

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UFRPE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA
MESTRADO EM BIOMETRIA

USO DA CO-KRIGAGEM NA CARACTERIZAÇÃO DA VARIABILIDADE
ESPACIAL DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós –
Graduação em Biometria da Universidade
Federal Rural de Pernambuco como requisito
parcial para obtenção do grau de Mestre em
Biometria.

Mestrando: Wellington Jorge Cavalcanti
Lundgren.

Orientador: Prof. Abelardo Montenegro, PhD.

WELLINGTON JORGE CAVALCANTI LUNDGREN

USO DA CO-KRIGAGEM NA CARACTERIZAÇÃO DA VARIABILIDADE ESPACIAL DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora:

Orientador:

Prof. Abelardo Antônio de Assunção Montenegro, PhD.

Examinadores:

Prof. Eufrázio de Souza Santos, Dr.

Prof. Suzana Maria Gico Lima Montenegro, PhD.

Prof. Alain Marie Bernard Passerat de Silans, PhD.

Recife - 2004

LISTA DE FIGURAS

- Figura – 1.** Mapa de Pernambuco com a localização da cidade de Pesqueira.
- Figura – 2.** Medidas de campo de condutividade hidráulica com Permeâmetro
- Figura – 3.** Malha de coleta com curvas de nível.
- Figura – 4.** Permeâmetro de Guelph
- Figura – 5.** Esquema de co-krigagem em campo.
- Figura – 6.** Gráfico esquemático do semivariograma.
- Figura – 7** Convenções direcionais usadas na geoestatística.
- Figura – 8.** Representação gráfica de semivariogramas isotrópicos.
- Figura – 9.** Representação gráfica de anisotropia geométrica.
- Figura – 10.** Representação gráfica da anisotropia geométrica em duas dimensões.
- Figura – 11.** Histograma de (K_0) , (cm/h).
- Figura – 12.** Histograma de $\log(K_0)$ (cm/h).
- Figura – 13.** Histograma de raiz quadrada de (K_0) (cm/h).
- Figura – 14.** Gráfico 3D da raiz quadrada de (K_0) (cm/h).
- Figura – 15.** Semivariogramas de (K_0) em quatro diferentes direções.
- Figura – 16.** Semivariograma teórico e amostral da raiz quadrada de (K_0) .
- Figura – 17.** Mapa da krigagem com a raiz quadrada de (K_0) .
- Figura – 18.** Teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov para \log de (K_0) .
- Figura – 19.** Semivariograma teórico e experimental de $\log(K_0)$.
- Figura – 20.** Krigagem com $\log(K_0)$ e Krigagem raiz quadrada de (K_0) .
- Figura – 21.** Histograma para % de Areia.
- Figura – 22.** Semivariograma amostral e teórica do % de Areia.
- Figura – 23.** Mapa em duas dimensões do % de areia.
- Figura – 24.** Histograma do % de Argila.
- Figura – 25.** Semivariograma experimental e teórica do % Argila.
- Figura – 26.** Mapa em duas dimensões do teor de argila.
- Figura – 27.** Histograma do % de Silte.
- Figura – 28.** Semivariograma teórico e experimental do percentual de silte.
- Figura – 29.** Mapa em duas dimensões da textura silte.
- Figura – 30.** Semivariograma cruzado teórico e experimental da co-krigagem de $\sqrt{(K_0)}$ usando as três texturas e os 49 pontos.

Figura – 31. Mapa da co-krigagem utilizando os teores texturais e da krigagem, respectivamente, ambos com 49 pontos amostrados.

Figura – 32. Semivariograma cruzado teórico e experimental de $\sqrt{(K_0)}$ e as texturas, com apenas 24 pontos amostrais.

Figura – 33. Mapas da co-krigagem de (K_0) com 24 pontos amostrais e da krigagem de (K_0) com 49 pontos amostrais.

Figura – 34. Semivariograma cruzado de (K_0) com as 3 texturas e com 15 pontos amostrais.

Figura – 35. Mapas de co-krigagem de (K_0) com as 3 texturas e com 15 pontos amostrais e krigagem de (K_0) com 49 pontos amostrais.

LISTA DE TABELAS

- Tabela – 1.** Análise de variância para a superfície de tendência.
- Tabela – 2.** Distribuição de frequência de K (cm/h).
- Tabela – 3.** Transformação log K (cm/h).
- Tabela – 4.** Distribuição de frequência da raiz quadrada de K (cm/h).
- Tabela – 5.** Correlação entre os eixos X e Y e a raiz quadrada de K e as texturas.
- Tabela – 6.** Parâmetros e erros da krigagem realizadas com a transformação log de K e raiz quadrada de K.
- Tabela – 7.** Distribuição do percentual de areia.
- Tabela – 8.** Distribuição do percentual de argila.
- Tabela – 9.** Distribuição de frequência do % de silte.
- Tabela – 10.** Correlação entre a raiz quadrada de K e as texturas.
- Tabela – 11.** Erros comparativos entre co-krigagem e krigagem.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de manifestar agradecimento à Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, à FINEP, a CAPES, Projeto REHISA, que apoiaram os trabalhos de campo, e ao CNPq, através do Projeto Uso Múltiplo da Água no Semi-árido, que disponibilizou acesso ao programa ArcGis, utilizado neste trabalho.

Durante a construção desta dissertação, muitos me ajudaram, tentarei não esquecer nenhum nome, mas se por um acaso qualquer, alguém não constar neste agradecimento, não significara de forma alguma sinal de ingratidão, porém apenas um lamentável esquecimento.

Ornilo Lundgren e Dilza Lundgren, meus pais que se Deus quiser estão num lugar melhor que este, e talvez desfrutando de uma existência menos sacrificada, pois dedicaram a vida terrena a educar os filhos, na verdade tudo que sou ou possuo devo exclusivamente a eles.

Aos meus oito irmãos e também meus amigos, que sempre me apoiaram com palavras preciosas e com os recursos de que dispunham quando necessitei.

Minha esposa Selma, que comigo, vibrou nas vitórias e muito mais do que eu, chorou nos meus fracassos, uma companheira que está sempre ao meu lado.

Aos meus filhos Nataly, Jorge, Giovanna e Victor, um beijo e um abraço.

Aos meus professores, todos eles, quantas coisas novas aprendi neste curso, Adélia, Eufrásio, Gauss, Paulo de Paula e Rinaldo.

Ao meu orientador, Abelardo Montenegro, obrigado pela paciência e pela compreensão nas minhas dificuldades, nunca se negando a esclarecer dúvidas e mostrar caminhos.

Aos estagiários Danieli e Tiago, que muito contribuíram com os seus conhecimentos sobre o manuseio do Permeâmetro de Guelph e sobre topografia, assim como também no trabalho de laboratório nas medidas de textura de solo.

À todos os colegas que juntamente comigo, esforçaram-se nesta luta, ajudando uns aos outros, em nenhum momento havendo sentimentos de concorrência ou de individualismo, e sempre presente uma vontade de apoiar e estimular, para que a batalha chegasse ao fim. Aqui podemos dizer que fizemos amigos e não apenas colegas, são muitos, mas, faço questão de citar a todos, pois assim poderei de alguma forma registrar a união de pessoas tão especiais.

Alcina, Cícero, Cristina, Gilberto, Gilvando, Jairo, José Carlos, Lázaro, Melo, Moacir, Patrícia, Roberto, Rômulo e Telmo.

ÍNDICE

1 - RESUMO	8
2 - ABSTRACT	10
3 - INTRODUÇÃO	11
4 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
4.1 – Condutividade Hidráulica	13
4.2 – Geoestatística	14
5 - HIPÓTESE	21
6 - MATERIAL E MÉTODOS	22
6.1 – Localização e período experimental	22
6.2 – Processo de coleta	23
6.3 – Análise estatística clássica	26
6.3.1 – Coeficiente de variação	26
6.3.2 – Coeficiente de correlação	27
6.3.3 – Teste de Normalidade	28
6.4 – Geoestatística	29
6.4.1 – Semivariograma e krigagem	30
6.4.2 – Semivariograma cruzado e co-krigagem	38
6.4.3 – Análise de tendências	42
6.4.4 – Validação cruzada	45
6.4.5 – Anisotropia	47
6.5 – Softwares utilizados	50
7 - RESULTADOS E DISCUSSÃO	51
7.1 – Análise dos dados da condutividade hidráulica	51
7.1.1 – Análise de tendência da condutividade hidráulica	55
7.1.1.1 – Regressão múltipla para a textura	57
7.1.1.2 – Regressão múltipla para $\sqrt{K_0}$	57
7.1.2 – Anisotropia	58
7.2 – Análise da variabilidade espacial da $\sqrt{K_0}$	58
7.3 – Análise dos dados e da variabilidade espacial da areia	63
7.4 – Análise dos dados e da variabilidade espacial da argila	66
7.5 – Análise dos dados e da variabilidade espacial do silte	68
7.6 – Avaliação de correlação entre textura e condutividade	70
7.6.1 – Co-krigagem X krigagem com 49 amostras	71
7.6.2 – Co-krigagem X krigagem, 24 e 49 amostras	73
7.6.3 – Co-krigagem X krigagem 15 e 49 amostras	74
8 – CONCLUSÕES	77
9 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79

1 – RESUMO

Este trabalho analisou a relação existente entre a condutividade hidráulica e a granulometria do solo da bacia hidrográfica do Rio Ipanema, em Pesqueira – PE. As medidas foram realizadas no período de Fevereiro de 2003 a Abril de 2003.

O interesse principal foi modelar espacialmente através de técnicas geoestatísticas a propriedade condutividade hidráulica, e a granulometria do local, verificar a existência de correlação clássica ou espacial entre estas variáveis, e utilizar a co-krigagem com dois objetivos: melhorar os resultados conseguidos com a krigagem e diminuir o número de pontos amostrais necessários para o mapeamento da condutividade hidráulica da área, utilizando como variável secundária os teores de areia, argila e silte.

Foram analisados 52 pontos com medidas de condutividade hidráulica obtidas através do Permeômetro de Guelph, e o mesmo número de pontos com análise de granulometria em laboratório. As medidas e as sondagens foram efetuadas seguindo uma malha regular. As técnicas geoestatísticas utilizadas foram a krigagem e a co-krigagem

Foi necessária uma transformação raiz quadrada para a obtenção de normalidade dos dados da condutividade hidráulica. As medidas de textura mostraram-se normalmente distribuídas, e a correlação estatística entre cada uma das texturas e a condutividade hidráulica foi muito fraca. Contudo, verificou-se que havia uma correlação espacial entre o conjunto das três medidas de textura e a condutividade hidráulica. A condutividade hidráulica mostrou possuir uma estrutura espacial, assim como também os teores de areia, argila e silte. A transformação raiz quadrada forneceu resultados melhores que a transformação logarítmica, mais comumente usada. A co-krigagem melhorou os resultados obtidos com a krigagem, e permitiu a diminuição de pontos amostrais pela metade sem um aumento significativo dos erros.

Pode-se afirmar que para este caso a co-krigagem pode ser usada, pois permite uma diminuição dos pontos amostrais de condutividade hidráulica sem perda significativa de informação, além de melhorar os resultados conseguidos com a krigagem.

2 – ABSTRACT

This work has analysed the relation among the hydraulic conductivity and the sand, clay and silt content of the soil, in the Ipanema River watershed, in Pesqueira town, Pernambuco State. The measurements have been carried out between february 2003 and april 2003. The principal interest is modeling spacial distribution of the hydraulic conductivity using cokriging. It has been analised 52 tests of the hydraulic conductivity using a Guelph permeameter in a regular mesh.

A transformation was applied to the hydraulic conductivity data to obtain Normality. Although linear correlation between hydraulic conductivity and texture was weak, spatial correlation has been observed.

The cokriging produced better precision than kriging, and the maps kept spatial structure.

3 – INTRODUÇÃO

Há um enorme interesse no campo da agricultura em se conhecer as medidas de condutividade hidráulica dos solos de uma bacia hidrografia. Este interesse se deve principalmente à relação direta entre a condutividade hidráulica e a lâmina de irrigação que um local receberá, bem como à importância da condutividade na capacidade dos solos em reter e escoar água.

Em uma agricultura moderna é indispensável à utilização de irrigação, a qual apresenta um alto custo tanto em sua implantação como em sua manutenção. Desse modo, o uso da água deve ser um processo racional que não envolva desperdício.

No caso de encostas topográficas, a condutividade hidráulica controla as taxas de infiltração e, indiretamente, o total escoado devido a eventos de chuva, interferindo na perda de solo devido à erosão.

As medidas de condutividade hidráulica são laboriosas e de difícil execução no campo e em laboratório. Desse modo, é de importância investigar e desenvolver relações e também aprimorar a caracterização de sua variabilidade espacial, com base em avaliação de mais fácil execução.

O objetivo deste trabalho é investigar as estruturas espaciais da condutividade hidráulica e da granulometria da área em estudo, verificar a existência de correlação clássica ou espacial entre as duas variáveis, mapeando-as através da técnica geoestatística krigagem, e utilizar a técnica geoestatística co-krigagem para melhorar os resultados conseguidos com a krigagem e diminuir o número de medidas de condutividade hidráulica necessárias para a construção do mapa de condutividade hidráulica sem perda significativa de informação.

O método geoestatístico utilizado é o da co-krigagem, permitindo utilizar as correlações entre as medidas de condutividade hidráulica e as medidas de granulometria.

Construiu-se o semivariograma para a condutividade hidráulica e também para a granulometria, e efetuou-se a krigagem das medidas de condutividade hidráulica e das granulometrias da areia, argila e silte. Posteriormente, foi realizada a co-krigagem entre as medidas de condutividade hidráulica e as medidas de granulometria.

A co-krigagem mostrou-se com melhor desempenho do que a krigagem, e os mapas construídos com menor número de medidas de condutividade hidráulica mantiveram a estrutura espacial desta propriedade muito pouco alterada.

4 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 - Condutividade Hidráulica

A condutividade hidráulica é a propriedade de um meio poroso, de se deixar atravessar pela água (CODEVASF, 1980). Vários processos podem ser utilizados para a medição da condutividade hidráulica. Oliveira (2001) descreve alguns métodos de campo, dentre eles o processo conhecido com Teste de Furo de Trado, onde um furo é feito e, logo após a estabilização do lençol freático, parte da água é retirada o mais rapidamente possível, e a ascensão do nível da água é medida e monitorado o tempo. Este teste pode ser aplicado na ausência de lençol freático, desde que uma taxa de alimentação constante possa ser aplicada. O método do furo de trado fornece apenas a condutividade hidráulica saturada de um solo.

Para a estimativa da condutividade hidráulica não saturada, a qual é a mais adequada para descrever os processos de infiltração, dois métodos merecem destaque: O método do infiltrômetro a disco e o método do Permeâmetro de Guelph.

O infiltrômetro a disco foi utilizado por Silva e Godinho (2002) para estudo da condutividade hidráulica não saturada de solos na Universidade de Lavras, em Minas Gerais, fornecendo resultados de boa precisão, cabe salientar que este método permite teste na superfície, quando necessário testes a maiores profundidades, é necessário a construção de trincheiras tornando-o bastante laborioso.

O método utilizado neste trabalho para as medições de condutividade hidráulica foi o do Permeâmetro de Guelph. Salverda e Dane (2002) afirmam que o Permeâmetro de Guelph é um adequado instrumento para a avaliação da condutividade hidráulica do solo, porém destacam ser comum obter-se condutividades hidráulicas (K_0) negativas.

No estudo de Salverda e Dane (2002), foram utilizados dois Permeômetros de diâmetros diferentes, 36 e 86 mm, e testados três tipos de solo, argiloso, arenoso e franco.

Salverda e Dane (2002) verificaram que 40% dos resultados produziram valores de K_0 negativos, e que isto estava correlacionado com as texturas mais arenosas. Foi utilizada a co-krigagem para a obtenção de K adotando-se como variáveis auxiliares o percentual de argila e o percentual de água retida no solo, mesmo na ausência de correlação clássica entre tais propriedades e a condutividade. Verificou-se que a diferença entre os dois tipos de Guelph não interferiram nas medidas de condutividade hidráulica.

Montenegro et al. (2002) descreveram o processo de medição e análise da condutividade através do Permeâmetro de Guelph. O Permeâmetro de Guelph permite a estimativa dos parâmetro α da função $K(\varphi)$ proposta por Reynolds e Elrick (1986), onde φ é a tensão do solo, a partir da medição da condutividade hidráulica saturada (K_0) de campo e do potencial de fluxo mátrico (ϕ_m). Este dispositivo permite a determinação da taxa de infiltração a partir da variação do nível d'água dentro de um reservatório até que o equilíbrio seja atingido. Tal procedimento é executado para pelo menos duas cargas hidráulicas dentro do furo de sondagem.

4.2 - Geoestatística

A geoestatística é uma ciência relativamente nova, tendo-se iniciado na década de 60 do século passado por Matheron (1962), que estabeleceu o termo geoestatística e elaborou os fundamentos desta metodologia que utiliza o conceito de variáveis regionalizadas.

No contexto do formalismo geoestatístico, os dados amostrais são considerados como resultantes de processos aleatórios de variáveis regionalizadas, incorporando assim a noção de incerteza na concepção dos modelos de inferência ou simulação de grandezas em zonas não amostradas (Matheron (1962); David (1977); Journel e Huigbrejts (1978)).

As propriedades físicas de solos são usualmente realizações particulares das variáveis aleatórias que se pretendem estudar. A estas realizações, $z(x_i)$, estão associados valores de ocorrência (dentro os valores possíveis para a variável $Z(x_i)$ no ponto x_i). Os

valores de $z(x)$ nos pontos amostrados do campo podem ser considerados realizações de um conjunto de variáveis aleatórias $Z(x)$ num campo Γ .

Um conjunto de variáveis aleatórias $Z(x_i)$ definidas num campo Γ designa-se por função aleatória, $Z(x)$ (Beyer et al. 1997).

Na análise geoestatística, Landin (1998) afirma que trabalha-se com o conceito de variáveis regionalizadas, as quais têm um comportamento espacial apresentando uma aparente continuidade no espaço de forma que tendem a apresentar valores muito próximos em dois pontos vizinhos e mais diferentes à medida que os pontos vão ficando mais distantes.

O primeiro passo a ser dado após a definição da malha e a medida de campo é a construção do semivariograma.

Landin (1998) afirma que o semivariograma mostra a medida do grau de dependência espacial entre amostras ao longo de um suporte específico.

Em outras palavras, semivariograma é um instrumento para a análise estrutural de dados com distribuição espacial (Journel e Huijbregts, 1978).

Depois da elaboração do semivariograma teórico, este pode ser utilizado para interpolação e mapeamento. Conforme Landin (1998), a krigagem é uma terminologia estabelecida pela escola francesa de geoestatística, em homenagem ao engenheiro de minas sul-africano e pioneiro na aplicação de técnicas estatísticas em avaliação mineira, D.G. Krige.

Bergeik et al. (2001) destacam que a krigagem é um processo de estimação de valores de variáveis distribuídas no espaço, a partir de valores adjacentes enquanto considerados como interdependentes pelo “semivariograma”. Portanto, a variância de krigagem fornece uma medida que incorpora fatores relevantes para a determinação da incerteza do estimador. Por isso, ela vem sendo utilizada como medida da incerteza através

de intervalo de confiança, centrado na média de uma distribuição gaussiana. Isto requer que duas condições básicas sejam satisfeitas:

- A distribuição de probabilidade do atributo deve ser multigaussiana;
- O patamar (valor da função para distância de separação elevada, conforme discutido a seguir) definido no semivariograma e deve corresponder ao valor de variância do atributo.

A primeira premissa é difícil de ser verificada, e raramente ocorre para atributos ambientais.

Johnston et al. (1996) afirmam que para a krigagem é requerido que exista uma distribuição Normal bivariada, assumindo-se que os dados originem-se de uma distribuição multivariada Normal.

Em estudo sobre condutividade hidráulica relacionada com a textura do solo em João Pessoa-PB, Lima e Silans (1999) afirmam que observada a normalidade da distribuição bivariada, supõe-se também a normalidade da distribuição multivariada.

De acordo com Landin (2002), a segunda condição é necessária porque a variância é afetada pelo aumento ou diminuição do semivariograma. A variância do modelo é influenciada pelo processo de ajuste do semivariograma experimental por um modelo de semivariograma teórico.

O método de krigagem é um processo de interpolação que procura minimizar o erro da estimação. Na realidade, o erro médio de estimação é nulo. O problema que se coloca normalmente é o de estimar o valor de uma variável em locais não amostrados, $Z(x_0)$, a partir dos valores em locais amostrados, $Z(x_\alpha)$, sem produzir tendenciosidade. O estimador de krigagem, $Z^*(x_0)$, é também um estimador linear, em que a organização espacial que é a própria estrutura espacial da variável, é considerada (Bergeik et al. 2001).

