UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

MARILENE ROSA DOS SANTOS

A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO CONCEITO DE ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

RECIFE
2015

MARILENE ROSA DOS SANTOS

A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO CONCEITO DE ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação no Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito para obtenção do título de doutora.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos

RECIFE

2015

Ficha catalográfica

S237t Santos, Marilene Rosa dos
A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: Um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático / Marilene Rosa dos Santos. – Recife, 2015.
281 f. : il.

Orientador(a): Marcelo Câmara dos Santos.
Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Educação, Recife, 2015.
Inclui apêndice(s) e referências.

1. Área de figuras planas 2. Transposição didática 3. Teoria antropológica do didático 4. Praxeologia I. Santos, Marcelo Câmara dos, orientador II. Título

CDD 510.7

MARILENE ROSA DOS SANTOS

A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DO CONCEITO DE ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação no Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, submetida à aprovação da banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Marcelo **CÂMARA DOS SANTOS**
Presidente/ 1º examinador/Orientador
Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Drª Anna Paula de Avelar **BRITO LIMA**
2º examinador interno
Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Drª Edênia Maria Ribeiro do **AMARAL**
3º examinador interno
Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Drª Paula Moreira Baltar **BELLEMAIN**
4º examinador externo
Instituição: Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Abraão Juvencio de **ARAUJO**
5º examinador externo
Instituição: Universidade Federal de Pernambuco

Data da apresentação: 03 de agosto de 2015.

Dedico esta tese primeiramente a Deus por permitir que nesta longa caminhada eu não fraquejasse, dando-me forças, garras e determinação para continuar a jornada. Em seguida, dedico a minha filha Leticia (in memoriam) que mesmo não estando presente fisicamente, me acompanhou em cada etapa da construção da tese.

AGRADECIMENTOS

A DEUS,

Esse ser supremo, que permitiu que eu estivesse agradecendo, dando-me forças, determinação e garra para continuar a jornada.

AOS MEUS FAMILIARES,

Pelo amor expresso de várias formas. Em especial a minha mãe Marluce Rosa por acreditar sempre em mim. Às minhas filhas Ranielle Vital e Fabiane Andrade pela paciência, compreensão e apoio nas minhas eternas ausências. Aos meus irmãos (Fábio e Gilvete) pelo incentivo. Não posso deixar de agradecer aos membros não humanos da família, ou seja, aos meus cachorros (Dudu e Belinha), que têm por mim um amor incondicional, pois nos momentos de maior tensão eles estavam junto comigo e tirando o meu estresse.

A TODOS OS PROFESSORES DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA,

Pelos seus ensinamentos que me foram úteis não só para o desenvolvimento desta pesquisa, mas também para a vida. Minha gratidão especial, a professora Josinalva Menezes (1ª orientadora), Anna Paula Avelar (2ª orientadora), Heloisa Bastos, Edênia Amaral, Helaine Sivini, Zélia Jófili, Ana Maria C. Leão que me apoiaram nos momentos mais difíceis da minha vida acadêmica e aos demais professores.

AO MEU ORIENTADOR DR. MARCELO CÂMARA DOS SANTOS,

Que me recebeu de braços abertos, quando eu estava perdendo as esperanças. Por tudo que me ensinou, por saber quando eu precisava de ajuda e quando podia fazer sozinha. Sempre me fez acreditar que eu seria capaz de realizar um bom trabalho.

AOS MEUS AMIGOS DE DOUTORADO,

Encontrei na minha turma, uma verdadeira família. Choramos e sorrimos juntos. Dividimos cada dor, doença, tristeza, morte, sofrimento, mas também dividimos muitas alegrias, sorrisos e vitórias sempre acreditando que tudo iria dar certo. Estudamos e debatemos demais, mas nunca perdemos o respeito e o carinho uns pelos outros. Tornei-me irmã de Fernanda Brayner, Ana Lúcia, Ana Paula Bruno, Dilson Cavalcanti e tenho Ricardo Neves como um irmão caçula. Jamais me esquecerei de vocês.

AOS GRUPOS DE PESQUISA: PRÓ-GRANDEZAS E FENÔMENOS DIDÁTICOS,

Em especial às professoras Rosinalda Teles, Paula Baltar; aos professores Paulo Figueiredo, Abraão Juvencio e Marcelo Câmara; aos colegas do grupo de pesquisa, em especial a André Pereira pelas discussões teóricas que deram suporte aos nossos estudos.

AOS COMPANHEIROS DE PROFISSÃO,

Aos colegas da Prefeitura da Cidade do Paulista, em especial os professores de Matemática, pelo incentivo, companheirismo e disponibilidade em participar da pesquisa. Aos colegas da Universidade de Pernambuco, em especial aos monitores Jhonatan Felipe, Michelli Amorim e Emanuel Henrique por participarem junto comigo dos momentos de tradução e filmagens. Aos demais colegas que, direta ou indiretamente, participaram da construção dessa tese, meus eternos agradecimentos.

AOS PROFESSORES,

Marcelo Câmara, Paula Baltar, Anna Paula Avelar, Edênia Amaral, Abraão Araujo que participaram da banca de qualificação, cujas sugestões contribuíram bastante para sistematização desse estudo. Também agradeço a Rosinalda Teles e Mônica Lins por aceitar ser suplente da minha banca de defesa. Meus eternos agradecimentos.

AOS MEUS ALUNOS E ORIENTANDOS,

Pela paciência, compreensão e apoio nas minhas ausências, em especial a Maria Caroline e Jailson Cavalcanti.

RESUMO

Essa tese teve por objetivo analisar o distanciamento entre a prática docente do professor de matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele, no 6º ano do ensino fundamental, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. A fundamentação teórica está alicerçada no modelo de área enquanto grandeza proposto nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Bellemain (2013) e na Teoria da Transposição Didática e Teoria Antropológica do Didático, ambas desenvolvidas por Chevallard (1991; 1999) e seus colaboradores. A metodologia se baseia em uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico, que consistiu na análise das organizações matemática e didática do livro didático e da prática docente do professor de matemática de uma escola pública municipal da Cidade do Paulista. Os resultados indicam que existe, sim, uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente. No entanto, essa relação é divergente em muitos aspectos (Tipos de tarefas e técnicas abordadas, tecnologias e teorias, exploração de técnicas, organização didática) e convergentes em outros (definição e abordagem conceitual da área de figuras planas). Também foi possível perceber que há uma distância considerável entre a abordagem didática do livro didático e da prática docente em relação ao conceito de área, que pode estar sendo influenciada pela concepção que o professor tem sobre o ensino de matemática e pela relação que ele tem com o objeto de estudo.

Palavras chaves – Área de figuras planas. Transposição Didática. Teoria Antropológica do Didático. Praxeologia.

RESUME

Cette thèse a eu pour objectif d'analyser le éloignement entre la pratique institutrice de l'enseignant de mathématiques et l'approche du livre didactique par lui adopté, à la 6e année primaire, par rapport au concept d'aire sur des figures géométriques planes. La base théorique est établie sur le modèle d'aire en tant que grandeur, proposé dans les travaux de Douady et Perrin-Glorian (1989), Bellemain et Lima (2002), Bellemain (2013) et dans la Théorie de la Transposition Didactique bien comme dans la Théorie Anthropologique du Didactique, toutes les deux développées par Chevallard (1991; 1999) et ses collaborateurs. La méthodologie est fondée sur une approche qualitative, à caractéristique ethnographique, par une analyse des organisations mathématique et didactique du livre didactique et de la pratique institutrice de l'enseignant de mathématiques d'une école publique municipale de la *Cidade do Paulista*. Les résultats indiquent qu'il existe bien une relation entre l'approche du livre didactique et la pratique institutrice. Toutefois, cette relation est divergente sur beaucoup d'aspects (Types de tâches et techniques abordées, technologies et théories, exploration de techniques, organisation didactique), et convergente sur d'autres aspects (définition et approche conceptual du concept d'aire). Il a été possible d'observer qu'il y a une distance considérable entre l'approche didacticisme du livre didactique et la pratique institutrice par rapport au concept d'aire, qui peut être influencée par la conception de l'enseignant à propos de l'enseignement des mathématiques et par sa relation avec notre objet d'étude.

Mots-clés – Aire des figures planes. Transposition Didactique. Théorie Anthropologique du Didactique. Praxéologie.

ABSTRACT

This thesis aimed to analyze the gap between the teaching practice of mathematics teacher and the textbook approach adopted by him, in the sixth grade of elementary school, according to the concept of area of plane geometric shapes. The theoretical foundation is based in the model of area, while largeness, as proposed in the work of Douady and Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Bellemain (2013) and in the theory of Didactic Transposition and anthropological theory of Didactic, both developed by Chevallard (1991; 1999) and their co-workers. The methodology is based on an ethnographical qualitative approach, which consisted in the analysis of organizations mathematics and didactics of the textbook and the teaching practice of the mathematics teacher from a public school in the city of Paulista. The results indicate that there is a relationship between the approach of the textbook and the teaching practice. However, this relationship is inconsistent for many aspects (Types of tasks and techniques discussed, technologies and theories, exploration of techniques, didactic organisation) and convergent in others (definition and approach conceptual of the concept of area). It was also possible to notice that there is a considerable distance between the approach didactics of the textbook and the teaching practice interms of the concept of area, which may have been influenced by the conception that the teacher has on the mathematics teaching and the conception that the teacher has on the mathematics teaching and the relationship he has with our object of study.

Key words – Area of plane shapes. Didactic Transposition. Anthropological theory of Didactic. Praxeology.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O objeto de estudo desta tese é o ensino do conceito de área, tomando como foco a análise do livro didático e a prática docente do professor.

Segundo Neto e Amaral (2013) não existe uma clareza a respeito da concepção de prática docente em pesquisas realizadas nos principais periódicos da área de educação e ensino de ciências nos últimos dez anos. Por isto, consideraremos como ação do professor, desde a situação de planejamento até a finalização da transposição didática interna de um conteúdo em jogo.

Embora, na matemática escolar, algumas vezes considere-se área como um conteúdo do campo da geometria, consideraremos aqui, em conformidade com os trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2013), como componente do campo das grandezas geométricas.

O campo das grandezas geométricas, por sua vez, está inserido, de uma forma geral, no estudo das grandezas e medidas, o qual, nos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN, é considerado um "articulador entre diversos conteúdos matemáticos, por proporcionar um vasto campo de problemas que permitem consolidar e ampliar a noção de número e possibilitar a aplicação de noções geométricas*"* (BRASIL, 1998, p.85). Dentro desse contexto, está inserido o conceito de área de figuras geométricas planas.

O conceito de área, em particular, tem um papel importante no currículo de Matemática da escola básica. Primeiro, pela aplicação no cotidiano e nas práticas profissionais, como, por exemplo, estimar a medida da área de um terreno, pintar uma parede, colocar cerâmica no piso, etc. Segundo, por permitir a articulação com outros conceitos da Matemática, tais como fração, produtos notáveis, etc. Também, por favorecer a conexão com outras disciplinas escolares tais como Geografia, Física, Química, etc. Por isso, para que o conceito de área cumpra tais funções no currículo é necessária uma sólida construção conceitual.

No entanto, durante muito tempo, o ensino do conceito de área foi marcado por um foco muito forte no treino das conversões de unidades de medidas e na introdução de fórmulas sem que houvesse a atribuição do seu significado, tanto em livros didáticos como na prática docente. Por isto, o processo de ensino e de aprendizagem do conteúdo “área” é permeado por inúmeras dificuldades, como já constatado por diversas pesquisas (BALTAR, 1996; DUARTE, 2002; MELO, 2003; SANTOS, 2005; TELES, 2007). Temos por pressuposto que esse tipo de ensino vem sendo gradativamente modificado diante dos estudos evidenciados nas diversas pesquisas científicas e das orientações propostas nos diversos documentos oficiais (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2008; 2012; 2013; 2014), os quais sugerem atividades que envolvam tarefas de comparação, medidas, estimativas e produção.

Nesse sentido, o papel do conceito de área no currículo da escola básica e as dificuldades conceituais de aprendizagem, ainda frequentes, parecem justificar o interesse de diversos pesquisadores em estudar esse tema.

Realizando uma revisão na literatura nacional e internacional, percebemos que existem pesquisas envolvendo área de figuras planas com diversos objetivos que visam explorar o conceito de área investigando as técnicas empregadas por estudantes na resolução de determinados tipos de tarefas (COBO e FORTUNY, 2000; DUARTE, 2002).

Há pesquisas que realizaram intervenções didáticas ou propostas de ensino para formação de professores, tais como Moreira (2010) e Facco (2003) e outras, cujo objetivo foi analisar a abordagem do livro didático em relação ao conceito de área, como, por exemplo, Carvalho (2012), Silva (2011), Santos e Bellemain (2007) entre outros. Ainda, temos pesquisadores cujo interesse de estudo está associado a dois objetos de estudo, geralmente observando relações entre eles, como as pesquisas envolvendo a abordagem do livro didático e os conhecimentos mobilizados pelos alunos (TELES, 2007; SANTOS, 2005).

Entretanto, não encontramos na literatura pesquisas que verificassem os distanciamentos ou aproximações entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de matemática do ensino fundamental em relação, especificamente, ao conceito de área de figuras geométricas planas, surgindo, assim, nosso interesse de investigar essa problemática e ampliar as discussões a respeito desse assunto no cenário acadêmico. Não pretendemos generalizar os resultados encontrados nesta tese, mas, sim, refletir sobre as relações existentes entre ambos e, a partir de então, repensar estratégias de formação continuada em serviço que discutam tais problemáticas, uma vez que trabalhamos no município em que pesquisamos.

Neste sentido, elaboramos o seguinte problema de pesquisa: quais são os distanciamentos entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de matemática, que leciona no 6º ano do ensino fundamental, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas?

Na busca de resposta à nossa indagação, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que consideramos como sendo uma das linhas de pesquisa da Educação Matemática. Essa teoria foi proposta por Yves Chevallard na década de 90 e ampliou a estrutura conceitual já existente na Didática da Matemática, pois, a partir de então, o olhar passa, também, para a análise dos fenômenos didáticos que emergem em uma sala de aula.

Segundo Chevallard (1991; 1999), a Teoria Antropológica do Didático (TAD) situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais, ou seja, estuda o homem diante do saber matemático e, mais particularmente, frente a situações matemáticas. Esse autor compreende um saber constituído pelas noções de tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria[1] e que o conjunto dessas noções organizadas, para um tipo de tarefa, forma uma *organização* praxeológica, a qual é uma ferramenta teórico-metodológica que permite modelar as práticas sociais em uma instituição. Essa organização pode ser de natureza matemática ou didática.

A Organização Matemática (OM) estuda a situação, por exemplo, que se observa em uma sala de aula, em relação ao objeto matemático (tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria). A Organização Didática (OD), além de observar os objetos matemáticos, também observa a maneira como essa situação foi construída (momentos de estudos).

Gáscon (2003) ampliou a caracterização de uma organização didática elaborando um “sistema de referência” que permite identificar as OD *possíveis* referentes ao desenvolvimento de atividades de Matemática. Esse autor criou um espaço tridimensional hipotético, no qual cada dimensão do plano representa uma OD *possível e ideal*. Logo, teremos três tipos característicos de organização didática: clássica, empirista e construtivista, que ajudam a analisar a concepção de ensino adotada, tanto na abordagem de livros didáticos como na prática docente.

[1] Essas noções serão apresentadas posteriormente

Nesta tese, a TAD foi discutida na dimensão da diferenciação entre a relação ao saber matemático de dois representantes de instituições: o livro didático e o professor de Matemática. Em consonância com Chevallard (2009), compreendemos uma instituição no sentido de agrupamento social legitimado, assim, a autoridade legitimadora do livro didático, no nosso caso, em uma instância maior, é o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e, de forma mais específica, o professor. Já o docente, foi legitimado para tal função, a princípio, pela academia e, em seguida, pela escola na qual leciona.

Nosso interesse focou, de maneira particular, a análise da abordagem do livro didático de Matemática. Esse recurso é um instrumento de grande apoio nas aulas dos professores e, em alguns casos, o único material disponível na escola para trabalhar com os alunos.

