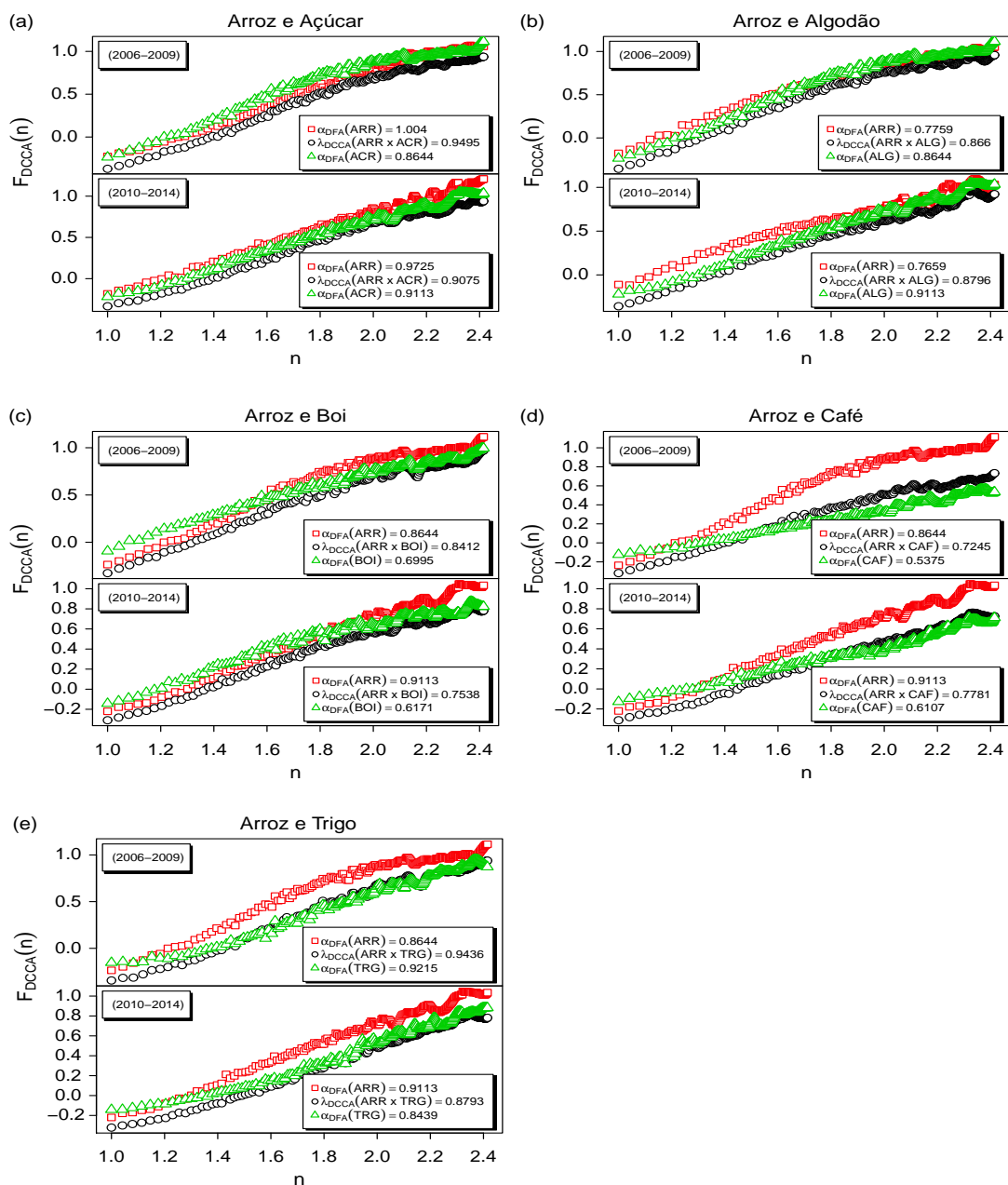


Figura 3: DCCA entre Arroz e as demais *commodities*: Açúcar 3(a), Algodão 3(b), Boi 3(c), Café 3(d) e Trigo 3(e), respectivamente.

Na Figura 4 observa-se o comportamento do coeficiente DCCA entre Boi e as demais *commodities*.

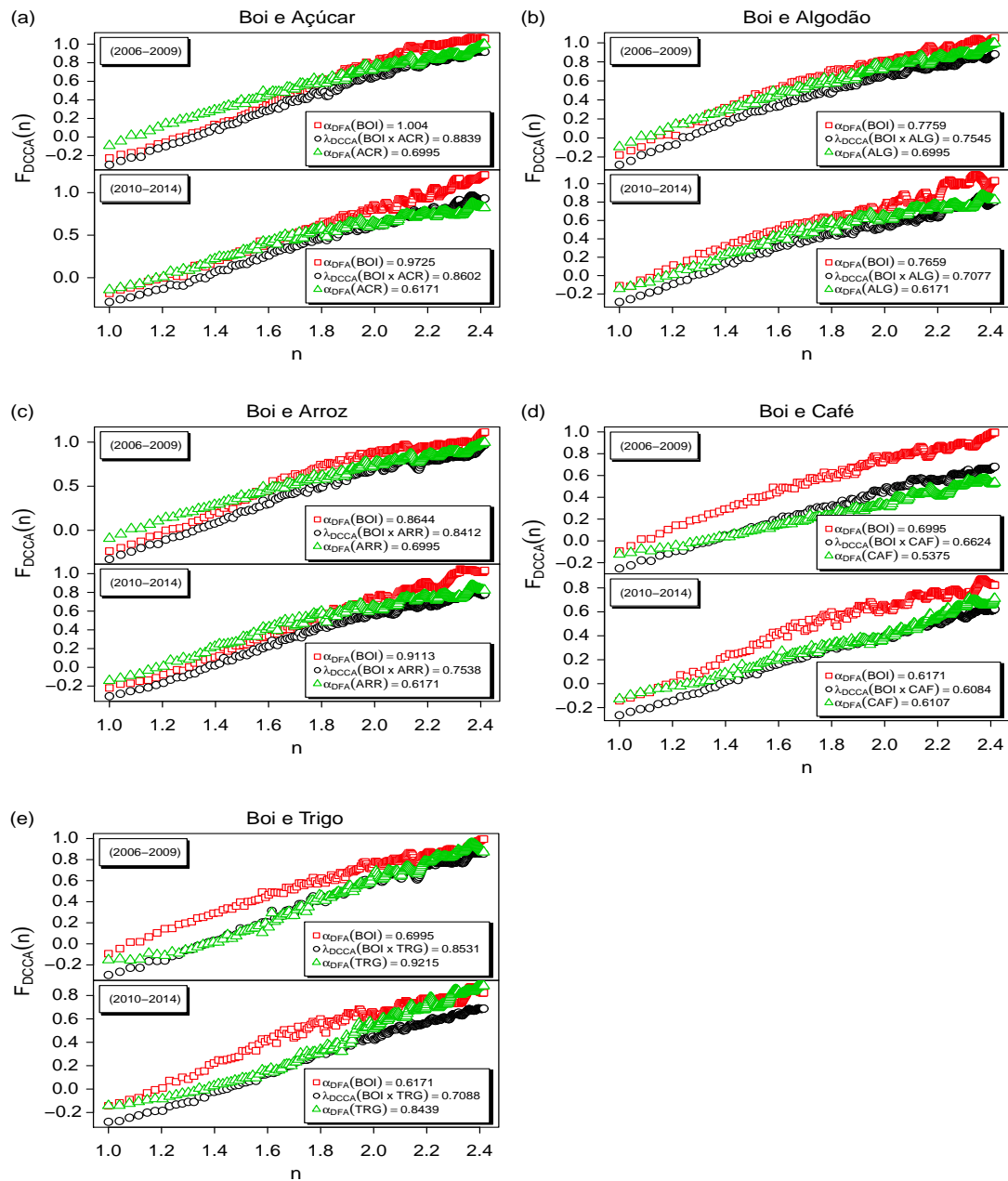


Figura 4: DCCA entre Boi e as demais *commodities*: Açúcar 4(a), Algodão 4(b), Arroz 4(c), Café 4(d) e Trigo 4(e), respectivamente.

A Figura 5 ilustra o coeficiente DCCA entre Café e as demais *commodities*.

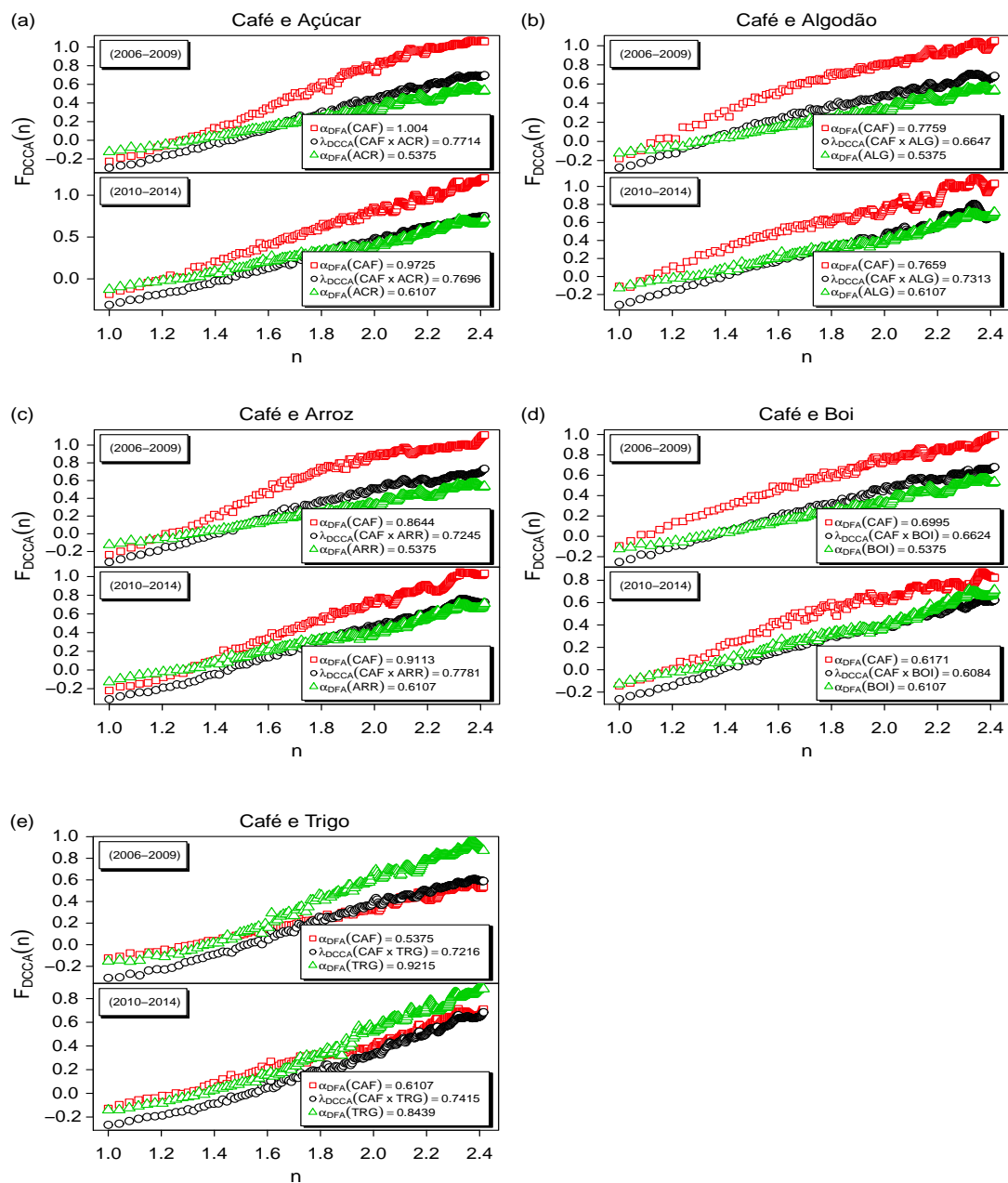


Figura 5: DCCA entre Café e as demais *commodities*: Açúcar 5(a), Algodão 5(b), Arroz 5(c), Boi 5(d) e Trigo 5(e), respectivamente.

Pode-se observar na Figura 6 o coeficiente DCCA entre Trigo e as demais *commodities*.

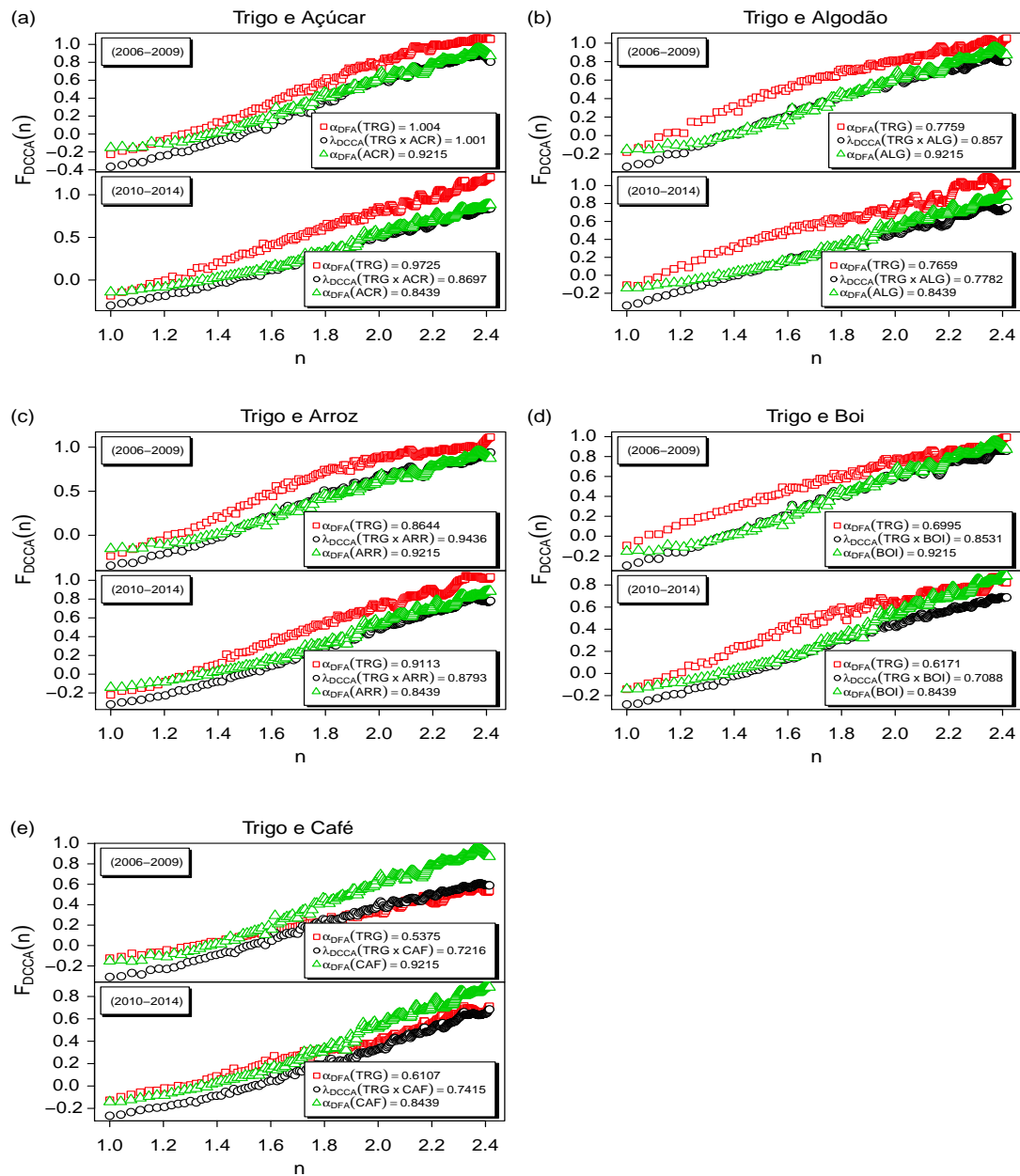


Figura 6: DCCA entre Trigo e as demais *commodities*: Açúcar 6(a), Algodão 6(b), Arroz 6(c), Boi 6(d) e Café 6(e), respectivamente.

