UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS E EXPERIÊNCIAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS: AS IMPLICAÇÕES EM SUAS PRÁTICAS NA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cacilda Tenório Oliveira Machado

Recife, janeiro de 2007.

Cacilda Tenório Oliveira Machado

CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS E EXPERIÊNCIAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS: AS IMPLICAÇÕES EM SUAS PRÁTICAS NA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências-PPPGE, da Universidade Federal Rural de Pernambuco como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Josinalva Estacio Menezes, Dra.

Co-orientadora: Zélia Maria Soares Jófili, PhD

Recife, janeiro de 2007.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO-UFRPE

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO-PRPPG

Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO

Concepções Epistemológicas e Experiências de Professores de Matemática sobre Números Fracionários: as Implicações em suas Práticas na 5ª Série do Ensino Fundamental

Cacilda Tenório Oliveira Machado

Dissertação defendida e aprovada pela Banca Examinadora composta pelas seguintes professoras:

Josinalva Estacio Menezes, Dra.
Orientadora-UFRPE

Zélia Maria Soares Jófili, PhD
Co-Orientadora-UFRPE

Rute Elizabete de Sousa Rosa Borba, PhD
1ª Examinadora-UFPE

Maria Marly de Oliveira, PhD
2ª Examinadora-UFRPE

Dissertação aprovada no dia 24/01/2007 no Departamento de Educação da UFRPE.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Manuel e Geni (in memorian) pelo esforço que fizeram para me educar e com certeza onde estiverem, estão muito felizes pela concretização deste meu sonho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me conduziu durante esta caminhada e, com certeza, em alguns momentos, me carregou nos braços para que eu chegasse até aqui.

A meu esposo, Eraldo e meus filhos, Júnior, Carina e Genny pela compreensão de muitas ausências.

Ao colega, Maurício Pelloso, companheiro de luta, pela força e colaboração dada em todos os momentos durantes estes dois anos.

À FAFICA e à Secretaria de Educação de Caruaru, pelo incentivo.

Aos professores do Mestrado pela competência com que me mostraram a necessidade do saber científico.

Aos colegas da turma pelo espírito de irmandade e solidariedade que nos uniu.

Às professoras Zélia Jófili e Marly Oliveira pelas contribuições dadas para que esta Dissertação se concretizasse.

À Professora Josinalva Estacio Menezes pela dedicada orientação que me prestou.

Aos professores e alunos das escolas pesquisadas pela contribuição e participação nessa (nossa) história.

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi investigar a existência de relações entre as concepções de professores de matemática sobre números fracionários e o processo de ensino desse conteúdo na 5ª série do ensino fundamental. Baseados na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud analisamos os dados coletados fazendo um confronto de duas situações: como o professor aprendeu e como ele ensina o conceito de fração. A nossa amostra foi composta por dez professores de matemática de 5ª série, que, inicialmente foram entrevistados através do Círculo Hermenêutico Dialético (CHD) e, posteriormente, tiveram observadas as suas aulas introdutórias do conceito de fração. Sendo esta pesquisa de caráter qualitativo, nela foi utilizada a Metodologia Interativa, pela sua contribuição significativa na coleta e análise dos dados. A técnica do CHD facilitou consideravelmente a coleta dos dados oportunizando uma maior interação entre os entrevistados e a pesquisadora. Os resultados encontrados apontam que tanto homens como mulheres foram capazes de realizar *boas* transposições didáticas, que professores da faixa dos 40 aos 45 anos, os com mais tempo geral de ensino, os com mais tempo de ensino na 5ª série e os que atuavam apenas na rede particular de ensino se saíram *melhor* na aula observada. Outro fator importante a ser considerado é que a formação em matemática não influenciou diferentemente concepções e práticas dos professores. Observamos que há professores com concepções bem elaboradas sobre fração, conscientes de que a transposição didática que estão fazendo em suas salas de aula está desarticulada da realidade dos alunos e sabedores da necessidade de um ensino contextualizado desse conteúdo, entretanto, não conseguem se desvencilhar de antigas práticas. Este estudo sinaliza para pesquisas futuras que possam esclarecer a incoerência entre o dizer e o fazer dos professores. Não observamos uma relação entre as concepções que os professores têm acerca do conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados. O modelo *parte/todo* é o mais trabalhado pelos professores colaboradores desta pesquisa e quase sempre é associado ao procedimento de contagem dupla, o que leva os alunos a pensarem frações não como números, mas, como partes de coisas. Concluímos que muitas das dificuldades dos alunos na aprendizagem de frações é conseqüência do modelo da transposição didática feita pelo professor no momento do ensino daquele conceito.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais, Concepções de fração, Transposição didática, Círculo Hermenêutico-Dialético, Formação de professores.

ABSTRACT

The aim of this work is to investigate the existence of relationships among the conceptions of the Mathematic teachers about fractionary numbers and the teaching process of this subject in the 5th level of the fundamental school. Based on the theory of the Conceptual Fields from Vergnaud, we analyzed data by doing the comparison between two situations: how the teacher learned and how does he teaches the concept of fraction. Our exposition was compound by ten Mathematic teachers who teach in the 5th level, that, in the beginning were interviewed through out the DHC–Dialectical Hermeneutical Circle and after they had their fraction concept introductory class observed. Being this research made on a qualitative character, it was utilized the Interactive Methodology, cause of its meaningful contribution to collect and analyze data. The DHC technique made considerably easier the data collection and gave us the opportunity of a better interaction among the interviewed ones and the researcher. The results we found showed that as men as women were capable of carrying out *good* didactical transpositions, those teachers between 40 and 45 years old, the ones with more general time of teaching, the ones with more experience in the 5th level and those who act only in the Prived School were *better* in the observed classes. Other important factor to be considered is that the Mathematical Education haven't influenced conceptions and parctices of teachers differently. We observed that there are teachers with a very well made conceptions about fractions, conscious that the didactical transposition which they are doing in their classes is disconnected from the pupils' reality and as they know the necessity of a contextualized teaching of this subject, meanwhile they can not be free from old practices. This studying points to future researchers which ones can clarify the incoherence between teachers' speeching and doing. We confirmed that there is a relationship between the conceptions that the teachers have about the Mathematic Knowledge and the procedures to teach and evaluate adopted by them. The *part/all* model is the most worked by the collaborator teachers of this research and almost always it is associated to the procedure of double counting which makes the pupils to think about fraction not as numbers to learn, but as part of things. We concluded that many difficulties from the pupils to learn about fraction is a consequence from the model of the Didactical Transposition done by the teacher in the moment of teaching that concept.

Key words: Theory of Conceptual Fields, Conceptions of fractions, didactical transposition, Dialectical-Hermeneutical Circle, Teacher Education.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Historicamente, a Matemática é considerada uma disciplina de resultados precisos e procedimentos infalíveis. O seu conteúdo é visto como se fosse fixo pronto e acabado e os motivos invocados para justificá-lo prendem-se à sua utilidade para a vida futura, ao facilitar o acesso a uma determinada carreira profissional. A matemática que se ensina em muitas de nossas escolas é fundamentada no conhecimento abstrato. Os nossos currículos ainda estão recheados de fórmulas, teoremas e corolários descontextualizados da realidade dos alunos.

Apesar dos avanços do ensino da matemática no ensino fundamental, o ensino de frações continua se caracterizando por uma prática voltada para a aprendizagem mecânica do algoritmo constituindo-se em um desafio aos professores que procuram desenvolver uma real compreensão desse conceito em seus alunos.

Segundo Vergnaud (1990) há uma tendência para se ensinar os algoritmos das operações, sem relacioná-los a uma classe mais ampla de problemas. Desta forma, não é na formalização do ensino que as dificuldades de aprendizagens são superadas, mas, sobretudo, na estimulação constante da resolução de problemas, do uso do raciocínio lógico e do uso dos algoritmos das operações que se pode levar o aluno a uma situação propícia para a construção de uma aprendizagem significativa.

As inquietações com o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, sobretudo nas séries iniciais do ensino fundamental, sustentam-se, por um lado, na relevância histórico-social da construção/apropriação/socialização dos conhecimentos matemáticos, e, por outro, pela conseqüente possibilidade de melhor compreender e intervir na realidade sócio-econômica e político-cultural na qual estamos envolvidos.

Por outro lado, ao longo da nossa trajetória docente, percebemos que o processo de ensino-aprendizagem da Matemática continua distanciado das práticas significativas, referendadas anteriormente, priorizando ainda os treinamentos repetitivos e as memorizações excessivas. Com o olhar nessa realidade, concordamos com as palavras de Pais (2001, p. 26) que reforçam a nossa argumentação: “todas as vezes que ensinamos certo conteúdo de matemática é necessário indagar qual foi o contexto de sua origem e quais são os valores que justificam sua presença atual no currículo escolar”.

Compreendendo o ensino-aprendizagem da Matemática como uma *práxis,* construída através de representações simbólicas e de estratégias cognitivas, percebemos a importância das situações didáticas que ensejam a contextualização dos conteúdos, uma vez que, no geral, as aprendizagens significativas, defendidas pelos teóricos do *Construtivismo*, são decorrentes da vida real, na qual são constatadas algumas das necessidades matemáticas, tais como: comprar, vender, *barganhar*, ganhar, perder, dividir, etc.

Como no cotidiano, muitos números fracionários são substituídos pelos números decimais, surgem muitos obstáculos no ensino-aprendizagem desse conteúdo na sala de aula (por exemplo, o aluno dar um tratamento às frações como dá aos números naturais, achar que 1/4 é maior que 1/2). Entretanto, *fração* é um conteúdo de muita importância na vivência cotidiana e acadêmica. Daí precisarmos enfatizar que: “[...] partir da realidade do aluno não significa substituir o saber escolar pelo saber cotidiano” (PAIS, 2001, p. 28). É necessário partir das experiências dos alunos, porém não podemos nos limitar a elas, devemos ajudá-los a avançar nos saberes científicos.

Sobre a contextualização do ensino, respaldamos-nos nas diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN), em seu texto: “Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos” (BRASIL, 2001, p.36). Também achamos pertinente citar Paulo Freire (2002, p.77) quando afirma:

> [...] Por isso, somos os únicos em quem aprender é uma aventura criadora, algo, por isso mesmo muito mais rico do que meramente repetir a lição dada. Aprender para nós é construir, reconstruir, constatar para mudar, o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito.

Essas reflexões introdutórias fomentaram a escolha do tema para a pesquisa que realizamos: *concepções epistemológicas e experiências de professores de matemática sobre números fracionários: as implicações em suas práticas na 5ª série do ensino fundamental.* Assim, indagamos:

- Quais são as concepções dos professores dessa série sobre como se aprende matemática?
- Quais as suas concepções de fração?
- Como essas concepções se expressam em suas práticas?
- Como se deu a aprendizagem pessoal desses professores nesse conteúdo?
- Como fazem a introdução do conceito de fração nas turmas de 5ª série do ensino fundamental?
- O entendimento do professor, de como se dá a aprendizagem de fração influencia o ensino desse conteúdo?

Embora todas essas indagações sejam relevantes, definimos como questões centrais de nosso problema de pesquisa:

- As concepções dos professores de Matemática sobre frações interferem no ensino dos conceitos de números fracionários?
- A forma de ensinar de seus professores influenciou a forma como ensinam?

Na nossa experiência de sala de aula temos encontrado alunos nas últimas séries da educação básica, que não têm a compreensão do conceito de fração, conceito este que, de acordo com os programas de ensino e com os livros didáticos, deveria ser construído sistematicamente na 3ª ou 4ª série do ensino fundamental (idades de 9 a 10 anos), mas que, de acordo com os pesquisadores do assunto, pode ser trabalhado desde a educação infantil (idades de 5 a 6 anos). O caso ainda é mais sério quando constatamos que alguns professores, por diferentes razões e ou/ problemas em sua formação, que fogem do objetivo de nosso trabalho, não compreendem os conceitos e, por este motivo, não os trabalham em sala de aula ou, quando o fazem, é de maneira rápida e superficial, dificultando cada vez mais a compreensão dos discentes.

Examinando a obra de Vasconcelos (2002, p. 20), encontramos considerações significativas acerca dos pressupostos epistemológicos das questões que estamos a discutir. O autor afirma:

> Existem diferentes formas de se organizar o processo de construção de conhecimento em sala de aula. Estas diferentes formas, implícita ou explicitamente, justificam-se a partir de diferentes concepções sobre o processo de conhecer, que, por sua vez, são decorrentes de determinada visão de homem e de mundo.

O autor reforça o nosso pensamento de que os docentes organizam seus planejamentos diários dentro de suas limitações, no ritmo que são capazes de conduzir e de acordo com as suas concepções sobre o conteúdo que se propõem a ensinar. Ainda é Vasconcelos quem nos convida a refletir sobre a seguinte assertiva:

> Nossa hipótese é que se o professor compreender melhor os fundamentos epistemológicos (além dos demais fundamentos) de sua prática, qual seja, se dominar melhor como se dá o conhecimento, sua ação pode ser muito mais eficiente, terá condições de analisar criticamente sua prática, criar alternativas e saber incorporar outras contribuições, dentro de um princípio metodológico (2002, p. 81).

Partimos do pressuposto de que há relação entre as concepções que os professores têm acerca de como se dá o conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar, e avaliar por eles adotados e de que essas concepções se constroem em suas histórias pessoais e profissionais. Assim, investigar essas concepções implica em uma busca às suas histórias de vida, aos saberes provenientes da sua própria experiência, aos saberes construídos em suas trajetórias pré-profissionais, além das profissionais e em outras relações estabelecidas, com colegas de trabalho, com seus alunos e com suas ferramentas de trabalho. Concordamos com Tardif (2003, p. 60) quando diz que considera “a noção de saber um sentido amplo que engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades e as atitudes dos docentes”.

Segundo Henry (1992) o professor, em função de sua classe social, de sua formação, e de sua experiência profissional, toma como referência, em sua prática, o conjunto de concepções que ele possui sobre trabalho, disciplina, ato pedagógico e possibilidades dos alunos. Raramente, tais concepções são fundamentadas em dados cientificamente comprovados, mas emergem das representações profundamente implantadas no professor. As expressões dessas concepções acontecem de formas diversas, por exemplo: a relação do professor com o saber matemático pode ir de abstrações exageradas a um utilitarismo excessivo.

Para Henry as concepções organizam-se em uma *epistemologia*, conjunto sólido de idéias sobre o saber, sobre sua constituição e sua história e os professores, que na sua grande maioria não exerceram outras profissões durante suas vidas, fazem do saber escolar o fundamento dessa epistemologia. Isso explica a dificuldade de introdução, no ensino tradicional, de elementos voltados para a produção, o que leva a impressão de ser a escola independente do mundo do trabalho. Da mesma maneira, as concepções pedagógicas dos professores dependem também de suas experiências enquanto alunos e a reprodução das práticas vivenciadas é o elemento determinante na sua atividade, apesar de toda a movimentação promovida pelas propostas da *pedagogia nova* nos anos 70, que se baseavam em modernas teorias de aprendizagem.

Sentimos que há necessidade de se estudar as relações estabelecidas entre as práticas pedagógicas e as fontes teóricas que as subsidiam. A análise dessas fontes serve para o professor compreender como o aluno aprende e ser capaz de fazer uma contextualização que leve seu aluno a aprender o conteúdo contextualizado sem perder o seu caráter científico. Mais uma vez nos valemos das palavras de Pais (2001, p. 26) quando diz: “O desafio didático consiste em fazer essa contextualização sem reduzir o significado das idéias matemáticas que deram origem ao saber ensinado”.

Consideramos a possibilidade de contribuirmos com a produção de um conhecimento crítico acerca da temática aqui abordada. Nas leituras que fizemos em torno da questão, encontramos em Deslandes (2004, p. 42), a seguinte afirmação:

> Uma pesquisa se justifica pela articulação entre a relevância sócio-intelectual e prática do problema investigado e a experiência do investigador, pois a rigor, um problema intelectual surge a partir de sua existência na vida real e não espontaneamente.

Investigamos criticamente este tema, associando-o à experiência que acumulamos durante longos anos de efetivo trabalho em sala de aula no ensino de matemática. Buscamos desvendar as concepções epistemológicas dos professores que didaticamente, segundo Becker (1993), podem avançar, retardar ou até impedir, o processo de construção do conhecimento.

Depois que identificamos as concepções de fração dos professores, procuramos observar como as mesmas interferem nas suas transposições didáticas, especificamente no conteúdo de números fracionários e, conseqüentemente, na construção dos conceitos referentes a esse conteúdo pelos alunos.

Gostaríamos de registrar nesta pesquisa que temos, mesmo como pesquisadora iniciante, a consciência de que o conhecimento está historicamente circunstancializado, que é apresentado como parte ou recorte de um todo e precisa ser compreendido na perspectiva da provisoriedade histórico-científica.

Objetivo Geral

Dentro dessa perspectiva, formulamos o nosso objetivo geral:

- Analisar as concepções epistemológicas dos professores de Matemática, buscando possíveis relações entre as mesmas e sua prática docente no ensino de frações.

Objetivos Específicos

Para a consecução desse objetivo, definimos como objetivos específicos*:*

- Relacionar as concepções sobre frações, explicitadas pelos professores de Matemática envolvidos na pesquisa, com os princípios teóricos de ensino que dão suporte a tais concepções.

- Identificar as ações dos professores desenvolvidas no cotidiano de uma sala de aula, quando do ensino de frações, observando as práticas didático-pedagógicas ali vivenciadas.

Partimos da *Hipótese* de que há uma relação entre as concepções que os professores têm acerca do conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados.

CAPÍTULO II

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como fundamentos teóricos, abordamos a Teoria dos Campos Conceituais, as Situações Didáticas, a Transposição Didática, a Epistemologia do Professor e o Conceito de Concepção. Fizemos também um breve histórico sobre fração e estudamos a construção do conceito de fração.

1.1 A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real. Para Vergnaud (1990), o conhecimento está organizado em campos conceituais, dos quais o sujeito se apropria ao longo do tempo através de experiência, maturidade e aprendizagem. Nessa teoria, os conhecimentos prévios exercem papéis fundamentais, ora como percussores de novos conhecimentos, ora como elementos de ruptura na construção do conhecimento. É necessário identificar sobre quais conhecimentos prévios a criança pode se apoiar para aprender, porém, é muito importante distinguir quais as rupturas necessárias. Torna-se necessário, também, propor situações para as quais os alunos não devem se apoiar em conhecimentos prévios, oportunizando a descoberta de estratégias e o enfrentamento de desafios.

Em sua teoria, Vergnaud:

- Amplia e redireciona o foco piagetiano das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do “sujeito - em - ação”.
- Toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento.

Segundo Moreira (2003), Vergnaud reconhece a importância da teoria de Piaget, destacando as idéias de adaptação, desequilibração e reequilibração como pedras angulares para a investigação em didática das Ciências e da Matemática e acredita que a grande pedra angular colocada por Piaget foi o conceito de *esquema,* fundamental na

Teoria dos Campos Conceituais. Reconhece também que sua teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida a partir do legado de Vygotsky (1978), porque atribui grande importância à interação social, à linguagem e a simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos. Para ele, o conhecimento pode ser imaginado como organizado em campos conceituais. No processo de apreensão desses campos conceituais, os estudantes vão adquirindo concepções e competências. Em relação ao conhecimento científico, as competências parecem estar mais vinculadas à resolução de problemas e, as concepções, às expressões orais ou escritas.

Na definição de campo conceitual entra em jogo o conceito de *situação* que é muito importante para a teoria dos campos conceituais. Para Vergnaud, uma *situação* é entendida como uma *tarefa*, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como combinação de *tarefas*. Os processos cognitivos e as respostas do sujeito decorrem das situações com as quais é confrontado e, é a partir do confronto com elas e do domínio que progressivamente alcança sobre elas, que o sujeito molda os campos conceituais que constituem seu conhecimento.

Vergnaud (1990) defende que o problema central da cognição é a *conceitualização* e sua teoria justamente aponta elementos neste sentido. Opondo-se à separação entre conhecimento procedimental e conhecimento declarativo, ele considera que o fator essencial da dificuldade dos estudantes com a resolução de problemas em Matemática, encontra-se vinculada não ao tipo de operação que um determinado problema requer pôr em prática e sim às operações do pensamento que os estudantes devem fazer para estabelecer relações pertinentes entre os dados do problema. Ou seja, o comportamento dos estudantes na resolução de problemas é guiado por hipóteses, analogias, metáforas, que dependem da conceitualização.

Na busca de uma definição para campo conceitual encontramos que:

> Campo Conceitual é um conjunto informal heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1990 p. 40).

Esse autor define campo conceitual como um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos de naturezas distintas. Por exemplo, o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto de situações cujo domínio requer uma adição, uma subtração ou uma combinação de tais operações, enquanto o campo conceitual das estruturas multiplicativas consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações.

Diante de uma situação nova o aluno lança mão dos conhecimentos adquiridos anteriormente e tenta adaptá-los às novas situações. A teoria dos campos conceituais considera que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações problemas (MAGINA, CAMPOS, NUNES e GITIRANA, 2001).

Nessa teoria, o comportamento cognitivo dos sujeitos em situação de aprendizagem é modelado por Vergnaud como *esquemas.* O esquema é a organização invariante do tratamento de dado tipo de situação. É nos esquemas que devemos procurar os conhecimentos-em-ação do sujeito, quer dizer, os elementos cognitivos que permitem a ação do aprendiz ser operatória (VERGNAUD, 1990). A reprodução das ações reforça os esquemas e o processo de assimilação favorece a sua generalização. O processo da acomodação permite fazer diferenciações e coordenações.

Vergnaud (1990) define conceito como um tripleto de três conjuntos C = (S, I, R) onde:

- S$\rightarrow$ é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito (é o referente do conceito).

- I→ é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito (Invariantes operatórios).
- R→ é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles (é o significante).

Magina, *et al* (2001), explicam que a formação do conceito pela criança pode ser observada por meio das suas estratégias de ação ao resolver um problema, pelas expressões utilizadas durante essa resolução, pela simbologia usada por ela para representar a situação e sua ação na mesma. Vergnaud (2005) adverte que para se estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, durante a aprendizagem ou sua utilização, é necessário considerar ao mesmo tempo os três conjuntos (S, I, R) bem como as inter-relações que este conceito possui com outros conceitos.

Convém lembrar ainda, que nessa teoria o conceito de *situação* tem o sentido de *tarefa* e que uma *situação* complexa pode ser analisada como uma combinação de *tarefas* para as quais é necessário conhecer suas naturezas e dificuldades próprias. Muitas de nossas concepções vêm das primeiras situações que fomos capazes de dominar ou de nossa experiência tentando modificá-las (VERGNAUD, 1990, p. 117).

Frente a determinadas situações agimos de uma dada forma, determinada pelas representações que dela fazemos. Segundo Vergnaud (1990), o vínculo, entre a conduta e a representação é dado pelo conceito piagetiano de *esquema*. Na teoria piagetiana, os *esquemas de ação* podem ser compreendidos como os primeiros reflexos que a criança tem (sugar, pegar) e os *esquemas de representação*, quando a criança adquire a capacidade de fazer a distinção entre significante e significado, então ela passa a representar suas ações, situações e experiências através destes *esquemas*.

Para Vergnaud, são os *esquemas*, os comportamentos e sua organização, evocados no sujeito por uma situação ou por um significante (representação simbólica) que constituem o sentido dessa situação ou desse significante para esse indivíduo. Por exemplo, o sentido de um número fracionário para uma pessoa é o conjunto de *esquemas* que ela pode utilizar para lidar com situações com as quais se defronta e que implicam a idéia de fração. Assim, é o conjunto de *esquemas* que ela pode acionar para operar sobre os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e lingüísticos que representam a fração.

O desenvolvimento cognitivo consiste, sobretudo, no desenvolvimento de um vasto repertório de *esquemas*. Há *esquemas perceptivo-gestuais*: contar objetos, fazer um gráfico, um diagrama; e *esquemas sociais*: gerenciar um conflito ou seduzir uma pessoa, por exemplo. Daí, concluímos que os algoritmos são esquemas, mas nem todos os esquemas são algoritmos. Quando os algoritmos são utilizados repetidamente para tratar as mesmas situações eles se transformam em esquemas ordinários, ou hábitos. Segundo Vergnaud (1990, *apud* MOREIRA, 2004), distinguimos quatro elementos de um *esquema*:

1. Objetivo do *esquema* ou as metas e antecipações: um *esquema* se dirige sempre a uma classe de situações na qual o sujeito pode descobrir uma possível finalidade da sua atividade;

2. Regras de ação e controle: são regras do tipo “se... então’’ que permitem a geração e a seqüência de ações do sujeito”.

3. Invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação): constituem os conhecimentos contidos nos *esquemas*, dirigem a busca da informação pertinente para a detecção de metas e de regras adequadas à ação.

4. Possibilidades de inferência (ou raciocínio): permitem calcular as regras e antecipações em uma situação concreta.

Dos quatro elementos que constituem o *esquema*, somente os invariantes operatórios são indispensáveis na articulação entre uma situação que o sujeito enfrenta e o conhecimento em ação que possui para resolvê-la.

De acordo com o funcionamento do *esquema*, Vergnaud distingue duas classes de situações: as classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento, e sob certas circunstâncias, das competências ao tratamento relativamente imediato da situação, e as em que não dispõe das competências necessárias, o que obriga a um tempo de exploração e reflexão. Na primeira classe, entram em jogo condutas amplamente automatizadas, enquanto que na segunda, o sujeito deve pôr em jogo vários esquemas de seu repertório para tentar resolver a situação, que deverão ser acomodados, descombinados ou recombinados até atingir a meta.

