MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS DE ORDEM INVERSA:

PROPOSTA DE ENSINO EM CONTEXTO SIGNIFICATIVO DE JOGO POR MEIO DE UM SUPORTE REPRESENTACIONAL

Ana Paula Bezerra da Silva

Recife, Janeiro de 2008.

ANA PAULA BEZERRA DA SILVA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS DE ORDEM INVERSA:

PROPOSTA DE ENSINO EM CONTEXTO SIGNIFICATIVO DE JOGO POR MEIO DE UM SUPORTE REPRESENTACIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Mestranda: Ana Paula Bezerra da Silva
Orientadora: Dra. Josinalva Estacio Menezes

Recife, Janeiro de 2008.

FICHA CATALOGRÁFICA

S586r Silva, Ana Paula Bezerra da
Resolução de problemas aditivos de ordem inversa: proposta de ensino em contexto significativo de jogo por meio de um suporte representacional / Ana Paula Bezerra da Silva.
115 f. : il.

Orientadora : Josinalva Estacio Menezes
Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco. Departamento de Educação.
Inclui apêndice bibliografia.

CDD 371. 3

1. Aditivos inversos
2. Problemas
3. Jogos
4. Diagrama
5. Didática
I. Menezes, Josinalva Estacio
II. Título

ANA PAULA BEZERRA DA SILVA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS DE ORDEM INVERSA:
PROPOSTA DE ENSINO EM CONTEXTO SIGNIFICATIVO DE JOGO POR MEIO DE UM SUPORTE REPRESENTACIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovado em 08 de 01 de 2008.

COMISSÃO EXAMINADORA:

Profª. Drª. Josinalva Estacio Menezes
Presidente

Profª. Drª. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
1º Examinador

Profª. Drª. Heloisa Flora Brasil Nóbrega Bastos
2º Examinador

Profª. Drª. Zélia Maria Soares Jófili
3º Examinador

Dedico esta dissertação a todos os filhos de Deus, que assim como eu, acreditaram nos seus sonhos, e pedindo forças a Ele, lançaram mãos de seus medos para lutarem com coragem e dignidade por um ideal.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, pois assim deve ser.

Em especial à professora Josinalva Menezes (Jô), por aceitar orientar esta pesquisa, superando as dificuldades que surgiram.

Aos meus pais Lia e Nado pelo apoio dado, cada um a seu modo, em mais uma etapa da minha vida.

Ao meu irmão Rodrigo por ter sido *"meu óculos"*, como assim ele falou quando o chamei pela primeira vez para testar o jogo *Carta Misteriosa.*

Ao meu irmão Renato, sobrinhas, cunhada, tios, primos e amigos por entenderem quando eu dizia *... eu não posso, vou estudar!*

À professora Rute Borba, pela confiança e paciência em me lançar no mundo da pesquisa.

A todos os professores do mestrado que contribuíram de forma significativa, em destaque, as professoras Zélia Jófili, Heloisa Bastos e Marly Oliveira pelos ensinamentos e estímulos oferecidos durante o curso.

À professora Mônica Lins pela rica contribuição dada na etapa final da pesquisa.

À amiga Ana Luiza Rolim, por trocar idéias durante as várias leituras dos capítulos e por sempre me motivar antes e durante o curso.

À direção da Escola Municipal Eliane Carneiro (campo da pesquisa) pela disponibilidade e confiança, bem como, à professora de matemática da turma.

Aos meus colegas professores, coordenadores e direção da Escola João Cavalcanti Petribú em Carpina e do Colégio Municipal do Paudalho pelos incentivos e apoio.

A todos e todas, muito obrigada!

RESUMO

Nesta pesquisa, de caráter experimental, analisamos a contribuição de uma metodologia de ensino para o aprimoramento na compreensão dos alunos ao resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa, baseada nas referências da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, focando em especial as Estruturas Aditivas. O universo da pesquisa foi constituído por alunos de uma 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal em Carpina-PE. Foram selecionados 24 alunos que apresentavam dificuldades no cálculo relacional, divididos em quatro grupos que participaram de atividades de intervenção diferenciadas: G1 – uso do diagrama; G2 – uso do jogo *Carta Misteriosa* (criado pela pesquisadora); G3 – uso do jogo *Carta Misteriosa* mais diagrama; G4 – grupo de controle. Os alunos responderam a um pré-teste composto por problemas de valor inicial desconhecido e de transformação desconhecida, nas situações de acréscimo e decréscimo. Terminada a etapa das atividades de intervenção, os alunos responderam a um pós-teste com problemas análogos aos do pré-teste. Os resultados da análise dos dados, quantitativos e qualitativos, indicaram diferenças de desempenho dos grupos no pós-teste, apontando como melhor resultado o grupo G3 que teve uma intervenção com ênfase no contexto significativo de jogo, mais uma representação simbólica de suporte – diagrama. Como principal contribuição desta pesquisa, ressaltamos a necessidade dos professores oportunizarem aos alunos uma diversidade maior de situações e recursos representacionais que os ajudem a compreender e a desenvolver o raciocínio aditivo, buscando desenvolver um trabalho matemático significativo e interativo (como a proposta de um jogo), aliado ao uso de diferentes formas de representação simbólica.

Palavras-chave: Resolução de Problemas Aditivos Inversos; Diagrama; Jogo.

ABSTRACT

By means of this experimental character research, the contribution of a teaching methodology developed was analyzed in order to foster a better student' comprehension of inverse order adding problem, based on Gérard Vergnaud's Conceptual Fields Theory, focusing especially Adding Structures. The research corpus was made up of a fourth grade group of students, from an elementary school municipality system in the city of Carpina-PE. Twenty four students were selected who faced difficulties in relational calculus. Those students were divided into four distinct experimental groups that participated of diverse intervenient tasks: G1 – used math diagrams; G2 – used *Carta Misteriosa* game (search creation); G3 – used math diagrams and *Carta Misteriosa* game; G4 – controlled group. The students answered a pre-testing sample composed of problems whose initial values were unknown and unknown transformation problems, in situations of increasing and decreasing. Once the stage of intervenient tasks was done, students answered a post-testing with analogous problems as in the pre-testing. The results of data analysis, quantitative and qualitative, have indicated different performances within groups analyzed in the post-testing, thus, pinpointing that the group G3 with better scores was the one that went through a more meaningful contextualizing game intervention in addition to supportive symbolic representation systems – math diagram. The main contribution of this study emphasizes the necessity that teachers should create opportunities, so that students, get to know a better variety of situational and resource representations that will help students understand and develop the adding reasoning skills. All in all, based on this study, teachers can develop a math project which may turn classes into a more significant and interactive (as the game here indicated) tool through applying distinct forms of symbolic representation systems.

Key-Word: Inverse Adding Problems Solving; Math Diagrams; Game.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Analisando o bloco de provas do bimestre, respondidas por um aluno que na época estudava a 3ª série do Ensino Fundamental, a prova de Matemática despertou a atenção. Como era objetiva (marcar X, ao lado do problema descrito), o aluno fazia uma adição, uma subtração, uma multiplicação e uma divisão com os dados apresentados no problema, marcando como resposta correta a alternativa que continha um daqueles resultados. Quando questionei o aluno sobre o porquê de tanta operação, a resposta foi direta: ***eu não sei que conta é pra fazer*.** Acerca desse assunto, Nunes (1986), Lerner (1995) e Charnay (1996) apud Oliveira, 2000 dizem:

> Diversas podem ser as dificuldades de alunos de Ensino Fundamental ao resolverem problemas que envolvem uma ou mais operações aritméticas. Essas dificuldades podem estar, dentre outras, na escolha da operação para solucionar um problema ou na efetuação da estratégia de resolução selecionada. Desde a década de 80, a resolução de problemas tem sido muito estudada e pesquisada devido à sua grande importância no Ensino da Matemática (OLIVEIRA, 2000, p. 24).

Observando as conversas de alguns professores do Ensino Fundamental, é comum ouvir depoimentos de que muitos alunos perguntam quando vão resolver um problema aditivo, se “é pra somar ou pra subtrair”. Para Centurion (1994), isso sinaliza que o aluno não conseguiu identificar no problema quais as idéias envolvidas e não associou logicamente a essas idéias às operações a serem realizadas.

Não sabendo, claramente, que operação efetuar, os alunos fazem contas com os números que aparecem no problema, sem a preocupação em responder por que usaram tal operação. Dessa forma, mesmo em séries mais avançadas, um bom número de alunos ainda apresenta dificuldades na resolução de alguns tipos de problemas aditivos.

Mesmo quando fazem a escolha adequada da operação aritmética, muitas vezes os alunos embora capazes de resolver problemas aditivos no seu dia-a-dia, não conseguem uma solução coerente num problema escrito. A esse respeito, Cerquetti-Aberkane e Berdonneau (2001) afirmam que, quando o enunciado de um problema é apresentado sob a forma de um texto escrito, muitas crianças não estabelecem vínculos entre a situação real e sua descrição no texto.

No passado, a maioria dos estudos que investigaram o ensino e a aprendizagem da adição e subtração concentraram seu objeto de estudo nos procedimentos utilizados em operações com números multidígitos. Muitas pesquisas foram feitas para ajudar alunos a entenderem, por exemplo, subtração com empréstimo (RESNICK, 1982; 1983 e VAN LEHN, 1983, apud NUNES & BRYANT, 1997). Mais recentemente, os focos principais das pesquisas sobre adição e subtração têm sido a resolução de problemas e a compreensão conceitual básica das operações aritméticas – significados, propriedades e relações (NUNES & BRYANT, 1997).

No sentido de interpretar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas aritméticos, Vergnaud (1982) fez uma classificação distinguindo o cálculo relacional (escolha da operação) do cálculo numérico (efetuar a operação). Os alunos podem ter dificuldades nestes dois tipos de cálculos, porém, muitos estudos apontam o cálculo relacional como o que os alunos sentem mais dificuldades, uma vez que é necessário que o aluno tome decisões sobre as estratégias de resolução do problema. Em nosso estudo focaremos as dificuldades de natureza relacional.

Os problemas aditivos também ocupam lugar de discussão nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1997), conjuntamente com outros campos conceituais. Nos PCN afirma-se que este campo conceitual deve ser desenvolvido e planejado conjuntamente com todos os professores do Ensino Fundamental, não apenas com os das primeiras séries, mas também com os das quintas e sextas séries. Os PCN também chamam a atenção para o professor conhecer e trabalhar com seus alunos diferentes tipos de problemas aditivos, iniciando com os de estrutura mais simples até os problemas mais complexos.

Insistir na repetição de atividades em sala de aula de um único tipo de problema aditivo, geralmente problemas de valor final desconhecido – situações de acréscimo ou decréscimo, alternando apenas os valores dos dados do problema, não proporcionará a compreensão mental necessária para a resolução de problemas mais complexos. Borba e Santos (1997) dizem que é necessária uma ampla discussão, em sala de aula, das relações implícitas nos dados apresentados nos problemas, de maneira que os alunos desenvolvam a capacidade de compreender estruturas diferenciadas.

Para cada uma das categorias gerais dos problemas aditivos são necessários processos mentais diferenciados. Essa constatação indica a necessidade do professor trabalhar de forma diversificada com problemas de estrutura aditiva, apresentando diferentes tipos de problemas e discutindo as relações implícitas nos dados apresentados. Sendo assim, este trabalho traz uma contribuição sobre o que se deve considerar para auxiliar os alunos a superarem suas dificuldades na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

Embora muitos estudos dentro da Educação Matemática já tenham abordado os problemas aditivos, pesquisas ainda são necessárias sobre como os alunos desenvolvem sua compreensão de problemas aditivos mais complexos, como os Problemas Aditivos de Ordem Inversa (valor inicial desconhecido ou transformação desconhecida) – foco da presente pesquisa.

Julgamos importante que os alunos possam vivenciar situações diferenciadas, para ampliar seu raciocínio aditivo e sejam capazes de compreender e buscar meios apropriados para solucionar problemas escolares e do seu dia-a-dia.

Neste sentido, esta pesquisa analisa o desempenho obtido por um grupo de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal em Carpina-PE, diante das intervenções sugeridas pela pesquisadora, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1985), para os problemas matemáticos de Estrutura Aditiva de Ordem Inversa.

PROBLEMA DE PESQUISA

Analisar o papel de contextos significativos, como o do jogo proposto (*Carta Misteriosa*), e de representações simbólicas (Diagrama), na compreensão de problemas inversos de estruturas aditivas.

Sendo assim, esta pesquisa sugere atividades nas quais os alunos possam interagir com as situações vivenciadas nos problemas e que possam gerar representações simbólicas que os auxiliem na compreensão dos mesmos.

HIPÓTESE

A hipótese é que o grupo de alunos submetido à intervenção com ênfase no contexto significativo do jogo mais uma representação simbólica de suporte, terá melhores condições de estabelecer as relações existentes em Problemas Aditivos de Ordem Inversa no pós-teste.

Acreditamos que a dificuldade de compreensão de Problemas Aditivos de Ordem Inversa tem um componente representacional e, portanto, ensinar o aluno a representar problemas inversos em contextos que lhes são familiares pode auxiliá-los na compreensão dos mesmos.

OBJETIVO GERAL

Analisar a contribuição de uma metodologia de ensino para melhorar a compreensão dos alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

i) Analisar como a utilização de um contexto significativo – o jogo *Carta Misteriosa* – e representações que explicitam as relações entre os dados de um problema podem auxiliar alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa;

ii) Analisar o desenvolvimento dos alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa, após cada tipo de intervenção.

ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Além desta introdução, que proporciona uma visão geral da dissertação, o presente estudo tem a seguinte estrutura:

No primeiro capítulo apresentamos o referencial teórico, que vem fundamentado nos estudos de Vergnaud (1986) sobre a Teoria dos Campos Conceituais relativos à Estrutura Aditiva. Ainda nesse capítulo, são expressos o desenvolvimento do campo conceitual das estruturas aditivas, a utilização de jogos na aula de Matemática e a revisão da literatura orientada por alguns estudos realizados sobre o assunto em foco.

No segundo capítulo, relatamos a maneira como foram desenvolvidas as atividades de pesquisa em campo, descrevendo os procedimentos metodológicos da pesquisa: sua concepção, os instrumentos, sua trajetória e o desenvolvimento das atividades de intervenção.

No terceiro capítulo apresentamos a análise quantitativa dos resultados no pré-teste e no pós-teste, complementada com uma análise qualitativa dos resultados individuais dos alunos no pós-teste. A análise quantitativa faz referência aos percentuais de erros e acertos em cada questão e a análise qualitativa verifica o procedimento usado pelos alunos na resolução dos problemas, sempre comparando as dificuldades apresentadas com as dificuldades relacionadas no referencial teórico.

Por fim, as conclusões decorrentes das análises realizadas sobre o que foi possível observar no desenvolvimento da pesquisa, destacando a funcionalidade de cada recurso utilizado nas atividades de intervenção, bem como seus efeitos nos resultados apresentados por cada grupo.

CAPÍTULO I - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O ensino das operações de adição e subtração precisa ser explorado nas séries iniciais. Às vezes, professores do Ensino Fundamental concentram-se em ensinar separadamente os conceitos de adição e subtração. Essa atitude ignora a importância do significado dessas operações e faz o aluno não estabelecer a relação existente entre elas.

Segundo Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005), ao invés de ter-se como objetivo ensinar a adição e a subtração, precisa-se pensar em promover a coordenação dos três esquemas de ação do raciocínio aditivo (juntar, retirar e colocar em correspondência um a um) ligados a esses conceitos. Esses três esquemas podem ser desenvolvidos separadamente ou em uma única situação-problema. Por exemplo: *Ana tem R$10,00 e Pedro tem R$ 17,00*. Podemos perguntar: a) *Quantos reais têm os dois*? (raciocínio aditivo de juntar); b) *Quantos reais Ana tem a menos que Pedro*? (raciocínio aditivo de retirar); c) *Quem tem menos reais*? (raciocínio aditivo de colocar em correspondência um a um).

Os PCN de Matemática indicam, entre os objetivos do Ensino Fundamental da Matemática, a “resolução de situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos... e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos” (BRASIL, 1997, p. 81). Cabe assim, ao Ensino Fundamental, a tarefa de transformar os esquemas em conceitos operatórios.

Diante de tudo isso, para que o aluno tenha possibilidade de ampliar seus conhecimentos aditivos, é importante que o professor trabalhe situações variadas, nas quais os alunos precisem refletir sobre as idéias envolvidas. Mais adiante apresentaremos algumas situações que possibilitaram aos alunos fazerem tal reflexão.

Faz parte do senso comum entre pais, professores e programas que um assunto matemático estudado em um ano, no ano seguinte seja considerado como adquirido pelo aluno. A experiência em sala de aula aponta que é mais sensato voltar os assuntos, ano após ano, aprofundando e introduzindo situações complexas contendo novos aspectos. Vergnaud diz que:

> Existem fortes correlações, fortes hierarquias e também numerosas situações metafóricas no tratamento dos problemas numéricos. É esta consideração que conduz à convicção que é necessário, para compreender o desenvolvimento e a apropriação dos conhecimentos, estudar conjuntos bastante vastos de situações e conceitos, ou seja, Campo Conceitual (VERGNAUD, 1986, p.81).

Portanto, a aquisição do conhecimento varia de acordo com a experiência e com o desenvolvimento desses conceitos, ao longo do tempo, pelo aluno.

A fim de fundamentar uma investigação sobre Estruturas Aditivas – Problemas de Ordem Inversa – observamos a necessidade de discutir, para o trabalho que se pretende desenvolver:

- Teoria dos Campos Conceituais;
- Campos Conceituais das Estruturas Aditivas;
- Resolução de Problemas Matemáticos;
- Utilização de Jogos nas Aulas de Matemática;
- Revisão da Literatura de Estudos sobre Estruturas Aditivas.

1. 1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Segundo Gérard Vergnaud (1983), a Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas.

Segundo Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001), quando Vergnaud propõe estudar um Campo Conceitual, ao invés de um conceito, ele está afirmando que numa situação-problema qualquer, nunca um conceito aparece isolado. Tomemos por exemplo uma situação aditiva simples: *Marta tinha 6 camisetas e* *no seu aniversário sua avó lhe deu 3 camisetas. Quantas camisetas Marta tem agora?* Os conceitos envolvidos que o aluno precisa ter adquirido para resolver com sucesso o problema são: Adição, Temporalidade (tinha, tem agora), Contagem (depois do 5 vem o 6, depois o 7).

Os conceitos matemáticos assumem sentido diante da variedade de situações e essas situações não são analisadas por um único conceito (MAGINA et al, 2001).

> Vergnaud define Campo Conceitual como sendo um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes mas, intimamente relacionados (VERGNAUD, 1986, p. 84).

Segundo Vergnaud (1986, p. 83), a construção de um conceito é feita a partir de um *triplet* de três conjuntos (S, I, R):

S: conjunto das Situações que dão sentido às diferentes propriedades (referência);

I: conjunto de Invariantes que constituem as diferentes propriedades do conceito (significado);

R: conjunto das Representações simbólicas que podem ser utilizadas (significante).

Os conceitos matemáticos desenham seus sentidos a partir de diversas situações e cada situação necessita de mais de um conceito para ser analisada. Uma situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas para as quais é necessário conhecer suas naturezas e dificuldades próprias. Muitas de nossas concepções vêm das primeiras situações que fomos capazes de dominar ou de nossa experiência tentando modificá-las (VERGNAUD, 1996, p.117).

Por tudo isso, podemos dizer que um Campo Conceitual é, em primeiro lugar, um conjunto de situações que requer o domínio de vários conceitos de naturezas distintas (VERGNAUD, 1998, p.141).

1.1.1 Situações e Esquemas

A definição dada por Vergnaud de situação não é a de situação didática, mas sim a de tarefa, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias. A dificuldade de uma tarefa não é nem a soma nem o produto das diferentes subtarefas envolvidas, mas é claro que o desempenho em cada subtarefa afeta o desempenho global (VERGNAUD, 1990, p. 146; 1993 p.9, apud MOREIRA, 2002).

Vergnaud recorre também ao sentido que, segundo ele, é atribuído usualmente pelo psicólogo ao conceito de situação - os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais é confrontado, destacando duas idéias principais em relação ao sentido de situações:

a) A variedade: existe uma grande variedade de situações em um campo conceitual dado, e as variáveis de situações são um meio de gerar de maneira sistemática o conjunto de classes possíveis;

b) A história: os conhecimentos dos alunos são elaborados pelas situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo pelas situações em que esses conhecimentos foram constituídos.

As situações (tarefas) dão sentido ao conceito e são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito (BARAIS & VERGNAUD, 1990); mas o sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos. O sentido é uma relação do sujeito com as situações e com os significantes (representações simbólicas). Mais precisamente, são os esquemas (Ibid).

Vergnaud chama de **esquema** à organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. Segundo ele, é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

Um esquema não é estereótipo e sim uma função temporalizada de argumentos, que permitem gerar diferentes seqüências de ações e tomadas de informações em função dos valores das variáveis da situação (VERGNAUD, 1990, apud FRANCHI, 1999). Isto só é possível porque um esquema comporta:

- Invariantes Operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que pilotam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação e a apreensão da informação sobre a situação a tratar;
- Antecipação do objeto a alcançar, dos efeitos a considerar e das etapas intermediárias eventuais;
- Regras de ação do tipo "se ... então", que permitem gerar a seqüência de ações do sujeito;
- Inferências, que permitem calcular as regras e as antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operatórios de que dispõe o sujeito.

Esquema é o conceito introduzido por Piaget para dar conta das formas de organização, tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais. Um esquema gera ações e deve conter regras. A seqüência de ações depende dos parâmetros da situação (BARAIS & VERGNAUD, 1990).

Como foi dito, para Vergnaud (1993), os esquemas referem-se necessariamente às seguintes situações, ou classes de situações:

- Classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
- Classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

Para Vergnaud (1996), a educação, portanto, deve contribuir para que o sujeito desenvolva um repertório amplo e diversificado de esquemas, porém procurando evitar que esses esquemas se convertam em estereótipos esclerosados.

Nesta pesquisa, o nosso interesse na Teoria dos Campos Conceituais está voltado para a verificação do tripé (situações, representações e invariantes operatórios) do conceito aditivo que aparece na resolução de problemas de Ordem Inversa.

1.1.2 Os papeis dos três conjuntos **(S, I, R)** *no desenvolvimento conceitual*

Dominar um procedimento matemático, geralmente, não garante a escolha correta para resolver um problema. É preciso entender a situação-problema a fim de pensar matematicamente sobre ela (NUNES & BRYANT, 1997).

> [...] para pensar matematicamente, precisamos conhecer os sistemas matemáticos de representações que utilizamos como ferramenta. Estes sistemas devem ter sentido, ou seja, devem estar relacionados às situações nas quais podem ser usados. Precisamos ser capazes de entender a lógica destas situações, as invariáveis, para que possamos escolher as formas apropriadas de matemática (NUNES & BRYANT, 1997, p. 30).

É a compreensão das situações que dá sentido a procedimentos matemáticos tomados pelos alunos, e nos permite saber o que significa manter algo invariável. Se os sistemas de representações e procedimentos para manipular estes símbolos (resultados, números e operações) irão influenciar o nosso pensamento, eles devem ter sentido, ou seja, devem estar conectados com algumas situações nas quais eles podem ser usados.

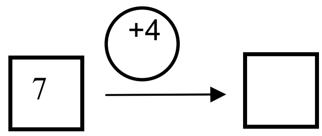
Podemos exemplificar a situação, os invariantes operatórios e as representações na seguinte situação-problema: *Nalva tem alguns livros, então Rodrigo lhe deu mais 3 livros. Agora ela tem 9 livros. Quantos livros Nalva tinha antes de Rodrigo lhe dar os livros*? O quadro 1, mostra cada uma das dimensões embutidas na situação-problema.

SITUAÇÃO	INVARIANTES OPERATÓRIOS	REPRESENTAÇÕES
Quanto devo somar a 3 para obter 9.	$a + b = c \Rightarrow a = c - b$ e $a + b = b + a$ onde *a, b* e *c são* números.	/// ////// ou ? + 3 = 9

Quadro 1 – Três dimensões (S, I, R) envolvidos na construção de um conceito.