Pode-se observar na Figura 7 que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q , assim tanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) quanto as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

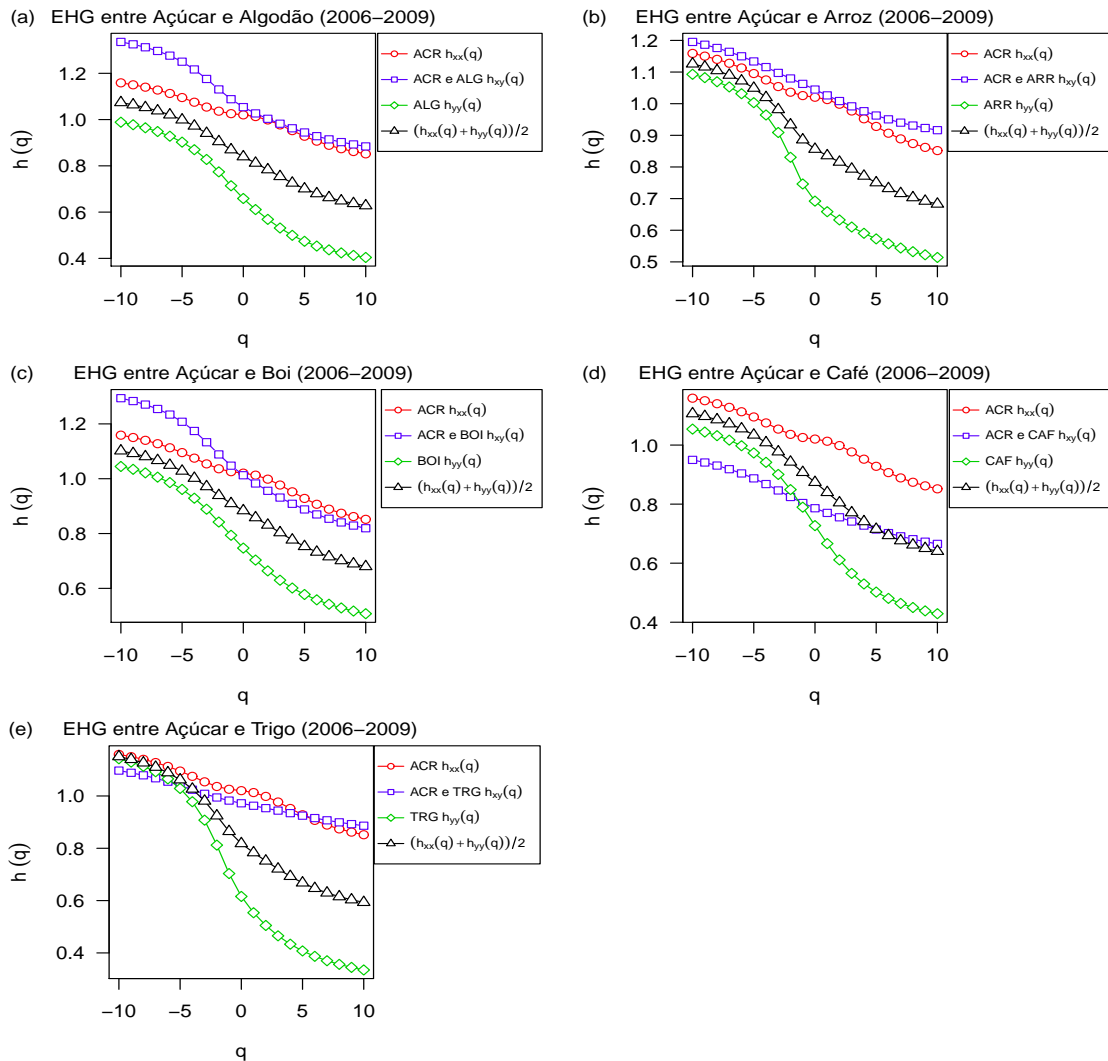


Figura 7: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Açúcar e as demais *Commodities* (2006-2009): Algodão 7(a), Arroz 7(b), Boi 7(c), Café 7(d) e Trigo 7(e), respectivamente.

Na Figura 8 pode-se observar que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q , portanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) e as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

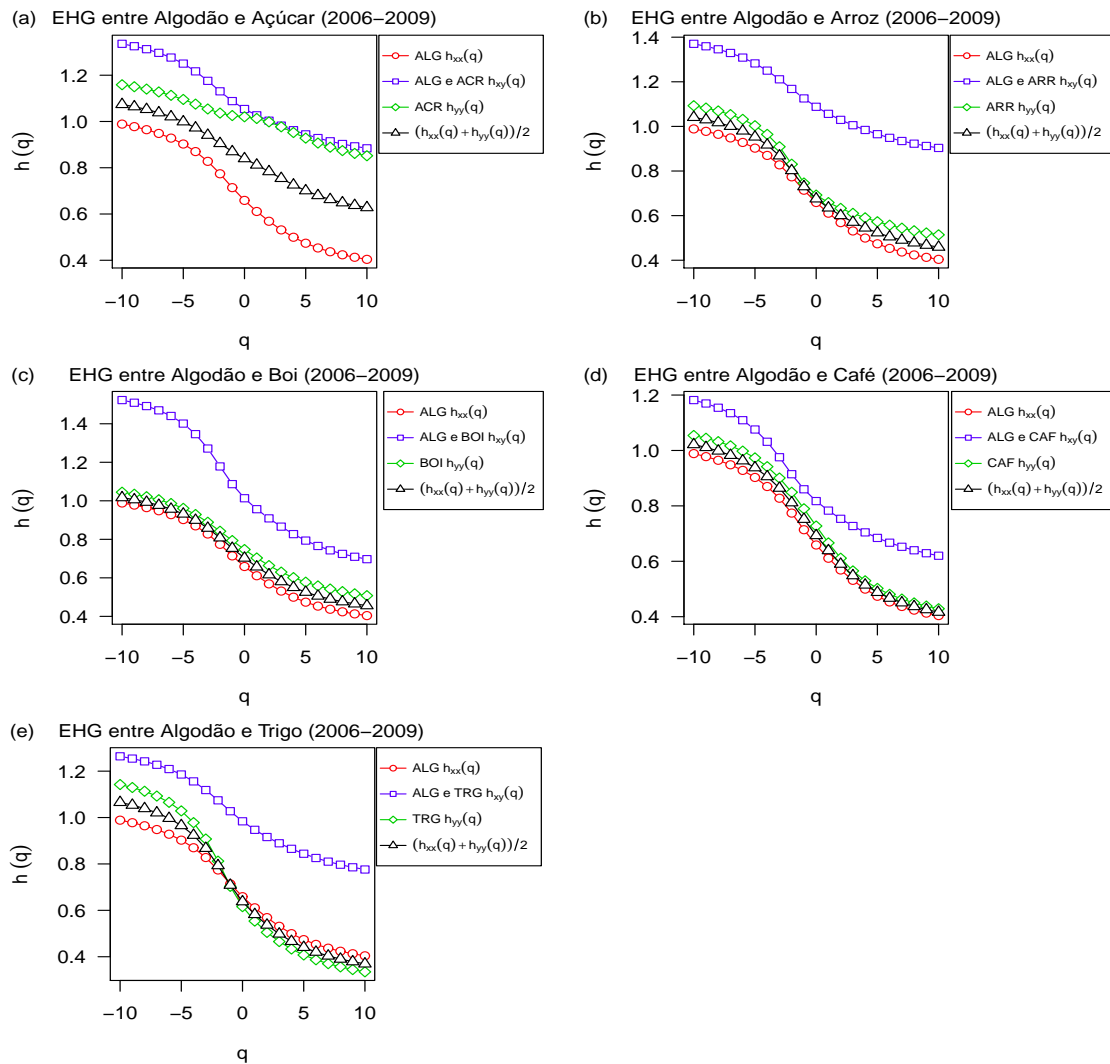


Figura 8: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Algodão e as demais *Commodities* (2006-2009): Açúcar 8(a), Arroz 8(b), Boi 8(c), Café 8(d) e Trigo 8(e), respectivamente.

A Figura 9 descreve o comportamento dos expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q , ou seja, tanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) quanto as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

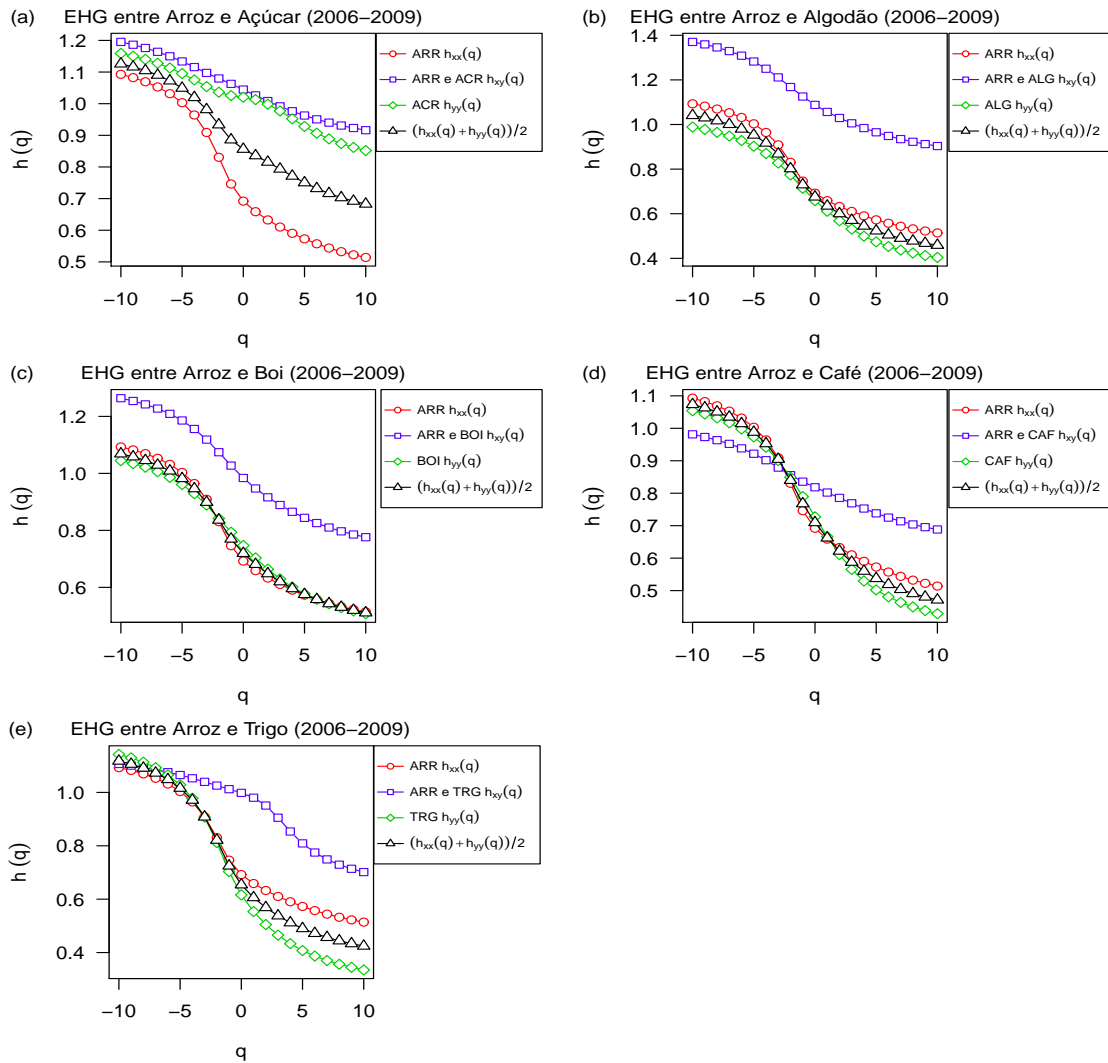


Figura 9: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Arroz e as demais *Commodities* (2006-2009): Açúcar 9(a), Algodão 9(b), Boi 9(c), Café 9(d) e Trigo 9(e), respectivamente.