A construção do conhecimento pelo aluno não é um processo linear, facilmente identificável. É complexo e tortuoso, com avanços e retrocessos. O conhecimento prévio é determinante no progressivo domínio de um campo conceitual, mas pode também ser um impedimento (obstáculo). Continuidades e rupturas não são, no entanto excludentes. No ensino é necessário desestabilizar o aluno, mas não demais. É preciso identificar sobre quais conhecimentos prévios a criança pode se apoiar para aprender, mas é forçoso também distinguir quais as rupturas necessárias (MOREIRA 2004, p 21). Para isso torna-se necessário ao professor exercer o seu papel de mediador junto ao aluno e desenvolver situações didáticas propícias para que essas construções e rupturas aconteçam satisfatoriamente. A seguir abordaremos o que nos diz Brousseau a respeito das situações didáticas.

1.2 Situações Didáticas

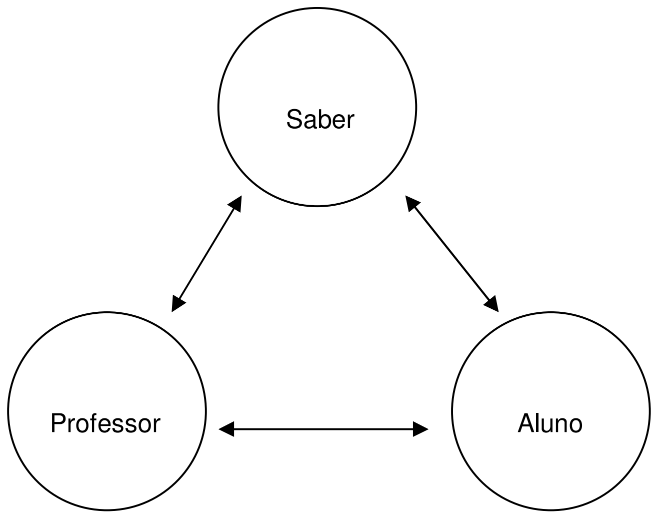
Segundo Brousseau, uma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e a aprendizagem de um conteúdo específico.

Ele propõe o estudo das condições nas quais são constituídos os conhecimentos; o controle destas condições permitiria reproduzir e aperfeiçoar os processos de aquisição escolar de conhecimentos. Brousseau (1997, p. 9) descreve como situação didática:

> Um conjunto de relações estabelecidas explícita e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição.

Na figura 1, ele especifica os três elementos que compõem uma situação didática e que caracterizam o ambiente vivo de uma sala de aula. A falta de um desses elementos descaracteriza a situação didática.

Figura 1
Elementos de uma Situação Didática



Brousseau, ainda distingue quatro tipos de situações didáticas:

- As situações de Ação – interação entre os alunos e o meio físico;
- As situações de Formulação – comunicação de informações entre alunos;
- As situações de Validação – elaboração pelos alunos de provas para demonstrá-las;
- As situações de Institucionalização – estabelecimento de convenções sociais.

Para esse teórico, é preciso criar situações didáticas que façam funcionar o saber, a partir dos saberes definidos culturalmente nos programas escolares. Esta formulação apóia-se na tese de que o sujeito que aprende necessita construir por si mesmo seus conhecimentos por meio de um processo adaptativo (PIAGET, 1975), semelhante ao que realizaram os produtores originais dos conhecimentos que se quer ensinar. Trata-se, então, de produzir uma gênese artificial dos conhecimentos.

A teoria das situações didáticas facilita a análise das observações de sala de aula, que estão na base da experimentação e da formação em didática.

Defendemos que a relação professor/aluno/conhecimento só acontece com sucesso quando há uma transposição didática que favorece o ensino-aprendizagem. Por isso iremos abordar, a seguir, o que entendemos por transposição didática.

1.3 Transposição Didática

A transposição didática pode ser entendida como um caso especial da transposição dos saberes, sendo esta entendida no sentido da evolução das idéias, no plano histórico da produção intelectual da humanidade. É Chevallard (1991, p. 55) quem nos dá a definição de transposição didática:

> Um conceito do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar sofre um conjunto de transformações adaptativas que vão tornar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

No caso das ciências e da matemática, essa evolução ocorre sob um controle mais intenso dos respectivos paradigmas. O estudo da trajetória dos saberes nos permite visualizar suas fontes de influência, passando pelos saberes científicos e por outras áreas do conhecimento humano.

O conjunto dessas fontes de influências é chamado por Chevallard (2005) de *noosfera.* Dela fazem parte os cientistas, os especialistas, os autores de livros, os professores, os políticos e outros agentes que interferem no processo educativo.

A noção de transposição estuda a seleção que ocorre através dessa extensa rede de influências, envolvendo diversos segmentos do sistema educacional. Portanto, a transposição didática pode ser externa (a transformação do saber científico, que sai da academia, em saber a ensinar) e interna (a transformação do saber a ensinar, dos livros didáticos, em saber ensinado). No nosso trabalho nos reportamos à transposição didática interna.

É Pais (2001) quem nos diz que se o conjunto das transformações sofridas pelo saber for visto como um processo mais amplo, não especificando um determinado conceito, a transposição didática pode ser analisada a partir de três tipos de saberes: *o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado*. *O saber científico* é um saber mais relacionado às academias, apesar de nem toda produção acadêmica representar um saber científico. *O saber a ensinar*, refere-se a um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber ao aluno. E *o saber ensinado* é aquele que o professor registra na sua caderneta ou no seu plano de aula que nem sempre coincide com os objetivos previstos por ele. E nada garante que o conteúdo aprendido pelo aluno corresponda exatamente ao conteúdo ensinado pelo professor.

Segundo Pais (2001), na passagem do saber científico ao saber a ser ensinado ocorre a criação de um verdadeiro modelo teórico que ultrapassa os próprios limites do saber matemático. Enquanto o saber científico está diretamente vinculado ao saber acadêmico, apresentado à comunidade científica através de artigos e teses, o trabalho do professor envolve mais uma simulação de descoberta do saber e se limita aos livros didáticos e programas de ensino.

Também concordamos com Pais (2001), quando afirma que a importância da transposição didática fica mais evidente quando colocamos a questão específica do conhecimento matemático. Nesse sentido, Brousseau (2001) propõe uma análise do saber matemático, bem como do trabalho do matemático, do trabalho do professor de matemática e da atividade intelectual do aluno.

A análise da evolução do saber escolar através da transposição didática possibilita uma fundamentação para uma prática pedagógica reflexiva e uma melhor compreensão do saber científico e de seus valores educativos. Segundo Pais (2001), uma análise dialética da noção de transposição didática mostraria que há também a possibilidade de inverter o fluxo de observações. Isto é, a partir de pesquisas feitas em sala de aula, contribuir para a consolidação de um saber acadêmico especificamente pertinente à área de educação matemática.

Como acreditamos que na transposição didática do conceito de fração, ainda que não intencionalmente, o professor transfere para seus alunos suas concepções epistemológicas sobre o referido conteúdo, falaremos nos itens a seguir sobre a epistemologia do professor e sobre o conceito de concepção.

1.4 Epistemologia do Professor

Segundo Oliveira (2005, p.27), o termo *epistemologia* é mais conhecido como sendo "o estudo crítico das ciências". Encontramos outra definição interessante em Larousse (1995, *apud* OLIVEIRA, 2005, p. 27): "a epistemologia é o estudo dos métodos de conhecimento que são praticados nas ciências". Porém, é Pais (2001, p. 33) quem define epistemologia de uma forma, que consideramos mais completa, como sendo:

> [...] o estudo da evolução das idéias essenciais de uma determinada ciência, considerando os grandes problemas concernentes à metodologia, aos valores e ao objeto desse saber, sem vincular necessariamente ao contexto histórico desse desenvolvimento.

E epistemologia do professor

> [...] as concepções referentes à disciplina com que trabalha esse professor, oriundas do plano estrito de sua compreensão e que conduz uma parte essencial de sua postura pedagógica, em relação ao entendimento dos conceitos ensinados aos alunos (PAIS 2001, p. 34).

Neste debate, Pais acrescenta que "[...] quando se analisa a epistemologia do professor, surgem crenças enrijecidas pelo tempo, que podem gerar uma visão puramente pessoal sobre a ciência ensinada".

Novamente Pais (2001), nos convida a refletir quando afirma: "[...] acreditamos que ocorre certo tipo de contágio do saber científico na prática pedagógica". Ele se refere à natureza do conhecimento matemático que acaba influenciando a prática pedagógica do professor. Por exemplo, como a matemática tem um caráter rigoroso intrínseco à sua natureza, os professores de matemática geralmente são mais rigorosos em suas salas de aula do que os professores das outras disciplinas e fazem questão de manter essa diferença em relação aos demais.

Uma pesquisa realizada por Becker (1993) analisa também a epistemologia do professor no cotidiano escolar, concluindo que o pensamento predominante na prática docente, quanto ao significado de sua disciplina, é de natureza essencialmente empírica e que, normalmente, é muito difícil o professor se afastar dessa posição. Esse pesquisador constatou o predomínio de uma visão estratificada e isolada de educação, o que leva a uma prática pedagógica fundamentada na repetição e na reprodução.

A posição epistemológica do professor é difícil de ser identificada, assumida e controlada; entretanto, parece desempenhar um papel importante na qualidade dos conhecimentos adquiridos. Ao mesmo tempo em que ensina um saber, o professor recomenda como utilizá-lo, isto é, mesmo não intencionalmente o professor passa para seus alunos suas concepções sobre o conteúdo, sua forma de ensinar, sua maneira de ser e de agir. Manifesta assim, uma posição epistemológica, que o aluno adota muito mais rapidamente porque a mensagem permanece implícita ou ainda inconsciente (BROUSSEAU, 2001).

1.5 O Conceito de Concepção

Para Artigue (1990) *concepção* é como um ponto de vista local sobre um dado objeto, caracterizado por: situações que lhe servem de ponto de partida, sistemas de representações mentais, invariantes, técnicas de tratamento e métodos específicos (implícitos ou explícitos). De fato, as concepções são modelos construídos pelo pesquisador para analisar as situações do ensino e os comportamentos cognitivos dos alunos. Elas permitem interpretações, previsões e construção de novos modelos.

Segundo Almouloud (1995, p. 19): “As práticas dos professores são intimamente ligadas às suas concepções da matemática e do ensino construído por eles no momento de sua formação”. Acrescentamos que essas concepções estão provavelmente ligadas à experiências pessoais, ao ambiente sócio-cultural presente e passado e a características ainda mais pessoais. A estabilidade das concepções de um indivíduo apresenta algumas vezes resistências à mudança, em razão de equilíbrio pessoal, mas também porque uma parte das concepções corresponde algumas vezes às convicções arraigadas que o indivíduo tem.

Nas últimas décadas, as pesquisas sobre o ensino das Ciências têm aumentado sensivelmente. Diversos temas têm sido enfocados, uns mais específicos e outros mais gerais. Mesmo com essa variedade de enfoques Diniz (2002, p. 27) coloca que:

> [...] de forma ampla tais pesquisas apresentam um traço comum; a busca de uma compreensão mais clara e profunda dos variados elementos que caracterizam o ensino das Ciências, pretendendo assim gerar adequações ou modificações nas práticas pedagógicas do professor em sala de aula.

A partir da década de 70, dentro dessa perspectiva da pesquisa, tem surgido outra abordagem, a que se preocupa em investigar as concepções alternativas ou espontâneas dos alunos e dos professores. Como não há apenas uma forma de conceber as idéias matemáticas, é possível falar de abordagens distintas, tanto na prática científica como na educativa. Davis (1985, *apud* PAIS, 2001), chama-nos atenção para o fato de que toda discussão sobre os fundamentos da Matemática acaba apontando três tendências filosóficas: *o platonismo*, (onde os objetos matemáticos são idéias puras e acabadas, que existem no mundo material e distante daquele que nos é dado pela realidade imediata); *o formalismo*, (onde a rigor não se pode falar da existência a *priori* dos objetos matemáticos); e *o construtivismo*, (considerada por Davis como uma concepção extremamente inexpressiva em face *do platonismo e do formalismo*).

Do ponto de vista educacional, Pais (2001, p. 31) afirma que: " O desafio maior está em cultivar uma prática que, antes de tentar eliminar essas posições contraditórias, busque a sua superação através de uma abordagem puramente dialética."

Observamos, no entanto, que o trabalho do cientista matemático apóia-se nas duas concepções (platonismo e formalismo) que influenciam diretamente a formação dos professores do ensino fundamental e médio. Assim como os cientistas matemáticos, os professores apresentam os conteúdos matemáticos em suas salas de aula da forma mais geral possível, deixando de fazer um trabalho pedagógico dialético entre os aspectos particular e geral.

Pais (2001) faz ainda uma relação entre o trabalho do professor de matemática e do matemático dizendo que, enquanto este, em suas pesquisas busca níveis de abstração e generalidade, eliminando as condições contextuais de sua pesquisa, o professor de matemática deve realizar uma operação inversa: contextualizar o conteúdo, tentar relacioná-lo a uma situação significativa para o aluno, estimular a pesquisa, a investigação, levar o aluno a raciocinar e resolver problemas.

Becker (1993) observa que sob o ponto de vista das relações pedagógicas que se constituem na prática de cada sala de aula, verifica-se um movimento de polarização espontâneo em três formas, que tende a valorizar ou o professor, ou o aluno ou as relações entre professor e aluno (p. 9).

Assim, segundo ele, a primeira é *centrada no professor* e valoriza as relações hierárquicas em nome da transmissão do conhecimento apoiada na psicologia do empirismo. Uma outra pedagogia é aquela *centrada no aluno*, cujo suporte é dado pela obra de Carl Rogers e sua fundamentação epistemológica, é o *apriorismo-inatista* ou *maturacionista*. Finalmente, temos uma pedagogia *centrada na relação* que tende a desabsolutizar os pólos da relação pedagógica dialetizando-os. Becker (1993) explica ainda que o suporte deste modelo encontra-se em Piaget, Paulo Freire, Vygotsky, Gramsci e Wallon e sua fundamentação epistemológica está no *interacionismo* de tipo *construtivista*.

Faremos a seguir um breve comentário sobre a origem dos números racionais para melhor compreendermos a importância da construção desse conceito pelo aluno.

1.6 Breve Histórico sobre Fração

Segundo Boyer (1974), a concepção do conceito de fração surgiu há 3000 anos antes de Cristo, quando os geômetras dos faraós do Egito, marcavam as terras às margens do rio Nilo para a sua população. As marcações eram feitas com pedras, que durante as cheias eram levadas. Como essas terras eram muito férteis, quando as enchentes baixavam, os funcionários do governo traçavam novamente os limites de cada agricultor.

Para alguns agricultores privilegiados não serem prejudicados, eles usavam cordas esticadas com uma unidade de medida marcada na própria corda para fazerem as medições. Esse processo consistia em verificar quantas vezes a unidade estava contida nos lados do terreno. Nesse contexto é fácil imaginar que, por mais adequada que fosse a unidade de medida definida, dificilmente seria possível contemplá-la com um número inteiro de vezes, nos lados dos terrenos.

A necessidade de fazer medições com mais precisão, levou os egípcios a criarem um novo tipo de número, denominado *fracionário*. Para representá-lo eram utilizadas as frações. Durante muito tempo os egípcios usaram apenas as frações unitárias. Os babilônios também utilizaram as frações e foram os primeiros que atribuíram uma notação racional a elas. Comumente eles usavam frações cujo denominador era sexagesimal. Os romanos, por sua vez, utilizavam frações em que o denominador era 12.

A notação moderna de frações ordinárias se deve aos hindus, que, devido à sua numeração decimal de posição, chegaram a simbolizar, mais ou menos como nós, uma fração. Depois, essa notação foi aperfeiçoada pelos árabes, que inventaram a famosa barra horizontal (IFRAH, 1989).

A revisão histórica sugere que os Números Racionais surgiram, assim como a própria matemática, da necessidade de resolução de problemas do cotidiano, onde a quantificação e a medição não eram possíveis utilizando-se apenas os números naturais.

Torna-se necessário fazermos uma reflexão sobre a construção do conceito de fração pelo aluno e como essa atividade é proposta pelo professor em sala de aula.

1.7 A construção do Conceito de Fração

Na Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud diz que são as situações e os problemas com os quais os alunos se deparam para resolver que dão sentido aos conceitos. Ele afirma que para estudar e entender como os conceitos matemáticos desenvolvem-se na mente dos alunos por meio de suas experiências dentro e fora da escola precisamos considerar três fatores: o conjunto de situações que tornam o conceito útil e significativo; o conjunto de invariantes envolvido nos esquemas usados pelos indivíduos para dominar os diferentes aspectos daquelas situações; e o conjunto das representações simbólicas, lingüísticas, gráficas ou gestuais que possam ser usadas para representar situações e procedimentos.

O sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos. O sentido é uma relação do sujeito com as situações e com os significantes. Mais precisamente, são os *esquemas*, isto é, os comportamentos e sua organização, evocados no sujeito por uma situação ou por um significante (representação simbólica) que constituem o sentido da situação ou desse significante para este indivíduo.

Designam-se invariantes operatórios os conhecimentos contidos nos esquemas (teoremas–em-ação e conceitos–em-ação). São eles que permitem o sujeito reconhecer quais são os elementos relativos à determinada situação e perceber a informação sobre a situação a ser abordada. Exemplificando os invariantes operatórios no conceito de fração, Lima (1993), baseado nos estudos de Piaget (1960) destacou:

- Divisão eqüitativa das partes: a unidade precisa ser dividida em partes iguais;
- Esgotamento do todo: não pode sobrar resíduo;
- A relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes resultantes da divisão do todo: quanto maior o número de partes, menor o tamanho de cada parte;
- O princípio da invariância; a operação inversa: se juntarmos todas as partes formaremos o todo inicial.

A nossa experiência aponta que, geralmente, as situações propostas às crianças, visando levá-las à construção do conceito de fração e de número fracionário são descontextualizadas e não apresentam uma situação real que leve à necessidade da divisão de um inteiro. Mais comumente são apresentadas figuras geométricas divididas igualmente, com algumas partes pintadas, seguidas de terminologia e simbologia variada, envolvendo números naturais na composição de novos símbolos numéricos. Neste sentido lembramos o questionamento de Bertoni (1994, p. 25):

> Há alguma necessidade infantil que gere o processo escolar de dividir e pintar figuras geométricas? Ao atribuir nomes e símbolos às partes das figuras, esses novos objetos são assimilados como números a serem acrescentados aos números naturais? Esse processo é uma contextualização ou apenas uma concretização, usando modelos abstratos?

De acordo com a autora, não fica claro, para o aluno, a razão de se trabalhar com figuras geométricas com partes pintadas e de se atribuir nomes e símbolos numéricos às mesmas. As frações introduzidas têm apenas o significado matemático de certo número de partes (numerador) de um todo dividido em partes iguais (denominador).

O campo conceitual dos números racionais é rico e extenso, envolvendo noções relevantes da matemática fundamental. É um projeto de muitos anos de escolaridade. Como as noções envolvidas formam uma rede, não importa o ponto de onde se parta desde que sejam inícios consistentes, que formem noções claras a respeito desses novos números, e desde que, com o tempo, sejam percorridos os demais caminhos da rede (BERTONI, 1994).

Ainda segundo Bertoni (IBIDEM) os *Esquemas* que devem fazer parte do repertório das crianças, com compreensão são:

- Comparar duas frações de mesmo denominador observando o numerador: quanto maior o numerador, maior é a fração.
- Comparar duas frações de mesmo numerador observando o denominador: quanto maior o denominador, menor é a fração.
- Comparar duas frações de numeradores e denominadores diferentes usando o inteiro como um referencial. Se uma delas é maior que o inteiro, e a outra é menor, fica clara a ordenação entre as frações. Por exemplo, 5/3 é maior do que 6/7.
- Comparar duas frações de numeradores e denominadores diferentes usando a metade como um referencial. Se uma delas é maior que a metade e a outra é menor, fica clara a ordenação entre as frações. Por exemplo, 4/7 é maior que 8/18.

Em suas pesquisas sobre o assunto, Bertoni (1994) levantou muitos aspectos, vários deles já confirmados por outras pesquisas e considerados pelos PCN de matemática. Entre eles, destacamos as seguintes constatações:

- A presença, em nossa cultura, de números na forma fracionária é restrita.
- Os símbolos são obstáculos à compreensão inicial do significado desses números pela criança.
- Trabalhar com famílias de frações inter-relacionadas, como meio/quarto/oitavo; terço/sexto/nono; quinto/décimo/vinte avos permite que a criança estabeleça relações e atribua significado a operações iniciais com esses números.
- As noções de mínimo múltiplo comum (m.m.c) e de máximo divisor comum (m.d.c), interrompem o caminho da construção da idéia de fração pela criança, e, além do mais não são imprescindíveis aos cálculos.
- Os algoritmos operatórios desenvolvidos na escola são de compreensão quase impossível para as crianças, e afastam-se muito dos algoritmos para as mesmas operações nos números naturais.

Os PCN sugerem que o desenvolvimento de frações até a 4ª série deve centrar-se nas idéias associadas ao número fracionário e, na leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso freqüente. Achamos oportuno colocar que se faz necessário à distinção entre as noções de grandezas contínuas e discretas, indispensáveis à compreensão dos alunos sobre números fracionários.

Miguel e Miorim (1986), afirmam que é importante o professor esclarecer bem para seus alunos a idéia da fração como resultado da aplicação de duas operações sucessivas sobre um *todo* (discreto ou contínuo) sendo que a primeira é uma ação física que divide o *todo* em um certo número de partes iguais e a segunda é sempre um ato físico de reunir, em um novo *todo*, um número qualquer de partes iguais às anteriores onde essa quantidade de partes pode ser maior, igual ou menor que o *todo*, de onde surgirão as frações próprias, aparentes e impróprias.

Como vimos, embora o conceito de fração seja único, ele assume aspectos diferentes quando aplicado a *todos discretos* ou a *todos contínuos*. É por essa razão que os dois aspectos do conceito devem ser trabalhados com os alunos.

O conceito de fração, quando aplicado a *todos discretos*, está associado às possibilidades de se dividirem os elementos de um conjunto em subgrupos, com igual quantidade de elementos, sem que haja quebra dos elementos do conjunto. Se quisermos pegar 1/2 de um conjunto contendo 6 grãos de feijão, nada mais faremos do que dividir os 6 grãos em 2 subgrupos de 3 grãos e tomar um desses subgrupos, ou seja, 3 grãos de feijão.

O conceito de fração aplicado a *todos contínuos* está associado, por sua vez, às possibilidades de se efetuarem cortes num *todo*, usualmente unitário, de forma que as partes obtidas após o corte tenham a mesma medida, isto é, mesmo comprimento, no caso de os *todos* serem unidimensionais; mesma área, caso sejam bidimensionais; e mesmo volume, caso sejam tridimensionais. Se quisermos pegar 1/2 de um canudo de refrigerante, deveremos cortá-lo em duas partes de mesmo comprimento e tomar uma dessas partes. Resumindo: o conceito de fração aplicado a *todos discretos* associa-se ao conceito de agrupar em conjuntos de mesma quantidade, ao passo que o mesmo conceito aplicado a *todos contínuos* está associado ao de cortar em partes de mesma medida.

É exatamente por isso que as possibilidades de frações em *todos discretos* são sempre finitas, pois dependem da quantidade de elementos que o *todo* possui e do número de divisores determinado por essas quantidades. Já nos *todos contínuos* as possibilidades de frações são sempre infinitas, uma vez que podemos cortar o *todo* em quantas partes quisermos.

Segundo Kieren (1988) o entendimento de fração requer que elas sejam incluídas em um campo maior, denominado de Números Racionais, onde é necessário levar em consideração que no conceito de número racional estejam inclusos diferentes subconstrutos, tais como: comparação, fração decimal, equivalência, operador multiplicativo, razão, divisão e medida. A compreensão dos números racionais requer que além do entendimento de cada um desses subconstrutos, haja a dinâmica nas relações entre os mesmos. Para entender melhor fração é necessário rever as concepções de números racionais apresentadas por Kieren (1988) e Behr (1984) que parecem ser as que mais se aproximam da Teoria dos Campos Conceituais, pois especificam a necessidade de fazer as ligações entre os diversos subconstrutos que formam esse conceito: (a) *parte-todo, (b) quociente (resultado de uma divisão), (c) razão, (d) operador multiplicativo e (e) medida de quantidades contínuas e discretas.*

- *Frações e a relação parte-todo entre grandezas que são contadas.* Nesse subconstruto está implícito que o todo está dividido em partes iguais e é indispensável para a compreensão dos demais.

Piaget (1960) afirma que entender os números racionais pressupõe a coordenação das relações parte-parte (extensivas) e parte-todo (intensivas) e considera a relação parte-todo como essencial para a compreensão de frações. Bryant (1994), entretanto, acredita que mesmo antes que as crianças possam começar a entender as relações parte-todo, elas são capazes de usar um tipo mais elementar de relação em suas primeiras atividades com quantidades contínuas em frações: as relações parte-parte. Se uma quantidade contínua é dividida em apenas duas partes, pode-se julgar facilmente se uma é maior que a outra. Esse autor sugeriu que as relações *maior/menor do que* e *igual a*, poderiam ser as primeiras relações lógicas usadas no conhecimento da quantificação de frações. Como elas devem ser usadas em situações nas quais o *todo* é dividido em duas partes, então *metade* tem um *status* especial na origem da quantificação das frações: o limite do meio define se as duas partes são iguais ou se uma é maior que a outra.