Métodos geoestatísticos têm sido muito utilizados em ciências do solo para mapeamento de propriedades físico-química através de um número limitado de amostras, (Landin, 1998).

Um desses métodos é a co-krigagem, o qual explora o fato das propriedades do solo serem espacialmente autocorrelacionadas e apresentarem estruturas de dependência espacial (McBratney e Webster, 1983).

Em geoestatística, a maioria da informação relacionada com um valor não amostrado $z(x)$ provém de amostras vizinhas em locais x_{α} , definidos no atributo z , ou em qualquer outro atributo, desde que relacionado com z . A estimação com base em apenas um atributo insere-se no âmbito da krigagem; a estimação de um atributo com base em outros atributos insere-se no âmbito da co-krigagem. Para a realização da co-krigagem, faz-se necessária a construção do semivariograma cruzado.

Landin (2002) destaca que o semivariograma cruzado constitui-se em importante ferramenta quando há duas ou mais propriedades correlacionadas espacialmente, com um dos atributos pouco amostrado.

Assim, a co-krigagem é um procedimento geoestatístico segundo o qual diversas variáveis regionalizadas podem ser estimadas em conjunto, com base na correlação espacial entre si.

É, portanto, uma extensão multivariada do método da krigagem, quando para cada local amostrado obtém-se um vetor de valores, em lugar de um único valor (Landin 1998).

Atkinson et al. (1992) mostram que os benefícios da co-krigagem podem ser relevantes quando uma das variáveis é muito mais amostrada do que uma outra, às vezes devido ao custo implicado na coleta desta outra amostra.

Um outro benefício existente na co-krigagem é o de que ela pode ser aplicada independentemente da quantidade de amostras coletadas de cada atributo; em outras

palavras, não é necessário que haja o mesmo número de amostras para cada variável (Webster e Oliver, 2001).

Conforme já comentado, a co-krigagem é uma técnica de avaliação geoestatística que permite estimar uma variável primária de interesse através de uma ou mais variáveis secundárias.

Para que sua aplicação seja possível, é necessário que ambas estejam correlacionadas, e que o semivariograma cruzado seja representativo. A dedução matemática pode ser feita com base em duas variáveis; entretanto, a técnica pode ser expandida para variáveis múltiplas. A co-krigagem, segundo Isaacks e Srivastava (1989), é uma combinação linear de variáveis primárias e secundárias, que permite a inferência de uma através do conhecimento das outras.

Bergeijik et al. (2001) utilizou a técnica da co-krigagem para estimar a produtividade agrícola de um campo em função do seu teor de argila. Possibilitou, assim, uma diminuição de 60 para apenas 18 amostras por hectare, necessárias para uma devida caracterização, aumentando em apenas 20% o erro da previsão.

A co-krigagem foi usada por Beyer et al. (1997) para a construção de mapa de radiação solar para a Europa, utilizando dados de uma estação fixa e dados calculados por satélites. O objetivo deste trabalho era o cálculo da radiação solar a partir de informações fornecidas pelo satélite.

Uma aproximação geoestatística entre os dados de tomografia sísmica e os dados do logaritmo da velocidade do som foi adotada por Cassiani e Medina (1997) para a estimação da condutividade hidráulica. Dois passos foram adotados:

- 1) A inferência do semivariograma cruzado entre condutividade hidráulica e tomografia sísmica, sendo a condutividade hidráulica a variável primária e a tomografia sísmica a variável secundária; uma co-krigagem usando a

tomografia sísmica e o logaritmo velocidade do som para a estimação da condutividade hidráulica.

- 2) O segundo passo forneceu um erro quadrado da média menor dois terços que o primeiro passo, sendo aqui a condutividade hidráulica novamente a variável primária, e a tomografia sísmica e o logaritmo da velocidade do som as variáveis secundárias e terciárias, respectivamente.

Em estudos para diminuir o erro existente em cálculos de evapotranspiração, utilizando os dados existentes sobre uma série de variáveis climáticas, nos Estados Unidos, Asraf et al. (1998) verificaram que a co-krigagem era a técnica de estimação que fornecia o menor erro quadrático médio.

A co-krigagem foi utilizada por Chaplot et al. (2000) em estudo da análise de sensibilidade e métodos de previsão da hidromorfologia do solo, com a resolução da informação topográfica adicionada aos dados de solos. Modelos de elevação digital foram calculados e comparados com medidas topográficas com as resoluções de 10, 20, 30 e 50 metros. Tais modelos foram estimados utilizando regressão linear e co-krigagem, e em seguida, comparados por testes de validação, consistindo em estimar um valor já conhecido com se ele não assim o fosse. A co-krigagem se mostrou melhor em todas as comparações.

Chappell (1997), em área de 740 m X 760 m no sul da Nigéria, amostrou escassamente Césio 137, e avaliou a rede de fluxo do solo, a partir de dados fornecidos por satélite para áreas de 20 m X 20 m densamente amostradas. Estes dados serviram para a estimação através da co-krigagem das concentrações Césio 137. As variâncias conseguidas com a co-krigagem foram menores do que as variâncias conseguidas com a krigagem ordinária.

Knotters et al. (1995) em estudo sobre horizontes de solo, utilizaram dois métodos, a krigagem e a co-krigagem, comparando-os com a regressão. No processo de estimação foi

utilizada como variável principal a condutividade elétrica do solo e como variável secundária a menor distância até a margem do rio. Verificou-se que a krigagem produziu melhores resultados que a co-krigagem e esta produziu melhores resultados que a regressão, porém para a co-krigagem o número de pontos foi de 153 e para a krigagem foi de 350.

Em modelos para representar o crescimento de plantas, a interpolação espacial é muitas vezes usada. Ian et al. (1998) compararam vários métodos entre eles a krigagem e a co-krigagem, utilizando como variável secundária o teor de nitrogênio retido no solo, para o mapeamento. Concluiu-se que o método GIDS (Maior Gradiente do Inverso do Quadrado da Distância), para aquela aplicação, era um método robusto e que poderia ser usado fornecendo melhores resultados do que a krigagem e a co-krigagem. Porém é feita a ressalva de que a krigagem pode ter sido prejudicada pelo pequeno número de pontos utilizados, no caso apenas 32.

Leenaers et al. (1990) investigaram a poluição por metais pesados no rio Geul, na Noruega. O interesse era mapear as concentrações de zinco em uma pequena área intensivamente amostrada. Foram testados vários métodos de estimação espacial, tais como: Análise de tendência local, inverso do quadrado da distância, krigagem e co-krigagem. O coeficiente de correlação linear entre o valor observado e o valor estimado, e o mapa de erros estimados mostraram-se melhores na krigagem que em todos os outros métodos. Porém, quando o número de amostras era pequeno, a co-krigagem forneceu resultados muito mais confiáveis.

5 – HIPÓTESE

Há evidências de que a variabilidade espacial da condutividade hidráulica não ocorre de forma aleatória, mas sim exibindo uma estrutura de dependência espacial. Baseado nesta hipótese, e considerando uma possível correlação entre a condutividade hidráulica e a granulometria do solo, busca-se caracterizar a condutividade hidráulica através da medida conjunta de granulometria e de medidas diretas de campo, utilizando-se a técnica de geoestatística conhecida como co-krigagem.

6 – MATERIAL E MÉTODOS

6.1 – Localização e período experimental.

Os dados de campo foram coletados no município de Pesqueira – PE, em área que possui vários outros experimentos hidroagrícolas desenvolvidos pela UFRPE (Universidade Federal Rural de Pernambuco).



Figura – 1. Mapa de Pernambuco com a localização da cidade de Pesqueira. Fonte www.guianet.com.br/pe/mapape.htm.

A área em estudo possui topografia levemente inclinada com presença de gramíneas, servindo de pasto para vacas leiteiras a mais de dois anos, sendo segundo Araújo (2001) um Regossolo mais solos litólicos, textura arenosa e média com cascalho a cascal.. O período de coleta foi de Fevereiro de 2003 a Abril de 2003, período em que as chuvas são escassas.



Figura – 2. Medidas de campo de condutividade hidráulica com Permeômetro

6.2 – Processo de coleta

A coleta dos dados foi realizada em malha regular, com onze linhas e seis colunas espaçada de 30 m em 30 m, a distância máxima foi de 300 m, conforme Figura 3.

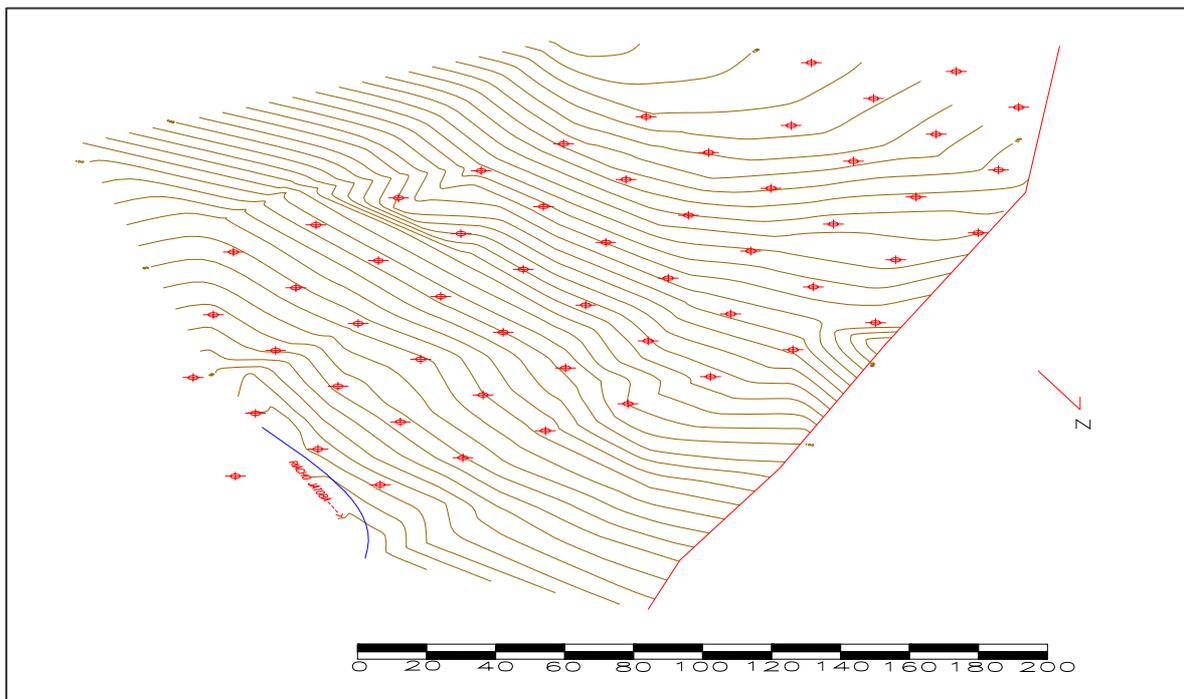


Figura – 3. Malha de coleta com curvas de nível.

Foram realizados testes com Permeâmetro de Guelph nos cruzamentos entre as linhas e as colunas, totalizando 52 medidas de condutividade hidráulica $Z_1(x_i)$. O Permeâmetro de Guelph é um equipamento que consiste em um conjunto de tubos concêntricos. O tubo central tem a função de permitir a entrada de ar e regular o nível d'água dentro do furo de sondagem. Os demais têm a função de reservatório e suporte.

O princípio básico é de que o fluxo a partir de um furo cilíndrico em solo não saturado, homogêneo e isotrópico, no qual é mantida uma baixa carga hidráulica, atinge o regime permanente rapidamente. A expressão da vazão para estas condições foi descrita por Reynolds e Elrick (1986) como:

$$CQ = 2\pi H^2 K_0 + C\pi a^2 K_0 + 2\pi H \phi_m \quad [1]$$

onde:

a - é o raio do furo em cm.

ϕ_m - é o potencial de fluxo matricial em cm.

H - é o nível da água no furo em cm

K_0 - é a condutividade hidráulica saturada de campo em cm/h

C - é um parâmetro de ajuste dimensional; e

Q - é a vazão em cm/h

A utilização de duas cargas hidráulicas distintas forma um sistema de equações cujas incógnitas são K_0 e o ϕ_m .

O potencial de fluxo matricial ϕ_m é definido como:

$$\phi_m = \int_{\varphi_i}^0 K(\varphi) d\varphi \quad [2]$$

$\varphi_i < \varphi < 0$

onde,

φ_i - tensão inicial do solo

φ - tensão final do solo

e utilizando a equação de Gardner (1958)

$$K(\varphi) = K_0 \exp(\alpha\varphi) \quad [3]$$

onde

α - é um parâmetro de porosidade do solo

Substituindo-se a equação [3] (que é a função de condutividade hidráulica) na [2] obtém-se:

$$\frac{\phi_m}{K_0} = \frac{(1 - \exp(\alpha\varphi_i))}{\alpha} \quad [4]$$

Como o numerador do segundo membro da eq. [4] tende para 1, tem-se:

$$\frac{\phi_m}{K_0} = \alpha^{-1} \quad [5]$$

No caso em estudo, foram usadas quatro cargas hidráulicas, permitindo utilizar seis pares diferentes, sendo cada par de lâminas considerado uma repetição, conforme descrito por Montenegro et al. (2002). Os valores de condutividade hidráulica saturada são calculados segundo Reynolds e Elrick (1986), como recomendado pelo manual SOIL MOISTURE (1991).

O Permeâmetro de Guelph possui várias vantagens em relação a outros métodos de determinação de condutividade hidráulica, dentre elas a fácil montagem em campo. O ensaio é realizado com pequeno volume de água, permitindo a estimativa da curva de condutividade hidráulica não saturada, e funcionando mesmo com pequenos gradientes hidráulicos junto à parede do furo.



Figura – 4. Permeâmetro de Guelph

Foram retiradas amostras de solo com um trado a uma profundidade de 25 cm, acondicionadas em sacos plásticos, texturadas em laboratório. A textura das amostras foi considerada como variável secundária $Z_2(x_i)$.

As medidas de textura forneceram três valores em percentuais, areia $Z_{2a}(x_i)$, argila $Z_{2b}(x_i)$ e silte $Z_{2c}(x_i)$

6.3 – Análise Estatística Clássica

6.3.1 – Coeficiente de Variação

Na análise estatística clássica, a principal característica da variabilidade espacial é o coeficiente de variação. Calculou-se o coeficiente de variação dos dados coletados de K_0 e das frações areia, silte e argila, através da equação,

$$CV = \frac{s}{X_m} \times 100 \quad [6]$$

Onde,

CV – Coeficiente de variação

s – desvio padrão

X_m - média aritmética

6.3.2 – Coeficiente de Correlação

Foi realizado teste de correlação clássica entre cada uma dessas textura e a condutividade hidráulica $Z_1(x_i)$.

A correlação pode ser dada pela seguinte equação, segundo Dagnelis (1973):

$$r = \frac{\text{cov}[Z_1(x_i), Z_2(x_i)]}{s_{Z_1} \cdot s_{Z_2}} \quad [7]$$

onde:

r – coeficiente de correlação amostral;

cov – covariância; e

s – desvio padrão.

Segundo Larson (1982), a covariância pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} \text{cov}[Z_1(x_i), Z_{2k}(x_i)] &= E[(Z_1(x_i) - \mu_1)(Z_{2k}(x_i) - \mu_2)] \\ &= E[Z_1(x_i)Z_{2k}(x_i) - \mu_1 Z_{2k}(x_i) - Z_1(x_i)\mu_2 + \mu_1\mu_2] \\ &= E[Z_1(x_i)Z_{2k}(x_i)] - \mu_1 E[Z_{2k}(x_i)] - \mu_2 E[Z_1(x_i)] + \mu_1\mu_2 \\ &= E[Z_1(x_i)Z_{2k}(x_i)] - \mu_1\mu_2 \end{aligned} \quad [8]$$

onde:

$E [Z(x_i)]$ – valor esperado do atributo $Z(x_i)$;

μ_1 e μ_2 - médias populacionais dos atributos em questão.

O desvio padrão, segundo Larson (1982), pode ser expresso por:

$$\sigma_{Z_i} = \sqrt{E[(Z_1(x_i) - \mu_1)^2]} \quad [9]$$

6.3.3 – Testes de Normalidade

Para a observação de Normalidade dos dados foi realizado o teste χ^2 (qui-quadrado) que, segundo Landin (1998), é definido por:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}, \quad [10]$$

onde:

O - valor observado;

E - valor esperado;

O teste de χ^2 é calculado utilizando-se a Normal padrão para os dados. Esta normalização padrão é realizada da seguinte maneira:

$$z = \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} \quad [11]$$

onde:

Z - Normal reduzida;

x_i - valor amostrado;

μ - média de X_i ; e

σ - desvio padrão de X_i .

Com o conjunto de dados Z_i pode-se construir uma distribuição de frequência por classe, de maneira que cada classe tenha uma frequência mínima de 5 (cinco), que é comparada com a teórica (Landin, 1998).

Um outro teste de normalidade aplicado é o teste de Kolmogorov-Smirnov. Neves (2004) comenta que o teste baseia-se na comparação da curva da frequência cumulativa dos dados, com a função de distribuição teórica Normal. A estatística de teste é calculada através da máxima diferença entre ambas. A magnitude da diferença estabelece-se probabilisticamente segundo a lei de probabilidade dessa estatística, que se encontra tabelada.

6.4 – Geoestatística

Seja a variável de textura de um solo $Z_2(x_i)$ uma medida de fácil obtenção e seja $Z_1(x_i)$ a medida de condutividade hidráulica de difícil obtenção. Considere que estas duas medidas são retiradas de um campo “S” qualquer no mesmo local, conforme a Figura 5.

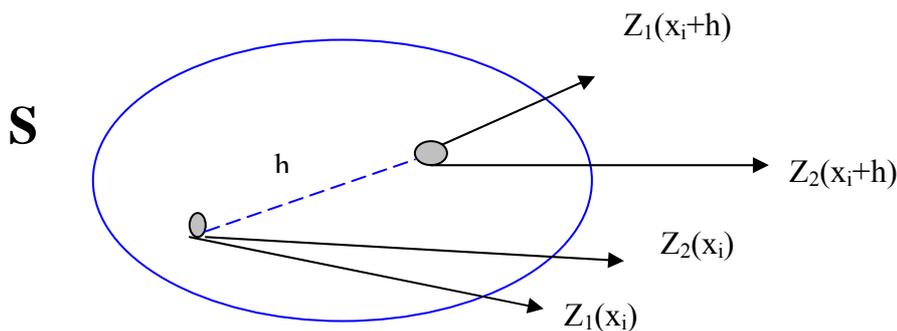


Figura – 5. Esquema de co-krigagem em campo.

Sendo $Z_1(x_i)$ e $Z_2(x_i)$ variáveis aleatórias, e sendo $Z(x_k)$ uma variável aleatória para um particular ponto x_k em S, então:

$$Z(x_k) = \{z(x_1), z(x_2), \dots, z(x_k)\}$$

Estas variáveis são denominadas variáveis regionalizadas. A geoestatística utiliza o conceito de funções aleatórias a fim de construir um modelo para a realidade física, fazendo aparecer estas duas características aparentemente contraditórias: aleatório e estruturado.

6.4.1 – Semivariograma e Krigagem

Baseado na hipótese de estacionaridade, que diz que “a função aleatória é estacionária se a distribuição de probabilidade de $Z(x)$ for a mesma em qualquer ponto x considerado”, pode-se tentar inferir a distribuição de probabilidade de $Z(x)$ a partir das observações experimentais $z(x)$. No entanto, em geoestatística linear, só são de interesse os momentos de ordem um e dois da função aleatória (Gripp, 1992) fala-se então em hipótese de estacionaridade de segunda ordem, pode-se escrever:

$$E[Z(x_i)] = m, \quad \forall x_i \in S \quad . \quad [12]$$

onde:

m – é a média da variável aleatória $Z(x_i)$

Para cada par de ponto $[Z(x_i), Z(x_i + h)]$, a covariância $C(h)$ será:

$$C(h) = E\{[Z(x_i) - \mu_1] \cdot [Z(x_i + h) - \mu_2]\} = \quad [13]$$

$$= E\{Z(x_i) \cdot Z(x_i + h) - Z(x_i) \cdot \mu_2 - \mu_1 \cdot Z(x_i + h) + \mu_1 \cdot \mu_2\} = \quad [14]$$

$$= E\{Z(x_i) \cdot Z(x_i + h)\} - \mu_2 E[Z(x_i)] - \mu_1 E[Z(x_i + h)] + \mu_1 \cdot \mu_2 \quad [15]$$

$$\text{Como: } E[Z(x_i)] = E[Z(x_i + h)] = \mu_1 = \mu_2 = m \quad [16]$$

então tem-se:

$$C(h) = E\{Z(x_i)Z(x_i + h)\} - m^2 \quad [17]$$

Para aplicações práticas, torna-se às vezes necessário a utilização de uma hipótese fraca (menos restritiva) que a de estacionaridade, onde o valor de $Z(x_i)$ não depende de x_i , porém depende apenas do vetor h , então:

$$V\{Z(x_i) - Z(x_i + h)\} = E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 - \{E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]\}^2 \quad [18]$$

$$= E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 - \{E[Z(x_i)] - E[Z(x_i + h)]\}^2 = \quad [19]$$

$$= E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 - \{[E[Z(x_i)]]^2 - 2.[E[Z(x_i)].E[Z(x_i + h)]] + [E[Z(x_i + h)]]^2\} = \quad [20]$$

$$= E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 - [E[Z(x_i)]]^2 + 2.E[Z(x_i)].E[Z(x_i + h)] - [E[Z(x_i + h)]]^2 = \quad [21]$$

$$= E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 - m^2 + 2.m.m - m^2 = \quad [22]$$

$$= V\{Z(x_i) - Z(x_i + h)\} = E\{[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2\} \quad [23]$$

onde:

$V(Z)$ – é a variância da variável aleatória $Z(x_i)$

Por definição, a equação anterior é a semivariância, ou seja:

$$2\gamma(h) = E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad [24]$$

onde:

$\gamma(h)$ - é a semivariância,

ou, alternativamente:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2.N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad [25]$$

onde:

$\gamma^*(h)$ - é a semivariância estimada.