Na Figura 10 pode-se observar que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q , desse modo, tanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) quanto as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

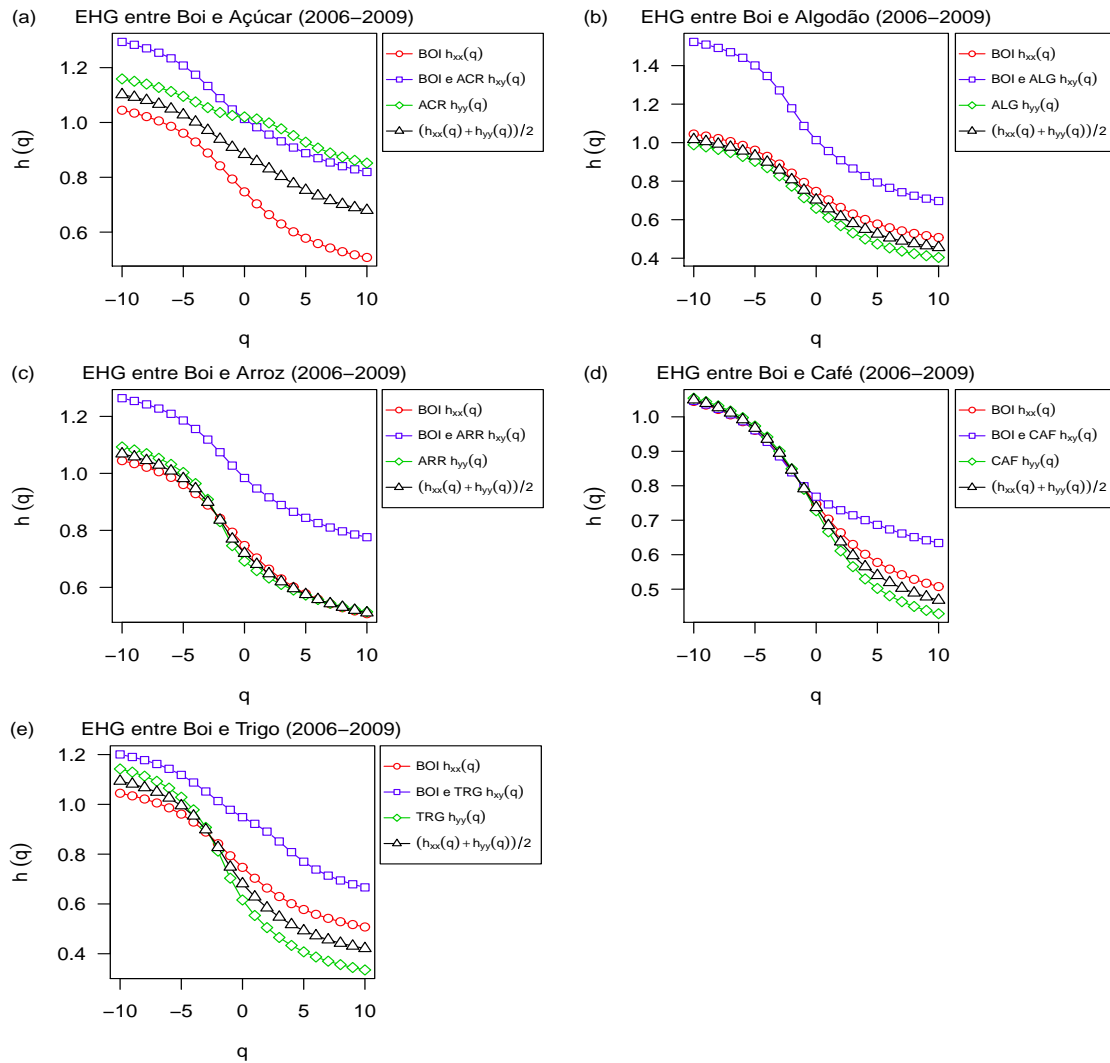


Figura 10: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Boi e as demais *Commodities* (2006-2009): Açúcar 10(a), Algodão 10(b), Boi 10(c), Café 10(d) e Trigo 10(e), respectivamente.

A Figura 11 exibe o relacionamento entre os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$, os quais diminuem com q , logo, tanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) quanto as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

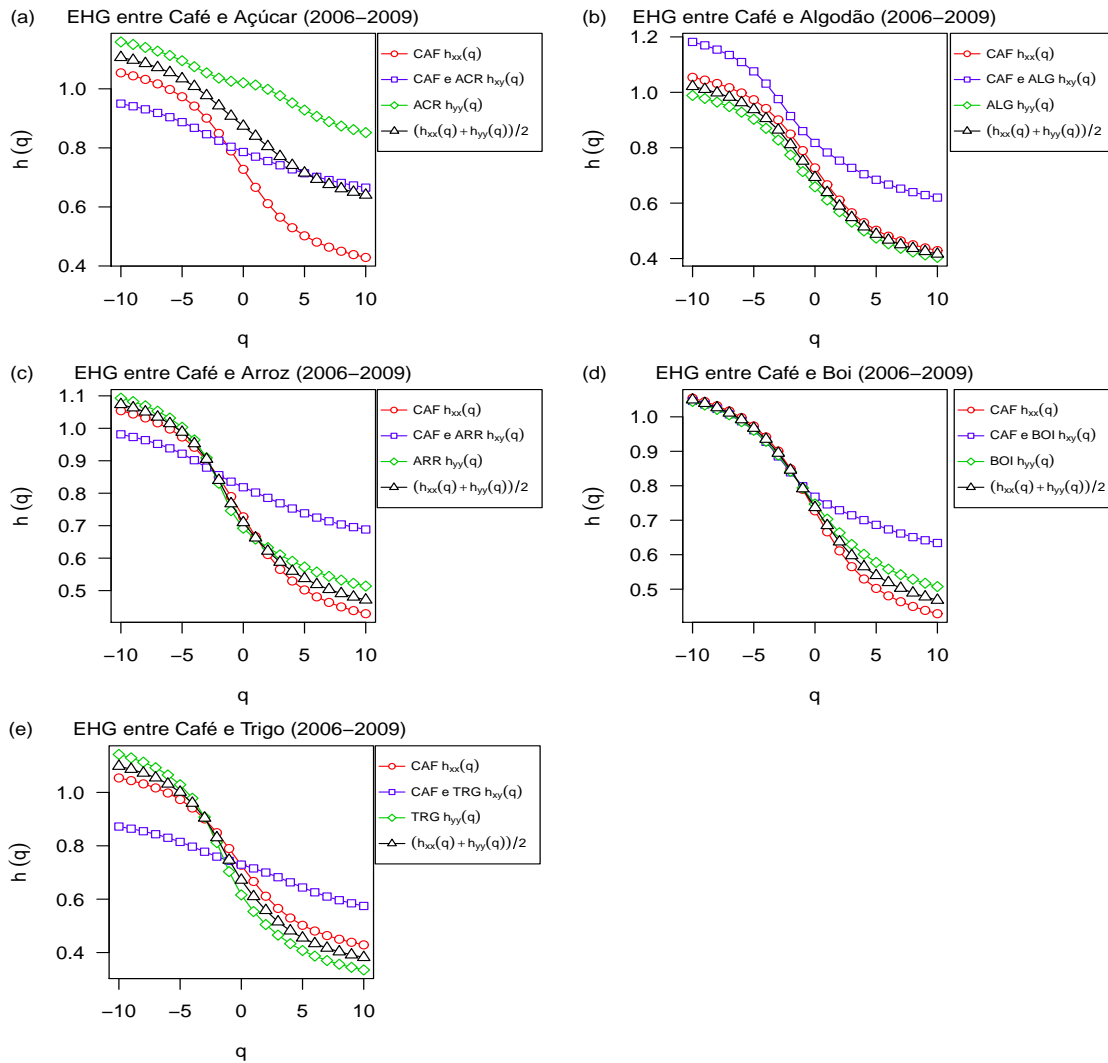


Figura 11: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Café e as demais *Commodities* (2006-2009): Açúcar 11(a), Algodão 11(b), Arroz 11(c), Boi 11(d) e Trigo 11(e), respectivamente.

Pode-se observar na Figura 12 que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q . Assim, as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) e as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

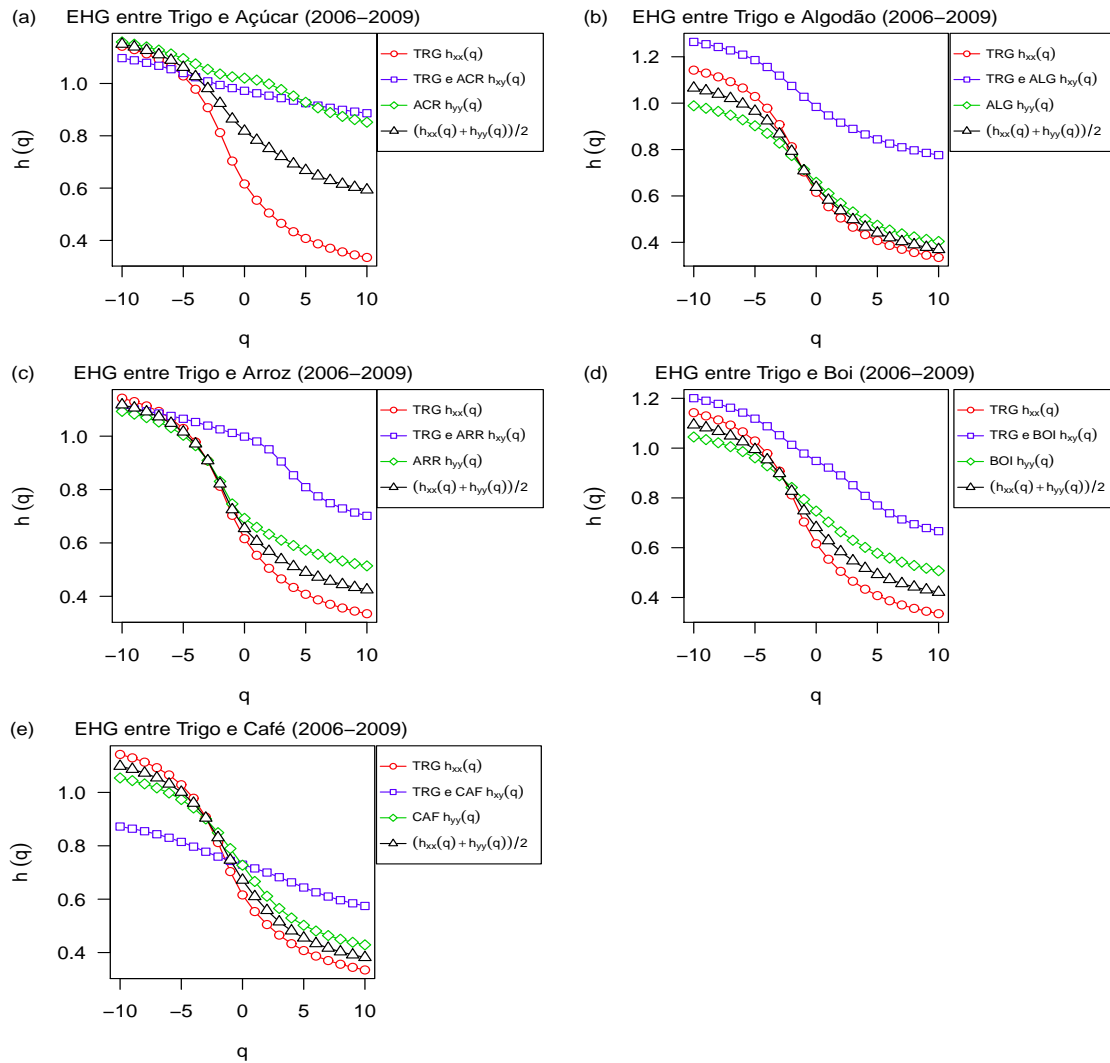


Figura 12: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Trigo e as demais *Commodities* (2006-2009): Açúcar 12(a), Algodão 12(b), Arroz 12(c), Boi12(d) e Café 12(e), respectivamente.

Pode-se observar na Figura 13 que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q . Portanto, as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) e as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

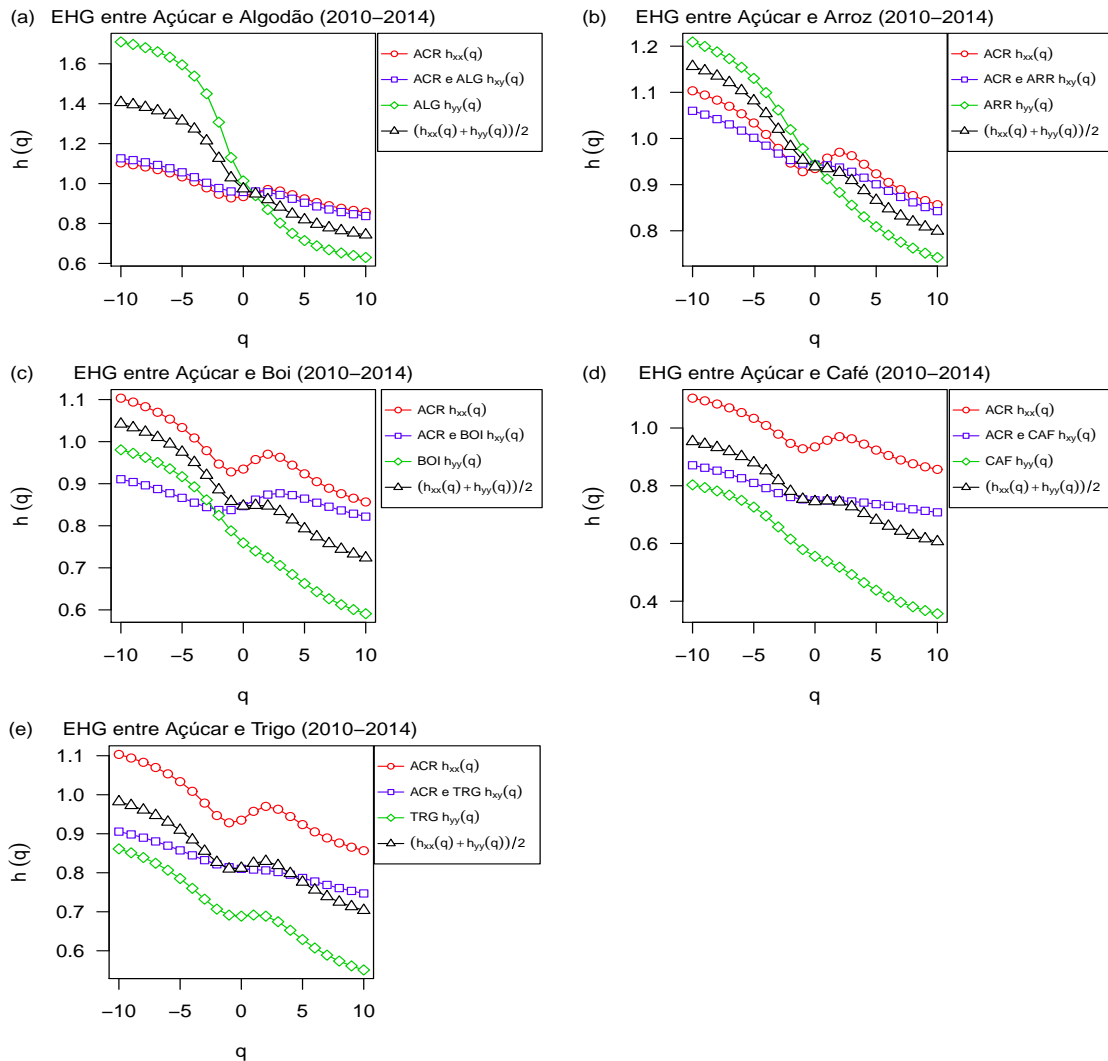


Figura 13: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Açúcar e as demais *Commodities* (2010-2014): Algodão 13(a), Arroz 13(b), Boi 13(c), Café 13(d) e Trigo 13(e), respectivamente.