Diante de nossa experiência como formadora percebemos que muitos professores utilizam o livro didático como seu fiel escudeiro e que, em muitas vezes, eles dependem única e exclusivamente do livro para poderem planejar suas aulas e ministrarem o conteúdo para os alunos. Dessa forma, conjecturamos que o professor (sujeito da pesquisa) planeja suas aulas a partir do livro didático adotado pela escola; que segue exatamente a concepção de ensino de Matemática presente no livro e que segue à risca as tarefas propostas referentes ao conceito de área.

O livro didático está estruturado com os saberes a serem ensinados aos estudantes, e dialoga tanto com o professor quanto com o aluno. Atualmente, o Governo Federal tem investido em programas de distribuição de livros, garantindo a sua gratuidade para todas as redes públicas do país. Esse fato tem motivado o interesse de diversos pesquisadores (SANTOS & BELLEMAIN, 2007; SILVA, 2011, CARVALHO, 2012) em avaliar a sua qualidade conceitual.

Se, por um lado, o nosso interesse estava na análise da abordagem do livro, por outro lado, encontra-se na análise da prática do professor, pois entendemos que, ao longo dos anos, o professor vem construindo sua identidade profissional em uma sociedade globalizada, que exige novos saberes, conhecimentos, competências, habilidades e atitudes que lhe possibilite intervir em uma realidade educativa diversa e transitória.

Na escola, o professor é um dos responsáveis pela transformação do saber a ensinar no saber ensinado. Nesse processo, geralmente é designado pelo sistema de ensino as diretrizes curriculares, que deverão ser ensinadas pelo professor. No entanto, a prática do professor, muitas vezes, determina o melhor momento para introduzir na sua sala de aula certo conteúdo, ele é livre para escolher a maneira como será vivenciado o assunto, ou seja, uma espécie de currículo orquestrado pelo professor.

Por isso, nos questionamos: qual a abordagem que ele vivencia com seus alunos em relação ao conceito de área? Seria a mesma abordagem adotada pelo autor do livro ou ele adaptava à realidade dos alunos e de sua concepção? As tarefas propostas pelo professor e pelo livro didático seriam rotineiras (mecânicas, tradicionais, tipo exercício) ou problematizadoras (abertas, desafiadoras, exigem reflexão)?

Por tudo isso, elaboramos outros questionamentos que, de forma mais ampla, nortearam essa tese, a saber:

- Como se caracterizam as organizações matemáticas e didáticas existentes em um livro didático do componente curricular em tela acerca do conceito de área de figuras geométricas planas?
- Quais as características das organizações matemáticas e didáticas existentes na prática docente do professor, quando ministra aulas sobre conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental?
- Que comparações podemos estabelecer entre a organização matemática e didática existentes no livro didático e aquelas utilizadas pelo professor de matemática que leciona no 6º ano do ensino fundamental, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas?
- Será que existe uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de matemática que leciona no 6º ano do ensino fundamental, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas?
- Que distanciamento pode ser observado entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor em relação ao conceito de área de figuras planas?

Portanto, de forma geral, tivemos por objetivo analisar o distanciamento entre a prática docente do professor de matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele no 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. Dessa forma, estruturamos esta tese da seguinte forma:

O primeiro capítulo, intitulado, A trajetória dos saberes descreve a teoria proposta por Yves Chevallard a partir da década de 80, apresentando as principais ideias da Transposição Didática e da Teoria Antropológica, assim como os elementos estruturais das organizações matemáticas e didáticas que foram uma das bases conceituais deste trabalho; as ideias de organização didática possíveis e ideais propostas por Gascón (2003); os objetos ostensivos e não-ostensivos e situamos a nossa tese nos níveis de co-determinação didática.

O segundo capítulo versa sobre O conceito de área de figuras geométricas planas, no qual apresentamos um breve histórico levando o leitor a perceber a evolução do conceito de área. Refletimos sobre a inserção do nosso objeto de estudo tanto nas pesquisas cientificas quanto nos documentos oficiais brasileiros. Também analisamos o processo de ensino do conceito de área baseado nas ideias de Douady e Perrin-Glorian (1989), assim como apresentamos o filtro da grandeza área proposto por Bellemain (2013) que foi uma das bases conceituais desta tese.

No terceiro capítulo apresentamos nossa Metodologia, que contém o tipo de pesquisa, contexto e o sujeito da pesquisa, a descrição do livro didático analisado, as categorias e critérios de análise adotados para o livro, para a prática docente e entrevista com o professor e a sistematização da comparação entre os dois representantes de instituições (livro didático x professor).

No quarto capítulo, intitulado Análise do Livro Didático de Matemática, apresentamos a análise das praxeologias matemática e didática relativas aos tipos de tarefas exploradas no livro didático à luz da Teoria Antropológica do Didático e da abordagem do conceito de área adotada. Também é possível identificar a concepção de ensino de Matemática adotada no livro baseado nas ideias do ‘sistema de referência’ proposto por Gascón (2003).

O quinto capítulo versa sobre A condução do estudo de área de figuras planas por um professor de matemática, no qual apresentamos a análise das praxeologias matemática e didática relativas aos tipos de tarefas exploradas na sala de aula à luz da Teoria Antropológica do Didático e da abordagem do conceito de área adotada. Também é possível identificar a concepção de ensino de Matemática adotada pelo professor.

No sexto capítulo, intitulado Análise comparativa entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de matemática é possível perceber as relações existentes entre os dois representantes de instituições, ora de convergências, ora de divergências, assim como verificar o distanciamento entre ambos e o conceito de área de figuras planas. Percebemos que algumas tomadas de decisões do professor aproximam-se do livro didático e outras não.

Por fim, apresentamos nossas Considerações e apêndices. Optamos em apresentar no final de cada capítulo as referências utilizadas no decorrer do texto, exceto para a introdução e considerações educacionais, cujos teóricos foram retomados em outros momentos.

1 A TRAJETÓRIA DOS SABERES

Dentre as várias linhas de pesquisa da Educação Matemática, essa tese toma como foco a Didática da Matemática, que se originou na França na década de 70, em uma conjuntura de reforma da matemática levando à criação dos Institutos de pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM).

A princípio, as pesquisas em Didática da Matemática se apoiaram nas teorias psicológicas de Piaget sobre o desenvolvimento da inteligência. De acordo com essa teoria, “o conhecimento está, de fato, intimamente ligado à ação e à experiência do sujeito e tem sua origem na atividade do sujeito em relação aos objetos” (ALMOULOUD, 2007 p.24). Assim, o aluno é construtor de seu próprio conhecimento na interação sujeito-objeto no interior do sujeito.

Posteriormente, contudo, a Didática da Matemática foi incorporando outros campos do conhecimento como, por exemplo, a antropologia cognitiva[2] ampliando a sua estrutura conceitual já existente. Nesse sentido, sua meta principal é investigar os fenômenos didáticos que surgem de qualquer processo de estudo da matemática, seja ele voltado para a utilização da matemática para o ensino, para a aprendizagem ou, até mesmo, para a produção de uma nova matemática. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 59) a Didática da Matemática

> é a ciência do estudo e da ajuda para o estudo da matemática. Seu objetivo é chegar a descrever e caracterizar os processos de estudo – ou processos didáticos – para propor explicações e respostas sólidas para as dificuldades com as quais se deparam todos aqueles (alunos, professores, pais, profissionais, etc.) que se vêm levados a estudar matemática ou a ajudar outros a estudá-la.

Sendo assim, podemos considerar a aquisição do conhecimento como uma construção histórica e necessária à sociedade, logo, o sujeito é visto como um ser social, histórico e cultural capaz de se apoderar do conhecimento construído pela humanidade por meio da sua relação com outros sujeitos e com o objeto que pretende conhecer em uma determinada instituição.

---

[2] A antropologia cognitiva compreende estudos que utilizam pressupostos teóricos e metodológicos elaborados pelas ciências cognitivas na pesquisa social. Segundo Coelho (1989) a antropologia cognitiva tem por objetivo observar o dinamismo coletivo do conhecimento humano.

Porquanto, em uma instituição escolar, professor e aluno encontram-se em sala de aula assumindo posições específicas, guiados pela assimetria com relação ao saber em jogo, que é caracterizada por diferenças topológicas e cronológicas, uma vez que o professor se diferencia do aluno por saber "diferente" e "antes" dele. São estabelecidos, assim, originalmente, os três elementos centrais do sistema didático – o professor, o aluno e o saber matemático, objeto de estudo, indicando que esses elementos devem ser fortemente integrados entre si e estar em constantes interações.

Focando uma abordagem mais antropológica, Chevallard (1999) destaca o papel das instituições no sistema didático, que passa a ser composto pelos sujeitos (pelo menos o professor e aluno) de uma dada instituição e pelo objeto de estudo. Nesse sistema didático existe a relação didática que, em sentido limitado, se constitui em uma situação na qual existe uma intenção de ensinar e é construída na interação entre o professor, o aluno e o saber em uma determinada instituição.

Dentre os fenômenos didáticos que pautam o ensino da Matemática, nos apoiamos na Teoria da Transposição Didática, que apresenta em sua composição um elemento importante que é a relação mútua entre saber e instituição. Para Chevallard (1991), todo saber não existe 'num vácuo', pois ele aparece em determinado momento, em um contexto da sociedade e apoiado em uma ou várias instituições[3]. Assim, a noção de saber pode ser considerada como formas de organização de conhecimentos, como fruto da ação humana institucional.

Dessa forma, esse autor postula que todo saber é saber de uma instituição. Assim como, um mesmo objeto do saber pode viver em instituições diferentes. De fato, tomemos, por exemplo, o estudo de área de figuras planas. Esse objeto do saber transita por várias instituições como 'a escola', 'uma disciplina', 'sala de aula' etc.

Segundo Chevallard (1991), para que um saber possa habitar em uma instituição, é preciso que ele se sujeite a certo número de exigências, o que implica necessariamente que ele se transforme, senão ele não pode permanecer nela. Assim, ao retomar ao exemplo anterior, temos por hipótese que o estudo de área de

[3] A palavra "Instituição" será aqui utilizada, em conformidade com a Teoria da Transposição Didática, em sentido mais amplo do que na vida cotidiana. Por isso, a escola, a sala de aula, uma disciplina, são exemplos de Instituições. No nosso caso, consideramos o livro didático e o professor como representantes da instituição sala de aula.

figuras planas, mesmo vivendo em instituições distintas, em cada uma delas apresenta-se de forma diferenciada. Nesse caso, a transposição didática permite que o conceito de área passe de uma a outra instituição. Cada uma delas será responsável por dar a ele uma cara diferente, ou seja, a forma apresentada no livro didático provavelmente não será a mesma apresentada na sala de aula. Mas, afinal, o que é Transposição Didática?

Chevallard (1991, p.39) compreende Transposição Didática como sendo

> um conteúdo do conhecimento, designado como saber a ensinar, sofre, então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar, faz um objeto de ensino, é chamado de Transposição Didática.

Embora semanticamente a palavra ‘transposição’ não traduza muito bem a ideia de transformação, pois, segundo Ferreira (2001, p. 721), é “o ato ou efeito de transpor”, ou seja, colocar algo em lugar diverso daquele onde estava ou deveria estar, mesmo assim não podemos negar o reconhecimento de um distanciamento entre os diferentes saberes. Esse reconhecimento faz desse conceito uma importante ferramenta de inteligibilidade.

Para Chevallard (1997), a origem da escolha da palavra ‘transposição’ refere-se ao “sentido musical do termo, que designaria <fazer passar (uma forma musical), em outro tom, sem alterá-la> - e não a transferir ou ‘a transmitir’” (p. 08, tradução nossa[4]). A palavra transposição designa assim, uma passagem de um tom para outro, com alterações adaptativas. Seria então, um processo de transformações a um novo contexto. A utilização da expressão ‘Transposição Didática’ se justifica quando a instituição alvo é uma instituição de ensino.

Este autor também argumenta que a teoria da transposição didática enfatiza a necessária distância entre o saber ensinado e seus saberes de referência, ou seja, aqueles ensinados em sala de aula e as situações fundamentais que deram origem ao nascimento de determinado saber; também argumenta que o sistema didático pode, igualmente, ser visto sob a ótica do saber.

Compreendemos que o saber trabalhado na escola difere daquele saber produzido originalmente na academia, o que implica em aceitar a existência de ações transformadoras que o modificam. Segundo Bosch e Gascon (2007, p. 387) “o

---

[4] Original “sens quasi musical du terme –« faire passer (une forme musicale) dans un autre ton sans l’altérer » –, et non de le « transférer » ou de le « transmettre »”.

processo de transposição didática começa longe da escola, na escolha dos *corpus* de conhecimento que se deseja transmitir", são transformados e chega à sala de aula por necessidades sociais de educação e comunicação.

Entendemos que as ações transformadoras são alavancadas por várias razões, desde o objeto do saber em estudo até a própria relação do professor com esse objeto. Por exemplo: existem saberes com os quais o professor tem mais familiaridade conceitual e por isso ele se detém mais na escolha da metodologia; no entanto existem outros nos quais ele não se atém e explora apenas o básico. Logo, estudar a Transposição Didática possibilita ter explicações sobre a trajetória realizada pelo saber desde a sua construção até a sua chegada em sala de aula.

É importante ressaltar que embora a noção de transposição didática tenha sido estudada inicialmente pelo sociólogo Michel Verret (1975)[5] em sua tese de doutoramento, foi em meados da década de 80 que Yves Chevallard e seus colaboradores divulgaram e rediscutiram essa noção no campo educacional, defendendo a ideia de que um saber transforma-se quando passa do campo científico para a escola, alertando para a importância da compreensão desta ação por aqueles que lidam com o ensino das disciplinas científicas (CHEVALLARD, 1991).

Esse autor inspira-se nas ideias de Verret (1975), principalmente na abordagem epistemológica das suas análises do saber e ao distanciamento entre o saber cientifico e aquele que precisa ser ensinado. No entanto, diferencia-se, sobretudo, pelo próprio campo de atuação, Verret no campo da Sociologia e Chevallard na Didática da Matemática - que certamente incorporou novas questões e novos referenciais teóricos.

Chevallard (1991) introduz, na teoria da transposição didática, a noção de habitat[6] de um objeto como sendo o tipo de instituição onde se encontra o saber relacionado ao objeto de estudo, que por sua vez determinará a função desse saber, ou seja, determinará seu nicho[7].

Sendo assim, esse teórico distingue as instituições como produtoras, utilitárias, transpositivas, e de ensino. As instituições produtoras do saber científico (academias) são, geralmente, as mais valorizadas pela sociedade e formadas por

---

[5]VERRET, Michel. Le Temps d'Etude. Paris: Librairie Honoré Champion, 1975.

[6] Na Biologia, hábitat designa o lugar onde vive uma espécie.
[7] Na Biologia, nicho ecológico é o papel que o organismo desempenha no ecossistema.

cientistas, intelectuais e pesquisadores. As utilitárias (empresas, indústrias, comércios, etc.) são aquelas que utilizam o conhecimento produzido nas instituições produtoras.

As Instituições transpositivas (a noosfera) são consideradas a mola mestra da Transposição Didática, pois permitem que os saberes passem de uma instituição a outra e, por último, as instituições de ensino (escolas) são as mais visíveis culturalmente e representadas pelo professor em sala de aula.

Para Chevallard (1991), a noosfera é uma instituição pensante, invisível, que tem como uma das responsabilidades, selecionar os saberes científicos que farão parte do currículo. É um ambiente composto por diferentes grupos sociais que estão envolvidos na produção e comunicação dos conhecimentos. Os sujeitos que participam da noosfera (especialistas, técnicos, gestores, secretários educacionais, etc.) são responsáveis, por exemplo, pela elaboração das diretrizes curriculares.

Nesse sentido, Chevallard (1991) compreende o processo de transformação dos saberes em três grupos: saber científico (*savoir savant*), o saber a ensinar *(savoir à enseigner*) e o saber ensinado (*savoir enseigné*). Cada grupo do saber tem seus próprios sujeitos, suas próprias instituições, agem com objetivos distintos e com normas próprias influenciando nas transformações ocorridas com o saber.

Em nossa sociedade, as instituições produtoras do **saber científico** ocupam uma posição, geralmente, de destaque em relação às outras instituições. Podemos afirmar que o habitat do saber científico são as academias (universidades, faculdades e institutos de pesquisas).

Segundo Chevallard (1991), esse saber é produzido pelos pesquisadores, que, no nosso caso, são os matemáticos, que atuam de acordo com as regras instituídas pelo regulamento da comunidade científica à qual pertencem.