Se o aluno tentar representar a situação-problema, sem saber qual operação aritmética é necessária para resolver, ele pode usar os dedos ou tracinhos para somar 3 com algum número até obter 9. Implicitamente, o aluno modela o problema, no entanto, esta situação requer que o aluno reconheça mais uma invariável da adição: a comutatividade ($a + b = b + a$). Isto significa que o aluno supõe que somar um número a 3 é o mesmo que somar 3 a um número. Para a representação aritmética seriam requeridas do aluno duas operações de pensamento, a comutatividade e inversão da adição, que correspondem a chegar à solução através de subtração.

Em seus estudos, Vergnaud (1982) fez uma classificação das dificuldades dos problemas e analisou o raciocínio requerido para resolvê-los. Para se entender essa classificação, no sentido de melhor interpretar o comportamento dos alunos que se defrontam com problemas aritméticos elementares, ele fez a distinção entre o cálculo **relacional** e **numérico**. O cálculo numérico refere-se às operações usuais de adição, subtração, multiplicação e divisão. O cálculo relacional refere-se às operações de pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações envolvidas. Vergnaud afirma que o diagrama é uma forma de expressar o raciocínio a ser tomado para resolver o problema, como pode ser exemplificado na situação descrita no Quadro 2:

Problema	Cálculo Relacional e Diagrama	Cálculo Numérico
Carlos tinha 7 reais e ganhou de sua avó 4 reais. Quanto ele tem agora?	 Aplicar uma transformação positiva direta ao valor inicial.	Adição: $7 + 4 = ?$

Quadro 2: Distinção entre o cálculo relacional e o cálculo numérico em um problema.

Há diferenças interessantes no nível de dificuldade entre os Problemas Aditivos de Ordem Inversa que serão apresentadas e detalhadas mais adiante. No entanto, a construção de um conceito pode ser feita pelo aluno quando passa pela compreensão da situação, dos invariantes operatórios e das representações no desenvolvimento conceitual do campo aditivo.

1. 2 CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

Diante da definição de Campo Conceitual, apresentada por Vergnaud (1986), fica sem sentido estudar a adição e subtração isoladamente. O ideal seria estudar, dentro de um Campo Conceitual, as Estruturas Aditivas. Mais adiante, na revisão de literatura, serão detalhadas algumas pesquisas fundamentadas na teoria dos Campos Conceituais, todas tendo como objeto de estudo as situações de Estrutura Aditiva.

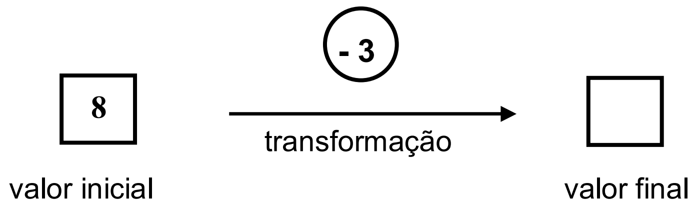
Vergnaud (1986) considera o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, o conjunto das situações que requerem uma adição, uma subtração, ou uma combinação dessas operações.

> O Campo Conceitual das Estruturas Aditivas é, há um tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos como tarefas matemáticas. (VERGNAUD, 1993, p.10).

Para Vergnaud (1986), as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se deparam. Isto pode levar a uma grande defasagem entre essas concepções e os conceitos matemáticos. Por exemplo, se um aluno de 4ª série só compreende o conceito de fração como uma quantidade fracionária numa relação parte-todo, ele não pode perceber a riqueza e o alcance dos números racionais.

De acordo com Vergnaud, a primeira concepção da subtração, para um aluno, consiste na diminuição de uma quantidade inicial, por consumo, perda ou venda (1986, p.76).

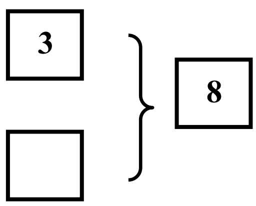
Exemplo 01: Jean tinha 8 bombons e come 3. Quantos bombons tem agora?



Para Vergnaud (1986), a partir de tal concepção, não é imediata a compreensão do aluno em relação à subtração:

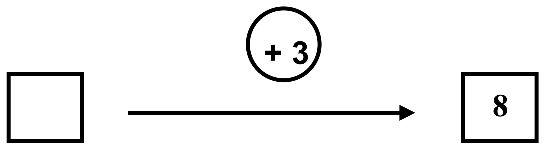
a) **Como complemento**

Exemplo 02: Há 8 crianças à mesa no aniversário de Diana. Três são meninas. Quantos meninos há?



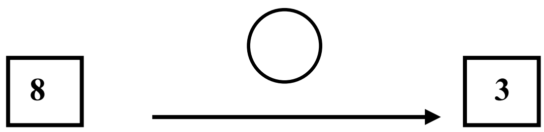
b) Como inverso de um aumento

Exemplo 03: Janine acaba de receber 3 reais da avó. Tem agora 8 reais. Quantos reais ela tinha antes?



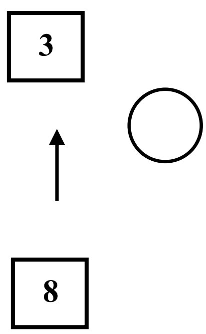
c) Como diferença entre estados sucessivos

Exemplo 04: Roberto tinha 8 bolas antes de jogar com Isabelle. Agora tem 3 bolas. O que é que se passou durante o jogo?



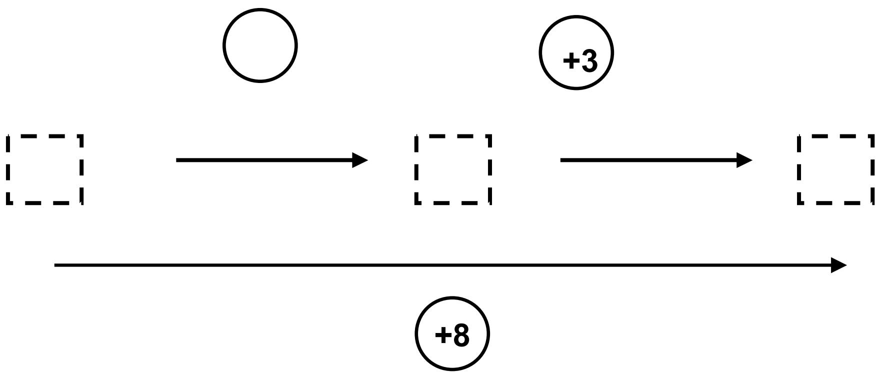
d) Como relação de Comparação

Exemplo 05: Suzane tem 3 reais no bolso. Bety tem 8 reais. Quantos é que Suzane tem a menos que Bety?



e) Como diferença entre transformações

Exemplo 06: Frederico jogou duas partidas de bola. Na segunda ganhou 3 bolas. Ele já não se lembra do que se passou na primeira partida, mas quando ele, no fim, conta as bolas apercebe-se de que ganhou 8 bolas ao todo. O que é que se passou na primeira partida?



Podemos facilmente imaginar as dificuldades que os alunos podem encontrar na extensão da significação da subtração, a partir da sua concepção primitiva da subtração como “diminuição”.

Segundo Vergnaud, cada um dos casos evocados supõe um cálculo relacional (cálculo sobre relações) distinto; e, no entanto, todos estes cálculos relacionais conduzem à escolha da mesma operação aritmética 8 – 3 (Ibid).

Conforme Magina et al (2001) citam, baseados nos estudos de Vergnaud (1982), nas estruturas aditivas encontram-se três grupos básicos de problemas que, segundo suas características, podem ser classificados como:

- Problemas de *composição:* compreendem as situações que envolvem parte-todo – juntar uma parte com outra parte para obter o todo, ou subtrair uma parte do todo para obter a outra parte.

- Problemas de *transformação:* são aqueles que tratam de situações em que a idéia temporal está sempre envolvida – no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (por acréscimo ou decréscimo), chegando ao estado final com outra quantidade.

- Problemas de *comparação:* dizem respeito aos problemas que comparam duas quantidades, uma denominada referente e a outra, referido.

Pesquisas mostram que os problemas aditivos apresentam graus de dificuldades dentro de cada grupo (combinação, transformação ou comparação) e entre eles (situação de acréscimo ou decréscimo), da seguinte maneira:

Os problemas do tipo composição que perguntam sobre o total, por exemplo: *Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque*?, são mais fáceis em relação aos problemas que perguntam sobre uma das partes, por exemplo: *Um aquário tem 9 peixes de cores amarela e vermelha. Cinco peixes são amarelos, quantos são os peixes vermelhos*?. Neste caso, a dificuldade do problema se encontra na necessidade de subtrair uma parte do total para obter a outra parte.

Os problemas do tipo transformação de valor inicial desconhecido, por exemplo: *Maria tinha alguns biscoitos e deu 4 biscoitos para seu irmão, ficando com 8 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes*?, e os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo; *Carlos tinha 4 bolas de gude, ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou*? são problemas mais difíceis que os demais do mesmo grupo (problemas de transformação protótipos – situações de acréscimo/decréscimo e transformação desconhecida – situação de decréscimo). A dificuldade desses problemas consiste em usar as ações contrárias sinalizadas nos verbos, isto é, usar a operação inversa para obter a resposta correta.

Os problemas do tipo comparação em que o referente é desconhecido, por exemplo: *Tatiana tem 3 bolas. Ela tem 5 bolas a menos que Pedro. Quantas bolas Pedro tem*?, são mais difíceis que os demais do mesmo grupo (problemas de referido desconhecido e relação positiva/negativa desconhecida). A dificuldade do problema se encontra em comparar as quantidades e quantificar essa comparação para dar corretamente a resposta.

Essas inferências são feitas baseadas nos resultados encontrados em uma pesquisa que mostrava que a posição da incógnita influenciava nas dificuldades dos problemas (HIEBERT, 1982 apud SÁ, 2005). Neste sentido, é de importância para a Educação Matemática uma maior identificação da compreensão das causas das dificuldades encontradas pelos alunos na resolução dos diversos tipos de problemas aditivos.

Devido à grande diversidade de conceitos envolvidos nas estruturas desses problemas, os alunos vão adquirindo tais conhecimentos, a médio e longo prazo (MENDONÇA, PINTO, CAZORLA E RIBEIRO, 2007, p. 225). A respeito desta maturidade Nunes et al (2001, p. 39) dizem que o desenvolvimento do raciocínio aditivo pode ser observado claramente quando são apresentados aos alunos problemas mais complexos, que exigem a utilização de raciocínio que vá além da aplicação direta de seus esquemas de ação.

Uma das conseqüências dos estudos piagetianos para a Educação Matemática é a de que a compreensão das operações aritméticas tem origem em **esquemas de ação**. Esquemas de ação são constituídos por uma representação da ação em que aparecem apenas os aspectos essenciais, não importando os objetos sobre os quais a ação foi executada. Se, por exemplo, for dito a um aluno: "*Imagine que você tem 2 carros e seu primo lhe deu mais 4 carros, com quantos você ficou*?" o mesmo pode usar os dedos para representar os carros, esticando dois dedos de uma das mãos e depois mais quatro da outra, contando depois tudo. A solução deste problema direto de transformação, embora haja representação direta do problema, já implica numa abstração, pois, ao responder "6 carros" o que o aluno conta não são carros e sim dedos. Essa solução é obtida pelo esquema de ação de juntar. Além de usar símbolos para representar os carros, o aluno também utiliza um instrumento simbólico, isto é, ele usa números, para quantificar sua resposta. Assim, o esquema de ação mais representações culturalmente desenvolvidas, resultam na resposta de 6 carros.

No exemplo citado no parágrafo anterior, o aluno considerou apenas a ação, não os objetos que ele usou para resolver o problema. O aluno pode compreender apenas de modo implícito, sem ser capaz de verbalizar: "o todo é igual à soma das partes". Vergnaud (1982) chamou essa forma de conhecimento de **Teorema-em-ação**.

Segundo Nunes et al (2001), a função mais significante da Educação Matemática é promover a coordenação dos esquemas de ação e de raciocínio que o aluno desenvolve fora da sala de aula, com as representações que fazem parte da cultura Matemática. Esses esquemas de ação, desenvolvidos por alunos na sua vida diária para resolver problemas, precisam ser coordenados com o sistema de numeração, para que o aluno possa resolver mesmo os mais simples problemas de adição e de subtração.

Existem problemas aditivos em que o grau de complexidade exigirá dos alunos estruturas de ações mais sofisticadas, a exemplo dos Problemas de Transformação de Ordem Inversa, citados anteriormente. O nível de desenvolvimento cognitivo e o melhor entendimento dos alunos, de como representar simbolicamente as diferentes estruturas, possibilitarão o domínio dos diferentes tipos de problemas.

Riley et al (1983, apud NUNES & BRYANT, 1997) apresentaram problemas de adição e subtração a alunos norte-americanos e lhes permitiram resolver esses problemas usando blocos de apoio. Perceberam que os alunos foram bem sucedidos tanto em alguns problemas de subtração como de adição.

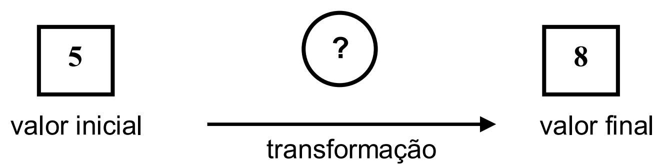
No entanto, isso não significa necessariamente que estes alunos dominavam os conceitos de adição e subtração. As perguntas que lhes foram feitas referiam-se a um tipo de situação apenas, isto é, foram solicitadas a transformar uma quantidade acrescentando ou subtraindo dela.

A dificuldade de um problema é determinada não apenas pela situação, mas também pelas **invariáveis** da adição e subtração ou pelas **operações de pensamento** (VERGNAUD, 1982) que precisam ser entendidas pelos alunos para resolver um problema específico, como foi visto no item 1.1.2 deste capítulo.

Problemas de transformação – protótipos, são bastante fáceis, mas há outros problemas de transformação que são bastante difíceis para alunos de séries iniciais. Vejamos alguns exemplos citados por Nunes & Bryant (1997):

a) *Problemas de Transformação – valor final maior que valor inicial*

- "*Joe tinha 5 bolinhas de gude. Então Tom lhe deu mais algumas bolinhas. Agora Joe tem 8 bolinhas. Quantas bolinhas Tom deu para Joe*?"



b) *Problemas de Transformação – valor inicial desconhecido (adição)*

- *Joe tinha algumas bolinhas de gude. Então Tom lhe deu mais 5 bolinhas. Agora Joe tem 8 bolinhas. Quantas bolinhas Joe tinha no começo*?

A dificuldade destes dois últimos tipos de problemas é que são Problemas Aditivos de Ordem Inversa - um dos montantes ausente, isto é, aquele que tem valor sem ser definido.

Há formas diferentes de resolver Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Uma é usar blocos, fichas ou dedos. Um aluno poderia contar cinco dedos (ou blocos,

ou fichas), memorizar onde este conjunto de cinco terminou, seguindo adiante, contar até oito e então contar novamente apenas os elementos que foram acrescentados ao cinco para chegar a oito. Uma outra forma de resolver Problemas Aditivos de Ordem Inversa é por subtração, uma estratégia que depende da capacidade do aluno de perceber a subtração como inverso da adição. No exemplo *a*, isso significaria dizer que a resposta dada pelo aluno pode ser atingida subtraindo o valor inicial (5) do valor final (8). Para fazer isso, o aluno precisa entender uma invariável da adição/subtração – sua relação inversa – e também efetuar uma operação de pensamento e aplicar essa transformação inversa, antes de calcular o resultado da operação aritmética. Antes do cálculo, a operação mental de inverter a transformação deve ser efetuada, para conectar a situação aditiva com uma solução subtrativa.
A análise das invariáveis apresentadas acima permite prever que problemas de transformação aditiva, nos quais o transformador é desconhecido, devem ser mais difíceis do que problemas de transformação nos quais a abordagem é direta – protótipos.

No exemplo *b – Problemas de Transformação – valor inicial desconhecido (adição)*, mais invariáveis devem ser entendidas e envolvidas na solução do problema (adição/ subtração – relação inversa e comutatividade), aumentando o nível de dificuldade da resolução. O aluno pode tentar resolver o problema por ensaio e erro, isto é, começar adicionando 2 e verificar se então resulta 8, o que levaria a ter pouco êxito quando o problema envolve números grandes. A outra forma de resolver o problema seria usar as duas operações de pensamento (relação inversa e comutatividade) e resolver por meio de uma subtração.

A necessidade de efetuar uma operação de pensamento com base na propriedade inversa da adição e subtração e da comutatividade aumentou significativamente a dificuldade do problema. Esta previsão é apoiada pelos resultados do estudo de Riley et al (1983, apud NUNES & BRYANT,1997), com alunos de jardim de infância e primeira série nos Estados Unidos, que mostram serem mais difíceis para os alunos, solucionar os problemas de valor inicial desconhecido.

A inversão é uma estratégia de resolução dos problemas nos quais o início é desconhecido, tanto na situação aditiva como na subtrativa. Em ambos os casos, os alunos podem seguir indícios lingüísticos superficiais dos problemas que geralmente resultam em erros.

Há uma diferença no nível de dificuldade em problemas aditivos de transformação desconhecida. Quando o problema é de transformação desconhecida – situação de acréscimo, se o aluno confia apenas nos indícios superficiais ou palavras-chave do problema (ganhou mais algumas bolinhas) e soma os dados do problema, erra. Ao contrário, se o problema é de transformação desconhecida – situação de decréscimo, se o aluno seguir os indícios superficiais do problema terá êxito, evidentemente pela razão errada. Hudson (1983, *apud* MENDONÇA, 2007), diz que essas palavras-chave podem induzir o aluno ao erro, visto que o importante para solucionar o problema é estabelecer o cálculo relacional entre os componentes da situação-problema colocada.

Indícios superficiais ou palavras-chave são aquelas que o professor lança mão para sinalizar ao aluno a operação a ser utilizada para resolver o problema aditivo. As palavras: *mais, ganhou, recebeu, comprou, achou*, entre outras, são consideradas como sinônimo de adição, e as palavras *menos, perdeu, vendeu, emprestou*, como sinônimo de subtração.

O assunto discutido nos dois penúltimos parágrafos podem ser constatados mediante os exemplos expostos no quadro a seguir:

Tipos de problemas de transformação	**Representação proposta por Vergnaud (diagrama)**	**Possíveis soluções**	**Caracterização**
Valor Inicial desconhecido - Situação de acréscimo	$? \xrightarrow{+T} V_F$	$V_F - T = ?$	Inverso; Resolução via subtração; Termo positivo (*mais, ganhou, recebeu...)*.
Valor Inicial desconhecido - Situação de decréscimo	$? \xrightarrow{-T} V_F$	$V_F + T = ?$	Inverso; Resolução via adição; Termo negativo (*menos, perdeu, vendeu...)*.
Transformação desconhecida Situação de acréscimo	$V_I \xrightarrow{+?} V_F$	$V_F - V_i = +?$	Inverso; Resolução via subtração; Termo positivo.
Transformação desconhecida Situação de decréscimo	$V_I \xrightarrow{-?} V_F$	$V_F - V_i = -?$	Inverso; Resolução via subtração; Termo negativo.

Quadro 3 – Caracterização e representação dos tipos de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

Como podemos ver no quadro 3, a caracterização e as possíveis soluções utilizadas para resolver um Problema Aditivo de Ordem Inversa com valor ausente (valor inicial ou transformação) conjuntamente, influenciam a dificuldade do mesmo.

É preciso que levemos em conta, simultaneamente, as situações descritas nos problemas, as operações de pensamento ou invariáveis necessárias para resolver problemas específicos e os sistemas de sinais que os alunos estão usando quando são solicitados a resolver problemas. A compreensão que os alunos têm de adição e subtração se desenvolve à medida que eles dominam mais situações-problema, através da utilização de uma variedade maior de procedimentos, que se baseiam em invariáveis diferentes como teoremas-em-ação.

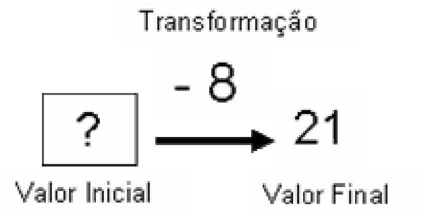
Ao falar do significado de uma operação, estamos nos referindo basicamente às idéias ou às ações ligadas a ela. Para Moro (*apud* PAVANELLO, 2004) parece ser fácil ensinar a somar e a subtrair, entretanto, a preocupação segue em professores e estudiosos que querem que os alunos entendam porque obtiveram certos resultados e não outros, colocando como primordial a compreensão desses conceitos pelos alunos e não, somente, exigindo deles as respostas corretas.

Na realidade educacional, segundo Franchi (1999), muitos livros didáticos introduzidos desde as primeiras séries do Ensino Fundamental limitam-se relativamente ao tratamento matemático do texto de uma situação aditiva, quer por meio de uma técnica operatória, quer por meio de igualdades matemáticas da forma ($\boldsymbol{a + b} = \boldsymbol{c}$) e ($\boldsymbol{c - b} = \boldsymbol{a}$), onde $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ são números naturais, bem como problemas de subtração de diferentes classes (quanto falta, quanto a mais), impondo aos alunos que os representem, de imediato, por meio de uma fórmula subtrativa ($\boldsymbol{a - b} = \boldsymbol{c}$).

A compreensão do aluno sobre problemas de transformação quantificada de um valor inicial em um valor final repousa em teoremas-em-ação, que suportam o reconhecimento implícito de que a adição, incidindo sobre uma medida, produz um acréscimo, enquanto a subtração produz uma diminuição dessa medida.

Para resolver um problema em que são dados a transformação e o valor final e se pede a determinação de um valor inicial - Problemas Aditivos de Ordem Inversa - utiliza-se a inversão da transformação e aplicação da mesma obtida sobre o estado final. Tomemos por exemplo: *Em um ônibus havia muitos passageiros. Na parada da praça central desceram 8 e ficaram 21. Quantos passageiros havia no ônibus antes dessa parada*?

Esse problema corresponde ao esquema:



Podemos observar que um “simples” problema de subtração requer algumas competências[1], tais como a de inversão.

> A teoria dos campos conceituais visa à construção de princípios que permitem articular competências e concepções constituídas em situações, e os problemas práticos e teóricos em que essas competências se constroem (VERGNAUD, *apud* FRANCHI, 1999, p. 164).

É possível representar o teorema-em-ação de modo genérico: Se o valor final é igual ao valor inicial ao qual se aplica uma transformação T, então o valor inicial é igual ao valor final ao qual se aplica a transformação inversa de T.

$$\mathbf{F = T(I) \Rightarrow I = T^{-1}(F)}$$

O fato é que precisamos oferecer aos alunos um número maior de situações que promovam a coordenação dos três esquemas de ação do raciocínio aditivo. Neste sentido, será usado o jogo *Carta Misteriosa* para a denominada pesquisa empírica. Com o jogo *Carta Misteriosa* (descrito em detalhes no item 2.3.1 do capítulo II) acreditamos que os alunos encontrarão situações similares aos problemas aditivos mais complexos e poderão colocar em prática a coordenação do raciocínio aditivo.

A relevância de utilizar o jogo *Carta Misteriosa*, deve-se ao fato de que o baixo desempenho dos alunos diante de situações-problema que envolvem as operações básicas está relacionado tanto ao raciocínio quanto ao domínio do procedimento, como aponta o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB (BRASIL, 2001).

---

[1] O termo competência está relacionado ao desempenho dos alunos. Refere-se, portanto, ao “saber fazer” (savoir faire, como Vergnaud chama em seus textos).

1. 3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Resolução de problemas é um caminho para o Ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos (PCN – BRASIL, 1997). A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (Ibid).

É de senso comum, entre pesquisadores matemáticos, a importância da resolução de problemas no Ensino da Matemática. Porém, o que mais acontece é o professor ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para verificar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Tal ação dificulta no momento do aluno resolver um problema.

> Um dos principais objetivos do Ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las (DANTE, 1997, p.11).

Para a maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações (PCN – BRASIL, 1997).

Logo, a Matemática acaba sendo apresentada, mesmo através de problemas, apenas como aplicações de regras, fórmulas sem sentido para o aluno, dando apenas habilidade de reproduzir e imitar, sem fazer qualquer conexão com o saber matemático – sistema de conceitos, que lhe permite resolver um conjunto de problemas.

O que é um problema matemático?

Para Dante (1997) é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la. O que é problema para um aluno pode não ser para outro, dependendo do nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de que dispõe. Em muitos casos, os problemas apresentados aos alunos das séries finais do Ensino Fundamental (3ª e 4ª séries) não constituem verdadeiros problemas, porque não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução (problemas protótipos). Por exemplo: Mariana tinha 8 chicletes, comprou mais 5 chicletes. Quantos chicletes ela tem agora? Para resolver esse problema basta somar 8 + 5, na ordem em que aparecem no problema, e obter o resultado, 13 chicletes.