Na Figura 14 pode-se observar que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ dependem dos valores de q . Desse modo, as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) e as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

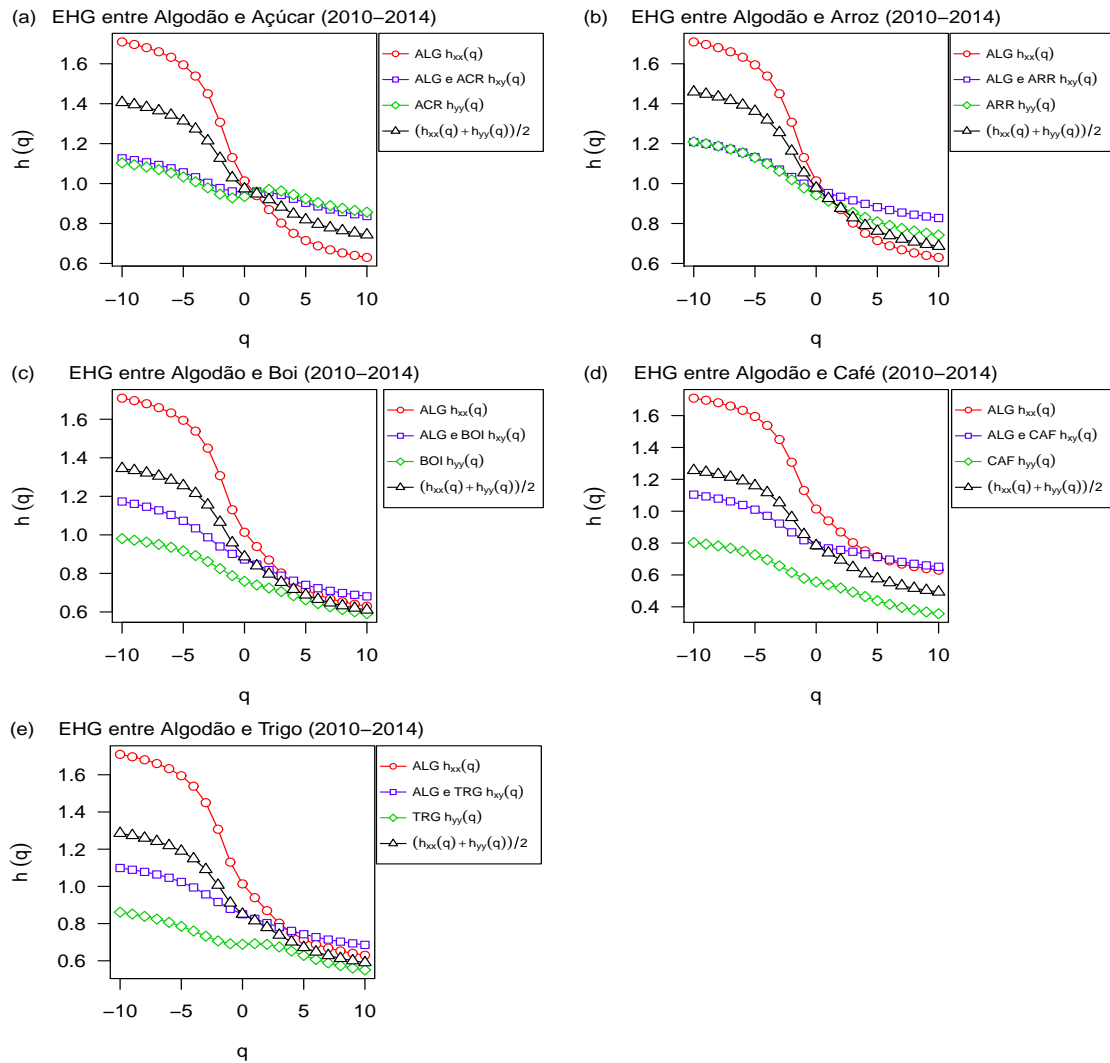


Figura 14: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Algodão e as demais *Commodities* (2010-2014): Açúcar 14(a), Arroz 14(b), Boi 14(c), Café 14(d) e Trigo 14(e), respectivamente.

A Figura 15 descreve o comportamento dos expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q . Logo, tanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) quanto as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

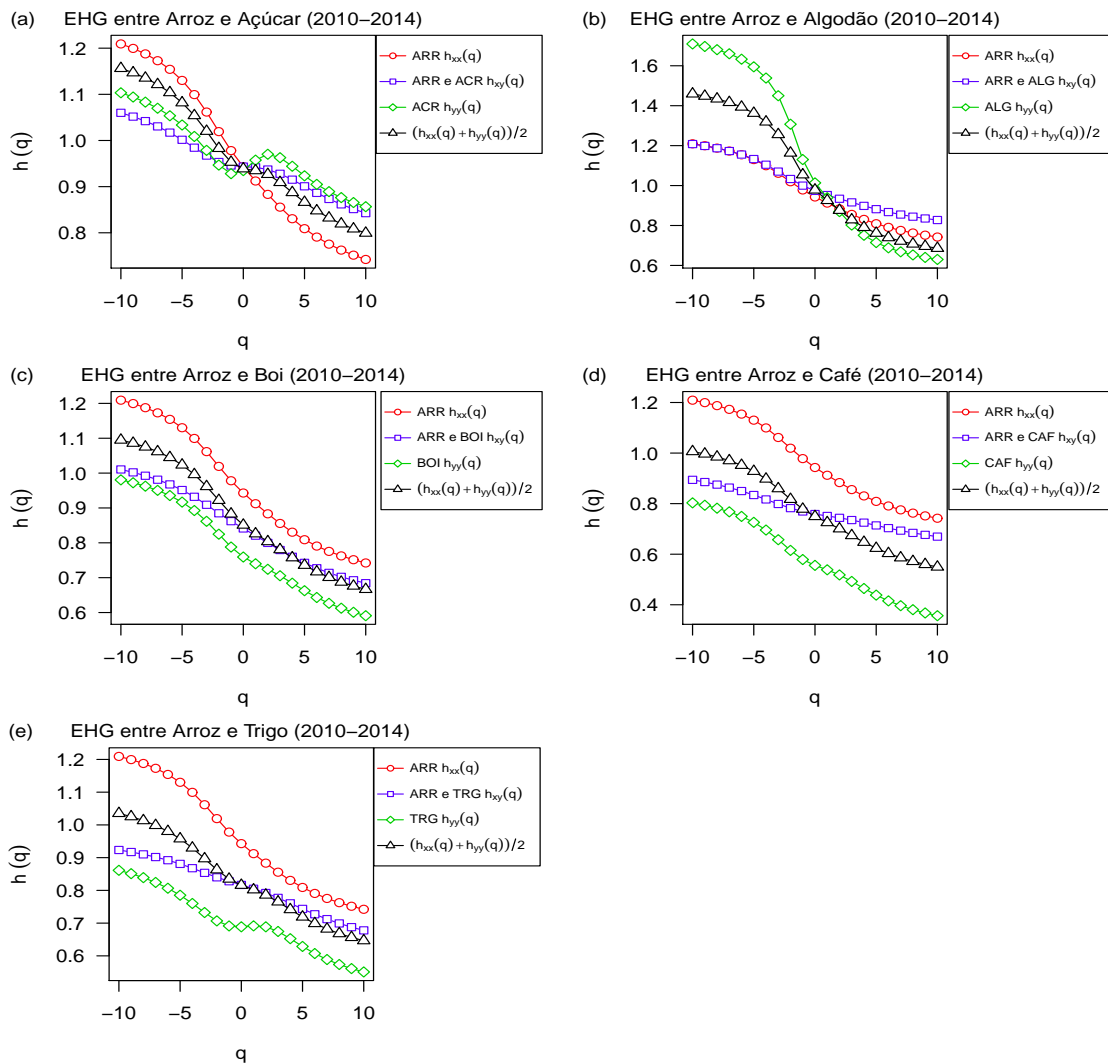


Figura 15: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Arroz e as demais *Commodities* (2010-2014): Açúcar 15(a), Algodão 15(b), Boi 15(c), Café 15(d) e Trigo 15(e), respectivamente.

Na Figura 16 pode-se observar que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q . Portanto, as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) e as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

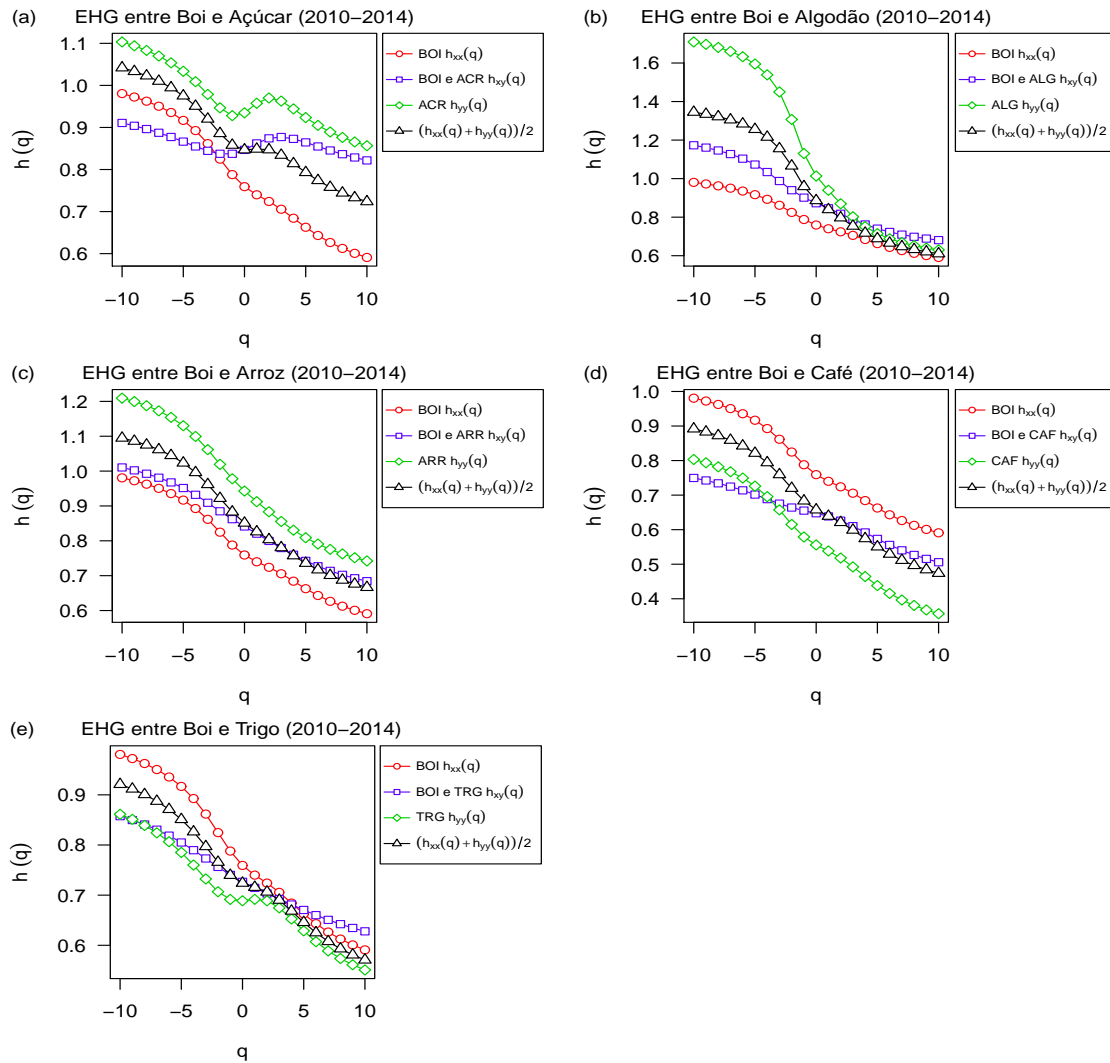


Figura 16: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Boi e as demais *Commodities* (2010-2014): Açúcar 16(a), Algodão 16(b), Boi 16(c), Café 16(d) e Trigo 16(e), respectivamente.