Todo saber, para ser aceito como tal, deve, necessariamente, ser aceito e validado no contexto em que foi elaborado. Dessa forma, o saber científico se legitima junto à comunidade científica quando, após a elaboração e críticas da comunidade científica, o pesquisador comunica o resultado dos seus trabalhos de pesquisa entre seus pares por meio de seminários, congressos, livros, artigos em periódicos, dissertações ou teses.

Nesse instante, o saber produzido sofre as transformações iniciais para se adaptar às regras impostas pela comunidade científica ou editoras, ou seja, essas comunicações devem ser isentas da história relativa aos estudos realizados no interior da academia, eliminando as histórias pessoais (tentativas, erros, pistas falsas, etc.) que o pesquisador teve com o objeto. Da mesma forma, o saber precisa ser descontextualizado, ou seja, deve ser separado do problema que lhe deu origem, para que possa resolver um leque maior de problemas.

Segundo Brousseau (1996), o pesquisador dá a forma mais geral possível aos resultados que obteve; atribui ao saber uma forma comunicável, descontextualizada, despersonalizada, fora de um contexto temporal, fazendo uso de uma linguagem própria, com a qual enriquecerá o vocabulário científico. Enfim, o texto publicado adquire uma forma impessoal, organizada, com inicio, meio e fim e que não apresenta as idas e vindas, as incertezas e os conflitos acontecidos no contexto da descoberta, nem a duração do intervalo de tempo gasto para a sua finalização.

Para Bessot e Comiti (2007), existe um efeito positivo e um efeito negativo nesse processo de transformação do saber produzido pelo pesquisador. O efeito positivo seria aquele que “torna o saber público, utilizável e verificável, por qualquer pessoa, ao menos, pelos membros da comunidade científica”. Já o efeito negativo é relativo ao fato de que a transformação “faz sumir, parcial ou totalmente, o contexto da descoberta, que se torna misterioso, privado de sentido, desprendido do problema inicial, para o qual esse saber é uma resposta” (p. 121, tradução nossa[8]).

A Transposição Didática que acontece entre o saber científico e o saber a ser ensinado envolve uma variedade de elementos e pessoas bem maior do que aquele que acontece entre a situação da descoberta e a sua publicação. Por exemplo: os sujeitos que definem o saber que deverá ser ensinado não pertencem aos mesmos grupos sociais. Podem até defender interesses próprios, terem funções, visões e objetivos diferentes. O grupo é diversificado e eclético em sua composição. Nesta fase, os responsáveis pelas transformações não são mais os cientistas ou intelectuais e, sim, os consultores na área, os especialistas da disciplina e técnicos governamentais e, até mesmo, a opinião pública em geral influencia de alguma forma no processo de transformação do saber.

Nesse instante, a transformação realizada não origina outro saber científico, mas gera o mesmo saber, porém adaptado para ser ensinado. Assim, esse “novo

[8] Original - Effet positif de ce travail : il rend le savoir public, donc utilisable et verifiable par n'importe qui, tout au moins par tous les membres de la communaute scientifique. Effet negatif de ce travail : il fait disparaitre partiellement ou totalement le contexte de la decouverte qui devient mysterieuse, rivee de sens, c’est-a-dire les questions initiales auxquelles ce savoir est une reponse.

saber” é submetido ao controle social do processo de ensino e de aprendizagem, que determina uma progressão no tempo sobre o que deve ser ensinado, quando ser ensinado e, em algumas vezes, até como deve ser ensinado. Vale salientar que essa transposição didática é realizada por uma Instituição ‘invisível’, já mencionada anteriormente, chamada de noosfera.

Quando a noosfera pensa em introduzir objetos das instituições produtoras no contexto escolar, ela seleciona elementos do saber científico e os transforma, especialmente a fim de determinar os objetos para ensinar; surge então um novo objeto transformador, **o saber a ensinar** (*savoir à enseigner*).

O resultado do trabalho da noosfera é caracterizado como objeto de ensino e aprendizagem no ambiente escolar, e aparece nos programas, livros didáticos, *softwares*, materiais instrucionais, etc. No Brasil, esse trabalho aparece mais claramente nos Parâmetros Curriculares Nacionais, Propostas Curriculares estaduais e municipais, Guia do Livro Didático, etc. Em Pernambuco, encontramos o trabalho da Noosfera nos seguintes documentos: Base Curricular Comum (BCC), Orientações Teórico-Metodológica (OTM), Parâmetros para a Educação Básica e Educação de Jovens e Adultos e Parâmetros na Sala de Aula. De forma particular, no Município de Paulista que foi o lócus de nossa pesquisa de campo, a Proposta Curricular foi elaborada por consultores e técnicos da Secretaria Municipal de Educação.

Da mesma forma que o saber científico segue normas previamente determinadas para ser validado pela comunidade científica, o saber a ensinar também exige regras na sua textualização (texto do saber) para o contexto escolar. Tais exigências configuram um processo de preparação didática e podem ser resumidas como a dessincretização, a despersonalização, a programabilidade, a publicidade do saber e o controle social das aprendizagens (CHEVALLARD, 1991).

A dessincretização do saber consiste na exigência de conduzir primeiramente uma divisão da teoria em áreas e especialidades bem delimitadas, em que cada uma será expressa por meio de um discurso próprio. Na despersonalização, a exigência consiste em separar do saber qualquer contexto pessoal, ou seja, é abstraída toda e qualquer conexão com o ambiente no qual ele foi gerado. Segundo Chevallard (1991, p. 18),

> O saber que produz a transposição didática será, então, um saber exilado de suas origens, e separado de sua produção histórica na esfera do saber científico, legitimando-se, então, o saber ensinado como algo que não é de

> tempo algum nem de lugar algum, e não se legitimando mediante o recurso à autoridade de um produtor, qualquer que seja.

A programabilidade da aquisição do saber implica na determinação de uma programação da aprendizagem, de forma sequencial e racional. A exigência de publicidade define explicitamente o saber que deverá ser ensinado. A linguagem utilizada nessa divulgação é nova e muitos termos utilizados no saber científico são omitidos.

A última exigência é o controle social das aprendizagens que está intimamente relacionado com a programabilidade, que é chamada de publicidade, pois determina quais os saberes que deverão ser ensinados, para que faixa etária, em que tempo, como ensiná-los (muitas vezes) e o que avaliar.

Resultante destes processos, o saber a ensinar adquire a forma de conteúdo didático sendo então apresentado em diversos documentos nacionais, estaduais e municipais, segundo uma mostra racional e uma organização progressiva, linear e cumulativa, devendo ser acessíveis aos professores.

Segundo Henry (1991), começa então uma nova transformação, dando origem ao **saber escolar** (*savoir scolaire*). Esse saber está na fronteira entre o saber a ensinar e o saber ensinado, ou seja, a partir dos documentos são produzidos livros didáticos, manuais, apostilas, paradidáticos que norteiam diretamente a preparação da aula do professor. Para esse autor, "na realidade, os professores se referem mais aos manuais em vigor do que aos textos dos programas, quando preparam uma sequência" (p.31).

Dessa forma, a distância entre o saber científico e o saber escolar aumenta consideravelmente por meio das transformações ocorridas, o que poderá acarretar em uma deformação do saber. Sobre isso, Brousseau (1986) alerta para a necessidade de haver uma vigilância em relação à Transposição Didática, pois "ela é inevitável, necessária e, em certo sentido, lamentável" (p.47). A esse respeito, Chevallard (1991) concorda com Brousseau, argumentando que é necessário que se realize uma vigilância epistemológica, para que as deformações, supressões e adaptações não desfigurem o saber original.

Para Araújo (2009), essa vigilância é o principal objetivo da teoria da transposição didática, pois ela analisa as transformações por que passa um saber científico desde o instante de sua produção, pela comunidade científica, até o instante em que ele é vivenciado pelos alunos em sala de aula, como saber ensinado.

Para que o saber em jogo tenha sentido e ajude na compreensão do estudante é necessário que o professor faça o caminho contrário do cientista (matemático), ou seja, contextualize o conceito. Para isso é necessário promover situações que levem o estudante a agir, formular e testar hipóteses, legitimar e, por fim, o educador descontextualiza para poder institucionalizar, para que haja uma generalização.

Um dos meios de realizar essa contextualização é colocar o estudante frente a situações fundamentais, semelhantes àquelas que deram origem ao nascimento de determinado saber. Em outras palavras, seria a gênese artificial do saber, em que o aluno é colocado na situação do cientista que, ao resolver um problema, elabora um novo saber. Para Johsua e Dupin (1993), a prática de referência serve como um apoio que contextualiza o saber a ser ensinado e permite assim uma compreensão melhor dos seus possíveis valores educativos. No entanto, cabe ao professor fazer a devida recontextualização sem inverter o significado original do conhecimento.

Nesse sentido, teoricamente, o professor não escolhe o saber que deverá ser ensinado, em cada nível da escolaridade. Mas, a partir dos saberes definidos pela noosfera, ele é livre para determinar quando introduzir em sala de aula e de que forma. Assim, surge uma nova transformação no saber, uma etapa intermediária entre o saber a ensinar e o saber ensinado, que foi intitulado por Ravel (2003) como **saber preparado** (*savoir apprêté*). Para essa autora, esse saber é o resultado das escolhas didáticas e matemáticas feitas por um professor para ensinar um objeto do saber matemático dado.

Durante o planejamento e a preparação da aula, que poderá acontecer no ambiente da escola ou não, o professor, de posse do livro didático adotado pela escola ou de outros de sua preferência, decide sobre a forma de organização e de exposição dos saberes determinados nos currículos e planos de ensino, regulados pelas propostas curriculares nacionais, estaduais e/ou municipais de cada sistema de ensino. “Ele também faz as suas escolhas no texto do saber se projetando em sua sala de aula (surgem então as limitações temporais, de organização, de interação com os alunos, etc.) e com base em seus conhecimentos didáticos" (RAVEL, 2003, p.07, tradução nossa[9]).

Contudo, o planejamento preparado pelo professor, muitas vezes registrado em seu plano de ensino, poderá corresponder ou não àquele efetivamente vivenciado em sua sala de aula, como já foi analisado por diversas pesquisas, entre elas, a de Brito de Menezes (2006) e Bessa de Menezes (2004).

Ao executar o seu planejamento, o professor transforma o *saber preparado* em **saber ensinado**. Esse processo de transformação do saber é necessário e importante, pois, se por um lado o saber científico não foi produzido com o objetivo primeiro de ser ensinado, por outro, o saber preparado precisa ser adaptado à realidade do aluno daquela instituição, considerando que os saberes apresentam uma relação mútua, mas não se sobrepõem.

Dessa forma, essa transposição é influenciada tanto pela concepção de educação do professor, dos coordenadores de área, dos supervisores e dos familiares quanto pelas condições e impedimentos existentes na instituição escolar (tipo de escola, localização, metas, projeto político pedagógico, etc.).

Nesse processo surge outro elemento que Chevallard (1991) chamou de criações didáticas. Elas são intrínsecas ao processo de transposição didática, uma vez que alguns elementos que não faziam parte do saber científico são criados como, por exemplo, tipos de tarefas matemáticas relativas ao conteúdo em jogo. Cabe salientar também que, nesse caso, a linguagem oral e a escrita precisam se adaptar às condições cognitivas e sociais do aluno. Algumas definições e propriedades geralmente são ditas de forma diferente e algumas demonstrações sofrem modificações para que os alunos as compreendam. Tudo isso acontece no interior da sala de aula, exatamente no instante da aula, em que o fenômeno das criações didáticas se manifesta.

Chevallard (1991) sugere que o saber ensinado não deve ser tão próximo nem tão distante do saber científico, pois, deve ser visto pelos cientistas como suficientemente perto do saber científico a fim de não provocar a desautorização deles. Por outro lado, se isso acontece, corre o risco de tornar-se incompreensível,

---

[9] Original – Il effectue également ses choix dans le texte du savoir en se projetant dans la classe (interviennent alors des contraintes temporelles, d'organisation, d'interaction avec les élèves,etc.) et en s'appuyant sur ses connaissances didactiques.

por exemplo, para uma família que acompanha efetivamente a educação dos filhos. A respeito dessa dicotomia D'Amore (2007, p. 225) afirma que:

> De fato, se o saber ensinado é muito próximo ao saber matemático, é incompreensível para a competência familiar; se é muito distante, aparecerá superado, arcaico. Por outro lado, se o saber ensinado é demasiado próximo do saber familiar, a escola aparece como algo inútil; no entanto, se é muito distante, as aprendizagens, tanto em termos de conteúdo como de objetivos, não terão significados claros para os pais que, por isso, tenderão a rejeitá-los.

Nesse sentido, existe a necessidade de equilíbrio entre o saber científico e aquele que as famílias sabem sobre determinado saber da matemática, pois se isso não acontece "a escola encontra dificuldades, crises e deve promover reajustes nos métodos e programas ou recolocar em discussão o próprio exame de suas finalidades" (D'AMORE, 2007, p. 226).

Outro elemento que também está presente no processo de transformação dos saberes é o tempo. Chevallard (1986) destaca duas variáveis a respeito da temporalidade no sistema didático que são o tempo didático e o tempo de aprendizagem. O primeiro é aquele determinado nos programas escolares, orientações curriculares, planos de cursos e nos livros didáticos, em implementação a uma exigência legal. O segundo está mais ligado às rupturas e conflitos do conhecimento, exigindo uma constante reorganização de dados e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender, logo, não são possíveis de controlar.

Avançando na construção de um modelo de funcionamento do tempo, Câmara dos Santos (1995; 1997), partindo das ideias de Chevallard (1986), propõe um modelo que representa o fenômeno tempo composto por mais duas dimensões, que são o tempo noosférico e o tempo do professor.

Em relação ao tempo noosférico, Câmara dos Santos (1997) argumenta que a ordem do aparecimento do conhecimento na comunidade escolar é predeterminada pelo texto escolar, ou seja, um texto constituído pelo conjunto dos objetos de conhecimento que 'deverão ser ensinados'. Texto que, de certa forma, determina a programação escolar e que sustenta uma relação particular com o tempo.

Para esse autor, o tempo noosférico possui dois componentes que atuam de forma integrada e simultânea. O tempo legal, que tem por função regular o ritmo de aparecimento dos objetos de conhecimento na relação didática, a partir da divisão do texto escolar e o tempo lógico que seria aquele inerente ao próprio conhecimento matemático, sendo um tempo linear, que originou o que se costuma chamar de cadeia de pré-requisitos.

Quanto ao tempo do professor, ele está diretamente ligado ao professor como ‘sujeito didático’. Câmara dos Santos (1997, p. 113) argumenta que “a gestão desse tempo está profundamente ancorada na relação que o professor mantém com o conhecimento matemático”. Isso justifica de certo modo, ele avançar mais rápido o relógio didático quando se trata de um determinado objeto de conhecimento e frear esse relógio em outros objetos, pela falta de intimidade com o conhecimento matemático em pauta.

Por tudo isso, as transformações dos saberes podem acontecer de duas maneiras distintas. Segundo Chevallard (1991), quando a evolução das ideias é analisada em relação a um determinado conceito, essa transformação é chamada de Transposição Didática *Stricto sensu*, como, por exemplo, a noção do conceito de área. No entanto, se a análise é feita no contexto mais amplo, temos a Transposição Didática *Lato sensu*, como, por exemplo, o Movimento da Matemática Moderna[10], cuja análise passa pela transformação de um objeto do saber para um objeto a ensinar e, posteriormente, para um objeto de ensino.

As transposições didáticas podem ser externas e internas. Como vimos anteriormente, antes mesmo de chegar à escola, os saberes são definidos coletivamente por especialistas, pedagogos, didatas, autores de livros didáticos, técnicos, que os tornam objeto de estudo na relação didática. Essa transformação do saber científico até chegar ao saber ensinado chama-se transposição didática externa, pois ela acontece fora dos muros da escola. No entanto, ao chegar à instituição escola, o professor transforma esse saber por meio de suas escolhas e das situações propostas por ele, criando, muitas vezes, um metatexto[11] a partir do texto do saber; essa transformação chama-se transposição didática interna.

Consideraremos, nesse trabalho, a transposição didática externa como sendo o processo de transformação do saber científico até o saber escolar, pois concordamos com os argumentos utilizados por Henry (1991) quando afirma que o livro didático detém certo tipo de saber que contribui para a instalação de uma

[10] Movimento de cunho internacional que surgiu em 1960 com o objetivo de inovar o currículo de matemática da época. Sua ênfase estava na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos, na álgebra e na linguagem topológica da geometria (PIRES, 2000).