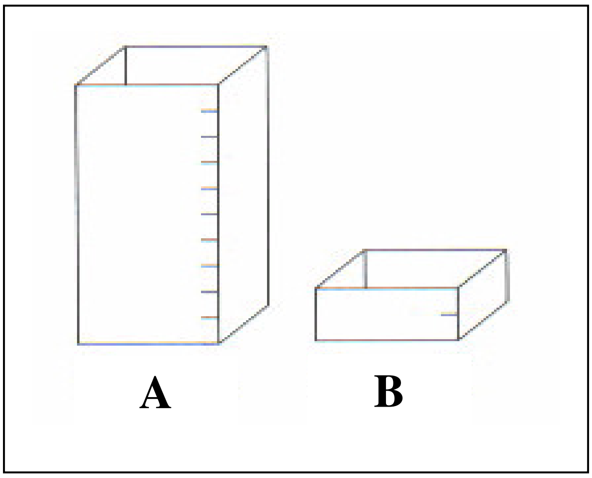
- *Fração como resultado de uma divisão* – Esse é um aspecto pouco explorado na escola. Poucos alunos compreendem que as frações (como parte de uma unidade) podem ser vistas como resultados de divisões de certo número de unidades em partes iguais: ex: 3/5 = 3:5. O número fracionário 3/5 expressa o resultado da divisão do número natural 3 pelo número natural 5. Também se pode expressar o resultado dessa divisão na forma decimal: 3:5 = 0,6. Os resultados 3/5 e 0,6 são iguais. São a representação fracionária e a representação decimal de um mesmo número racional.

Encontramos nos PCN de Matemática o seguinte objetivo: Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social. (BRASIL, 2001). Entretanto, alguns livros de 5ª série apenas informam o aluno que a fração tem outras interpretações, entre elas, a de resultado de uma divisão e que a fração ***p/q*** significa o resultado da divisão de ***p*** por ***q***, sem nenhuma explicação para isso. Então, muitos alunos terminam a 5ª série sem construírem o conceito de fração e quando chegam às outras séries do ensino fundamental e até do ensino médio, e necessitam de *fração* como conceitos prévios para outros estudos matemáticos não o possuem, acumulando, consequentemente, mais dificuldades.

Segundo Bertoni (1994) os livros didáticos às vezes se constituem em obstáculos ao ensino de fração, quando trazem o conteúdo permeado de definições e algoritmos que impedem o aluno de raciocinar. Pesquisa desenvolvida por Machado e Menezes (2005) em 9 livros didáticos de matemática da 5ª série do ensino fundamental concluiu que dentre os livros analisados: a) é freqüente a articulação entre os conceitos prévios e o conceito novo a ser estudado; b) já se encontra o estudo de fração como partes de *todos* contínuos e discretos; e c) as articulações entre os conteúdos dos diferentes campos conceituais são realizadas de maneira adequada; porém ainda são propostos muitos exercícios de reprodução de modelos.

- *Fração como Medida* – A idéia de medir também está presente na divisão, quando perguntamos “quanto cabe?” Ex: Na figura 2 temos o recipiente A e o recipiente B:

Figura 2
Comparação de Medidas



Fonte: Adaptado do Livro GESTAR I, FNDE, p. 29.

Qual é a medida da capacidade do recipiente A, quando você toma B como unidade de medida?

Você acha razoável expressar essa medida por 10/2? Por quê?

Para responder às perguntas acima o aluno precisa compreender que o recipiente A tem 10 divisões e o B tem 2. Então B cabe 5 vezes exatamente em A, pois 10:2= 5. Assim A contém 5 recipientes B.

A forma de conceber frações como *medida,* ajuda o aluno a operar com frações de maneira simples, em situações práticas. Quantas vezes encontramos alunos no final do ensino médio que ainda ficam em dúvidas ao ter que somar 1 + 2/3?

Quando trabalhamos nas séries iniciais com a concepção de fração como *medida,* através de um problema prático, utilizando material concreto, os alunos fazem operações fracionárias (adição e subtração) sem o rigor tradicional de tirar o m.m.c e as compreendem com mais facilidade. Por exemplo: Precisamos colocar numa embalagem a metade de uma pizza de mussarela e um terço de outra pizza de palmito. Será que esses pedaços cabem numa única embalagem? Num problema como este o aluno será levado a refletir sobre a situação apresentada e a perceber as relações existentes entre 1/2 e 1/3 sem se deixar levar por idéias equivocadas e sem ficar escravo de regras memorizadas sem sentido para ele.

- *Fração como razões expressas na forma* ***p/q*** *(onde* ***p*** *e* ***q*** *são inteiros, e* ***q ≠ 0****), que indicam uma relação entre duas grandezas.* Ex: 2/5 das peças produzidas apresentaram problemas. Quando uma fração representa um índice comparativo, ela é denominada razão.

Comparar sem medir também favorece a compreensão dos números fracionários e suas representações. Às vezes comparamos quantidades ou medidas sem a intenção de encontrar uma medida. Ex: para fazer uma receita de bolo uma cozinheira usa 2 copos de leite e 3 copos de suco de laranja, entre outros ingredientes. Isso significa que a quantidade de leite e de suco usadas na receita estão na razão de 2 para 3. Portanto para fazer oito receitas, a cozinheira usa 16 copos de leite e 24 copos de suco. Daí, podemos observar que tanto para 1 como para 8, a relação de 2 copos de leite para 3 copos de suco se mantém. Os 16 copos de leite representam 2/3 dos 24 copos de suco, o que nos permite utilizar 2/3 como um *índice comparativo* entre o número de copos de leite e o número de copos de suco utilizados nas oito receitas.

- *Frações como operadores multiplicativos*, que transformam as quantidades pela ação de operações aritméticas e algébricas. Ex: 1/2 de 1/8; 1/3 de 1/9. É atribuído ao racional o significado de operador que está presente em situações do tipo “que número devo multiplicar por 5 para obter 20”? (BRASIL, 2001 p.103). As estruturas cognitivas básicas necessárias à interpretação desse subconstruto, seriam a noção de proporção, composição e identidade. (LIMA; SILVA e SILVA, 1997).

Um problema constante que observamos é o baixo rendimento apresentado pelos alunos, nas provas escolares e nas provas de avaliação nacional, tanto na compreensão dos números fracionários quanto nos cálculos com os mesmos. O Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco[1] (SAEPE, 2003), por exemplo, registrou a média estadual de 19,9% de rendimento do descritor D022, que se refere à identificação de fração como representação que pode estar associada a diferentes significados; e a média estadual de 26,3% do descritor D011 que diz respeito à resolução de problemas utilizando as noções de frações equivalentes.

Estes dados nos alertam para a necessidade de repensar a nossa prática de sala de aula no ensino dos números fracionários. O que observamos é que muitos professores ainda concebem o aluno como um *recipiente* que precisa ser *cheio* de conhecimentos e muitos alunos ainda são passivos e se tornam meros repetidores das concepções dos professores. É preciso trabalhar com as diversas concepções de fração, ajudando o aluno a compreender os problemas do dia a dia que envolvem este conteúdo de forma simples sem dificultar o seu entendimento.

Em uma pesquisa realizada por Santos, *et al* (1991) foi feito um levantamento das concepções dos alunos sobre a idéia de fração, a noção de equivalência e as operações com frações. Eles observaram que havia uma forte tendência à interpretação do conceito de fração como uma conjunção de duas ações, uma, de dividir o todo em partes iguais, a outra, de destacar algumas partes representadas pelo numerador e pelo denominador, separadamente, sem o entendimento de que o símbolo **a**/**b** indica uma quantidade não representável por um número natural.

[1] Hoje substituído por Prova Brasil

CAPÍTULO III

2. METODOLOGIA

Segundo Barros e Lehfeld (2003) a pesquisa científica é o produto de uma investigação cujo objetivo é resolver problemas e solucionar dúvidas, mediante a utilização de procedimentos científicos.

A utilização de procedimentos científicos significa a escolha de métodos e técnicas para a descrição e explicação dos fenômenos que implicam em dois tipos de abordagens do fenômeno a ser estudado: a quantitativa e a qualitativa. Segundo Oliveira (1999, p.117 *apud* OLIVEIRA 2003, p.58):

> As abordagens qualitativas facilitam descrever a complexidade de problemas e hipóteses, bem como analisar a interação entre varáveis, compreender e classificar determinados processos sociais, oferecer contribuições no processo das mudanças, criação ou formação de opiniões de determinados grupos.

Nossa pesquisa é de caráter qualitativo, entretanto, objetivando dar maior precisão aos dados coletados nos valemos também de dados quantitativos, uma vez que consideramos que as duas abordagens (quantitativa e qualitativa) não são excludentes; pelo contrário, se complementam, uma vez que existem fatos que são do domínio qualitativo e outros de domínio quantitativo.

Utilizamos a Metodologia Interativa, conceituada por Oliveira (2005, p.128) como:

> Um processo hermenêutico-dialético que facilita entender e interpretar a fala e depoimento dos atores sociais em seu contexto e analisar conceitos em textos, livros e documentos, em direção a uma visão sistêmica da temática em estudo.

Com base nessa metodologia, analisamos as concepções de professores de matemática de 5ª série do ensino fundamental, sobre o conceito de frações visando identificar as possíveis relações entre suas escolhas didáticas e suas concepções e experiências de formação.

Escolhemos a 5ª série porque, nos programas de Matemática o estudo de fração acontece, na 3ª, 4ª e 5ª série. Nesta última, o aluno deveria chegar dominando o conceito de número racional que já fora construído desde a 3ª série, para aí trabalhar as operações com números fracionários. Na nossa realidade, porém, nos deparamos com estudantes que chegam à 5ª série, sem a noção do conceito de números fracionários e vão acumulando dificuldades sobre esse conteúdo ao longo do ensino fundamental e médio.

2.1 Metodologia Interativa

A metodologia Interativa, segundo Oliveira (2005) tem por base o método da quarta geração de Guba e Lincoln (1989), o método de análise de conteúdo de Bardin (1997) e o método hermenêutico-dialético de Minayo (2004) estando alicerçada no paradigma da visão sistêmica no qual, a compreensão do processo de conhecimento deve ser dinâmica e sistêmica. Os aspectos que justificaram escolhermos a metodologia interativa deram-se justamente, pela contribuição significativa na coleta e análise dos dados, através da interação entre esses métodos.

2.2 Universo e Amostra

Para o desenvolvimento da nossa pesquisa contamos com um total de quatro escolas. Este número foi necessário porque, gostaríamos de envolver um número maior de professores na pesquisa e a quantidade de professores de matemática de 5ª série é muito reduzido, frequentemente um único professor ensina em todas as 5ª séries de uma escola e, como desejávamos uma amostra de 10 professores, precisamos de quatro escolas para obter esta quantidade.

A escolha das escolas foi devido ao conhecimento que mantemos com os professores, que facilitou o nosso acesso.

Universo

A coleta de material para análises/discussões foi realizada em dez salas de aula de 5ª série do Ensino Fundamental, de quatro escolas do município de Caruaru, sendo duas particulares e duas públicas.

Amostra

Colaboraram com o nosso trabalho, enquanto sujeitos da pesquisa seis professores (que foram identificados como: P1, P2, P4, P7, P8 e P10) e quatro professoras (identificadas por: P3, P5, P6 e P9) de matemática de 5ª série do ensino fundamental, identificados de modo geral por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10. Estes professores nos explicitaram suas concepções sobre frações, através das entrevistas que nos concederam, das observações que fizemos em uma aula de cada um, na qual introduziram o conceito de fração para suas turmas, e nas reuniões de consenso que realizamos do Círculo Hermenêutico, para que assim pudéssemos responder às questões exploradas pela presente pesquisa. As idades, os níveis de formação, o tempo de trabalho e a rede de atuação de cada professor, encontram-se discriminados nos quadros seguintes:

Quadro 1
Primeiro Grupo de Professores

PROFESSORES	IDADE	SEXO	FORMAÇÃO	Rede de atuação	Tempo de serviço	Tempo de serviço na 5ª série
P1	33 anos	M	LP-Matemática	Municipal	5 anos	5anos
P2	34 anos	M	LP – Matemática Pós – Matemática	Municipal e Particular	14 anos	4 anos
P3	29 anos	F	LP-Biologia	Municipal e Estadual	8 anos	2 anos
P4	28 anos	M	LP-Matemática Pós – Supervisão e Gestão	Municipal e particular	10 anos	10 anos
P5	45 anos	F	LP - Ciências Sociais Pós - Supervisão	Particular	26 anos	6 anos

Dividimos os 10 professores em dois grupos de cinco, como nos mostram os quadros 1 e 2. Para facilitar o nosso trabalho, esta divisão foi feita de acordo com a proximidade das escolas em que lecionam, como já mencionamos anteriormente.

Quadro 2
Segundo Grupo de Professores

PROFESSORES	IDADE	SEXO	FORMAÇÃO	Rede de atuação	Tempo de serviço	Tempo de serviço na 5ª série
P6	38 anos	F	LP-Matemática	Municipal	15anos	3 anos
P7	52 anos	M	Bel. Ciências Econômicas	Municipal	15 anos	10 anos
P8	44 anos	M	LP – C. Sociais Pós-Matemática	Particular	24 anos	4 anos
P9	26 anos	F	LP-Matemática	Municipal	8 anos	8 anos
P10	59 anos	M	LP-Letras	Particular	35 anos	30 anos

2.3 Instrumentos de Pesquisa

A coleta dos dados de nossa pesquisa aconteceu em duas etapas: na primeira etapa organizamos uma entrevista semi-estruturada com os dez professores participantes e fizemos o Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD) em dois grupos de cinco. Na segunda, fomos para as salas de aula realizar uma observação participante (explicitada mais adiante), na qual observamos como se dava o ensino do conceito de números fracionários.

Como recursos auxiliares, utilizamos ainda um diário de campo, no qual registramos nossas dúvidas, percepções e questionamentos, como também filmadora, gravador e máquina fotográfica, para registrar, o mais fielmente possível, as entrevistas e observações.

Durante todo o nosso trabalho desenvolvemos uma vasta pesquisa bibliográfica definida por Gil (1999, p. 48) como: “trabalho desenvolvido, a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”.

Para a coleta dos dados usamos a técnica do Círculo Hermenêutico - Dialético (CHD) e para a análise dos dados o método de análise da hermenêutica-dialética.

Passaremos a descrever os instrumentos utilizados nesta pesquisa:

2.3.1 Entrevista Semi-estruturada

Entendemos a entrevista semi-estruturada como aquela que parte de certos questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipóteses, que interessam à pesquisa e que, em seguida, oferece amplo campo de interrogativas, fruto de novas hipóteses que vão surgindo à medida que se recebem as respostas do informante. Trivinos (1987, p.146) afirma que privilegia a entrevista semi-estruturada por que: "[...] esta, ao mesmo tempo em que valoriza a presença do investigador, oferece todas as perspectivas possíveis para que o informante alcance a liberdade e a espontaneidade necessárias, enriquecendo a investigação".

Nas entrevistas que foram realizadas utilizando o CHD, as perguntas foram relacionadas às categorias gerais (ver Apêndice A). Pedimos que os professores descrevessem como foi a sua aprendizagem pessoal de fração, indagamos sobre a sua formação, como costumam fazer a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série, se têm ou não, dificuldades em fazer essa introdução, como diagnosticam se os alunos aprenderam ou não o conceito estudado. Todas as entrevistas foram gravadas em fita cassete e, em seguida, foram feitas as transcrições. O roteiro das entrevistas pode ser visto no apêndice A.

2.3.2 Observação Participante

Para melhor conhecimento do contexto real dos professores na sala de aula, optamos pela observação participante como técnica de campo**.** Esta ocorreu através do contato direto, entre a pesquisadora e o fenômeno a ser pesquisado, com vistas a coletar informações sobre a realidade dos atores sociais no seu próprio contexto.

Segundo Neto (2004), a inserção do pesquisador no campo está relacionada às diferentes situações da observação participante por ele desejada. Uma das variações dessa técnica diz respeito ao papel do pesquisador enquanto observador participante. Isso corresponde a uma estratégia complementar às entrevistas. Ainda com base nesse autor, consideramos que:

> [...] a importância desta técnica reside no fato de podermos captar uma variedade de situações ou fenômenos, que são obtidos por meio de perguntas, uma vez que, observados diretamente na própria realidade, transmitem o que há de mais imponderável e evasivo na vida real (p. 59).

Observamos uma aula de cinqüenta minutos de cada um dos dez professores colaboradores. Solicitamos aos mesmos que nos comunicassem quando iriam fazer a introdução do conceito de frações em suas turmas de 5ª série e agendamos a nossa visita às respectivas salas. Nessas aulas nos acomodávamos num canto da sala, buscado não atrapalhar a condução da aula pelo professor, nem inibir a participação dos alunos.

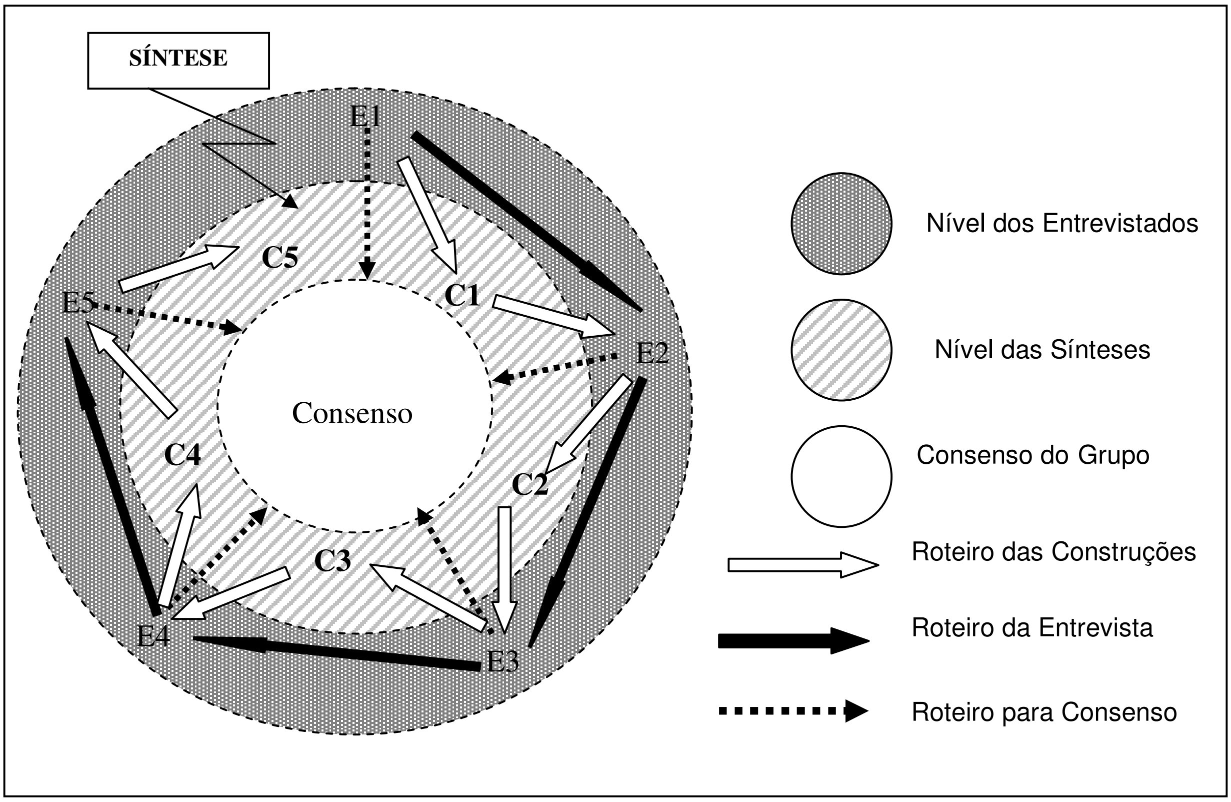
Na ficha de observação de aula (modelo no Apêndice B), colocamos os pontos que primordialmente desejávamos observar, porém incluímos diversas anotações de outros dados que consideramos importantes e que surgiram no decorrer da aula. Filmamos todas as dez aulas que assistimos e em seguida fizemos os seus respectivos relatórios.

2.3.3 Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD)

Segundo Larousse (1995, *apud* OLIVEIRA, 2005), a hermenêutica é conceituada como a arte de interpretação de toda forma de expressão humana, dos sinais, símbolos religiosos e mitos. O termo *hermenêutica* dentro da metodologia interativa de Oliveira se apóia no conceito de Gadamer (1987, *apud* MINAYO 2004, p. 220): “a hermenêutica é a busca de compreensão do sentido que se dá na comunicação entre autores”.

O CHD é uma técnica apresentada pela metodologia pluralista construtivista de Guba e Lincoln (1989, *apud* OLIVEIRA 2005, p. 136), como um procedimento bastante dinâmico, em constante interação entre as pessoas através do vai-e-vem no processo de realização das entrevistas, conforme podemos observar na Figura 3.

Figura 3
Círculo Hermenêutico-Dialético. - CHD



Fonte: OLIVEIRA, 2005, p.137.

Utilizamos este processo metodológico, uma vez que consideramos que o mesmo facilita tanto o processo de coleta dos dados como o de interpretação dos mesmos.

Para evitar que o CHD ficasse extenso e não se perdesse a essência dos depoimentos dos entrevistados trabalhamos com dois grupos de cinco professores cada um. A escolha dos componentes desses grupos foi baseada apenas na aproximação dos mesmos por escola, visando facilitar a realização das entrevistas e das reuniões.

Tomamos como exemplo o Círculo, representado na Figura 3. O primeiro círculo pontilhado representa o grupo dos entrevistados, indicados pela letra E; o segundo, a dinâmica do vai-e-vem das construções e reconstruções do conhecimento indicada pela letra C.

Após a entrevista com a primeira pessoa (representada por E1), fizemos uma síntese (representada por C1). Em seguida, fizemos a entrevista com a segunda pessoa (representada por E2) e, após as suas respostas, lhe mostramos a síntese da primeira pessoa, entrevistada (C1) para que fizesse seus comentários e desse a sua contribuição, resultando numa segunda síntese (C2). Depois que fizemos a entrevista com a terceira pessoa (E3), lhe mostramos a síntese (C2), que após suas contribuições resultou na terceira síntese (C3); em seguida, entrevistamos a quarta pessoa (E4) e após o mesmo processo, obtivemos a quarta síntese (C4), finalmente após a quinta entrevista (E5), entregamos a síntese (C4) e concluímos o processo com a quinta síntese (C5), uma construção final contendo todas as entrevistas de uma forma dialética.

O terceiro círculo, no qual aparece a palavra *consenso*, representa o encontro que realizamos com todos os entrevistados do primeiro grupo.

O trabalho de coleta de dados com o segundo grupo de professores foi realizado de maneira análoga ao primeiro e identificamos os professores como P6, P7, P8, P9, P10, para distingui-los dos componentes do primeiro grupo.

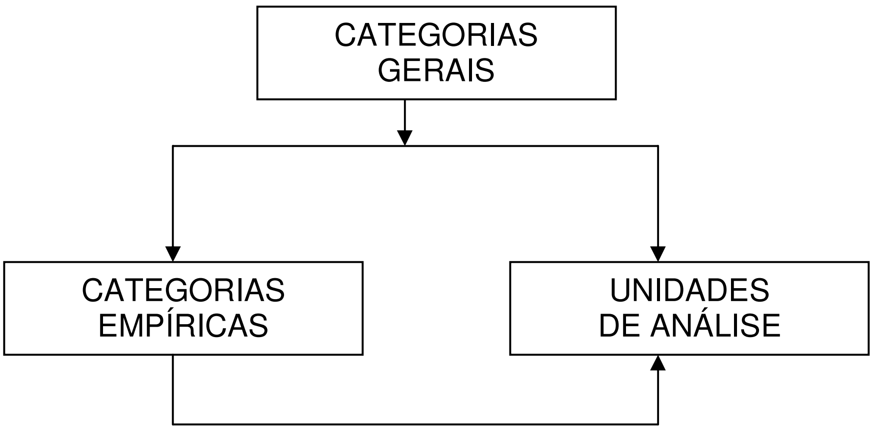
Após a realização da reunião para construção e reconstrução da realidade "*consenso*" do segundo grupo de entrevistados, reunimos os dois grupos em uma das escolas participantes da pesquisa. Esta reunião durou duas horas, na qual efetivamos o grande consenso dos dois grupos. Neste momento, apresentamos os resultados dos dois consensos anteriores, para que todos fizessem suas observações e comentários. Foi um momento muito rico de troca de saberes e experiências, dando-se aí o fechamento da pré-análise dos dados coletados (visão parcial da realidade estudada em movimento).

2.4 Categorização e Análise

Segundo Oliveira (2005), a categorização é uma etapa da pesquisa que necessita de muita atenção na codificação dos dados e uma revisão rigorosa quanto à classificação dos três grupos de categorias.

Fundamentados na autora, os dados coletados nesta pesquisa foram categorizados em três grupos: categorias gerais, categorias empíricas e unidades de análise, representados na Figura 4.

Figura 4
Categorias de análise.



Fonte: OLIVEIRA, 2005

Segundo Oliveira (2005) as categorias gerais fundamentam-se na teoria. As nossas categorias gerais são: A teoria dos Campos Conceituais e a Transposição Didática. As categorias empíricas são as representantes da realidade empírica, em nosso caso: a concepção de fração, como o professor aprendeu fração e como ele declara que ensina esse conteúdo para seus alunos e as unidades de análise são os detalhamentos dos dados empíricos (posicionamentos dos sujeitos).