A Figura 17 exibe o relacionamento entre os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$, os quais diminuem com q . Assim, tanto as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) quanto as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

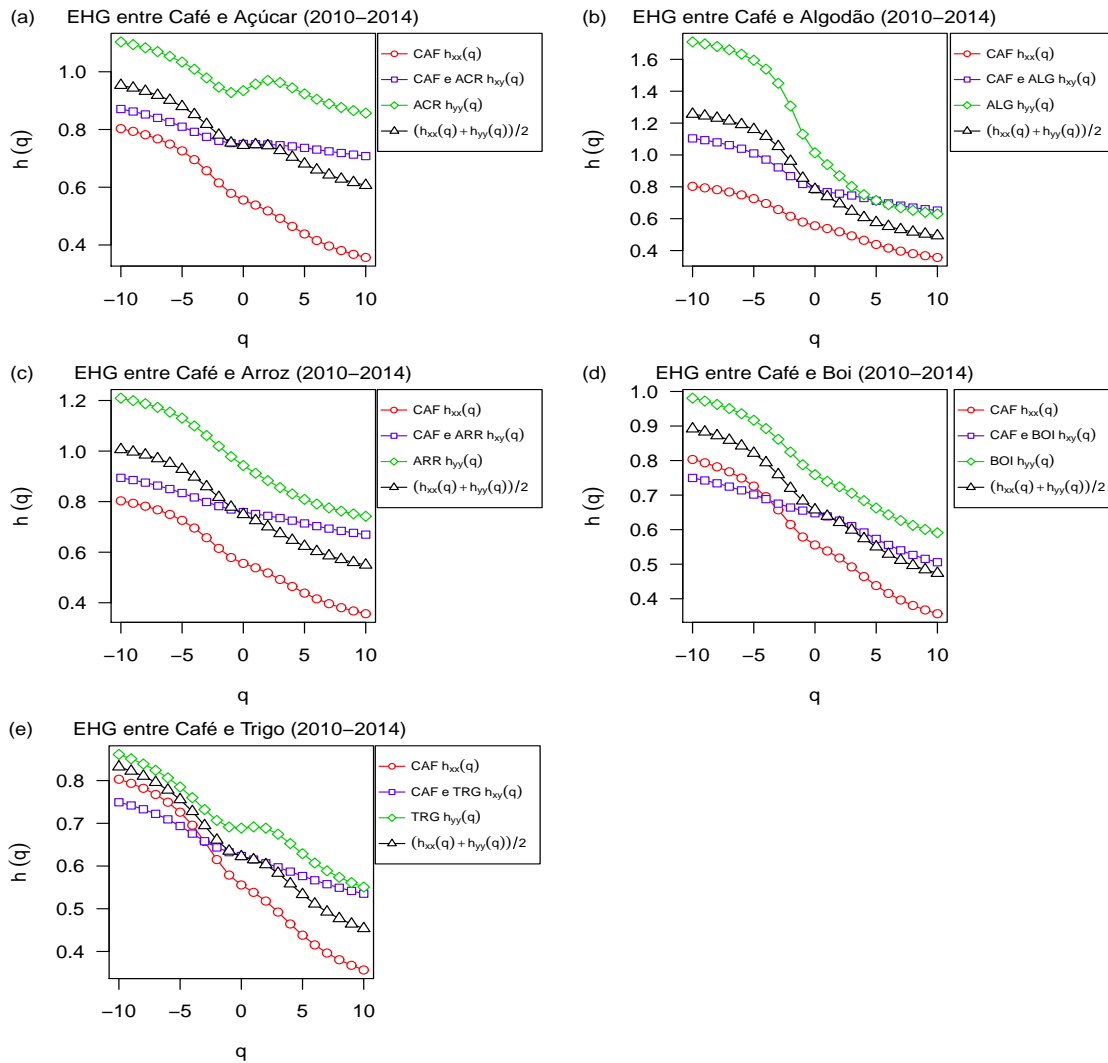


Figura 17: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Café e as demais *Commodities* (2010-2014): Açúcar 17(a), Algodão 17(b), Arroz 17(c), Boi 17(d) e Trigo 17(e), respectivamente.

Pode-se observar na Figura 18 que os expoentes de escala $h_{xx}(q)$, $h_{xy}(q)$ e $h_{yy}(q)$ diminuem com q . Desse modo, as auto-correlações (séries temporais das *commodities* individuais) e as correlações-cruzadas (séries temporais das *commodities* aos pares) exibem comportamento multifractal. O expoente de escala médio é denotado por $(h_{xx}(q) + h_{yy}(q))/2$.

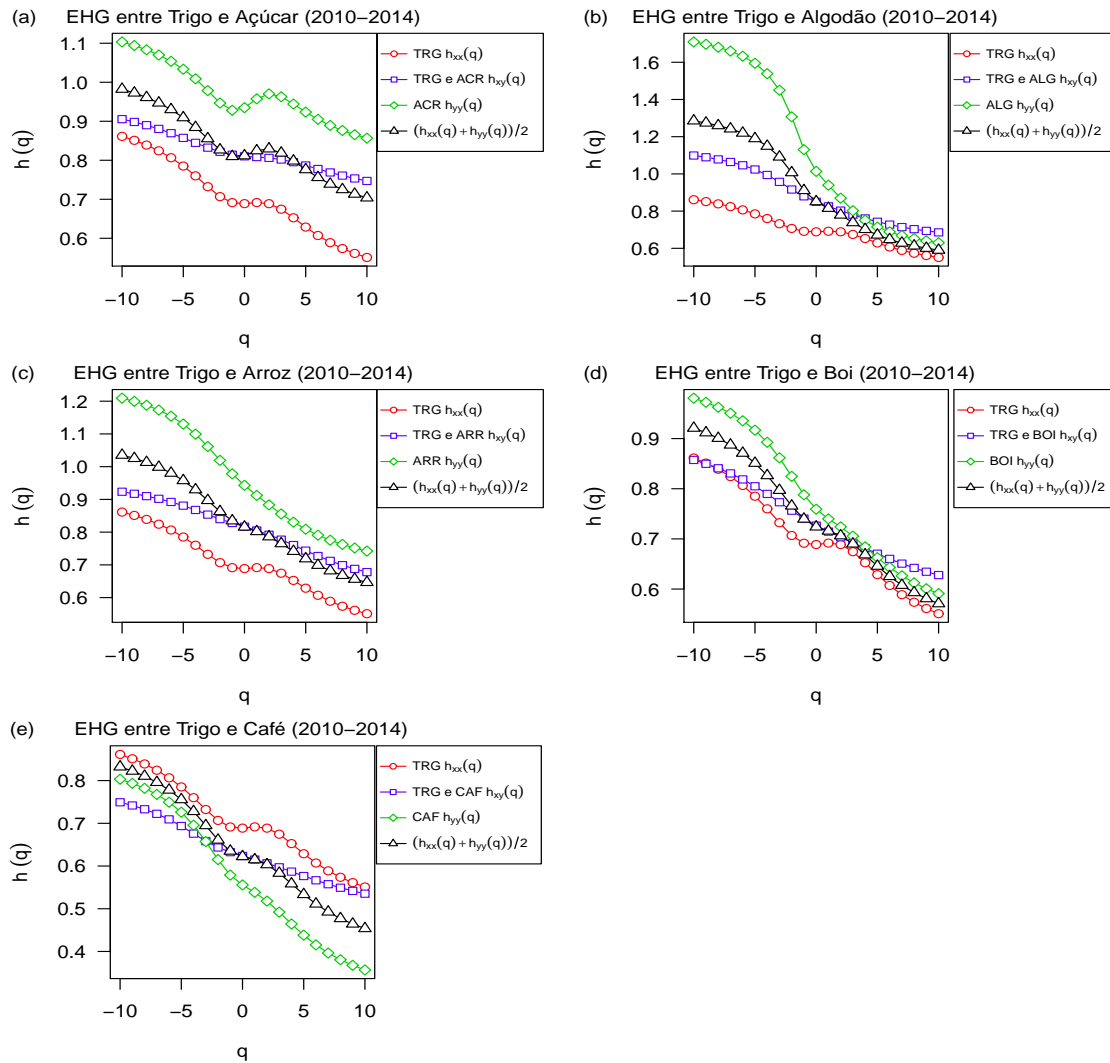


Figura 18: Expoente de Hurst Generalizado (EHG) entre Trigo e as demais *Commodities* (2010-2014): Açúcar 18(a), Algodão 18(b), Arroz 18(c), Boi18(d) e Café 18(e), respectivamente.

Os gráficos do expoente de Hölder α versus o espectro multifractal $f(\alpha)$ ilustram o comportamento típico de processos multifractais, pois exibem forma de parábola com concavidade para baixo. Isso ocorre tanto para as séries individuais quanto para o cruzamento entre as séries, para os dois períodos analisados: 2006-2009 e 2010-2014.

A Figura 19 exhibe o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Açúcar e as demais *commodities* no período 2006-2009.

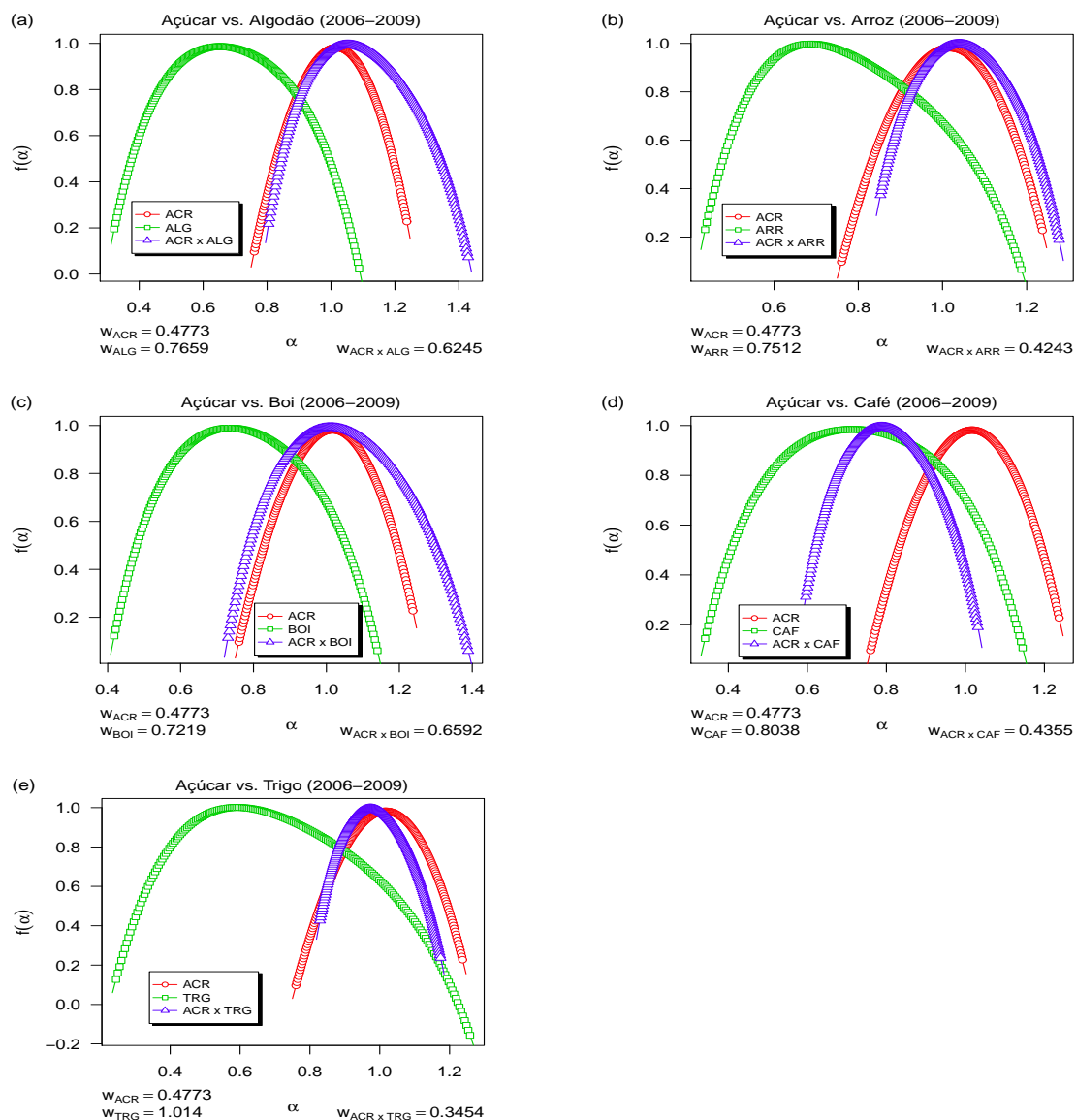


Figura 19: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Açúcar e as demais *commodities*: Arroz 19(b), Algodão 19(a), Boi 19(c), Café 19(d) e Trigo 19(e), respectivamente (2006-2009).

A Figura 20 descreve o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Algodão e as demais *commodities* para período 2006-2009.

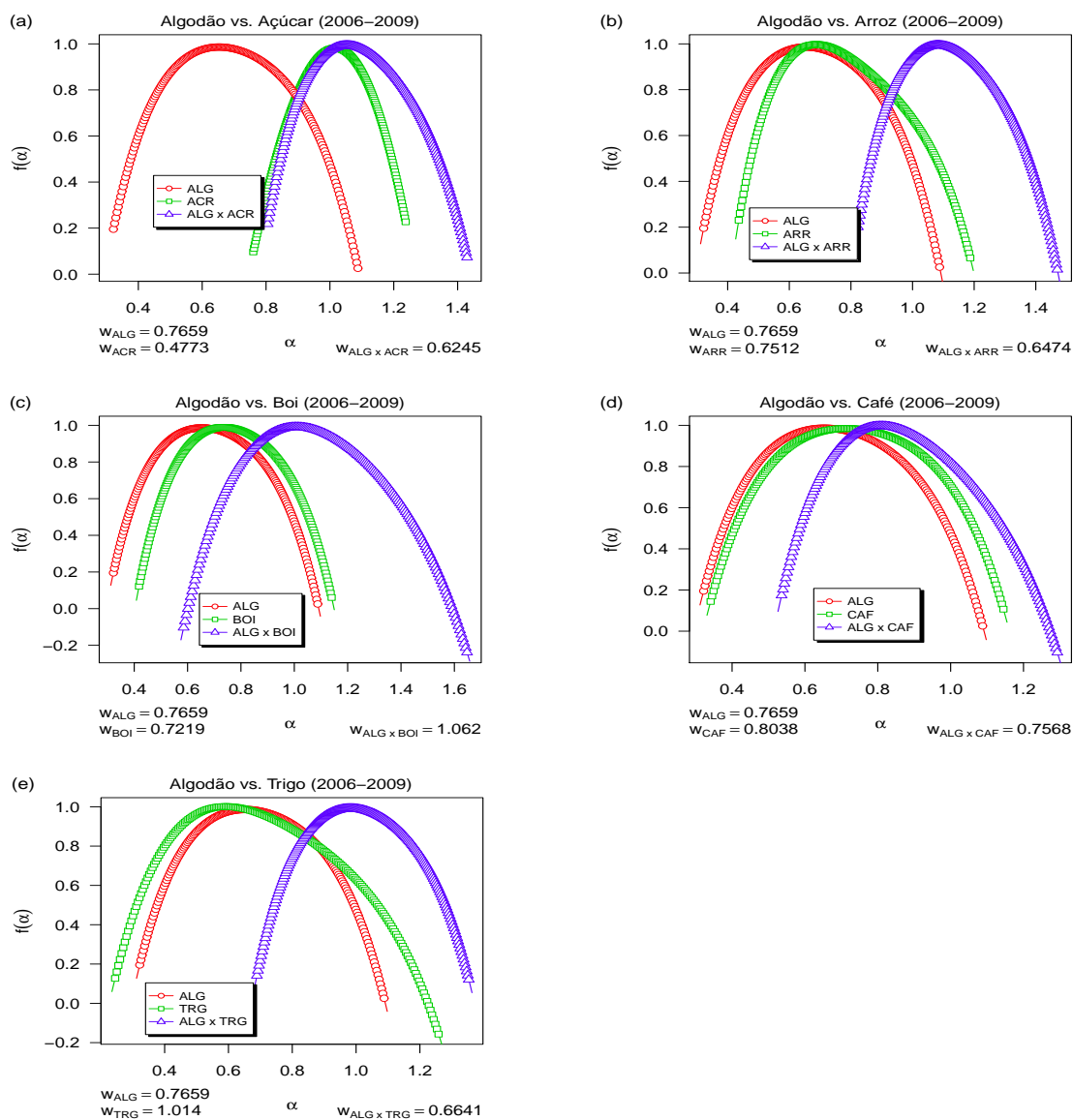


Figura 20: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Algodão e as demais *commodities*: Arroz 20(b), Açúcar 20(a), Boi 20(c), Café 20(d) e Trigo 20(e), respectivamente (2006-2009).