[11] Segundo Câmara dos Santos (1995) o professor dá uma nova roupagem ao saber, cria um texto didático impregnado pela sua relação ao saber e pela sua subjetividade.

determinada cultura, que atravessa gerações. Do mesmo modo, consideramos o saber preparado, em consonância com Ravel (2003), como uma das etapas do processo de transposição didática interna, pois, a nosso ver, o professor passa por duas etapas nesse processo de transformação do saber: aquela em que planeja e prepara a aula e aquela em que executa seu planejamento.

Sem dúvida nenhuma, o professor participa, faz e realiza a transposição didática interna em um tempo ora determinado pela noosfera, ora pelo tempo didático, ora pela sua relação ao saber. No entanto, mesmo antes de o professor entrar na cena da transformação do saber, ela já vem sendo feita desde há muito tempo.

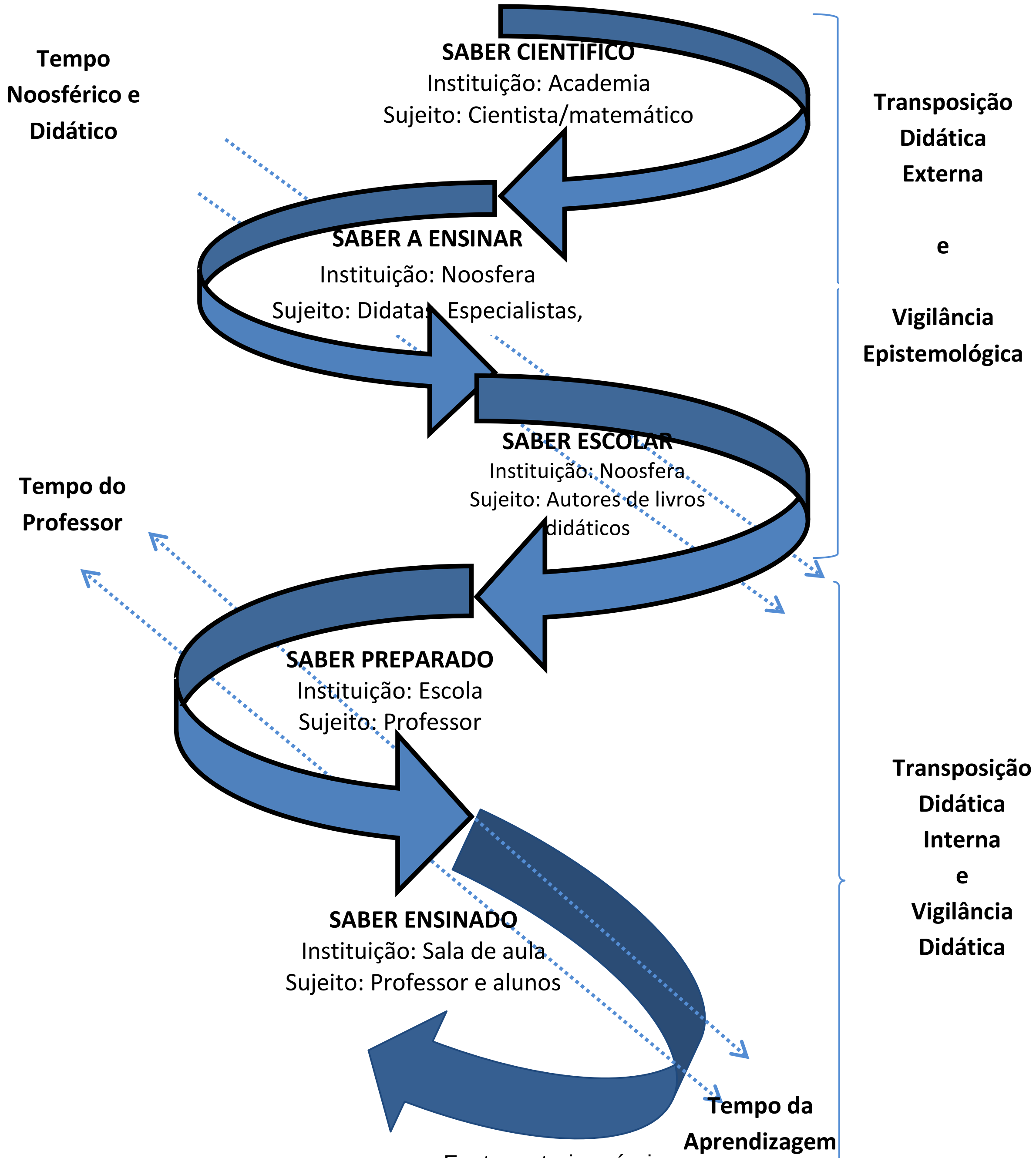
Nesse sentido, elaboramos uma representação gráfica da trajetória do saber desde o saber científico até o saber ensinado. Na próxima figura estão localizados, também, alguns elementos da transposição didática, como o habitat das vigilâncias, os tempos, as instituições, etc.

Optamos por uma representação que expressasse movimento[12], pois, mesmo acreditando que os saberes não se sobrepõem, entendemos que existe uma circularidade nesse processo, de forma que, muitas vezes, o saber ensinado instiga novos questionamentos, dos quais surgirão novas pesquisas que serão investigadas pela comunidade científica que devolverá um novo saber para o saber a ensinar.

Assim, a transposição didática não é estática, cada seta na figura a seguir está impregnada de intenções, muitas delas ideológicas, para atender às exigências de um projeto social em vigor. Também não existe saber maior ou menor, todos são importantes na Teoria.

[12] Consideramos ‘movimento’ não no sentido de transportar de um lugar para outro, sem alterações e sim o deslocamento dos saberes, sendo transformações sucessivas de valores, cultura, práticas, etc.

Figura 01 – Representação da trajetória dos saberes na Transposição Didática



Fonte: autoria própria

Portanto, nas suas primeiras teorizações, Chevallard (1991) desenvolveu a noção de transposição didática para analisar a epistemologia do saber do ponto de vista didático, basicamente em termos de objetos de saber. Assim, os objetos eram distinguidos no campo da matemática e o autor investigava a relação entre o saber cientificamente construído e aquele saber efetivamente ensinado aos alunos. Além do mais, ele buscava uma explicação sobre a distância entre esses saberes.

No final da década de 90 Chevallard amplia a Teoria da Transposição Didática. A partir daí, o foco de interesse são as situações nas quais há intenção de modificar a relação ao saber de uma pessoa ou de um conjunto de pessoas, sob a ótica antropológica, que corresponde a situar a atividade de estudo em matemática no conjunto das atividades humanas. Surge então a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Segundo Chevallard (1999), a TAD estuda o homem diante do saber matemático e, mais particularmente, frente a situações matemáticas, partindo do princípio que todo trabalho matemático aparece como resposta a um tipo de tarefa. Para isso, esse autor, além de considerar o sistema didático formado por aluno, professor e saber, também leva em consideração que esses elementos humanos do sistema são sujeitos da instituição estudada. Ele assenta a teoria em três conceitos primitivos: objetos, instituições e pessoas, assim como nas noções de relações pessoais e institucionais com os objetos de estudo.

Os **objetos** ocupam lugar de destaque na teoria. Tudo pode ser considerado um objeto, logo, ele existe a partir do instante que pelo menos um indivíduo ou uma instituição (I) o reconhece como existente para ela (CHEVALLARD, 1992).

De forma mais particular, pessoas, instituições, as posições que os indivíduos ocupam nas instituições, o conceito de área, a prática docente, escola e professor são todos exemplos de objetos. Assim, no seio da teoria, 'conhecer um objeto' (O) é tanto para um indivíduo como para uma instituição ter uma relação com O. Podemos então afirmar que um objeto só existe porque é objeto de conhecimento. Fato que justifica, a nosso ver, a noção de transposição didática se estabelecer a partir das exigências ocorridas das relações mútuas entre as noções de saberes e instituições.

Outro elemento primitivo da TAD é a **instituição,** que, segundo Chevallard (2003, p.82), é um "dispositivo social 'total', que de fato pode ter uma extensão muito limitada no espaço social (há micro-instituições), mas que permite - e impõe- a seus sujeitos, isto é, a pessoas (X) que vêm ocupar diferentes posições, maneiras próprias de fazer e de pensar".

Para esse autor, "a cada instituição I está associado um conjunto de objetos O_I, chamado conjunto dos objetos institucionais (para I), que é o conjunto dos objetos O que I conhece, ou seja, para os quais existe uma relação institucional R_I (O)" (CHEVALLARD,1992, p. 144). Logo, todo saber é o saber de uma instituição. São exemplos de instituições: a família, a escola, um curso, a sala de aula, uma modalidade de ensino, entre outras. Nesse trabalho, a instituição em foco é a sala de aula do 6º ano do ensino fundamental, seus representantes para o estudo é o professor, o livro didático e o objeto matemático é o conceito de área de figuras planas.

Em relação ao termo primitivo **pessoa**, é compreendida na TAD como um par formado por um indivíduo (X) e pelo sistema de suas relações pessoais com o objeto (O), definidas por R(X, O) em certo período da sua vida. Araújo (2009), remetendo às ideias de Chevallard, adverte que não se deve pensar que 'todo indivíduo é uma pessoa', pois a pessoa muda com o passar do tempo, dependendo da mudança e da evolução de suas relações pessoais com os objetos, mas o indivíduo permanece invariante.

De acordo com a teoria, um indivíduo (X) torna-se sujeito de uma instituição quando passa a ocupar determinada posição nessa instituição. Por exemplo, uma criança se torna sujeito da instituição 'escola' quando ocupa a posição de aluno, ou seja, passa a ser sujeito ativo contribuindo para a existência daquela instituição pelo fato de se sujeitar a ela. Dessa forma, o sujeito é o resultado das submissões da enorme quantidade de instituições (diferentes ou não), à qual a pessoa pertenceu ao longo dos anos (CHEVALLARD, 1992).

Podemos entender então que as instituições às quais o sujeito já pertenceu ou pertence constroem (cada uma a seu modo) a sua individualidade e, com isso, influenciam no seu estilo de ser e ver as suas relações pessoais. Porém, Chevallard (2003, apud ARAÚJO, 2009) alerta que esse processo não é tão simples assim, "em muitos casos, no entanto, as subordinações às quais um indivíduo (X) se submete na instituição de formação tendem a lhe impor relações que, em curto prazo, entram em conflito com as suas próprias relações pessoais" (p.35). Logo, como dito anteriormente, o conhecimento entra em cena por meio dessas relações com o objeto, seja de forma institucional ou pessoal.

A relação institucional com o objeto é construída a partir das práticas sociais que se realizam na instituição e que põem em jogo o objeto em questão, ou seja, o que se faz na instituição com este objeto (BOSCH e CHEVALLARD, 1999). Do mesmo modo, a relação pessoal de um indivíduo (X) com o objeto do saber é caracterizada por todas as interações que ele pode ter com o objeto (O), seja de forma individual, seja pelas práticas sociais vivenciadas com esse objeto.

Nesse contexto, Chevallard (1992; 2003) argumenta que as relações pessoais que os indivíduos constituem com os objetos dependem das relações institucionais com esses objetos, nas instituições das quais ele é sujeito, isto é, a partir do instante que um indivíduo se torna sujeito de uma instituição, um objeto existente nessa instituição vai existir também para o indivíduo sob a exigência da relação institucional. Logo, esse autor compreende que existe aprendizagem quando há mudança na relação pessoal R(X, O) com um objeto.

No caso de uma instituição didática na qual há uma intenção de modificação da relação com o saber, é necessário que o saber não chegue à instituição *sala de aula* tal qual ele foi produzido na instituição *academia*. Assim, concordamos com Brito Menezes (2006, p.75) quando afirma que "a transposição didática permite, então, que o saber passe de uma a outra instituição. Cada uma delas, pelas suas próprias características, será responsável por dar a ele uma diferente 'roupagem'".

Do mesmo modo, as relações institucionais com os objetos do saber dependem da posição ocupada pelos sujeitos. Por exemplo, a relação institucional do professor em relação ao conceito de área de figuras planas tende a ser diferente da relação institucional do aluno. Ambos ocupam posições diferentes no sistema didático, que comporta, além deles, o objeto do saber que será alvo da aprendizagem na instituição (CHEVALLARD, 1992).

Para esse autor, existe uma necessidade de elaborar um método de análise que permita a descrição e o estudo das condições de realização das práticas institucionais, visto que o saber matemático é fruto da ação humana institucional.

Dessa forma, Chevallard (1999) parte do pressuposto que toda atividade humana pode ser descrita por um modelo único, ou seja, uma organização praxeológica ou praxeologia. Então, comparar a área de duas figuras geométricas planas, digitar um texto, preparar o almoço ou construir um gráfico são exemplos de atividades humanas, tipos de tarefas que podem ser realizadas.

Assim, esse autor acrescenta aos conceitos primitivos já existentes, as noções de tipos de tarefas (T), técnicas (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Logo, a organização praxeológica é constituída de quatro elementos articulados [T, τ, θ, Θ] que permitem modelar as práticas sociais em geral e, em especial, a atividade matemática, baseando-se em três postulados.

O primeiro é que "toda prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes formas por um sistema de tarefas relativamente bem delineadas". O segundo é que "o desempenho de qualquer tarefa resulta da aplicação de uma técnica[13]" (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 81).

Esses dois primeiros postulados formam o bloco prático-técnico, formado por um tipo de tarefa e por uma técnica que podem ser identificados, em linguagem corrente, como um saber-fazer (CHEVALLARD, 2002).

O terceiro postulado antropológico diz respeito à ecologia dos tipos de tarefas e técnicas, ou seja, às condições e restrições que permitem a sua produção e sua utilização nas instituições. Bosch e Chevallard (1999, p. 82, tradução nossa[14]) afirmam que:

> [...] para poder existir em uma instituição, uma técnica deve ser compreensível, legível e justificada. Esta é uma condição mínima institucional para permitir o controle e garantir a eficácia do trabalho realizado, que são geralmente tarefas cooperativas, assumindo a cooperação de vários agentes. Essa necessidade ecológica implica a existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas que chamamos de tecnologia da técnica.

Esses autores ainda argumentam que o postulado comentado acima implica, também, que toda tecnologia tem necessidade de uma justificativa, chamada teoria da técnica. Por isso, a articulação entre a tecnologia e a teoria constitui-se o bloco tecnológico-teórico [θ, Θ], designado "bloco do saber".

Semanticamente, a palavra *praxeologia* é formada por dois termos gregos (práxis e logos) que significam, respectivamente, atividade prática e saber. A práxis é composta pelo tipo de tarefa e a técnica, a qual se refere ao bloco prático-técnico [T / τ]. A segunda, o logos, composta pela tecnologia e teoria se refere ao bloco tecnológico-teórico [θ / Θ] (CHEVALLARD, 2002). Contudo, não existe práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Dessa forma, ao unir as duas vertentes da atividade matemática obtêm-se a noção de praxeologia.

---

[13] A palavra técnica é utilizada, aqui, como uma maneira de fazer a tarefa.

[14] Original - … pour pouvoir exister dans une institution, une technique doit apparaître comme un tant soit peu *compréhensible,* lisible et *justifiée.* Il s'agit là d'une contrainte institutionnelle minimale pour permettre le contrôle et garantir l'efficacité des tâches accomplies, qui sont généralement des tâches *coopératives*, supposant la collaboration de plusieurs acteurs. Cette contrainte écologique implique alors l'existence d'un discours descriptif et justificatif des tâches et techniques qu'on appelle la *technologie* de la technique.

1.1 Elementos Estruturais da Praxeologia

A noção de praxeologia se forma em torno de tipos de tarefas (T) a serem cumpridas por meio de pelo menos uma técnica (τ), que, por sua vez, é explicada e validada por elementos tecnológicos (θ) que são justificados e esclarecidos por uma teoria (Θ).

Para Chevallard (1999), a noção conferida ao *tipo de tarefa* reflete no sentido antropológico da teoria, supõe a existência de objetos bem precisos e inclui apenas as ações que são humanas, ou seja, que não são provenientes diretamente da natureza. Na maioria das vezes, a noção de tipo de tarefa está relacionada a um objetivo claro e exato, geralmente expresso inicialmente por meio de um verbo de ação mais o complemento da frase, como, por exemplo, comparar a área de duas figuras planas. Se observarmos simplesmente o verbo comparar, tem-se o que Chevallard (1999) chama de gênero de tarefas, pois não explicita o que é para comparar.