A pesquisa realizada por Silva & Braz (2006), com alunos de 1ª e 4ª série do Ensino Fundamental, mostrou que problemas de composição (Paula tinha 5 flores. Depois sua mãe lhe deu 8 flores. Quantas flores Paula tem agora?) não exigem um raciocínio elaborado pelos alunos, obtendo assim uma taxa de sucesso em ambas as séries. Porém, os problemas de Transformação de Ordem Inversa, nos quais um dos valores era desconhecido (Carla tinha alguns doces. Ela jogou um jogo e ganhou 2 doces. Agora ela tem 12 doces. Quantos doces ela tinha?) exigiram dos alunos um pensamento mais elaborado, dificultando a resposta. As taxas de acerto foram baixas tanto na primeira como na quarta série. Segundo Pozo (1996, apud CARVALHO, 2005), para haver um problema é necessário um esquema e o aluno deverá buscar conceitos construídos para resolvê-lo.

Assim, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos e comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução (PCN – BRASIL, 1997).

O processo de resolução de um problema é algo complexo e rico, que não se limita às etapas citadas anteriormente, que entretanto, de modo geral, ajudam o solucionador a se orientar durante o processo (DANTE, 1997, p. 22).

Nas primeiras séries do Ensino Fundamental costumamos trabalhar problemas aditivos protótipo, tais como: Elizabeth tinha uma coleção de 8 figurinhas. Comprou mais 5 figurinhas. Quantas figuras Elizabeth tem agora? Já nas últimas séries do Ensino Fundamental, na maioria das vezes o professor utiliza a mesma linha de raciocínio aumentando apenas os valores dos números. Por exemplo: Elizabeth tinha uma coleção de 63 figurinhas. Rasgou 15 figurinhas danificadas. Comprou mais 55 figurinhas. Depois deu a sua prima 23 figurinhas. Quantas figuras Elizabeth tem agora? Estudos apresentados por Nunes e Bryant (1997), Nunes et al (2001), Magina et al (2001), Silva e Braz (2006) e Mendonça et al (2007), sinalizam que é preciso ir além dessas situações para possibilitar a ampliação do campo aditivo dos alunos.

Segundo o SAEB (BRASIL, 2003) o desempenho dos alunos diante de situações-problema envolvendo as quatro operações básicas foi baixo. O relatório do SAEB interpreta tal resultado explicando que os alunos estão acostumados a lidar com problemas estereotipados, que envolvem quase sempre o total de gastos, o valor pago e o troco, numa ordem pré-estabelecida por uma lógica. As dificuldades dos alunos estavam relacionadas tanto ao raciocínio, quanto ao domínio do procedimento.

Analisar os fatores que interferem no sucesso dos alunos em resolver problemas é justamente uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais (MAGINA & CAMPO, 2004). De fato, segundo a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990; 1998), as competências (definidas por Vergnaud como capacidade de saber fazer) e as concepções dos alunos se constroem ao longo do tempo e através de experiências com um grande número de situações.

Vergnaud (1987) considera que um dos principais desafios do Ensino da Matemática é promover na sala de aula uma melhor relação do Ensino da

Matemática com a resolução de problemas, de modo a serem interessantes e compreensíveis para os alunos. A resolução de problemas deve ser considerada como “fonte e critério de conhecimento” e o conhecimento conceitual deve emergir da resolução de problemas. Isto significa escolher situações didáticas e debates adequados, justificações, representações e formulações para ajudar o aluno a desenvolver novos conceitos.

Logo, todos esses fatores fortalecem a idéia da nossa pesquisa de trabalhar um contexto significativo (jogo), associado a uma representação (diagrama), na tentativa de auxiliar alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

1. 4 UTILIZAÇÃO DE JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Os jogos, ultimamente, vêm sendo usados dentro das escolas, numa proposta de tornar a aprendizagem da Matemática mais efetiva e prazerosa e segundo Lara (2003) é a pretensão da maioria dos professores.

De acordo com Groenwald e Timm (2002), a aprendizagem através de jogos permite que o aluno faça dela um processo interessante e até divertido. Os PCN (BRASIL, 1997, p. 49) apontam um aspecto relevante dos jogos; “é o desafio genuíno que eles provocam nos aluno, que gera interesse e prazer”. Neste sentido, verificamos que o jogo tem três aspectos que por si só justificam sua incorporação à sala de aula: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais.

Pesquisas realizadas por Macedo, Petty e Passos, (2000) e Brenelli (2005) enfatizam o valor dos jogos por considerarem que eles favorecem o processo ensino/aprendizagem em todas as áreas e, em especial na Matemática. Para tais pesquisadores, o jogo se constitui em uma abordagem significativa para o trabalho com a Matemática na fase inicial da escolarização, fase em que o aluno necessita explorar, descobrir inúmeras coisas sobre o mundo que o cerca. Além disso, o jogo é uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo.

Concebemos, em senso comum, o Ensino da Matemática como sendo um processo de repetição, treinamento e memorização. Geralmente utilizamos o jogo apenas como sendo um tipo de exercício. Mas, se concebermos esse ensino como sendo um momento de descoberta, de criação e de experimentação, veremos o jogo não só como um instrumento de recreação, mas principalmente como um veículo para a construção do conhecimento. Brenelli (2005) argumenta que o prazer e o entusiasmo da criança, despertados pelo jogo, a estimulam a superar desafios e a utilizar sua criatividade para lidar com o imprevisível. Além disso, a possibilidade de superar o desafio é algo que agrada à criança.

A maioria dos professores do Ensino Fundamental, principalmente os que trabalham nas séries iniciais, não usam os jogos como recurso para promover a aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos, pois um dos problemas que giram em torno do uso do jogo em sala de aula é que muitas vezes ele é concebido apenas como um passa-tempo ou uma brincadeira e não como uma atividade que pretende auxiliar o aluno a pensar com clareza, desenvolvendo sua criatividade e seu raciocínio lógico. É grande a falta a compreensão por parte dos professores de que o jogo permite a passagem do fazer para o compreender, o que implica progressos cognitivos e conceituais, essenciais no contexto escolar principalmente no aprendizado da Matemática.

Kamii (1995) enfatiza que os jogos, além de serem um recurso motivador para a aprendizagem, pelo fato de envolverem regras, contribuem para o desenvolvimento da autonomia. Defende sua utilização no ambiente escolar porque as atividades com jogos "*[...] são melhores que folhas de exercícios [...] fornecem oportunidades para criar estratégias, um trabalho intelectualmente mais estimulante*" (p. 147-148).

Os jogos, em geral, podem se classificados em: a) ***Jogos de Construção***: trazem ao aluno um assunto desconhecido fazendo com que, através da manipulação de materiais ou perguntas e respostas, ele sinta a necessidade de ter uma nova ferramenta, ou um novo conhecimento para resolver determinada situação-problema proposta pelo jogo; b) ***Jogos de Treinamento***: verificam se o aluno construiu ou não determinado conhecimento, servindo como um "termômetro" que medirá o real entendimento que o aluno obteve; c) ***Jogos de Aprofundamento***: proporcionam aos alunos situações em que apliquem determinado assunto trabalhado/construído através de resolução de problemas; d) ***Jogos de Estratégias***: fazem com que o aluno crie estratégias de ação para uma melhor atuação como jogador, em que ele tenha que criar hipóteses e desenvolver um pensamento sistêmico, podendo pensar múltiplas alternativas para resolver um determinado problema (LARA, 2003, p. 24-27).

Um aspecto fundamental da utilização dos jogos nas aulas de Matemática encontra-se nas possibilidades que este recurso oferece para aproximar a criança do conhecimento científico. "*Deve buscar no jogo (com sentido amplo) a ludicidade das soluções construídas para as situações-problema seriamente vividas pelo homem*" (MOURA, 2000, p. 86). Por essas considerações de caráter epistemológico, psicológico e social podemos entender o papel do jogar para a Matemática, ou seja, não é uma brincadeira apenas, é uma brincadeira que evolui até o conteúdo sistematizado por ter uma intencionalidade pedagógica (Ibid).

Para Menezes (1996), são considerados jogos pedagógicos ou jogos educativos todos aqueles que podem ser utilizados durante o processo de ensino-aprendizagem. Partindo desta afirmação, podemos dizer que o jogo *Carta Misteriosa*, criado exclusivamente para esta pesquisa, é um jogo pedagógico de aprofundamento, pois oferece a oportunidade dos alunos ampliarem o conhecimento em Problemas Aditivos de Ordem Inversa, uma vez que é fundamental apresentar-lhes situações variadas nas quais precisem operar os mais amplos raciocínios aditivos. A maioria dos jogos industrializados, voltados para adição e subtração encontrados no mercado, buscam desenvolver habilidades apenas no cálculo numérico das operações de adição e subtração.

1. 5 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE ESTRUTURAS ADITIVAS

Diversos estudos têm constatado a dificuldade com os Problemas Aditivos Inversos e buscado formas de auxiliar alunos em sua compreensão. A seguir, alguns desses estudos são relatados:

As pesquisas realizadas por Riley et al (1983, apud NUNES & BRYANT, 1997) com alunos do jardim da infância e da 1ª série nos Estados Unidos, constataram que problemas aditivos de transformação no qual o transformador é desconhecido são mais difíceis do que problemas de transformação nos quais a abordagem direta da situação conduz à solução correta. A afirmação é apoiada nos resultados da pesquisa que mostram que nos problemas de subtração em que a abordagem era direta os alunos atingiram 100% de aproveitamento ao resolverem os problemas, enquanto que nos problemas em que a transformação aditiva era desconhecida, a taxa do jardim da infância foi de 61% e da 1ª série foi de 56% de rendimento. Nos problemas de valor inicial desconhecido as taxas de sucesso foram de 9% para o jardim da infância e 28% para 1ª série. A pesquisa mostra que a análise das situações e as invariantes utilizadas para resolver um problema conjuntamente influenciam a dificuldade do problema.

Um outro estudo citado por Nunes & Bryant (1997) foi o dos pesquisadores Carpenter e Moser (1982) que verificaram que jovens alunos norte-americanos que ainda não haviam recebido instruções sobre como resolver problemas de adição e subtração tiveram um desempenho melhor quando usaram blocos (barras) para implementar a solução do problema proposto do que quando não era oferecido a eles nenhum bloco. Foi apenas examinado o desempenho em resolver problemas parte-todo. A taxa de sucesso dos alunos que não tinham qualquer instrução em aritmética ao resolver os problemas utilizando os blocos foi de 78,5%, enquanto que a taxa de sucesso para os jovens alunos que não tinham objetos para ajudá-los a implementar o cálculo caiu para 68%. Os pesquisadores verificaram que a diferença desaparecia após a instrução dos alunos para números abaixo de 10, mas permanecia para problemas com números grandes. Logo, concluíram que o uso de dedos, blocos ou outro objeto qualquer para apoiar os cálculos é importante antes da instrução e assim permanece durante os primeiros anos na escola.

Borba, Pessoa e Santos (1997) realizaram uma pesquisa com os objetivos de analisar o tratamento dado às diferentes estruturas de problemas de adição e subtração, em coleções de livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental, editados no Brasil, e verificar a influência de estudos anteriores, em particular os de cognição neste campo conceitual, na produção destes textos. Constataram, em 52 volumes examinados, que os autores desconsideram estudos sobre o campo conceitual das estruturas aditivas e não dão a devida importância a uma apresentação de problemas, diversificada quanto à sua estrutura e com graus de complexidade gradativos, o que possibilitaria um desenvolvimento mais amplo do raciocínio aditivo por parte dos alunos. Com esta análise foi constatado que há estruturas que aparecem em mais de 30% dos problemas propostos e outras que não aparecem uma vez sequer. Segundo as autoras da pesquisa, as estruturas pouco exploradas nos livros didáticos de Matemática são, em geral, as em que os alunos apresentam maior dificuldade de compreensão.

Apesar do foco da nossa pesquisa não ser o livro didático de Matemática, em conversa com a professora de Matemática da turma envolvida na pesquisa, pudemos verificar que os livros utilizados por ela têm semelhança ao perfil dos livros investigados por Borba et al (1997). Este resultado alerta sobre as condições de ensino de problemas aditivos, uma vez que a maioria dos professores fazem do livro didático seu principal recurso.

Em uma outra pesquisa, Borba e Santos (1997) investigaram as dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução dos diferentes problemas aditivos. Participaram do estudo 17 alunos da 3ª série de uma escola particular do Recife-PE, que responderam individualmente a um teste com 22 questões, envolvendo problemas de adição e subtração, segundo a classificação de Carpenter & Moser (1982) e Greeno, Riley & Heller (1983).

Analisando a produção dos alunos nas questões de adição e subtração apresentada, foram constatados erros de duas naturezas: incompreensão das relações implícitas na estrutura do problema (cálculo relacional) e procedimentos incorretos quanto ao uso do algoritmo (cálculo numérico), demonstrando um falta de compreensão do sistema de numeração decimal. Vale ressaltar que os percentuais de erros de algoritmo foi menor do que os erros de compreensão das estruturas.

A maior parte dos erros de algoritmo ocorreu em problemas de subtração, sendo erros de duas naturezas: incompreensão da reserva e troca de termos (minuendo e subtraendo). Quantos aos erros relativos à incompreensão da estrutura do problema, foi observado que existia uma maior ocorrência nos problemas em que o enunciado apresentava pistas “falsas” – conduz o aluno à escolha da operação incorreta se não for efetuada uma análise criteriosa das relações implícitas no problema.

Com os resultados do estudo, as pesquisadoras concluíram que a escola deve reconhecer os diferentes problemas e propor atividades que propiciem a análise, discussão e compreensão das estruturas dos problemas, dos algoritmos e do sistema de numeração decimal.

Logo, uma das implicações educacionais de nossa pesquisa é constatar a necessidade do professor trabalhar de forma diversificada com problemas de estrutura aditiva, apresentando diferentes tipos de problemas e discutindo as relações implícitas nos dados apresentados.

Santos (2000), em sua pesquisa com 30 alunos da 4ª série de uma escola pública do Recife-PE, investigou em que contexto de utilização o material concreto auxilia os alunos na resolução de problemas com estruturas aditivas referentes ao cálculo numérico. Para resolver os problemas propostos pelo pesquisador o aluno deveria usar o material concreto, verbalizando o que estava pensando e como estava resolvendo os problemas. Os encontros eram individuais com o pesquisador, durante a intervenção e no pós-teste e as entrevistas com os alunos seguiram o modelo clínico-piagetiano. Os alunos foram divididos em dois grupos (A e B). O grupo A resolveu um roteiro de atividades-problema contendo 10 questões, sem a intervenção direta do pesquisador, isto é, eles eram apenas questionados pelo pesquisador acerca da maneira como resolviam os problemas. O grupo B, por sua vez, resolveu as questões com a intervenção direta do pesquisador, na qual o pesquisador questionava as hipóteses do aluno e ajudava-o na compreensão dos enunciados.

Após uma análise qualitativa e quantitativa do pós-teste concluiu-se que o grupo A continuou a utilizar o material apenas como recurso de cálculo numérico e que continuou também, fazendo uso de palavras-chave no intuito de verificar qual era a conta que o problema estava pedindo. Segundo a pesquisadora, a melhora do resultado no grupo B deve-se ao fato de uma melhor exploração do enunciado do problema e não, ao uso do material concreto, ou seja, o material pode ajudar os alunos em relação ao algoritmo do problema, mas não em relação a estabelecer as estruturas envolvidas.

Os resultados de Santos (2000), portanto, evidenciam que o uso de material concreto por si só não é suficiente para a compreensão das estruturas dos problemas aditivos.

Uma outra pesquisa realizada foi a de Pessoa (2000), com 66 alunos (9 a 13 anos) de duas quartas séries de uma escola estadual de Olinda-PE, na qual verificou-se o papel da interação social na resolução de problemas matemáticos de estruturas aditivas, observando mudanças de estratégias em função da possibilidade de interação aluno-aluno-experimentador. A hipótese central do estudo era que a interação social, mais especificamente o trabalho em dupla, pode ajudar na superação de dificuldades de resolução de problemas.

Do total de alunos apenas 50 participaram das sessões de interação e do pós-teste e 16 participaram exclusivamente do pré e pós-testes. O pós-teste foi realizado com 16 problemas aditivos e os resultados mostraram que a interação tem efeito importante sobre os procedimentos de resolução de problemas aditivos, tal efeito traduzindo-se principalmente por mudanças de procedimento de resolução de problemas nas duplas estudadas.

Apesar da nossa pesquisa não ter como foco, diretamente, a interação social, o estudo feito por Santos (2000) nos permite utilizar o jogo *Carta Misteriosa* enquanto atividade socializadora (trabalho em grupo) sem maiores prejuízos para a pesquisa, uma vez que, a interação entre os alunos surte efeito positivo.

A pesquisa feita por Borba (2002) investigou a compreensão dos alunos de sete e oito anos de idade sobre problemas aditivos diretos e inversos – inclusive de problemas com números inteiros relativos. Embora os alunos desta faixa etária demonstrassem compreender problemas diretos – até mesmo os que envolviam e resultavam em números negativos – apresentavam muita dificuldade com problemas inversos, mesmo os mais simples, que envolviam apenas números positivos.

Dessa forma, Borba concluiu que a dificuldade de lidar com problemas inversos ainda precisa ser melhor investigada, já que problemas que envolvem inversão em que o estado inicial é desconhecido, requerem operação de pensamento mais complexa do que problemas com estado final desconhecido.

Um estudo feito por Nascimento (2007) com o objetivo de comparar diferentes formas de trabalhar a resolução de problemas da estrutura aditiva na Educação Infantil, revela que de modo geral, os resultados dos estudos sobre as dificuldades dos alunos pequenos na resolução de problemas comprovam que a escola está longe de promover situações diversificadas que estimulem o pensar sobre o significado dos números, de explorar os tipos de problemas aditivos, de estimular o uso de estratégias espontaneamente e de promover o raciocínio matemático dos alunos na resolução de problemas.

No estudo diagnóstico feito por Mendonça, Pinto, Cazorla & Ribeiro (2007) sobre o domínio das estruturas aditivas com 1.803 alunos de 1ª à 4ª série de escolas públicas dos estados de São Paulo e Bahia, em que foi aplicado um teste (usando apenas lápis e papel) composto de 12 problemas aditivos de composição, transformação e comparação, que envolviam operações com números pequenos, observou uma tendência crescente da taxa de acerto ao longo das séries, em ritmos diferentes nos dois estados. O tipo de problema que apresentou menor taxa de sucesso em ambos os estados foi o problema que envolvia uma transformação aditiva desconhecida – situação de acréscimo. Na análise da dificuldade dos alunos em responderem a este tipo de problema, o estudo aponta a incongruência semântica entre a palavra ganhou e a operação - subtração. Dentre mais análises, o estudo concluiu que ao final da 4ª série os alunos ainda apresentam dificuldades em resolver problemas de estruturas aditivas mais complexas.

Os estudos aqui relatados mostram que para resolver um problema de transformação com um dos valores desconhecido, o aluno precisa de uma boa compreensão das relações envolvidas e há problemas tão complexos que alunos com 10 e 11 anos de idade, ou mais, apresentam dificuldades para resolvê-los. Assim, a pesquisa em tela, observa atentamente as dificuldades relacionais que os alunos apresentam ao resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa e propõe uma intervenção que possa auxiliá-los na compreensão deste tipo de problema.

CAPÍTULO II – METODOLOGIA

Neste capítulo descrevemos a metodologia utilizada para o desenvolvimento do presente estudo sobre Resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa, com alunos da 4ª série do Ensino Fundamental. A abordagem de investigação se constitui numa análise quantitativa, com chamada de trechos de depoimentos de alunos para reforçar os argumentos referentes aos resultados. Será apresentada, além do que foi referido, a trajetória das intervenções e procedimentos utilizados para a realização deste trabalho.

2. 1 TIPO DA PESQUISA

A pesquisa é de caráter experimental (SANTOS, 2002), apoiada em análise de dados dos tipos quantitativo e qualitativo (OLIVEIRA, 2005). Esta opção baseia-se no fato de ser considerada a mais adequada aos propósitos da pesquisa, o que definiu a postura adotada pela pesquisadora nos momentos das atividades de intervenção. Os dados quantitativos foram tratados estatisticamente por meio do *software Statistical Package for the Social Sciences* – SPSS – Testes paramétrico: Testes T (PEREIRA, 1999).

Esta pesquisa foi realizada no ambiente escolar, em sala de aula, e refere-se aos desempenhos dos alunos em responderem Problemas Aditivos de Ordem Inversa após três tipos diferentes de intervenção. A primeira proposta com a utilização do diagrama na resolução de problemas; a segunda com a utilização do jogo *Carta Misteriosa*, onde a estrutura do jogo contém implicitamente a resolução de problemas; e, a terceira, utilizando o diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa* com problemas gerados a partir do jogo. Esses alunos formaram três grupos experimentais, respectivo às atividades de intervenção. Um quarto grupo como grupo foi formado, o grupo de controle, que não sofreu intervenção alguma.

Os problemas apresentados no pré-teste e no pós-teste foram Problemas Aditivos de Ordem Inversa do tipo: valor inicial desconhecido – situação acréscimo/decréscimo e transformação desconhecida – situação acréscimo/decréscimo. A escolha por investigar a resolução de problemas deste tipo se deu pelo fato de que pesquisas apresentadas e discutidas no capítulo anterior mostram que são esses problemas os que os alunos apresentam mais dificuldades em resolver (VERGNAUD, 1986; RILEY et al 1983, apud NUNES & BRYANT, 1997; NUNES et al, 2001; MAGINA e CAMPOS, 2004; SILVA & BRAZ, 2006).

2. 2 TRAJETÓRIA DA PESQUISA

2. 2. 1 Descrição da Escola

A pesquisa foi desenvolvida em uma sala de aula com alunos de 4ª série de uma escola pública da rede municipal, localizada em Carpina, na região da Mata Norte de Pernambuco.

A escola oferece o Ensino Fundamental e Médio e tem uma clientela diversificada. Os alunos do Ensino Fundamental, em sua maioria, estão na faixa etária entre os 7 e 12 anos, existindo alguns com idade superior a 12 anos. Com o nível sócio-econômico de regular para baixo, a maior parte desses alunos reside nas imediações da escola.

2. 2. 2 Universo da Pesquisa

Em conversa com a direção da escola, a 4ª série *A* foi indicada, porque a professora de Matemática e os alunos aceitaram participar de pesquisas e a turma é considerada como boa, mediante o rendimento escolar bimestral. A escolha por uma turma de 4ª série se dá pelo fato de que mesmo estando nesta série, os alunos ainda apresentam dificuldade no raciocínio aditivo operatório (NUNES et al, 2005).

A professora de Matemática da turma comentou que os alunos haviam aprendido adição e subtração desde a 3ª série, mas não se saíam bem na resolução de problemas. Contou ainda, que os alunos não sabiam que operação efetuar na hora de resolver um problema. A professora concluiu o comentário dizendo que os alunos dominavam apenas as contar armadas.

Na sala haviam 40 alunos matriculados, sendo 21 o número de meninas e 19 o número de meninos.

2. 2. 3 Amostra da Pesquisa

O foco não é investigar se os alunos sabem ou não efetuar operações de adição ou subtração – cálculo numérico, mas as operações de pensamento necessárias para a manipulação das relações envolvidas nas situações – cálculo relacional. Assim, os alunos que se enquadraram neste perfil, isto é, dominavam o cálculo numérico, mas não dominavam o cálculo relacional, formaram o grupo da amostra da pesquisa.

Foram selecionados para amostra da pesquisa 24 alunos que dominavam o cálculo numérico, mas que apresentaram dificuldades em responder, no mínimo, a um dos quatro tipos de problemas contidos no pré-teste. A partir dos resultados do pré-teste, os alunos foram divididos em grupos que participaram das atividades propostas. Cada um dos 4 grupos foi formado por 6 alunos, que participavam das atividades de intervenção em trio (G2 e G3) ou que participavam individualmente (G1 e G4).

Esses alunos foram divididos em três grupos experimentais (G1, G2 e G3) e um grupo controle (G4). A separação dos alunos em grupos para participarem de diferentes atividades, vide quadro 04, foi de forma aleatória, esclarecendo que a análise de interação[2] entre os alunos não fez parte do foco central deste estudo. Decidimos distribuir em cada grupo de intervenção alunos com

[2] Influência do relacionamento do trabalho em pares.

diferentes níveis de rendimento no pré-teste, simulando, de certa maneira, as interações no dia-a-dia da sala de aula.