Quando o valor de $\gamma^*(h)$ depende da direção do vetor h , tem-se anisotropia (Landin, 1998).

Para um domínio onde $E[Z(x_i)] = m$, a semivariância aumenta de zero até um valor chamado de sill ou patamar, que é aproximadamente igual à variância amostral.

Por outro lado, quando há dependência espacial:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \gamma(h) = C_0 \quad [26]$$

C_0 é conhecido como efeito pepita, que expressa a variabilidade em uma micro escala.

A semivariância deve ser usada para que seja realizado o método de interpolação conhecido como krigagem, que estima um valor através da correlação existente entre esse ponto e seus vizinhos. Tem-se:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i) \quad [27]$$

onde:

Z^* - valor estimado do atributo Z .

x_0 – local onde será estimado o valor da variável de interesse;

λ_i – pesos da interpolação.

Deseja-se encontrar os pesos de maneira que o estimador $Z^*(x_0)$ seja não tendencioso. Segundo Vauclin et al. (1983), para isso é necessário que:

$$E[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = 0 \quad [28]$$

E que a variância de x_0 seja mínima, ou seja:

$$\sigma_k^2(x_0) = V[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = \text{mínimo} \quad [29]$$

substituindo a equação [23] na equação [29] e substituindo o resultado convenientemente pela equação [27] e posteriormente pela equação [17] chegaremos ao seguinte equação:

$$\sigma_k^2(x_0) = \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j C(x_i, x_j) + C_0 - 2 \sum_i \lambda_i C(x_i, x_0) \quad [30]$$

onde:

σ_k^2 - variância da krigagem.

$$\text{e ainda : } \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad [31]$$

Então pode-se expressar a variância da seguinte maneira:

$$\sigma_k^2 = - \sum \sum \lambda_i \lambda_j C(x_i, x_j) + 2 \sum \lambda_i \gamma(x_i, x_0) \quad [32]$$

onde (x_i, x_j) representa um vetor com origem em x_i e extremidade em x_j . A equação anterior é minimizada pela restrição [31].

Essa minimização envolve técnicas lagrangianas, onde:

$$\frac{\partial [\sigma_k^2(x_0) - 2\mu \sum \lambda_i]}{\partial \lambda_i} = 0 \quad [33]$$

sendo μ é o multiplicador de Lagrange. Fica-se com:

$$- 2 \sum_j \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + 2 \gamma(x_i, x_0) - 2 \mu = 0 \quad [34]$$

Cancelando o fator 2 que é comum a todos os termos, e combinando com a equação [26], obtém-se o sistema de krigagem.

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = \gamma(x_i, x_0), \quad i=1 \text{ para } N \quad [35]$$

A solução do sistema de equações com o multiplicador de Langrange μ permite a estimação do valor de $Z^*(x_0)$, com:

$$\sigma_k^2(x_0) = \mu + \sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma(x_0, x_0) \quad [36]$$

Considere-se agora que as duas variáveis Z_1 e Z_2 possuem covariâncias cruzadas definidas como:

$$C_{12}(h) = E\{Z_1(x).Z_2(x+h)\} - m_1.m_2 \quad [37]$$

$$C_{21}(h) = E\{Z_2(x).Z_1(x+h)\} - m_1.m_2 \quad [38]$$

e seja a semivariância cruzado dada por:

$$\gamma_{12}(h) = \gamma_{21}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_1(x) - Z_1(x+h)].[Z_2(x) - Z_2(x+h)]\} \quad [39]$$

Pela hipótese de estacionaridade, pode-se escrever:

$$2\gamma_{12}(h) = 2\gamma_{21}(h) = 2C_{12}(0) - C_{21}(h) \quad [40]$$

obtendo-se:

$$\gamma_{12}^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{j=1}^{N(h)} [z_1(x_j) - z_1(x_j+h)].[z_2(x_j) - z_2(x_j+h)] \quad [41]$$

A Figura 6 apresenta a forma típica de um semivariograma.

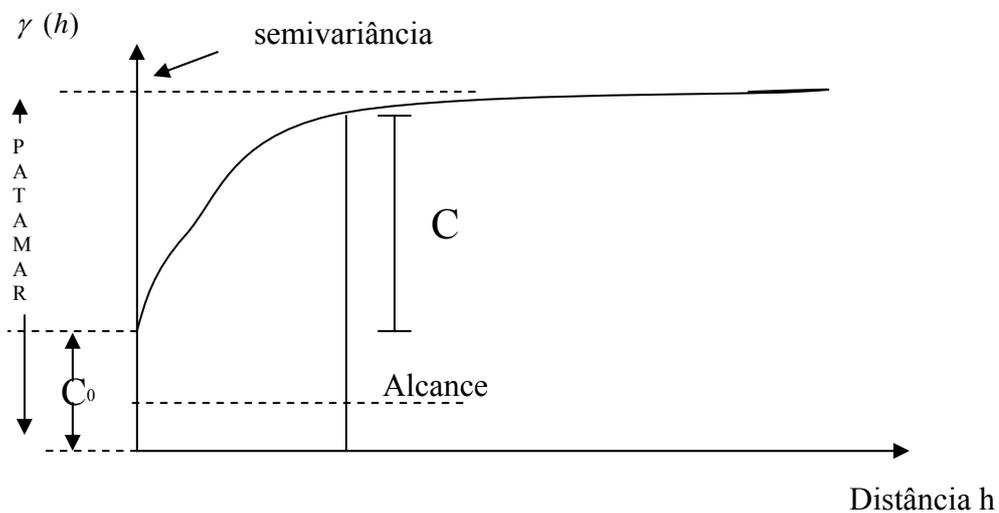


Figura – 6. Gráfico esquemático do semivariograma.

onde:

$\gamma(h)$ – semivariância;

C_0 – efeito pepita;

A – alcance;

C – semivariância espacial;

$C_0 + C$ – soleira (sill), ou ainda patamar; e

h – distância entre os pontos amostrados.

O efeito pepita representa as microestruturas não captadas pela distância amostrada, por erros de amostragem, e ou erros de análise (Valente, 1989).

Vários modelos teóricos podem ser utilizados na tentativa de um ajuste ao semivariograma experimental a um semivariograma teórico.

Johnston et al. (1996) apresentam vários modelos teóricos, a saber:

a) Esférico $\gamma(h) = C_0 + C \times [1,5(h/A) - 0,5(h/A)^3]$ [42]

b) Exponencial $\gamma(h) = C_0 + C \times [1 - \exp(-h/A)]$ [43]

c) Gaussiano $\gamma(h) = C_0 + C \times [1 - \exp(-3 \times (h/A)^2)]$ [44]

d) Linear $\gamma(h) = C_0 + [h(C/A)]$ [45]

e) Circular $\gamma(h) = C_0 + \{(2C/\pi) \times [(h/A) \times [1 - (h/A)^2]^{0,5} + \arcsen(h/A)]\}$ [46]

f) Tetra-esférico

$$\gamma(h) = C_0 + (2C/\pi) \times [\arcsen(h/A) + (h/A) \times (1 - (h/A)^2)^{0,5} + 2h/3A \times (1 - (h/A)^2)^{1,5}]$$

[47]

g) Penta-esférico

$$\gamma(h) = Co + \{C \times [(15H/8A) - (5/4) \times (h/A)^3 - (3/8) \times (h/A)^5]\} \quad [48]$$

h) Rational-quadratic

$$\gamma(h) = C \times \{[19 \times (h/A)^2] / [1 + 19 \times (h/A)^2]\} \quad [49]$$

i) Hole effect $\gamma(h) = Co + \{C \times [(1 - \text{sen} \times (2\pi h/A))] / [\text{sen}(2\pi h/A)]\} \quad [50]$

j) K-Bessel

$$\gamma(h) = C \times \{1 - \{[(\Omega_c \times h)/A]^A / (2^{C-1} \times \Gamma(A))\} \times K_A(\Omega_A \times h / (C + Co))\} \quad [51]$$

onde:

Ω é o valor numérico de quando $\gamma(h) = 0,95 \times C$, para qualquer Co

K_A é a função Bessel modificada de classe segunda e de ordem A (Abramowitz e Stegun, 1965).

A função gama é escrita como se segue: $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} x^{z-1} \exp(-z) dz \quad [52]$

k) J-Bessel $\gamma(h) = Co + \{C \times [1 - \frac{2^{C+Co} \Gamma(C + Co + 1)}{(\Omega_c \times h)/A}] \times J_{(C+Co)} \times ((\Omega_{(C+Co)} \times h)/A)\} \quad [53]$

onde:

$J_{(C+Co)}$ - é a função J-Bessel (Abramowitz e Stegun, 1965)

No mínimo, $\gamma(A) = C$

6.4.2 – Semivariograma cruzado e co-krigagem

No caso de semivariância cruzada, não é necessário que Z_1 e Z_2 tenham o mesmo número de medidas, porém a semivariância é calculado usando apenas os valores onde as duas variáveis são avaliadas.

Se a variável Z_1 for de mais difícil avaliação do que a variável Z_2 , pode-se estimar o valor de Z_1 usando os valores de Z_1 e Z_2 através da correlação entre elas, expressa por $\gamma_2^*(h)$. Esta estimativa é realizada através de um processo conhecido como co-krigagem, onde o estimador tem a forma de:

$$Z_2^*(x_0) = \sum_{j=1}^{N_1} \lambda_{1j} Z_1(x_{1j}) + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} Z_2(x_{2j}) \quad [54]$$

A condição de imparcialidade é:

$$E[Z_2^*(x_0)] = E[Z_2(x_0)] \quad [55]$$

$$E[Z_2^*(x_0)] - E[Z_2(x_0)] = 0 \quad [56]$$

$$E\{Z_2^*(x_0) - Z_2(x_0)\} = 0 \quad [57]$$

Também é desejado que a variância seja mínima, ou seja:

$$\sigma_{ck}^2(x_0) = E\{[Z_2^*(x_0) - Z_2(x_0)]^2\} = \text{mínimo} \quad [58]$$

Fazendo as substituições convenientes, tem-se:

$$\begin{aligned} E\{[Z_2^*(x_0) - Z_2(x_0)]\} &= E[Z_2^*(x_0) - E[Z_2(x_0)]] = \\ E\{[\sum \lambda_{1j} Z_1(x_{1j}) + \sum \lambda_{2j} Z_2(x_{2j})] - E[Z_2(x_0)]\} &= \\ E[\sum \lambda_{1j} Z_1(x_{1j})] + E[\sum \lambda_{2j} Z_2(x_{2j})] - E[Z_2(x_0)] &= \end{aligned} \quad [59]$$

Como $E[Z(x)] = m$

então:

$$E[Z_2^*(x_0) - Z_2(x_0)] = m_1 \sum \lambda_{1j} + m_2 \sum \lambda_{2j} - m_2 \quad [60]$$

Esta estimativa será imparcial apenas se:

$$\sum \lambda_{1j} = 0 \text{ e } \sum \lambda_{2j} = 1$$

Desenvolvendo

$$\begin{aligned} \sigma_{ck}^2(x_0) &= E\{[Z_2^*(x_0) - Z_2(x_0)]^2\} = \\ &= E\{[Z_2^*(x_0)]^2 - 2[Z_2^*(x_0)][Z_2(x_0)] + [Z_2(x_0)]^2\} \end{aligned} \quad [61]$$

Procedendo da mesma maneira já vista anteriormente, fica-se com:

$$\begin{aligned} \sigma_{ck}^2(x_0) &= \sum_j \sum_k \lambda_{1j} \lambda_{1k} C_{11}(x_{1j}, x_{1k}) + \sum_i \sum_j \lambda_{1j} \lambda_{2j} C_{12}(x_{1j}, x_{2i}) + \sum_j \sum_k \lambda_{2j} \lambda_{1k} \\ &C_{21}(x_{2j}, x_{1k}) + \sum_j \sum_i \lambda_{2i} \lambda_{2j} C_{22}(x_{2j}, x_{2i}) - 2 \sum_k \lambda_{1k} C_{2j}(x_0, x_{1k}) \\ &- 2 \sum_i \lambda_{2i} C_{22}(x_0, x_{2i}) + C_{22}(0) \end{aligned} \quad [62]$$

Aplicando novamente as técnicas lagrangianas à equação anterior, obtém-se o seguinte sistema de co-krigagem:

$$\sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} C_{11}(x_{1i}, x_{1k}) + \sum_{j=1}^{N_2} C_{12}(x_{1k}, x_{2j}) - \mu_1 = C_{21}(x_0, x_{1k}), \quad k = 1, N_1 \quad [63]$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_{1i} C_{21}(x_{21}, x_{1i}) + \sum_{j=1}^{N_2} C_{22}(x_{2j}, x_{2l}) - \mu_2 = C_{22}(x_0, x_{2l}), \quad l = 1, N_2 \quad [64]$$

$$e \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} = 1 \quad [65]$$

A estimativa da variância mínima será então:

$$\sigma_{ok}^2(x_0) = C_{22}(0) + \mu_2 - \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} C_{21}(x_0, x_{1i}) - \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} C_{22}(x_{2j}, x_0) \quad [66]$$

Pode-se escrever o sistema de co-krigagem em termos de semivariância cruzada, pois:

$$C_{kk}(h) = -\gamma_{kk}(h) \quad [67]$$

Fundamental na utilização da co-krigagem é a verificação prévia da correlação existente entre as variáveis, a qual deve ser alta para que as estimativas sejam consistentes.

Também deve ser notado que a melhoria de interpretação somente é significativa quando uma das variáveis tem um número reduzido de valores em relação à outra (Landin, 2002).

Em linguagem matricial, a co-krigagem apresenta-se da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} [C_{11}(x_{\alpha 1}, x_{\alpha 1}')] & [C_{12}(x_{\alpha 1}, y_{\alpha 2})] & 1 & 0 \\ [C_{21}(y_{\alpha 2}, x_{\alpha 1})] & [C_{22}(y_{\alpha 2}, y_{\alpha 2}')] & 0 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 \dots 1 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 \dots 0 & 1 \dots 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha 1} \\ \lambda_{\alpha 2} \\ -\mu_1 \\ -\mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_{11}(x_0, x_{\alpha 1})] \\ [C_{12}(x_0, x_{\alpha 2})] \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [68]$$

[A] . [X] = [B]

Onde $\alpha_i = 1, \dots, n_i$ representam os n_i pontos para a variável Z_1 , e $\alpha_i = 1, \dots, n_i$ representam os n_i pontos distantes de h para a variável Z_2 , onde i é o indicador da variável primária Z_1 ou secundária Z_2 (Landin, 2002).

A matriz $[A]$ é composta por:

- 1) Sub-matriz $[C_{11}(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_1})]$ que descreve a distribuição espacial da primeira variável Z_1 ;
- 2) Sub-matriz $[C_{22}(y_{\alpha_2}, y_{\alpha_2})]$ que descreve a distribuição espacial da segunda variável Z_2 ;
- 3) Sub-matrizes $[C_{12}(x_{\alpha_1}, y_{\alpha_2})]$ e $[C_{21}(y_{\alpha_2}, x_{\alpha_1})]$ que descrevem a variabilidade cruzada das variáveis Z_1 e Z_2 consideradas um conjunto.

Os termos restantes 0 (zero) e 1 (um) correspondem à condição de não viés para ambas as variáveis.

A matriz $[A]$ não contém informação sobre o ponto x_α , objeto da estimativa. Toda a informação necessária está contida no segundo membro do sistema, o vetor $[B]$, o qual é composto por 2 (dois) subvetores:

- 1) Subvetor $[C_{11}(x_0, x_{\alpha_1})]$, que depende da configuração geométrica relativa do ponto x_0 em relação aos pontos x_{α_1} , onde Z_1 é observada;
- 2) Subvetor $[C_{12}(x_0, y_{\alpha_2})]$, que depende da configuração geométrica relativa do ponto x_0 em relação aos pontos y_{α_2} , onde Z_2 é observada.

A solução do sistema, ou seja, o cálculo dos coeficientes λ_i e λ_j e dos multiplicadores de Lagrange μ_1 e μ_2 expressos pela matrix [X], para diferentes pontos x_0 , é obtida pela inversão de [A] e subsequente multiplicação por [B] (Landin, 2002).

6.4.3 - Análise de tendências

Na análise de tendências verifica-se a existência de fatores externos que possam estar influenciando a variável em questão mais em uma direção do que em outra, detectada a existência é possível sua retirada através de um cálculo matemático e sua posterior reposição nos mapas construídos, em outras palavras, verifica-se a existência de correlação entre o atributo Z e os eixos X e Y, se esta correlação é superior a 70%, considera-se a existência de tendência nos dados.

Landin (2001) descreve o método pelo qual uma superfície contínua é ajustada, por critérios de regressão por mínimos quadrados, aos valores de Zi como uma função linear das coordenadas X-Y dos pontos amostrados e irregularmente distribuídos. A expressão matemática utilizada para o ajuste da superfície baseia-se em polinômios não-ortogonais.

O ajuste é incrementado pela adição de termos adicionais (ordens) à equação polinomial, após o ajuste da superfície aos dados amostrados, segundo o grau desejado. Os valores de Z_i^* para os nós da malha são calculados após a solução das equações. Com a determinação dos coeficientes, as mesmas são utilizadas para o cálculo de Z^* , para qualquer valor de X e de Y. É possível, então, calcular os resíduos entre a superfície gerada e os valores originais.

A técnica é adequada para "remoção" de tendências e destaque de resíduos. Alguns valores indesejados podem ser gerados nas bordas e no interior do mapa, quando houver áreas sem dados amostrados e com a utilização de ordens polinomiais elevadas.

Quando o sistema de coordenadas apresenta diversos dígitos, tipo UTM (sistema de coordenadas), a precisão computacional se deteriora. Nesses casos, deve-se aplicar transformações conforme as seguintes equações, que fornecem valores para as coordenadas entre 0 e 1, e não modificam a forma das superfícies:

$$X^* = \frac{X_j - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad [69]$$

$$Y^* = \frac{Y_i - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}} \quad [70]$$

Dentre as superfícies de ajuste, merecem destaque:

$$\text{Superfície de primeira ordem: } Z^* = a + bX + cY \quad [71]$$

$$\text{Superfície de segunda ordem: } Z^* = a + bX + cY + dX^2 + eXY + fY^2 \quad [72]$$

$$\text{Superfície de terceira ordem: } Z^* = a + bX + cY + dX^2 + eXY + fY^2 + gX^3 + hX^2Y + iXY^2 + jY^3 \quad [73]$$

$$\text{Superfície de quarta ordem: } Z^* = a + bX + cY + dX^2 + eXY + fY^2 + gX^3 + hX^2Y + iXY^2 + jY^3 + kX^4 + lX^3Y + mX^2Y^2 + nXY^3 + oY^4 \quad [74]$$

onde

Z^* - valor estimado de Z_i^* para o nó da célula (variável dependente);

X e Y - coordenadas X e Y (variáveis independentes); e

a...o – coeficientes de ajuste.

Computadas a soma de quadrados da variável dependente, a soma de quadrados devido à superfície polinomial e a soma de quadrados dos resíduos, pode-se obter uma indicação da representatividade da superfície de tendência utilizando análise de variância.

A variação total dos dados pode ser dada por:

$$SQT = \sum Z_i^2 - [\sum Z_i]^2 / n \quad [75]$$

e a variação dos dados devido à superfície calculada, como:

$$SQP = \sum Z_i^2 - [\sum Z_i^*]^2 / n \quad [76]$$

$$\text{variação devido aos resíduos : } SQR = SQT - SQP \quad [77]$$

A porcentagem de ajuste da superfície é igual ao coeficiente de determinação - R^2

onde

$$R^2 = (SQP / SQT) 100\% \quad [78]$$

e

SQT – Soma do quadrado total;

SQR – Soma do quadrado dos resíduos; e

SQP – Soma do quadrado do produto.