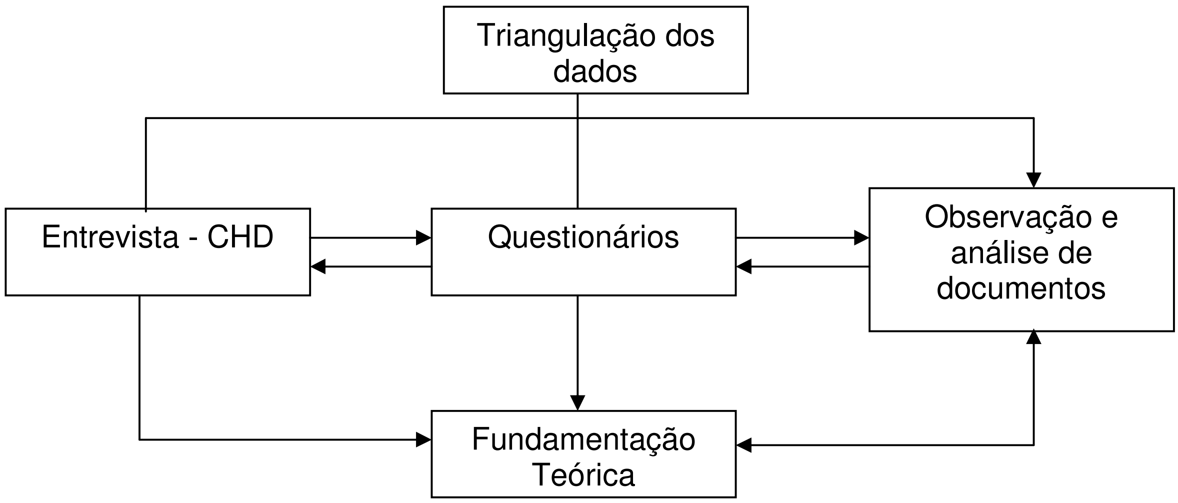
2.5 Análise Interativa Hermenêutica-Dialética

Na metodologia interativa, a coleta de dados acontece de forma sistemática, de idas e vindas através do diálogo com os atores sociais, não se tratando apenas de um processo acumulativo. Nessa metodologia, a categorização dos dados é um processo dialético, flexível, pois o pesquisador pode voltar ao campo de pesquisa quantas vezes forem necessárias para complementar as informações que faltarem no processo do CHD.

De acordo com 0liveira (2005), o método hermenêutico-dialético é um complemento da técnica do CHD e é esse processo dinâmico que permite uma análise geral, dando-nos como resultado final uma visão realista do contexto estudado.

Nosso objetivo, após a utilização dos instrumentos de pesquisas (questionários e observações), foi poder reunir todas as informações obtidas, fazer um cruzamento dos dados e construir um conhecimento significativo à luz da fundamentação teórica, de acordo com a Figura 5.

Figura 5
Análise Interativa - Processo Hermenêutico -Dialético.



Fonte: OLIVEIRA, 2005

Os resultados dos dados coletados nos questionários e na aplicação do CHD, em triangulação com as entrevistas realizadas e as observações feitas nas salas de aulas, conduziram-nos à análise final dos resultados. Com esse cruzamento elaboramos o Quadro 3 que denominamos de matriz geral das categorias, em que destacamos duas categorias teóricas: Teoria dos Campos Conceituais e Transposição Didática. Como categorias empíricas, escolhemos: a concepção de fração; como o professor aprendeu o conteúdo de fração e como ele declara que ensina esse conteúdo a seus alunos de 5ª série do ensino fundamental. Em seguida, destacamos as unidades de análise para cada uma dessas categorias, conforme o Quadro 3 que segue:

Quadro 3
Matriz Geral das Categorias

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA
1.Concepção de fração • Relação parte/todo • Resultado de uma divisão • Certo número de partes de um todo • Razão	**1.Como o professor aprendeu fração** • Basicamente de forma teórica • Estudando para ensinar. • Através de desenhos feitos no quadro de giz. • De forma tradicional • Só fazendo as operações, sem problemas. • No magistério, utilizando instrumentos e técnicas.
	2. Como o professor declara que ensina fração • Com material concreto • Através de desenhos • Através de exposição didática • Atividades práticas • Resolvendo problemas.

No Quadro 3, os números representam as categorias empíricas ou subcategorias e os marcadores representam as unidades de análise. Essas unidades de análise são os dados coletados através das entrevistas e das observações realizadas com os dois grupos de professores.

A teoria para analisar as unidades de análise está discutida na fundamentação teórica, onde estudamos a Teoria dos Campos Conceituais e a Transposição didática.

CAPÍTULO IV

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após as etapas iniciais da Metodologia Interativa, passaremos a seguir para a sua etapa final, a análise dos dados à luz da fundamentação teórica.

3.1 Análise dos Questionários

Podemos dividir os questionários utilizados nas entrevistas em duas partes, na primeira parte todas as perguntas se relacionavam aos dados pessoais dos entrevistados e a segunda era direcionada a saber dos professores sua concepção de fração, como eles aprenderam e como declaram que ensinam esse conteúdo.

3.1.1 Perfil dos Professores

Com base nas respostas dadas à primeira pergunta, delineamos o perfil dos professores investigados:

- Seis dos sujeitos desta pesquisa (P1, P2, P4, P7, P8, P10) são do sexo masculino e quatro (P3, P5, P6, P9) do sexo feminino.

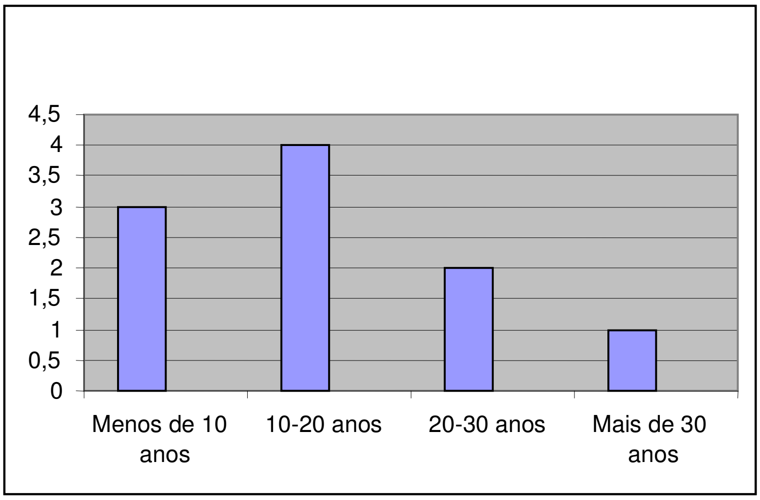
Analisando o perfil dos entrevistados e as observações das aulas por eles ministradas, podemos inferir que o fato de ser homem ou mulher não definiu a questão de fazer ou não, uma melhor transposição didática do conteúdo em estudo. Houve aulas bem planejadas, nas quais a transposição didática foi garantida por professores e por professoras, como também houve aulas em que a transposição didática foi comprometida por professores de ambos os sexos.

- No que se refere à idade, três dos professores (P3, P4 e P9) estão na faixa de 25 a 30 anos, dois na faixa de 30 a 35 anos (P1 e P2) e cinco (P5, P6, P7, P8 e P10) têm acima de 35 anos.

Quanto a esse aspecto, constatamos que os professores nas faixas etárias de 25 a 40 e acima de 45 anos, tiveram maior dificuldade de fazer a transposição didática do conteúdo, enquanto que os professores na faixa de 40 a 45 anos demonstraram mais facilidade no momento da transposição. O resultado desses dados leva-nos a pensar que isso aconteceu no universo pesquisado pelo fato de os mais novos ainda não terem acumulado experiências suficientes para lidar com determinados conteúdos em diversas situações e os mais maduros (acima de 45 anos) estarem se acomodando e não procurarem se atualizar. Podemos dizer que, no nosso universo, os professores na faixa de 40 a 45 anos já possuem um relativo amadurecimento, mais experiências de sala de aula e ao mesmo tempo procuram se atualizar, estudar mais e assim conseguem fazer uma melhor transposição didática dos números fracionários.

- Com relação ao tempo de serviço, observamos no Gráfico 1, que três dos professores têm menos de 10 anos de serviço (P1, P3, P9); quatro têm entre 10 e 20 anos (P2, P4, P6, P7), dois têm entre 20 e 30 anos (P5 e P8), e apenas um professor tem mais de 30 anos de trabalho em sala de aula (P10).

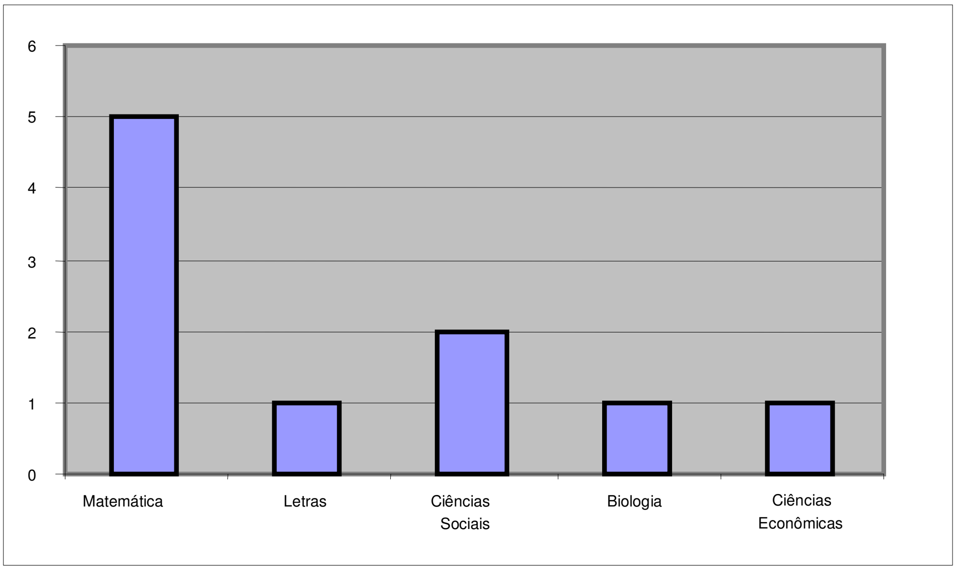
Gráfico 1
Tempo de Serviço dos Professores



O tempo de profissão foi o fator que influenciou, de maneira mais acentuada, a transposição didática do conteúdo de fração. De modo geral os mais experientes (aqueles que têm de 10 anos acima, de trabalho), fizeram uma melhor transposição, embora alguns dos mais antigos de profissão tenham deixado alguns vazios nessa etapa de ensino.

- No que se refere à formação acadêmica dos entrevistados, observamos no Gráfico 2 o quanto é diversificada. Apenas cinco dos professores têm licenciatura em Matemática (P1, P2, P4, P6, P9), um é formado em Biologia (P3), dois têm licenciatura em Ciências Sociais (P5 e P8), um é bacharel em Ciências Econômicas (P6) e um tem o curso de Letras (P10) .

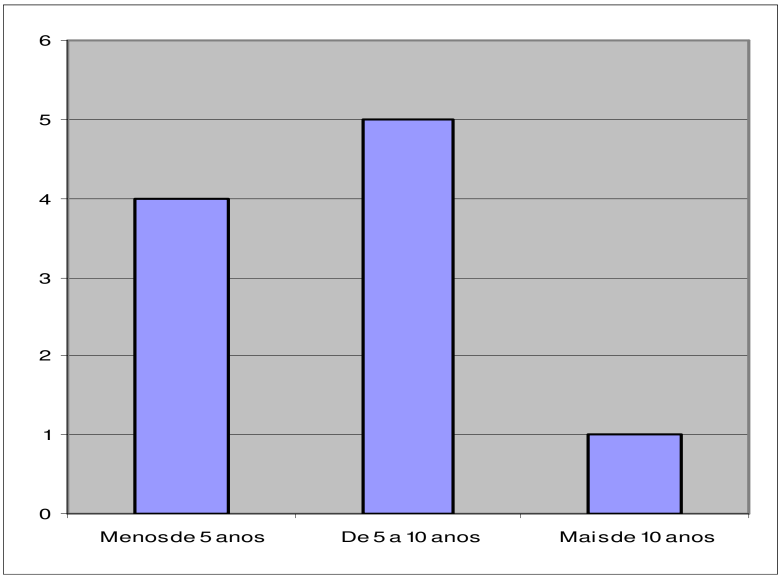
Gráfico 2
Formação Acadêmica dos Professores



Inusitado foi o fato de P10 ser formado em letras e ensinar matemática há 35 anos. Constatamos ainda que a formação acadêmica não foi um fator marcante para que houvesse uma boa transposição didática. Ocorreu que professores que não tinham uma formação em matemática fizeram uma melhor transposição didática do conceito de fração do que outros possuidores dessa formação.

- O Gráfico 3 nos informa que cinco dos entrevistados (P1, P4, P5, P7 e P9) trabalham com a 5ª série do ensino fundamental de 5 a 10 anos; quatro (P2, P3, P6, P8) há menos de 5 anos e um (P10) há mais de dez anos.

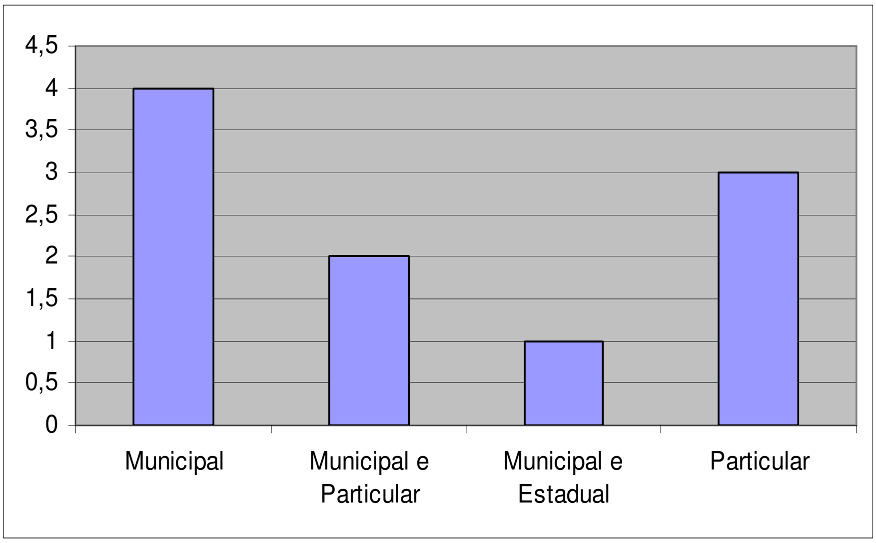
Gráfico 3
Tempo de Serviço na 5ª série do Ensino Fundamental



Os dados sobre o tempo de serviço do professor atuando na 5ª série do ensino fundamental, sinalizaram que os professores que têm mais tempo de trabalho nas 5ª séries, têm mais facilidade de lidar com esses alunos, falam na linguagem deles e são melhor compreendidos por eles.

- Quanto à rede de atuação dos docentes que integraram a nossa pesquisa constatamos no gráfico 4, que quatro dos professores atuam apenas nas escolas municipais (P1, P6, P7, P9); dois nas redes municipal e particular (P2 e P4); um só em escolas públicas municipal e estadual (P3); e três só trabalham na rede particular de nossa cidade (P5, P8, P10).

Gráfico 4
Rede de Atuação dos Professores



.

Observamos, finalmente, que foi nas aulas dadas nas escolas particulares que o fenômeno da transposição didática fluiu mais facilmente. Atribuímos uma parte desse sucesso ao fato da maioria dos alunos daquelas escolas terem o domínio dos conhecimentos prévios necessários para a construção do conceito em estudo. Um outro fator que detectamos é que em cada uma das escolas particulares participantes da pesquisa existe um departamento de matemática, nos quais há uma equipe responsável pela formação continuada dos docentes e lhes oferecem capacitação em serviço sistematicamente.

3.1.2 Análises das Entrevistas e Observações

A análise dos dados seguindo os pressupostos da metodologia interativa desenvolvida por Oliveira (1999), se processou de uma forma bastante didática: as categorias teóricas deram suporte ao processo de análise, nos reportando à Fundamentação Teórica; as categorias empíricas emanaram da aplicação dos instrumentos da pesquisa (a situação em questão) e as unidades de análise surgiram dos professores, a partir dos dados coletados nas entrevistas (técnica do CHD), e nas observações das aulas dos dois grupos de professores.

Nas observações das aulas adotamos os seguintes critérios para afirmarmos que os professores pesquisados fizeram uma boa transposição didática foram os seguintes: a) A introdução do conceito de fração; b) As concepções de fração trabalhadas; c) A utilização de material concreto; d) A participação dos alunos; e) A revisão dos conceitos prévios solicitados; f) A contextualização; g) A avaliação processual.

Dentre os professores pesquisados os que mais corresponderam a esses critérios, foram P5, P8 e P10, assim podemos afirmar que os mesmos fizeram as melhores transposições didáticas da introdução do conteúdo de fração.

A primeira questão da entrevista versou sobre os dados pessoais do professor já analisados no item 3.1.1. Iniciaremos a análise dos dados a partir da segunda pergunta da nossa entrevista.

2ª questão: *Considerando concepção como a faculdade de perceber o conhecimento, qual a sua concepção de fração?*

a) Relação parte/ todo
b) Resultado de uma divisão
c) Medidas
d) Razão
e) Operador

Chamamos a atenção para o fato de que após a pergunta se seguiam cinco alternativas de concepções de *fração* para que o professor escolhesse aquela(s) que ele identificasse como a(s) sua(s).

Quando mostrávamos as alternativas para que o professor dissesse qual era a sua concepção de fração, muitos deles diziam apenas uma das cinco concepções apresentadas. Era como se procurassem encontrar a resposta certa em um teste de múltipla escolha, embora tivesse ficado claro para o professor que ele poderia escolher mais de uma alternativa. Quando mostrávamos as sínteses das respostas anteriores, diziam se concordavam ou não com a concepção apresentada pelo colega que lhe antecedeu, mas mantinham a sua posição.

Apenas três professores disseram ter mais de uma concepção de fração: a) *relação parte/todo e certo número de partes de um todo dividido em partes iguais* (P4), esta concepção não estava relacionada (com esta redação) entre as apresentadas para eles no momento da entrevista, tendo sido acrescida pelos professores; b) *relação parte/todo, certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e razão* (P8*);* e c) *resultado de uma divisão, certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e razão*. (P10).
Só quatro professores nas suas falas, acrescentaram algo às alternativas apresentadas (P2, P4, P6 e P9). Vejamos:

> *É o resultado entre a parte de um inteiro que é representado como fração.* (P2).
>
> *Fração é certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e também pode ser a relação da parte com o todo. Dependendo da série, como na 6ª série, já falo em razão e até... (não completou o pensamento). No final da 5ª série falo em razão centesimal*. (P4).
>
> *É uma relação entre dois números que dá uma divisão. (*P6).
>
> *Fração é o resultado de uma divisão. É uma forma de dividir coisas que na teoria não se pode fazer, mas, que através da fração pode*. (P9).

No dia da reunião do *"consenso"* do segundo grupo de professores, observamos no debate entre eles que a professora P9, quando dizia: "*é uma forma de dividir coisas que na teoria não se pode fazer",* ela se referia à divisão de algo concreto para introduzir o conceito de fração.

Acreditamos que nos momentos que recebiam as sínteses das entrevistas anteriores para que dessem a sua contribuição, os professores eram levados a refletir sobre a sua concepção de fração e sobre como faziam a transposição didática desse conteúdo na sua prática de sala de aula. Muitos chegavam a comentar como trabalhavam e como achavam que os alunos aprendiam. Um deles disse:

> *Eu sempre procuro trabalhar com materiais concretos para chegar à concepção, lá da questão inicial; procuro levá-los (os alunos) a entender, só posso garantir que aprenderam quando eles são capazes de compreender no dia a dia, com o pai e a mãe. (*P8).

Concluímos que esse professor acredita que o sujeito só aprende quando é capaz de aplicar o que aprendeu e demonstra uma preocupação em fazer com que o aluno aprenda. As suas atividades de sala de aula eram bem elaboradas, levando os alunos a mobilizarem os esquemas necessários à construção de novos conceitos.

Analisando o Quadro 4 podemos observar que, dentre as concepções de fração expressadas pelos professores pesquisados, não apareceu a fração como *operador* e surgiu a concepção de fração como *certo número de partes de um todo dividido em partes iguais,* explicitada pelos professores.

Quadro 4
Concepção de Fração dos Professores

1. CONCEPÇÃO DE FRAÇÃO	• Relação parte/todo (P2, P4, P5 e P8).
	• Resultado de uma divisão (P1, P3, P6, P7, P8, P9 e P10).
	• Certo número de partes de um todo dividido em partes iguais (P4 e P10)
	• Medida (P2, P8 e P10)
	• Razão (P8 e P10)

Durante as observações das aulas dos professores sobre a introdução do conceito de fração, constatamos que três deles (P2, P8 e P10), demonstraram mobilizar a concepção de fração como *medida* durante o seu trabalho de sala de aula, mas, não disseram ter essa concepção quando foram perguntados na entrevista. Esses professores usaram como material didático: garrafas de água mineral e copinhos descartáveis, vidrarias graduadas de laboratório, com água colorida com anilina fazendo medições e comparando a água contida nos recipientes, um cubo de zinco cheio de água para mostrar a equivalência com o litro; bem como também fita métrica, dividindo-a em centímetros e trabalhando as frações correspondentes. Dois professores trabalharam também com moedas (P8 e P10). Cada aluno levou R$ 1,00 em moedas de R$ 0,05 e, obedecendo ao comando dos professores, retiravam 1/2, 1/3, 1/5, etc.

Constatamos ainda que, nas suas aulas, muitos professores expressaram a concepção de fração *como certo número de partes de um todo* (numerador) *dividido em partes iguais* (denominador). Na introdução do conteúdo eram apresentadas figuras geométricas divididas igualmente, com algumas partes pintadas para os alunos identificarem o denominador (em quantas partes foi dividido o inteiro) e o numerador (quantas partes foram tomadas). Mesmo quando eram usados materiais concretos (frutas, chocolates, folhas de papel ofício), as perguntas eram as mesmas: em quantas partes foi dividido o inteiro? Quantas partes foram tomadas desse inteiro? Como se fossem dois números distintos e um não tivesse nada a ver com o outro.

O que nos chamou a atenção também foi uma grande preocupação com a "formalização" de frações: próprias (quando o numerador é menor que o denominador); impróprias (quando o numerador é maior que o denominador); e aparentes (quando o numerador e o denominador são iguais). Alguns professores não criavam sequer um pequeno problema para introduzir uma operação de somar ou subtrair frações, resultando na resolução de operações com frações isoladamente, sem a mínima contextualização.

As atividades descritas não motivam o aluno para a organização de esquemas que permitam mobilizar seus conhecimentos-em-ação, nem solicita das crianças a mobilização de conceitos prévios, que facilitem a construção de um novo conceito. Como vimos anteriormente, na teoria dos Campos Conceituais, o comportamento cognitivo dos sujeitos em situação de aprendizagem é modelado por Vergnaud (1990) como *esquemas,* pois, segundo ele, é nos esquemas que devemos procurar os elementos cognitivos[1] que permitam a ação operatória do aprendiz.

A análise das tarefas matemáticas e a conduta dos alunos diante dessas tarefas, permitem analisar a sua competência matemática sobre determinado conteúdo sob três aspectos: (a) análise dos acertos e dos erros, sendo considerado competente aquele que acerta; (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo um, ser mais competente que outro por escolher uma resolução mais econômica; e (c) capacidade de escolher o melhor método.

É importante o professor propor situações para a sua turma, que levem o aluno a criar estratégias de resolução que mobilizem os seus esquemas operatórios e tentar descobrir os *teoremas–emação implícita nessas estratégias que lhe permitam observar a formação do conceito pelos alunos*. Para isso, é necessária a proposição de atividades onde os alunos explorem o conceito de fração aplicado a *todos discretos* e *contínuos*, procurando ressaltar as semelhanças e diferenças existentes entre essas aplicações. No decorrer dessas atividades, as frações próprias, impróprias e aparentes aparecerão naturalmente, sem o uso da terminologia e sem memorização de definições.

O professor deve oportunizar atividades com materiais concretos diferenciados, até que os alunos compreendam o significado da notação do número fracionário, expressando a síntese de duas operações sucessivas sobre um todo. É importante que o aluno associe o símbolo usual das frações, às duas ações exercidas sobre o todo, pois essa notação dá margem à ocorrência de vários tipos de conclusões ilusórias no trabalho com números fracionários.

Segundo Miguel e Miorim (1986), essas ilusões aparecem toda vez que se perde de vista o processo construtivo que a notação sugere e passa-se a trabalhar unicamente com a simbologia que a ele se refere. Uma dessas ilusões diz respeito à forma como o

---

[3]Esses elementos cognitivos são os invariantes operatórios, que podem ser implícitos, quando ligados aos esquemas de ação do aluno ou explícitos, quando ligados a uma concepção e expressos por representações simbólicas (o significante).

aluno aprende o número fracionário, não como um único número, resultante de duas operações sucessivas e ordenadas sobre um objeto, mas sim como dois números distintos e sem nenhuma ligação entre si. Esse tipo de ilusão é responsável pelo fato de muitas crianças não conseguirem entender o fenômeno da equivalência de frações.

Passaremos para a 3ª questão: *Descreva como foi a sua aprendizagem pessoal do conteúdo de frações.*

Observemos o Quadro 5 que retrata as categorias empíricas: como o professor (colaborador desta pesquisa) aprendeu o conteúdo de fração e como ele diz que ensina esse conteúdo para uma turma de 5ª série do ensino fundamental.

Quadro 5
Como o Professor Aprendeu e Declara que Ensina o Conteúdo de Fração

1. Como o professor aprendeu o Conteúdo de fração	• Basicamente de forma teórica • Estudando para ensinar. • Através de desenhos feitos no quadro de giz. • De forma tradicional • Só fazendo as operações, sem problemas. • No magistério, utilizando instrumentos e técnicas.
2. Como o professor declara que ensina o conteúdo de fração na 5ª série do ensino fundamental	• Com material concreto • Através de desenhos • Através de exposição didática • Atividades práticas • Resolvendo problemas.

Vejamos o que disse cada professor para responder à terceira questão:

Basicamente teórica, com pouca exemplificação, o professor não tinha muitos recursos pedagógicos. (P1).

Eu aprendi que fração era sempre um número sobre o outro. (P2).

Eu tive muitas dificuldades, só aprendi fração quando já estava estudando para ensinar a meus alunos. (P3).

*Eu só tenho lembrança de ter estudado fração na 5ª série, de 1ª a 4,ª não. Na 5ª série a professora colocava no quadro os modelos matemáticos e a gente repetia. Não me lembro de ter estudado problemas, era só operações mesmo, sem nenhuma contextualização. (*P4).

Estudei que era um inteiro dividido em partes iguais. (P5).

*A professora desenhava no quadro uma figura, dividia em partes e ia ensinando... Numerador, denominador... (*não completou o pensamento). (P6).