GRUPOS	**INTERVENÇÃO**
G1 – GRUPO EXPERIMENTAL 1	DIAGRAMA (representação significativa)
G2 – GRUPO EXPERIMENTAL 2	JOGO *CARTA MISTERIOSA*
G3 – GRUPO EXPERIMENTAL 3	DIAGRAMA + JOGO *CARTA MISTERIOSA*
G4 – GRUPO DE CONTROLE	-

Quadro 4 – Separação dos grupos para atividades propostas

Os alunos que participaram do grupo controle - G4, não tiveram nenhuma atividade de intervenção. Participaram da pesquisa respondendo apenas ao pré-teste e pós-teste.

Apesar de ser uma proposta de estudo experimental há algumas variáveis não controladas, como a organização dos grupos (ora individual, ora em trio) e as discussões sistematizadas propostas nos grupos que trabalharam com o diagrama.

2.3 INSTRUMENTOS

Foram utilizados na pesquisa os instrumentos listados a seguir, com os respectivos propósitos:

- ***Pré-teste****:* com o propósito de observar a compreensão dos alunos em resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa;

- ***Pós-teste:*** verificar se houve mudança na compreensão dos alunos em relação aos Problemas Aditivos de Ordem Inversa, após cada tipo de intervenção;

- ***Fichas com problemas***: usadas durante a intervenção do G1 para fixar e exercitar a representação significativa – Diagrama – na solução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa;

- ***Diário de Campo***: registrar os procedimentos dos participantes durante as atividades de intervenção;

- ***Filmagem***: fazer eventuais complementações aos resultados advindos das análises dos dados quantitativos.

- ***Jogo Carta Misteriosa***: proporcionar situações em que o aluno-jogador/desafiador mobilizam a compreensão das operações de adição e subtração enquanto operações inversas (a estrutura do jogo está descrita adiante).

2.3.1 Jogo Carta Misteriosa

O jogo *Carta Misteriosa* foi desenvolvido, criado e confeccionado pela pesquisadora como instrumento metodológico para ser utilizado exclusivamente na pesquisa. O jogo *Carta Misteriosa* não se encontra disponível no mercado.

2.3.1.1 Epistemologia subjacente ao jogo *Carta Misteriosa*

As cartelas do Jogo possibilitam quatro situações em que as operações de pensamento aditivo precisam estar bem desenvolvidas para resolver o problema – desafio proposto no jogo.

***Situação* I**

A cartela representa um esquema de um problema aditivo do tipo: *estado inicial desconhecido - situação de acréscimo* (Fig. 1). Nesta situação o aluno-jogador precisa entender que o estado inicial é igual ao estado final menos a transformação.

Generalizando a situação temos: $a + b = c \Rightarrow a = c - b$

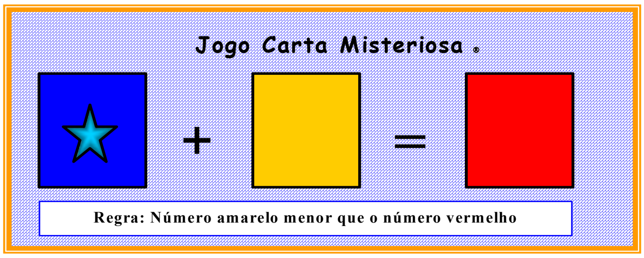


Figura 1 - Modelo da cartela que representa o esquema do problema aditivo: estado inicial desconhecido - situação de acréscimo.

Para que não ocorra a situação de obter um número inteiro negativo como valor da carta misteriosa, o aluno desafiador deve levar em consideração a informação contida, em forma de regra, para o preenchimento da cartela; no caso, o número amarelo deve ser menor que o número vermelho.

***Situação* II**

A cartela representa um esquema de um problema aditivo do tipo: *estado inicial desconhecido - situação de decréscimo* (Fig. 2). Nesta situação o aluno-jogador precisa entender que um estado inicial é igual ao estado final mais a transformação.

Generalizando a situação temos: $a - b = c \Rightarrow a = c + b$

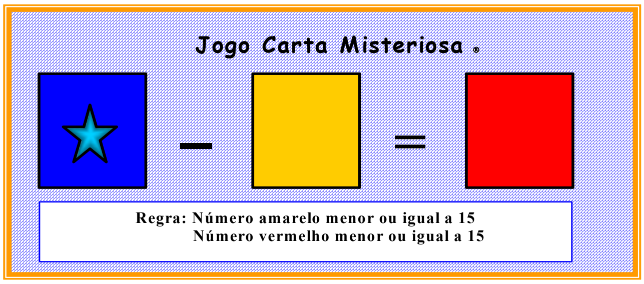


Figura 2 - Modelo da cartela que representa o esquema do problema aditivo: estado inicial desconhecido - situação de decréscimo.

As fichas do *Jogo* são numeradas de 1 a 30 para que não ocorra uma situação em que o valor da ficha venha a ser de valor maior do que 30. Foi preciso limitar o valor máximo das fichas neste caso, tendo como regra: as fichas amarelas e vermelhas deverão ter valor menor ou igual a 15.

***Situação* III**

A cartela representa um esquema de um problema aditivo do tipo: *transformação desconhecida - situação de acréscimo* (Fig. 3). Nesta situação o aluno-jogador precisa entender que a transformação é igual ao estado final menos o estado inicial.

Generalizando a situação temos: $a + b = c \Rightarrow b = c - a$

Figura 3 - Modelo da cartela que representa o esquema do problema aditivo: transformação desconhecida - situação de acréscimo.

A regra, contida na cartela, determinando que o número azul seja menor que o número vermelho, evitará que o jogador encontre como carta misteriosa um número inteiro negativo.

***Situação* IV**

A cartela representa um esquema de um problema aditivo do tipo: *transformação desconhecida - situação de decréscimo* (Fig. 4). Nesta situação o aluno-jogador precisa entender que a transformação é igual ao estado inicial menos o estado final.

Generalizando a situação temos: $a - b = c \Rightarrow b = a - c$

Figura 4 - Modelo da cartela que representa o esquema do problema aditivo: transformação desconhecida - situação de decréscimo.

A regra nesta cartela informa que o número vermelho deverá ser menor que o número azul. Evitando assim, que apareça um número inteiro negativo como solução – carta misteriosa.

2.3.1.2 Descrição para jogar o jogo *Carta Misteriosa*

Material: Lápis, papel, 4 cartelas e fichas numeradas (1-30) nas cores azul, vermelho e amarelo.

Pré-requisitos: Os participantes do jogo precisam ter noção de comparação - maior que (≥), menor que (≤) e habilidade no cálculo numérico.

Número de Jogadores: Participam do Jogo três alunos: 1 é o desafiador, isto é, aquele que prepara a situação nas cartelas e 2 são os jogadores que tentam responder, em menor tempo, a situação apresentada pelo desafiador.

Modo de jogar: O desafiador pega uma das 4 cartelas e compõe a situação desafiadora, colocando as fichas numeradas, escolhidas por ele, nos locais relacionados com sua cor. As cartelas preparadas com o desafio devem ser entregues aos jogadores ao mesmo tempo, para que eles possam encontrar o valor da carta misteriosa (Fig. 5). A resposta deve ser verificada pelo desafiador e pelo jogador adversário após o jogador encontrar a carta misteriosa. Ganhará o jogo quem primeiro superar os desafios propostos nas quatro cartelas pelo desafiador.

Figura 5 - Exemplo de uma situação preparada pelo desafiador para um jogador.

2.4 PROCEDIMENTOS NO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

A pesquisa foi realizada em três momentos, nesta ordem de execução: aplicação do pré-teste, atividades de intervenção e aplicação do pós-teste.

2.4.1 Procedimentos no Pré-teste

Com a intenção de observar a compreensão dos alunos em resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa, foi elaborado um pré-teste para ser aplicado com os alunos da turma. Os alunos deveriam responder a uma lista com 8 problemas em uma aula de 50 minutos. De acordo com o desempenho dos alunos no pré-teste, eles seriam organizados em 4 grupos que participariam de atividades distintas, detalhadas mais adiante.

PROBLEMAS DO PRÉ-TESTE:

P1. Cláudio tinha bombons. Ganhou mais 16 bombons de seu tio, ficando com 38. Quantos bombons Cláudio tinha antes?

P2. Em uma partida de bolas de gude, perdi 12 bolas ficando com 21 bolas. Quantas bolas de gude eu tinha no início do jogo?

P3. Luiza tem um álbum com 29 figurinhas. Deu algumas figurinhas para sua amiga, ficando com 16 figurinhas. Quantas figurinhas ela deu a sua amiga?

P4. Lucas tinha 32 lápis de cor. Ganhou alguns de sua mãe, ficando com 46 lápis. Quantos lápis Lucas ganhou?

P5. Em uma padaria havia 25 pães para vender. Foram vendidos alguns pães, agora a padaria tem 13 pães. Quantos pães foram vendidos?

P6. Tinha na sala de aula 25 crianças brincando. Chegaram algumas crianças de uma outra escola. A sala ficou com 37 crianças. Quantas crianças chegaram?

P7. Manu tinha algumas fotos de artistas de novela. Ganhou mais 12 fotos de sua prima Patrícia, ficando com 36 fotos. Quantas fotos Manu tinha antes?

P8. Renato tinha um aquário com alguns peixes. Por falta de cuidado, morreram 15 peixes. Ficaram ainda no aquário 24 peixes. Quantos peixes tinha no aquário antes?

A estrutura dos problemas tanto no pré-teste como no pós-teste foram semelhantes (Apêndice A e B). Isto é, oito Problemas Aditivos de Ordem Inversa, sendo dois de valor inicial desconhecido – situação de acréscimo (P1 e P7), dois de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo (P2 e P8), dois de transformação desconhecida – situação de acréscimo (P4 e P6), e dois de transformação desconhecida – situação de decréscimo (P3 e P5).

2.4.2 Procedimentos no Pós-teste

Com a intenção de verificar se haveriam mudanças na compreensão dos Problemas Aditivos de Ordem Inversa e se essas mudanças seriam expressivas, os alunos selecionados no pré-teste, deveriam responder no dia seguinte a finalização das atividades de intervenção, um pós-teste. Esses alunos responderiam, individualmente, em uma aula de 50 minutos de duração, uma lista com oito problemas aditivos análogos aos do pré-teste.

PROBLEMAS DO PÓS-TESTE:

P1. Na fazenda de Pedro tinha alguns bois. Pedro comprou mais 16 bois, agora sua fazenda tem 38 bois. Quantos bois Pedro tinha na fazenda?

P2. Na piscina tinha algumas meninas nadando. Saíram 12 meninas, ficaram ainda na piscina 21 meninas. Quantas meninas tinha na piscina antes?

P3. Antonio tem 29 bandeirinhas de São João. Deu algumas bandeiras para sua irmã, ficando com 16 bandeiras. Quantas bandeiras ela deu para a sua irmã?

P4. No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

P5. Na granja do pai de Mariana havia 25 caixas de ovos. Foram vendidas algumas caixas. Agora a granja tem apenas 13 caixas. Quantas caixas de ovos foram vendidas?

P6. Na biblioteca da escola tinha 25 livros de história. Chegaram alguns livros e a biblioteca ficou com 37 livros de história. Quantos livros de história chegaram?

P7. Vitória tinha alguns chicletes. Ganhou mais 12 chicletes de sua prima, ficando com 36 chicletes. Quantos chicletes ela tinha antes?

P8. Num estacionamento tinha alguns carros. Saíram 15 carros, ficando ainda no estacionamento 24. Quantos carros tinha no estacionamento?

Os problemas aplicados no pós-teste, mesmo mantendo a mesma estrutura aditiva dos do pré-teste, variaram em relação ao contexto, de modo que os alunos não perceberam que estavam respondendo a problemas de estrutura semelhante.

Durante a aplicação do pré-teste e pós-teste os alunos deveriam utilizar apenas lápis e borracha, apesar de serem solicitados para não apagar os cálculos feitos.

Os resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste foram analisados e categorizados em uma Tabela com a porcentagem de acertos que cada grupo teve em relação aos Problemas de Estrutura Aditiva após as atividades de intervenção. Os resultados estão descritos no capítulo 4.

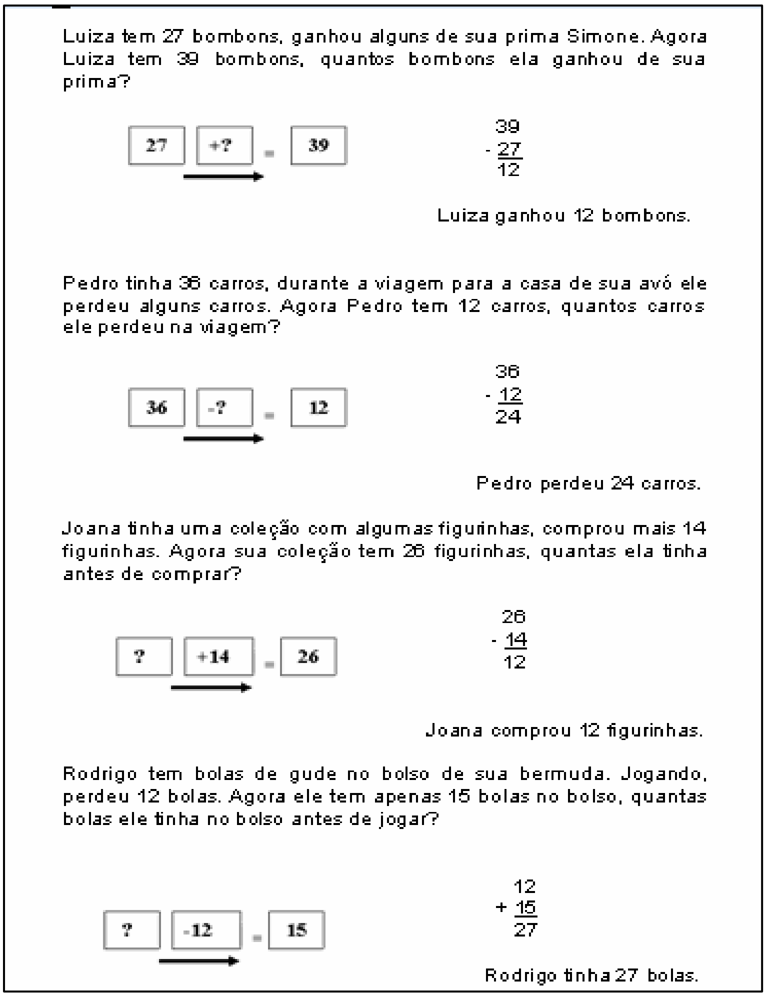
2.5 PROCEDIMENTOS NAS ATIVIDADES DE INTERVENÇÃO

As atividades de intervenção realizadas com os grupos de alunos do G1, G2 e G3 constaram de três encontros para cada grupo com 50 minutos de duração cada. As intervenções propostas envolviam situações que visavam provocar o raciocínio aditivo dos alunos, na busca de ajudá-los a criarem estratégias e a superarem suas dificuldades na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Nesta etapa a pesquisadora desempenhou um papel ativo, interferindo no desenrolar das atividades, de modo a propor questões para esclarecer os procedimentos pelos quais os alunos obteriam as respostas dos problemas.

Nas próximas seções, serão descritos os procedimentos realizados nos grupos de intervenção G1, G2, G3 e no grupo de controle, G4.

2.5.1 Intervenção com o uso do Diagrama

Para esta atividade de intervenção foi utilizado um formulário para resposta, lápis, borracha, 12 fichas com Problemas Aditivos de Ordem Inversa e um cartaz ilustrativo com quatro Problemas Aditivos de Ordem Inversa respondidos com cálculos e representações significativas – diagrama (Fig. 6).



Luiza tem 27 bombons, ganhou alguns de sua prima Simone. Agora Luiza tem 39 bombons, quantos bombons ela ganhou de sua prima?

27 +? = 39

$$\begin{array}{r} 39 \\ -\underline{27} \\ 12 \end{array}$$

Luiza ganhou 12 bombons.

Pedro tinha 36 carros, durante a viagem para a casa de sua avó ele perdeu alguns carros. Agora Pedro tem 12 carros, quantos carros ele perdeu na viagem?

36 -? = 12

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\underline{12} \\ 24 \end{array}$$

Pedro perdeu 24 carros.

Joana tinha uma coleção com algumas figurinhas, comprou mais 14 figurinhas. Agora sua coleção tem 26 figurinhas, quantas ela tinha antes de comprar?

? +14 = 26

$$\begin{array}{r} 26 \\ -\underline{14} \\ 12 \end{array}$$

Joana comprou 12 figurinhas.

Rodrigo tem bolas de gude no bolso de sua bermuda. Jogando, perdeu 12 bolas. Agora ele tem apenas 15 bolas no bolso, quantas bolas ele tinha no bolso antes de jogar?

? -12 = 15

$$\begin{array}{r} 12 \\ +\underline{15} \\ 27 \end{array}$$

Rodrigo tinha 27 bolas.

Figura 6 - Modelo do cartaz utilizado nas atividades de intervenção do G1.

Essa atividade de intervenção teve por finalidade apresentar e ensinar aos alunos a utilizarem o diagrama - representação significativa (VERGNAUD, 1982) – na resolução de problemas Aditivos de Ordem Inversa.

Após ensinar a forma de como escrever o diagrama, os alunos do G1 deveriam responder em um formulário, individualmente, os problemas semelhantes aos apresentados no cartaz ilustrativo.

Durante os encontros com o G1 a pesquisadora disponibilizou 12 fichas com Problemas Aditivos de Ordem Inversa e entregou para cada um dos alunos um formulário, que deveriam responder. Os alunos deveriam escolher apenas 4 fichas por encontro, para responder, utilizando a representação significativa ensinada – diagrama, de modo que, no final dos três encontros todos os alunos tivessem respondido os 12 problemas no formulário.

O formulário era composto de três folhas que indicam o local (P1, P2,..., P12) onde o aluno deveria responder o problema contido nas fichas (Apêndice C). Cada um dos três encontros teve 50 minutos de duração. A pesquisadora sempre aproveitava o tempo de quem terminava mais rápido, para incentivar os alunos a pensarem a respeito de suas respostas e de suas representações.

Para Vergnaud (1986) as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com as quais eles se deparam. Com base nisso, os alunos eram questionados, pela pesquisadora, a respeito das representações (diagramas) apresentadas por eles às respostas dos problemas. A pesquisadora questionava e orientava a respeito da técnica utilizada:

- ✓ *O que o problema quer saber?*
- ✓ *Quais os dados que o problema informa?*
- ✓ *O problema questiona o valor inicial? Ou a transformação pelo qual o valor inicial passou?*
- ✓ *Como você representaria a situação descrita no problema usando o diagrama?*
- ✓ *Que cálculo você fez para encontrar a resposta do problema?*

Caso o aluno não avançasse em seu raciocínio aditivo, a pesquisadora explicava, novamente, o cartaz ilustrativo que continha os quatro Problemas

Aditivos de Ordem Inversa respondidos com cálculos e representações significativas – diagrama.

2.5.2 Intervenção com o uso do jogo *Carta Misteriosa*

Na atividade de intervenção do G2 o único material utilizado foi o Jogo *Carta Misteriosa*, uma vez que o jogo apresenta em sua estrutura situações em que o aluno-jogador/desafiador pode mobilizar a compreensão das operações de adição e subtração enquanto operações inversas.

Os alunos foram separados em dois sub-grupos com três alunos cada. Eles leram as regras do jogo *Carta Misteriosa*. Depois de conhecer a forma de jogar, os alunos jogaram podendo fazer rodízio entre si e entre os grupos. Este rodízio se estabelecia da seguinte forma: ora o aluno era o aluno-jogador que responde ao desafio proposto, ora ele era o aluno-desafiador que cria o desafio. Esse procedimento ocorreu nos três encontros com 50 minutos de duração cada um. A pesquisadora acompanhava os alunos jogando, de forma atenciosa, conferindo apenas a forma correta de jogar e explicando as dúvidas sobre o jogo.

A escolha de deixar os alunos livres para jogar, sem sistematizar o conhecimento, deveu-se ao fato de querer analisar se o jogo *Carta Misteriosa* por si só era suficiente para que os alunos estabelecessem as relações dos invariantes operatórios apresentados futuramente em Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

A atividade de intervenção não fazia uso de lápis e borracha. Apesar do uso do jogo *Carta Misteriosa* na atividade ter tido como intuito fazer com que os alunos associassem, implicitamente, o desafio de encontrar a carta misteriosa aos desafios de calcular o valor inicial desconhecido: situações de acréscimo/decréscimo; ou a transformação desconhecida: situações de acréscimo/decréscimo em Problemas Aditivos de Ordem Inversa, os alunos, aparentemente, nem imaginavam que se tratava de uma pesquisa sobre resolução de problemas.

2.5.3 Intervenção com o uso do Jogo *Carta Misteriosa* + Diagrama

Os alunos do G3 foram separados em dois sub-grupos com três alunos cada. Cada um dos três encontros teve 50 minutos de duração. No primeiro momento foi apresentado o jogo *Carta Misteriosa* e, em seguida foi ensinado aos alunos como resolver Problemas Aditivos de Ordem Inversa usando o diagrama. O cartaz ilustrativo com quatro Problemas Aditivos de Ordem Inversa e suas representações significativas – diagrama, também foi usado nesta atividade de intervenção.

Além do jogo *Carta Misteri*osa e do cartaz ilustrativo com quatro problemas, os alunos tiveram a sua disposição lápis, papel e borracha. Na etapa inicial, das atividades de intervenção os alunos do G3 jogavam o jogo *Carta Misteriosa* e eram questionados, pela pesquisadora, em relação a semelhança da situação descrita nas cartelas do jogo com os problemas apresentados no cartaz com Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Uma vez que são as situações que dão sentido ao conceito e também responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito (BARAIS & VERGNAUD, 1990), os alunos eram orientados a responderem os problemas gerados a partir das situações criadas no jogo, fazendo uso da escrita do diagrama.

Os alunos do G3 eram questionados a respeito do entendimento da associação do jogo *Carta Misteriosa* com os problemas aditivos apresentados no cartaz ilustrativo:

- ✓ *O que o problema quer saber?*
- ✓ *Quais os dados que o problema informa?*
- ✓ *O problema questiona o valor inicial? Ou a transformação pela qual o valor inicial passou?*
- ✓ *Qual cartela do jogo Carta Misteriosa você usaria para representar a situação descrita no problema?*
- ✓ *Como você representaria a situação descrita no problema usando o jogo Carta Misteriosa?*

- ✓ *Como você representaria a situação descrita no problema usando o diagrama?*
- ✓ *Que cálculo você fez para encontrar a resposta do problema?*

Passada essa etapa inicial, os alunos jogavam entre si e entre grupos, isto é, podiam trocar de grupo, fazendo os rodízios entre aluno-jogador/desafiador. Utilizando papel e lápis para calcular a carta misteriosa usando o diagrama.

Durante as atividades de intervenção do G1, G2 e G3 a pesquisadora acompanhou os alunos através de perguntas feitas oralmente, a fim de esclarecer o comportamento, o raciocínio e a ação tomada por eles mediante cada atividade de intervenção.

2.6 Procedimentos nas Atividades do Grupo Controle

As atividades realizadas pelo G4 constaram de dois encontros com 50 minutos de duração cada. Nesses encontros os alunos deste grupo resolveram o pré-teste e o pós-teste usando lápis e borracha. Esses alunos do grupo controle – G4 não sofreram nenhum tipo de orientação por parte da pesquisadora, apesar de continuarem tendo aulas semanais de Matemática ministradas pela professora de Matemática que exercitava a resolução de problemas (informação foi obtida pela pesquisadora na análise do diário de classe da professora).