Através da Tabela 1 é possível verificar se os dados estimados pela regressão se ajustam a superfície de tendência, para isto basta comparar o F tabelado com o F calculado se F calculado for maior que o F tabelado o ajuste não é estatisticamente aceitável.

Tabela – 1. Análise de variância para a superfície de tendência.

Fonte de Variação	gl	SQ	QM	F
Regressão polonomial	m	SQP	MSP	MSP/MSR
Resíduo	n-m-1	SQR	MSR	
Total	n-1	SQT		

Com

gl – graus de liberdade

SQ – soma dos quadrados

QM – quadrado médio

F – valor calculado da distribuição de probabilidade de Fisher.

m – número de coeficientes da equação polinomial, não contando o termo a_0 ;

n – número de observações;

6.4.4 – Validação cruzada

Será utilizado o processo de validação cruzada, que consiste em se reavaliar pelo estimador os valores amostrais conhecidos, retirando-se um a um e calculando-os como se não fossem conhecidos (Zimback, 2003). A diferença entre o valor conhecido e o valor previsto é chamada de erro.

Jonhnston (1996) descreve o processo para se avaliar o erro produzido pela krigagem ou co-krigagem. São calculadas as médias dos erros e os seus respectivos desvios padrão, assim como os erros normalizados e os seus desvios padrão. A média dos erros normalizados deve tender para zero, e o desvio normalizado deve aproximar-se o mais possível de 1 (um).

O erro médio é calculado como:

$$e_m = \frac{\sum_{i=1}^N (P - O)}{N} \quad [79]$$

onde

e_m - é o erro médio;

P – é o valor previsto;

O – é o valor amostral observado; e

N – é o número de valores observados.

Para o desvio padrão, tem-se:

$$d_p = \left(\frac{\sum_1^N (e_i - e_m)^2}{N} \right)^{0,5} \quad [80]$$

onde

d_p - é o desvio padrão do erro;

e_i - iésimo erro;

e_m - é o erro médio; e

N - é o número de erros.

O erro normalizado é então obtido como:

$$e_z = \frac{e_i - e_m}{d_p} \quad [81]$$

onde

e_z - é o erro normalizado.

O erro médio normalizado é calculado conforme a fórmula:

$$e_{mz} = \frac{\sum e_{zi}}{N} \quad [82]$$

onde

e_{mz} - é o erro médio normalizado; e

e_{zi} - é o i ésimo erro normalizado.

6.4.5 – Anisotropia

Segundo Camargo (1997), a anisotropia pode ser constatada através da observação dos semivariogramas obtidos para diferentes direções. As convenções direcionais usadas na geoestatística são mostradas na Figura 7.

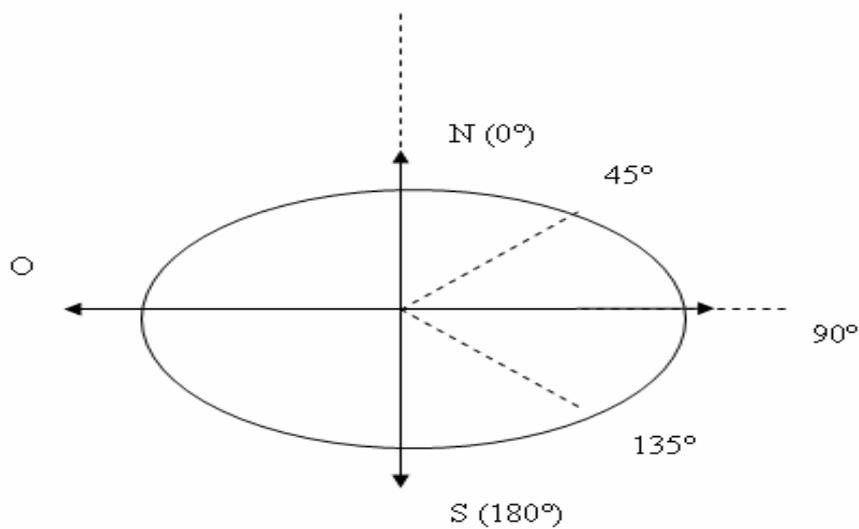


Figura – 7 Convenções direcionais usadas na geoestatística.

Considere os semivariogramas ilustrativos para as direções 0° , 45° , 90° e 135° , ilustrados na Figura 8. Verifica-se uma similaridade entre eles. Esta é a representação de um caso simples, em que a distribuição espacial do fenômeno é denominada *isotrópica*. Neste caso, um único modelo é suficiente para descrever a variabilidade espacial do fenômeno em estudo.

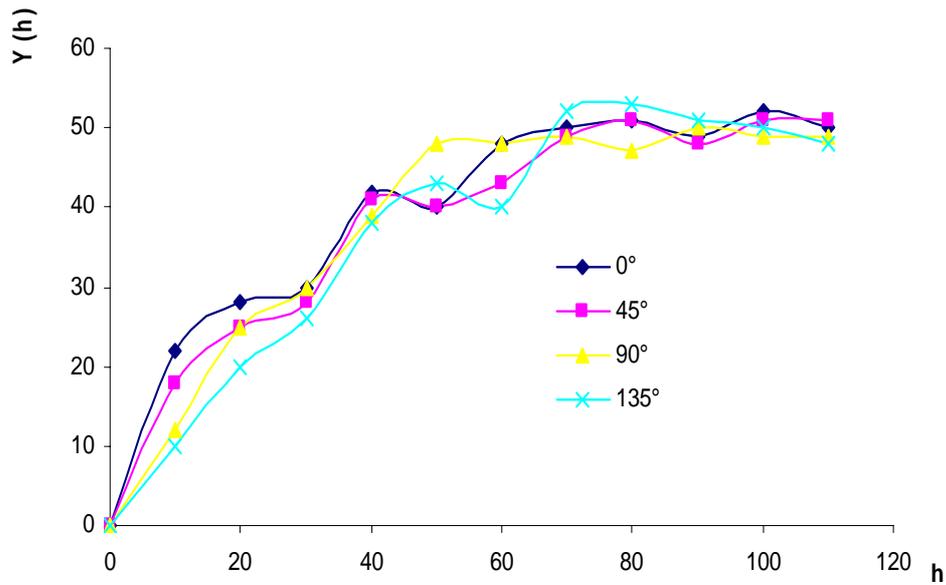


Figura – 8. Representação gráfica de semivariogramas isotrópicos.

Por outro lado, se os semivariogramas não são iguais em todas as direções, a distribuição é denominada *anisotrópica*. Se a anisotropia é observada e é refletida pelo mesmo patamar (C) com diferentes alcances (A) do mesmo modelo, então ela é denominada *Geométrica* (Figura 9)

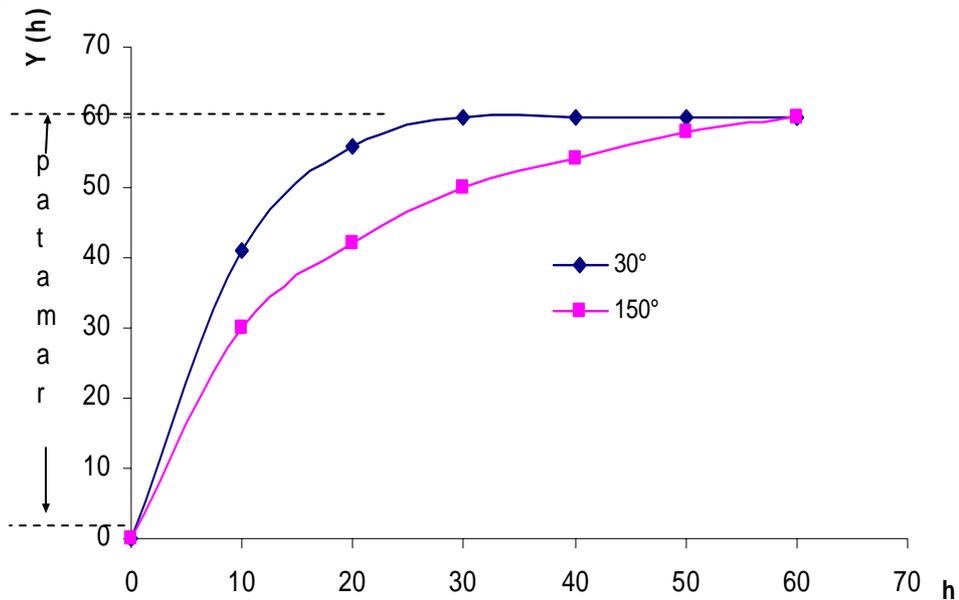


Figura – 9. Representação gráfica de anisotropia geométrica.

Um modo direto de visualizar e calcular os parâmetros (fator e ângulo) da anisotropia geométrica é através do esboço gráfico de uma elipse, calculada através dos alcances obtidos em direções distintas, conforme Figura 10. As convenções que seguem são as adotadas por Deutsch e Journel (1992). Para o eixo maior da elipse, denominado direção de máxima continuidade, aplica-se o maior alcance (a_1). O ângulo da direção de máxima continuidade é definido a partir da direção Norte e no sentido horário. Seu valor

corresponde à direção de maior alcance. O eixo menor define o alcance (a_2) na direção de menor continuidade, sendo este ortogonal à direção principal.

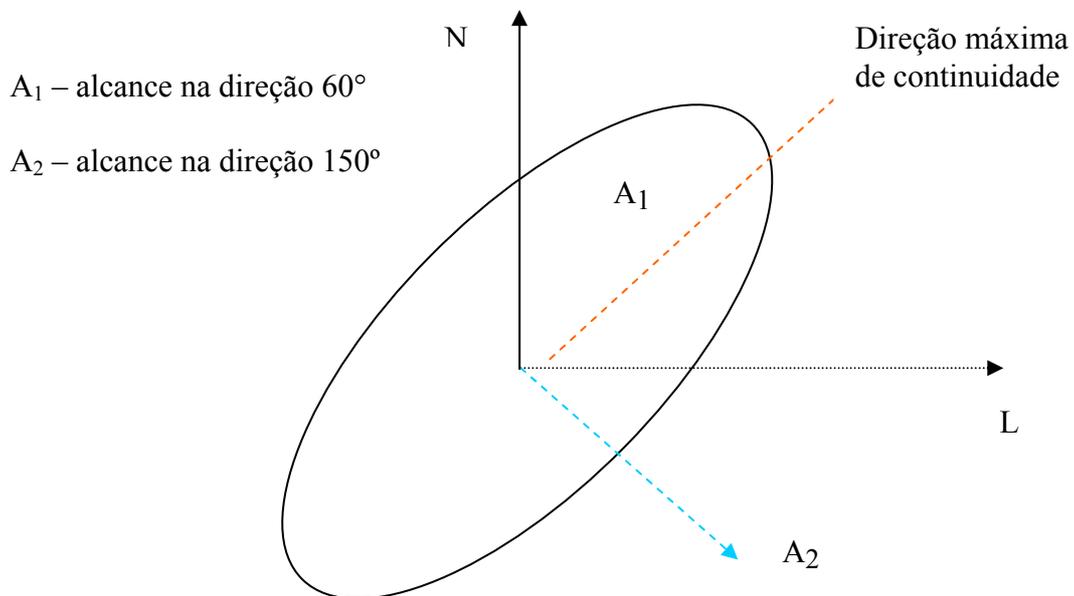


Figura – 10. - Representação gráfica da anisotropia geométrica em duas dimensões.

O fator de anisotropia geométrica é definido como a razão entre o alcance na direção de menor continuidade (a_2) e o alcance na direção de maior continuidade (a_1). Neste caso, o fator de anisotropia geométrica é sempre menor ou igual que a unidade e o ângulo de anisotropia é igual ao ângulo da direção de máxima continuidade.

Existe ainda um outro tipo de anisotropia em que os semivariogramas apresentam os mesmos alcances (A) e diferentes patamares (C). Neste caso, a anisotropia é denominada zonal. A anisotropia zonal também é um caso raramente presente nos fenômenos naturais. O mais comum é encontrar combinações da anisotropia zonal e geométrica, denominada anisotropia combinada.

6.5 – Softwares utilizados

Para as análises estatística e geoestatística foram utilizados os seguintes softwares:

1) Excel Windows – Utilizado para construção de tabelas e para cálculos de estatísticas clássicas como correlação, média aritmética, desvio padrão.

2) Minitab – Software estatístico utilizado para o cálculo de correlação múltipla e testes de normalidade.

3) GS+ - Programa geoestatístico, foi utilizado para a construção dos semivariogramas experimentais e teóricos e para a construção de mapas da krigagem em duas e em três dimensões. Este programa disponibiliza pela Internet um demonstrativo que permite os cálculos.

5) GEOAS – É um dos softwares mais antigos de geoestatística, sendo de domínio público, fornecido pela agência EPA (Environmental Protection Agency) de nacionalidade americana. Foi utilizado para fornecer uma melhor compreensão dos cálculos efetuados pelo GS+.

6) ArcGis – Programa que permite entre outros cálculos a análise geoestatística é utilizado para a co-krigagem e para a construção do mapa de condutividade hidráulica, tendo sido utilizado também para a validação cruzada.

7 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

7.1 - Análise dos dados da condutividade hidráulica.

Embora tenham sido realizados 52 testes de condutividade hidráulica (cm/h) foram observados apenas 49 testes tendo em vista a ocorrência de resultados de condutividade hidráulica negativa. Os resultados da estatística básica foram os seguintes : valor mínimo 3,99, valor máximo 127, média 35,32, Variância 746,65 e curtose 5,41.

Inicialmente foi construído um histograma para a condutividade hidráulica saturada (K_0), o que permite uma avaliação visual do comportamento da sua distribuição de frequência. Este histograma é apresentado na Figura 11.

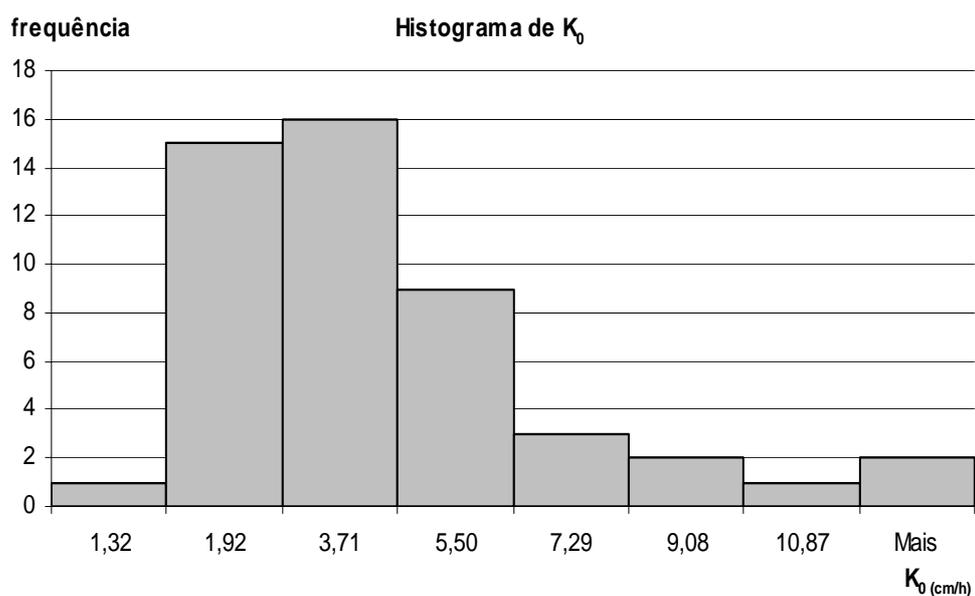


Figura – 11. Histograma de (K_0), (cm/h).

Tabela – 2. Distribuição de frequência de (K_0) (cm/h).

Bloco	Frequência
1,32	1
1,92	15
3,71	16
5,50	9
7,29	3
9,08	2
10,87	1
Mais	2

O coeficiente de variação para cada uma das medidas foi considerado médio tendo como valor mínimo 1,37 % e como máximo 84,45 %, com uma média de coeficiente de variação de 31,85%, já entre os dados, o coeficiente de variação para (K_0) foi de 80% e para α foi de 70%.

Para verificar a normalidade dos dados, foi realizado o teste χ^2 , que forneceu o resultado de 43,02 para o qui-quadrado calculado. Considerando que o χ^2 tabelado a 5% de confiança e com 1 grau de liberdade forneceu o valor de 3,84, pode-se afirmar que as amostras são estatisticamente diferentes ou, em outras palavras, a distribuição não é Normal. Tal resultado está de acordo com várias referências da literatura, as quais ressaltam que raramente (K_0) é normalmente distribuída (Sudicky e Woodbury, 1991), em estudo sobre variabilidade espacial da textura Vieira (1997) afirma que todos os teores apresentaram dependência espacial. Resultado semelhante foi encontrado por Eguchi et al. (2002) que só não encontrou dependência espacial para densidade de partículas, Souza et al. (2000) em estudo realizado na Paraíba detectou dependência espacial para PH, condutividade elétrica e porcentagem de sódio trocável. Em estudo sobre as propriedades físico-hídricas do solo Gonçalves e Folegatti (2002) encontraram forte correlação espacial entre os teores areia e argila e a umidade do solo. Lima e Silans (1999) detectaram variabilidade espacial tanto para textura com para K_0 , porém não foi encontrada correlação

clássica entre estes dois atributos. Sobre a não existência de correlação clássica entre textura e (K_0) , em tentativa de modelar a condutividade hidráulica no campo, Baird (1997) afirma que uma das dificuldades para o modelo é a falta de Normalidade nos valores de (K_0) .

Um procedimento muito utilizado é a transformação logarítmica nos dados de condutividade, com o intuito de se conseguir uma distribuição log Normal. Os dados da estatística básica são: valor mínimo 1,38, valor máximo 4,84, média 3,27 variância 0,67 e curtose 2,94.

Os valores do histograma transformados estão na Tabela 3, e o histograma correspondente está apresentado na Figura 12.

Tabela – 3. Distribuição de frequência de $\log(K_0)$ (cm/h).

Bloco	Frequência
0,12	1
0,40	0
0,69	4
0,97	2
1,25	9
1,54	15
1,82	13
Mais	5

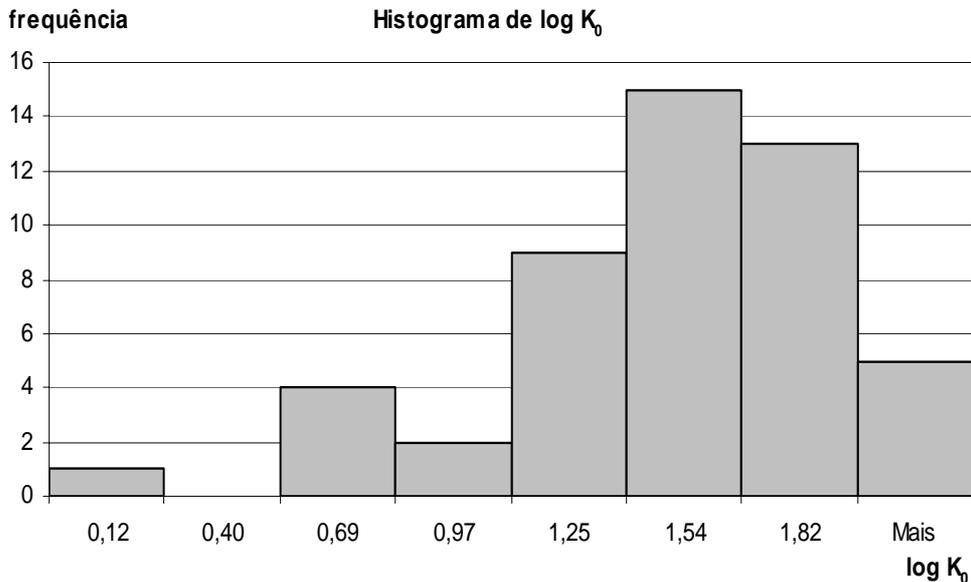


Figura – 12. Histograma de log (K₀) (cm/h).

Como o valor de χ^2 calculado foi de 6,5, então a transformação log de (K₀) também não é Normal, segundo o teste do qui-quadrado χ^2 . Tal comportamento foi, em parte, influenciado pela presença de valor de condutividade hidráulica baixa (Figura 12).

Foi aplicada uma outra transformação, correspondente à raiz quadrada de (K₀). Esta transformação foi adotada por exemplo, por Cargnelutti et al. (2003), com o intuito de normalizar os seus dados, referentes a estudo sobre produção de milho.

Rieder (1986) verificou que a transformação raiz quadrada tinha características mais desejáveis do que a transformação logarítmica na estabilização da variância e redução da influência dos valores baixos de (K₀).