A Figura 21 descreve o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Arroz e as demais *commodities* durante o período pré- crise (2006-2009).

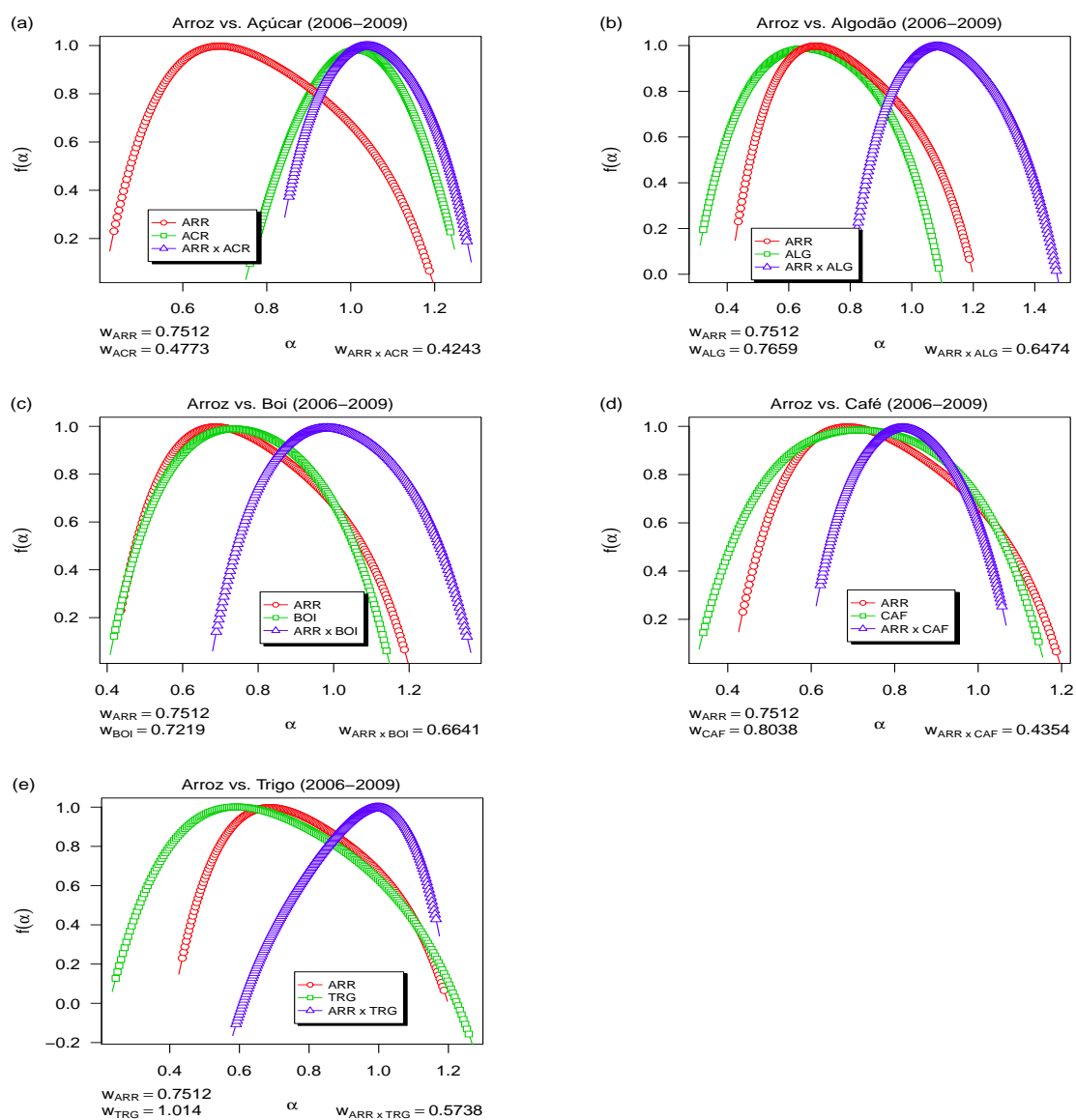


Figura 21: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Arroz e as demais *commodities*: Açúcar 21(a), Algodão 21(b), Boi 21(c), Café 21(d) e Trigo 21(e), respectivamente (2006-2009).

A Figura 22 ilustra o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Boi e as demais *commodities* para o período 2006-2009.

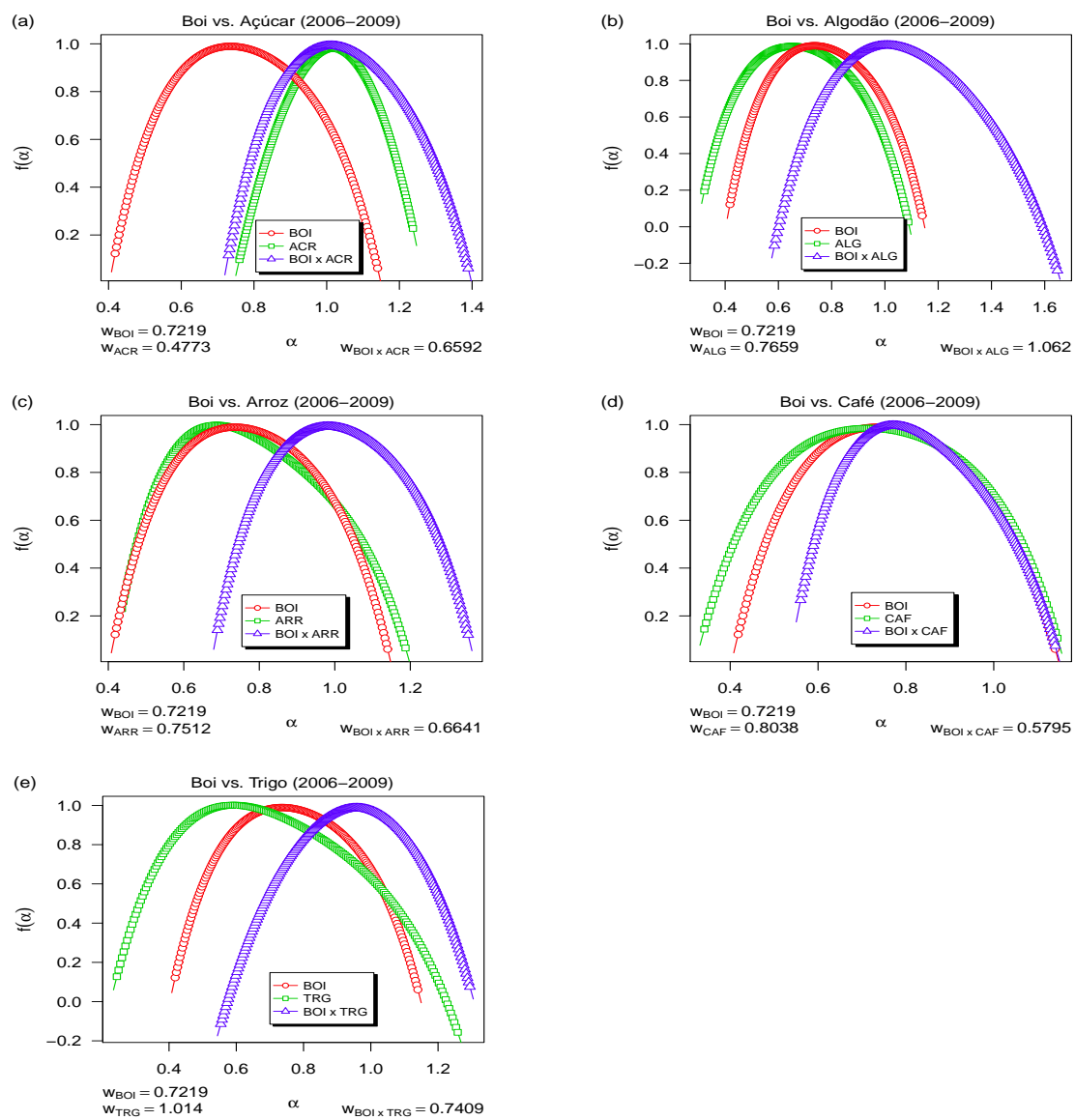


Figura 22: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Boi e as demais *commodities*: Açúcar 22(a), Algodão 22(b), Arroz 22(c), Café 22(d) e Trigo 22(e), respectivamente (2006-2009).

A Figura 23 descreve o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Café e as demais *commodities* durante o período pré-crise (2006-2009).

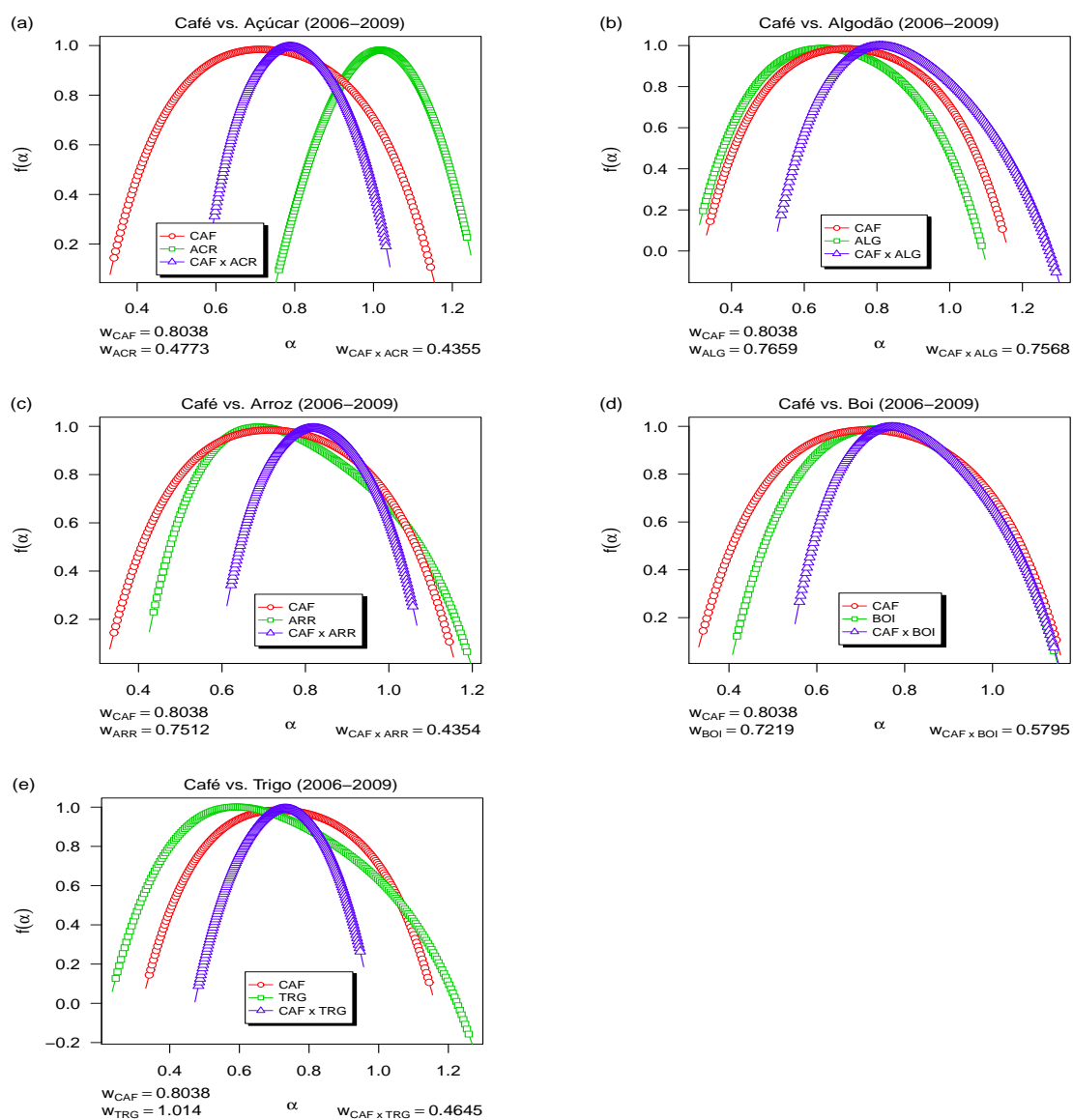


Figura 23: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Café e as demais *commodities*: Açúcar 23(a), Algodão 23(b), Arroz 23(c), Boi 23(d) e Trigo 23(e), respectivamente (2006-2009).

A Figura 24 exibe o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Trigo e as demais *commodities* no período 2006-2009.