Esquema do planejamento realizado na metodologia desta pesquisa (Fig. 7)

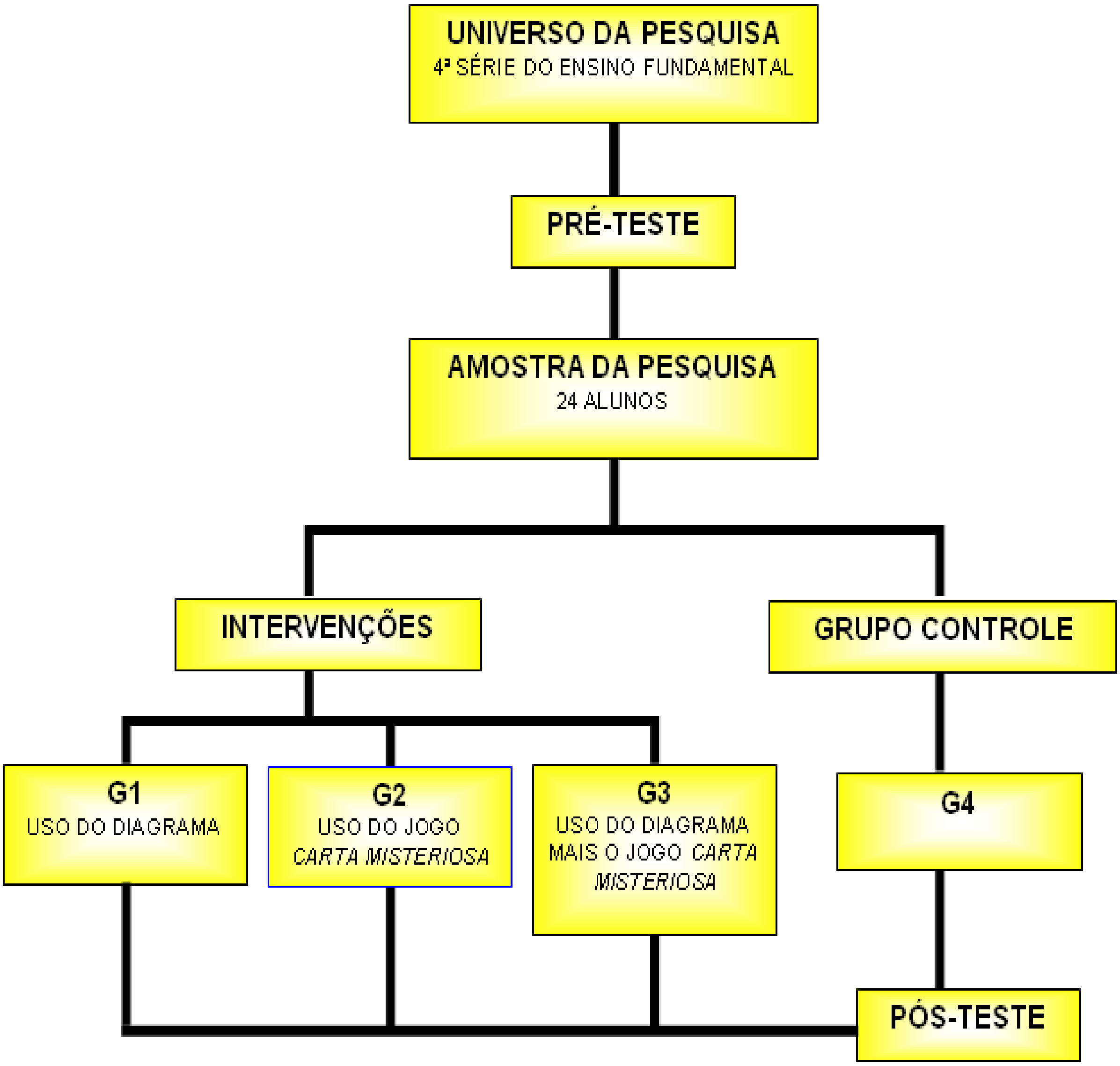


Figura 7: Mapa do planejamento da metodologia da pesquisa.

CAPÍTULO III - ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Em busca de elementos para a compreensão dos processos cognitivos mobilizados pelos alunos, foi feita, neste capítulo, uma análise quantitativa dos resultados dos alunos no pré-teste e no pós-teste, complementada com uma análise qualitativa dos resultados individuais dos alunos no pós-teste. Estes procedimentos que nos permitiram descrever a evolução dos procedimentos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa de acordo com cada recurso utilizado nas atividades de intervenção.

Segundo Oliveira (2005), uma abordagem quantitativa é a quantificação obtida através de informações coletadas por meio de questionamentos, entrevistas, observações, assim como o emprego de recursos e técnicas estatísticas desde as mais simples até às mais complexas. A abordagem qualitativa, por sua vez, é caracterizada como uma tentativa de explicar em profundidade o significado e as características do resultado das informações obtidas, sem a mensuração.

De modo mais específico, buscaremos elementos que nos permitam alcançar os objetivos propostos na introdução desta dissertação:

- Analisar a contribuição de uma metodologia de ensino para melhorar a compreensão dos alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa;

- Analisar como a utilização de um contexto significativo – o jogo *Carta Misteriosa* – e representações que explicitam as relações entre os dados de um problema podem auxiliar os alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa;

- Analisar o desenvolvimento dos alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa, após cada tipo de intervenção.

Para esse propósito, vamos considerar os fundamentos teóricos expostos no capítulo I, tomando como ponto de partida a caracterização dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud. O Campo Conceitual caracteriza-se por um conjunto de situações, cujo domínio progressivo requer a utilização de uma variedade de procedimentos, de conceitos e representações simbólicas em estreita conexão (VERGNAUD, 1982).

Entre os múltiplos e complexos aspectos envolvidos neste tema, vamos priorizar, para esta dissertação, o Campo Conceitual da Estrutura Aditiva no tocante à resolução de problemas Aditivos de Ordem Inversa.

Conforme foi mencionado no capítulo II, a população de nossa pesquisa foi de 40 alunos, dos quais 24 foram selecionados para amostra. A seleção se deu na eliminação dos alunos que apresentaram erros no cálculo numérico, uma vez que não faz parte da pesquisa analisar e discutir esse tipo de erro, ou dos alunos que tinham sucesso absoluto na resolução dos problemas. As respostas dadas aos problemas no pré-teste e no pós-teste foram categorizadas como certas e erradas em relação ao cálculo relacional. Na análise foram comparados os resultados do pré-teste e pós-teste.

Inicialmente, mostraremos os resultados dos alunos no pré-teste por tipos de problemas e por grupos. Já no pós-teste, mostraremos além da análise por grupo, uma análise individual por aluno. Em busca da significância dos resultados obtidos, os dados da análise quantitativa foram tratados por meio da análise de variância (Testes T) onde analisamos a significância da diferença entre o pré-teste e o pós-teste para cada grupo - Teste T para uma amostra, e posteriormente relacionamos resultados dos grupos de intervenção (G1, G2 e G3) com o grupo de controle (G4) – Teste T para amostras relacionadas.

Constatamos no pré-teste os seguintes totais de acerto dos alunos: G1 com 22 acertos; G2 com 18; G3 com 16 e no G4 20. Enquanto no pós-teste os alunos tiveram 39 no G1; 36 no G2; 42 no G3 e 31 no G4. Analisando os resultados do pré-teste com o pós-teste, por meio do Teste T para uma amostra, observamos que todos os grupos tiveram uma diferença significativa. Para o grupo G1 - uso do diagrama (t=3,232, gl=3, sig=0,048)[3]; para o grupo G2 - uso do jogo *Carta Misteriosa* (t=4,629, gl=3 , sig=0,019); para o grupo G3 - uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa* (t=4,503 , gl=3 , sig=0,020), e para o grupo G4 - grupo de controle (t=4,629 , gl=3 , sig=0,019).

Através do Teste T para amostras relacionadas, constatamos pelas diferenças entre os grupos G1 e G4 (t=1,441, gl=3 , sig=0,245); grupos G2 e G4 (t=1,507, gl=3, sig=0,229), a não significância das atividades de intervenção aplicadas para esses grupos. Isto é, não houve diferença significativa entre os desempenhos dos alunos dos grupos G1 e G2 com o grupo de controle. Porém, para as diferenças entre o grupo G3 e G4 (t=3,382, gl=3 , sig=0,043), houve uma mudança significativa na atividade de intervenção para um nível de significância de 5%.

3. 1 RESULTADOS DO PRÉ-TESTE

Como o pré-teste foi realizado com a intenção de observar a compreensão dos alunos em resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa, os alunos tiveram uma aula de 50 minutos para responderem a uma lista com oito problemas aditivos: dois de valor inicial desconhecido – situação acréscimo; dois de valor inicial desconhecido – situação decréscimo; dois de transformação desconhecida – situação acréscimo; e dois de transformação desconhecida – situação decréscimo (Fig. 8).

Figura 8: Aluna respondendo o pré-teste

[3] **t** é o valor da variabilidade prevista pelas variáveis independentes sobre a variabilidade devida ao erro; **gl** é o grau de liberdade; **sig** é o nível de significância para teste bilateral.

Os resultados apresentados, no pré-teste, confirmam que os problemas aditivos de transformação desconhecida – situação de acréscimo (P4 e P6) são os que os alunos sentem maior dificuldades em resolver (Tabela 1). Uma explicação que se pode dar a este fato, é que a necessidade de efetuar uma operação de pensamento com base na propriedade inversa da adição aumentou a dificuldade do problema. Os resultados apresentados no pré-teste mantêm o perfil semelhante aos das já citadas pesquisas apresentadas Riley et al (1983, apud NUNES & BRYANT, 1997); Santos (2000); Pessoa (2000); Mendonça et al (2007); Nascimento (2007) e Magina et al (2004). Apesar do número de acertos nos problemas de transformação desconhecida – situação de decréscimo (P3 e P5) ter sido superior em relação aos demais problemas, o motivo, provavelmente, não foi pelos alunos dominarem os invariantes operatórios contidos nos problemas, mas a escolha da operação (subtração) estar atrelada a palavras como: *deu algumas* e *foram vendidas*, contidas nos problemas. Os alunos terão êxito neste tipo de problema quando seguirem indícios superficiais nos problemas, mas é claro, eles estarão obtendo êxito pelas razões erradas (NUNES & BRYANT,1997).

Tabela 1 – Caracterização dos resultados dos alunos no pré-teste.

Classificação Aditiva dos Problemas	**Problemas**	**Pré-teste**	
		Acertos dos 48 problemas[4]	**%**
Valor inicial desconhecido – situação de acréscimo	P1 e P7	17	35,4
Valor inicial desconhecido – situação de decréscimo	P2 e P8	18	37,5
Transformação desconhecida – situação de acréscimo	P4 e P6	13	27,0
Transformação desconhecida – situação de decréscimo	P3 e P5	28	58,3

[4] O grupo da amostra (24 alunos) respondeu a 48 problemas para cada tipo de classificação aditiva.

Observando os dados[5] contidos na Tabela 1, constatamos que para os 24 alunos que responderam ao pré-teste, os números de acertos nos problemas variaram de 13 a 24 acertos, correspondendo a uma porcentagem que variou de 27 a 58,3%. Mais ainda, dos oito problemas propostos no referido teste, de acordo com sua classificação aditiva (P1 e P7, P2 e P8, P4 e P6) o percentual de rendimento foi inferior a 50% e nos outros problemas restantes (P3 e P5), o percentual de acertos não chegou a 60%, como explicado anteriormente.

Através da análise dos dados apresentados na Tabela 1, é possível observar o grau de dificuldade dos alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Fica constatada a necessidade dos alunos serem colocados em frente a novas situações para que ocorra a ampliação de seus conhecimentos. Essa idéia é reforçada por Vergnaud:

> A distinção entre os diferentes casos e sua análise deve ser cuidadosamente abordada para ajudar a criança a reconhecer a estrutura dos problemas e a encontrar procedimentos que conduzem à sua solução. Não se deve subestimar a dificuldade de certas noções [...]; elas devem, porém, ser abordadas desde o ensino elementar. (VERGNAUD, 1994, p. 180 apud SILVA, 1999).

Buscando analisar os alunos diante de novas situações, dividimos o grupo da amostra em quatro subgrupos com seis alunos cada. Três subgrupos participaram de atividades de intervenção diferenciada: o G1 teve uma intervenção que utilizou o diagrama na resolução dos problemas, o G2 teve uma intervenção que utilizou o jogo *Carta Misteriosa* e o G3 teve uma intervenção que utilizou o diagrama na resolução dos problemas mais o jogo *Carta Misteriosa*. O G4 não passou por nenhum tipo de intervenção, e foi classificado como grupo controle. Os resultados dos 6 alunos por grupo, antes de participarem de qualquer atividade de intervenção estão apresentados na Tabela 2.

[5] A porcentagem de acerto da Tabela 1 foi obtida pela multiplicação do número de acerto dos 24 alunos nos testes por 100 e dividido pelo número de problemas, no caso 48.

Tabela 2 - Rendimento médio dos alunos por grupos no pré-teste.

Rendimento Médio dos Grupos	Pré-teste	
	Acertos dos 48 problemas[6]	%
G1 – Diagrama	22	45,8
G2 – Jogo	18	37,5
G3 – Diagrama e Jogo	16	33,3
G4 – Grupo de controle	20	41,6

Verificamos que os rendimentos dos alunos, agora separados por grupos, não passaram de 50%, e que os acertos variaram entre 16 e 22 nos grupos, correspondendo a 33,3 e 45,8%.

3. 2 RESULTADOS DO PÓS-TESTE

Com a intenção de verificar se houveram mudanças na compreensão dos Problemas Aditivos de Ordem Inversa e se essas mudanças são expressivas, foi aplicado um pós-teste com os 24 alunos - grupo da amostra (Fig. 9). Esses alunos responderam, em uma aula de 50 minutos de duração, uma lista com oito problemas aditivos análogos aos do pré-teste.

Figura 9 - Aluna respondendo o pós-teste

Verificamos na Tabela 3, que os resultados dos grupos dos alunos que sofreram intervenção (G1, G2 e G3), comparados com os resultados do pré-

[6] Grupos formados por 6 alunos que responderam a 8 problemas cada um. Explicação para o valor 48 problemas das tabelas 2 e 3.

teste, indicam que, em geral, houve um aumento na porcentagem de acertos no pós-teste.

Tabela 3 – Resultados percentuais dos alunos por grupo no pré-teste e no pós-teste.

Rendimento Médio dos Grupos	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
	Acertos dos 48 problemas	**%**	**Acertos dos 48 problemas**	**%**
G1 – Diagrama	22	45,8	39	81,2
G2 – Jogo	18	37,5	36	75,0
G3 – Diagrama e Jogo	16	33,3	42	87,5
G4 – Grupo controle	20	41,6	31	64,5

Observamos na Tabela 3 que o G3 foi o grupo que teve melhor rendimento no pós-teste (87,5%), correspondente a 42 acertos dos 48 possíveis acertos totais, uma vez que cada teste tinha 8 problemas e que o grupo tinha 6 participantes. O G1 atingiu o segundo melhor resultado obtendo 81,2% de rendimento, que corresponde a responder certo 39 dos 48. O resultado do G2 foi de 75%, ficando com o terceiro melhor rendimento, tendo a diferença de três acertos a mais com o G1, que fez 36 acertos dos 48. Apesar dos alunos do grupo controle, G4, não terem participado de nenhuma atividade de intervenção, houve, também, uma melhora no seu desempenho. O grupo acertou 31 dos 48 problemas propostos.

Analisando os resultados dos grupos separadamente e comparando com os resultados do pré-teste, observamos que provavelmente o uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa* aumentou o desempenho dos alunos do G3 em 54,2%, em relação ao pré-teste, enquanto os alunos do G1 obtiveram apenas 35,4% de aumento e os alunos do G2 tiveram 37,5%. Verificamos, então, que o grupo que teve como atividade de intervenção o uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa*, G3, foi o que obteve o melhor rendimento entre os grupos. A melhora do G4, grupo de controle, que foi de 22,9% não superou a dos grupos dos alunos que passaram por atividades de intervenção (Fig. 10)

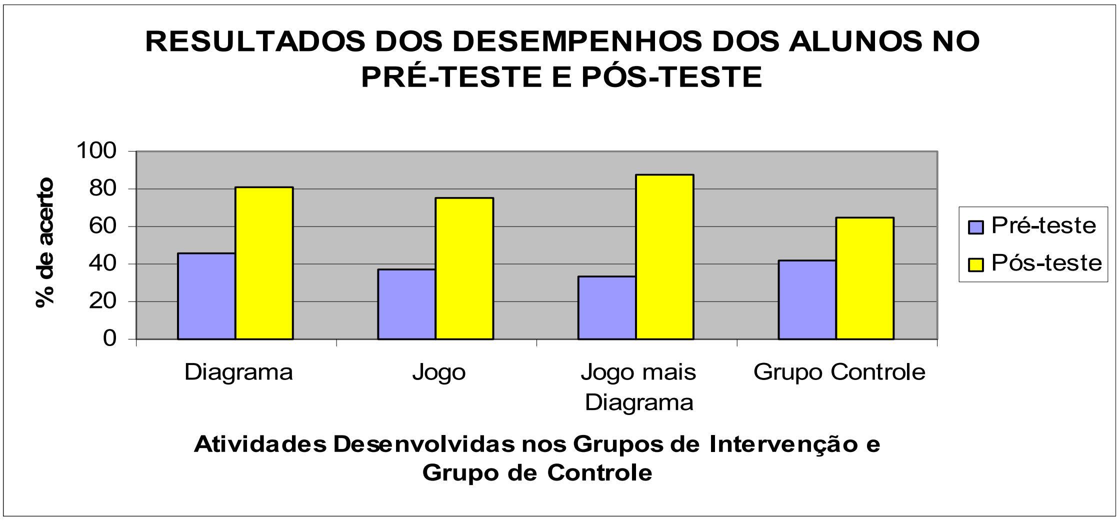


Figura 10 - Gráfico comparativo dos desempenhos dos alunos no pré-teste e pós-teste por atividade de intervenção e grupo de controle.

Parte da melhora dos resultados era esperada, tendo em vista o grau de maturidade inerente às atividades desenvolvidas nas intervenções, o que, certamente, é uma variável importante a ser considerada.

Esses dados, apresentados na Figura 4, confirmam a expectativa de que o grupo de alunos que tivesse intervenção com atividades tanto no contexto significativo do jogo *Carta Misteriosa*, quanto em uma representação de suporte, no caso o diagrama, pensaria melhor nas relações existentes nos Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Isto é, as intervenções realizadas com o jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama e as intervenções apenas com o uso do diagrama apresentaram melhores resultados no pós-teste, do que a intervenção que teve apenas o jogo *Carta Misteriosa* como recurso.

Com esses resultados podemos dizer que o jogo por si só não resolveu, embora seja um contexto significativo. O diagrama por si só, também não resolveu (inferência baseada na comparação dos resultados do G1 e G2 com o grupo de controle). Mas a união do contexto significativo e interativo (jogo *Carta Misteriosa*) mais um recurso representacional adicional (diagrama) fez com que os alunos tivessem uma compreensão mais ampla dos problemas inversos.

3.3 ANÁLISE COMPARATIVA POR GRUPO NO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

Nesta seção, apresentaremos uma análise comparativa dos grupos do G1, G2 e G3 no tocante ao desempenho no pré-teste e pós-teste, em relação à classificação aditiva dos problemas e em relação aos desempenhos individuais dos alunos nos grupos.

3.3.1 Análise do Grupo G1 – Intervenção: uso do Diagrama

Esta atividade de intervenção teve a finalidade de apresentar e ensinar os alunos a utilizarem o diagrama - representação significativa - na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa (Fig. 11).

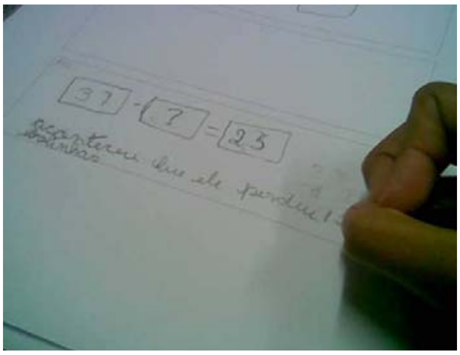


Figura 11 - Aluno utilizando o diagrama para responder o problema contido na ficha nas atividades de intervenção do G1.

Analisando e comparando os rendimentos dos alunos do grupo G1 na resolução dos problemas de mesma classificação aditiva[7], verificamos que nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo (P4 e P6), observou-se um aumento no percentual de rendimento no pós-teste em relação ao pré-teste (Tabela 4).

[7] Problemas agrupados de acordo com a classificação aditiva: P1 e P7 – valor inicial desconhecido: situação de acréscimo; P2 e P8 – valor inicial desconhecido: situação de decréscimo; P4 e P6 – transformação desconhecida: situação de acréscimo; P3 e P5 – transformação desconhecida: situação de decréscimo.

Tabela 4: Resultados dos alunos do G1 no pré-teste e no pós-teste, de acordo com as classificações aditivas.

Classificação Aditiva dos Problemas	**Problemas**	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
		Acertos dos 12 problemas[8]	**%**	**Acertos dos 12 problemas**	**%**
Valor inicial desconhecido – situação de acréscimo	P1 e P7	5	41,6	11	91,6
Valor inicial desconhecido – situação de decréscimo	P2 e P8	6	50	8	66,6
Transformação desconhecida – situação de acréscimo	P4 e P6	3	25	10	83,3
Transformação desconhecida – situação de decréscimo	P3 e P5	8	66,6	10	83,3

Os resultados[9] da Tabela 4 apontam para uma melhora de desempenho dos alunos nos problemas P4 e P6, ambos de transformação desconhecida – situação de acréscimo. Neste tipo de problema os alunos deste grupo tiveram o pior resultado no pré-teste (25%) e obtiveram 83,3% no pós-teste. Nos problemas P1 e P7 os alunos tiveram 41,6% de rendimento no pré-teste e 91,6% no pós-teste. Os problemas P2 e P8 os alunos tiveram 50% de rendimento no pré-teste e 66% no pós-teste. Os resultados dos problemas P3 e P5 no pré-teste foram de 66,6% e de 83% no pós-teste. Essa análise baseia-se no total de acerto que os alunos tiveram em cada teste, levando em consideração o tipo de atividade de intervenção.

Diante dos resultados apresentados no grupo G1, o uso do diagrama provavelmente contribuiu para o aumento do desempenho dos alunos em relação aos problemas de valor inicial desconhecido – situação de acréscimo em 50%, em relação ao pré-teste, enquanto os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo tiveram apenas 16,6% de melhora. Os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo tiveram

[8] O grupo G1 (6 alunos) respondeu a 12 problemas de cada tipo de classificação aditiva em ambos os testes.
[9] A porcentagem de acerto da Tabela acima é obtida pela multiplicação do número de acerto dos 6 alunos do G1 nos testes por 100 e dividido pelo número de problemas, no caso 12.

58,3% de melhora em relação ao pré-teste e os problemas de transformação desconhecida – situação de decréscimo tiveram apenas 16,7% de melhora (Fig. 12).

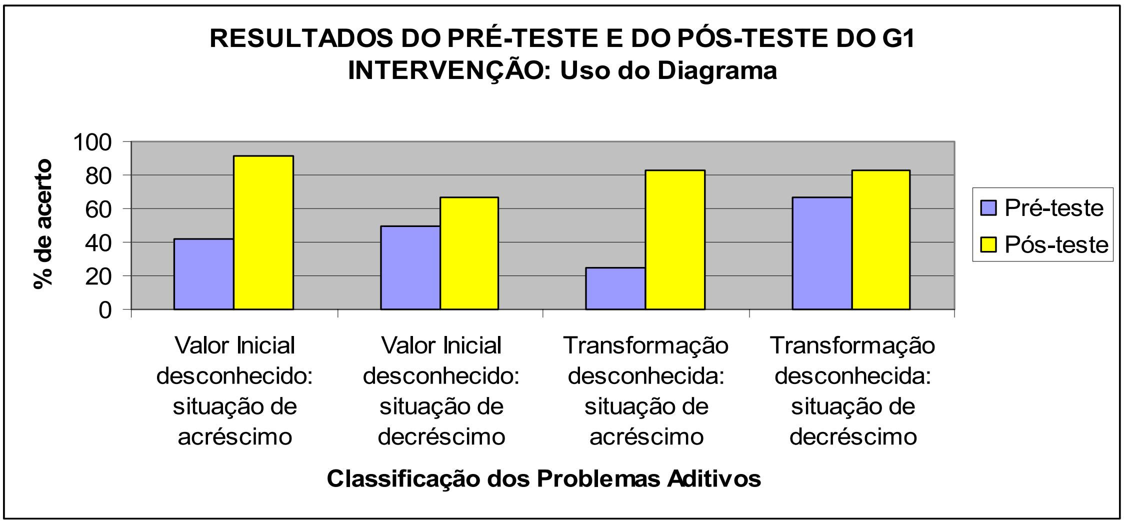


Figura 12 - Gráfico do rendimento do G1 no pré-teste e no pós-teste em relação a classificação dos problemas aditivos.