*Como já faz muito tempo... A professora do primário ensinava a relação parte/todo, mas, também já informava que era uma divisão. (*P7).

Foi como as partes relacionadas com o inteiro. Quando a gente passa a trabalhar, garante uma compreensão melhor sobre fração. A gente passa a aprender mais quando está ensinando. (P8).

O que eu aprendi sobre fração foi no magistério, àquela fração para o primário, utilizando vários instrumentos e algumas técnicas que facilitam a aquisição do conceito. Como aluna, no primário, aprendi de forma tradicional. (P9).

Na época, eu tenho a impressão que era o resultado de uma divisão de um número por outro. Não me lembro como era, faz muitos anos. (P10).

Em suas falas, os professores dizem que aprenderam fração de forma teórica e descontextualizada, através da repetição de modelos que lhes eram ensinados pelos professores. As concepções de fração lhes foram passadas como *parte/todo* e *resultado de uma divisão.* Vieram a aprender melhor quando estudavam para dar as suas aulas como professores.

Tendo comentado as respostas dadas pelos professores sobre a sua aprendizagem de fração, passamos agora, à quarta questão, que se relaciona à forma como ele ensina fração: *Como você faz a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série?*

Seguem-se as respostas dadas pelos professores:

> *Eu pretendo sempre fazer o oposto de quando eu era aluno, trazendo alguma atividade prática para que eles possam perceber e compreender a existência da fração na vida deles.* (P1).
>
> *Eu procuro demonstrar que a fração é uma parte de um inteiro* (P2).
>
> *Sempre dou uma idéia clara para que o aluno não tenha a dificuldade que eu tive então a minha realidade já serve para o aluno* (P3).
>
> *Quando eu não estou com material concreto para explicar a divisão do* ***todo*** *em partes eu faço um desenho no quadro e a partir daí explico, já dando o conceito de numerador e denominador* (P4).
>
> *Eu levo material concreto: uma laranja, uma maçã, uma pizza... E mostro que é um* ***inteiro*** *(****o todo****),* *depois o divido em partes iguais, cada parte daquele inteiro é uma fração* (P5).
>
> *Eu levo uma coisa concreta para eles dividirem e juntarem o todo* (P6).
>
> *Trabalho com o conceito que vem do primário, e vou melhorando a visão deles, vou apertando mais, é meio complicado, porque eles já carregam problemas lá do primário* (P7).
>
> *Eu sempre procuro trabalhar com material concreto, uso sempre vidrarias do laboratório* (P8*).*
>
> *Através da representação de desenhos e às vezes, dependendo da turma, com divisão de frutas* (P9).
>
> *Através de uma exposição didática e de materiais concretos mostrando o que é numerador e denominador para eles entenderem o conceito de fração usando material concreto* (P10).

Quase todos disseram na entrevista que iniciavam o conteúdo usando material concreto, para facilitar a compreensão dos alunos. Nas nossas observações, porém, encontramos professores que: (a) davam poucas instruções aos discentes, (b) copiavam os passos encontrados nos livros didáticos adotados, os quais sempre começavam por uma definição que conferia às frações um entendimento limitado de partes de alguma coisa (modelo parte-todo); e (c) apresentavam um exemplo quase sempre com uma figura que era dividida em certa quantidade de partes e algumas dessas partes eram pintadas.

Daí, decorria a representação fracionária ***p/q****,* que era encontrada pelo procedimento de dupla contagem, onde ***q*** era o denominador e indicava o número de partes em que o todo foi dividido e ***p*** o numerador, que representava o número de partes do todo que foram tomadas. Após essas explicações iniciais, os alunos eram levados a resolver vários exercícios de fixação sem serem desafiados a raciocinar. Nessa mesma metodologia eram trabalhadas as idéias de equivalência, conceitos de frações próprias, impróprias, aparentes, números mistos e operações com frações. Poucos professores trouxeram para suas aulas situações–problema contextualizadas para serem resolvidas pelos alunos. Para melhor elucidar o que estamos dizendo, faremos a seguir uma síntese das seqüências didáticas de cada um dos professores pesquisados:

- O professor P1 iniciou a sua aula querendo obter da turma o significado da palavra *fração*. Usou folhas de papel ofício fazendo dobraduras para representar as frações 1/2, 1/4, etc. Ele mesmo fazia as dobraduras e demonstrava para os alunos que apenas olhavam. Um aluno insistiu na leitura das frações até que ele explicou como se lia no final da aula; outro, lia (décimo avos) e ele não o observou. Não deixava os alunos descobrirem o conceito ele mesmo na sua exposição já o dizia. Por exemplo: dizia: *1/2 é equivalente a 1/4 porque os pedaços de 1/2 e de 1/4 são do mesmo tamanho*, não deixando o aluno dizer o porquê. Trabalhou a equivalência de frações apenas mostrando as dobraduras. Quando observou que os alunos não estavam entendendo, rasgou os pedaços e colocou 1/2 sobre 1/4; entretanto não ajudou muito, pois os alunos já estavam desatentos e a aula terminou. Ele prometeu que no dia seguinte continuaria a explicação.

- O professor P2 levou para a sala um litro cheio de água, cinco copos descartáveis, um funil, uma faca e uma laranja. Os alunos ficaram muito curiosos. Ele iniciou a aula dizendo: *hoje vamos ter uma aula diferente, vamos estudar fração por isso eu trouxe essas coisas.* E, começou fazendo as demonstrações: dividiu a água do litro nos copos explicando que cada copo tinha a capacidade de 200 ml, era 1/5 do litro e num litro cabiam os cinco copos. Em seguida, dividiu a laranja em quatro partes e tirou uma, explicando que o denominador era o 4 (número de partes em que a laranja foi dividida) e 1 era o numerador (número que ele tirou da laranja). Os alunos não pegavam no material, apenas olhavam. O professor mostrava as partes rapidamente. Quando ele perguntou: *Qual é a parte maior 1/2 ou 1/4?* Os alunos disseram todos juntos 1/4 e ele apenas disse: *não, peguei vocês! 1/2 é maior do que*

1/4. Na reunião do consenso do primeiro grupo de professores, quando se falou nesse assunto, ele reconheceu que tinha deixado passar um bom momento para explicar melhor, se tivesse se detido mais tempo, pegasse o pedaço que representava 1/2 e o pedaço que representava 1/4 e colocasse um sobre o outro, os alunos iriam compreender com mais facilidade.

- A professora P3 começou a aula perguntando: *Quem já conhece fração?* Colocou o nome ***fração*** no quadro e afixou um pedaço de cartolina dividido em quatro partes sendo três delas pintadas e escreveu ao lado 3/4. Depois disse: *imaginem que isso seja um chocolate*, (mostrando a fração 3/4); *4 seria o meu todo (o denominador) e 3 as partes que eu tomei (o numerador).* Em seguida desenhou no quadro um círculo dividido em duas partes e perguntou*: Isso representa o quê?* Ela mesma respondeu*: um círculo.* Depois da explanação, copiou o exercício do livro no quadro (todos os alunos tinham livros e estavam fechados embaixo das bancas). Dizia sempre aos alunos: *respondam rapidinho*. Logo após fez a correção no quadro, perguntando aos alunos oralmente e ela mesmo colocava no quadro as respostas. Só deu tempo de corrigir até a segunda questão (eram três). Na reunião do consenso ela disse que durante a sua explicação os alunos não aprenderam bem, porém quando fizeram muitos exercícios na classe e em casa eles chegaram a aprender direitinho.

- O P4 iniciou a aula perguntando se a turma achava fácil dividir por dois. Deu três folhas de papel para ser dividida com dois meninos. Os alunos discutiram durante uns dez minutos e não chegaram a uma conclusão possível. Então ele propôs dividir as três folhas ao meio e cada um ficar com um meio de cada folha, o que no total somaria uma folha e meia (3/2). Foi uma atividade interessante e os alunos se decepcionaram por não terem pensado nessa possibilidade. Em seguida associou a história da invenção dos números naturais e a necessidade que fez surgirem as frações. Trabalhou numerador e denominador relacionando o número de partes em que foi dividido o inteiro e o número de partes tomadas desse inteiro. A sala já se encontrava organizada em grupos de quatro alunos e ele terminou a aula fazendo um jogo com frações. O grupo vencedor ganhou uma barra de chocolate para dividir entre eles.

- O P5 começou a aula dizendo para a turma: *Eu sempre falo a vocês que é gostoso estudar matemática. Vejam como o meu dia hoje começou com a matemática: no meu café da manhã comi 1/2 de um mamão, 1/3 de um pão, 2/4 de uma maçã* (levou pão, mamão, maçã) e fez uma revisão dos conceitos de fração, a turma já os dominava, com exceção do conceito de fração imprópria. Trabalhou com material concreto, com a representação gráfica e numérica, explicou a origem da palavra do latim (*fractione=dividir*), mandou um aluno procurar a palavra *fração* no dicionário. Ele encontrou rapidamente (*parte de um todo*). Em seguida, fez uma oficina de fração. Distribuiu folhas de ofício de cor rosa em duas filas de alunos e os mandou dobrar em duas partes iguais, folhas amarelas em outras duas e mandou dobrar em quatro partes iguais e, finalmente, folhas azuis com as duas últimas filas, mandando dobrar em oito partes iguais. Daí fez um trabalho muito bom, dando os comandos e os alunos executando as atividades solicitadas. Por exemplo: para recobrir a figura de um retângulo no quadro uma aluna da turma rosa colocou uma parte de 1/2, então a professora pedia para a turma do amarelo completar a figura e outra aluna colocava 2/4. No final da aula a professora festejou os aniversariantes do mês e levou uma torta para ser dividida matematicamente em partes iguais para toda a turma.

- O P6 iniciou a aula perguntando para a turma: *Qual a idéia que vocês têm de fração?* Os alunos responderam: *é um número e um traço embaixo, é uma conta de dividir para resolver.* A Professora criou uma situação na sala de aula: *Marcos se atrasou para o jantar, sua mãe que tinha comprado uma pizza, dividiu-a em 4 pedaços e guardou um para ele*. Desenhou no quadro uma pizza dividida em quatro partes e trabalhou numerador e denominador, fração própria, imprópria e aparente. Fez um exercício de fixação do livro, muito grande, que os alunos levaram o tempo todo para resolver que não dando tempo de corrigir, ficou para o dia seguinte.

- O P7 colocou logo a palavra fração no quadro e perguntou se os alunos já tinham visto esse assunto na 3ª e 4ª séries. Eles responderam que sim, mas não se lembravam mais. O professor fez um desenho no quadro e explicou de forma muito abstrata, escrevendo no quadro as definições e exemplos tirados do livro: de frações próprias, impróprias, aparentes e equivalentes; resolvendo adição e subtração (tirando o m.m.c) e simplificando as frações (fazendo o m.d.c). Citou também, alguns exemplos de frações como porcentagens, decimais e medidas.

- O P8 começou a aula dizendo: *o título da matéria de hoje vocês vão descobrir no decorrer da aula. Trouxeram as moedas que eu pedi? Coloque-as sobre a banca.* Os alunos muito curiosos colocaram as moedas e foram atendendo as solicitações do professor. Por exemplo: *Para formar um real eu preciso de quantos centavos? Desse real separem 30 centavos. Trinta centavos o que representa em relação a tudo que você tem*? Eles disseram 30% . O *que significa 30%.* Os alunos disseram 30 em 100. Ele escreveu 30/100. Utilizou diversos exemplos com materiais concretos para fixar o conceito de fração. Solicitou conhecimentos prévios sobre unidades de medida, dias da semana, sistema monetário, meses do ano, divisão, países do grupo do Brasil na copa 2006. Depois da introdução prática, perguntou aos alunos o nome do assunto que estavam estudando e todos responderam: *fração.* No final da aula colocou um pequeno exercício no quadro para os alunos responderem, o que os alunos fizeram com muita segurança e rapidez.

- O P9 inicialmente pediu que os alunos colocassem as frutas que trouxeram de casa sobre as bancas. Perguntou se alguém se lembrava o que é fração. Eles disseram que já haviam estudado, mas, não se lembravam mais. A professora dispunha de material concreto suficiente e não soube explorá-lo ficou o tempo todo fazendo desenhos no quadro levando a turma a fazer abstrações. Passou para seus alunos a concepção de fração como resultado de uma divisão, por exemplo: quando falava sobre a fração aparente escreveu 12/2 e disse: *doze dividido por 2 é igual a 6*, depois para explicar a fração própria escreveu 1/5 e disse: *um dividido por cinco, pode mas, não é tão fácil de fazer*. Depois mandou os alunos dividirem as frutas em determinadas quantidades e eles as dividiram em pedaços completamente diferentes uns dos outros. Ela não fez nenhum tipo de observação sobre isso. Terminou a aula fazendo um jogo de dominó sobre frações, Como não tinha jogo para a turma toda ela solucionou o problema dizendo que um grupo brincava e depois passaria para o outro.

- O P10 coincidentemente, como P8, pediu aos seus alunos que levassem moedas de 10 centavos para a aula. Inicialmente falou: *se eu pedir 3 moedas das dez, que número eu tenho diferente dos que a gente escreve normalmente?* Os alunos não o responderam, ele disse: *é um número... de..ci..mal*. Escreveu no quadro 3/10 e perguntou: *como se chama o número de cima*? Os alunos responderam numerador *e o de baixo?* Explicou o significado de numerador e denominador. O professor dizia muito: *se eu...* ou então: *isso já foi visto na 4ª série*. Trabalhou com fita métrica, vidraria graduada, deu exemplos com dias da semana, meses do ano e passou a concepção de fração como razão, e partes de um *todo*. Apesar de ter uma maneira mais tradicional (rígida) de ensinar, oportunizou aos alunos atividades de reconstrução dos conceitos introdutórios de fração. No final da aula também colocou um exercício curto, porém bem elaborado, o qual os alunos responderam com rapidez e segurança.

Um caso que nos chamou a atenção foi que os dois professores (P8 e P10), de uma mesma escola participante de nossa pesquisa, planejaram juntos, as aulas que iriam dar para a nossa observação: a seqüência foi a mesma, os recursos e materiais empregados foram os mesmos, entretanto, as aulas saíram muito diferentes uma da outra. Isto só vem a ratificar o nosso pensamento de que as atividades desenvolvidas em uma turma são diferentes da outra porque cada professor tem as suas concepções, que influenciam a sua maneira de ensinar.

A nossa constatação relacionando as respostas dadas a esta questão nas entrevistas às observações realizadas em sala de aula, é que muitos dos professores observados estudaram fração de maneira tradicional, descontextualizada e, mesmo com as oportunidades de formação continuada e maior acesso aos livros que se tem nos dias de hoje, ainda ensinam como aprenderam.

Analisaremos a seguir as respostas dadas à 5ª questão: *Para você como ocorre a aprendizagem das crianças nesse assunto?*

> *Para eu fazer uma avaliação de que eles (os alunos) aprenderam tem de ser de uma forma bem sutil porque são muito novos ainda (9 e 10 anos),bolando uma estratégia eles vão conseguir entender um pouquinho o assunto. (*P1*).*
>
> *É difícil para um aluno de 5ª série entender a fração como parte de um inteiro* (P2).
>
> *É lenta, porque eu trabalho com um aluno que não tem uma boa base no seu primário* (P3).
>
> *Eu acho que quando se faz algo que chame a atenção e ele se interessa, quando se parte do concreto sempre tendo uma relação com alguma coisa, um chocolate, uma pizza sem ser o desenho puro vai ficando mais na imaginação deles e eles vão aprendendo melhor* (P4).
>
> *Mostrando o concreto dividindo o inteiro em partes iguais, mostrando todas as partes e mandando que eles mesmos dividam o inteiro para ver se eles compreenderam* (P 5).
>
> *As crianças demoram a entender porque não têm base* (P6).
>
> *Quando eles estudam e conseguem dividir um desenho em partes, alguns deles sabem mesmo, eles sabem desenhar um todo e tirar uma fração, uma parte, ou ao contrário, pegar aquele todo, observar e escrever a fração, é ida e volta (*P7).
>
> *Eu só posso garantir que eles aprenderam quando posso perceber sua aplicação nas atividades que se faz no cotidiano. Depois que eu ensino esse conteúdo fico cobrando deles a sua utilização no dia-a-dia para garantirem a aprendizagem* (P8*).*
>
> *Quando eles a cada dia vão diminuindo a dificuldade de resolver os problemas. Outra forma de avaliar é acompanhando a lógica deles, muitas vezes eles não respondem no caderno, mas usam raciocínios bem interessantes* (P9).
>
> *É só uma continuação, eles já vêm com esse conceito da 4ª série, a gente só vai dar um aprofundamento, exercitar (*P10).

Na sua fala, a professora P5 acredita que a aprendizagem se dá pela repetição, ela faz o modelo e os alunos repetem, enquanto o P4 considera que a melhor maneira do aluno aprender é quando está motivado para isto, que o ensino precisa ser contextualizado, significativo para o aluno se interessar. Já o P7 acredita ainda no ensino tradicional, o qual se dá de forma abstrata e o P8 acha que o aluno só aprende quando é capaz de aplicar aquilo que aprendeu em outros contextos. Os professores P3 e P6 atribuem as dificuldades dos alunos para aprender o conceito de fração à falta de base enquanto P10 diz que seus alunos já chegam na 5ª série dominando esse conceito.

Passaremos à análise das respostas dadas para a 6ª questão: *Você tem dificuldade de ensinar o conceito de fração?*

Todos os 10 professores pesquisados dos dois grupos disseram que não tinham dificuldades no ensino de frações, que era um conceito fácil de ensinar. Alguns disseram que os alunos é que tinham dificuldades de aprender o assunto. Vejamos:

> *Não, é meu primeiro ano com 5ª série, mas vou preparar uma boa atividade para essa 5ª série* (P1).
>
> *Não, eu procuro sempre uma forma prática* (P2*).*
>
> *Não, hoje não tenho, não* (P3).
>
> *Não, eu acho inclusive, um dos conteúdos mais fáceis de ensinar (*P4).
>
> *Não, não tenho nenhuma dificuldade nem os meus alunos* (P5).
>
> *Eu não tenho dificuldade de ensinar, mas, as crianças têm dificuldade de aprender por falta de base* (P6).
>
> *Não eu não tenho dificuldade de passar para eles, eles é que não entendem. A dificuldade vem lá do primário (*P7).
>
> *Não, eu considero fácil e os alunos aprendem com facilidade* (P8).
>
> *Não, a dificuldade é dos alunos por conta da falta de base* (P9).
>
> *Não tenho dificuldades, não. Na 4ª série eles usam muito material concreto, quando chegam na 5ª a gente faz mais exercícios de livro e quadro* (P10).

Um ponto interessante que nos chamou a atenção foi que P5, P8 e P10 foram os únicos que disseram que seus alunos não tinham dificuldades de aprender fração porque já vinham da 4ª série com esse conceito aprendido. Vale a pena lembrar que os três professores referidos sempre lecionaram apenas em escolas particulares.

A 7ª questão dizia: *Em caso afirmativo, quais as dificuldades?*

Nenhum professor citou dificuldades no ensino de frações. Entretanto, gostaríamos de citar alguns acontecimentos detectados durante a observação das aulas:

a) Havia professores que não respeitavam o tempo dos alunos. Colocavam os exercícios no quadro e eles mesmos corrigiam não dando tempo para os alunos responderem.
b) Referiam-se a “o número de baixo e o número de cima”, correspondendo ao denominador e o numerador respectivamente.
c) Um professor definiu fração para um aluno dizendo: *São partes de um todo que você pode retirar, podem ser partes iguais e não ser partes iguais.*
d) Um professor (P9) tinha material concreto em cada banca e não soube explorá-lo, ficou representando os desenhos no quadro, valorizando a abstração o tempo todo.
e) Na primeira aula, de introdução, eram dados: frações próprias, impróprias e aparentes; equivalência; simplificação; adição e subtração (m.m.c e m.d.c).
f) Já começavam a aula dizendo: *hoje vamos estudar frações*, colocavam a palavra *fração* no quadro e já começavam a discorrer sobre o assunto.
g) Na aula de P3, o mesmo segurando um desenho numa cartolina representando uma parte de um chocolate dividido em duas partes iguais perguntou a turma: *o que representa esta parte*? Uma aluna ao invés de dizer 1/2, disse: *50%,* a professora não deu atenção à resposta dada. Depois de outras perguntas quando mostrou 3/4 do desenho, perguntou novamente: *o que representa esta parte*? A mesma aluna disse: *75%* , a professora parou e olhando para a aluna perguntou: *por quê*? A menina respondeu: *porque tudo é 100%.* A professora não aproveitou o momento para explicar as noções de porcentagens surgidas aleatoriamente e mudou rapidamente de assunto, sem sequer comentar a resposta dada pela aluna.

Comparando as respostas dadas nas entrevistas e as observações feitas, notamos que os professores mostravam constrangimento de dizer que tinham dificuldades conceituais e pedagógicas para ensinar frações, mesmo utilizando o círculo hermenêutico dialético como técnica de coleta dos dados, a qual favorece uma maior interação entre o grupo pesquisado e o pesquisador. Durante as reuniões de "*consenso"* eles debateram sobre concepções de fração, sobre atividades que favorecem essa construção pelos alunos, como fazer a introdução desse conceito na 5ª série do ensino fundamental; porém, em nenhum momento disseram que tinham dificuldades de ensinar esse conteúdo.

Na 8ª questão perguntamos: *O que você sugere para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos?*

Todos os professores disseram que o ensino contextualizado, o uso de materiais concretos, jogos e brincadeiras são os recursos necessários e indispensáveis para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos.

Concordamos com os professores colaboradores desta pesquisa e acrescentamos a necessidade do professor elaborar boas seqüências didáticas nas quais os alunos possam mobilizar satisfatoriamente seus esquemas e construírem adequadamente seu conceito de fração.

CAPÍTULO V

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi *atingido,* pois analisamos as concepções de fração dos professores de matemática de 5ª série do ensino fundamental através da comparação entre as respostas dadas pelos professores nas entrevistas e suas práticas na sala de aula.

Consideramos que a utilização da metodologia interativa foi significativa. A técnica do CHD para a coleta dos dados, comprovadamente, facilita o entendimento e a interpretação das falas dos atores sociais e nos permite voltar ao entrevistado quantas vezes for necessário. Um grande momento desta técnica é a reunião de "*consenso"*, a qual oportuniza aos participantes debates significativos, nas quais os professores expressam suas concepções e tomam conhecimento das concepções dos seus pares, tendo oportunidade de fazer construções e reconstruções direcionadas a uma visão sistêmica dos números fracionários.

Confrontando as respostas dadas pelos professores nas entrevistas e a observação das aulas, nas quais eles introduziam o conceito de fração, podemos dizer que não encontramos uma relação entre as concepções que os professores têm acerca desse conteúdo e os seus procedimentos de ensinar e avaliar.

A análise das respostas dos professores relativas às questões da entrevista, em confronto com as aulas observadas, nos leva a concluir que os mesmos ensinam do jeito que aprenderam quando estavam na 3ª série do antigo primário. Hoje a tendência da prática desses professores é imitar os professores que tiveram no primário, e não os últimos mestres da sua graduação. Daí a responsabilidade do(a) professor(a) primário(a) com o ensino de modo geral e especificamente com o ensino da matemática e das frações porque é nesta etapa da vida que os alunos passam a gostar ou não da matéria. Se tiverem bons professores facilitadores da aprendizagem, serão alunos curiosos para aprender e futuros cidadãos conscientes e críticos durante toda a sua vida.

A pesquisa revelou que há professores que reduzem o trabalho pedagógico aos 50 minutos de uma aula e concebem o ensino como o ato de repassar o conteúdo. Revela ainda que também há aqueles que reconhecem a necessidade de estudar e de estar sempre buscando novos conhecimentos.

Isso nos leva a considerar que a maioria dos professores entrevistados têm concepções bem elaboradas sobre frações; porém, nas suas aulas, o modelo *parte/todo* é o mais trabalhado e, quase sempre, é associado ao procedimento de contagem dupla, o que leva os alunos a considerarem fração não como números, mas, como partes de coisas.

Nas entrevistas, os professores, de forma unânime, afirmam que a melhor maneira de levar o aluno a construir o conceito de fração é utilizando material concreto de forma contextualizada, mas, na prática, isso não é observado. Os materiais concretos apareceram, mas na maior parte das vezes, de uma forma tímida, sem contextualização, isso independentemente do tempo de serviço do professor, da formação ou da rede de atuação. Mesmo aqueles mais esforçados que prepararam aulas "diferentes" para o dia da nossa visita, não conseguiram fazer uma transposição didática que desafiasse as crianças a mobilizarem seus esquemas para a construção do conceito de fração.

De acordo com o debate que presenciamos nas reuniões de "*consenso*" acreditamos que isso só acontecesse porque para a maioria dos professores pesquisados o planejamento das aulas, a pesquisa e a utilização de materiais concretos não é uma constante no seu dia-a-dia. Isso demanda tempo para preparar com certa antecedência suas aulas e tempo é o que muitos não têm, devido ao grande número de aulas que ministram mensalmente.

Em algumas aulas observadas os professores fizeram uma avaliação processual (durante as oficinas realizadas davam os comandos e acompanhavam as respostas dos alunos, se fossem acertadas os elogiavam e se fossem incorretas, solicitavam de alguns alunos a resposta certa ou eles próprios as corrigiam dizendo o porquê). Em outras, apenas copiavam exercícios de fixação no quadro, mandavam os alunos responderem e faziam uma correção muito rápida, avaliando apenas a capacidade ou não de repetição. Em alguns casos, não deu tempo nem de responder aos exercícios propostos. Alguns professores fizeram a avaliação através de jogos, momentos em que os alunos ficavam mais descontraídos, se ajudavam e corrigiam os colegas quando alguns não acertavam, enquanto os professores apenas circulavam pela sala e orientavam em alguns casos, quando eram solicitados.