Ao longo da escolaridade, os gêneros de tarefas vão se enriquecendo e aprimorando. Para exemplificar, podemos observar um aluno do 6º ano da Educação Básica para quem o gênero de tarefa 'calcular' pode caracterizar-se como um tipo de tarefa que tem por objetivo determinar a medida da área de um terreno. Já para um aluno do ensino superior, que faz licenciatura em matemática, pode expressar um tipo de tarefa mais complexo, como, por exemplo, determinar a integral indefinida de uma função. Logo, são necessários vários tipos de tarefas para um gênero de tarefa existir. Assim, o gênero *calcular*, por exemplo, vai se enriquecendo de novos tipos de tarefas ao longo da escolarização.

Contudo, apesar de os conceitos de tipo de tarefa (T) e de tarefas (t) estarem fortemente relacionados, eles são distintos. O tipo de tarefa (T) pode ser descrito como um grupo de tarefas que engloba várias tarefas com atributos comuns. Por exemplo, considere T_M- Determinar a medida da área de uma figura ou região, como um tipo de tarefa; podemos considerar T_{M1}: determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metades de superfícies unitárias e T_{M2}: determinar a medida da área de um retângulo qualquer com comprimentos dos lados conhecidos, como tarefas de T_M. Quando uma tarefa (t) faz parte de um tipo de tarefa (T) dizemos que $t \in T$.

Portanto, tarefas, tipos de tarefas, gêneros de tarefas “são <artefatos>, <obras>, construtos institucionais, como, por exemplo, uma sala de aula, cuja reconstrução é inteiramente um problema, que é o objeto da didática” (CHEVALLARD, 1999, p. 222).

Esse autor ainda argumenta que as tarefas podem ser rotineiras quando as respostas são imediatas, ou seja, o sujeito não sente dificuldade para resolvê-la, e problematizadoras, quando, para serem resolvidas, é necessário que haja a elaboração de uma estratégia, isto é, o sujeito não domina ou não conhece antecipadamente o procedimento para resolver a tarefa.

Para resolver as tarefas $t \in T$, devemos realizar determinados procedimentos. Essa maneira ou ‘caminho’ de fazer determinada tarefa é designada por Chevallard (1999) como técnica (τ).

Segundo Chevallard (1999, p. 222), “uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa (T) precisa (em princípio) de uma técnica (τ) para executar as tarefas $t \in T$”. Contudo, podemos ter o caso de uma técnica (τ) não ser suficiente para realizar todas as tarefas $t \in T$. Com isso, existe a necessidade de se empregar mais de uma técnica. Dessa forma, a técnica pode funcionar para uma parte $P(\tau)$ dos tipos de tarefas T e fracassar na outra parte. Assim, poderemos ter algumas técnicas mais amplas que outras, quanto à realização de certos tipos de tarefas.

Em relação ao uso das técnicas em uma dada instituição (I), Chevallard (1999) argumenta que existe um número restrito de técnicas (τ) institucionalmente reconhecidas, no entanto, as mesmas técnicas poderão não ser reconhecidas em outra instituição. Tomemos como, exemplo, a resolução da equação do 2º grau, em uma escola da educação básica, cuja técnica amplamente reconhecida é o uso da fórmula de Báskara, no entanto o método de resolução geométrica, que consiste em completar quadrados, nem sempre é reconhecido em todas as instituições.

Essas técnicas utilizadas para realizar uma $t \in T$ precisam ser justificadas dentro de um discurso lógico, claro e coerente, surgindo, então, a noção de tecnologia (θ), a qual Chevallard (1999, p. 223) define como “um discurso racional (logos) sobre a técnica” que apresenta três funções.

A primeira função da tecnologia é justificar racionalmente a técnica (τ), assegurando que ela cumpra bem a tarefa do tipo T. A segunda é explicar, tornar inteligível, esclarecer e expor por que a técnica (τ) funciona bem. A terceira função da tecnologia é produzir novas técnicas, isto é, “trazer elementos para modificar a técnica e ampliar seu alcance, superando, assim, suas limitações e permitindo, em alguns casos, a produção de uma nova técnica" (CHEVALLARD; BOSCH e GASCÓN, 2001, p. 125).

Chevallard (1999), ainda sobre as tecnologias (θ), comenta que em uma instituição (I), qualquer que seja o tipo de tarefa T, a técnica (τ) relativa a esta tarefa estará sempre acompanhada de uma tecnologia ou de um indício de tecnologia. Em alguns casos, pode existir em uma instituição apenas uma técnica canônica[15] reconhecida e empregada, logo não há a necessidade de justificativa para seu uso, pois essa técnica é considerada "autotecnológica" (ibidem, p. 224).

O último elemento da praxeologia é a teoria (Θ) que, em outras palavras, é a justificativa e o esclarecimento da tecnologia. Ela tem um "nível superior de justificação-explicação-produção e exerce com relação à tecnologia o mesmo papel que a tecnologia tem com relação à técnica" (CHEVALLARD, 1999, p.224, tradução nossa[16]).

Esse autor argumenta que não é necessário justificar a teoria, pois entraríamos em paranóia, no sentido de ter que justificar uma coisa atrás da outra, ou seja, para analisar um tipo de tarefa é suficiente o trio formado pela [τ, θ,Θ], no qual se justifica a técnica e a tecnologia empregada.

Apoiado nas ideias de Chevallard, Menezes (2010, p. 82) afirma que a teoria é a "especulação abstrata da tecnologia; no plano teórico encontram-se as definições, os teoremas, as noções mais abrangentes que servem para explicar, justificar e produzir novas tecnologias". Assim, a teoria tem um discurso justificativo e explicativo mais abrangente e abstrato, que muitas vezes não aparece de forma clara nos enunciados teóricos.

Desse modo, os elementos descritos acima, tipos de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ), representados pela notação [T, τ, θ, Θ], formam as organizações praxeológicas da Teoria Antropológica do Didático.

As organizações praxeológicas podem ser pontuais, locais, regionais e globais. A praxeologia pontual é definida por [T, τ, θ, Θ] e se desenvolve com base

---

[15] Original - canonique

[16] Original - On passe alors à un niveau supérieur de justification-explication-production, celui de la *théorie*, Q, laquelle reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique.

em um único tipo de tarefa, por exemplo, comparar áreas de figuras planas sem o uso de medidas em uma sala de aula do 6º ano do ensino fundamental.

As praxeologias locais [Ti, τi, θ, Θ] agregam várias organizações pontuais, e a passagem de uma para outra coloca em evidência a tecnologia como, por exemplo, a resolução de diferentes tipos de tarefas envolvendo aditividade de áreas de figuras planas.

Para termos as praxeologias regionais é necessário que as locais se juntem em torno de uma mesma teoria, por exemplo, o estudo da área de figuras planas. O agregamento das diversas organizações *regionais* relativas a várias teorias corresponde a uma organização *global* [Tijk, τijk, θij, Θk], como é o caso, do estudo das grandezas geométricas em uma sala de aula do ensino médio. Assim, o bloco do saber-fazer é uma aplicação do bloco do saber (CHEVALLARD, 1999).

Para esse autor, a organização praxeológica descrita acima se apresenta, de forma geral, necessitando de um aprofundamento por meio de estudos empíricos e análise de observações. Ele ainda argumenta que não existe um mundo institucional perfeito, padronizado, no qual as atividades humanas sejam formadas por praxeologias bem adequadas que admitam alcançar todos os tipos de tarefas que se deseja de uma maneira eficiente, segura e inteligente. Um exemplo disso é que em uma organização praxeológica pontual, o tipo de tarefa pode ser mal identificado ou a técnica associada a esse tipo de tarefa pode não ser a ideal ou, ainda, a tecnologia pode não estar bem explicitada.

De forma específica, vamos nos interessar pelas praxeologias relativas ao saber matemático. O estudo de um tema matemático pode ser realizado por meio da descrição e análise levando em consideração duas dimensões na prática do professor. A primeira é “a realidade matemática que pode ser construída em uma aula, onde o tema é estudado”, que será denominada de **organização ou praxeologia matemática** e “como se pode construir esta realidade matemática, ou seja, como ele pode realizar o estudo do tema”, também chamado de **organização ou praxeologia didática** (CHEVALLARD, 1999, p. 228).

1.2 A Organização ou Praxeologia Matemática

A organização ou praxeologia matemática visa determinar a realidade matemática presente em termos de **tipos de tarefas** (T) a serem cumpridas por meio de **técnicas** (τ), justificadas por **tecnologias** (θ) que são validadas pela **teoria** (Θ) relativas a um objeto do saber; no nosso caso, área de figuras planas, em uma turma do 6º ano do ensino fundamental.

As praxeologias matemática envelhecem, isto é, em um determinado período da instituição, algumas técnicas se destacam e são relevantes, em outros não, são ultrapassadas e sem relevância. Exemplo disso são as técnicas utilizadas para a extração das raízes quadradas de um número, que hoje se mostram sem importância, pois com o advento das calculadoras, que nos fornecem esses valores com mais rapidez e facilidade, a técnica tornou-se obsoleta.

Segundo Chevallard (1997), para se determinar e caracterizar uma organização matemática a ser estudada é preciso, antes de tudo, que o pesquisador realize uma análise do conteúdo a ser estudado. Para isso, deverá analisar criticamente os documentos do currículo vigente, assim como os livros didáticos, adotados ou não, na tentativa de descrever e analisar os tipos de tarefas propostas, as técnicas utilizadas, as tecnologias empregadas e a teoria.

Esse reconhecimento do objeto de ensino ajudará o pesquisador, por exemplo, a avaliar a transposição didática interna em uma determinada instituição, bem como a organização de um livro didático. Para isso, Chevallard (1999) propõe alguns critérios de análise, que apresentaremos a seguir, tomando como foco o conceito de área.

Quadro 01 – Critérios avaliativos de uma organização matemática e didática em relação ao tipo de tarefa e à técnica

<table>
<tr><td rowspan="4">Tipo de tarefa</td><td>Os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são bem identificados?</td></tr>
<tr><td>Os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são representativos?</td></tr>
<tr><td>Os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são importantes e têm uma razão de ser?</td></tr>
<tr><td>Os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são pertinentes?</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Técnica</td><td>As formas de resolver os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são bem elaboradas ou apenas esboçadas?</td></tr>
<tr><td>As formas de resolver os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são fáceis de utilizar?</td></tr>
<tr><td>As formas de resolver os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são confiáveis e aceitáveis?</td></tr>
<tr><td>As formas de resolver os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são amplamente usadas em diversos tipos de tarefas?</td></tr>
</table>

	As formas de resolver os problemas que envolvem área de figuras geométricas planas são **possíveis de evoluir?**

Fonte: autoria própria.

Em relação à avaliação do bloco tecnológico-teórico ou da tecnologia utilizada nas justificativas das técnicas, Chevallard (1999) define os seguintes critérios, tomando como foco o conceito de área.

Quadro 02– Critérios avaliativos de uma organização matemática e didática em relação à tecnologia e à teoria

Tecnologia e Teoria	O conceito de área de figuras planas é bem explicitado, ou não?
	Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação é somente posto ou este **enunciado** é considerado tacitamente como evidente, natural ou ainda bem conhecido?
	As formas de justificação são próximas às **formas canônicas** ou são adaptadas às suas condições de utilização e o que permitem justificar?
	São adotadas **formas de justificações** explicativas, dedutivas, etc.?
	Os **argumentos** utilizados são cientificamente **válidos**?
	Os resultados do bloco tecnológico-teórico disponibilizado são **explorados de forma efetiva e otimizada?**

Fonte: autoria própria

Além da análise do conteúdo a ser estudado, o professor tem outro trabalho igualmente importante que, segundo Araujo (2009, p. 41), “consiste em dirigir o estudo (ou avaliação) de uma determinada praxeologia matemática, isto é, em conduzir (analisar) a reconstrução ou transposição da praxeologia matemática colocada em jogo no interior da sala de aula”. Portanto, nessa perspectiva, o professor terá mais elementos para refletir sobre como ensinar determinado conteúdo em sala de aula.

1.3 Organização ou Praxeologia Didática

A organização didática está relacionada com a maneira pela qual a realidade matemática poderá ser estudada, isto é, enquanto a organização matemática visa, por exemplo, o estudo matemático do conceito de área de figuras planas desenvolvido em uma sala de aula, a organização didática refere-se ao modo de fazer esse estudo.

Segundo Farias (2008), as organizações didáticas estão relacionadas com as possibilidades de ação, ou seja, as diversas alternativas de organizar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática em uma instituição concreta. Entendemos assim que elas não estão restritas ao trabalho do professor em sala de aula, mas também incluem o livro didático e todos os sujeitos que transformam o saber científico em saber ensinado.

A Organização Didática também apresenta os dois blocos da praxeologia, isto é, o bloco do saber-fazer e o do saber, formando assim a quádrupla $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Diferencia-se da organização matemática por ser de natureza didática, que se origina da necessidade de transpor ou (re)construir essa organização, ou seja, existe a necessidade de preparar uma praxeologia referente às tarefas $t \in T$ (CHEVALLARD, 1999).

Esse autor diferencia o desenvolvimento de uma organização didática em seis momentos didáticos ou de estudos. No entanto, esses momentos não determinam uma ordem cronológica, uma vez que, inicialmente, representam uma realidade funcional de estudo. O que determinará a sequência ou não dos momentos são as tomadas de decisões por parte do professor.

Entendemos que esses momentos didáticos ajudam o pesquisador no sentido de analisar as transformações que o objeto de ensino deve sofrer para estar presente em sala de aula e a refletir sobre a execução dos diversos momentos de estudos. Para Chevallard et al (2001, p. 276) “não há momentos ‘mais nobres’ e momentos ‘menos nobres’, como também não há momentos ‘mais matemáticos’ e momentos ‘mais didáticos’”, para esses autores, o didático é inerente ao matemático.

O primeiro momento didático é aquele em que teremos o primeiro (re)encontro com a organização matemática a ser estudada, inevitavelmente, por meio de, pelo menos, um tipo de tarefa. No entanto, isto poderá acontecer, também, de diferentes maneiras e por diversas vezes, por isso não podemos confundir os quinze primeiros minutos da aula como sendo o primeiro momento de estudo, ou seja, o professor, ao anunciar aos seus alunos o tema de estudo da aula do dia seguinte já está realizando, de forma ainda tímida, o primeiro encontro com a organização matemática. Por outro lado, pode acontecer de passar despercebido na aula esse encontro, em virtude de o objeto encontrado se inter-relacionar com o verdadeiro objeto do encontro. (CHEVALLARD, 1999).

Existem duas grandes formas de produzir o primeiro momento de estudo com a organização matemática. A primeira, denominada de encontro “mimético-cultural” e a outra, por meio de “situações fundamentais”.

Segundo Chevallard (1999), no encontro mimético-cultural o professor apresenta a seus alunos um relato, como se fosse uma investigação de certas práticas existentes no mundo sobre a praxeologia matemática a ser estudada de forma mais ou menos explícita. Nesse caso, temos dois sub-momentos: *o cultural*, no qual o aluno tem apenas uma relação fictícia com o tema em jogo, e o mimético, no qual ocorre a manipulação efetiva do tema.

O encontro designado de “situações fundamentais” tem um papel contrário ao anterior, pois afasta toda a referência de uma realidade preexistente. Dessa forma, o tema de estudo é apresentado ao aluno, considerado como ator principal, como resposta a uma ou mais questões particulares desse sistema de situações. Vale salientar que esse primeiro encontro tem um papel importante na aprendizagem, mas não determina todas as relações possíveis com o tema em jogo.

O segundo momento didático é aquele da exploração dos tipos de tarefas e da elaboração de uma técnica. No estudo de um problema específico, considera-se que ele tenha por objetivo não apenas a sua resolução, mas também que sirva como um caminho para a constituição de determinada técnica, mesmo sabendo que para um determinado tipo de tarefa sempre existe, nem que seja de forma embrionária, pelo menos uma técnica de resolução.

Dessa forma, Chevallard (1999) afirma que a elaboração da técnica está no âmago da atividade matemática e que esse processo constitui uma dialética, na qual, se por um lado estudar os problemas permite criar e aperfeiçoar uma técnica relativa às tarefas de mesma natureza, por outro, a técnica será o meio utilizado para resolver de maneira quase automática as tarefas do mesmo tipo.