Os erros apresentados pelos alunos deste grupo foram minimizados no pós-teste. Os resultados apresentados no Gráfico acima, apontam que o uso do diagrama, de forma correta, pode ter ajudado os alunos do G1 a estabeleceram as relações existentes entre a adição e a subtração na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa. O que provavelmente, ocasionou o baixo desempenho dos alunos nos problemas P2 e P8 no pós-teste, será explicado na conclusão.

ANÁLISE INDIVIDUAL POR ALUNO DO GRUPO G1

Discutiremos os resultados dos alunos por grupo, de modo individual, comparando seus resultados no pré-teste e pós-teste após a atividade de intervenção, de modo a mostrar seus avanços e suas dificuldades em resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa. A identidade desses alunos, apresentados nas Tabelas, foi preservada e substituída por siglas, por exemplo: AG1, que significa o aluno A (substituição do nome pela letra) do grupo de intervenção G1.

Dos seis alunos participantes do G1, apenas um teve rendimento similar no pré-teste e no pós-teste, 50% em ambos os testes. Os demais tiveram rendimento superior (Tabela 5).

Tabela 5 – Rendimento individual dos 6 alunos do G1 no pré-teste e no pós-teste.

Alunos/Idade	Pré-teste		Pós-teste	
	Acertos dos 8 problemas	%	Acertos dos 8 problemas	%
AG1 (9 anos)	1	12,5	7	87,5
BG1 (10 anos)	2	25,0	7	87,5
CG1 (11 anos)	3	37,5	6	75,0
DG1 (10 anos)	4	50,0	4	50,0
EG1 (9 anos)	5	62,5	7	87,5
FG1 (9 anos)	6	75,0	8	100,0

Na análise individual dos alunos do grupo G1 foi possível observar:

- *Aluno AG1 (9 anos)*

O aluno AG1 apresentou coerência nas respostas do pós-teste, usando corretamente o diagrama, errando apenas no P6 no cálculo relacional. Seu baixo rendimento, 12,5% de acerto no pré-teste, foi superado por 87,5% no pós-teste. Na tentativa de investigar o motivo do bom desempenho do aluno AG1, a pesquisadora fez uma entrevista individual com o aluno, logo após ele responder o pós-teste. O diálogo a seguir ilustra esse momento:

Pesquisadora: *Você gostou mais da primeira atividade ou desta?*
Aluno: *Desta! É mais fácil.*
Pesquisadora: *Por quê?*
Aluno: *Quando eu fiz a outra eu tinha 9 anos e agora eu tenho 10 [...] Não precisa fazer conta.*
Pesquisadora: V*ocê fez várias contas. Por quê?*

Aluno: *Era mais fácil.*

Pesquisadora: *Por quê?*

Aluno: *Por causa do diagrama.*

Pesquisadora: *O diagrama lhe ajudou?*

O aluno ficou parado e não falou mais.

Apesar do aluno não ter respondido qual o motivo do seu bom desempenho no pós-teste, a análise do seu pós-teste indica a clareza de idéias que o aluno apresentou, no momento de responder o pós-teste, no tocante a associação do diagrama ao cálculo relacional correto.

- *Aluno BG1 (10 anos)*

Na análise do pós-teste do aluno BG1 verificamos que o mesmo teve uma boa taxa de rendimento no pós-teste, 87,5%, superando os 25% do pré-teste, mas o aluno errou no problema de transformação desconhecida – situação de decréscimo, problema P5 do pós-teste, tanto na escrita do diagrama como no cálculo relacional. Um outro fato analisado no pós-teste do aluno foi a forma errada de escrever o diagrama dos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo, problemas P4 e P6, como mostra a resposta (*escaneada*) do aluno ao problema P4 (Fig. 13).

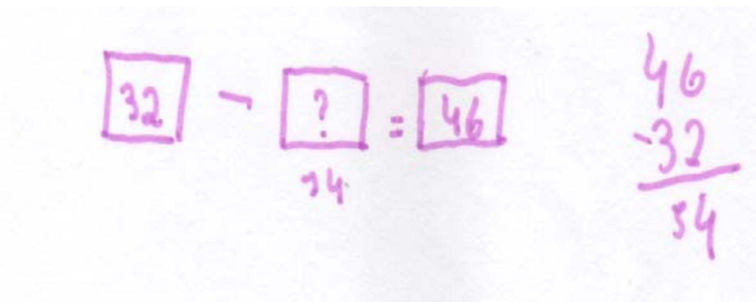
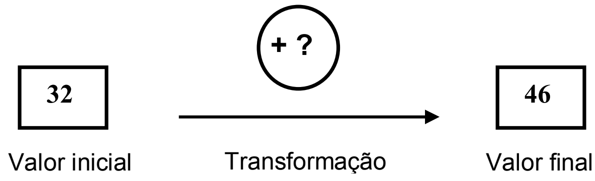


Figura 13 - Resposta do aluno BG1 ao problema P4 - No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

A partir das construções conceituais das estruturas aditivas de Vergnaud (1986) o procedimento correto do problema por esquemas – diagrama para o problema P4 seria:



Mesmo o aluno escrevendo o diagrama errado, ele fez o cálculo relacional correto e deu respostas corretas aos problemas P4 e P6. Neste caso, a escrita do diagrama não deu sentido às situações descritas nos problemas.

- *Aluno CG1 (11 anos)*

No caso do aluno CG1, apesar do diagrama ter sido escrito de forma correta, o aluno, que teve 75% de rendimento no pós-teste, aparentemente não superou as dificuldades nos problemas P2 e P8, ambos da classificação aditiva: valor inicial desconhecido – situação de decréscimo. O aluno fez cálculos numéricos confusos, mostrando a falta de conexão com o diagrama (Fig. 14).

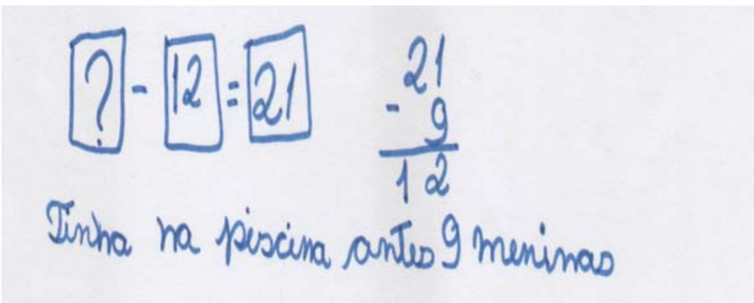


Figura 14 - Resposta do aluno CG1 ao problema P2 - Na piscina tinha algumas meninas nadando. Saíram 12 meninas, ficaram ainda na piscina 21 meninas. Quantas meninas tinham na piscina antes?

Apesar do diagrama estar escrito de forma correta, o esquema feito não ajudou o aluno a estabelecer o cálculo relacional correto no problema de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo. O uso do diagrama não fez o aluno perceber que esse problema é interpretado por meio da operação inversa da subtração. Isto é, **a – b = c ∴ a = b + c,** que no caso do problema seria **a** = 12 + 21.

- *Aluno DG1 (10 anos)*

A justificativa para o aluno DG1 (10 anos) ter tido rendimento semelhante em taxas percentuais de acerto, 50% tanto no pré-teste como no pós-teste, se dá pelo fato do aluno não estabelecer relação do diagrama com o cálculo relacional. O fato é retratado nos problemas P1, P2, P4 e P8 do pós-teste. Por exemplo, no problema P4 (Fig. 15).

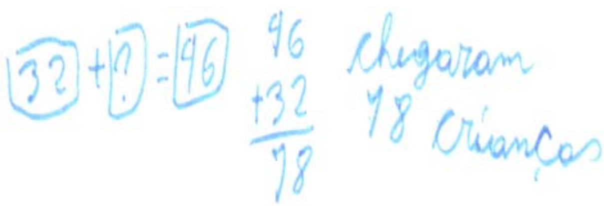


Figura 15 - Resposta do aluno DG1 ao problema P4 - No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

Isso aponta que o aluno DG1 apesar de escrever o diagrama de forma correta nos problemas P1, P2, P4 e P8 do pós-teste, a exemplo do visto a cima, não considerou o esquema – diagrama como uma forma de expressar o raciocínio a ser tomado na resolução do problema, especialmente, nos problemas de valor inicial desconhecido – situações de acréscimo e decréscimo, onde o aluno errou os dois problemas desta classificação tanto no pré-teste como no pós-teste.

- *Aluno EG1 (9 anos)*

O aluno EG1 cometeu um único erro no pós-teste no problema P3 em que escreveu corretamente o diagrama, mas errou no cálculo relacional (Fig. 16) e obteve 87,5% de rendimento. Apesar do rendimento no pré-teste ter sido de

62,5% de acertos, o aluno apresentava dificuldades nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo e nos problemas de valor inicial desconhecido – situação de acréscimo.

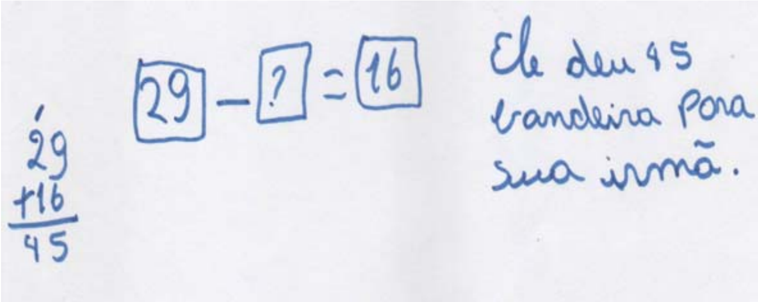


Figura 16 - Resposta do aluno EG1 ao problema P3 - Antonio tem 29 bandeirinhas de São João. Deu algumas bandeiras para sua irmã, ficando com 16 bandeiras. Quantas bandeiras ele deu para a sua irmã? - no pós-teste.

As dificuldades destes dois tipos de problemas, apresentados no pré-teste, foram superadas pelo aluno no pós-teste quando, a exemplo do descrito anteriormente, fez uso do diagrama e percebeu que esses problemas são interpretados por meio de subtração. Isto é, **a** + **b** = **c** ∴ **b** = **c** – **a** (transformação desconhecida: situação de acréscimo) e **a** + **b** = **c** ∴ **a** = **c** – **b** (valor inicial desconhecido – situação de acréscimo) que no caso dos problemas P4 e P7 seria respectivamente 14 = 46 – 32 e 24 = 36 – 12.

- *Aluno FG1 (9 anos)*

As dificuldades apresentadas pelo aluno FG1 no pré-teste em que teve 75% de rendimento, se localizaram nos problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo. A dificuldade neste tipo de problema foi superada com o uso do diagrama. O rendimento apresentado pelo aluno no pós-teste foi de 100%, mostrando que as operações de pensamento envolvidas no uso do diagrama ajudaram o aluno a estabelecer um cálculo relacional correto.

Em linhas gerais, o rendimento médio do grupo G1 no pós-teste (81,25%) foi expressivo em relação ao desempenho no pré-teste (43,75%), uma vez que todos os alunos deste grupo responderam ao pós-teste utilizando o recurso apresentado nas atividades de intervenção - diagrama. Para Vergnaud (1986) o diagrama é uma forma de expressar o raciocínio a ser tomado para resolver o problema.

3. 3. 2 Análise do Grupo G2 – Intervenção: uso do jogo *Carta Misteriosa*

O uso do jogo *Carta Misteriosa* na atividade de intervenção teve como objetivo fazer com que os alunos associassem implicitamente o desafio de encontrar a carta misteriosa aos desafios de calcular o valor inicial desconhecido: situações de acréscimo ou decréscimo ou da transformação desconhecida: situações de acréscimo ou decréscimo de Problemas Aditivos de Ordem Inversa (Fig. 17).

Figura 17 - Alunas jogando o Jogo *Carta Misteriosa*.

Os alunos do grupo G2 tiveram como atividade de intervenção o jogo *Carta Misteriosa*, descrito em detalhes no capítulo II. O bom rendimento no pós-teste (Tabela 6), foi apontado pelos alunos à ligação do *jogo Carta Misteriosa* com a solução dos problemas. Todos os alunos do G2 disseram na entrevista com a pesquisadora, logo após responderem o pós-teste, que lembraram do *jogo* na hora de resolver os problemas, relacionando a carta misteriosa com o valor que queriam calcular.

Tabela 6 - Resultados dos alunos do grupo G2 no pré-teste e no pós-teste de acordo com as classificações aditivas.

Classificação Aditiva dos Problemas	**Problemas**	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
		Acertos dos 12 problemas[10]	**%**	**Acertos dos 12 problemas**	**%**
Valor inicial desconhecido – situação de acréscimo	P1 e P7	5	41,6	10	83,3
Valor inicial desconhecido – situação de decréscimo	P2 e P8	1	8,3	8	66,6
Transformação desconhecida – situação de acréscimo	P4 e P6	4	33,3	10	83,3
Transformação desconhecida – situação de decréscimo	P3 e P5	8	66,6	10	83,3

A Tabela 6 mostra os resultados[11], onde observarmos uma melhora nos desempenhos dos alunos para os problemas P2 e P8, ambos de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo, já que foi neste tipo de problema que os alunos deste grupo tiveram um baixo resultado no pré-teste (8,3%) e passaram para 66,6% no pós-teste. Um outro resultado que aponta uma melhora, remete aos problemas P4 e P6, onde os alunos tiveram 33,3% de rendimento no pré-teste e passaram para 83,3% no pós-teste. Nos problemas P1 e P7 os alunos tiveram 41,6% de rendimento no pré-teste e 83,3% no pós-teste. Finalmente, os resultados dos problemas P3 e P5 no pré-teste de 66,6% passaram para 83% no pós-teste.

Diante dos resultados apresentados, podemos dizer que o uso do jogo *Carta Misteriosa* pode ter contribuído para melhorar o desempenho dos alunos em relação aos problemas de valor inicial desconhecido – situação de acréscimo em 41,7%, em relação ao pré-teste, enquanto que os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo tiveram 58,3% de melhora. Os problemas transformação desconhecida – situação de acréscimo tiveram 50% de melhora em relação ao pré-teste e os problemas transformação

[10] O grupo G2 (6 alunos) respondeu a 12 problemas de cada tipo de classificação aditiva em ambos os testes.

[11] A porcentagem de acerto da Tabela 6 é obtida pela multiplicação do número de acerto dos 6 alunos do G2 nos testes por 100 e dividido pelo número de problemas, no caso 12.

desconhecida – situação de decréscimo tiveram apenas 16,7% de melhora (Fig. 18).

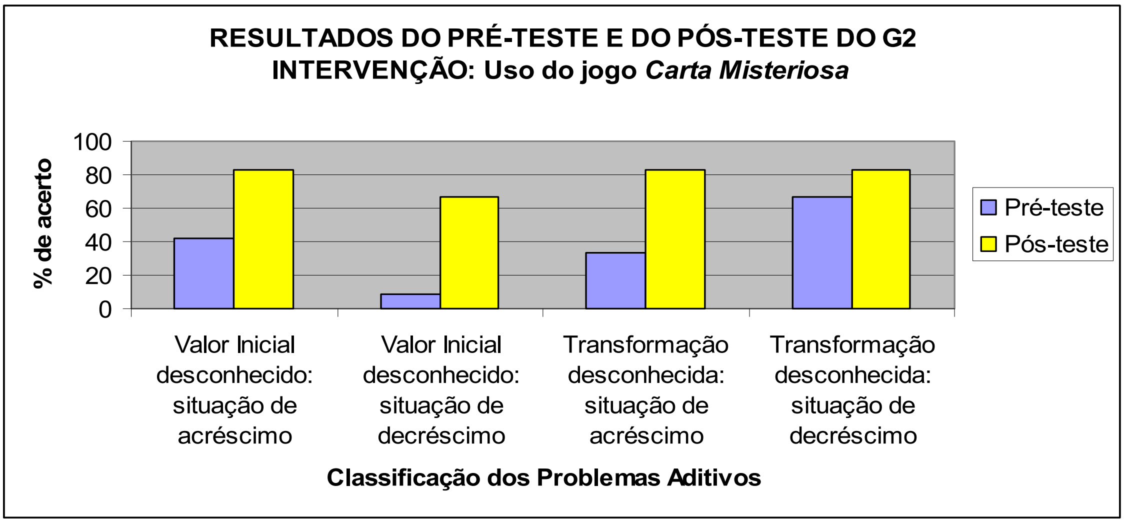


Figura 18 – Gráfico dos resultados dos alunos do grupo G2 no pré-teste e no pós-teste.

Os resultados apresentados no Gráfico da Figura 18, apontam que o uso do jogo *Carta Misteriosa* pode ter ajudado aos alunos a estabelecerem as relações existentes nos problemas aditivos de ordem inversa. De forma implícita, os alunos do G2 associaram o desafio do jogo ao desafio de encontrar os valores desconhecidos nos problemas propostos no pós-teste.

ANÁLISE INDIVIDUAL POR ALUNO DO GRUPO G2

Dos alunos participantes do G2, todos tiveram melhoras no rendimento em relação ao pré-teste e pós-teste (Tabela 7).

Tabela 7 – Rendimento médio individual dos alunos do G1 no pré-teste e no pós-teste

Alunos/Idade	Pré-teste		Pós-teste	
	Acertos dos 8 problemas	%	Acertos dos 8 problemas	%
AG2 (9anos)	0	0	6	75,0
BG2 (9 anos)	1	12,5	6	75,0
CG2 (10 anos)	2	25,0	5	62,5
DG2 (10 anos)	4	50,0	6	75,0
EG2 (10 anos)	5	62,5	6	75,0
FG2 (9 anos)	6	75,0	7	87,5

Na análise individual dos alunos do G2, foi possível observar:

- *Aluno AG2 (9 anos)*

O aluno AG2 teve seu baixo rendimento 0% no pré-teste superado para 75% no pós-teste. Os erros de cálculo relacional apresentados no pré-teste se deveram ao fato do aluno optar pela operação de adição por não dominar a técnica de subtração. A dificuldade em efetuar operação de subtração mesmo com número pequenos, do tipo 8 – 3, foi verificada durante as atividades de intervenção (Fig. 19). As colegas, durante o jogo, deram sugestões para o aluno AG2 usar os tracinhos para fazer os cálculos para achar a carta misteriosa.

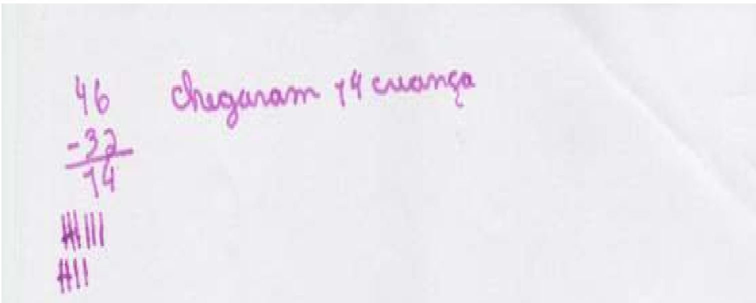


Figura 19 - Resposta do aluno AG2 ao problema P4 - No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

Apesar da dificuldade na operação de subtração, o aluno conseguiu estabelecer uma relação do jogo *Carta Misteriosa* com os Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Isto pode ser considerado pelo fato do aluno não ter tido nenhum outro tipo de orientação a respeito da resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

- *Aluno BG2 (9 anos)*

O aluno BG2 que teve 12,5% de acerto no pré-teste e 75% no pós-teste, apresentou nos problema P7 e P8 erros tanto no cálculo numérico como no relacional (Fig. 20).

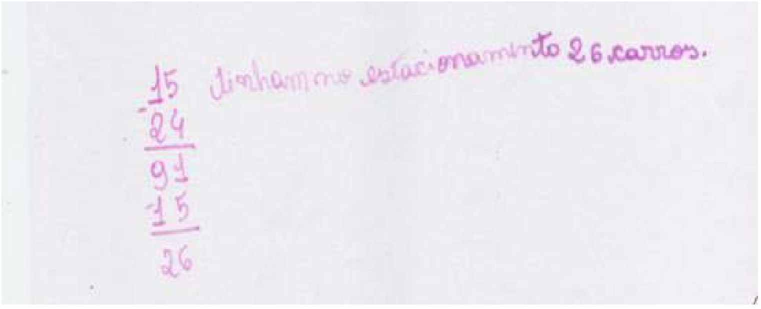
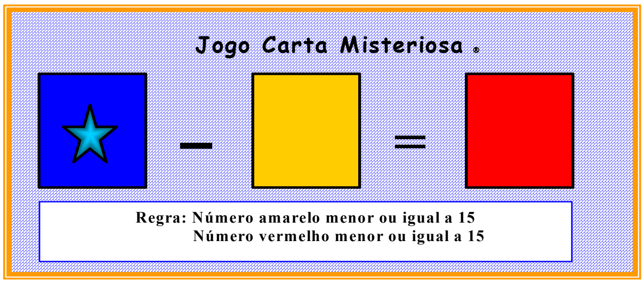


Figura 20 - Resposta do aluno BG2 ao problema P8 - Num estacionamento tinha alguns carros. Saíram 15 carros, ficando ainda no estacionamento 24. Quantos carros tinha no estacionamento?

Comparado o problema P8 com uma situação apresentada no jogo *Carta Misteriosa*, o aluno não associou o número de carros que tinha antes no estacionamento ao valor da *Carta Misteriosa* que preencheria cartela que se assemelharia ao problema P8:



O fato do aluno ter participado das atividades com o jogo *Carta Misteriosa* pode ter permitido que utilizasse as operações de pensamento necessárias para a manipulação correta da adição e subtração enquanto operações inversas. A afirmação é baseada no bom desempenho do aluno no pós-teste.

- *Aluno CG2 (10 anos)*

Os resultados do aluno CG2 foram de 25% no pré-teste e 62,3% no pós-teste. O aluno não mostrou superação nas dificuldades nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo, problemas P4 e P6, errando no cálculo relacional (Fig. 21).

Figura 21 - Resposta do aluno CG2 ao problema P4 - No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

As relações de pensamento desenvolvidas no jogo *Carta Misteriosa* não contribuíram para o aluno superar as dificuldades como os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo. A compreensão do aluno quanto ao teorema-em-ação que suporta o reconhecimento implícito de que adição, incidindo sobre uma quantidade, produz um acréscimo e a subtração produz uma diminuição dessa quantidade.

- *Aluno DG2 (10 anos)*

Os problemas P2 e P8, ambos de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo, não foram respondidos com sucesso pelo aluno DG2 que não estabeleceu o cálculo relacional correto (Fig. 22). O aluno teve em seu pré-teste 50% de acertos e, no pós-teste, 75%.

Figura 22 - Resposta do aluno DG2 ao problema P2 - Na piscina tinha algumas meninas nadando. Saíram 12 meninas, ficaram ainda na piscina 21 meninas. Quantas meninas tinha na piscina antes?

As atividades desenvolvidas com o jogo *Carta Misteriosa*, aparentemente, não sanaram as dificuldades do aluno com os problemas de valor inicial desconhecido - situação de decréscimo. Nesta situação do problema P2, o aluno precisaria entender que um valor inicial é igual ao valor final mais a transformação (FRANCHI, 1999).

- *Aluno EG2 (10 anos)*

Os resultados do aluno FG2 no pré-teste foi 62,5% de acerto e de 75% no pós-teste. O aluno teve uma superação no pós-teste nos problemas P2 e P8, os dois de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo (Fig. 23).

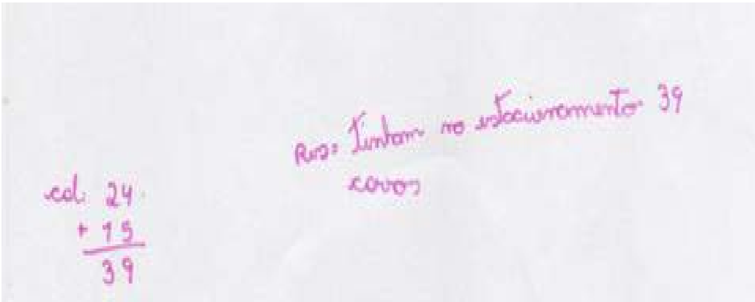


Figura 23 - Resposta do aluno FG2 ao problema P8 - Num estacionamento tinha alguns carros. Saíram 15 carros, ficando ainda no estacionamento 24. Quantos carros tinha no estacionamento?

Pressupõe-se que os pensamentos desenvolvidos no jogo *Carta Misteriosa* ajudaram o aluno a superar as dificuldades com os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo, que do ponto de vista matemático é interpretado por meio de uma adição.