Os debates nas reuniões de *"consenso*", as observações em sala de aula e o referencial teórico estudado nos levaram a refletir que, mesmo tendo conhecimento que a transposição didática que estão fazendo em suas salas está desarticulada da realidade dos alunos, a maior parte dos professores pesquisados não consegue se desvencilhar de antigas práticas. A busca das razões pelas quais isso acontece nos leva a alguns questionamentos: a) Por que o professor diz uma coisa na entrevista e na sala de aula faz outra? b) A falta de estudos teórico-pedagógicos compromete a sua transposição didática? c) A formação continuada garante uma melhor atuação na sala de aula? Pesquisas futuras podem ser direcionadas nesse contexto para discutir questões, tais como: a) A formação do professor influencia no seu trabalho de sala de aula? b) Qual a importância do estágio supervisionado na formação dos professores? c) Há necessidade da formação continuada para a prática da sala de aula dos professores? d) Que impactos da prática pedagógica do professor no ensino de fração levam à não compreensão deste conteúdo por parte dos alunos?

Concluímos que existe uma distância entre o que o professor diz e o que ele faz. Na maioria das aulas observadas não foram apresentadas situações didáticas que levassem os discentes à redescoberta dos conceitos e as situações (tarefas) apresentadas não tinham significado para eles. Todos os professores entrevistados, disseram que não tinham dificuldades para ensinar frações, alguns disseram que os alunos é que tinham dificuldades para aprender. O que constatamos é que realmente nossos alunos têm dificuldades de compreender o conceito de fração e nossos professores, na prática, mostram ter dificuldades de ensiná-lo, ainda que, visivelmente, não o admitam.

A nossa recomendação é que o professor de algum modo consiga se atualizar, fazendo leituras teórico-pedagógicas, participando de congressos, seminários e cursos de extensão em sua área e especificamente na área de educação, que lhe serão de grande valia para o seu trabalho em sala de aula, para melhor ensinar e avaliar os conceitos matemáticos como também melhor lidar com os alunos, compreender os seus anseios, limitações, competências e habilidades.

Segundo Freire (2002, p. 46). "É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática". Nesta sua fala o autor adverte o *educador* para a necessidade do exercício de uma ação pedagógica permeável a mudanças e que o *professor* deve ter uma postura crítica que lhe permita, após identificar os erros, promover mudanças reais, que levem à melhoria das condições de vida de cada um na sociedade.

Nesse sentido, podemos contribuir para que os professores possam identificar os paradigmas de concepções sobre frações, revelados em suas práticas educativas, repensá-los e provocar rupturas com as mesmas, conscientizando-os de que sua profissão é um processo dinâmico de promoção da autonomia do ser do educando.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michèle. Epistémologie et didactique. *RDM* vol 10, nº 23, Paris, 1990.

ALMOULOUD, Saddo Ag. *A didática da Matemática*. São Paulo: PUC, 1995.

BARDIN, *Análise de Conteúdo*, Lisboa: Edições 70, 1997.

BARROS, Aidil de Jesus e LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. *Projeto de Pesquisa*: Propostas metodológicas. Petrópolis: Vozes, 2003.

BECKER, Fernando. *A Epistemologia do professor*: o cotidiano da escola. Rio de Janeiro: Vozes, 1993.

BEHR, M. et al. Order an equivalence of rational numbers*: a clinical teaching experiment*. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323- 341, 1984.

BERTONI, Nilza Eigenheer. A construção do conceito de fração e de número fracionário numa abordagem sócio-construtivista In: *Solta a Voz*. Número 6, Universidade Federal de Goiás, 1994.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1974.

BRYANT, Peter. *Perception and Understanding in Young Children*. London: Methuen, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental*. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Programa Gestão de Aprendizagem Escolar-GESTAR*. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2005.

BROUSSEAU, Guy. *Theory of didactical situations in mathematics, didactique des mathématique*, traduzido por BALACHEFF, Nicolas et all. Dordrecht/Bostos/London: Kluwer Ademic Publishers, 1997.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: *Didática da Matemática.* Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Ives. *La transposición didática*, del saber sabio al saber enseñado. Argentina: Aique S. A, 1991.

CHEVALLARD, Ives. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: *Didática das Matemáticas* (Org) Jean Brun. Recife: Horizontes Pedagógicos, 2005.

DAVIS, P. e HERSH, R. *A experiência Matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DESLANDES, Suely Ferreira. A construção do projeto de pesquisa. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (org). *Pesquisa social*: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2004.

DINIZ, Renato Eugênio da Silva. Concepções e práticas pedagógicas do professor de ciências. In: *Questões atuais no ensino de Ciências*. São Paulo: Escrituras, 2002.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia*. Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GADAMER, Hans Georg. *La dialettica di Hegel*. 2. Ed.Genova: Casa Editrice Marietti, 1987.

GIL, Antônio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo: Atlas, 1999.

GUBA, Egon S. e LINCOLN, Ivonna, S. *Fourth generation evaluatio*n, 1989. In: OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como Fazer*: Pesquisa Qualitativa. Recife: Bagaço, 2005.

IFRAH, Georges. *Os números*: história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

HENRY, Michel. *Didactique des mathématiques: une présentation de la didactique em vue de la formation des enseignants*. Besançon: IREM de Besançon, 1992.

JULIA, Didier. *Dictionnaire de la philosophie*. Paris: Larousse, 1995.

KIEREN, Thomas. Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal developmente. In J. Hiebert and M. Behr (eds): *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1988.

LIMA, José Maurício de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento de conservação de quantidade. In: *Aprender pensando*: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. Petrópolis: Vozes, 1993.

LIMA, José Maria de; SILVA, Ozileide Maria da. e SILVA, Vilma Bezerra da. *Uma Proposta Integrada para o ensino de fração, do decimal e da Porcentagem*. Monografia. Especialização em Educação Matemática. Recife: UFPE, 1997.

MACHADO, Cacilda Tenório Oliveira e MENEZES, Josinalva Estacio. A construção do conceito de fração: um olhar nos livros didáticos de matemática. In: *VI Jornada de Ensino Pesquisa e Extensão. VI Simpósio de Pós-graduação*. UFRPE, dezembro de 2005.

MAGINA, Sandra et al. *Repensando Adição e Subtração.* Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MIGUEL, Antônio e MIORIM, Maria Ângela. *O ensino da Matemática no primeiro grau* São Paulo: Atual, 1986.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org). *Pesquisa social*: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

MOREIRA, Marco Antônio. *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a investigação nesta Área*. Porto Alegre: UFRS, 2004.

MOREIRA, Marco Antônio. Aprendizagem Significativa como referencial teórico para a pesquisa em ensino de ciências. *In: IV ENPEC*, Bauru, 2003.

NETO Otávio Cruz. O trabalho de campo como descoberta e criação In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (org). *Pesquisa social*: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2004.

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Formação em associativismo e desenvolvimento local no Nordeste do Brasil*: a experiência de Camaragibe. 1999. 320 Tese (Doutorado em educação) Universidade de Sherbrooke, Quebec, Canadá, 1999.

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como Fazer*: Pesquisa Qualitativa. Recife: Bagaço, 2005.

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como Fazer*, projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. Recife: Bagaço, 2003.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática*, uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PIAGET, Jean e SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar,1975.

PIAGET, Jean e INHELDER, B., and SZEMINSKA, A. *The Child's Conception of Geometry*. London: Routledge and Kegan Paul, 1960.

SANTOS, Marcelo Câmara dos, et al. Repensando a Aprendizagem de frações uma experiência pedagógica. *Tópicos Educacionais.* V. 9, n. 1/2 Recife: 1991.

TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2003.

TRIVIÑOS, Augusto. *Introdução à pesquisa em ciências sociais*. São Paulo: Atlas, 1987.

VASCONCELOS, Celso dos Santos. *Construção do conhecimento em sala de aula*. São Paulo: Libertad, 2002.

VYGOTSKY, L. S. *Mind in Society*. The development of higher psychological processes. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1978.

VERGNAUD, Gerárd. La théorie des champs conceptuels. *RDM*. V 19 Nº 23 p 133, 1990.

VERGNAUD, Gerárd. A Teoria dos Campos Conceituais In: *Didática das Matemáticas* (Org) Jean Brun. Recife: Horizontes Pedagógicos, 2005.

APÊNDICE A

ROTEIRO DA ENTREVISTA

2) DADOS PESSOAIS:

a) NOME COMPLETO:

b) IDADE:

c) SEXO:

d) FORMAÇÃO:

e) ESCOLAS QUE LECIONA:

f) TEMPO DE ENSINO:

E na 5ªsérie?

2ª) Considerando concepção como a faculdade de perceber o conhecimento, qual a sua concepção de "fração"?

a) Relação parte/ todo
b) Resultado de uma divisão
c) Medidas
d) Razão
e) Operador

OBS: Após a pergunta se seguiam cinco alternativas de concepções de *fração* para que o professor escolhesse aquela(s) que ele identificasse como a(s) sua(s).

3) Descreva como foi a sua aprendizagem pessoal do conteúdo de frações.

4) Como você faz a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série?

5) Para você como ocorre a aprendizagem das crianças nesse assunto?

6) Você tem dificuldade de ensinar o conceito de fração?

7) Em caso afirmativo, quais as dificuldades?

8) O que você sugere para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos?

APÊNDICE B

FICHA DE OBSERVAÇÃO DE AULA

DATA:.......................

1. NOME DO (A) PROFESSOR (A):

2. SÉRIE/ TURMA:

3. Nº DE ALUNOS (AS):

4. Nº DE ALUNOS (AS) PRESENTES:

5. Como o(a) professor(a) fez a introdução do conceito de fração para a turma?

6. Quais materiais foram usados na aula?

7. Como foi a participação dos alunos(as)?

8. Quais os conceitos prévios trabalhados na aula

9. Qual a concepção de fração que o professor demonstrou ter durante a aula?

10. OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

APÊNDICE C

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD E A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES

Cacilda Tenório Oliveira Machado[1]
cacildatomachado@uol.com.br
Josinalva Estacio Menezes[2]
jomene@ded.ufrpe.br
Zélia Maria Soares Jofili[3]
jofilli@gmail.com

RESUMO

Este texto é o resultado de uma pesquisa realizada com alunos de 5ª série do ensino fundamental, com o objetivo de observar como se dá a construção do conceito de equivalência das frações, analisando a interação esquema – situação, na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. O conceito de equivalência assim como as construções de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais para a resolução de problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e para se efetuar cálculos com esses números. Constatamos que o trabalho com material concreto ajuda os alunos a compreenderem a situação e contribui para uma melhor organização dos teoremas - em ação. Acreditamos que a Teoria dos Campos Conceituais pode contribuir na construção do conceito de equivalência das frações no ensino fundamental, ajudando o(a) professor (a) a compreender as etapas dessa construção, para melhor atuar como facilitador da aprendizagem dos seus alunos.

Palavras-chave: equivalência de frações, campos conceituais, esquema-situação.

INTRODUÇÃO

Segundo Vergnaud (1990) o conhecimento encontra-se organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do aprendiz, acontece ao longo do tempo. Este domínio está vinculado, em parte, ao repertório de esquemas operatórios que o sujeito pode construir para resolver distintas situações, situações estas que formam o campo conceitual. A explicitação dos invariantes operatórios do sujeito, em uma linguagem

[1] Mestranda em Ensino das Ciências pela UFRPE e Professora da FAFICA
[2] Professora do PPGEC/ UFRPE
[3] Professora do PPGE/ UFRPE e do Departamento de Educação da UNICAP

simbólica, determina o que se define como conceito, sendo que este conceito adquire significação a partir das situações que o sujeito enfrenta e que lhe permitem detectar os invariantes. Este processo de detecção e mudança dos invariantes acontece no âmbito dos modelos mentais, que são os espaços em que os esquemas operatórios dos indivíduos manipulam as representações da realidade com o objetivo de agir sobre ela. (MOREIRA, 2002).

Para Vergnaud (1990), um conceito é um tripleto que envolve: (a) um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; (b) um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito e (c) um conjunto de significantes que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los. C = (S, R, I).

Para se estudar o desenvolvimento e uso de um conceito durante a aprendizagem é necessário considerar ao mesmo tempo os três conjuntos. O sentido atribuído pelo sujeito à situação não está na situação em si mesma, e sim na relação entre a situação e a representação que dela faça o sujeito (os esquemas). É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. (MOREIRA, 2002).

Um dos fatores importantes nessa teoria é o destaque dado ao saber escolar, ou seja, como este se localiza entre o saber cotidiano e o saber científico. A teoria dos campos conceituais permite atribuir aos conceitos uma significante valoração servindo de parâmetro para que o saber escolar não permaneça na dimensão do cotidiano nem se perca no isolamento da ciência pura. Vergnaud (1990) ressalta ainda a existência dos chamados *espaços de situações–problemas*, cujo uso adequado facilita ao aluno a percepção das conexões existentes entre os diversos conceitos. O conhecimento passa a ser compreendido como uma sucessão de adaptações que o aluno realiza sob a influência de situações vivenciadas na escola e no cotidiano.

Na teoria dos campos conceituais considera-se que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problemas (MAGINA, 2001).

Os conceitos matemáticos desenham seus sentidos a partir de diversas situações. Cada situação necessita de mais de um conceito para ser analisada e uma situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas para as quais é necessário conhecer suas naturezas e dificuldades próprias.

Diante de uma situação nova o aluno lança mão dos conhecimentos adquiridos anteriormente e tenta adaptá-los às novas situações. O estudo dos números racionais, nas suas representações fracionárias e decimais, merece especial atenção, partindo da exploração de seus significados, tais como a relação parte/todo, quociente, razão e operador.

Geralmente, as situações propostas às crianças, visando levá-las à construção dos conceitos de fração e de número fracionário são descontextualizadas, não apresentando uma situação real que leve à necessidade da divisão de um inteiro. Mais comumente são apresentadas figuras geométricas, divididas igualmente, com algumas partes pintadas, seguidas de terminologia e simbologia variada, envolvendo números naturais na composição de novos símbolos numéricos. Neste sentido lembramos o questionamento de BERTONI (1994, p. 25):

> Há alguma necessidade infantil que gere o processo escolar de dividir e pintar figuras geométricas? Ao atribuir nomes e símbolos às partes das figuras, esses novos objetos são assimilados como números a serem acrescentados aos números naturais? Esse processo é uma contextualização ou apenas uma concretização, usando modelos abstratos?

De acordo com a autora não fica claro, para o aluno, a razão de se trabalhar com figuras geométricas com partes pintadas e de se atribuir nomes e símbolos numéricos às mesmas. As frações introduzidas têm apenas o significado matemático de certo número de partes (numerador) de um todo dividido em partes iguais (denominador).

Alguns livros de 5ª série apenas informam o aluno que a fração tem outras interpretações, entre elas, a de resultado de divisão e que a fração ***p/q*** significa o resultado da divisão de ***p*** por ***q***, sem nenhuma explicação para isso.

MATERIAL E MÉTODOS

Realizamos uma pesquisa qualitativa com um grupo de 10 alunos de uma turma de 5ª série de uma Escola Municipal, no município de Caruaru, (PE) durante três aulas de 50 minutos cada uma, em três dias consecutivos, no contra-turno.

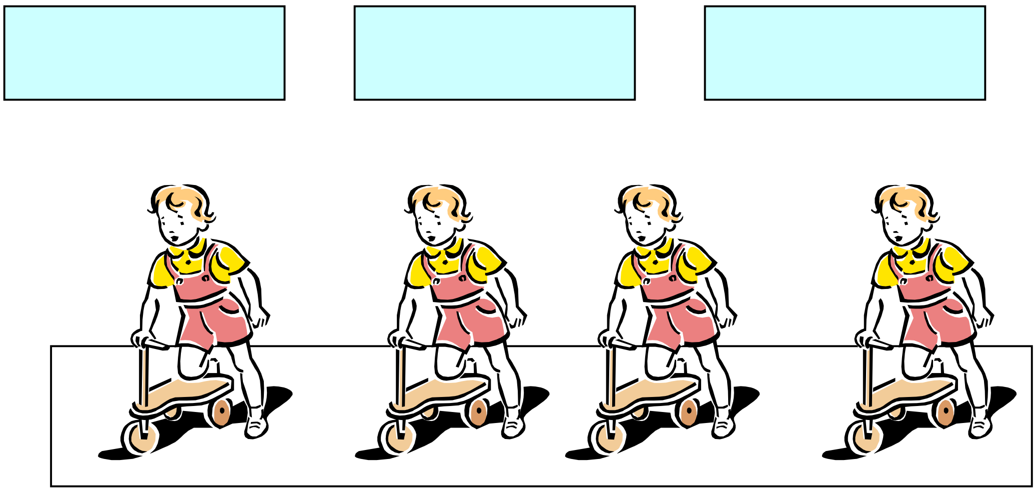
Nesta pesquisa procuramos:

- Identificar quais os conceitos e teoremas-em-ação que os alunos estão usando nas situações apresentadas e quão distantes estão dos conceitos e teoremas científicos adequados à construção do conceito de equivalência dos números fracionários.
- Analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos na aquisição do conceito de equivalência das frações.
- Coletar dados sobre as diversas maneiras através das quais os alunos expressam seu raciocínio.
- Entender quais foram os meios utilizados pelos alunos para realizar a tarefa solicitada.

No primeiro dia foi aplicado o pré-teste constando de quatro questões. Na primeira questão (quadro 1) foi utilizado um problema de Leen Streefland (NUNES *et al*. 2002, p. 148). Nesse problema as frações são relacionadas ao conceito de divisão e a divisão não é uma parte de uma unidade em áreas: têm-se três chocolates para dividir com quatro meninos o que permitiu aos alunos uma variedade de soluções.

Quadro 1
1ª Questão do Pré-teste

Como podemos distribuir três chocolates entre quatro crianças?

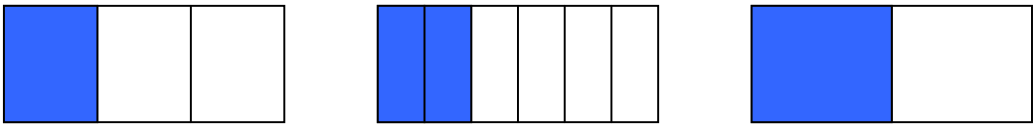


Na segunda questão (Quadro 2), foram colocados três desenhos, representando 1/3, 2/6 e 1/2 e solicitamos aos alunos que apenas escrevessem com símbolos as frações indicadas pelas figuras.

Na terceira questão (Quadro 2), pedimos que, das frações escritas na questão anterior, fossem identificadas apenas as frações equivalentes e que a escolha fosse justificada. Na quarta questão foram colocados dois quadrados, um dividido ao meio com a metade colorida e o outro dividido em 16 partes, solicitamos que os alunos pintassem no segundo quadrado o número de quadradinhos que representasse uma fração equivalente ao primeiro.

Quadro 2
Demais Questões do Pré-teste

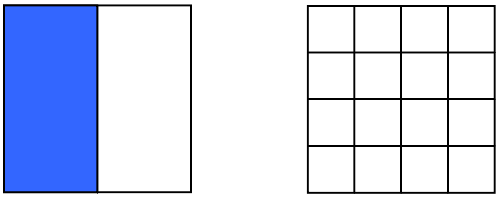
2) Escreva as frações correspondentes às partes coloridas em cada uma das figuras abaixo:



3) Identifique as frações equivalentes da questão anterior...

Justifique:..

4) Na figura 2, pinte a quantidade de quadradinhos necessária para que as partes coloridas nas duas figuras representem frações equivalentes:



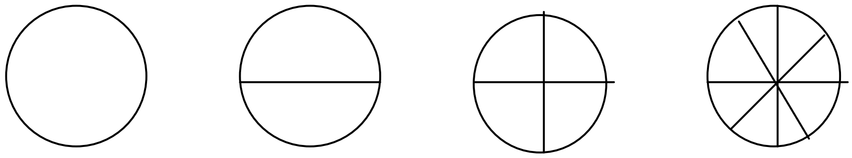
1 2

No segundo dia realizamos uma oficina sobre equivalência de frações, utilizando material concreto, adaptado do Projeto Fundão. Foi solicitada dos alunos uma conceitualização verbal durante todo o desenvolvimento da tarefa, promovendo situações de transformação do conhecimento implícito em explícito, mediando o processo do domínio dos campos conceituais. (Quadro 3).

Quadro 3

Oficina Trabalhada com os Discentes

1) Distribuímos com cada aluno quatro círculos de emborrachado (EVA) conforme o desenho abaixo:



2) Em seguida solicitamos que recobrissem o círculo inteiro com o círculo dividido ao meio e em quatro partes iguais, depois manipulando e comparando as peças, respondessem por escrito às seguintes perguntas:

a) Quantas partes de 1/2 precisamos para formar o inteiro?
b) Quantas partes de 1/4 precisamos ter para formar um inteiro?
c) Quantas partes de 1/4 precisamos para formar 1/2?
d) Qual é o maior: 1/2 ou 1/4? Justifique.......................................
e) Qual é o maior: 1/4 ou 1/8? Justifique.......................................

No terceiro dia foi aplicado o pós-teste, que não foi totalmente igual ao pré-teste. Foram feitas algumas modificações nas perguntas, para evitar que os alunos dessem respostas memorizadas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Analisando o pré–teste, detectamos que nenhuma criança conseguiu resolver o problema dado na primeira questão. Foi interessante a resposta dada por A_9, que escreveu: *dois fica com um e dois fica com metade*. Ele não entende a relação de fração com a divisão em partes iguais. Isto significa à luz da Teoria dos Campos Conceituais que o aluno não conseguiu construir os esquemas operatórios para resolver este tipo de situação.

Nas questões 2 e 3 podemos observar que as crianças sabem reconhecer as frações representadas pelas partes pintadas, mas não identificam quais as equivalentes. O conceito que demonstram ter sobre frações é rotulado, só compreendendo que o denominador indica em quantas partes o inteiro foi dividido e o numerador quantas partes foram tomadas do inteiro. Verifica-se que o esquema de ação que as crianças utilizaram para resolver esse problema foi o de identificação parte/todo. Já na quarta questão demonstraram saber pintar uma quantidade de quadradinhos numa figura para que ficasse equivalente a outra figura dada, nos levando assim a considerar que a situação apresentada teve significação para os alunos e que os mesmos foram capazes de detectar os invariantes.

Analisando o pós-teste observamos que nas questões 1 e 2, as crianças A_1 A_5 e A_6, dividiram os chocolates corretamente, mas não souberam dar a resposta certa; A_3 e A_7 se arriscaram a dar a resposta sem dividir os chocolates, mas não acertaram. Entretanto fazendo uma relação do pré-teste com o pós-teste, em termos percentuais notamos a melhoria de desempenho no segundo em relação ao primeiro, no tocante às respostas certas, à exceção da quarta questão, (Quadro 4). Nas questões 3 e 4 apenas A_5 e A_6 não conseguiram um entendimento satisfatório. Nota-se também, que a utilização de material concreto colaborou para um bom desempenho das crianças nessas questões.

Quadro 4

Desempenho dos Alunos

Questões	Pré-Teste				Pós-Teste			
	RE	RPC	RC	NR	RE	RPC	RC	NR
1	100%	---	---	---	20%	30%	50%	-
2	10%	60%	30%	---	40%	-	50%	10%
3	20%	50%	30%	---	20%	20%	60%	-
4	10%	---	90%	---	20%	10%	70%	-

LEGENDA

RE - Resposta errada   RPC - Resposta parcialmente certa

RC - Resposta correta   NR - Não respondeu

CONCLUSÃO

As crianças apresentaram dificuldades em coordenar os esquemas de divisão, no pós–teste. Três crianças chegaram à resposta correta da primeira questão através de soluções diferentes, usando o procedimento de "ensaio e erro". Outras crianças distribuíram os três chocolates para as quatro crianças de um em um. Esse procedimento está ligado ao esquema da distribuição e revela um conhecimento implícito de que o esquema da distribuição está ligado às situações multiplicativas. As crianças não entendiam a relação existente entre o número de partes em que era dividida uma unidade e o tamanho das partes. Quando perguntávamos: Quem é maior 1/2 ou 1/4? Eles diziam: 1/4. Qual a metade de 1/4? Respondiam: 1/2. Essas dificuldades podem ser atribuídas a idéias anteriormente construídas para os números naturais, e que segundo Bachelard (1996) constitui um *obstáculo epistemológico*.

Constatamos então que o trabalho com material concreto ajuda as crianças a compreenderem a situação e contribui para uma melhor organização dos teoremas – em - ação. Portanto consideramos que é necessário se trabalhar com as crianças a idéia de fração como medida de quantidade (um quarto) e como indicação de divisão (um quarto é a mesma coisa que um dividido por quatro).

Neste sentido, acreditamos que a Teoria dos Campos Conceituais pode contribuir na construção do conceito de equivalência das frações no ensino fundamental, ajudando o(a) professor(a) a compreender as etapas dessa construção, para melhor atuar como facilitador da aprendizagem dos seus alunos.

Enfatizamos ainda que mesmo sem perceber, usamos as frações nas situações mais comuns do dia-a-dia e, embora as representações fracionárias dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos na 3ª série do ensino fundamental, o que se constata é que os alunos chegam a 5ª série sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. *A formação do espírito científico*. São Paulo: Contra-ponto, 1996.

BERTONI, Nilza Eigenheer. A construção do conceito de fração e de número fracionário numa abordagem sócio-construtivista. *In Solta a Voz,* Nº 6, Universidade Federal de Goiás, 1994.

MAGINA, Sandra et al. *Repensando Adição e Subtração.* Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MOREIRA, Marco Antônio. *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud*. O Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área. Porto Alegre: UFRGS, 2002.

STREEFLAND, Leen. Charming fractions or fractions being charmed? In: NUNES *et all*. *Introdução à Educação Matemática*: Os números e as operações numéricas. São Paulo: PROEM, 2002.

VERGNAUD, Gerard. La Théorie des Champs Conceptuels. *RDM*, v. 19, n. 23, p. 133, 1990.