O terceiro momento didático é aquele da constituição do ambiente tecnológico-teórico [θ,Θ] relativo à técnica. Esse momento apresenta uma estreita ligação com os outros momentos anteriores, uma vez que quando escolhemos uma técnica para resolver um tipo de tarefa, ela é constituída em estreita ligação com o bloco tecnológico-teórico, a fim de poder explicá-la e justificá-la. Para

Chevallard(1999, p. 242, tradução nossa[17]), “Em razão da economia didática global, entretanto, as estratégias de direção de estudo tradicionais fazem, em geral, desse terceiro momento a primeira etapa do estudo”. Assim, dependendo da concepção do autor do livro didático, da escola, ou do professor, existirá uma ênfase no bloco tecnológico-teórico.

O quarto momento didático é aquele reservado ao trabalho da técnica*,* que visa melhorá-la, no sentido de torná-la mais econômica e eficiente. Outro objetivo desse momento é possibilitar pôr em prova o alcance da técnica, assim como verificar qualitativamente e quantitativamente a confiabilidade da mesma.

O quinto momento didático é aquele da institucionalização, que tem por objetivo oficializar com precisão a organização matemática elaborada. Para Chevallard (1999), é necessário, nesse momento de estudo, que se distingam os elementos que serão integrados de maneira definitiva na organização e aqueles que serão dispensados.

O sexto momento didático é aquele da avaliação*,* que está articulado com o momento da institucionalização, cujo objetivo é verificar o que foi efetivamente compreendido com a organização matemática construída e institucionalizada, seja em termos de tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e/ou teoria.

Esse momento também permite analisar o trajeto da organização matemática construída, ou seja, refletir sobre o estudo realizado, analisando, por exemplo, se o bloco tecnológico-teórico foi bem justificado. Para Chevallard (1999, p. 243), “o processo de avaliação deve ser considerado em um sentido mais amplo”, pois se trata de avaliar não só uma pessoa, mas também de avaliar os elementos da praxeologia.

Ainda sobre a avaliação, Chevallard (1999) a considera como um ato fundamental na vida de qualquer instituição, e argumenta que o sentido de avaliação adotado na TAD tem um caráter mais geral que envolve, inclusive, a avaliação escolar. Esse autor ainda afirma que o ato de avaliar é sempre necessário e relativo. Assim, “o valor reconhecido para um objeto não é de forma alguma intrínseco nem absoluto, porque a atribuição de um valor se refere sempre, implicitamente ou não, a

---

[17] Original - Pour des raisons d’économie didactique globale, toutefois, les stratégies de direction d’étude traditionnelles font en general de ce troisième moment la *première étape* de l’étude,

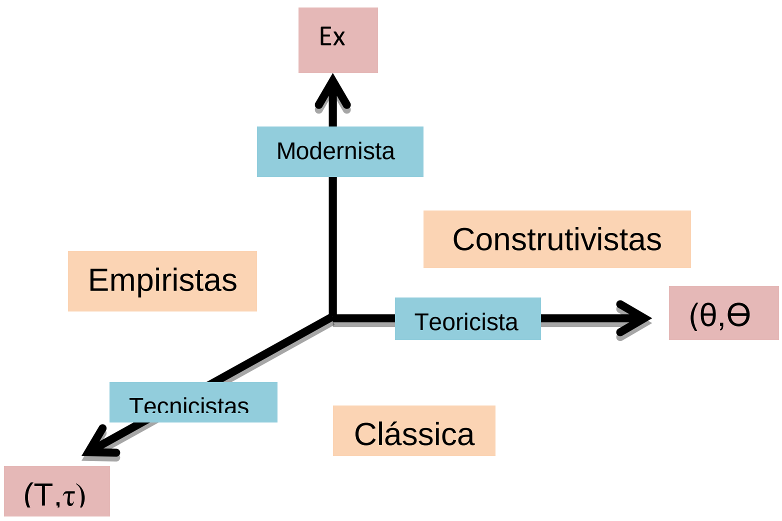
certo uso social do objeto avaliado, visto que se avalia sempre sob certo ponto de vista” (CHEVALLARD, 1999, p. 224).

Por tudo isso é que Chevallard (1999) estabeleceu um conjunto de critérios avaliativos de uma organização matemática (tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria) e/ou didática (momentos de estudos) relativa a um objeto de ensino matemático. Os momentos didáticos citados anteriormente permitem evidenciar o desenvolvimento de uma organização didática, cujo objetivo é o ensino de determinado saber, no nosso caso, área de figuras geométricas planas.

Esses momentos têm duas grandes utilidades para o professor. A primeira serve como instrumento de análise dos processos didáticos empregados no desenvolvimento da organização matemática. A segunda utilidade é que permite ao professor identificar claramente os problemas que deverão ser usados nos diferentes momentos de estudo (CHEVALLARD, 1999).

Para ampliar a caracterização de uma organização didática, Gascón (2003), baseado nas ideias da TAD, elaborou um “sistema de referência” que identifica as OD possíveis ao se referir ao desenvolvimento de atividades de matemática, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 02- Representação gráfica do Sistema de referência que representa as organizações didáticas ideais e possíveis.



Fonte: Gascón (2003, p. 21)

Esse autor criou um espaço tridimensional hipotético, no qual cada dimensão do plano representa uma OD possível e ideal. Assim, os eixos do sistema de referência são representados por três momentos de estudo da TAD, que são os momentos tecnológico-teóricos (θ,Θ), o trabalho da técnica (T, τ) e o momento exploratório (Ex). Sendo que, em cada um desses eixos, reside uma OD ideal denominada de teoricista (conhecimento acabado e cristalizado em conceitos), tecnicista (repetição da técnica) e modernista (exploração de tarefas diferentes), que são consideradas unidimensionais pelo fato de o processo de estudo centrar-se em uma única dimensão, colocando as demais em segundo plano.

Ainda em relação às OD ideais, Gascón (2003) estabelece que cada organização didática está localizada em uma dimensão do plano de coordenadas do sistema de referência. Logo, temos três tipos de organização didática: Clássica, Empirista e Construtivista.

A primeira, OD clássica - integra o momento tecnológico-teórico (θ,Θ) e o trabalho da técnica (T,τ) e se "caracteriza, entre outras coisas, pela banalização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino de matemática é um processo mecânico totalmente controlado pelo professor" (GASCÓN, 2003, p.20). Logo, o estudante é considerado uma tábua rasa e para isso ele precisa resolver muitas tarefas para poder aprender o conceito.

A segunda, OD empirista – que combina os momentos exploratórios (Ex) e o trabalho da técnica (T,τ). Caracteriza-se pela importância dada à tarefa de resolver problemas dentro do processo didático e por "considerar que o aprender matemática (como aprender a nadar ou a tocar piano) é um processo indutivo baseado na imitação e na prática" (GASCÓN, 2003, p. 20). Aqui, o aluno é convidado a aprender matemática resolvendo problemas que não são triviais e que vão além do que simplesmente aplicar técnicas.

Já a terceira, OD construtivista – que integra os momentos tecnológico-teórico (θ,Θ) e o exploratório (Ex), distingue-se das outras por contextualizar as tarefas de resolução de problemas situando-os em uma atividade mais ampla, além de considerar que a aprendizagem é um processo ativo de construção de conhecimento. Aqui, Gascón (2003) separa em dois eixos, que são o construtivismo psicológico e o construtivismo matemático. O primeiro dá grande importância ao papel da resolução de problemas, embora seja como um simples meio para construir conhecimentos novos. No entanto ignora a função do trabalho da técnica na aprendizagem da matemática. O segundo baseia-se no próprio processo de modelização da matemática. Nessa organização didática os problemas são contextualizados ao ponto de “identificar-se o objetivo da resolução de problemas como a obtenção do conhecimento sobre o sistema modelizado” (GASCÓN, 2003, p. 29).

Contudo, de acordo com o autor acima, as organizações didáticas construtivistas, incluindo o construtivismo matemático, possuem uma limitação que não permite o desenvolvimento suficiente do trabalho da técnica, mas está muito mais próximo do modernismo do que do tecnicismo.

Por tudo isso, Gascón (2003) propõe que haja uma integração entre as três dimensões que compõem as organizações didáticas ideais para que tenhamos uma OD mais complexa e relativamente mais completa. Esse autor ainda comenta que tudo isso “exigirá dar espaço, com toda normalidade, sem restrições e prejuízos culturais usuais, ao trabalho da técnica, como uma dimensão a mais da atividade matemática” (p.31).

Como podemos observar na figura anterior, as organizações didáticas Clássica, Empirista e Construtivista são bidimensionais, uma vez que são determinadas por dois eixos correspondentes do processo didático adotado.

Para Gascón (2003), assim como para Chevallard (1999), as organizações didáticas se relacionam fortemente com as organizações matemáticas e, por isso, Chevallard (2001, p. 02, tradução nossa[18]) afirma que esse “isomorfismo” didático-matemático indica uma hierarquia de níveis, que são níveis de determinação das organizações didáticas, ou melhor, a co-determinação das organizações didáticas e matemáticas”.

No próximo subtópico faremos uma breve alusão aos níveis de co-determinação didática propostos por Chevallard que, mesmo não sendo o foco de nossa pesquisa, consideramos como importante na perspectiva de localizar o nosso objeto de estudo em uma escala hierárquica.

---

[18] Original - Este “isomorfismo” didáctico-matemático lo expresaré mediante una jerarquía de niveles, que son niveles de determinación de las OD, o, más exactamente, de codeterminación de la OD y de la OM.

1.4 Níveis de Co-determinação Didática

Avançando no sentido de construir uma praxeologia associada a um saber matemático, Chevallard (2002) destaca a importância de localizar esse saber em uma escala hierárquica na qual cada nível é relativo a uma realidade, determinando assim a ecologia[19], habitat e os nichos das organizações matemáticas e didáticas referentes a esse saber.

Chevallard (2002) apresenta essa escala dividida em nove níveis que se inter-relacionam de forma recíproca. Cada nível é o lugar de origem de algumas condições[20] e que muitas vezes aparecem como restrições[21] a outro nível.

Como podemos observar na figura a seguir, os níveis são: Civilização (-3), Sociedade (-2), Escola(-1), Pedagogia(0), Disciplina(1), Domínio(2), Setor(3), Tema(4) e Assunto(5).

Figura 03 – Escala dos níveis de Co-determinação Didática

Nível	**Realidade**
-3	Civilização
-2	Sociedade
-1	Escola
0	Pedagogia
1	Disciplina
2	Domínio
3	Setor
4	Tema
5	Assunto

Fonte: autoria própria (adaptado de CHEVALLARD, 2004)

[19] Segundo Almouloud (2007, p. 128) é o conjunto de condições e necessidades que possibilita o desenvolvimento matemático.
[20] "Condição é uma restrição considerada modificável" (CHEVALLARD, 2009, p. 05).
[21] "Uma restrição é vista a partir de uma determinada posição institucional em um determinado momento não modificável (relativo e provisório)" (CHEVALLARD, 2009, p.05).

A duplicidade da seta, presente na figura anterior, indica que o surgimento ou alteração de uma condição em um dado nível, por exemplo, a Disciplina, poderá fazer a diferença em níveis mais baixos como no Domínio, mas também em níveis mais altos como do Pedagógico, da Escola, da Sociedade e até mesmo das Civilizações. De acordo com a teoria educacional tomada como referência no nível pedagógico, ela pode modificar a concepção da disciplina ou até mesmo do nível escolar como é o caso das teorias interacionistas que influenciaram consideravelmente o ensino da disciplina da Matemática e, consequentemente, o sistema escolar.

Segundo Wozniak (2007), essa escala funciona como um filtro ou uma base de decomposição e produz uma estrutura interpretativa das várias sujeições pelas quais as instituições passam.

O mais alto nível é o da Civilização. Essa realidade envolve um conjunto de conceitos complexos e práticas que são comuns a várias sociedades. Se tomarmos como exemplo a Civilização “Brasil”, a Sociedade correspondente poderia ser “Pernambuco”. Essas Sociedades são, portanto, relacionadas a partir do ponto de vista conceitual das Civilizações. Podemos dizer então, que a Civilização é o gênero, enquanto a Sociedade que lhe pertence é a diferença particular.

O nível da Escola refere-se às condições e restrições que afetam não só a questão do ensino e da aprendizagem, mas também de todas as formas de conduzir o ensino, como, por exemplo, o Ensino Fundamental. Chevallard (2004) reflete sobre a função da escola apontando que ela carrega uma missão política e ideológica e que é muito importante para a difusão do saber. No entanto, a sociedade e, acima dela, a civilização, impõe uma "ecologia" muito singular.

No âmbito Pedagógico, que fica na fronteira entre os níveis mais genéricos e os mais específicos, temos as condições e restrições impostas na esfera do sistema de ensino já existente onde são apresentados estudos da área da educação, mas não são específicos de uma disciplina, como por exemplo, a teoria sócio-interacionista desenvolvida por Vygostky.

Segundo Bosch e Gáscon (2009), os níveis descritos acima (Civilização, Sociedade, Escola e Pedagogia) influenciam consideravelmente os níveis posteriores, inclusive prejudicando a própria disciplina[22], no nosso caso, a Matemática.

Esses autores alertam que, em sua prática, os docentes se deparam com restrições e condições que afetam o seu trabalho em sala de aula com seus alunos, e que são específicas da disciplina que lecionam. Uma das restrições e condições é a maneira de preparar o estudo da disciplina em um determinado nível de ensino ou organizar o estudo em um determinado tipo de Escola, e fazê-lo seguindo os princípios de uma Sociedade e os valores de uma Civilização.

Chevallard (2009) argumenta que esses domínios são construções históricas, que não têm caráter intrínseco, pré-determinado, necessário, ou seja, eles podem mudar a sua denominação em outro momento, podendo ser necessário, também, a relocação do conteúdo de ensino.

Os domínios, por sua vez, são construídos em uma disciplina, abrangem um conjunto de organizações regionais como, por exemplo, o bloco das grandezas e medidas, inseridas na disciplina de matemática, em uma escola brasileira que oferece o ensino fundamental. Em relação aos setores, eles se encaixam em grandes domínios como, por exemplo, área de figuras planas inseridas no bloco de grandezas e medidas.

Segundo Artigue e Winslow (2010, p. 51, tradução nossa[23]), “um setor é caracterizado pelo estudo de uma organização regional (ou partes dela) que vem de uma família de praxeologias compartilhando uma teoria”. Nesse sentido, quando estudamos o setor “área de figuras planas”, no ensino fundamental, vamos encontrar organizações praxeológicas unificadas por uma teoria que nos permite examinar as afirmações precisas sobre o conceito de área, por exemplo, sobre equivalência de área, que serão justificadas por uma tecnologia.

Desta forma, surgirão diferentes temas, cada um unificado por uma tecnologia, como por exemplo, a área de paralelogramos. Logo, cada tema determinará o estudo de uma organização local. Por exemplo: o estudo da invariância da área por decomposição e recomposição seria o assunto que se

---

[22] Para Chevallard (2009, p.06) “disciplina é relativa ao conteúdo praxeológico (matemático, gramática francesa, biologia, [..], etc.)”.

[23] Original - A *sector* is characterised by the study of one regional organisation (or parts of it) that comes from a family of praxeologies sharing one theory.

concentra em um tipo de tarefa e técnica, motivado e articulado dentro de um tema maior.

Em relação ainda sobre esses níveis, Chevallard (2009) argumenta que um dos problemas no ensino da disciplina da Matemática escolar é que, de uma forma geral, existe uma cultura que relega a segundo plano os níveis da disciplina, do domínio e do setor. Dessa forma, o trabalho do professor fica restrito, geralmente, aos níveis de tema e assunto.

Bosch e Chevallard (1999) fazem um esclarecimento a respeito da natureza dos objetos matemáticos (assunto) na atividade matemática. Eles estabelecem dois tipos diferentes de objetos.

a) Os objetos ostensivos que são aqueles que têm uma natureza sensível, manipulável, material, e, portanto, de mais fácil percepção da realidade pelo homem (a grafia dos números, sinais, quantificadores, as fórmulas, gráficos, os sons, os gestos, etc).

b) Os objetos não-ostensivos que são aqueles que se referem aos objetos que existem institucionalmente (conceitos, ideias, intuições, isto é, objetos que não podem ser vistos, ouvidos, sentidos por si próprios).