Mendes (1999) explica com detalhes a transformação raiz quadrada e quando ela deve ser utilizada, demonstrando que a transformação raiz quadrada é apenas um caso particular da transformação Box-Cox, que consiste em transformar os dados de acordo com a expressão:

$$y' = \frac{y^\lambda - 1}{\lambda} \quad [81]$$

onde,

λ é um parâmetro a ser estimado dos dados. Se $\lambda = 0$ a equação acima se reduz a

$$y' = \log(y) \quad [82]$$

onde,

\log é o logaritmo neperiano.

Uma vez obtido o valor de λ os valores dos dados transformados podem ser encontrados conforme a eq. [82]. A importância da transformação Box-Cox é que geralmente consegue-se valores que normalizam os dados.

Em estudo sobre psiquiatria, a transformação raiz quadrada também foi utilizada por Hayashida et al. (1992), fornecendo boa normalização dos dados.

Johnston et al. (1996), no manual do software ArcGis, comenta sobre a transformação da raiz quadrada de (K_0), salientando que ela é adequada quando os dados são de contagem, não sendo descartada a utilização dessa transformação para dados contínuos.

A distribuição raiz quadrada forneceu um χ^2 calculado de 0,27. Desse modo, a transformação pode ser considerada Normal. A tabela da distribuição de frequência e o histograma da raiz quadrada estão apresentados na Tabela 4 e na Figura 13, respectivamente. A estatística básica da raiz quadrada de (K_0) foi a seguinte: valor mínimo 1,99, valor máximo 20,54, média 9,1, variância 18,4 e curtose 3,27.

Tabela – 4. Distribuição de frequência da raiz quadrada de (K_0) (cm/h).

<i>Bloco</i>	<i>Frequência</i>
1,15	1
2,59	5
4,04	7
5,48	13
6,92	14
8,37	4
9,81	2
Mais	3

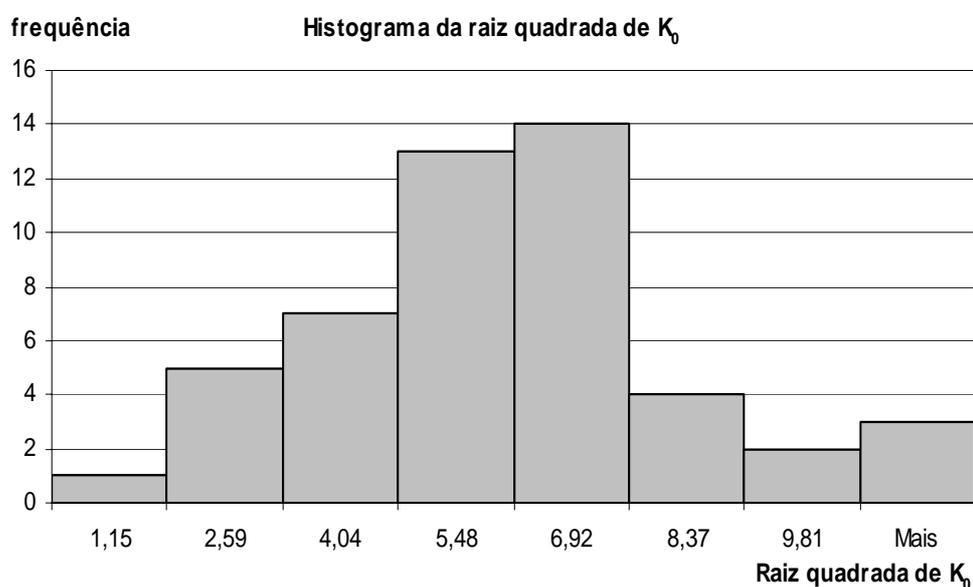


Figura – 13. Histograma de raiz quadrada de (K_0) (cm/h).

7.1.1 - Análise de tendência da condutividade hidráulica.

Entende-se por tendência nos dados a correlação linear que as coordenadas X ou Y possuem com a variável em estudo, aqui representada pela raiz quadrada de (K_0). Detectada a presença, segundo Jonhnston et al.(1996), essa pode ser retirada da análise do semivariograma e da krigagem, e acrescentada após os cálculos serem efetuados, tornando mais confiáveis as estimativas.

Realizou-se a análise de correlação entre os dados de raiz quadrada de (K_0) e dos teores areia, argila e silte ao longo dos eixos X e Y, conforme a eq. [6]. Os resultados estão

apresentados na Tabela 5, enquanto que o gráfico em três dimensões da correlação da raiz quadrada de (K_0) em função de X e Y está apresentado na Figura 14, o software ArcGis tenta modelar uma função quadrática, porém a dispersão em torno do modelo é alta, portanto podemos afirmar que não existe tendência quadrática.. As linhas azul e roxa representam a projeção de raiz quadrada de (K_0) em seus respectivos planos.

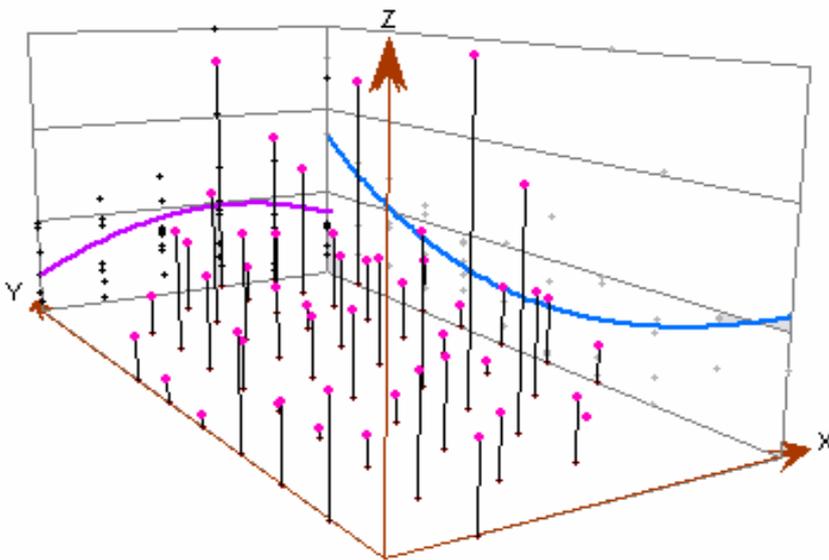


Figura – 14. Gráfico 3D da raiz quadrada de (K_0) (cm/h).

Tabela – 5. Correlação entre raiz quadrada de (K_0) e os eixos X e Y e a e as texturas.

	Raiz de (K_0)	Areia %	Argila %	% Silte
R^2_x	0,15	0,04	0,11	0,10
R^2_y	0,28	0,40	0,38	0,25

Pode ser verificado que, para estes dados, não existe tendência. Landin (1998) afirma que apenas correlações maiores que 0,70 são consideradas influentes, o que não ocorreu, nesse caso.

7.1.1.1 - Regressão múltipla para a textura

Foi realizada uma verificação de tendência nos dados, através de uma regressão múltipla. O software utilizado foi o Minitab. Não foi encontrado pelo autor nenhum trabalho científico analisando a existência de tendência para a textura do solo.

As equações de regressão obtidas para a textura em função de X e de Y são dadas por:

$$\text{Areia \%} = 58,5 + 0,0268 X - 0,0405 Y \quad R^2 = 0,191$$

$$\text{Argila \%} = 25,0 - 0,0288 X + 0,0312 Y \quad R^2 = 0,201$$

$$\text{Silte \%} = 16,5 + 0,00195 X + 0,00923 Y \quad R^2 = 0,063$$

Para tais equações, o R^2 pode ser considerado muito baixo, indicando a inexistência de tendência relevante, foi tentado também outras funções tais como:

$$\text{Areia \%} = X^2 + Y \quad R^2 = -0,039$$

$$\text{Argila \%} = X^2 + Y \quad R^2 = -0,014$$

$$\text{Silte \%} = X^2 + Y \quad R^2 = 0,116$$

Nenhuma delas apresentou um R^2 alto, sendo assim um forte indício de inexistência de tendência.

7.1.1.2 - Regressão múltipla para a raiz quadrada de (K_0)

A regressão para a raiz quadrada de (K_0) forneceu a equação abaixo:

$$\sqrt{K_0 (cm/h)} = 1,802 + 0,102 X + 0,236 Y \quad R^2 = 0,081$$

Igualmente para esta equação, o R^2 pode ser considerado muito baixo, indicando uma dispersão dos dados.

7.1.2 – Anisotropia

Os dados da raiz quadrada de (K_0) (cm/h) não apresentaram anisotropia, conforme pode ser observado na Figura 15. Pode-se observar que apenas um modelo é suficiente para explicar os vários semivariogramas obtidos em direções distintas. Na Figura 14 está apresentado o modelo isotrópico global.

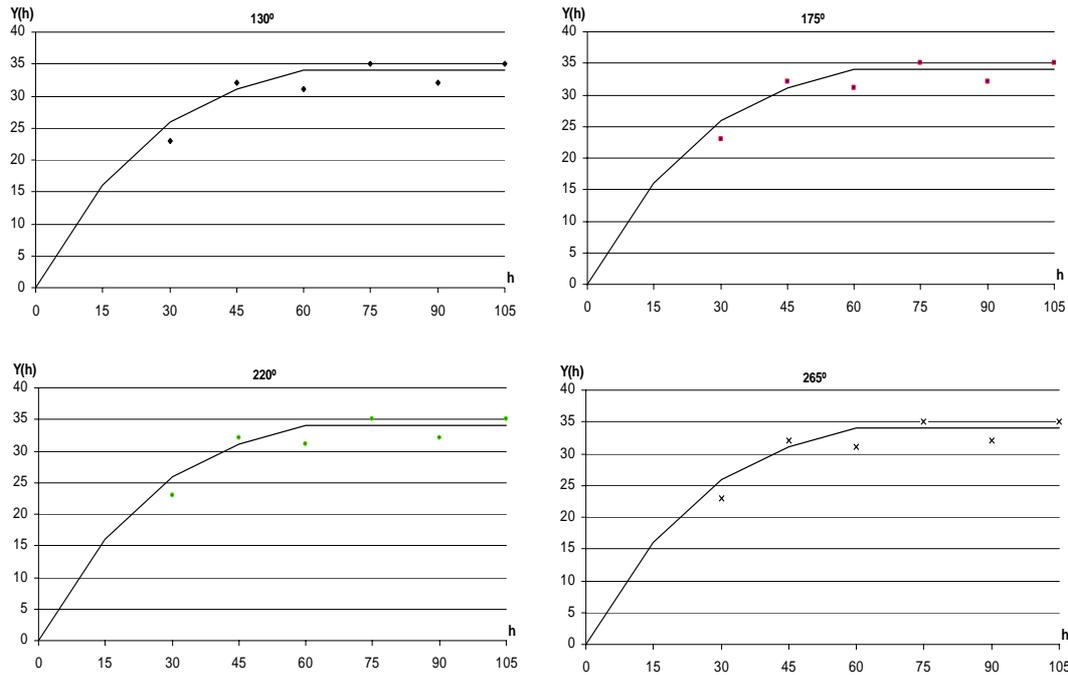


Figura – 15. Semivariogramas de (K_0) em quatro diferentes direções.

7.2 – Análise da variabilidade espacial da raiz quadrada de (K_0)

Quando calculadas as semivariâncias experimentais, verifica-se leve dependência espacial para baixas distâncias de separação, Montenegro (1999) afirma que K_0 , possui uma variabilidade espacial como pode ser visto na Figura 16. O modelo teórico que melhor se ajustou aos dados amostrais foi o esférico, onde o patamar estabilizou-se em 4,54, o alcance foi de 63,00 m, sem efeito pepita, com um R^2 de 0,79.

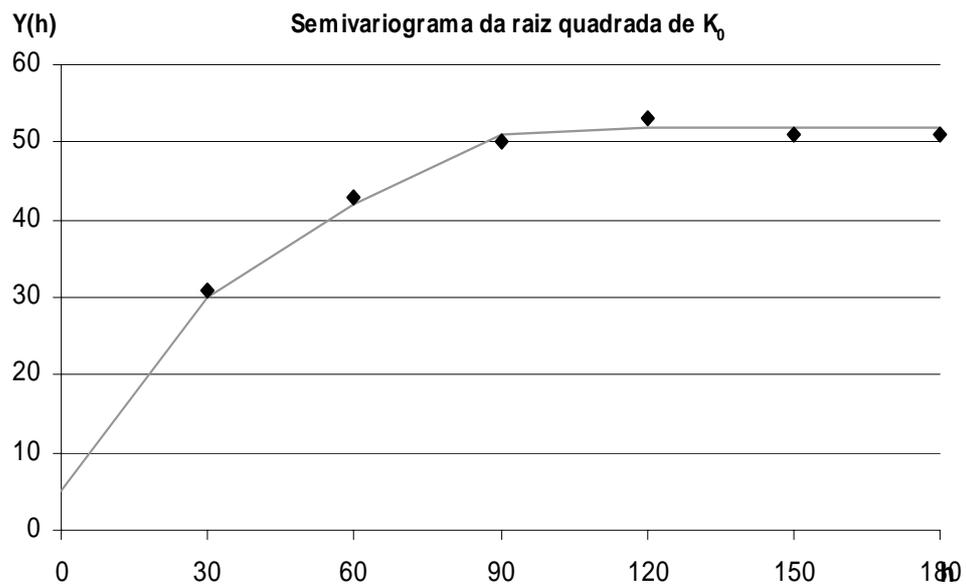


Figura – 16. Semivariograma teórico e amostral da raiz quadrada de (K_0).

Procedeu-se à validação cruzada do semivariograma teórico, tendo-se obtido média normalizada dos erros próxima a 0,0 (zero) e desvio padrão normalizado próximo a 1,0 (um). O número de pares por pontos em nenhuma das classes foi menor que 35. Utilizando o semivariograma teórico, foi possível então realizar a krigagem para a raiz de (K_0) (Figura 17).

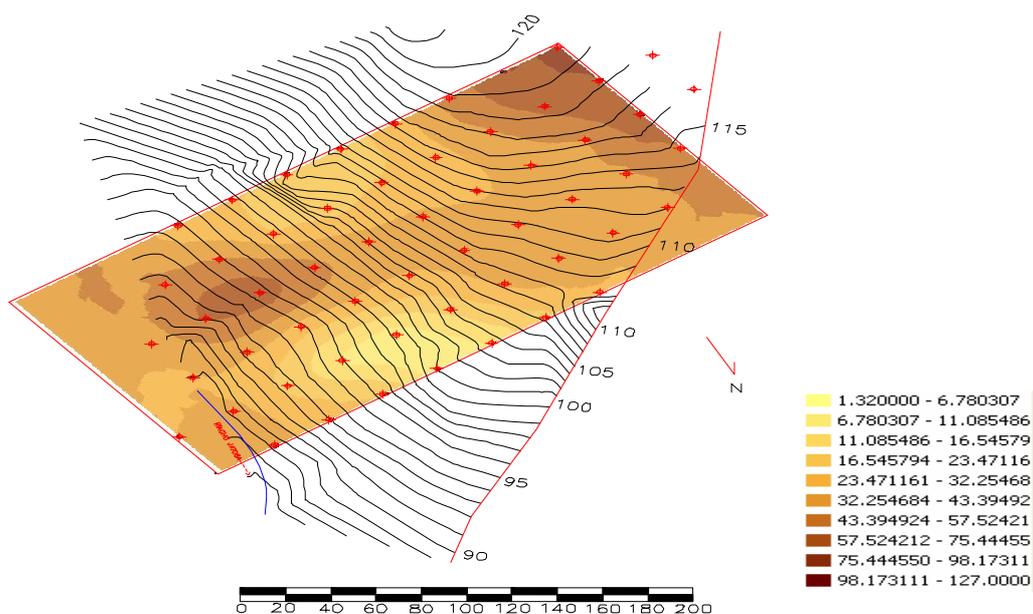


Figura – 17. Mapa da krigagem com a raiz quadrada de (K_0).

Devido ao fato de não ser comum na literatura trabalho sobre (K_0) utilizando a transformação raiz quadrada, e considerando a recomendação de vários autores de se adotar a transformação logarítmica para (K_0) (Sudicky e Woodbury (1991), Vauclin et al. (1983) etc.), foi reavaliada a log normalidade dos dados utilizando o teste de Kolmogorov-Smirnov, através do software Minitab. A log Normalidade novamente foi rejeitada, fornecendo um p – valor de apenas 0,03 (Figura 18).

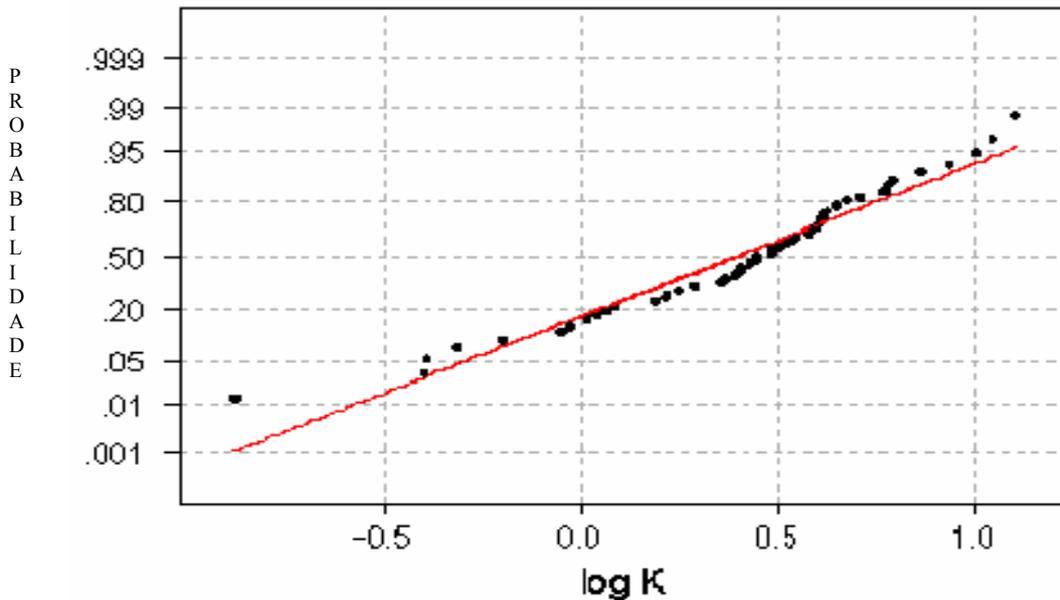


Figura – 18. Teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov para log de (K_0).

Os semivariogramas experimental e teórico para o log de (K_0) (cm/h) estão apresentados na Figura 19. O modelo que melhor se ajustou ao semivariograma amostral foi o esférico, com um alcance de 45,90 m patamar de 0,64 e um efeito pepita de 0,001.

Após a validação cruzada, obteve-se erro médio normalizado próximo a zero, porém o desvio padrão normalizado dos erros não ficou próximo à unidade. Este resultado indica uma certa tendenciosidade nos dados, motivada provalvemente pelo outlier de baixo valor.

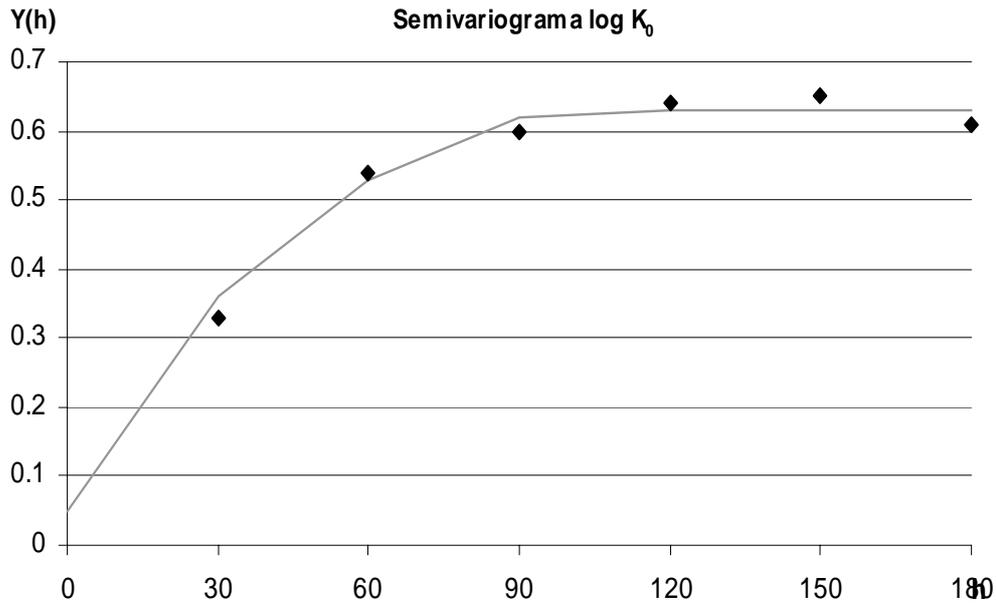


Figura – 19. Semivariograma teórico e experimental de log (K_0).