APÊNDICE D

AS IMPLICAÇÕES DAS CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS E DE SUAS EXPERIÊNCIAS DOCENTES NO ENSINO DE FRAÇÕES NA 5 ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cacilda Tenório Oliveira Machado[1]
cacildatomachado@uol.com.br
Josinalva Estacio Menezes[2]
jomene@ded.ufrpe.br
Zélia Maria Soares Jofili[3]
jofilli@gmail.com

RESUMO

Este texto é resultado de uma pesquisa realizada com dez professores de matemática de 5ª série do ensino fundamental com o objetivo de investigar a existência de relações entre as concepções de professores de matemática sobre números fracionários e o processo de ensino desse conteúdo na 5ª série do ensino fundamental. Baseados na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud analisamos os dados coletados, fazendo um confronto de duas situações: como o professor aprendeu e como ele ensina o conceito de fração. A coleta de dados aconteceu em dois momentos: inicialmente entrevistamos os professores através do Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD) e, posteriormente, fizemos uma observação das suas aulas introdutórias do conceito de fração. Utilizamos a Metodologia Interativa, pela sua contribuição significativa na coleta e análise dos dados e a técnica do CHD, que facilitou consideravelmente a coleta dos dados oportunizando uma maior interação entre os entrevistados e a pesquisadora. Os resultados encontrados apontam que se saíram melhor nas aulas observadas realizando boas transposições didáticas os professores na faixa etária dos 40 aos 45 anos, com mais tempo geral de ensino e de 5ª série que atuavam apenas na rede particular de ensino, sem diferença entre os sexos. A formação acadêmica não foi um fator marcante para que houvesse uma boa transposição didática. Observamos que há professores que apesar de apresentarem concepções bem elaboradas sobre fração, estarem conscientes de que a transposição didática que estão fazendo em suas salas de aula está desarticulada da realidade dos alunos e, da necessidade de um ensino contextualizado desse conteúdo, não conseguem se desvencilhar de antigas práticas. Não observamos uma relação entre as concepções que os professores têm acerca do

[1] Mestranda em Ensino das Ciências pela UFRPE e Professora da FAFICA
[2] Professora do PPGEC/UFRPE
[3] Professora do PPGE/ UFRPE e do Departamento de Educação da UNICAP

conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados. O modelo *parte/todo* é o mais trabalhado pelos professores colaboradores desta pesquisa e quase sempre é associado ao procedimento de contagem dupla, o que leva os alunos a pensarem fração não como números, mas, como partes de coisas. Concluímos que muitas das dificuldades dos alunos na aprendizagem de frações é conseqüência do modelo da transposição didática feita pelo professor no momento do ensino daquele conceito.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais, Concepção de Fração, Transposição Didática, Círculo Hermenêutico-Dialético e Formação de Professores.

INTRODUÇÃO

Apesar dos avanços do ensino da matemática, o ensino de frações continua se caracterizando por uma prática voltada para a aprendizagem mecânica do algoritmo, constituindo-se em um desafio aos professores que procuram desenvolver uma real compreensão desse conceito em seus alunos.

Como no cotidiano muitos números fracionários são substituídos pelos números decimais, surgem muitos obstáculos no ensino-aprendizagem desse conteúdo na sala de aula (por exemplo, o aluno dar um tratamento às frações como dá aos números naturais, ou seja, achar que 1/4 é maior que 1/2). Entretanto, *fração* é um conteúdo de muita importância na vivência cotidiana e acadêmica e a compreensão dos alunos será favorecida se o seu ensino for contextualizado.

Sobre a contextualização do ensino, respaldamos-nos nas diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN), em seu texto: “Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos” (BRASIL, 2001, p.36).

Sentimos que há necessidade de se estudar as relações estabelecidas entre as práticas pedagógicas dos professores e a aprendizagem dos alunos bem como entender os mecanismos de facilitação da aprendizagem. Este estudo serve para o professor compreender a importância da contextualização proporcionando a construção do conhecimento sem perder o seu caráter científico. Nesse momento nos valemos das palavras de Pais (2001, p. 26) quando diz: “O desafio didático consiste em fazer essa contextualização sem reduzir o significado das idéias matemáticas que deram origem ao saber ensinado”.

Partimos do pressuposto de que há relação entre as concepções que os professores têm acerca de como se dá o conhecimento matemático e os procedimentos de ensinar e avaliar por eles adotados e de que essas concepções se constroem em suas histórias pessoais e profissionais. Assim, investigar sobre essas concepções implica em uma busca às suas histórias de vida, aos saberes provenientes da sua própria experiência, aos saberes construídos em suas trajetórias pré-profissionais, profissionais e em outras relações estabelecidas, com colegas de trabalho, alunos e ferramentas de trabalho.

Segundo Henry (1992), o professor, em função de sua classe social, de sua formação, e de sua experiência profissional, toma como referência, em sua prática, o conjunto de concepções que possui sobre trabalho, disciplina, ato pedagógico e possibilidades dos alunos. Raramente tais concepções são fundamentadas em dados cientificamente comprovados, mas emergem das representações profundamente implantadas no professor.

O referido autor acrescenta ainda que as concepções organizam-se em uma *epistemologia*, conjunto sólido de idéias sobre o saber, sobre sua constituição e sua história e os professores que, em sua maioria, não exerceram outras profissões durante suas vidas fazem do saber escolar o fundamento dessa epistemologia. Isso explica a dificuldade de introdução, no ensino tradicional, de elementos voltados para a produção, o que leva a impressão de ser a escola independente do mundo do trabalho. Da mesma maneira as concepções pedagógicas dos professores dependem também de suas experiências enquanto alunos e a reprodução das práticas vivenciadas é o elemento determinante na sua atividade, apesar de toda a movimentação promovida pelas

propostas da *pedagogia nova* nos anos 70, que se baseavam em modernas teorias de aprendizagem.
Segundo Almouloud (1995, p. 19): “As práticas dos professores estão intimamente ligadas às suas concepções da matemática e do ensino construídos por eles no momento de sua formação”. Acrescentamos que essas concepções estão provavelmente ligadas a experiências pessoais, ao ambiente sócio-cultural presente e passado e a características ainda mais pessoais. A estabilidade das concepções de um indivíduo apresenta algumas vezes resistências à mudança, em razão de equilíbrio pessoal, mas também porque uma parte das concepções corresponde algumas vezes às convicções arraigadas que o indivíduo tem.

Segundo Vergnaud (1990) há uma tendência para se ensinar os algoritmos das operações sem, relacioná-los a uma classe mais ampla de problemas. Desta forma, não é na formalização do ensino que as dificuldades de aprendizagens são superadas, mas, sobretudo na estimulação constante da resolução de problemas, do uso do raciocínio lógico e do uso dos algoritmos das operações que se pode levar o aluno a uma situação propícia para a construção de uma aprendizagem significativa.

Vergnaud designa de *invariantes operatórios* os conhecimentos contidos nos esquemas *(teoremas–em-ação* e *conceitos–em-ação*). São eles que permitem o sujeito reconhecer quais são os elementos relativos à determinada situação e perceber a informação sobre a situação a ser abordada. Exemplificando os invariantes operatórios no conceito de fração Lima (1993), baseado nos estudos de Piaget (1960) destacou:

- Divisão eqüitativa das partes: a unidade precisa ser dividida em partes iguais;
- Esgotamento do *todo*: não pode sobrar resíduo;
- A relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes resultantes da divisão do *todo*: quanto maior o número de partes menor o tamanho de cada parte;

- O princípio da invariância: a operação inversa, se juntarmos todas as partes formaremos o *todo* inicial.

Segundo Kieren (1988) o entendimento de fração requer que elas sejam incluídas em um campo maior, denominado de Números Racionais. É também necessário levar em consideração que o conceito de número racional inclui diferentes subconstrutos, tais como: comparação, fração decimal, equivalência, operador multiplicativo, razão, divisão e medida. A compreensão dos números racionais requer que além do entendimento de cada um desses subconstrutos, haja dinâmica nas relações entre os mesmos.

Para entender melhor fração é necessário rever as concepções de números racionais apresentadas por Kieren (1988) e Behr (1984) que parecem ser as que mais se aproximam da Teoria dos Campos Conceituais, pois especificam a necessidade de fazer as ligações entre os diversos subconstrutos que formam esse conceito: (a) *parte-todo, (b) quociente (resultado de uma divisão), (c) razão, (d) operador multiplicativo e (e) medida de quantidades contínuas e discretas.*

- *Frações e a relação parte-todo entre grandezas que são contadas.* Nesse subconstruto está implícito que o todo está dividido em partes iguais.

Piaget (1960) afirma que entender os números racionais pressupõe a coordenação das relações parte-parte (extensivas) e parte-todo (intensivas) e considera a relação parte-todo como essencial para a compreensão de frações. Entretanto Bryant (1994) acredita que mesmo antes de entender as relações parte-todo, as crianças são capazes de usar um tipo mais elementar de relação em suas primeiras atividades com quantidades contínuas em frações: as relações parte-parte. Se uma quantidade contínua é dividida em apenas duas partes, pode-se julgar facilmente se uma é maior que a outra. Bryant sugeriu ainda que as relações “maior/menor do que” e “igual a”, poderiam ser as primeiras relações lógicas usadas no conhecimento da quantificação de frações. Como elas devem ser usadas em situações nas quais o *todo* é dividido em duas partes, então *metade* tem um *status* especial na origem da quantificação das frações: o limite do meio define se as duas partes são iguais ou se uma é maior que a outra.

- *Fração como resultado de uma divisão* – Esse é um aspecto pouco explorado na escola. Poucos alunos compreendem que as frações (como parte de uma unidade) podem ser vistas como resultados de divisões de certo número de unidades em partes iguais: ex: 3/5 = 3:5. O número fracionário 3/5 expressa o resultado da divisão do número natural 3 pelo número natural 5. Também se pode expressar o resultado dessa divisão na forma decimal: 3:5 = 0,6. Os resultados 3/5 e 0,6 são iguais. Constituem a representação fracionária e a representação decimal de um mesmo número racional.

- *Fração como Medida* – A forma de conceber frações como *medida* ajuda o aluno a operar com frações de maneira simples, em situações práticas.

Quando trabalhamos nas séries iniciais com a concepção de fração como *medida,* através de um problema prático, utilizando material concreto, os alunos fazem operações fracionárias (adição e subtração) sem o rigor tradicional de tirar o m.m.c e as compreendem com mais facilidade. Por exemplo: Precisamos colocar numa embalagem a metade de uma pizza de mussarela e um terço de outra pizza de palmito. Será que esses pedaços cabem numa única embalagem? Num problema como este o aluno será levado a refletir sobre a situação apresentada e perceber as relações existentes entre 1/2 e 1/3 sem se deixar levar por idéias equivocadas e sem ficar escravo de regras memorizadas e sem sentido para ele.

- *Fração como razões expressas na forma **p/q** (onde **p** e **q** são inteiros, e **q ≠ 0**), que indicam uma relação entre duas grandezas.* Ex: 2/5 das peças produzidas apresentaram problemas. Quando uma fração representa um índice comparativo ela é denominada *razão*.

- *Frações como operadores multiplicativos*, que transformam as quantidades pela ação de operações aritméticas e algébricas. Ex: 1/2 de 1/8; 1/3 de 1/9. É atribuído ao racional o significado de operador que está presente em situações do tipo "que número devo multiplicar por 5 para obter 20"? (BRASIL, 2001 p.103).

Um problema constante que observamos é o baixo rendimento apresentado pelos alunos, nas provas escolares e nas provas de avaliação nacional, tanto na compreensão dos números fracionários quanto nos cálculos com os mesmos. Isto nos serve de alerta para repensarmos a nossa prática de sala de aula no ensino dos números fracionários.

MATERIAL E MÉTODO

Desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, mas, objetivando dar maior precisão aos dados coletados nos valemos também de dados quantitativos, uma vez que consideramos que as duas abordagens (quantitativa e qualitativa) não são excludentes, pelo contrário, se complementam, uma vez que existem fatos que são do domínio qualitativo e outros do domínio quantitativo.

Utilizamos a Metodologia Interativa, conceituada por Oliveira (2005, p.128) como:

> Um processo hermenêutico-dialético que facilita entender e interpretar a fala e depoimento dos atores sociais em seu contexto e analisar conceitos em textos, livros e documentos, em direção a uma visão sistêmica da temática em estudo.

Com base nessa metodologia analisamos as concepções de professores de matemática de 5ª série do ensino fundamental sobre o conceito de frações, visando identificar as possíveis relações entre as suas escolhas didáticas, suas concepções e suas experiências de formação.

Escolhemos a 5ª série porque, nos programas de Matemática o estudo de fração acontece na 3ª, 4ª e 5ª séries. Nesta última, o aluno deveria chegar dominando o conceito de número racional que já fora construído desde a 3ª série, para aí trabalhar as operações com números fracionários. Na nossa realidade, porém, nos deparamos com estudantes que chegam à 5ª série, sem a menor noção do conceito de números fracionários e vão acumulando dificuldades sobre esse conteúdo ao longo do ensino fundamental e médio.

Colaboraram com o nosso trabalho, enquanto sujeitos da pesquisa, dez professores de matemática da 5ª série do ensino fundamental identificados de modo geral por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10. Através de entrevistas, de observações das aulas introdutórias do conceito de fração de cada professor e das reuniões de "*consenso*" que realizamos do círculo hermenêutico, foram explicitadas as suas concepções sobre frações.

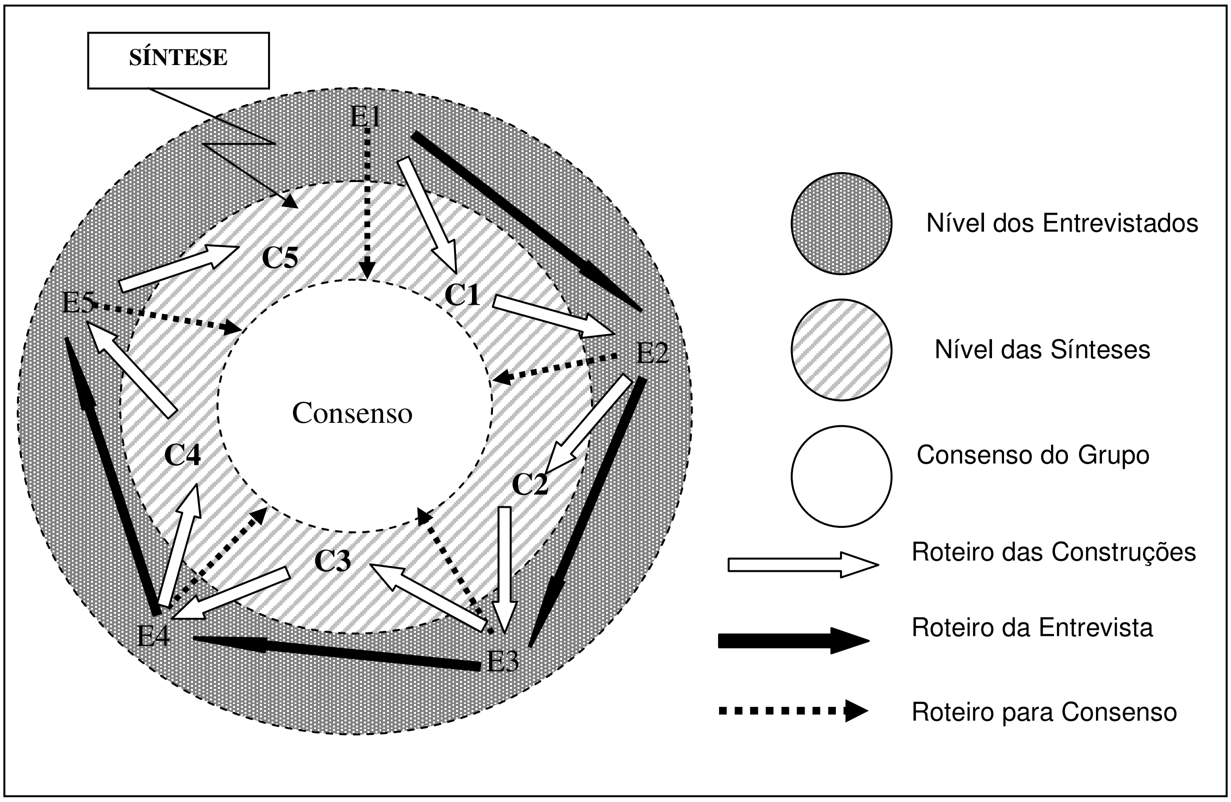
Para facilitar o nosso trabalho dividimos os 10 professores em dois grupos de cinco, esta divisão foi feita de acordo com a proximidade das escolas em que lecionam.

Metodologia Interativa

A metodologia Interativa, tem por base o método da quarta geração de Guba e Lincoln (1989), o método de análise de conteúdo de Bardin (1997) e o método hermenêutico-dialético de Minayo (2004) e está alicerçada no paradigma da visão sistêmica no qual, a compreensão do processo de conhecimento deve ser dinâmica e sistêmica. (OLIVEIRA, 2005). Os aspectos que justificaram escolhermos a metodologia interativa deram-se justamente, pela contribuição significativa na coleta e análise dos dados, através da interação entre esses métodos.

O Círculo Hermenêutico-Dialético (CHD) é uma técnica apresentada pela metodologia pluralista construtivista de Guba e Lincoln (1989, *apud* OLIVEIRA 2005, p. 136), como um procedimento bastante dinâmico, em constante interação entre as pessoas através do vai-e-vem no processo de realização das entrevistas, conforme podemos observar na figura 3.

Figura 3
Círculo Hermenêutico-Dialético. - CHD



Fonte: OLIVEIRA, 2005, p.137.

Utilizamos este processo metodológico, uma vez que consideramos que o mesmo facilita tanto o processo de coleta dos dados como o de interpretação dos mesmos.

Tomamos como exemplo o Círculo, representado na Figura 3. O primeiro círculo pontilhado representa o grupo dos entrevistados, indicados pela letra E; o segundo, a dinâmica do vai-e-vem das construções e reconstruções do conhecimento indicada pela letra C.

Após a entrevista com a primeira pessoa (representada por E1), fizemos uma síntese (representada por C1). Em seguida, fizemos a entrevista com a segunda pessoa (representada por E2) e após as suas respostas lhe mostramos a síntese da primeira pessoa, entrevistada (C1) para que fizesse seus comentários e desse a sua contribuição, resultando numa segunda síntese (C2). Depois que fizemos a entrevista com a terceira pessoa (E3), lhe mostramos a síntese (C2), que após suas contribuições resultou na terceira síntese (C3); em seguida, entrevistamos a quarta pessoa (E4) e após o mesmo processo obtivemos a quarta síntese (C4), finalmente após a quinta entrevista (E5), entregamos a (C4) e concluímos o processo com a quinta síntese (C5), uma construção final contendo todas as entrevistas de uma forma dialética.

O terceiro círculo, no qual aparece a palavra "*consenso*", representa um encontro para construção e reconstrução da realidade que realizamos com todos os entrevistados do primeiro grupo.

O trabalho de coleta de dados com o segundo grupo de professores foi realizado de maneira análoga ao primeiro e identificamos os professores como P6, P7, P8, P9, P10, para distingui-los dos componentes do primeiro grupo.

Após a realização da reunião para construção e reconstrução da realidade "*consenso*" do segundo grupo de entrevistados, reunimos os dois grupos em uma das escolas participantes da pesquisa. Esta reunião durou duas horas, na qual efetivamos o grande "*consenso*" dos dois grupos. Neste momento, apresentamos os resultados dos dois consensos anteriores, para que todos fizessem suas observações e comentários. Foi um momento muito rico de troca de saberes e experiências, dando-se aí o fechamento da pré-análise dos dados coletados (visão parcial da realidade estudada em movimento).

A coleta dos dados aconteceu em duas etapas: na primeira fizemos uma entrevista semi-estruturada com os dez professores participantes, utilizando o CHD em dois grupos de cinco. Na segunda, assistimos uma aula de 50 minutos de cada professor, para registrar como se dava o ensino introdutório do conceito de números fracionários.

Nas entrevistas, as perguntas foram relacionadas às categorias gerais. Pedimos aos professores que descrevessem como foi a sua aprendizagem pessoal de fração, indagamos sobre a sua formação, como costumam fazer a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série, se têm ou não, dificuldades em fazer essa introdução e como diagnosticam se os alunos aprenderam ou não o conceito estudado.

Na ficha de observação de aula colocamos os pontos que primordialmente desejávamos observar, porém incluímos diversas anotações de outros dados que consideramos importantes e que surgiram no decorrer da aula.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com base nas respostas dadas, na primeira parte da entrevista delineamos o perfil dos professores investigados:

- Seis dos sujeitos desta pesquisa (P1, P2, P4, P7, P8, P10) são do sexo masculino e quatro (P3, P5, P6, P9) do sexo feminino.

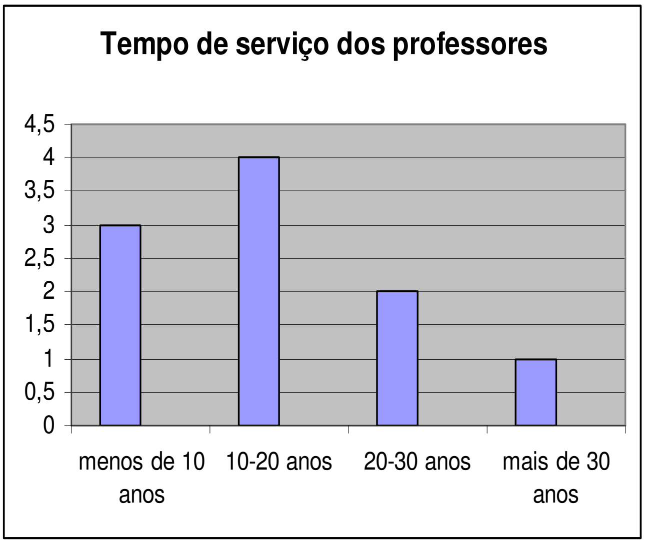
Analisando o perfil dos entrevistados e as observações das aulas por eles ministradas, podemos inferir que o gênero não influenciou na qualidade da transposição didática do conteúdo em estudo. Houve aulas bem planejadas, nas quais a transposição didática foi garantida por professores e por professoras, como também houve aulas em que a transposição didática foi comprometida por professores de ambos os sexos.

- No que se refere à idade, três dos professores (P3, P4 e P9) estão na faixa de 25 a 30 anos, dois na faixa de 30 a 35 anos (P1 e P2) e cinco (P5, P6, P7, P8 e P10) têm acima de 35 anos.

Constatamos que os professores nas faixas etárias de 25 a 40 e acima de 45 anos tiveram maior dificuldade de fazer a transposição didática do conteúdo, do que os professores na faixa de 40 a 45 anos. O resultado nos leva a pensar que isso aconteceu no universo pesquisado pelo fato de os mais novos ainda não terem acumulado experiências suficientes para lidar com determinados conteúdos em diversas situações e os mais maduros (acima de 45 anos) estarem se acomodando e não procurarem se atualizar. Podemos dizer que no nosso universo, os professores na faixa de 40 a 45 anos já possuem um relativo amadurecimento, mais experiência de sala de aula e ao mesmo tempo procuram se atualizar, estudar mais e assim conseguem fazer uma melhor transposição didática dos números fracionários.

- Com relação ao tempo de serviço observamos no Gráfico 1, que três dos professores têm menos de 10 anos de serviço (P1, P3, P9); quatro têm entre 10 e 20 anos (P2, P4, P6, P7), dois têm entre 20 e 30 anos (P5 e P8), e apenas um professor tem mais de 30 anos de trabalho em sala de aula (P10).

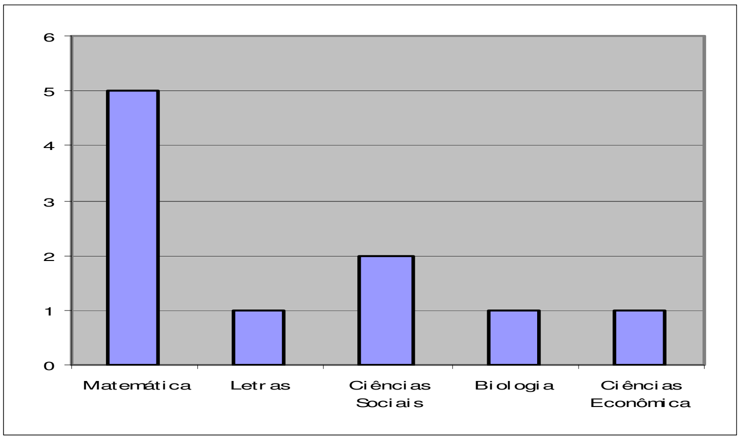
Gráfico 1
Tempo de Serviço dos Professores



O tempo de profissão foi o fator que influenciou de maneira mais acentuada a transposição didática do conteúdo de fração. De modo geral os mais experientes (aqueles que têm mais de 10 anos de trabalho), fizeram uma melhor transposição, embora alguns dos mais antigos de profissão tenham deixado alguns vazios nessa etapa de ensino.

- No que se refere à formação acadêmica dos entrevistados observamos no Gráfico 2, o quanto é diversificada. Apenas cinco dos professores têm licenciatura em Matemática (P1, P2, P4, P6, P9), um é formado em Biologia (P3), dois têm licenciatura em Ciências Sociais (P5 e P8), um é bacharel em Ciências Econômicas (P6) e um tem o curso de Letras (P10) .