Segundo Bosch e Chevallard (1999, p. 87), estes objetos "só podem ser referidos ou invocados pelo manuseio correto de alguns objetos ostensivos associados", tais como composição e decomposição de figuras para compreender o conceito de equivalência de área.

Concordamos com Menezes (2010, p.89), quando afirma que:

> Podemos ser levados a produzir uma conceituação simples de que os objetos ostensivos estão no nível do saber-fazer, com seus tipos de tarefas e suas técnicas próprias, deixando para os objetos não-ostensivos (conceitos, noções, ideias, etc.), a atividade de justificar e explicar, ou seja, o "saber". Com isso estaríamos distribuindo os objetos ostensivos e não-ostensivos para os dois grupos que, de acordo com a TAD, formam a praxeologia, a parte prático-técnica (gerando o saber-fazer) e a parte tecnológica-teórica (amparadas no saber).

Podemos exemplificar o que foi dito por meio de uma atividade muito comum nos anos finais do ensino fundamental: um professor apresenta as figuras de vários paralelogramos (um quadrado, um retângulo, um losango, um paralelogramo qualquer), com as suas respectivas fórmulas de cálculo da medida da área e, em seguida, solicita a resolução de questões envolvendo o cálculo da medida da área de algumas figuras, com o intuito de que os alunos compreendam o conceito.

Essa forma de apresentação do conceito se insere num processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, amplamente criticado, no qual as fórmulas e as regras são trabalhadas sem compreensão e apenas baseadas no processo de repetição. Sobre isso, Bosch e Chevallard (1999) alertam que alguns professores acreditam que basta apresentar um objeto ostensivo para o aluno que ele entenderá o seu significado, isto é, o objeto não-ostensivo.

Para a resolução do tipo de tarefa acima, os alunos utilizarão, a princípio, como ostensivos a escrita, as figuras e as fórmulas, isto é, ativarão o bloco do saber-fazer. Os objetos não-ostensivos estarão nas noções e conceitos de área que permitem justificar a técnica; assim, o bloco do saber estará completando uma praxeologia.

Assim sendo, acreditamos que os objetos ostensivos ajudaram nessa tese, no sentido de analisar o livro didático, visto que neste material encontramos imagens, gráficos, tabelas, textos, etc., e também na prática docente onde encontramos gestos, falas, etc. Os objetos não-ostensivos também auxiliaram na perspectiva da análise da aula do professor, por meio das suas explicações e justificativas sobre o conceito de área.

De uma forma geral, podemos concluir que essa tese está inserida nos níveis de co-determinação didática 1,2,3,4 e 5, respectivamente, na Disciplina (Matemática), no Domínio (Grandezas e Medidas), no Setor (Áreas de figuras geométricas planas), no Tema (Conceito de área de figuras planas) e no Assunto (área de retângulos e quadrados).

Portanto, entendemos que uma mesma organização matemática pode ocasionar diferentes organizações didáticas podendo levar a diversos processos de ensino e de aprendizagem, o que nos estimulou a investigar as praxeologias do livro didático e o professor de matemática na sua prática docente em relação ao conceito de área em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS DO CAPÍTULO

ALMOULOUD, S. A. **Didática da Matemática**. São Paulo: PUC, 2007.

ARAUJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França**: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático. Universidade Federal de Pernambuco. CE. Educação. Tese de doutoramento. Recife, 2009.

ARTIGUE, Mi.; WINSLOW, C. International comparative studies on mathematics education: a viewpoint from the anthropological theory of didactics. In: **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 31 no. 1 pp. 47-82, 2010.

BESSA DE MENEZES, M. **Investigando o processo de transposição didática interna:** o caso dos quadriláteros. 2004. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2004.

BESSOT, A.; COMITI, C. **Éléments Fondamentaux de Didactiques**. Université Joseph Fourier de Grenoble. Ouvrage bilíngue, 2007.

BOSCH, M.; CHAVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. In: **Recherches en didactique des mathématiques**, vol. 19, no 1, p. 77-124, 1999.

BOSCH, M. C.; GASCON, J. 25 años de Transposición Didáctica. In: RUIZ-HIGUERAS, L. (Org.). **Societad, Escuela y matemáticas, Aportaciones de la Teoria Antropológica de lo Didáctico**. Espana. Ed. Universidad de Jaen. 2007. p. 385-406.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XIII** (pp. 89-113). Santander: SEIEM, 2009.

BROUSSEAU, G. Fondementes e méthodes de la didactique dês mathématiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, V. 07, n. 02, p. 33-115, 1986.

_______________. Os diferentes papéis do professor. In: Parra, C. & Saiz, I. (orgs.). **Didática da Matemática**: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BRITO MENEZES, A. P. **O Contrato Didático e Transposição Didática**: Inter-relações entre fenômenos Didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado em Educação. UFPE, Recife, 2006.

CÂMARA DOS SANTOS, M. **Le rapport au savoir de l'eiseignant de mathématique en situation didactique**: une approche par l'analyse de son discours. Tese de Doutoramento, Université Paris-X, 1995.

_____________________O professor e o tempo. **Tópicos Educacionais**. V. 15, nº 1/2, p. 105-116. Recife, 1997.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique:** Du Savoir Savant au Savoir Ensigné. Grenoble, La pensée Sauvage.1986.

______________. **La Transposición Didáctica** : del saber sabio al saber enseñado. Tradução : Claudia Gilman. Editora AIQUE, 1991.

_____________________Concepts fondamentaux de la didactique: perspective apportées par une approche anthropologique. In: **Recherches em Didactique de Mathématiques**, v.12, p.73-112, 1992.

__________________. Familière et problématique, la figure du professeur. In: **Recherches en didactique de Mathématiques**, 1997, p. 17-54.

__________________Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l´approche anthropologique. In: . **Recherches em didactique des mathématiques,** Grenoble, Éditions La Pensée Sauvage, v.19.2, n.56, p.221-265, 1999.

_________________ Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques, 2003. Disponível em http://yves.chevallard.free.fr . Acesso em 22 de dezembro de 2014.

_________________Aspectos problematicos de la formación docente. Conferencia impartida en las **XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas** (SI-IDM), Escuela de Magisterio de Huesca, Universidad de Zaragoza, 1 de abril de 2001.

_________________ Organiser l'étude : 3. Ecologie & régulation. Cours donné à la XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 août 2001). Paru dans les actes correspondants, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 41-56, 2002.

__________________Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Texte préparé en vue d'une communication aux **Journées de didactique comparée**, 2004 (Lyon, 3-4 mai 2004). Version retouchée du 19 mai 2004.

___________________La TAD face au professeur de mathématiques. Communication au **Séminaire DiDiST** de Toulouse le 29 avril 2009.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **ESTUDAR MATEMÁTICAS**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto alegre: artmed, 2001.

COELHO, R.G.A. Planos da cognição e processos culturais. Tempo Social; Rev. Social. USP, São Paulo, v. 1, p. 81-104, 1º semestre, 1989.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da matemática**. Trad. Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

FARIAS, K. S.C.S. **A representação do espaço nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Programa de pós-graduação em educação. Dissertação de mestrado, Campo Grande- MS, 2008.

FERREIRA, A. B. H. **Miniaurélio Século XXI**: o minidicionário da língua portuguesa. 5 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n.2, 2003, p. 11-37.

HENRY, M**. Didactique des Mathématiques: sensibilizations à la didactique em vue de la formation initiale dês ensignants de mathématiques**. Laboratoire de Mathématiques – IREM, Besançon, 1991.

JOHSUA, S; DUPIN, J. **Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques**. Presses Universitaires de France- PUF, 1993.

MENEZES, M. B.. **Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau.** Universidade Federal de Pernambuco. Programa de pós-graduação em educação. Tese de doutorado em educação, Recife-PE, 2010.

PIRES, C.M.C. **Currículos de matemática**: da organização linear à idéia de rede. São Paulo: FTD, 2000.

RAVEL, L. **Des programmes à la classe:** étude de la transposition didactique interne**.** Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique. Tese de doutorado em Didática da Matemática. Grenoble: Universidade Joseph Fourier. 2003.

WOZNIAK, F. Conditions and constraints in the teaching of statistics: the scale of levels of determination. In **actes de CERME 5**, (à paraitre), 2007.

2 O CONCEITO DE ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

O conceito de área de figuras geométricas planas tem origem milenar e está relacionado a tipos de tarefas envolvendo medidas de terra em antigas civilizações. Etimologicamente, a palavra 'geometria' quer dizer medida de terra, logo, o conceito de área estava intimamente relacionado a aspectos geométricos.

Historicamente, no Antigo Egito, os proprietários de terra pagavam seus impostos de forma diretamente proporcional à área de cada lote, contudo, as cheias do rio Nilo, geralmente, faziam desaparecer as marcações de partes das terras e assim surgia a necessidade de recalcular cada área a fim de que a cobrança fosse ajustada.

Há alguns registros históricos que comprovam a presença do conceito de área no Egito como, por exemplo, os diversos papiros existentes. Um deles são os Papiros de Rhind (1650 a. C.) sobre o qual Eves (2011, p. 70) comenta que:

> é uma fonte primaria rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um circulo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos.

Por outro lado, baseado em descobertas históricas, Lima (1991) argumenta que o conhecimento matemático dos babilônios era maior e mais avançado do que a dos egípcios. Ele comenta ainda que os babilônios também conheciam áreas e volumes de figuras geométricas simples, além de saberem resolver tarefas envolvendo a relação de Pitágoras, que era familiar mil anos antes dos pitagóricos. No entanto, vale ressaltar que, tanto para os babilônios quanto para os egípcios, a ideia de que as afirmações precisam ser demonstradas ainda não havia ocorrido e o que se tinha eram apenas enunciados de tarefas e técnicas de como resolvê-las.

Na China também havia uma preocupação com o estudo de áreas de figuras planas, uma vez que no livro intitulado Nove Capítulos sobre a Arte Matemática, um livro produzido 250 a.C., apresentava "246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, sociedades, engenharia, impostos, cálculos, solução de equações e propriedades dos triângulos retângulos" (BOYER, 1996, p.133). Da mesma forma que nos escritos egípcios e babilônicos, as justificativas do uso das técnicas não estavam presentes, no entanto essas civilizações, de certa forma, construíram fórmulas (exatas ou aproximadas) para calcular a medida da área de figuras.

As primeiras demonstrações geométricas aconteceram na Grécia Antiga, por volta do século VI a.C.. Os gregos não definiam a geometria como a medida da terra e sim como a ciência dos corpos celestes, ou seja, estava ligada ao cosmo. Eles estudavam, provavam e demonstravam por prazer ou lazer; os gregos foram os únicos (nessa época) a introduzirem o raciocínio lógico e as demonstrações no centro dos objetos de estudos, ou seja, se preocupavam em desvelar as tecnologias existentes nas técnicas dos diversos tipos de tarefas.

Segundo Brito e Carvalho (2009), o tipo de tarefa determinar a área de figuras esteve entre as grandes preocupações dos gregos, um exemplo disso são as tarefas acerca da quadratura do círculo.

Em relação ao tipo de tarefa calcular a medida da área de figuras, tanto os babilônios, como os gregos, utilizavam a técnica de composição e decomposição de figuras. Essa técnica consiste em dividir a figura em partes conhecidas, calcular a medida de área dessas partes e, em seguida, juntá-las, formando o todo.

Apesar de os babilônios e os gregos usarem a técnica acima, eles expressavam de forma diferenciada. Enquanto os babilônios usavam a aritmética para expor seus resultados, os gregos utilizavam a “composição e decomposição de figuras, transformavam os polígonos – qualquer polígono – em um triângulo. Com este triângulo formavam um retângulo e, finalmente, com este último um quadrado, do qual determinavam a área” (BRITO E CARVALHO, 2009, p. 21).

Portanto, percebemos, por um lado, que o conceito de área sempre esteve presente entre as civilizações antigas, mesmo aquelas organizadas de forma simples em relações aos padrões atuais. Por outro lado, que na maioria das vezes esse conceito estava associado a resolver tipos de tarefas das práticas sociais, como, por exemplo, mensurar terras.

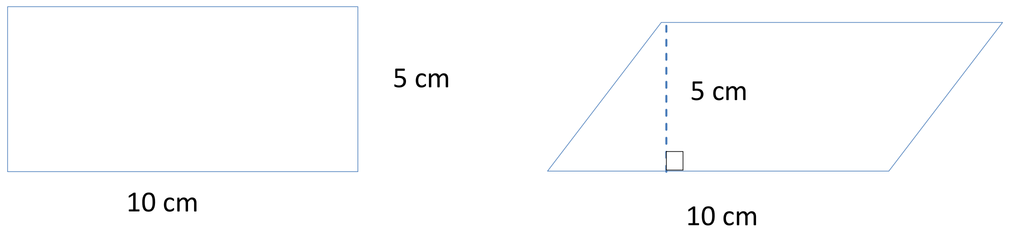
Muitos pensadores, ainda na Grécia Antiga, contribuíram para o conceito de área, tais como Pitágoras, Eudoxo (método da exaustão para aproximação de área de círculo por polígonos de n lados), Dinostrato (quadratura do círculo), Arquimedes (medida da área do círculo por segmentos parabólicos), Herão de Alexandria (área do triângulo) e, especialmente Euclides, que sistematizou, nos Elementos, o conhecimento geométrico da época.

Os Elementos estão divididos em treze livros, divididos em geometria plana, teoria dos números, incomensurabilidade e geometria no espaço (BOYER,1996). Euclides, no primeiro livro, faz definições, apresenta axiomas e proposições, que até os dias atuais são aceitos na comunidade científica e utilizadas como verdadeiras.

Segundo Lima (1991), não existia medida de áreas na Matemática grega constituída como ciência dedutiva. Certamente Euclides estranharia associar um número a uma região, pois são dois objetos de naturezas muito diferentes. Todo tipo de tarefa que envolvesse área poderia ser resolvido pelas técnicas da composição, decomposição e/ou superposição.

Esse autor ainda comenta que, para Euclides, “a coincidência de duas figuras planas por superposição era um passo intermediário para concluir a igualdade de suas áreas” (p.24), uma vez que, em relação a segmentos de retas, não haveria problema, pois para serem congruentes basta terem a mesma medida de comprimento. No entanto, em relação às figuras planas, como, por exemplo, dois paralelogramos poderiam ter bases e alturas de medidas iguais, sem necessariamente, serem congruentes, como podemos observar na figura a seguir:

Figura 04 – Exemplo de paralelogramos de mesma medida de base e altura, mas não são congruentes.



Fonte: autoria própria

Como podemos perceber nos paralelogramos acima, apesar de serem geometricamente diferentes, eles possuem a mesma medida de área (50 cm^2). E, para demonstrar isto, poderíamos utilizar o processo de decomposição e composição da figura, que era uma das etapas que Euclides utilizava. Ao anunciar que duas figuras que coincidem por superposição são iguais (axioma 4), ele estava se referindo a ter mesma área e utilizou-se do principio da equivalência para chegar a essa conclusão.

Após o declínio da tradição geométrica grega, os novos estudos limitaram-se à astronomia, à trigonometria e à álgebra. Logo, próximo ao final do século III d. C. surgiria outro grande geômetra, Papus de Alexandria, que elaborou um guia da geometria, acompanhado de comentários com várias proposições originais e notas históricas, intitulado Coleção *Matemática, composta* por oito livros. Particularmente o Livro V é dedicado amplamente à discussão da "isoperimetria, ou comparação de áreas de figuras que são limitadas por perímetros iguais e de volumes de sólidos que são limitados por áreas iguais" (EVES, 2011, p.210).

As atividades matemáticas nos séculos seguintes centraram-se em torno dos conhecimentos aritméticos, algébricos e da trigonometria. No entanto, o século XVII foi um período extremamente produtivo para o desenvolvimento da matemática, logo para o estudo das áreas, devido, em grande parte, aos novos campos de pesquisa como, por exemplo, a invenção do cálculo, cujas ideias iniciais estavam apoiadas no somatório de áreas, volumes e comprimentos.

Outro fato que contribuiu muito para o desenvolvimento da matemática foi "o método dos indivisíveis de Cavalieri", o qual amplia a ideia de Kepler sobre quantidades infinitamente pequenas. Segundo Boyer (1996, p.226) o argumento utilizado é "que uma área pode ser pensada como sendo formada de segmentos ou "indivisíveis" e que volume pode ser considerado como composto de áreas que são volumes indivisíveis ou quase atômicos". Posteriormente, seu método envolvendo área e volume passou a ser chamado de Princípio de Cavalieri.