- *Aluno FG2 (9 anos)*

O único erro que o aluno EG2 teve no pós-teste foi no problema P5 com um erro de cálculo relacional (Fig. 24). O aluno mostrou uma superação nas dificuldades apresentadas nos problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo, onde obteve 0% de aproveitamento no pré-teste. Os resultados do aluno no pré-teste foram de 75% e no pós-teste de 87,5%.

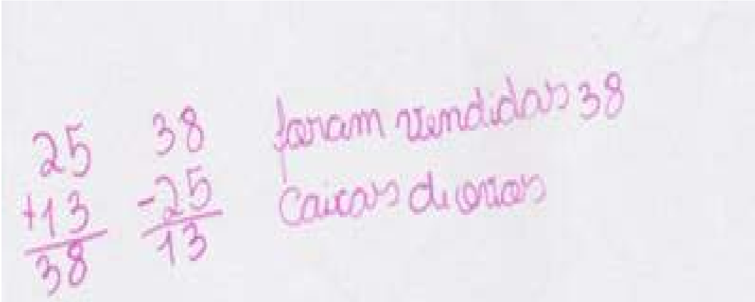


Figura 24 - Resposta do aluno EG2 ao problema P5 - Na granja do pai de Mariana havia 25 caixas de ovos. Foram vendidas algumas caixas. Agora a granja tem apenas 13 caixas. Quantas caixas de ovos foram vendidas?

Com o jogo *Carta Misteriosa,* o aluno estabeleceu a relação com a propriedade de inversão como uma estratégia de resolução nos problemas Aditivos de Ordem Inversa.

O resultado médio do G2 no pós-teste (75%) foi significativo em relação ao pré-teste (37,5%), tendo como único recurso utilizado nas atividades de intervenção o jogo *Carta Misteriosa*. Assim podemos dizer que o jogo *Carta Misteriosa* ao apresentar aos alunos situações similares aos problemas aditivos mais complexos os ajudou a colocar em prática a coordenação do raciocínio aditivo.

3. 3. 3 Análise do Grupo G3 – Intervenção: uso do Diagrama e do jogo *Carta Misteriosa*

Os alunos do grupo G3 tiveram como atividade de intervenção o uso do diagrama mais o *jogo Carta Misteriosa* (Fig. 25). Dos três grupos que sofreram intervenção, o G3 foi o grupo em que os alunos tiveram maior rendimento no pós-teste.

Figura 25 - Alunos calculando a *carta misteriosa usando diagrama*.

Mesmo nos problemas de classificação aditiva mais complexa, os resultados foram expressivos comparados com os resultados do pré-teste (Tabela 8). Todos os alunos responderam o pós-teste usando o diagrama. Na citada entrevista, que foi filmada, os alunos afirmavam que associavam a escrita do diagrama à procura da carta no jogo *Carta Misteriosa.*

Tabela 8 **-** Resultados dos alunos do grupo G3 no pré-teste e no pós-teste de acordo com as classificações aditivas.

Classificação Aditiva dos Problemas	**Problemas**	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
		Acertos dos 12 problemas[12]	**%**	**Acertos dos 12 problemas**	**%**
Valor inicial desconhecido – situação de acréscimo	P1 e P7	3	25,0	10	83,3
Valor inicial desconhecido – situação de decréscimo	P2 e P8	5	41,6	8	66,6
Transformação desconhecida – situação de acréscimo	P4 e P6	2	16,6	12	100,0
Transformação desconhecida – situação de decréscimo	P3 e P5	6	50,0	12	100,0

[12] O grupo G3 (6 alunos) respondeu a 12 problemas de cada tipo de classificação aditiva em ambos os testes.

Os resultados[13] da Tabela 8 mostram uma melhora de desempenho dos alunos aos resolveram os problemas P4 e P6, ambos de Transformação desconhecida – situação de acréscimo. Foi neste tipo de problema que os alunos deste grupo tiveram o pior resultado no pré-teste (16,6%) e passaram para 100% no pós-teste. Nos problemas P1 e P7 os alunos tiveram um resultado de 25% de rendimento no pré-teste, mas superaram com 83,3% no pós-teste. Nos problemas P2 e P8 os alunos tiveram 41,6% de rendimento no pré-teste e 66,6% no pós-teste. Os resultados dos problemas P3 e P5 no pré-teste foram de 50% e de 100% no pós-teste.

A junção do diagrama com o *jogo Carta Misteriosa* pode ter ajudado os alunos a estabelecerem e a pensarem melhor no cálculo relacional na resolução dos problemas do pós-teste. O aumento do desempenho dos alunos em relação aos problemas de valor inicial desconhecido – situação de acréscimo (P1 e P7) foi de 58,3%, em relação ao pré-teste, enquanto os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo (P2 e P8) tiveram 25% de melhora. Os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo (P4 e P6) tiveram 83,4% de melhora em relação ao pré-teste e os problemas de transformação desconhecida – situação de decréscimo (P3 e P5) tiveram apenas 50% de melhora (Fig. 26).

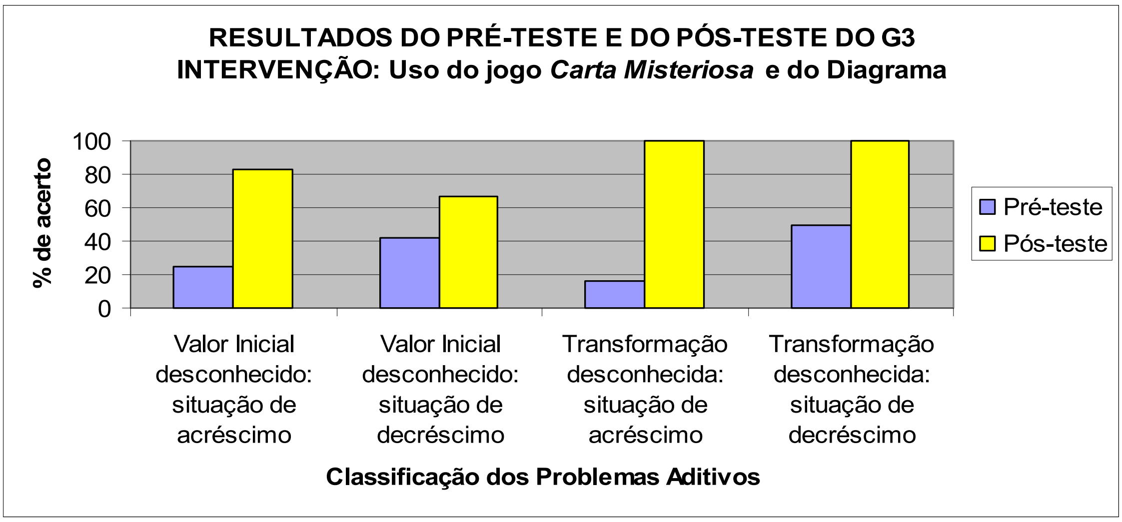


Figura 26 – Gráfico dos resultados dos alunos do G3 no pré-teste e no pós-teste.

[13] A porcentagem de acerto da Tabela acima é obtida pela multiplicação do número de acerto dos 6 alunos do G3 nos testes por 100 e dividido pelo número de problemas, no caso 12.

Os alunos do grupo G3 obtiveram o mais baixo rendimento no pré-teste em relação aos demais alunos do grupo da amostra da pesquisa. Os resultados não ultrapassaram 50% de acerto nos problemas do pré-teste (ver Tabela 2). O Gráfico 26, demonstra que o uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa*, possivelmente tenha ajudado os alunos do G3 a estabelecerem as relações existentes entre a adição e subtração na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

ANÁLISE INDIVIDUAL POR ALUNO DO GRUPO G3

Todos os alunos participantes do grupo G3 tiveram rendimento superior ao pré-teste. Apenas um aluno obteve 62,5% de rendimento no pós-teste, os demais alunos obtiveram rendimentos igual ou superior a 75% no pós-teste (Tabela 9).

Tabela 9 - Rendimento médio individual dos alunos do grupo G3 no pré-teste e no pós-teste.

Alunos/Idade	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
	Acertos dos 8 problemas	**%**	**Acertos dos 8 problemas**	**%**
AG3 (10 anos)	0	0	8	100
BG3 (10 anos)	1	12,5	6	75,0
CG3 (12 anos)	2	25,0	8	100,0
DG3 (11 anos)	3	37,5	5	62,5
EG3 (10 anos)	4	50,0	7	87,5
FG3 (10 anos)	6	75,0	8	100,0

Na análise individual dos alunos do G3, foi possível observar:

- *Aluno AG3 (10 anos)*

O aluno AG3 apresentou muita dificuldade no pré-teste (0% de acerto), mas teve uma boa superação no pós-teste obtendo 100% de acerto nos problemas. O aluno teve dificuldade em efetuar a operação de subtração, mesmo com algarismos pequenos, fazendo as operações de subtração por complemento (Fig. 27).

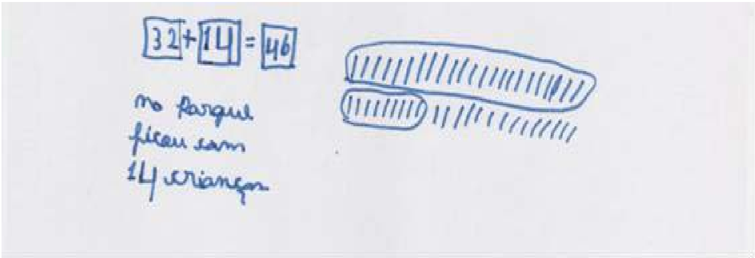


Figura 27 - Resposta do aluno AG3 ao problema P4 - No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

O aluno AG3 escreveu o diagrama e fez uso do cálculo relacional correto do problema que envolve um valor inicial, uma transformação e um valor final, onde o valor a ser calculado é a transformação. As dificuldades em estabelecer as relações com as operações inversas foram superadas pelo aluno que fez uso do diagrama e relacionou o desafio dos problemas do pós-teste ao desafio de encontrar a carta no jogo *Carta Misterioso* com o aponta o diálogo a seguir:

Pesquisadora: Você gostou mais desta atividade ou da primeira?
Aluno: *Mais desta.*
Pesquisadora: *Por quê?*
Aluno: *Foi melhor.*
Pesquisadora: *Como você pensou para responder aos problemas?*
Aluno: *Lembrei do jogo e do diagrama.*
Pesquisadora: *O jogo e o diagrama lhe ajudaram?*
Aluno: *Me ajudou a escolher as contas.*

As atividades propostas na intervenção permitiram que o aluno AG3 relaciona-se o jogo *Carta Misteriosa* e usasse o diagrama no momento de responder aos problemas propostos no pós-teste.

- *Aluno BG3 (10 anos)*

No pós-teste o aluno BG3 obteve 75% de rendimento nos problemas, superando o rendimento de 12,5% obtido no pré-teste. O aluno não obteve avanço nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo, problemas P2 e P8. Seu rendimento neste tipo de problema foi de 0%, o aluno permaneceu errando no cálculo relacional (Fig. 28).

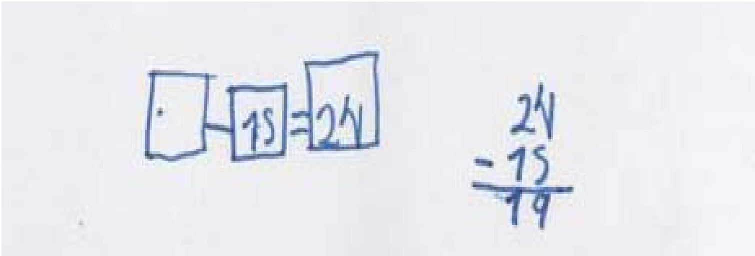


Figura 28 - Resposta do aluno BG3 ao problema P8 - Num estacionamento tinha alguns carros. Saíram 15 carros, ficando ainda no estacionamento 24. Quantos carros tinha no estacionamento?

O uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa* não ajudaram o aluno a compreender os invariantes operatórios contidos no problema (apesar de escrever o diagrama corretamente) e nem de fazer o cálculo relacional correto em problema com valor inicial desconhecido – situação de decréscimo. Problemas dessa natureza são interpretados por meio da operação inversa da subtração. Isto é, **a** – **b** = **c** ∴ **a** = **b** + **c**, que no caso do problema seria **a** = 24 + 15.

- *Aluno CG3 (11 anos)*

Apesar do aluno CG3 ter obtido 62,5% de rendimento no pós-teste, mostrando uma melhora em relação ao pré-teste, onde obteve 37,5%. O aluno não superou as dificuldades nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo (P2 e P8) continuou errando esses problemas. Um outro erro do aluno CG3 foi cometido no problema P1 (Fig. 29).

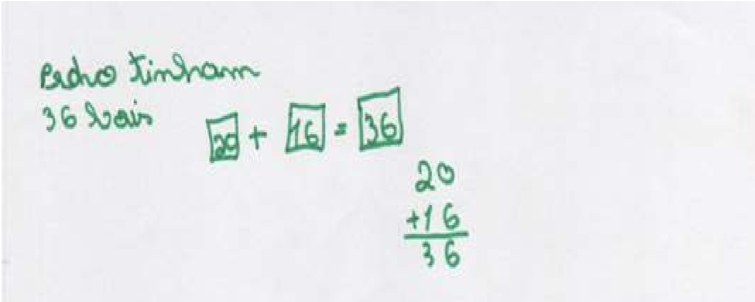


Figura 29 - Resposta do aluno CG3 ao problema P1 - Na fazenda de Pedro tinha alguns bois. Pedro comprou mais 16 bois, agora sua fazenda tem 38 bois. Quantos bois Pedro tinha na fazenda?

O aluno CG3 escreveu o diagrama de forma correta, errando no preenchimento dos dados, isto é, escrevendo 36 no lugar de 38. Mesmo com o erro na leitura dos dados, o aluno usou o diagrama como uma forma de expressar o raciocínio a ser tomado na resolução do problema.

- *Aluno DG3 (10 anos)*

Apesar de um bom desempenho no pós-teste, 75,5% de rendimento, ultrapassando os 50% de rendimento do pré-teste, o aluno DG3 acertou em quatro problemas na escrita dos diagramas. Apesar da resposta final estar correta, o aluno não dominava bem a técnica de subtração (Fig. 30).

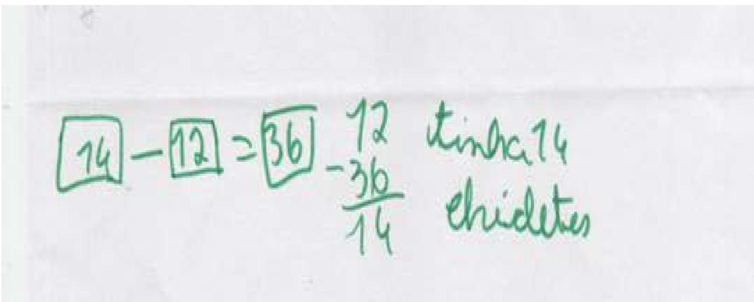


Figura 30 - Resposta do aluno DG3 ao problema P7 - Vitória tinha alguns chicletes. Ganhou mais 12 chicletes de sua prima, ficando com 36 chicletes. Quantos chicletes ela tinha antes?

O acerto na resposta final do problema P7, mesmo escrevendo o diagrama errado, se deu devido ao fato do aluno utilizar a operação escrita no diagrama como a operação do cálculo numérico. O fato é justificado, pois em três das classificações de problemas aditivos (valor inicial desconhecido – situações de acréscimo/decréscimo e transformação desconhecida – situação de acréscimo) o cálculo relacional é o inverso da operação descrita para a solução do problema.

- *Aluno EG3 (10 anos)*

O aluno EG3 superou suas dificuldades nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo, problemas P2 e P8, apresentadas no pré-teste. Os resultados do aluno no pré-teste foram de 75% e no pós-teste de 100%. Neste caso, o uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa* conseqüentemente podem ter ajudado o aluno a estabelecer as relações corretas do cálculo relacional apresentadas nos problemas Aditivos de Ordem Inversa. Esta inferência pode ser reforçada na fala do aluno quando havia dito, antes, que o diagrama ajudou-o a resolver os problemas. Então a pesquisadora pergunta:

Pesquisadora: *Só?*
Após pensar, o aluno respondeu.
Aluno: *Não! O jogo também.*
Pesquisadora: *Como assim, o jogo?*
Aluno: *Porque o jogo assim... parece que incentivou o jogo ... com a atividade que a senhora fez.*
Pesquisadora: *Por que você quis responder daquele jeito?*
Aluno: *Eu achei mais fácil [...]*
Pesquisadora: *O jogo tem alguma semelhança com o diagrama?*
Aluno: *Tem!*
Pesquisadora: *Como?*
Aluno: *As caixas, os números, a caixa que tem interrogação. Também o resultado na caixa que tem interrogação.*

O aluno EG3 parece não ter consciência dos prováveis motivos que o levaram ao sucesso na atividade, mas afirmou que o jogo mais o diagrama lhe ajudaram.

- *Aluno FG3 (12 anos)*

O aluno FG3 que teve 25% de rendimento no pré-teste, não estabelecia coerência no cálculo relacional no pré-teste. Após as atividades de intervenção o aluno obteve um bom desempenho no pós-teste (100% de aproveitamento). O resultado do aluno pode ser explicado mediante a análise do seu pós-teste onde o aluno respondeu aos problemas escrevendo o diagrama e comparando as situações ali descritas às situações apresentadas no jogo *Carta Misteriosa*. O diálogo com o aluno FG3 ilustra essa explicação:

Pesquisadora: *Você usou algo diferente pra responder a atividade?*
Aluno: *Eu fiz o diagrama*
Pesquisadora: *E o diagrama lhe ajudou?*
Aluno: *Parece com o jogo.*
Pesquisadora: *Como assim?*
Aluno: *Ajudou a saber mais de matemática.*
Pesquisadora: *Como?*
Aluno: *Lembrei no momento que tinha assim ... Pedro ganhou 13 vacas e perdeu 23, aí eu me lembrei do diagrama.*
Pesquisadora: *Como foi que você fez então?*
Aluno: *O problema era igual ao jogo.*

Neste caso, o aluno associou o valor que precisaria calcular no problema (valor inicial ou a transformação) à carta misteriosa que preencheria na cartela que se assemelharia ao problema, agora escrito em diagrama.

O resultado médio do grupo G3 no pós-teste (87,5%) foi bastante significativo em relação ao pré-teste (33,3%), uma vez que todos os alunos responderam o pós-teste utilizando o diagrama e fazendo relação do problema apresentado com o jogo *Carta Misteriosa*. Segundo Vergnaud (1986), as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se deparam. Assim podemos dizer que o uso do diagrama mais o jogo *Carta Misteriosa*, isto é, uma representação significativa (jogo) mais um suporte representacional (diagrama) ajudaram os alunos a estabelecerem as relações necessárias para a solução do Problema Aditivo de ordem Inversa.

3. 3. 4 Análise do Grupo G4 – Grupo de Controle

Os alunos do G4 não participaram de nenhuma atividade de intervenção, pois trata-se do grupo de controle. A maior parte dos alunos do G4 disseram na entrevista com a pesquisadora, que a melhora de rendimento no pós-teste (Tabela 10), se deu pelo fato de não estarem nervosos ou de não estarem com medo no momento de resolver o teste.

Tabela 10 - Resultados dos alunos do grupo G4 no pré-teste e no pós-teste de acordo com as classificações aditivas.

Classificação Aditiva dos Problemas	**Problemas**	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
		Acertos dos 12[14] problemas	**%**	**Acertos dos 12 problemas**	**%**
Valor inicial desconhecido – situação de acréscimo	P1 e P7	4	33,3	8	66,6
Valor inicial desconhecido – situação de decréscimo	P2 e P8	6	50,0	7	58,3
Transformação desconhecida – situação de acréscimo	P4 e P6	4	33,3	7	58,3
Transformação desconhecida – situação de decréscimo	P3 e P5	6	50,0	9	75,0

Mesmo sem nenhuma atividade de intervenção, os alunos do G4, tiveram melhora em seus rendimentos no pós-teste. A Tabela 10 mostram resultados[15] que apontam uma melhora, mesmo que pouca, nos desempenhos nos problemas P2 e P8, ambos de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo. No pré-teste os alunos obtiveram 50% e no pós-teste 58,3%. Um outro resultado que aponta uma melhora de desempenho, foi nos problemas

[14] O grupo G4 (6 alunos) respondeu a 12 problemas para cada tipo de classificação aditiva em ambos os testes.
[15] A porcentagem de acerto da Tabela acima é obtida pela multiplicação do número de acerto dos 6 alunos do G4 nos testes por 100 e dividido pelo número de problemas, no caso 12.

P3 e P5, onde os alunos tiveram 50% de rendimento no pré-teste e passaram para 75% no pós-teste. Nos problemas P1 e P7 os alunos tiveram 33,3% de rendimento no pré-teste e 66,6% no pós-teste. Enquanto os resultados dos problemas P4 e P6 no pré-teste passaram de forma não tão expressiva como os demais problemas, de 33,3% para 58,3% no pós-teste.

Frente aos resultados apresentados, o grupo do G4 melhorou seu desempenho em relação aos problemas de valor inicial desconhecido – situação de acréscimo (P1 e P7) em 33,3%, em relação ao pré-teste, enquanto os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo (P2 e P8) obtiveram apenas 8,3% de melhora. Os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo (P4 e P6) obtiveram 25% de melhora em relação ao pré-teste e os problemas transformação desconhecida – situação de decréscimo (P3 e P5) obtiveram 25% de superação em relação ao pré-teste (Fig. 31).

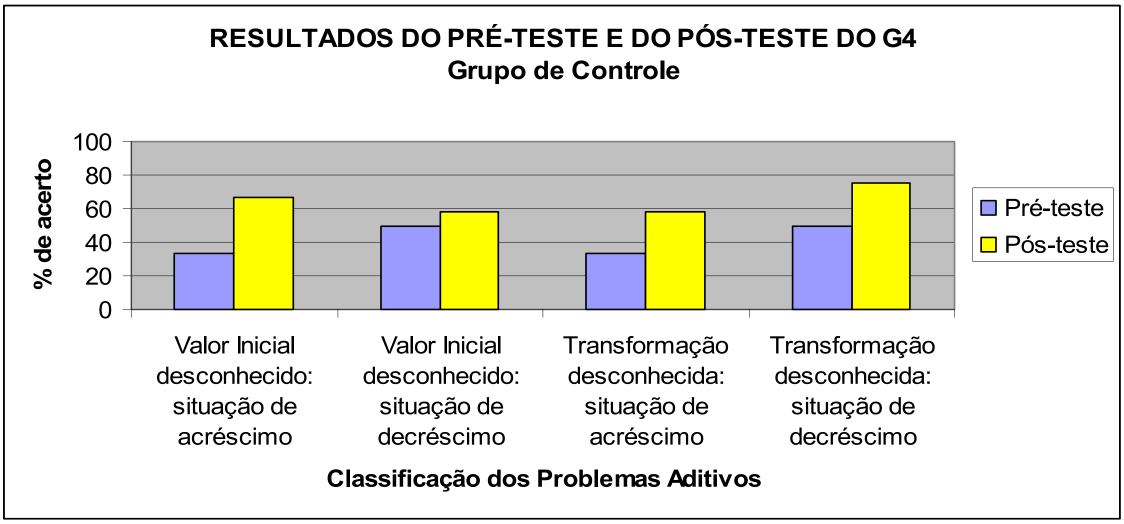


Figura 31 - Gráfico dos resultados dos alunos do G4 no pré-teste e no pós-teste.

Os resultados apresentados na Figura 31 mostram que os alunos do grupo de controle, o G4, pouco avançaram no amadurecimento na resolução dos Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

A maior parte[16] dos alunos participantes do G4 tiveram uma melhora no rendimento do pós-teste em relação ao pré-teste (Tabela 11). Um terço deles superou de forma expressiva, isto é, passando dos 50% de rendimento entre o pré-teste e o pós-teste. Os demais tiveram rendimento variando entre 37,5% e 50%.

Tabela 11 - Rendimento médio individual dos alunos do grupo G4 no pré-teste e no pós-teste.