Para o semivariograma experimental pode-se visualizar uma dispersão significativa nos pontos mais distantes, isto se deve a pequena quantidade de pares de pontos nas distâncias maiores que não ultrapassaram 15 pontos.

Pode-se verificar que os erros existentes na transformação raiz quadrada de (K_0) são levemente menores que os erros existentes na transformação log de (K_0). O resumo das estatísticas dos erros das duas distribuições estão apresentados na Tabela 6.

Tabela – 6. Parâmetros e erros da krigagem realizadas com a transformação log de (K_0). e raiz quadrada de (K_0).

ERROS	VALIDAÇÃO CRUZADA	
	Krigagem $c/\log(K_0)$.	Krigagem \sqrt{K} .
Modelo	Esférico	Esférico
Patamar	0,719	0,132
Efeito pepita	0,001	0,0
Alcance	45,90	49,70
Média normalizada	-0,0121	-0,032
Desvio padrão normalizado	0,643	1,021

Foi construído também o mapa interpolado de log de (K_0), que está apresentado na Figura 20, juntamente com o mapa da raiz quadrada de (K_0). Como pode ser visto nos mapas, a estrutura espacial foi mantida em ambos, notando-se uma maior suavização da variabilidade no mapa da raiz quadrada de (K_0). Neste trabalho será utilizada a transformação raiz quadrada de (K_0), tanto nas comparações de krigagem, como nas comparações realizadas na co-krigagem.

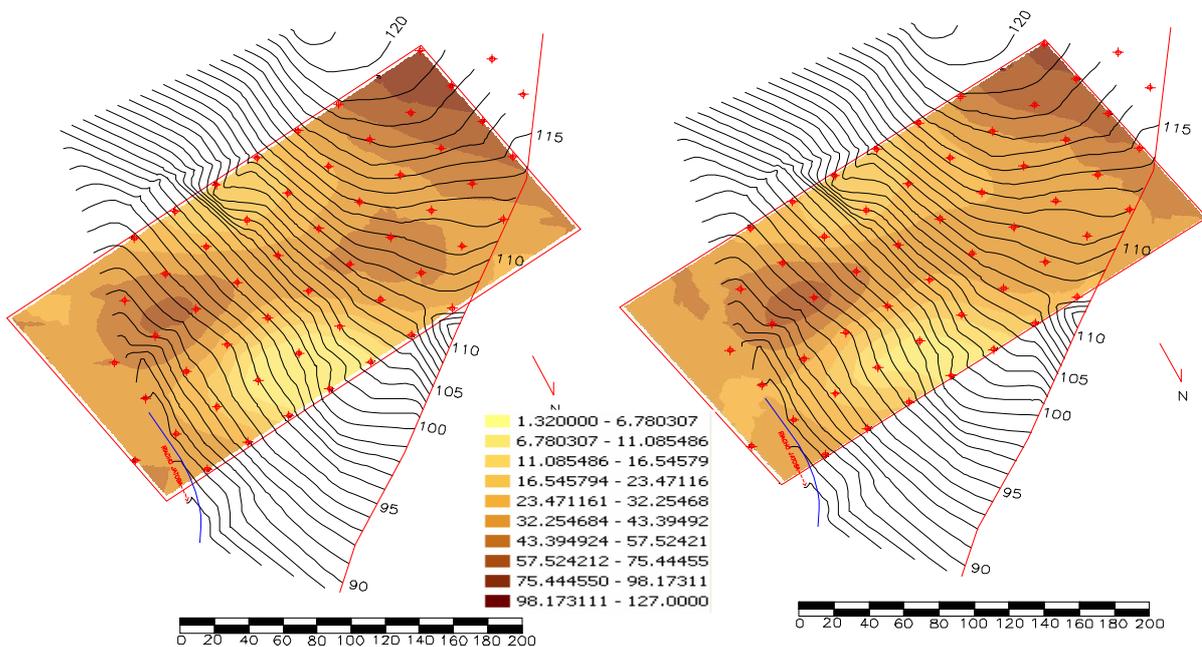


Figura – 20. Krigagem com log (K_0) e Krigagem raiz quadrada de (K_0).

7.3 - Análise dos dados e da variabilidade espacial da areia.

A fração areia foi testada quanto a seu coeficiente de variação, valor este que foi de 13%, e quanto a Normalidade de sua distribuição de frequência. Os dados da distribuição de frequência e o histograma estão representados na Tabela 7 e na Figura 21, respectivamente. O χ^2 calculado foi de 0,05, inferior ao χ^2 tabelado (igual a 3,84). Portanto, a distribuição pode ser considerada normalmente distribuída. A estatística básica foi a seguinte: valor mínimo 39,4, valor máximo 68,2, média 54,33, variância 50,07 e curtose 2,23.

Tabela – 7. Distribuição do percentual de areia.

Distribuição do % de areia.	
Bloco	Frequência
39,4	1
43,51	2
47,63	6
51,74	11
55,86	7
59,97	10
64,09	6
Mais	6

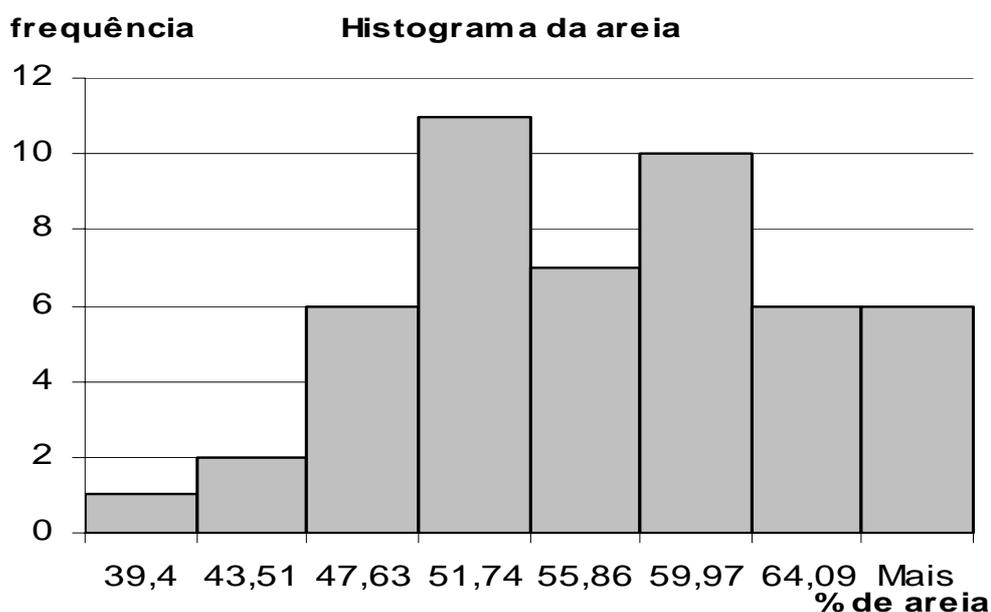


Figura – 21. Histograma para % de Areia.

O semivariograma experimental para a fração areia está apresentada na Figura 22, juntamente com o semivariograma teórico. Os dados apresentaram uma forte dependência espacial, e o modelo que melhor se ajustou foi o modelo esférico, com um $R^2 = 0,99$ e um alcance de mais de 189,3 m. O patamar parece não ter sido encontrado, sugerindo que para a textura areia uma área maior deveria ter sido amostrada. O efeito pepita foi 7.

O elevado alcance do semivariograma da fração areia pode ser motivado por processos hidrológicos de erosão laminar na área, que tendem a uniformizar as frações mais grossas, e carrear as frações mais finas.

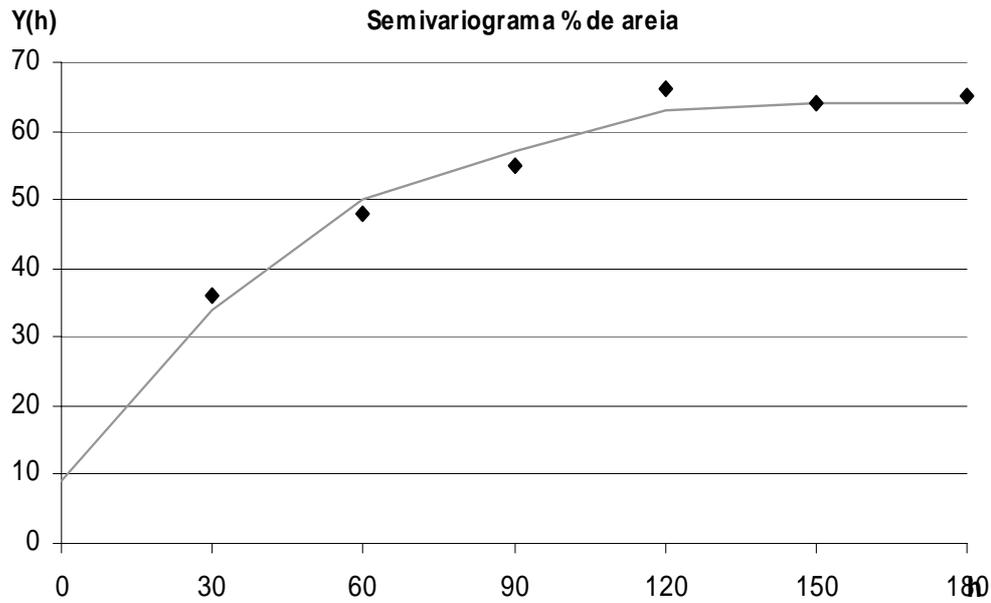


Figura –22. Semivariograma amostral e teórica do % de Areia.

Com esse semivariograma teórico, foi realizada a krigagem para areia. O mapa em duas dimensões está apresentado na Figura 23.

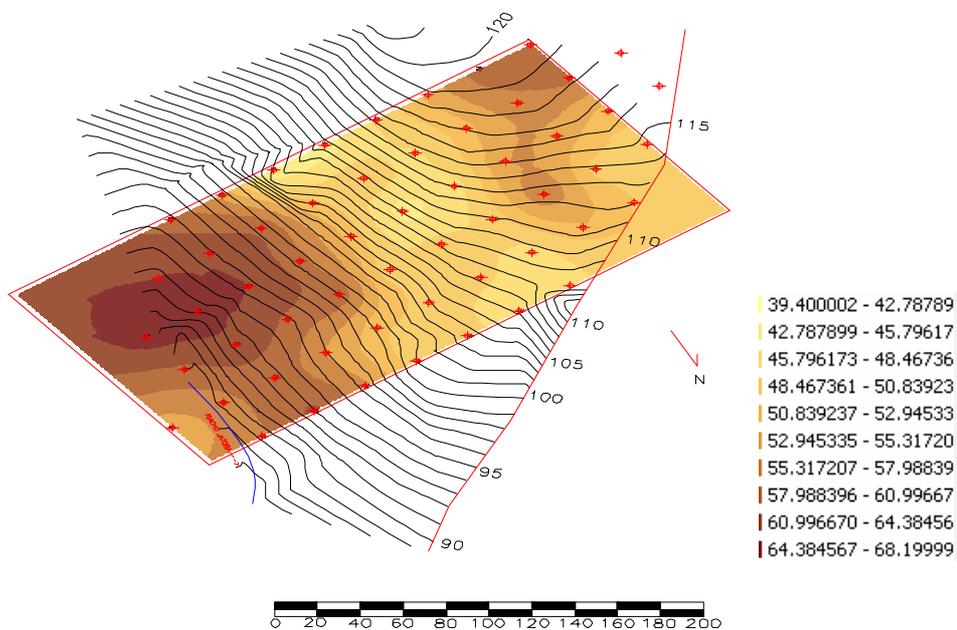


Figura – 23. Mapa em duas dimensões do % de areia.

7.4 - Análise dos dados e da variabilidade espacial da argila

Analisando a distribuição do percentual de argila, foi construído primeiramente o seu histograma, que está representado na Tabela 8 e na Figura 24 e calculado o seu coeficiente de variação que foi de 20%. A estatística básica forneceu os seguintes resultados: valor mínimo 17,4, valor máximo 39, média 27,63, variância 30,03 e curtose 1,97.

Tabela – 8. Distribuição do percentual de argila.

Distribuição de frequência do % de Argila	
Bloco	Frequência
17,4	1
20,49	2
23,57	15
26,66	5
29,74	9
32,83	6
35,91	8
Mais	3

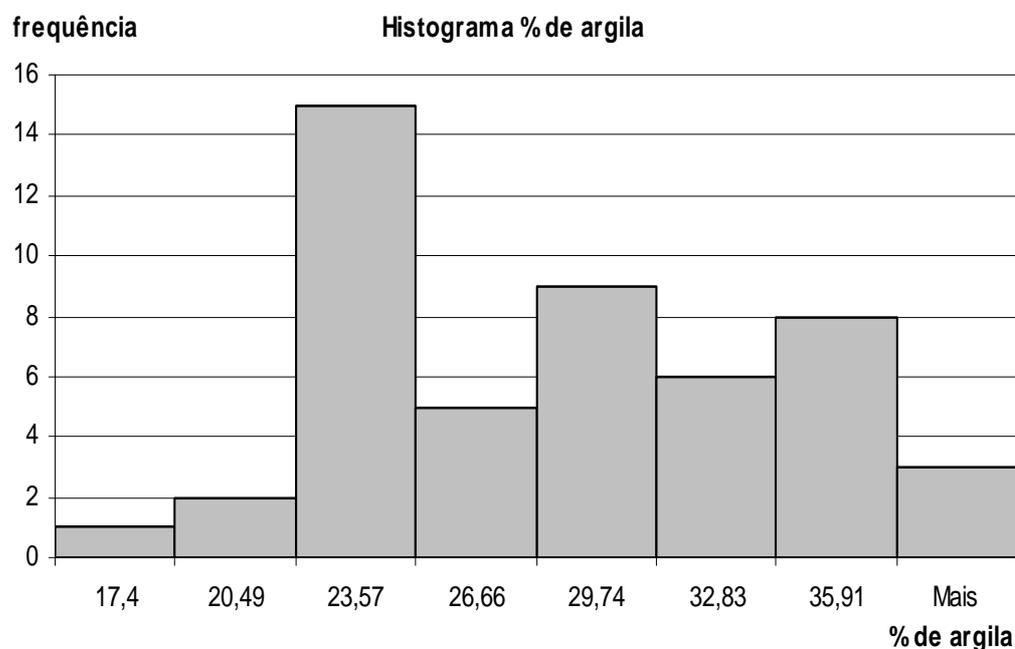


Figura – 24. Histograma do % de Argila.

O cálculo do χ^2 forneceu um valor de 2,98, inferior ao χ^2 tabelado, que é de 3,84. Portanto, pode-se assumir a normalidade dos dados. Os semivariogramas teórico e experimental estão apresentados na Figura 25, com $R^2 = 0,999$. O alcance é de aproximadamente de 149 m, e o patamar parece ter sido atingido com a semivariância de 36,55. O modelo que melhor se ajustou aos dados experimentais foi o esférico.

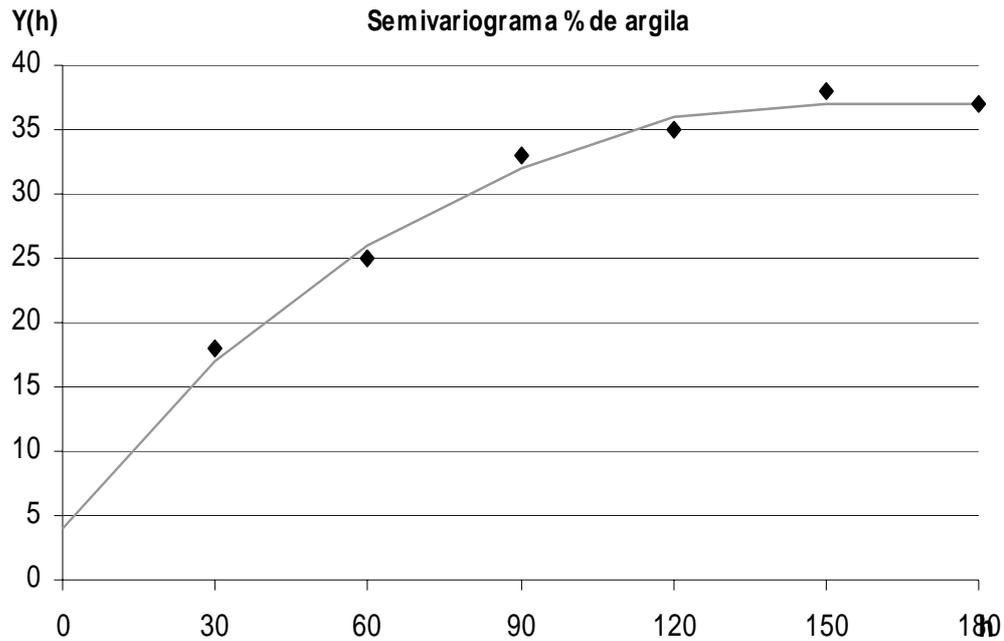


Figura –25. Semivariograma experimental e teórica do % Argila.

Com o semivariograma teórico, realizou-se a krigagem para a argila. O mapa em duas dimensões esta apresentado na Figura 26.

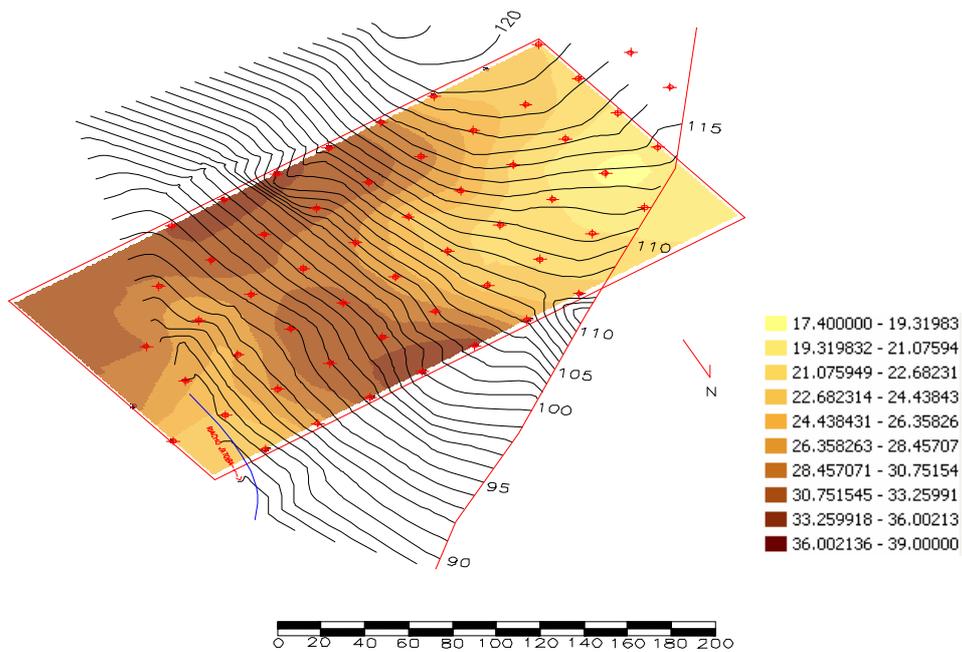


Figura – 26. Mapa em duas dimensões do teor de argila.

7.5 – Análise dos dados e da variabilidade espacial do silte.

A distribuição de frequência da fração de silte está apresentada na Tabela 9, o histograma na Figura 27 e o cálculo do coeficiente de variação foi de 17%.

O cálculo do χ^2 forneceu um resultado de 2,96, que não difere significativamente, ao nível de 5%, do χ^2 tabelado que é de 3,84. Os resultados das estatísticas básicas são os seguintes: valor mínimo 13, valor máximo 26, média 18,05 variância 9,52 e curtose 3,44.

Tabela – 9. Distribuição de frequência do % de silte.