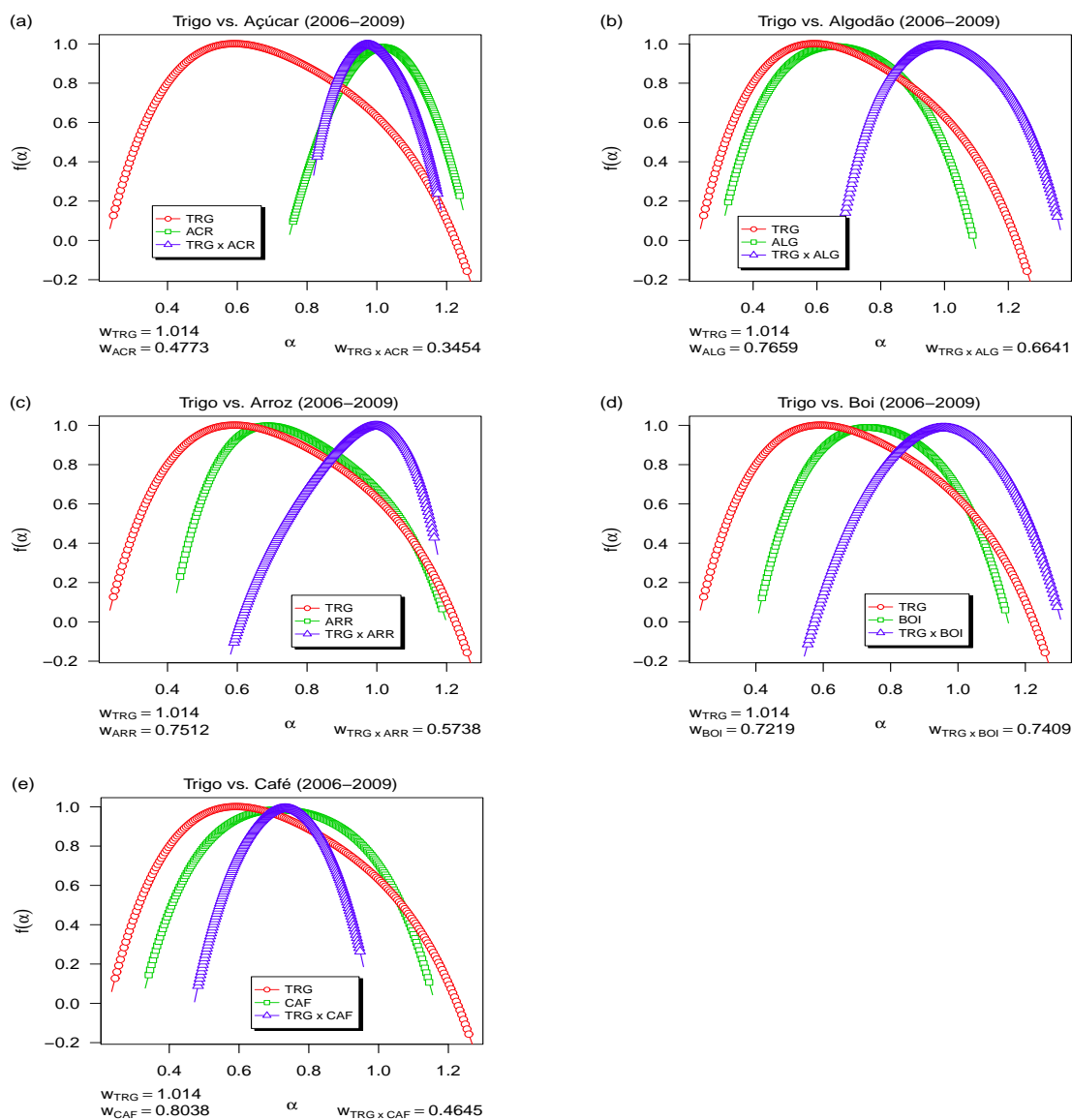


Figura 24: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Trigo e as demais *commodities*: Açúcar 24(a), Algodão 24(b), Arroz 24(c), Boi 24(d) e Café 24(e), respectivamente (2006-2009).

A Figura 25 exibe o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Açúcar e as demais *commodities* no período 2010-2014.

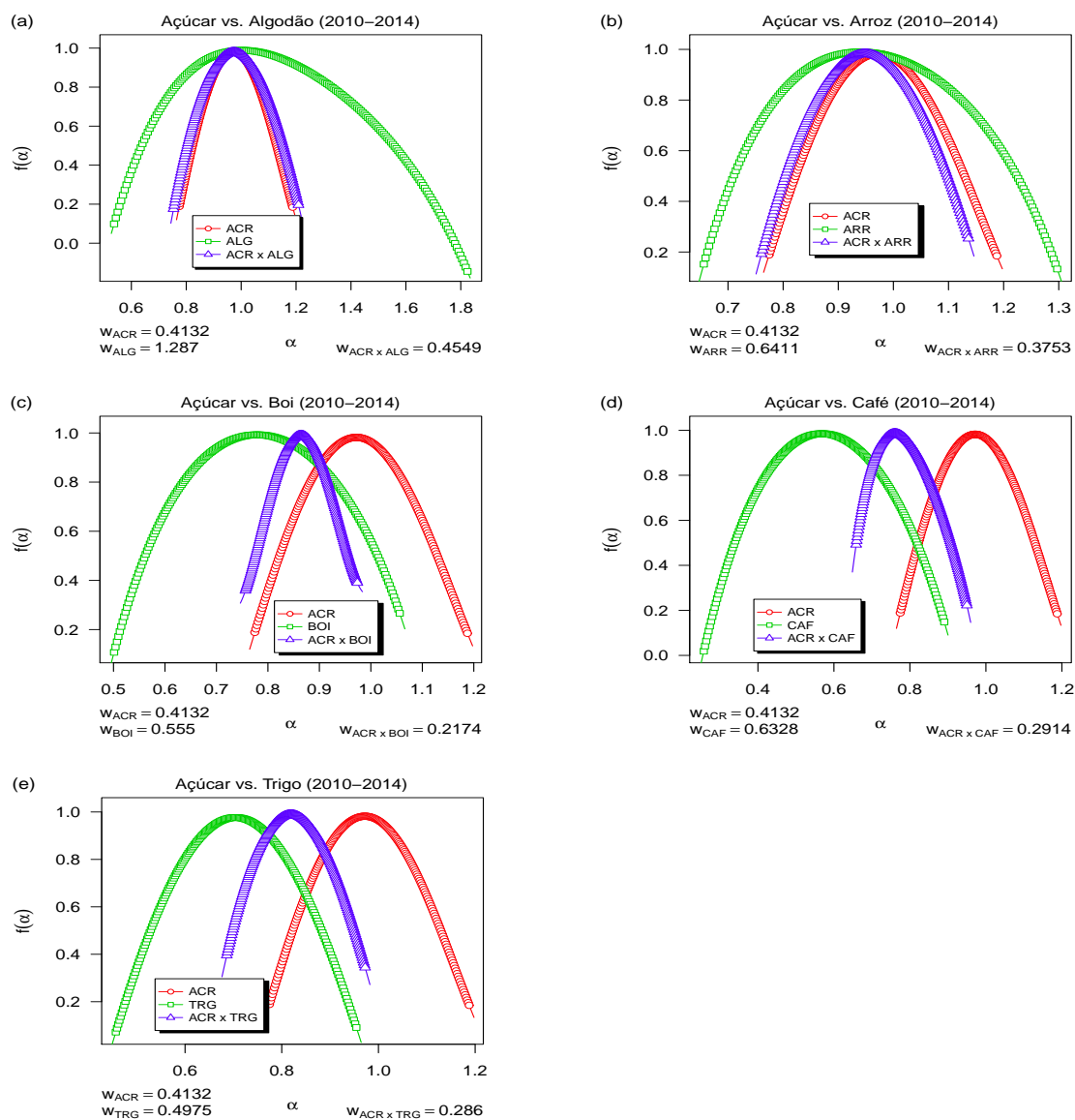


Figura 25: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Açúcar e as demais *commodities*: Arroz 25(b), Algodão 25(a), Boi 25(c), Café 25(d) e Trigo 25(e), respectivamente (2010-2014).

A Figura 26 descreve o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Algodão e as demais *commodities* para período 2010-2014.

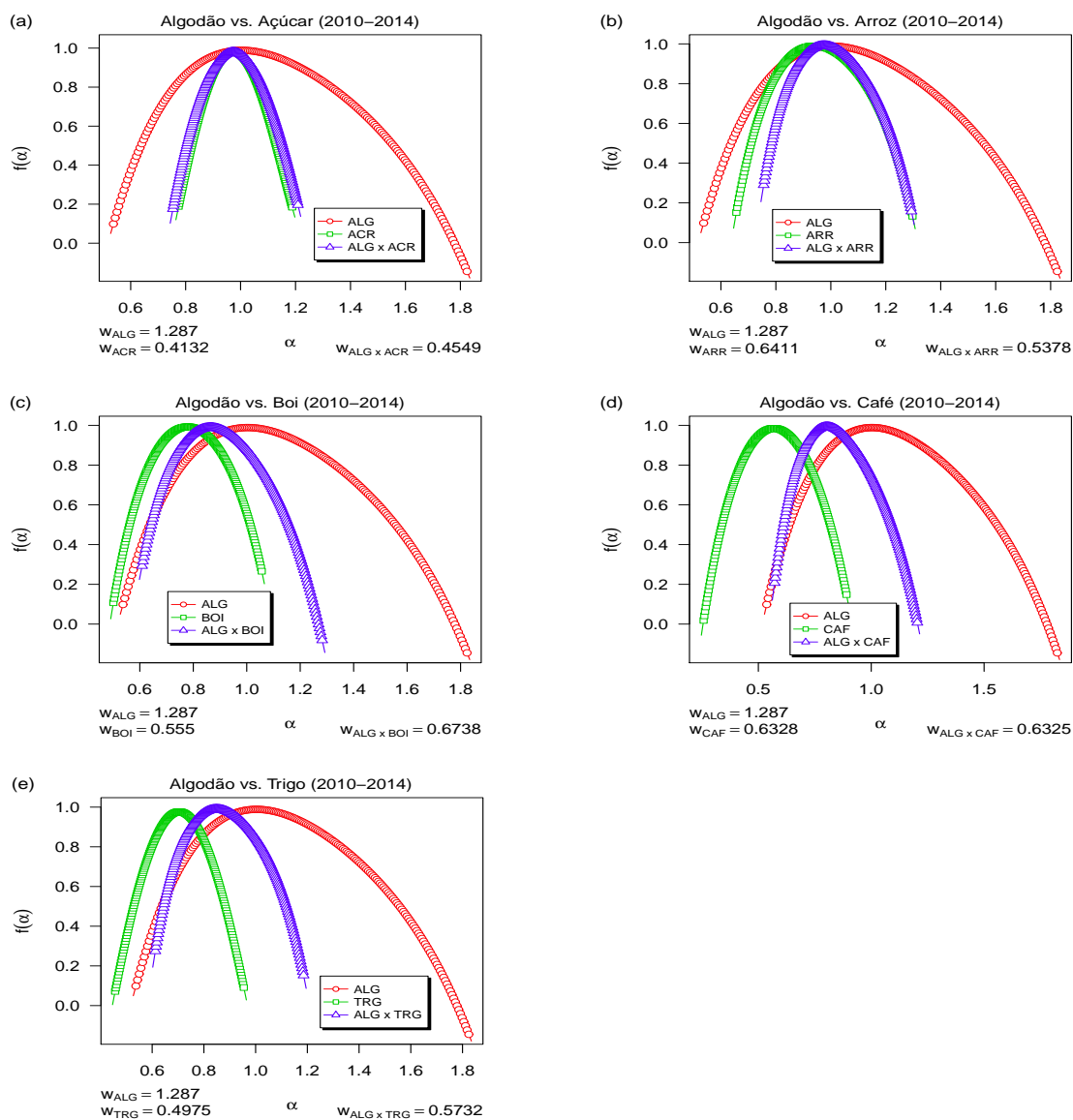


Figura 26: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Algodão e as demais *commodities*: Arroz 26(b), Açúcar 26(a), Boi 26(c), Café 26(d) e Trigo 26(e), respectivamente (2010-2014).

A Figura 27 descreve o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Arroz e as demais *commodities* durante o período pré-crise (2010-2014).

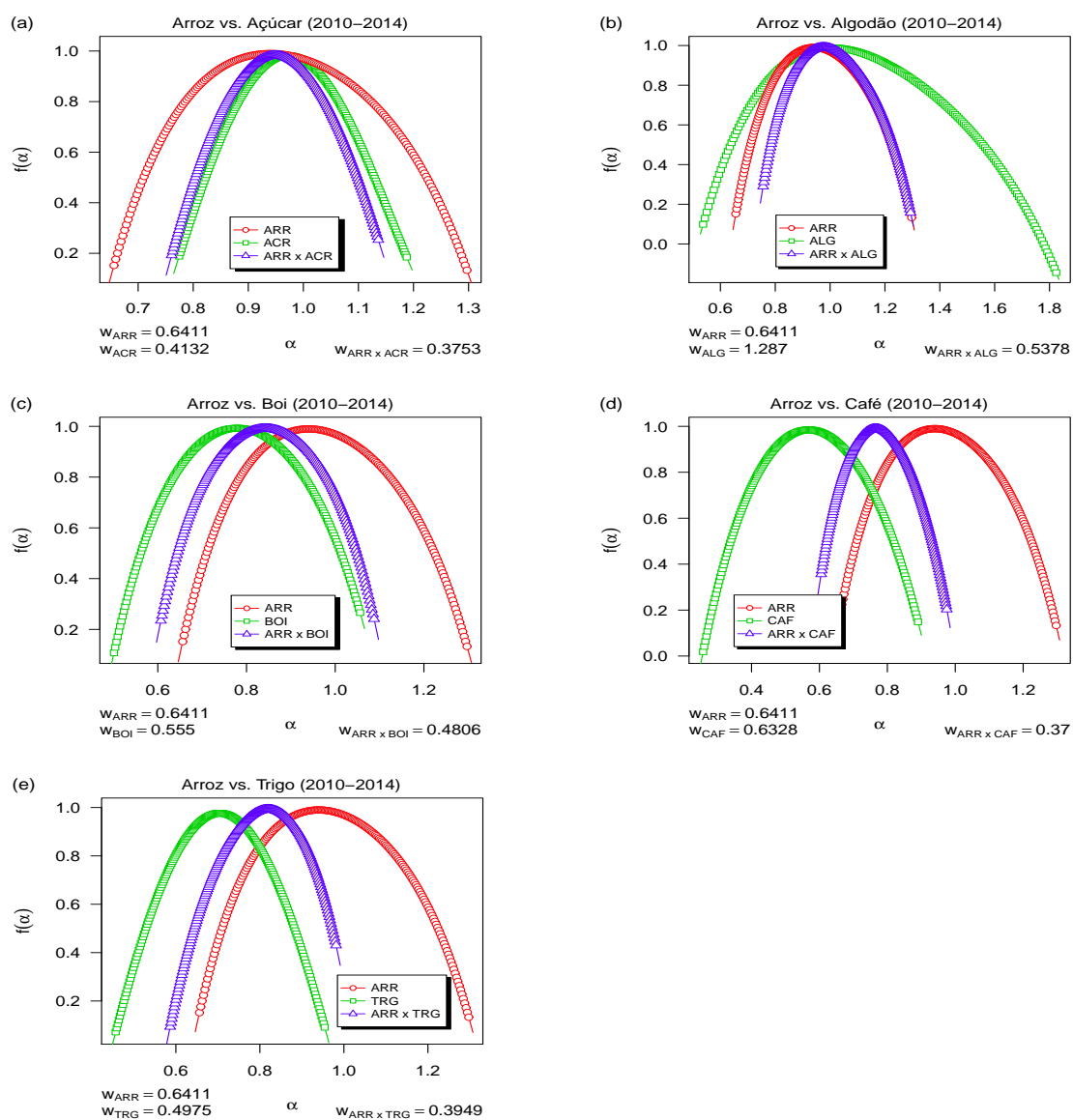


Figura 27: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Arroz e as demais *commodities*: Açúcar 27(a), Algodão 27(b), Boi 27(c), Café 27(d) e Trigo 27(e), respectivamente (2010-2014).