Alunos/Idade	**Pré-teste**		**Pós-teste**	
	Acertos dos 8 problemas	**%**	**Acertos dos 8 problemas**	**%**
AG4 (10 anos)	1	12,5	3	37,5
BG4 (10 anos)	2	25,0	6	75,0
CG4 (10 anos)	4	50,0	6	75,0
DG4 (10 anos)	4	50,0	2	25,0
EG4(11 anos)	4	50,0	4	50,0
FG4 (10 anos)	6	75,0	8	100,0

O aluno AG4 (10 anos) que apresentou o mais baixo rendimento do grupo G4 no pré-teste (12,5% de acerto) teve também o menor resultado no pós-teste (37,5% de acerto). O aluno BG4 (10 anos) que acertou 25% no pré-teste, foi o aluno que teve o melhor rendimento comparativo entre os testes (50%), uma vez que teve 75% de acerto no pós-teste. Com um resultado de 50% no pré-teste, o aluno CG4 obteve uma superação no pós-teste com 75% de acerto. O aluno DG4 (10 anos) obteve um resultado contrário aos demais alunos do G4: de 50% de rendimento no pré-teste o aluno passou a 25% no pós-teste. O aluno EG4 (11 anos) obteve seus resultados tanto no pré-teste com no pós-teste de 50%, não alterando seu rendimento. O aluno FG4 (10 anos) passou de 75% de rendimento no pré-teste pra 100% no pós-teste.

De modo geral, observamos que a melhora de rendimento do grupo G4, no pós-teste foi inferior ao rendimento dos demais grupos. Com isso podemos verificar que os alunos que participam de atividades metodológicas de

[16] Dos 6 alunos participantes do G4 – grupo controle, apenas um aluno não teve o desempenho superior em relação ao pré-teste.

intervenção, como o jogo *Carta Misteriosa*, o diagrama ou do jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama, tiveram rendimento satisfatório no pós-teste.

Em síntese, comparando os resultados de desempenho dos alunos por grupo, após as atividades de intervenção, destacamos os melhores resultados nos grupos (G1 e G3) em que os alunos foram colocados em situações onde eles tinham que pensar sobre o problema matemático envolvendo um raciocínio aditivo. Possivelmente as discussões efetuadas influenciaram o desempenho dos alunos.

Como a dificuldade de um problema é determinada não apenas pela situação, mas também pelas invariáveis da adição e subtração ou pelas operações de pensamento que precisam ser entendidas pelos alunos para resolver um problema específico (VERGNAUD, 1982), os resultados apresentados no pós-teste mostram que o grupo que mais se beneficiou nas construções dos esquemas, representações e identificação dos invariantes operatórios envolvidos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa foi o grupo que teve como atividade de intervenção o uso do jogo *Carta Misteriosa* mais diagrama.

CAPÍTULO IV – CONCLUSÕES

Esta pesquisa investigou aspectos relativos à resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1985), focando em especial o campo conceitual das estruturas aditivas. Participaram da pesquisa alunos de 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal em Carpina-PE.

No decorrer da pesquisa foram desenvolvidas atividades diagnósticas (pré-teste e pós-teste), intercaladas com diferentes atividades de intervenção, que visavam provocar e ampliar o raciocínio aditivo dos alunos.

O objetivo desta pesquisa foi analisar a contribuição de uma metodologia de ensino para uma melhora na compreensão dos alunos ao resolverem Problemas Aditivos de Ordem Inversa, bem como, analisar de que forma a utilização de um contexto significativo – o jogo *Carta Misteriosa* – e representações que explicitam as relações entre os dados de um problema poderiam auxiliar os alunos na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa; e de analisar o desenvolvimento dos alunos na resolução de problemas após cada tipo de intervenção.

De acordo com os resultados, podemos perceber, numa análise geral, que a hipótese de que o grupo de alunos que participasse da intervenção com ênfase no contexto significativo do jogo mais uma representação simbólica de suporte, tivesse melhores condições de estabelecer as relações existentes em Problemas Aditivos de Ordem Inversa no pós-teste, foi confirmada. Tal inferência é baseada nos resultados obtidos pelo grupo G3 que teve como atividade de intervenção o uso do jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama. O grupo G3 teve o melhor desempenho entre os demais grupos (ver Tabela 3).

O resultado geral desta pesquisa concorda com o que Vergnaud (1986) diz, sobre as concepções dos alunos que são moldadas pelas situações com que eles se deparam. Os resultados mostram que a maioria dos alunos do grupo da amostra da pesquisa conseguiram melhorar seus desempenhos em relação ao percentual de rendimento médio no pré-teste, afirmação constatada através da análise do teste paramétrico – Teste T. Destacamos com melhor rendimento os alunos que participaram do grupo G3 e com menor rendimento o grupo de controle, o G4, que não participou de nenhuma atividade de intervenção.

Considerando os efeitos positivos das atividades de intervenção, salientamos em particular, os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo, problemas P4 e P6 dos testes, apontados na literatura como um dos mais complexos, isto é, um dos Problemas Aditivos de Ordem Inversa que os alunos sentem mais dificuldades em resolver. Nunes et al (2001) dizem que o desenvolvimento do raciocínio aditivo do aluno pode ser observado claramente quando apresentados problemas mais complexos, que exigem que utilizem um raciocínio que vá além da aplicação direta de seus esquemas de ação. Diante das oportunidades oferecidas durante as atividades de intervenção, podemos verificar o avanço dos alunos ao responderem este tipo de problema. A diferença de rendimento entre o pré-teste e o pós-teste na resposta correta aos problemas (P4 e P6) foram de 83,4% para o grupo G3; 58,3% para o grupo G1 e 50% para o grupo G2, em contraste aos 25% do G4.

A seguir, a conclusão dos resultados é sintetizada, por grupo, de acordo com as atividades de intervenção que foram utilizadas durante a pesquisa.

Para os resultados dos alunos que participaram do grupo G1, que teve uma metodologia de ensino que utilizou o diagrama como recurso principal para organizar o raciocínio aditivo, podemos concluir que o uso do diagrama contribuiu para melhorar o desempenho dos alunos. Com o diagrama, podemos observar os alunos colocando em prática seus esquemas-em-ação de forma mais clara. O diagrama é uma forma de expressar o raciocínio a ser tomado para resolver o problema (VERGNAUD, 1986). Na realidade, o uso do diagrama na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa, levaram os alunos a estabelecerem regras em ação do tipo “*se tenho esse valor* ... *então [...]*”. Isso significa dizer que ajudava o aluno a visualizar e dar sentido aos seus pensamentos quando escrevia o diagrama.

Os resultados do pós-teste mostraram que usar o diagrama para os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo (P2 e P8), não é uma tarefa tão fácil. A dificuldade pode ser explicada pelo fato do aluno, mesmo escrevendo o diagrama corretamente, ter que pensar em algo do tipo "*tiro algo de ... então [...]*" A lógica desse pensamento não é tão simples de estabelecer, mesmo visualizado através do diagrama. Ao contrário, o uso do diagrama facilitou a visualização do esquema-em-ação contido nos problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo, que no caso seria, *se tenho tanto ... então falta [...].*

Assim, podemos dizer que o uso do diagrama, de forma correta, pode ter ajudado os alunos a estabelecerem as relações existentes entre a adição e subtração na resolução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

Verificando os resultados do grupo G2, que teve o jogo *Carta Misteriosa* como recurso principal na atividade de intervenção, percebemos que os resultados foram bons. O uso do jogo *Carta Misteriosa* na atividade de intervenção teve como objetivo fazer com que os alunos associassem implicitamente o desafio de encontrar a carta misteriosa aos desafios de calcular o valor desconhecido no problema (inicial ou transformação). Vale salientar que em nenhum momento nas atividades com este grupo – G2, o jogo *Carta Misteriosa* foi explicitamente relacionado pela pesquisadora como resolução dos Problemas Aditivos de Ordem Inversa. Porém, os alunos atribuíram o bom resultado no pós-teste à lembrança do jogo. Kamii (1995) enfatiza que os jogos, além de serem um recurso motivador para a aprendizagem, pelo fato de envolverem regras, contribuem para o desenvolvimento da autonomia.

Segundo Nunes, só quando os alunos agem sobre objetos é que são capazes de montar seus esquemas e assim trabalhar seus teoremas-em-ação. Assim, podemos dizer que o jogo *Carta Misteriosa* serviu como "pista visual" para os alunos resolverem os problemas propostos. Essa inferência é baseada na semelhança que as cartelas do jogo *Carta Misteriosa* têm com os esquemas-em-ação para solução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa.

Concluímos, na análise dos resultados que, mesmo tendo os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo, o mais baixo rendimento, a taxa de superação deste grupo G2 (58,3%) foi superior à taxa de superação do G1 (16,6%) após as atividades de intervenção. Podemos dizer assim que, o jogo *Carta Misteriosa* pode ter ajudado na lógica dos alunos, levando-os a pensar melhor a respeito do problema proposto, pois, para Vergnaud (1987), o conhecimento conceitual deve emergir da resolução de problema. Isto significa escolher situações didáticas e debates adequados, justificações, representações e formulações para ajudar o aluno a desenvolver novos conceitos. No nosso caso, o jogo *Carta Misteriosa* pode ter ajudado o aluno a ampliar seus conhecimentos aditivos.

Evidenciamos, igualmente, a satisfação com os resultados do grupo G3, uma vez que o uso do jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama parece ter ajudado com maior significância os alunos a estabelecerem o cálculo relacional em problemas Aditivos de Ordem Inversa. O G3 tinha tudo favorável, isto é, tinha um contexto significativo e interativo (jogo) mais uma representação simbólica atrelada na metodologia de ensino.

Tal metodologia de ensino, desenvolvida na atividade de intervenção, atendeu ao que Vergnaud (1987) sugere, quando considera que um dos principais desafios do ensino da Matemática é promover uma melhor relação do Ensino da Matemática e a resolução de problema, de modo a serem interessantes e compreensíveis para os alunos.

Mais importante que saber resolver um problema é saber o que acontece naquele problema. Acreditamos que o uso do jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama, ajudaram os alunos a desenvolver seus esquemas-em-ação e a pensar melhor nas relações existentes entre adição e a subtração. Os resultados do pós-teste indicaram um bom avanço no número de acerto nos problemas, até mesmos naqueles que exigem um raciocínio aditivo mais apurado, como os problemas de valor inicial desconhecido – situação de decréscimo e os problemas de transformação desconhecida – situação de acréscimo.

Diante de todos esses pareceres, podemos identificar como melhor metodologia de ensino o uso do jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama, pois a junção de ambos os recursos, possivelmente, ajudou os alunos a explicitarem de forma lúdica e representacional os esquemas que cada problema traz em sua solução.

4.1 IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS E POSSÍVEIS DESDOBRAMENTOS

Focando no âmbito educacional, nossos resultados apontam a necessidade dos professores oportunizarem aos alunos uma diversidade maior de situações e recursos representacionais que os ajudem a compreender e a desenvolver o raciocínio aditivo, como sugerem Vergnaud (1991), Nunes & Bryant (1997) e Nascimento (2007). Buscando ressaltar um trabalho matemático significativo e interativo (como a proposta de um jogo), aliado ao uso de diferentes formas de representação simbólica.

Sendo assim, chamamos a atenção da importância do professor como mediador, provocando situações-problemas que venham a ampliar e a diversificar o conhecimento matemático dos alunos desde as séries iniciais. Assim como os livros didáticos, os professores, na sua formação profissional, não são postos em contato com uma variedade de problemas contidos no Campo Conceitual Aditivo. Portanto, é preciso refletir sobre a formação inicial desses professores e o uso do livro didático.

Diante dos nossos resultados e conclusões sinalizamos algumas sugestões para trabalhos futuros como: a) diminuição do número de alunos do grupo da amostra para uma análise clínico-piagetiana na tentativa de melhor descrever os efeitos de cada recurso usado na intervenção; b) verificar os efeitos do jogo *Carta Misteriosa* mais o diagrama em alunos da 2ª série do Ensino Fundamental; c) adaptar o jogo *Carta Misteriosa* para o universo dos números inteiros.

Não existe pesquisa que explique tudo. Sempre resta alguma dúvida. Logo, não acreditamos que os resultados apresentados aqui sanam todas as dificuldades a respeito da solução de Problemas Aditivos de Ordem Inversa. A nossa maior pretensão, porém, foi colocar um “tijolo” na parede da base da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BARAIS, A. W. e VERGNAUD, *G. Students' conceptions in physics and mathematics: biases and helps*. In Caverni, J. P., Fabre, J. M. and Gonzalez, M. Eds. 1990. Cognitive. North Holland: Elsevier Science Publishers.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. PESSOA, Cristiane Azevedo dos Santos. SANTOS, Regina Barreto dos. *Analisando o Ensino das Estruturas Aditivas a partir do Livro Didático*. XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, Natal, RN, julho de 1997.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. *The Effect of Number Meanings, Conceptual Invariants and Symbolic Representations on Children's Reasoning About Directed Numbers*. (Tese de doutoramento) Oxford Brookes University, Brookes, Grã-Bretanha, 2002.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. SANTOS, Regina Barreto. *Investigando a Resolução de Problemas de Estrutura aditivas por Crianças de 3ª série*. Tópicos educação, volume 15, nº 3, p. 125-140. Recife ,1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Volume 3: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRENELLI, Roseli. *O Jogo como Espaço para Pensar*. 5 ed. Campinas: São Paulo: Papirus, 2005.

CARVALHO, Mercedes. *Problemas? Mas que problemas?!*: estratégias de resolução de problemas matemáticos. Petrópolis: Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2005.

CENTURIÓN, Marilia. *Conteúdos e Metodologia da Matemática* – números e operações. São Paulo: Editora Scipione,1994.

CERQUETTI-ABERKANE, Françoise e BERDONNEAU, Catherine. *O Ensino da Matemática na Educação Infantil*. São Paulo: Editora Artmed, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática: 1ª a 5ª série – para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau*. São Paulo: Editora Ática, 1997.

FRANCHI, Ana. Et al. *Educação Matemática* – Uma Introdução. São Paulo: Educ,1999.

GROENWALD, C. L. e TIMM, U. T. *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula*. Disponível em: <www.somatematica.com.br> acessado em: fev. 2002.

KAMII, Constance. *Desvendando a Aritmética*. Campinas: São Paulo: Papirus, 1995.

KAMII, C e DEVRIES, R. *Jogos em Grupo na Educação Infantil*: implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Artes Médicas, 1996.

LARA, Isabel Cristina Machado de. *Jogando com a Matemática de 5ª e 8ª série*. São Paulo: Editora Rêspel, 2003.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana L. S.; PASSOS, Norimar C. *Aprender com jogos e situações-problema*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana L. S.; PASSOS, Norimar C. *Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar*. Porto Alegre. Editora Artmed, 2005.

MAGINA, Sandra. CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. *As Estratégias dos alunos na Resolução de Problemas Aditivos: um estudo diagnóstico*. T. Educação Matemática Pesquisa. Educ. São Paulo vol. 6 nº 01, 2004.

MAGINA, Sandra. CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. NUNES, Terezinha. GITIRANA, Verônica. *Repensando adição e subtração – contribuições da teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo: PROEM Editora Ltda, 2001.

MENDONÇA, Tânia Maria. PINTO, Sandra Maria, CAZORLA, Irene Mauricio e RIBEIRO, Eurivalda. *As Estruturas Aditivas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: um diagnóstico em contextos diferentes*. Revista Lationoamenricana de Investigación em Matemática Educativa, Julio, ano/vol. 10 número 002. Distrito Federal, México, 2007.

MENEZES, Josinalva Estácio. *A interação Alunos-Jogos Matemáticos em Ambientes Extra-Classe.* (Dissertação de Mestrado) Mestrado em Educação, UFPE, Recife, 1996.

MOREIRA, Marcos Antonio. *A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área*. Investigações em Ensino de Ciências vol. 7, nº 1, março de 2002. Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, Brasil. Disponível em: <www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n1/v7n1a1.html>. Acessado em: 02 abr. 2006.

MOURA, Manoel Orisvaldo. *A Séria Busca do Jogo: do lúdico na matemática*. *In:* KISHIMOTO, Tizuko M. *Jogo, brinquedo, brincadeira e educação*. São Paulo: Cortez, 2000.

NASCIMENTO, Noemia Fabiola Costa. *A Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva por Crianças da Educação Infantil: o uso de jogos e problemas escolares.* (Dissertação de Mestrado) Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter. *Crianças Fazendo Matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha et al. *Educação Matemática 1 - Números e as Operações Numéricas*. São Paulo: Editora Cortez, 2005.

NUNES, Terezinha et al. *Introdução à Educação Matemática - Os Números e as Operações Numéricas*. São Paulo: PROEM Editora Ltda, 2001.

OLIVEIRA, Izabella Alencar Freire G. de. *Um Estudo sobre Proporcionalidade: a resolução de problemas no ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000.

OLIVEIRA, Maria Marly de. Como *Fazer Projetos, Relatórios, Monografias, Dissertações e Teses*, 3 ed. Rio de Janeiro: Elservier, 2005.

PAVENELLO, Regina Maria. (org). *Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: a pesquisa e a sala de aula*. Coleção SBEM vol. 2. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, 2004.

PESSOA, Cristiane A. dos Santos. *O Papel da Interação Social na Resolução de Problemas Matemáticos*. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000.

PEREIRA, Alexandre. *Guia Prático de Utilização do SSPS*: análise de dados para ciências sociais e psicologia. Lisboa: Edições Silabo, 1999.

SÁ, Pedro Franco de. *Porque Alguns problemas Aditivos são Mais difíceis que outros?* III Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, Rio Grande do Sul, outubro de 2005.

BRASIL. Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB). Relatório – Matemática. Brasília, INEP: MEC 2001.

BRASIL. Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB). Relatório – Matemática. Brasília, INEP: MEC 2003.

SANTOS, Regina Barreto. *Investigando contextos de utilização de materiais na resolução de problemas matemáticos com estruturas aditivas*. (Dissertação de Mestrado) Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000.

SANTOS, Antonio Raimundo dos. *Metodologia Científica*: a construção do conhecimento. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

SILVA, Ana Paula Bezerra e BRAZ, Ricardo. *Adição e Subtração*: conceitos aprendidos desde cedo. VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, Águas de Lindóia, São Paulo, outubro de 2006.

SILVA, Severina das Neves Soares. *Aprendendo e Ensinando Resolução de Problemas Matemáticos com Estruturas Multiplicativas Envolvendo Números Naturais*: Vivência de uma seqüência didática. (Dissertação de Mestrado) Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1999.

VERGNAUD, Gérard. *Multiplicative Structures*. Em R. Lesh & M. Landau (Orgs.), Acquisition of Mathematics: Concepts and process. p. 127-174. London: Academic Press, 1983.

VERGNAUD, Gérard. *A classification of Cognitive Tasks and Operations of thought Involved Addition and Subtractions Problems,* in Addition and Subtraction: a cognitive Perspective. Ed. Lawrense Erlbaun Hillsdale, USA, 1982.

VERGNAUD, Gérard. *Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas, um exemplo:* estruturas aditivas. Análise Psicológica 1 (V), 1986.

VERGNAUD, Gérard. *Problem Solving and Concept Development*, in the Learning of Mathematics. E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen, 1987.

VERGNAUD, Gérard. *La Théorie des Champs Conceptuels*. Recherches en Didactique des Mathématiques, volume 10, nº 23, p.133-170. [S. L.], 1990.

VERGNAUD, Gérard. *Teoria dos Campos Conceituais*. In: Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática. Rio de Janeiro, 1993.

VERGNAUD, Gérard. *Multiplicative Conceptual Field: what and why?* In Guershon, H. and Confrey, J. (Eds.) The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. p. 41-59. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994.

VERGNAUD, Gérard. *Algunas Ideas Fundamentales de Piaget en Torno a la Didáctica*. Perspectivas, volume. 26, nº10, p. 195-207. [S. L.], 1996.

VERGNAUD, Gérard. *Epistemology and Psychology of Mathematics Education*, in Mathematics and Cognition, por Nesher, P. e Kilpatrick, J. (Eds.). Cambridge University Press, Cambridge: Londo, 1994.

VERGNAUD, Gérard. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. Journal of Mathematical Behavior, volume 17, nº 2, p. 167-181. [S. L.], 1998.

APÊNDICE A – Modelo do Pré-teste

Nome: ______________________ idade: _____
Data: ___/ ___/2007

PRÉ-TESTE

P1. Cláudio tinha bombons. Ganhou mais 16 bombons de seu tio, ficando com 38. Quantos bombons Cláudio tinha antes?

P2. Em uma partida de bolas de gude, perdi 12 bolas ficando com 21 bolas. Quantas bolas de gude eu tinha no início do jogo?

P3. Luiza tem um álbum com 29 figurinhas. Deu algumas figurinhas para sua amiga, ficando com 16 figurinhas. Quantas figurinhas ela deu a sua amiga?

P4. Lucas tinha 32 lápis de cor. Ganhou alguns de sua mãe, ficando com 46 lápis. Quantos lápis Lucas ganhou?

P5. Em uma padaria havia 25 pães para vender. Foram vendidos alguns pães, agora a padaria tem 13 pães. Quantos pães forma vendidos?

P6. Tinha na sala de aula 25 crianças brincando. Chegaram algumas crianças de uma outra escola. A sala ficou com 37 crianças. Quantas crianças chegaram?

P7. Manu tinha algumas fotos de artistas de novela. Ganhou mais 12 fotos de sua prima Patrícia, ficando com 36 fotos. Quantas fotos Manu tinha antes?

P8. Renato tinha um aquário com alguns peixes. Por falta de cuidado, morreram 15 peixes. Ficaram ainda no aquário 24 peixes. Quantos peixes tinha no aquário antes?

APÊNDICE B – Modelo do Pós-teste

Nome: ____________________ idade: ____
Data: ___/ ___/2007

PÓS-TESTE

P1. Na fazenda de Pedro tinha alguns bois. Pedro comprou mais 16 bois, agora sua fazenda tem 38 bois. Quantos bois Pedro tinha na fazenda?

P2. Na piscina tinha algumas meninas nadando. Saíram 12 meninas, ficaram ainda na piscina 21 meninas. Quantas meninas tinha na piscina antes?

P3. Antonio tem 29 bandeirinhas de São João. Deu algumas bandeiras para sua irmã, ficando com 16 bandeiras. Quantas bandeiras ela deu para a sua irmã?

P4. No parque havia 32 crianças jogando bola. Chegaram algumas crianças de uma outra rua e o parque ficou com 46 crianças. Quantas crianças chegaram?

P5. Na granja do pai de Mariana havia 25 caixas de ovos. Foram vendidas algumas caixas. Agora a granja tem apenas 13 caixas. Quantas caixas de ovos foram vendidas?

P6. Na biblioteca da escola tinha 25 livros de história. Chegaram alguns livros e a biblioteca ficou com 37 livros de história. Quantos livros de história chegaram?

P7. Vitória tinha alguns chicletes. Ganhou mais 12 chicletes de sua prima, ficando com 36 chicletes. Quantos chicletes ela tinha antes?

P8. Num estacionamento tinha alguns carros. Saíram 15 carros, ficando ainda no estacionamento 24. Quantos carros tinha no estacionamento?

APÊNDICE C – Modelo da primeira folha do formulário

Nome: ___________________________ idade: _____
Data: ___/ ___/2007

FORMULÁRIO DE RESPOSTA

Escolha fichas com os problemas e resolva nos locais indicado.

P1 –

P2 –

P3 –

P4 –

APÊNDICE D – Normas para publicação em revista

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA
Normas para publicação

Artigos a serem submetidos à publicação devem ser encaminhados à Revista da SBEM, aos cuidados do editor, via e-mail obedecendo as seguintes normas:

1) Os textos devem ser inéditos, e enviado unicamente em arquivo formato "DOC", por via eletrônica para revista@sbem.com.br
2) O texto deverá conter título, seguido do(s) nome(s) do(s) autor(es) e da(s) respectiva(s) instituição(ões).
3) O texto deverá ser digitalizado em Word para Windows, formato A4, fonte Times New Roman, corpo 12, recuo 0, espaçamento 0, alinhamento justificado e entrelinhas 1,5.
4) O texto não deverá superar 40 páginas para artigos, 20 páginas para relatos de experiência, 10 páginas para crônicas e 5 páginas para resenhas.
5) as citações literais, com mais de cinco linhas, deverão ser colocadas com parágrafo recuado de 4 cm, em itálico, seguidas do sobrenome do autor, em letras maiúscula, ano de publicação e página citada (tudo entre parênteses). As citações com menos de cinco linhas, em itálico, poderão ser incorporadas ao texto.
6) No final do trabalho, em ordem alfabética, serão incluídas as referências bibliográficas do texto, obedecendo ás normas atuais da ABNT.