Distribuição de frequência do % de Silte	
Bloco	Frequência
13	1
14,86	7
16,71	9
18,57	9
20,43	18
22,29	1
24,14	1
Mais	3

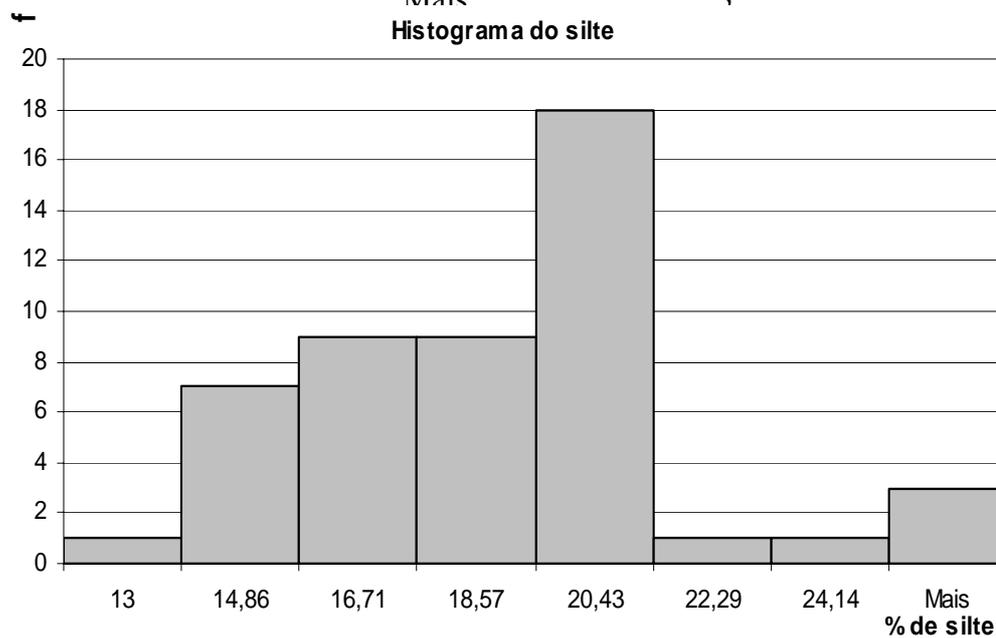


Figura – 27. Histograma do % de Silte.

Os semivariogramas experimental e teórico estão apresentados na Figura 28.

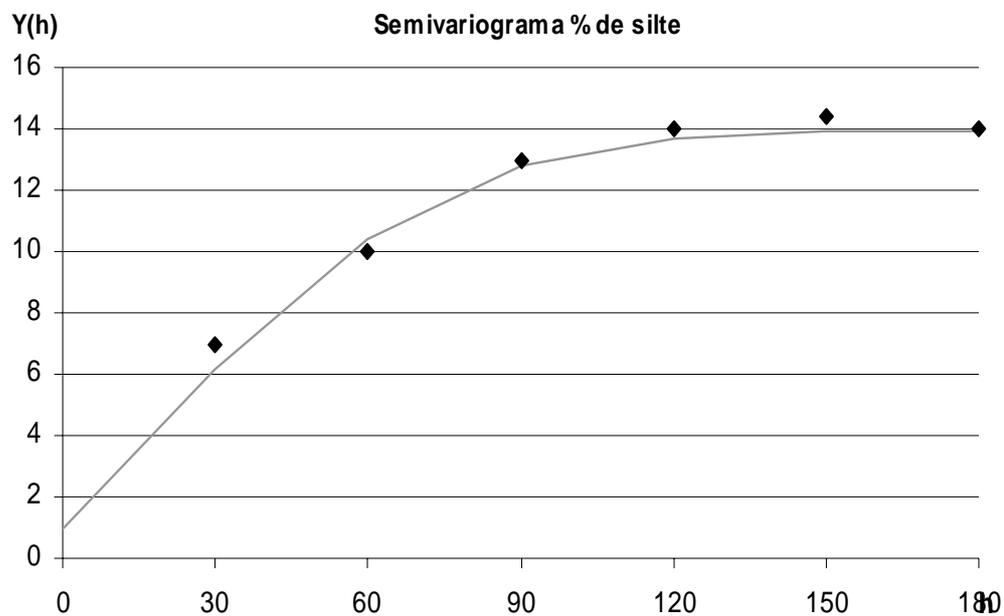


Figura – 28. Semivariograma teórico e experimental do percentual de silte.

O modelo teórico que melhor se ajustou aos dados experimentais foi novamente o esférico, o número de pares para as distâncias maiores foi maior que 32, o $R^2 = 0,99$. Foi observado um alcance de aproximadamente 89,50 metros, com um patamar de 11,47 e um efeito pepita de 0,35.

Com o modelo teórico escolhido foi realizada a krigagem para o percentual de silte e posteriormente construído o mapa de dependência espacial, em duas dimensões apresentado na Figura 29.

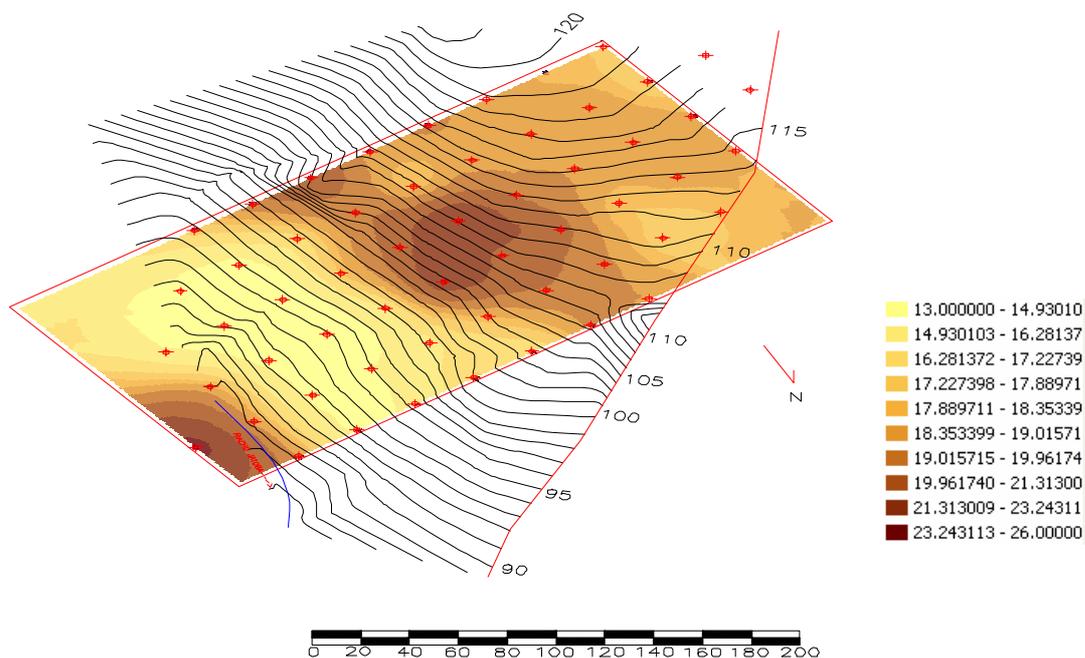


Figura – 29. Mapa em duas dimensões da textura silte.

7.6 – Avaliação de correlação entre textura e condutividade hidráulica.

Todas as três medidas de textura apresentaram distribuição Normal e dependência espacial fato este que pode ser constatado através dos semivariogramas. Tais características podem ser úteis no mapeamento de (K_0), desde que haja correlação entre as texturas e (K_0). Primeiramente, foi avaliada a correlação univariada, conforme Tabela 9. Pode-se verificar a baixa correlação entre (K_0) e os teores dos constituintes texturais, para os dados analisados.

Tabela – 10. Correlação entre a raiz quadrada de (K_0) e as texturas.

TABELA DE CORRELAÇÕES Raiz quadrada de K			
Correlação $\sqrt{(K_0)}$	X	% de areia	0,23
Correlação $\sqrt{(K_0)}$	X	% de argila	-0,33
Correlação $\sqrt{(K_0)}$	X	% de silte	0,05

Utilizando o software Minitab foram tentadas diversas funções de regressões e calculados as correlações entre os seus resultados e a raiz quadrada de (K_0), todas forneceram R^2 menor que -0,33 conseguido com a argila. Nas seções seguintes serão avaliadas as correlações espaciais entre as variáveis, através da construção de semivariogramas cruzados.

Desde que haja correlação espacial, no cálculo da co-krigagem serão utilizados as três texturas simultaneamente, sendo a variável principal a raiz quadrada da condutividade hidráulica e as variáveis secundárias, terciárias e quartenárias, as frações areia, argila e silte, respectivamente.

7.6.1 – Co-krigagem X krigagem com 49 pontos amostrais.

Para o cálculo do semivariograma cruzado foi utilizado o software ArcGis, que forneceu o semivariograma cruzado experimental, juntamente com o modelo teórico. Ambos os gráficos estão apresentados na Figura 30.

O modelo que melhor ajustou os dados foi o modelo J. Bessel, fornecendo um alcance de 120 m, um patamar de 30,25 e um efeito pepita de 4,415, o número de pares para as distâncias maiores foi menor que 16. Este resultado permite a aplicação da co-krigagem das texturas para mapeamento das condutividades.

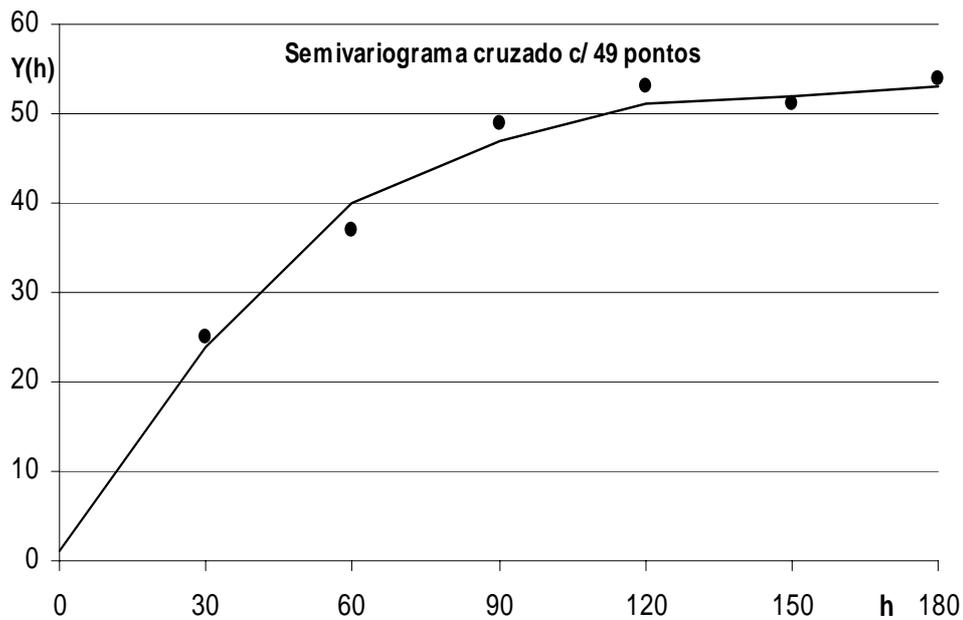


Figura – 30. Semivariograma cruzado teórico e experimental da co-krigagem de $\sqrt{(K_0)}$ usando as três texturas e os 49 pontos

O mapa construído com a co-krigagem, onde a variável Z_1 é a raiz quadrada de (K_0) e as variáveis Z_2 , Z_3 e Z_4 são os percentuais de areia, argila e silte, respectivamente, pode ser visto na Figura 31. Foi reproduzido também o mapa construído com a krigagem de (K_0) , que está colocado ao lado do mapa construído com a co-krigagem de (K_0) com os percentuais das texturas. Pode-se assim avaliar visualmente a concordância dos dois mapas.

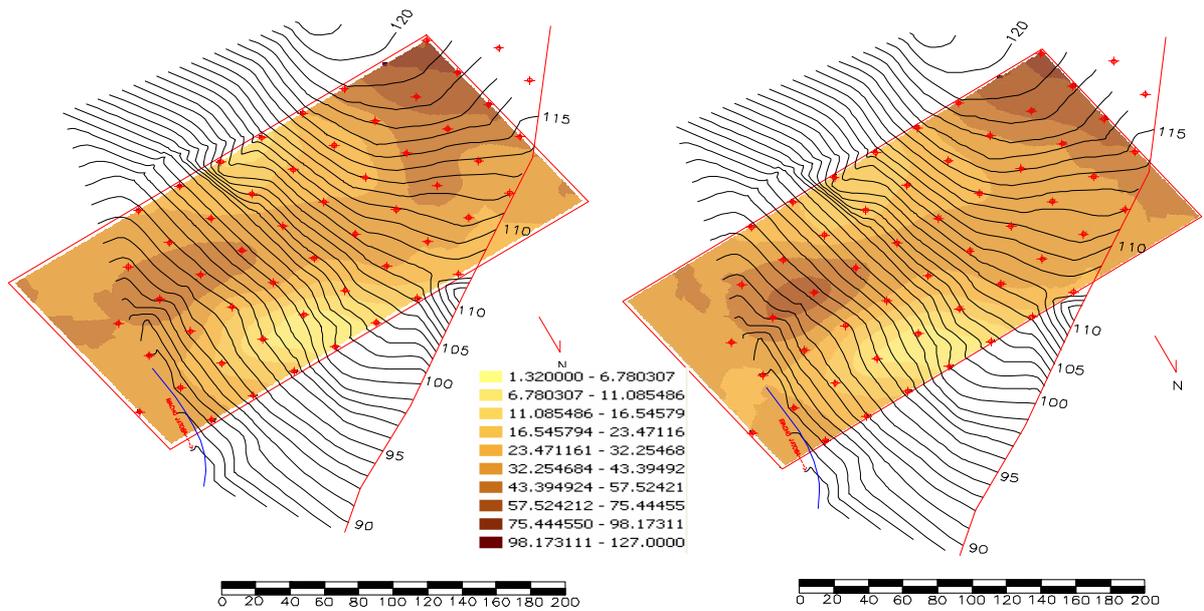


Figura – 31. Mapa da co-krigagem utilizando os teores texturais e da krigagem, respectivamente, ambos com 49 pontos amostrados.

7.6.2 – Co-krigagem X krigagem, 24 e 49 amostras

Foi construído também o semivariograma cruzado para a realização da co-krigagem com as três texturas e com apenas 24 amostras de condutividade. Os semivariogramas cruzado experimental e teórico estão apresentados na Figura 32. O modelo que melhor se ajustou aos dados foi o exponencial, o alcance foi de aproximadamente 90 m, com um patamar de 56,7 e sem efeito pepita.

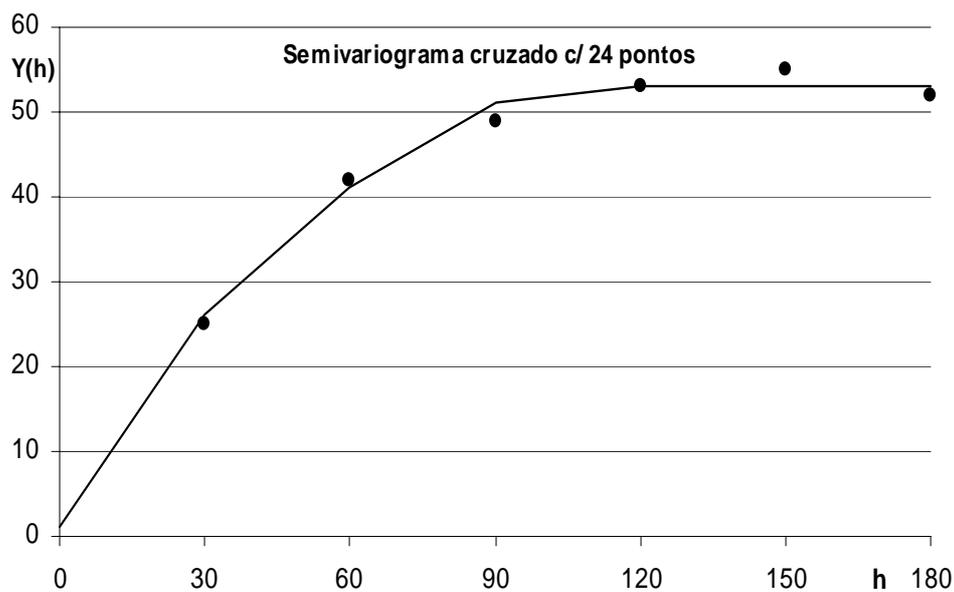


Figura – 32. Semivariograma cruzado teórico e experimental de $\sqrt{(K_0)}$ e as texturas, com apenas 24 pontos amostrais.

Os mapas comparando a co-krigagem realizada com 24 pontos amostrais e a krigagem com 49 pontos estão apresentados na Figura 33.

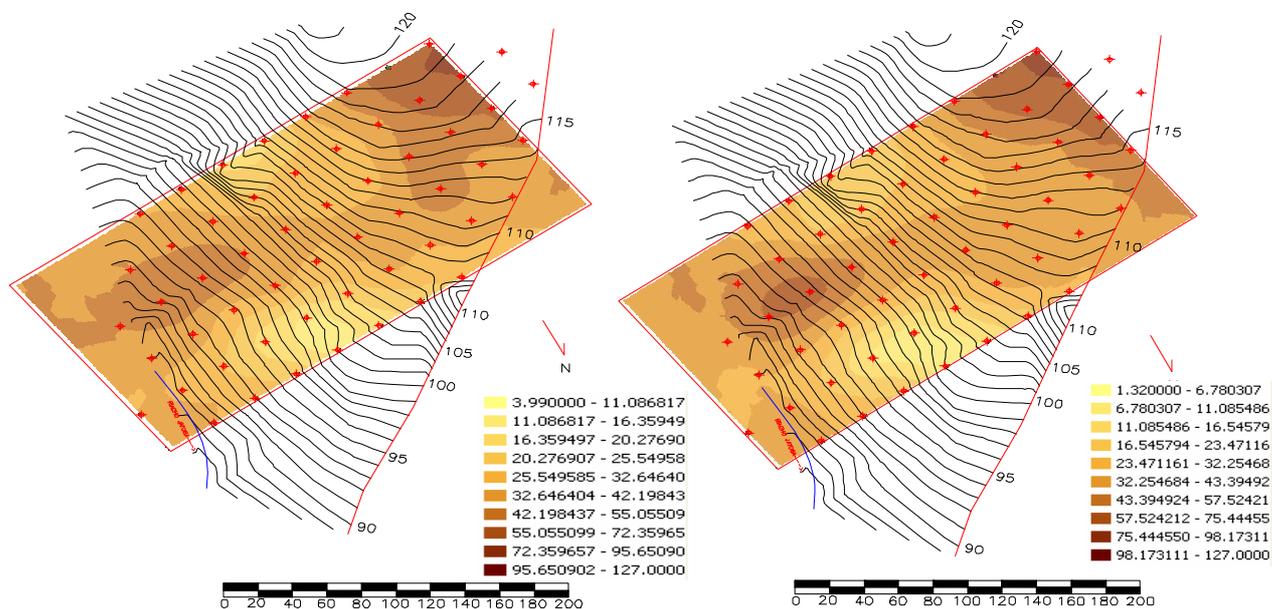


Figura – 33. Mapas da co-krigagem de (K_0) com 24 pontos amostrais e da krigagem de (K_0) com 49 pontos amostrais.

7.6.3 – Co-krigagem X krigagem, 15 e 49 amostras

Foi construído também o semivariograma cruzado de (K_0) com as três texturas utilizando apenas 15 pontos amostrais de (K_0) . A Figura 34 exibe os semivariogramas cruzado teórico e experimental. O modelo que melhor se ajustou aos dados foi o Rational Quadratic, com um alcance de 120 m, um patamar de 57,46, e um efeito pepita de 5,52.

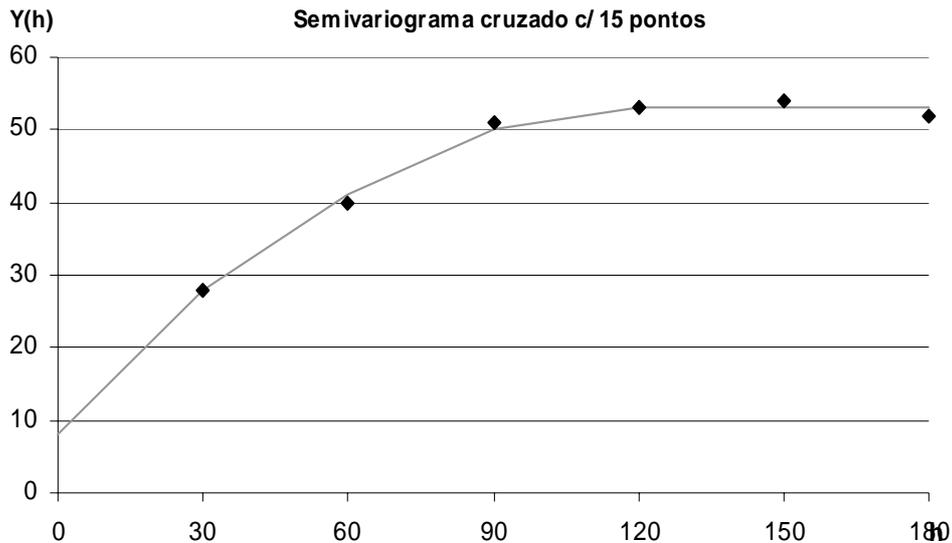


Figura – 34. Semivariograma cruzado de (K_0) com as 3 texturas e com 15 pontos amostrais.

Os mapas da co-krigagem de (K_0) com as três texturas e com apenas 15 pontos amostrais, juntamente com a krigagem de (K_0) com os 49 pontos amostrais, estão apresentados na Figura 35.