A Figura 28 ilustra o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Boi e as demais *commodities* para o período 2010-2014.

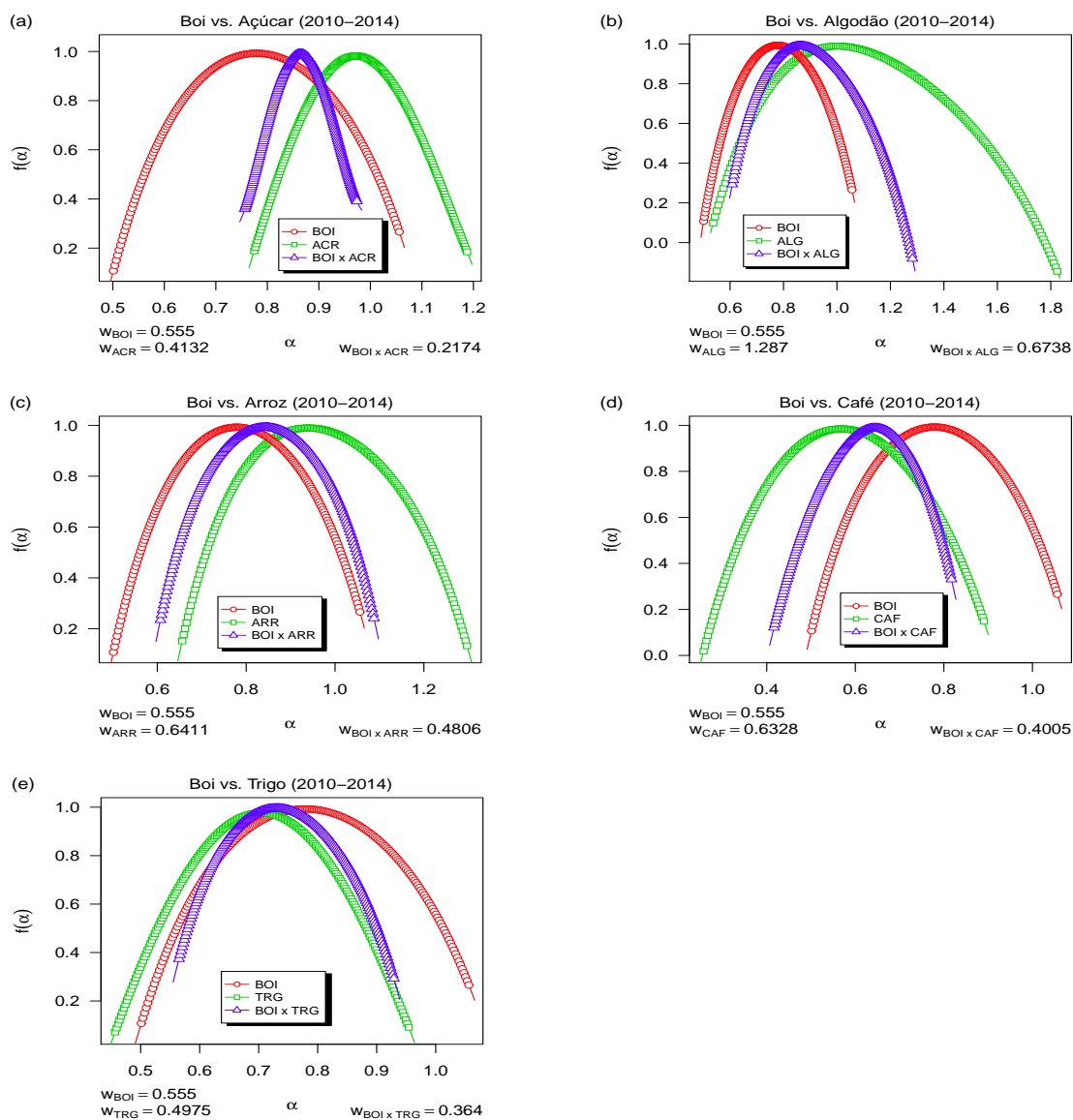


Figura 28: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Boi e as demais *commodities*: Açúcar 28(a), Algodão 28(b), Arroz 28(c), Café 28(d) e Trigo 28(e), respectivamente (2010-2014).

A Figura 29 descreve o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Café e as demais *commodities* durante o período pré-crise (2010-2014).

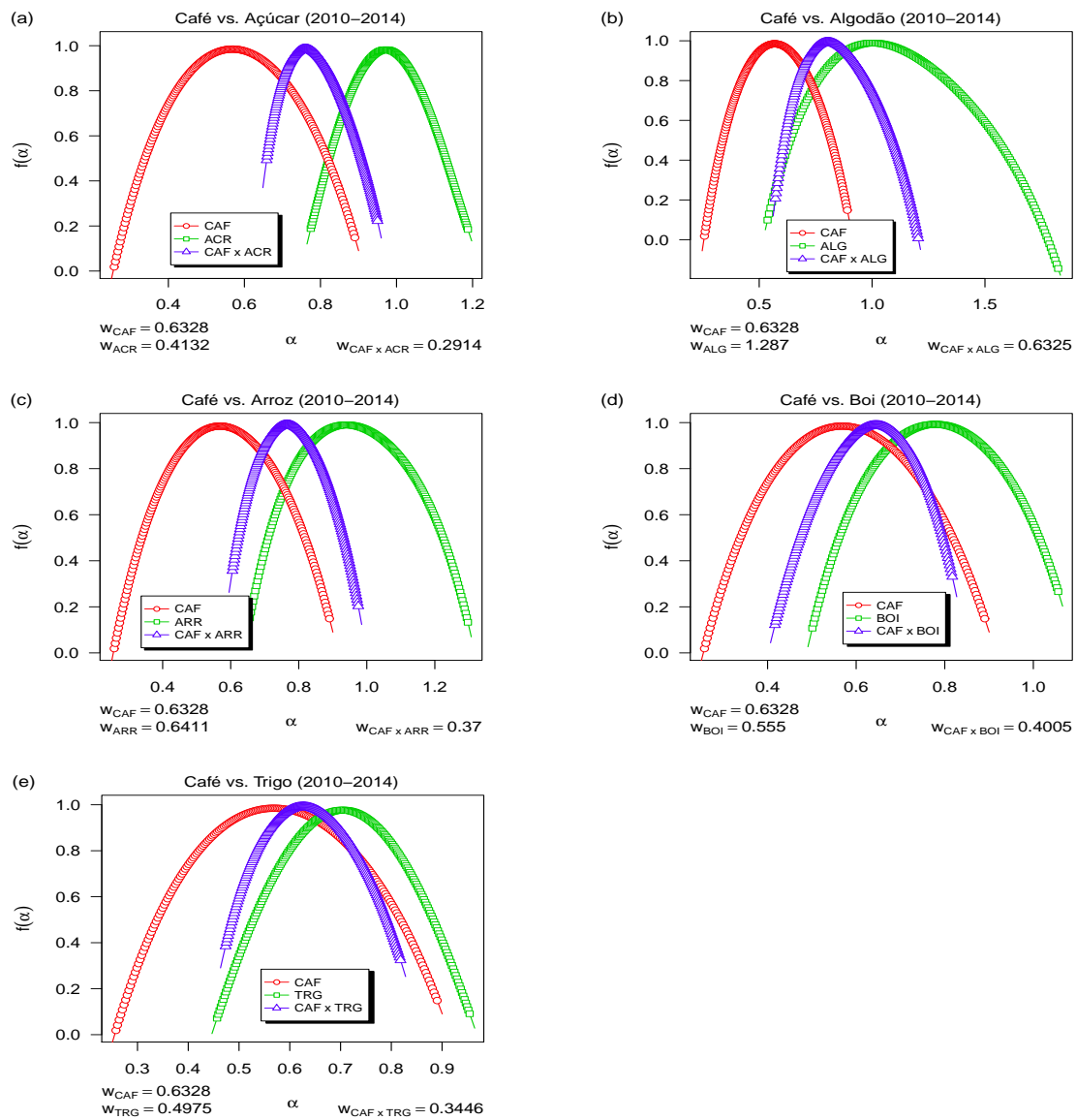


Figura 29: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Café e as demais *commodities*: Açúcar 29(a), Algodão 29(b), Arroz 29(c), Boi 29(d) e Trigo 29(e), respectivamente (2010-2014).

A Figura 30 exibe o Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Trigo e as demais *commodities* no período 2010–2014.

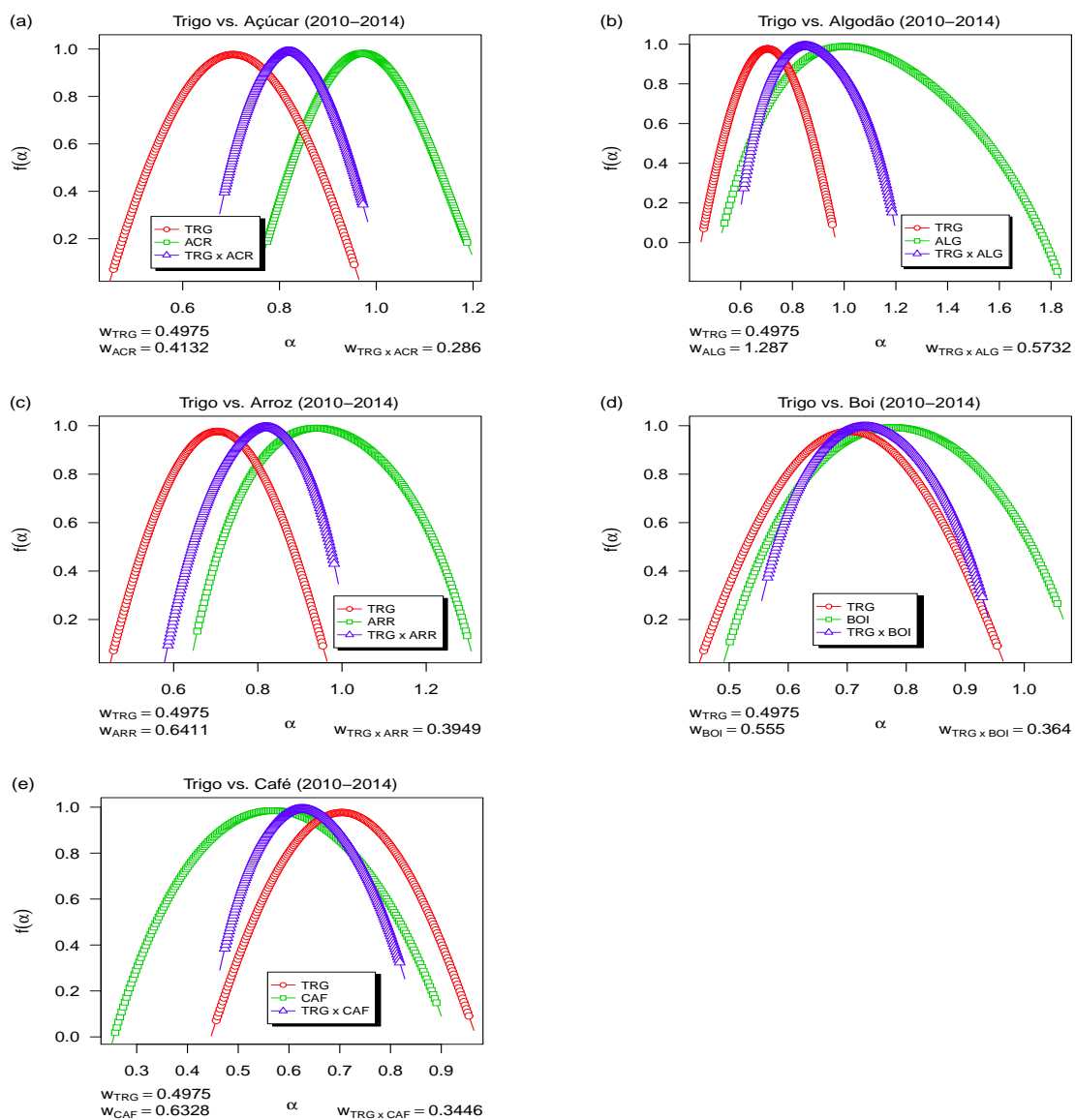


Figura 30: Espectro Multifractal $f(\alpha)$ entre Trigo e as demais *commodities*: Açúcar 30(a), Algodão 30(b), Arroz 30(c), Boi 30(d) e Café 30(e), respectivamente (2010–2014).

Índice Remissivo

A	
Análise	
da Complexidade	38
da Função de Autocorrelação	17
de Hurst	18
Espectral	18
Fractal	38
Multifractal	15, 38, 67
Autossimilaridade	8
B	
Box-counting	13, 15
C	
Coefficiente	
de Correlação-Cruzada	24, 38, 51, 58
Conjunto de Cantor	11
Crise	
<i>Subprime</i>	6
das empresas “ponto com”	6
Cross-Sample Entropy	38, 54
Curva de Koch	11
D	
Detrended Cross-Correlation Analysis	23, 38
Dimensão	
da correlação	14
da informação	14
Euclidiana	13
fractal	8
Distribuição Qui-quadrado	51
E	
Espectro Multifractal	67, 121
Esponja de Menger	12
Expoente	
de Hölder	27
de Hurst	38
de Hurst em Janela Móvel de Tempo	38, 76, 78–80
de Hurst Generalizado	26, 67
de Rényi	26, 67
DFA em Janela Móvel de Tempo	83–85
F	
Fractal	
Determinístico	8
Estocástico	8
G	
Graus de liberdade	51
H	
Hipótese de Nulidade	39, 51, 56, 59, 69
L	
Leasing	7
Lehman Brothers	7

M

Multifractais 15

Multifractal

Detrended Cross-Correlation Analysis

38

Detrended Fluctuation Analysis .. 25,

38

P

Parâmetros Multifractais 67–70

Processos Fractais 16

R

Rolling Window 38

S

Sample Entropy 38

Sample Entropy em Janela Móvel de Tempo

74

T

Teste

de Correlação-Cruzada 17, 51

de Ljung-Box 51

de Wilcoxon-Mann-Whitney .. 39, 56,

59, 69

Shapiro-Wilk 41

t-Student 42

Transformada de Legendre 16