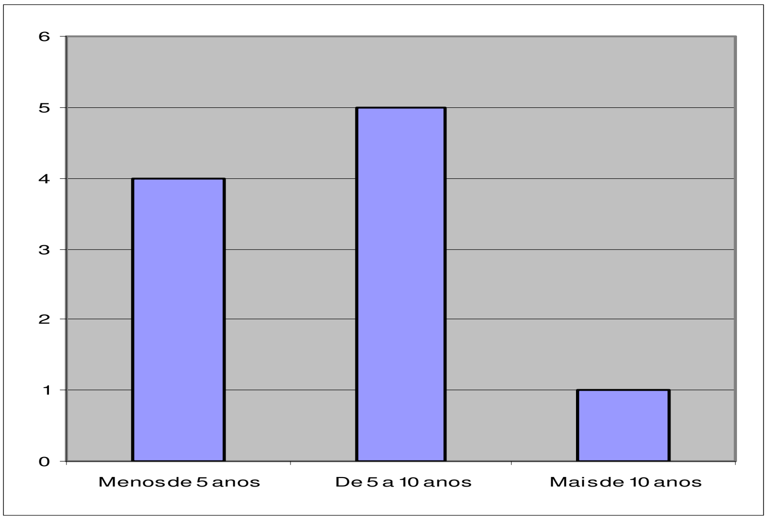
Gráfico 2
Formação Acadêmica dos Professores



Inusitado foi o fato de P10 ser formado em letras e ensinar matemática há 35 anos. Constatamos ainda que a formação acadêmica não foi um fator marcante para que houvesse uma boa transposição didática. Aconteceu de professores que não tinham uma formação em matemática terem feito uma melhor transposição didática do conceito de fração do que outros possuidores dessa formação.

- O gráfico 3 nos informa que cinco dos entrevistados (P1, P4, P5, P7 e P9) têm entre 5 e 10 anos de experiências no ensino de matemática na 5ª série do ensino fundamental; quatro (P2, P3, P6, P8) têm menos de 5 anos e um (P10) mais de dez anos.

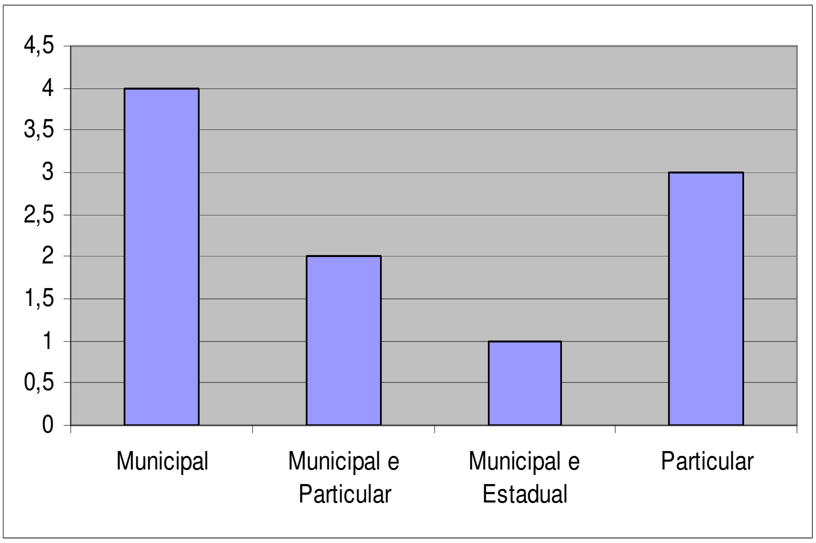
Gráfico 3
Tempo de Serviço na 5ª Série do Ensino Fundamental



Os dados sobre o tempo de serviço dos professores atuando na 5ª série do ensino fundamental, sinalizaram que os professores que têm mais tempo de trabalho nas 5ª séries, têm mais facilidade de lidar com esses alunos, falam na linguagem deles e são melhor compreendidos por eles.

- Quanto à rede de atuação dos docentes que integraram a nossa pesquisa constatamos no gráfico 4, que quatro dos professores, atuam apenas nas escolas municipais (P1, P6, P7, P9); dois nas redes municipal e particular (P2 e P4); um só em escolas públicas municipal e estadual (P3); e três só trabalham na rede particular de nossa cidade (P5, P8, P10).

Gráfico 4
Rede de Atuação dos Professores



.

Observamos, finalmente, que foi nas aulas dadas nas escolas particulares que o fenômeno da transposição didática fluiu mais facilmente. Atribuímos uma parte desse sucesso ao fato da maioria dos alunos daquelas escolas, terem o domínio dos conhecimentos prévios necessários para a construção do conceito em estudo. Um outro fator que detectamos é que, em cada uma das escolas particulares participantes da pesquisa, existe um departamento de matemática, nos quais há uma equipe responsável pela formação continuada dos docentes lhes oferecendo capacitação em serviço.

Análise dos dados relacionando as entrevistas às observações

A análise dos dados se processou de uma forma bastante didática: as categorias teóricas deram suporte ao processo de análise, nos reportando à fundamentação teórica; as categorias empíricas emanaram da aplicação dos instrumentos da pesquisa (a situação em questão) e as unidades de análise surgiram dos professores, a partir dos dados coletados nas entrevistas (técnica do CHD), e nas observações das aulas dos dois grupos de professores.

Relacionaremos, a seguir, as respostas das entrevistas com as observações realizadas a partir da 2ª questão: *Considerando concepção como a faculdade de perceber o conhecimento, qual a sua concepção de fração?*

a. Relação parte/ todo
b. Resultado de uma divisão
c. Medidas
d. Razão
e. Operador

Chamamos a atenção para o fato de que após a pergunta se seguiam cinco alternativas de concepções de *fração* para que o professor escolhesse aquela(s) que ele identificasse como a(s) sua(s).

Apenas três professores disseram ter mais de uma concepção de fração: a) *relação parte/todo e certo número de partes de um todo dividido em partes iguais* (P4), esta concepção não estava relacionada (com esta redação) entre as apresentadas para eles no momento da entrevista, tendo sido acrescida pelos professores; b) *relação parte/todo, certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e razão* (P8*);* e c) *resultado de uma divisão, certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e razão*. (P10).

Só quatro professores nas suas falas acrescentaram algo às alternativas apresentadas (P2, P4, P6 e P9), Vejamos:

> *É o resultado entre a parte de um inteiro que é representado como fração.* (P2).
>
> *Fração é certo número de partes de um todo dividido em partes iguais e também pode ser a relação da parte com o todo. Dependendo da série, como na 6ª série, já falo em razão e até... (não completou o pensamento). No final da 5ª série falo em razão centesimal.* (P4).
>
> *É uma relação entre dois números que dá uma divisão. (*P6).
>
> *Fração é o resultado de uma divisão. É uma forma de dividir coisas que na teoria não se pode fazer, mas, que através da fração pode.* (P9).

No dia da reunião de consenso do segundo grupo de professores, observamos no debate entre eles que a professora P9 quando dizia: *é uma forma de dividir coisas que na teoria não se pode fazer,* ele se referia a divisão de algo concreto para introduzir o conceito de fração.

Acreditamos que nos momentos que recebiam as sínteses das entrevistas anteriores para que dessem a sua contribuição, os professores eram levados a refletir sobre a sua concepção de fração e sobre como faziam a transposição didática desse conteúdo na sua prática de sala de aula. Muitos chegavam a comentar como trabalhavam e como achavam que os alunos aprendiam. Um deles disse:

> *Eu sempre procuro trabalhar com materiais concretos para chegar à concepção, lá da questão inicial; procuro levá-los (os alunos) a entender, só posso garantir que aprenderam quando eles são capazes de compreender no dia a dia, com o pai e a mãe. (*P8).

Concluímos que esse professor acredita que o sujeito só aprende quando é capaz de aplicar o que aprendeu e demonstra uma preocupação em fazer com que o aluno aprenda. As suas atividades de sala de aula eram bem elaboradas, levando os alunos a suscitarem conceitos prévios para mobilizarem os esquemas necessários à construção de novos conceitos.

Analisando o Quadro 4 podemos observar que, dentre as concepções de fração expressadas pelos professores pesquisados, não apareceu a fração como *operador.* A explicitada pelos professores, foi concepção de fração como *certo número de partes de um todo dividido em partes iguais.*

Quadro 4
Concepção de Fração dos Professores

1. CONCEPÇÃO DE FRAÇÃO	• Relação parte/todo (P2, P4, P5 e P8).
	• Resultado de uma divisão (P1, P3, P6, P7, P8, P9 e P10).
	• Certo número de partes de um todo dividido em partes iguais (P4 e P10)
	• Medida (P2, P8 e P10)
	• Razão (P8 e P10)

Durante as observações das aulas dos professores sobre a introdução do conceito de fração, constatamos que três deles (P2, P8 e P10), demonstraram mobilizar a concepção de fração como *medida* durante o seu trabalho de sala de aula, mas, não disseram ter essa concepção quando foram perguntados na entrevista. Constatamos ainda que, nas suas aulas, muitos professores expressaram a concepção de fração *como certo número de partes de um todo* (numerador) *dividido em partes iguais* (denominador).

Na introdução do conteúdo eram apresentadas figuras geométricas divididas igualmente, com algumas partes pintadas para os alunos identificarem o denominador (em quantas partes foi dividido o inteiro) e o numerador (quantas partes foram tomadas). Mesmo quando eram usados materiais concretos (frutas, chocolates, folhas de papel ofício), as perguntas eram as mesmas: em quantas partes foi dividido o inteiro? Quantas partes foram tomadas desse inteiro? Como se fossem dois números distintos e um não tivesse nada a ver com o outro.

Também nos chamou a atenção uma grande preocupação com a "conceitualização" de frações: próprias (quando o numerador é menor que o denominador); impróprias (quando o numerador é maior que o denominador); e aparentes (quando o numerador e o denominador são iguais). Alguns professores não criavam sequer um pequeno problema para introduzir uma operação de somar ou subtrair frações, resultando na resolução de operações com frações isoladamente sem a mínima contextualização.

As atividades descritas não motivam o aluno para a organização de esquemas que permitam mobilizar seus conhecimentos-em-ação, nem solicitam das crianças a mobilização de conceitos prévios, que facilitem a construção de um novo conceito.

3ª questão: *Descreva como foi a sua aprendizagem pessoal do conteúdo de frações.*

O quadro 5 retrata as categorias empíricas: como os professores (colaboradores desta pesquisa) aprenderam o conteúdo de fração e como eles dizem que ensinam esse conteúdo para uma turma de 5ª série do ensino fundamental.

Quadro 5
Como o Professor Aprendeu e Declara que Ensina o Conteúdo de Fração

1. Como o professor aprendeu o Conteúdo de fração	• Basicamente de forma teórica • Estudando para ensinar. • Através de desenhos feitos no quadro de giz. • De forma tradicional • Só fazendo as operações, sem problemas. • No magistério, utilizando instrumentos e técnicas.
2. Como o professor declara que ensina o conteúdo de fração na 5ª série do ensino fundamental	• Com material concreto • Através de desenhos • Através de exposição didática • Atividades práticas • Resolvendo problemas.

Em suas falas os professores dizem que aprenderam fração de forma teórica e descontextualizada, através da repetição de modelos ensinados pelos seus antigos professores, que as concepções de fração que lhes foram passadas foram como *parte/todo* e *resultado de uma divisão* e que vieram a aprender melhor quando estudavam para dar as suas aulas como professores.

4ª questão: Como você faz a introdução do conceito de fração para uma turma de 5ª série?

Quase todos disseram na entrevista que iniciavam o conteúdo usando material concreto, para facilitar a compreensão dos alunos. Nas nossas observações, porém, encontramos professores que: (a) davam poucas instruções aos discentes, (b) copiavam os passos encontrados nos livros didáticos adotados, os quais sempre começavam por uma definição que conferia às frações um entendimento limitado de partes de alguma coisa (modelo parte-todo); e (c) apresentavam um exemplo quase sempre com uma figura que era dividida em certa quantidade de partes e algumas dessas partes eram pintadas.

Daí decorria a representação fracionária ***p/q,*** que era encontrada pelo procedimento de dupla contagem, onde ***q*** era o denominador e indicava o número de partes em que o todo foi dividido e ***p*** o numerador, que representava o número de partes do todo que foram tomadas. Após essas explicações iniciais os alunos eram levados a resolver vários exercícios de fixação sem serem desafiados a raciocinar. Nessa mesma metodologia eram trabalhadas as idéias de equivalência, conceitos de frações próprias, impróprias, aparentes, números mistos e operações com frações. Poucos professores trouxeram para suas aulas situações–problema contextualizadas para serem resolvidas pelos alunos.

A nossa constatação relacionando as respostas dadas a esta questão nas entrevistas às observações realizadas em sala de aula, é que muitos dos professores observados estudaram fração de maneira tradicional, descontextualizada e, mesmo com as oportunidades de formação continuada, maior acesso aos livros que se tem nos dias de hoje, ainda ensinam como aprenderam.

5ª questão: *Para você como ocorre a aprendizagem das crianças nesse assunto?*

Na sua fala a professora P5 acredita que a aprendizagem se dá pela repetição, ele faz o modelo e os alunos repetem, enquanto o P4 considera que a melhor maneira do aluno aprender é quando está motivado para isto, que o ensino precisa ser contextualizado, significativo para o aluno se interessar. Já o P7 acredita ainda no ensino tradicional, o qual se dá de forma abstrata e o P8 acha que o aluno só aprende quando é capaz de aplicar aquilo que aprendeu em outros contextos. As professoras P3 e P6 atribuem as dificuldades dos alunos para aprender o conceito de fração à falta de base enquanto P10 diz que seus alunos já chegam na 5ª série dominando esse conceito.

6ª questão: *Você tem dificuldade de ensinar o conceito de fração?*

Todos os 10 professores pesquisados disseram que não tinham dificuldades no ensino de frações, que era um conceito fácil de ensinar. Alguns disseram que os alunos é que tinham dificuldades de aprender o assunto.

Um ponto que nos chamou a atenção foi que P5, P8 e P10 foram os únicos que disseram que seus alunos não tinham dificuldades de aprender fração porque já vinham da 4ª série com esse conceito aprendido. Vale a pena lembrar que os três professores referidos sempre lecionaram apenas em escolas particulares.

7ª questão: *Em caso afirmativo, quais as dificuldades?*

Nenhum professor citou dificuldades no ensino de frações. Entretanto, gostaríamos de citar alguns acontecimentos detectados durante a observação das aulas:

a) Havia professores que não respeitavam o tempo dos alunos. Colocavam os exercícios no quadro e eles mesmos corrigiam não dando tempo para os alunos responderem.
b) Referiam-se a "o número de baixo e o número de cima", correspondendo ao denominador e o numerador respectivamente.
c) Um professor definiu fração para um aluno dizendo: *São partes de um todo que você pode retirar, podem ser partes iguais e não ser partes iguais.*
d) Um professor (P9) tinha material concreto em cada banca e não soube explorá-lo, ficou representando os desenhos no quadro, valorizando a abstração o tempo todo.
e) Na primeira aula, de introdução eram dados: frações próprias, impróprias e aparentes; equivalência; simplificação; adição e subtração (m.m.c e m.d.c).

f) Já começavam a aula dizendo: *hoje vamos estudar frações*, colocavam a palavra *fração* no quadro e já começavam a discorrer sobre o assunto.

g) Na aula de P3, o mesmo segurando um desenho numa cartolina representando uma parte de um chocolate dividido em duas partes iguais perguntou a turma: *o que representa esta parte*? Uma aluna ao invés de dizer 1/2, disse: *50%,* a professora não deu atenção à resposta dada. Depois de outras perguntas quando mostrou 3/4 do desenho, perguntou novamente: *o que representa esta parte*? A mesma aluna disse: *75%*, a professora parou e olhando para a aluna perguntou: *por quê*? A menina respondeu: *porque tudo é 100%.* A professora não aproveitou o momento para explicar as noções de porcentagens surgidas aleatoriamente e mudou rapidamente de assunto sem sequer comentar a resposta dada pela aluna.

Comparando as respostas dadas nas entrevistas e as observações feitas, notamos que os professores sentiam acanhamento de dizer que tinham dificuldades conceituais e pedagógicas para ensinar frações, mesmo utilizando o círculo hermenêutico dialético como técnica de coleta dos dados, na qual os entrevistados tiveram a oportunidade de ver a síntese dos entrevistados anteriores e a ela acrescer ou modificar suas respostas. Eles davam suas contribuições de forma muito cautelosa com receio de estarem errados.

8ª questão: *O que você sugere para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos?*

Todos os professores disseram que o ensino contextualizado, o uso de materiais concretos, jogos e brincadeiras são os recursos necessários e indispensáveis para facilitar a construção do conceito de frações pelos alunos.

Concordamos com os professores colaboradores desta pesquisa e acrescentamos a necessidade do professor elaborar boas seqüências didáticas nas quais os alunos possam mobilizar satisfatoriamente seus esquemas e construírem adequadamente seu conceito de fração.

CONCLUSÃO

Confrontando as respostas dadas pelos professores nas entrevistas e a observação das aulas, nas quais eles introduziam o conceito de fração podemos dizer que, não observamos uma relação entre as concepções que os professores têm acerca desse conteúdo e os seus procedimentos de ensinar e avaliar.

A análise das respostas dos professores relativas às questões da entrevista em confronto com as aulas observadas, nos leva a concluir que os mesmos ensinam do jeito que aprenderam quando estavam na 3ª série do antigo primário. Hoje, a tendência da prática desses professores é imitar os professores que tiveram no primário, e não os últimos mestres da sua graduação. Daí a responsabilidade do professor das séries iniciais do ensino fundamental (antigo primário) com o ensino de modo geral e especificamente com o ensino da matemática e das frações, porque é nesta etapa da vida que os alunos passam a gostar ou não da matéria. Se tiverem bons professores facilitadores da aprendizagem, serão alunos curiosos para aprender e futuros cidadãos conscientes e críticos durante toda a sua vida.

A pesquisa revelou que há professores que reduzem o trabalho pedagógico aos 50 minutos de uma aula e concebem o ensino como o ato de repassar o conteúdo. Revela ainda que, há aqueles que reconhecem a necessidade de estudar e de estar sempre buscando novos conhecimentos.

Isso nos leva a considerar que os professores entrevistados têm concepções bem elaboradas sobre frações; porém, nas suas aulas, o modelo *parte/todo* é o mais trabalhado e, quase sempre, é associado ao procedimento de contagem dupla o que leva os alunos a considerarem fração não como números, mas, como partes de coisas.

Nas entrevistas, os professores, de forma unânime, afirmam que a melhor maneira de levar o aluno a construir o conceito de fração é utilizando material concreto de forma contextualizada, mas, na prática, isso não é observado. Os materiais concretos apareceram, mas na maior parte das vezes, de uma forma tímida, sem contextualização, isso independentemente do tempo de serviço do professor, da formação ou da rede de atuação. Mesmo aqueles mais esforçados que prepararam aulas “diferentes” para o dia da nossa visita, não conseguiram fazer uma transposição didática que desafiasse as crianças a mobilizarem seus esquemas para a construção do conceito de fração.

De acordo com o debate que presenciamos nas reuniões de “*consenso”*, acreditamos que isso só acontecesse porque, para a maioria dos professores pesquisados, o planejamento das aulas, a pesquisa e a utilização de materiais concretos não é uma constante no seu dia-a-dia, isso demanda tempo para preparar com certa antecedência suas aulas e tempo é o que muitos não têm, devido ao grande número de aulas que ministram mensalmente.

Em algumas aulas observadas, os professores fizeram uma avaliação processual (durante as oficinas realizadas davam os comandos e acompanhavam as respostas dos alunos; se fossem certas os elogiavam e se fossem incorretas, solicitavam de alguns alunos a resposta certa ou eles próprios as corrigiam dizendo o porquê); em outras, apenas copiavam exercícios de fixação no quadro, mandavam os alunos responderem e faziam uma correção muito rápida, avaliando apenas a capacidade ou não de repetição. Em alguns casos não houve tempo nem de responder aos exercícios propostos. Alguns professores fizeram a avaliação através de jogos, momentos em que os alunos ficavam mais descontraídos, se ajudavam e corrigiam os colegas quando não acertavam. Quanto aos professores apenas circulavam pela sala e orientavam quando eram solicitados.

Os debates nas reuniões de “*consenso”,* as observações em sala de aula e o referencial teórico estudado nos levaram a refletir que, mesmo tendo conhecimento de que a transposição didática que estão fazendo em suas salas está desarticulada da realidade dos alunos, a maior parte dos professores pesquisados não consegue se desvencilhar de antigas práticas. A busca das razões pelas quais isso acontece nos leva a alguns questionamentos: a) Por que o professor diz uma coisa e na sala de aula faz outra? b) A falta de estudos teórico-pedagógicos compromete a sua transposição didática? c) A formação continuada garante uma melhor atuação na sala de aula? Pesquisas futuras podem ser direcionadas nesse contexto para discutir questões, tais como: a) A formação do professor influencia o seu trabalho de sala de aula? b) Qual a importância do estágio supervisionado na formação dos professores? c) Há necessidade da formação continuada para a prática da sala de aula dos professores?

Concluímos que existe uma distância entre o que o professor diz e o que ele faz. Na maioria das aulas observadas não foram apresentadas situações didáticas que levassem os discentes à redescoberta dos conceitos e as situações (tarefas) apresentadas não tinham significado para eles. Todos os professores entrevistados, disseram que não tinham dificuldades para ensinar frações, alguns disseram que os alunos é que tinham dificuldades para aprender. O que constatamos é que, realmente, nossos alunos têm dificuldades de compreender o conceito de fração e nossos professores, na prática, mostram ter dificuldades de ensiná-lo, ainda que, visivelmente, não o admitam.

A nossa recomendação é que o professor de algum modo consiga se atualizar, fazendo leituras teórico-pedagógicas, participando de congressos, seminários e cursos de extensão em sua área e especificamente na área de educação, que lhe serão de grande valia para o seu trabalho em sala de aula, para melhor ensinar e avaliar os conceitos matemáticos como também melhor lidar com os alunos, compreender os seus anseios, limitações, competências e habilidades.

Segundo Freire (2002 p. 46). “É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática”. Nesta sua fala o autor adverte o *educador* para a necessidade do exercício de uma ação pedagógica permeável a mudanças e que o *professor* deve ter uma postura crítica que lhe permita, após identificar os erros, promover mudanças reais que levem à melhoria das condições de vida de cada um na sociedade.

Nesse sentido, podemos contribuir para que os professores possam identificar os paradigmas de concepções sobre frações, revelados em suas práticas educativas, repensá-los e provocar rupturas com os mesmos, conscientizando-os de que sua profissão é um processo dinâmico de promoção da autonomia do ser do educando.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. *A didática da Matemática*. São Paulo: PUC, 1995.

BARDIN, *Análise de Conteúdo*, Lisboa; Edições 70, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental*. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2001.

BEHR, M. et al. Order an equivalence of rational numbers*: a clinical teaching experiment*. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323- 341, 1984.

BRYANT, Peter. *Perception and Understanding in Young Children*. London: Methuen, 1994.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia*. Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GUBA, Egon S. e LINCOLN, Ivonna, S. *Fourth generation evaluatio*n, 1989. In: OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como Fazer*: Pesquisa Qualitativa. Recife: Bagaço, 2005.

HENRY, Michel. *Didactique des mathématiques: une présentation de la didactique em vue de la formation des enseignants*. Besançon: IREM de Besançon, 1992.

KIEREN, Thomas. Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal developmente. In J. Hiebert and M. Behr (eds): Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum, 1988.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org). *Pesquisa social*: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

OLIVEIRA, Maria Marly de. *Como Fazer*: Pesquisa Qualitativa. Recife: Bagaço, 2005.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática*, uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PIAGET, Jean e INHELDER, B., and SZEMINSKA, A. *The Child's Conception of Geometry*. London: Routledge and Kegan Paul, 1960.

VERGNAUD, Gerárd. La théorie des champs conceptuels. *RDM*. V 19 Nº 23 p 133, 1990.

ANEXO - Norma de Submissão à Revista SBEM

SUBMISSÃO DE TRABALHOS

Para submeter um trabalho a ser publicado na revista da SBEM envie o arquivo para o e-mail: revista@sbem.com.br

NORMAS PARA PUBLICAÇÃO

1) Os textos devem ser inéditos, e enviados unicamente em arquivo formato “DOC”, por via eletrônica para revista@sbem.com.br

2) O texto deverá conter título, seguido do(s) nome(s) do(s) autor(es) e da(s) respectiva(s) instituição(ões).

3) O texto deverá ser digitalizado em Word para Windows, A4, fonte Times New Roman, corpo 12, recuo 0, espaçamento 0, alinhamento justificado e entrelinhas 1,5.

4) O texto não deverá superar 40 páginas para artigos, 20 páginas para relatos de experiência, 10 páginas para crônicas e 5 páginas para resenhas.

5) As citações literais, com mais de cinco linhas, deverão ser colocadas com parágrafo recuado de 4 cm, em itálico, seguidas do sobrenome do autor, em letras maiúsculas, ano de publicação e página citada (tudo entre parêntese). As citações com menos de cinco linhas, em itálico, poderão ser incorporadas Ao texto.

http:// www.sbem.com.br/index.php?op=EMR 9/1/2007

De:	revista@sbem.com.br
Para:	cacildatomachado
Data:	11/01/2007 12:03
Assunto:	Re: ARTIGO PARA ANÁLISE - Cacilda Machado

Prezado (a) Colega Cacilda,

Acusamos o recebimento do texto intitulado CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE NÚMEROS FRACIONÁRIOS, SUAS EXPERIÊNCIAS E AS IMPLICAÇÕES EM SUAS PRÁTICAS NA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL submetido para publicação em Educação Matemática em Revista.

Estamos encaminhando a proposta para avaliação pela Comissão Editorial da SBEM, e em breve estaremos entrando em contato.

Agradecendo a participação.

SBEM

Sociedade Brasileira de Educação Matemática
Diretoria Nacional Executiva
Av. Prof. Luiz Freire S/N
CDU - Recife - PE
CEP 50740-540
Departamento de matemática - UFPE, sala 108
Fone/Fax 81 - 3272 7563
sbem@sbem.com.br
----- Original Message -----
From: "cacildatomachado" <cacildatomachado@uol.com.br>
To: "revista" <revista@sbem.com.br>; "cacildatomachado"