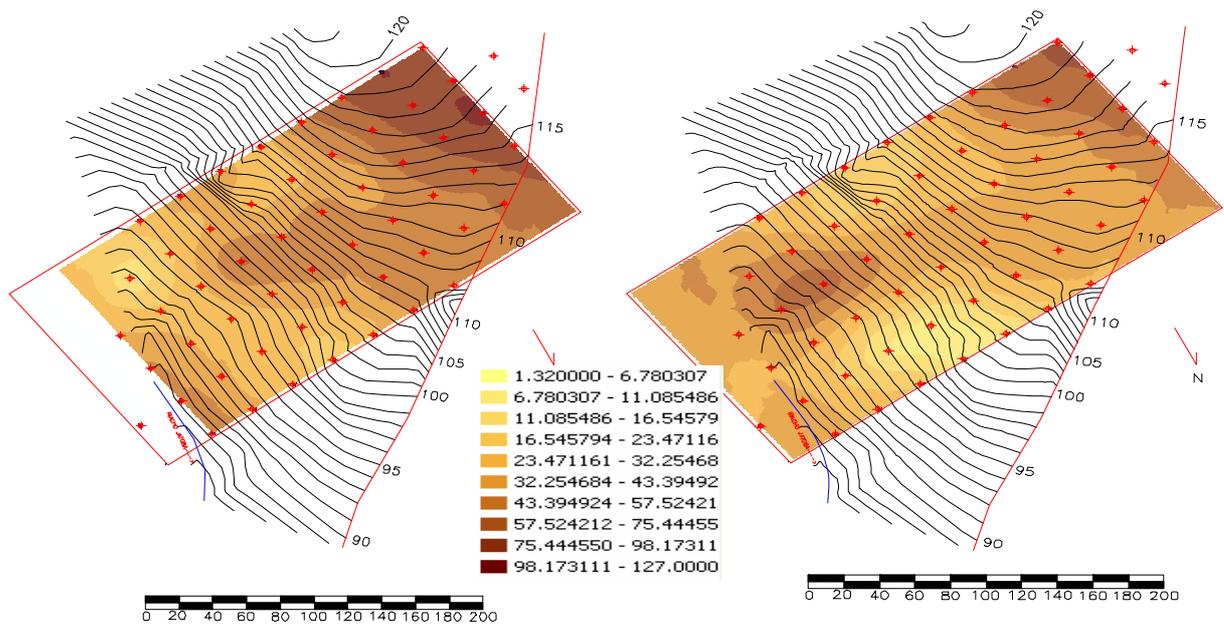


Figura – 35. Mapas de co-krigagem de (K_0) com as 3 texturas e com 15 pontos amostrais e krigagem de (K_0) com 49 pontos amostrais.

Percebe-se que existe uma descaracterização do mapa da co-krigagem com apenas 15 pontos amostrais de (K_0) , em relação ao mapa da krigagem com 49 pontos amostrais, porém a estrutura espacial ainda é mantida. Na Tabela 11 estão relacionados os erros entre a krigagem e a co-krigagem.

Tabela – 11. Erros comparativos entre co-krigagem e krigagem.

ERROS	KRIGAGEM		CO - KRIGAGEM	
	49	49	24	15
MODELOS	Esférico	J- Bessel	Exponencial	Rational Quadratic
Média	0,020	0,046	0,336	2,499
Desvio padrão	24,53	25,16	24,67	30,54
Média Normalizada	-0,032	-0,021	0,037	-0,066
Desvio padrão Normalizado	1,021	1,182	1,1	1,158

8 - CONCLUSÕES

A condutividade hidráulica e a textura apresentaram estrutura espacial bem caracterizada.

A condutividade hidráulica avaliada nesse estudo não apresentou log-normalidade. A transformação escolhida para as condutividades, no caso a raiz quadrada de (K_0), mostrou resultados mais consistentes que a transformação logarítmica. As variáveis secundárias, argila, areia e silte, mostraram-se normalmente distribuídas, não sendo necessário o uso de nenhuma transformação. As quatro variáveis utilizadas apresentaram dependência espacial.

Nenhuma das variáveis secundárias apresentou forte correlação clássica isoladamente com a condutividade hidráulica, porém quando realizada a co-krigagem conjuntamente com as três medidas, o semivariograma cruzado expressou a existência de uma estrutura de correlação espacial, permitindo o uso da textura na krigagem de (K_0).

A co-krigagem apresentou resultados adequados, mesmo para uma redução de aproximadamente 50% de pontos amostrais da variável primária. À medida que o número de pontos da variável primária diminuíram, os erros da co-krigagem aumentaram. Contudo, a estrutura original foi mantida.

Pode-se assim afirmar que para o caso em estudo a co-krigagem facilitou a construção de mapas da condutividade quando se usou os percentuais de textura de solo, já que permite a interpolação mesmo utilizando um número reduzido de amostras de condutividade.

A co-krigagem pode ser utilizada como uma metodologia para aumento da precisão da krigagem, no caso em que as variáveis secundárias apresentam dependência espacial mais forte que a variável primária.

A utilização da co-krigagem no caso em estudo permite reduzir de 49 para 24 o número de medidas de condutividade hidráulica em campo, para uma área de 64.800 m², e aumentando em apenas 15 % o erro de precisão.

Foram utilizados modelos teóricos não muito usuais em geoestatística, isto foi possível através do software ArcGis.

9 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABRAMOWITZ, M. ; STEGUN, I. A.. Handbook of mathematical functions, **U.S. National Bureau of Standards**, p 47, Dover. New York, 1965.
2. ARAÚJO, J. A. C. Análise do Escoamento Superficial na Bacia de Contribuição de Perímetro Irrigado da Fazenda Nossa Senhora do Rosário. Dissertação de Mestrado de Ciência do Solo, UFRPE – **Universidade Federal Rural de Pernambuco**.2001.
3. ASHRAF, M.; LOFTIS J.C. e HUBBARD K. G. Application of geostatistics to evaluate partial weather station networks, **Agricultural and Forest Meteorology**, v. 84, n. 3 – 4 , p. 255 – 271. 1997.
4. ATKINSON, P. M., WEBSTER, R. CURRAN, P. J. Cokriging with ground-based radiometry. **Remote Sensing of Environment**, 41, 45-60.1992.
5. BAIRD, A. J., **Field estimation** of macropore functioning and surface hydraulic conductivity in fen peat, v. II, p. 287 – 295. 1997.
6. BERGEIJK, J. V. ; GOENSE, D. ; SPEELMA, L. PA – Precision Agriculture: Soil Tillage Resistance as a Tool to map Soil Type Differences, **Journal of Agricultural Engineering Research**, v. 79, n. 4, p. 371-387. 2001.
7. BEYER, H. G. ; CZPLAK, G. ; TERZENBACH, U. ; WALD, L. Assessment of the method used to construct clearness index maps for the new European Solar Radiation Atlas (ESRA), **Solar Energy**, v. 61, n. 6, p. 389-397. 1997.
8. CAMARGO, E. C. G. Desenvolvimento Implementação e Teste de Procedimentos Geoestatísticos (krigeagem) no Sistema de Processamento de Informações Georeferenciadas. (SPRING), **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Ministério da Ciência e Tecnologia**, São José dos Campos, p.14, 1997.
9. CARGNELUTTI, A. F. ; SLORCK, L. ; DALCOL, A. L., Ajuste de Quadrado Médio do Erro em Ensaios de Competição de Cultivares de Milho pelo Método de Papadakis. ed. **Pesquisa Agropecuária Brasileira. Brasília**, v. 38, n. 4 p, 467 – 473, 2003.
10. CASSIANI, G. ; MEDINA, M. A. J., Incorporating auxiliary geophysical data into groundwater flow parameter estimation, **Ground Water**, v. 35, p. 79 – 91, 1997.
11. CHAPLOT, V. ; CHRISTIAN, W. ; CURMI, P., Improving soil hydromorphy prediction according to DEM resolution and available pedological data. **Geoderma**, v. 97, p. 405-422 , 2000.
12. CHAPPEL, A. Using remote sensing and geostatistics to map Cs-derived net soil flux in south-west Niger; **Journal of Arid Environments**, v. 39, n. 3, p. 441-455, 1997.

13. COMPANHIA DE DESENVOLVIMENTO DOS VALES DO SÃO FRANCISCO E DO PARNAÍBA. Baixio de Irecê: Levantamento de Reconhecimento de Solos e Classes de Terras para Irrigação: 1980 (anexo IV: características físico-hídricas), Brasília: **Protecs**, v. 1.
14. DAGNELIS, P. Estatística Teoria e Métodos. **Europa América Ltda.** v. 1, p. 100, Portugal, 1973.
15. DAVID, M. Geoestatistical ore reserve estimation. **Elsevier**, p. 364, 1977.
16. DEUTSCH, C. V. ; JOURNAL, A. G.. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. **Oxford University Press**, Oxford, 340 p., 1992.
17. EGUCHI, E. S. ; SILVA, E. L. e OLIVEIRA, M. S., Variabilidade Espacial da Textura e da Densidade de Partículas em um Solo Aluvial no Município de Lavras, MG. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 6, n. 2, p. 242 – 246, Campina Grande, PB. DEAg/UFCG. 2002.
18. GARDNER, W. R. Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from water table. **Soil Scienc**, v. 85, p. 228 – 232, 1958
19. GONÇALVES, A. C. A. e FOLEGATTI, M. V., Correlação Espacial entre Retenção de Água e Textura do Solo para Fins de Manejo de Irrigação. **Engenharia Agrícola. Jaboticabal**, v. 22 n. 4, p. 296 – 303, 2002.
20. GRIPP, A. H. Utilização de Geoestatística para o Tratamento de Dados de Prospecção Geoquímica. **Revista Brasileira de Geociências**, v. 22. Belo Horizonte. 249 p., 1992.
21. HAYASHIDA, S. ; KIMURA, J. ; TOMOYUKI, K. ; ISAKU, O. ; TAKASHI N. ; SEIKI, Y. ; SUSUMU K. ; SHOMEI, O. ; NORIE, F. ; RYUHEI O. ; HISASHI, M. ; TAKASHI K. ; KOJI, U. ; SHIMTARP, H. ; TSUNEARI I. ; ATUSI, N. ; ATSUSHI T. Distributions of the ND and P300 in a normal sample; **International Journal of Psychophysiology**, v. 13, p. 233 – 239. 1992.
22. IAN, A. N. ; ROSS, W. W. Spatial Interpolation of Climatic Normals Test of a New Method in the Canadian Boreal Forest. **Agricultural and Forest Meteorology**, v. 92, n. 4, p. 211-225, 1998.
23. ISAACKS, E. H. ; SRIVASTAVA, R. M. , An introduction to applied geostatistic, Oxford University press, New York. 1989.
24. JONHNSTON, K. ; HOEF, J. M. V. ; KRIVORUCHKO, K. ; LUCAS, N. Using ArcGis Geoestatistical Analyst, **ESRI Riverside**, 1996.
25. JOURNAL, A. G. ; HUIJBREJTS, C. J. 1978. Mining Geostatistics. **Academic Press**. London. 600 p.

26. KNOTTTERS, M. ; BRUS, D. J. ; VOSHAAR, J. H. O. A comparison of kriging, co-kriging and kriging combined with regression for spatial interpolation of horizon depth with censored observations, **Geoderma**, v. 67, n. 3 – 4 , p. 227 – 246, 1995.
27. LANDIN, P. M. B. Análise Estatística de Dados Geológicos, ed. Fundação Editora da **UNESP**. São Paulo, p. 63, 1998.
28. LANDIN, P. M. B. ; CORSI, A.C. Cálculo de superfícies de tendência, por regressão polinomial, pelo SURFER 6. DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro, **Lab. Geomatemática**, Texto Didático 05, 11 pp. 2001. Disponível em <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>>. 26/10/2003.
29. LANDIN, P. M. B. ; STURARO, J. R. ; MONTEIRO, R. C. Exemplos de Aplicação de co-krigagem, UNESP / Campus de Rio Claro; **Departamento de Geologia Aplicada** – IGCE; Texto Didático – 09, 2002.
30. LARSON, H. J. Introduction to probability theory and statistical inference, Singapura, ed. Walter A. Shewhart and Samuel S. Wilks, 256 p., 1982.
31. LEENAERS, H. O. J. P. ; BURROUGH, A. Comparison of spatial prediction methods for mapping floodplain soil pollution, **CATENA**, v. 17, n. 6, p. 535-550, 1990.
32. LIMA, C. A. G. ; SILANS, A.P. Variabilidade Espacial da Infiltração de Água no Solo. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**. v..34, n. 12, p. 2311 – 2320, 1999.
33. LIMA, C. A. G. e SILANS, A. M. B. P. Estudo Experimental da Variabilidade Espacial da Infiltração, I Simpósio de Recursos Hídricos NE; **Anais**, p. 261 – 271. Recife, 1992.
34. MATHERON, D. F. Traité de Geostatistique Appliquée. Technip. 2v., 1962 – 1963. The Theory of Regionalized Variables and its Applications. **Centre Geostatistique** (Fontainebleau, France), 1971.
35. McBRATNEY, A.B. ; WEBSTER, R. Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. V. Coregionalization and multiple sampling strategy. **Journal of Soil Science**, v. 34, p. 137-162, 1983.
36. MENDES, P. P. Estatística Aplicada à Aqüicultura / Paulo de Paula Mendes, - Recife, **Bagço**, 265 p., 1999.
37. MONTENEGRO, A. A.; SILVA, R. A. ; NASCIMENTO, S. A.; BLACKBURN, D. M. Analise da Condutividade Hidráulica em Solos com Propriedades Vérticas na Ilha de Fernando de Noronha, SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS, Maceió. **Anais CD** – Rom, 2002.
38. MONTENEGRO, S. M. G. L.; MONTENEGRO, A. A. A. ; MACKAY R. Caracterização da Variabilidade Espacial de Parâmetros Hidráulicos em Solos

Aluviais no Estado de Pernambuco. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**. V. 4, n.2, p. 5 – 17, 1999

39. NEVES, H. J. C. Testes de Normalidade, Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNL, **Departamento de Química** 2825, Monte da Caparica, Portugal. www.dq.fct.unl.pt/gof/chem6.html. 11/02/2004.
40. OLIVEIRA, G. R. ; NOGUEIRA, L. C. ; BARRETO, A. N. Condutividade Hidráulica em Solo Aluvial do Perímetro Irrigado de São Gonçalo, PB. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v 5, n.1, p. 152 – 155, Campina Grande, PB, 2001.
41. REYNOLDS, W. R. ; ELRICK, A. A. Method for simultaneous in situ measurement in the valdose zone of field saturated hydraulic conductivity, sorptivity and conductivity – pressure – head relationship. **Ground Water Monit.** v. 6, p. 84 – 95, 1986.
42. RIEDER, H Estimations of mortalities. **Blatter der Deutschen Gellschaft für Versicherungsmatthematic**, Band XXII – heft 4 787 – 816. 1986.
43. SALVERDA, A. P. ; DANE, J. H. An examination of the Guelph permeameter for measuring the soil's hydraulic properties, **Geoderma**, v. 57, n. 4, p. 405 – 421, 2002.
44. SILVA, E. L. ; GODINHO, F. V. Infiltrômetro de Disco para a Determinação da Condutividade Hidráulica de Solo não Saturado, **Ciências Agrotécnicas, Lavras**, v. 26, n. 3, p. 585 – 588, , 2002.
45. SOIL MOISTURE. Guelph Permeameter Operating Instructions. Manual Santa Bárbara: Soil Moisture equip. corp. 1991.
46. SOUZA, L. C.; QUEIROZ, J. E. e GHEYL, H. R., Variabilidade Espacial da Salinidade de um Solo Aluvial no Semi-árido Paraibano. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 4, n. 1 p. 35 – 40, Campina Grande, PB. DEAg/UFPB. 2000.
47. SUDICKY, E. A. ; WOODBURY, A. D. The geostatistical characteristics of the Borden Aquifer , **Water Resources Research**, v. 77, n. 4, p. 533 - 546, 1991.
48. VALENTE, J. M. G. P Geomatematica – Lições de Geoestatística. Ouro Preto ed. **Da Fundação Gorgiex**, v. 8, 1989.
49. VAUCLIN, M. ; VIEIRA, S. R. ; VACHAUD, G. ; NIELSEN, D. R. The use of cokriging with limited field soil observations, **Soil Science Society of America**, n. 2, p. 175 – 184, 1983.
50. WEBSTER, R. ; OLIVER, M. A. **Geostatistics for environmental scientists**. John Wiley & Sons, Chichester, 2001.

51. ZIMBACK, C. R. L. Grupo de Estudos e Pesquisas Agrárias Georreferenciadas, **Geoestatística**, Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu. 25 p., 2003.

ANEXO – I. DADOS DA PESQUISA

ponto	X	Y	Raiz K ₀ (cm/h)	Areia %	Argila %	Silte %	variância log	variância raiz
ponto 2	0	30	4.04E+00	57.2	23.4	19.4	0.03	0.145
ponto 3	0	60	2.81E+01	64.2	22.4	13.4	0.01	0.031
ponto 4	0	90	4.23E+01	56.2	28.4	15.4		
ponto 5	0	120	4.85E+00	48.2	33.4	18.4	0.243	0.088
ponto 6	0	150	9.35E+00	51.2	33.4	15.4	0.314	0.193
ponto 7	0	180	1.78E+01	43.8	36.4	19.8	0.029	0.057
ponto 8	30	0	3.04E+01	52.6	21.4	26	0.013	0.037
ponto 9	30	30	4.15E+01	56.2	25.4	18.4	0.001	0.007
ponto 10	30	60	1.15E+01	59.8	26.4	13.8	0.013	0.015
ponto 11	30	90	4.06E+00	53.2	31.4	15.4	0.009	0.116
ponto 12	30	120	3.99E+00	50.2	34.4	15.4	0.169	0.047
ponto 13	30	150	1.93E+01	49.8	32.4	17.8	0.004	0.014
ponto 14	30	180	3.84E+01	50.6	29.4	20	0.185	0.647
ponto 15	30	210	5.10E+01	45.2	35.4	19.4	0.051	0.276
ponto 16	30	240	1.67E+01	53.8	29.4	16.8	0.035	0.068
ponto 17	60	240	5.88E+01	61.2	21.4	17.4	0.008	0.055
ponto 18	60	30	2.32E+01	59.2	21.4	19.4	0.069	0.136
ponto 19	60	60	3.30E+01	65.2	20.4	14.4	0.028	0.129
ponto 20	60	90	1.11E+01	59.6	27.4	13	0.028	0.031
ponto 21	60	120	3.43E+01	64.2	20.4	15.4	0.009	0.057
ponto 22	90	30	2.28E+01	68.2	17.4	14.4	0.016	0.046
ponto 23	90	60	8.67E+01	65.2	21.4	13.4	0.008	0.073
ponto 24	90	90	1.27E+02	65.2	21.4	13.4	0.048	1.054
ponto 25	90	120	6.06E+01	57.6	23.4	19	0.003	0.025
ponto 26	90	150	4.47E+01	52.6	27.4	20	0.006	0.032
ponto 27	60	180	3.04E+01	51.4	29	19.6	0.046	0.179
ponto 28	60	210	4.71E+01	49	30	21	0.013	0.046
ponto 29	60	270	3.15E+01	47	34	19	0.002	0.010
ponto 30	90	240	3.79E+01	57	24	19	0.003	0.005
ponto 31	90	210	1.22E+01	45.4	35	19.6	0.017	0.027
ponto 32	90	270	1.64E+01	55	26	19	0.001	0.003
ponto 33	90	180	3.97E+01	41	33	26	0.133	0.369
ponto 34	60	150	2.51E+01	46	29	25	0,035	0.001
ponto 35	90	300	1.11E+02	50.4	31	18.6	0.001	0.010
ponto 36	120	270	6.18E+01	57	23	20	0.005	0.025
ponto 37	120	240	3.51E+01	51.4	31	17.6	0.001	0.016
ponto 38	120	300	7.30E+01	60.4	23	16.6	0.018	0.055
ponto 39	120	210	2.79E+01	47.4	34	18.6	0.048	0.115
ponto 40	120	180	2.45E+01	55	29	16	0.003	0.003
ponto 41	120	150	8.92E+00	51	29	20	0.170	0.067
ponto 42	120	120	6.31E+00	63	21	16	0.004	0.029
ponto 43	120	90	4.04E+01	63.4	23	13.6	0.011	0.002
ponto 44	120	60	1.32E+00	61	23	16	0.002	0.004
ponto 45	150	90	1.53E+01	59	23	18		
ponto 46	150	120	2.69E+01	55	25	20	0.023	0.062
ponto 47	150	150	2.55E+01	39.4	38	22.6	0.033	0.050
ponto 48	150	180	1.04E+01	43	39	18	0.001	0.002
ponto 49	150	210	2.53E+01	49	31	20		
ponto 51	150	270	1.01E+02	61	21	18	0.040	0.373
Média				54,5	27,5	18	0.041	0.105