Para Bellemain e Lima (2002), durante todo o século XVII, o conceito de área foi impulsor de uma série de debates, discussões relativas aos métodos, invenção e demonstrações em matemática. Já o século XVIII foi um período importante para o desenvolvimento do cálculo integral e diferencial. Além do mais, "a construção teórica dos números reais permite uma nova abordagem do problema da medida de área. Assim, no século XIX, o conceito de área torna-se uma função-medida que permite comparar superfícies através da comparação de números" (BELLEMAIN, 2000, p. 03).

No século XX, refletindo sobre a evolução do conceito de área, Lima[24] (1995, p.49) argumenta que:

> Comparar superfícies para avaliar qual delas <u>ocupa mais lugar no plano</u> é uma operação muito comum desde os tempos imemoriais. Para tornar mais precisa essa comparação, os homens desenvolveram o processo de medir a área de uma superfície. A palavra Geometria, como se sabe, é testemunha da importância que a operação de <u>medir a terra</u> tem na origem do conhecimento científico. Na medição de área atribuiu-se um número a cada superfície, ou seja, constrói-se uma função com valores numéricos, de modo que comparar superfícies reduz-se a comparar números. Nesse

[24] Grifos originais do autor

> processo, uma etapa central é a escolha de uma superfície à qual se atribui o valor 1, ou seja, é a seleção de uma superfície unitária ou unidade de medida.

Vários pesquisadores, estudiosos e autores de livros didáticos neste século definiram e apresentaram uma estrutura matemática para o conceito de área de superfícies planas, como, por exemplo, Leithold (1977, p. 312), que afirma que “Área de um polígono pode ser definida como a soma das áreas dos triângulos em que ele é decomposto e podemos demonstrar que a área assim obtida independe de como o polígono é decomposto em triângulos”.

A definição acima não é suficiente para determinar áreas de região limitada por curvas e, nesse caso, o autor elabora uma estrutura matemática, na qual considera uma região R no plano limitada pelo eixo x, por retas e uma curva, cuja função é contínua e maior que zero. Em seguida, utiliza a ideia de limites, ou seja, define uma região poligonal contida em R, divide-se o intervalo fechado em n subintervalos. Como a função é contínua no intervalo fechado, ela será contínua também nos subintervalos. Logo, é possível somar a medida de área de todos os subintervalos e determinar a área total.

Bellemain e Lima (2002) apresentam, em consonância com a proposta de modelização de Douady e Perrin-Glorian (1989), uma estrutura matemática referente ao conceito de área de superfícies planas, que utilizaremos no bojo desse trabalho.

Bellemain e Lima (2002) definem inicialmente superfície como um subconjunto limitado do plano euclidiano e, em seguida, consideram uma função f, dita função área, definida num conjunto *S* de superfícies, com valores reais positivos, e que possua três propriedades julgadas apropriadas para caracterizarem a grandeza área: positividade, aditividade e invariância por isometrias.

- Positividade: $f(A)>0, \forall A \in S$
- Aditividade: $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$, se $A \cap B = \emptyset$
- Invariância por isometrias: Se uma figura plana A é transformada em outra B, de modo que a distância entre dois pontos quaisquer de A fica inalterada em B, então $f(A)= f(B)$

Adotadas as propriedades acima, toma-se, então, um quadrado U, como superfície unitária e f_U a função área tal que $f_U(U) = 1$. Então se estabelece a medida de área da superfície A na unidade de medida U, representada por $f_U(A)$.

Assim, a função área permite construir no conjunto das superfícies planas mensuráveis as classes de equivalência das superfícies que têm a mesma área. Daí definirmos que duas superfícies têm a mesma área se pertencem à mesma classe de equivalência e, duas superfícies têm áreas diferentes se não pertencem à mesma classe de equivalência. Logo, nessas condições, podemos definir área como sendo uma classe de equivalência de superfícies planas de mesma área pertencentes ao conjunto de superfícies planas.

Seguindo a mesma linha de pensamento, Teles (2007) argumenta que a área de figuras geométricas planas é um atributo de uma região ou superfície plana; é uma grandeza que pode ser medida ou comparada.

Nesse sentido, ao perguntarmos "- qual a medida dessa caixa?" podemos ter várias respostas, uma vez que não deixamos claro que atributo estamos levando em consideração. Nesse caso, poderemos obter a medida da altura, da área que compõe a caixa, da capacidade ou ainda da massa. Portanto, é importante ressaltar que, para o mesmo objeto, podemos atribuir diferentes grandezas.

Dessa forma, as grandezas são características de objetos que podem ser comparados a outros semelhantes do ponto de vista da igualdade ou desigualdade (BELLEMAIN e LIMA, 2002). De modo simples, o gênero de tarefa "medir" é diferente do gênero de tarefa "comparar", no entanto para medir é necessário comparar grandezas de mesma espécie, sendo o resultado de cada medição expresso por um número real positivo e por uma unidade de medida.

Tomemos como exemplo o estudo da grandeza área e consideremos o tampo de uma mesa de forma retangular (objeto do mundo real) como uma superfície plana (objeto geométrico), como podemos observar nas figuras a seguir:

Figura 05 - Objeto do mundo real

Fonte: autoria própria

Figura 06 – Objeto geométrico

Fonte: autoria própria

Nesse caso temos três elementos distintos a considerar para o estudo de área da figura plana, porém intimamente ligados entre si, que são: o objeto geométrico, a grandeza e a medida da grandeza.

O objeto geométrico, no exemplo anterior - superfície plana- representado por uma figura geométrica de forma retangular ABCD, ao qual podemos associar uma grandeza- área- que é uma característica do objeto, ou seja, de forma mais simples, como sendo o tanto de espaço bidimensional que o objeto geométrico possui. O processo de medição da área em uma determinada unidade permite atribuir à área do objeto geométrico um número que, nesse caso, é denominado medida de área na unidade escolhida.

Logo, se escolhermos, por exemplo, o centímetro quadrado (cm^2) para unidade de área, a medida do tampo da mesa nessa unidade pode ser o número 20 000 e, nesse caso, a medida de sua área será indicada pelo símbolo composto 20 000 cm^2. Se adotarmos o metro quadrado (m^2) para a unidade, a medida de área mudará de 20 000 para 2 m^2. Portanto, mesmo mudando as unidades e as medidas, observa-se que a área do tampo da mesa não se altera, por isto, o conceito de área é aqui tomado como componente do campo das grandezas geométricas. São também grandezas geométricas o comprimento, o volume e o ângulo.

2.1 O conceito de área de figuras planas nas pesquisas científicas

O conceito de área, além de ser um conteúdo que motiva bem os alunos nas aulas de matemática, devido à possibilidade de contextos diferenciados, seja no resgate dos conhecimentos prévios oriundos da presença na prática social, seja na abordagem de outras disciplinas ou em outros conteúdos da própria matemática, também motiva diversos pesquisadores a se debruçarem sobre questões relativas tanto ao processo de ensino e da aprendizagem, quanto de resultados de avaliações institucionais referentes a esse conceito.

Destacamos aqui um grupo de pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco, Brasil, intitulado Grupo Pró-Grandeza, que há mais de 10 anos vem aprofundando a compreensão de fenômenos didáticos relativos às grandezas e medidas, em especial área de figuras geométricas planas na qual se baseiam, inicialmente, nas ideias de Douady e Perrin Glorian (1989), posteriormente em Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002) e outros colaboradores.

Resultados de pesquisas deste grupo destaca que, em avaliações de rede na França, os alunos, no nível equivalente do 4º ao 7º anos do ensino fundamental brasileiro, tinham geralmente aproveitamento inferior a 50% nas questões sobre os conceitos de área e perímetro. Essa pesquisa revelou também que os erros mais frequentes entre os alunos avaliados são: confusão entre área e perímetro, uso inadequado de unidades e utilização de fórmulas errôneas (BALTAR, 1996).

Aqui no Brasil, avaliações institucionais tal qual as do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco - SAEPE (2011) apresentam tipos de tarefas de níveis diferentes na mesma prova cujo objetivo é avaliar qual o desempenho dos alunos em cada questão, independente do nível de escolaridade. Os resultados têm revelado que, quando os alunos do 9º ano são solicitados a resolver tipos de tarefas envolvendo área de figuras planas no nível de sua escolaridade, o aproveitamento é inferior a 44%.

Esses resultados poderão estar revelando problemas conceituais e didáticos e, por isso, vêm sendo alvo de diversas investigações nacionais (SILVA, 2011; FERREIRA, 2010; CAVALCANTI, 2010; ARAUJO & CAMARA DOS SANTOS, 2009; HASSAN & HEALY, 2010; SILVA, 2009; BALDINI, 2004) e internacionais (DOUADY & PERRIN-GLORIAN, 1989; BALTAR, 1996; BATURO & NASON, 1996; COMITI & BALTAR, 1997; CHANDREQUE, 1998; COBO & FORTUNY, 2000; D'AMORE & FANDIÑO, 2007; KORDAKI, 2003; TSAMIR, 2007; KOSPENTARIS *et al*, 2011; ANWANDTER-CUELLAR, 2012).

Todas as pesquisas têm por finalidade mais ampla produzir conhecimento no sentido de desvelar as causas das dificuldades no conceito de área, seja por parte dos alunos ou de professores. Algumas pesquisas também analisam a abordagem de livros didáticos ou elaboram e experimentam sequências de atividades como propostas de melhoria no processo de ensino e de aprendizagem desse conceito. Essas pesquisas são geralmente publicadas em anais de eventos, revistas, jornais, boletins ou livros.

Pesquisas realizadas em Moçambique, com alunos do ensino fundamental, a respeito de como as crianças resolvem o tipo de tarefa "comparar área de figuras planas", mostram que elas utilizam técnicas de percepção visual, contagem, superposição e decomposição, mas também utilizam medidas de comprimento não pertinentes, confundindo área com o perímetro (CHANDREQUE, 1998 *apud* PERRIN GLORIAN, 2001) confirmando as hipóteses dos documentos oficiais brasileiros.

Na Austrália, a pesquisa de Baturo e Nason (1996) realizada com professores em formação inicial a respeito das suas próprias concepções de área e as suas ideias sobre o que deve ser ensinado aos alunos revelam que, mesmo sabendo operar corretamente, eles confundem as unidades de medida, o que vem a reforçar a valorização da técnica sem a compreensão do conceito, ou seja, os elementos tecnológico-teóricos são poucos evidenciados. A hipótese dos pesquisadores para as dificuldades apresentadas é que elas poderão ter sua origem na escola, visto que esta apresenta uma tendência em focalizar o aspecto numérico e a introdução precoce do uso de fórmulas, como técnica para a resolução do tipo de tarefa “calcular as medidas de áreas de figuras planas”.

Aqui no Brasil, outra pesquisa que destacamos e que foi realizada com alunos do curso normal médio (futuros professores de nível equivalente ao primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental) foi a de Duarte e Santos (1997), na qual se investigou uma sequência de atividades para a construção do conceito de área. Os resultados indicaram que os próprios professores em formação apresentaram dificuldade no tipo de tarefa “comparar área e perímetro sem a utilização de medidas”. Eles também utilizaram técnicas errôneas, segundo as quais, área e perímetro variavam no mesmo sentido.

Na pesquisa de Duarte (2002), o objetivo foi diagnosticar as técnicas utilizadas pelos alunos da 5ª série (6º ano) do ensino fundamental em relação ao conceito de área, propondo situações de comparação, medida e produção de superfícies. A análise dos resultados indicou uma dificuldade nas tarefas de comparação e produção de áreas sem medidas, pois os alunos não conseguiam diferenciar área e número, assim como superfície e área. Logo, não aceitavam que figuras diferentes podem ter a mesma área. Esses dados confirmam o que foi relatado nas pesquisas de Douady e Perrin-Glorian (1989) realizadas na França e que veremos mais adiante.

A pesquisa de Pessoa (2010), cujo objetivo era diagnosticar as técnicas utilizadas por estudantes do 6º ano do ensino fundamental na resolução do tipo de tarefa “determinar a medida de área de figuras planas em malhas quadriculadas”, detectou que os alunos apresentavam desempenho satisfatório quando as tarefas exigiam apenas a técnica de contagem dos quadradinhos na malha, no entanto quando era solicitada a visualização de uma figura ladrilhável, eles apresentavam grandes dificuldades. A autora também observou que, assim como nos estudos de

Douady e Perrin-Glorian (1989) e Bellemain e Lima (2002), os alunos apresentam dificuldade em dissociar a área do perímetro. Embora o tipo de tarefa seja calcular a medida de área, eles determinam o perímetro.

A pesquisa de Secco (2007) teve por objetivo investigar por meio da técnica de compor e decompor figuras planas, até a demonstração das fórmulas (tecnologia), como o conceito de área pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora aos alunos do 9º ano do ensino fundamental. Para isso, o autor propõe uma sequência didática dividida em três blocos, sendo um com tipo de tarefas empíricas, outro com uso do software Cabri-Géomètre e o último com tipo de tarefas dedutivas para o estudo das fórmulas.

As análises de experimentação da sequência mostraram que o processo de reconfiguração de figuras poligonais planas contribuiu para a apropriação do conceito de área e que esse processo foi significativamente favorável à passagem do empírico para o dedutivo. Tipos de tarefas como essas corroboram com o pensamento de Douady & Perrin Glorian, no sentido que não devemos introduzir técnicas com uso de fórmulas para calcular a medida de área sem que o aluno compreenda o conceito de área de figuras geométricas planas.

Em relação à elaboração e à experimentação de sequências de atividades relativas ao conceito de área, destacamos a pesquisa de Moreira (2010), com foco na formação inicial de professores de matemática, apresentando uma proposta de intervenção didática a partir da abordagem presente nos Elementos de Euclides e a abordagem de Facco (2003), que também apresenta uma proposta de ensino e uma reflexão sobre a aprendizagem do conceito de área a professores do 6º ao 9º ano do ensino fundamental em formação continuada. A sequência didática envolvia técnicas de decomposição e composição de figuras planas. Em ambos os casos, os resultados alcançados apontam no sentido de uma contribuição positiva das abordagens didáticas experimentadas.

Há pesquisas aqui no Brasil, que exploram a análise dos livros didáticos, como podemos destacar a pesquisa de Santos e Bellemain (2007), que analisaram uma coleção de livros didáticos e perceberam que nela havia algumas regularidades na abordagem da figura do paralelogramo e da área dessa figura, as quais correspondem a valores das variáveis didáticas privilegiadas. Verificaram, inclusive, poucas tarefas envolvendo comparação de áreas sem utilizar medidas. Perceberam, além disso, que alguns tipos de tarefas reforçavam as concepções numéricas e geométricas e que existe pouca ênfase na noção de área enquanto grandeza.

Também considerando livros didáticos, destacamos a pesquisa de Silva (2011), que tinha por objetivo analisar as abordagens de comprimento, de perímetro e de área em livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2008 e de 2011 à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Os resultados dessa pesquisa indicaram que, na maioria das obras, a ênfase nas grandezas geométricas é insuficiente e o foco é na medida e não na grandeza. Especificamente em relação ao conceito de área de figuras planas, observou-se que o tipo de tarefa predominante é calcular a medida da área, cujas técnicas utilizadas são a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para ladrilhar a figura e o uso de fórmulas. Já o bloco tecnológico-teórico se apoia essencialmente nas operações fundamentais com números racionais escritos na forma decimal, nas propriedades das figuras geométricas e no campo das grandezas e medidas.

Ainda explorando livros didáticos, temos a pesquisa de Carvalho (2012) que teve como uma das metas investigar como era abordado o conteúdo de área, no Guia de Estudo do aluno do Programa Projovem Urbano. Para isso, ele adotou como quadro teórico e metodológico a Teoria Antropológica do Didático. Os resultados indicaram que a palavra área aparece no material com diversos sentidos e em várias ocasiões, tanto no estudo da matemática como nos demais componentes curriculares. O cálculo da medida de área do retângulo se destaca em relação a outros tipos de tarefa. Duas técnicas podem ser identificadas no Guia de Estudo para resolver tarefas do tipo calcular a medida da área de um retângulo, mas o grau de explicitação dessas técnicas é baixo.

Existem ainda pesquisas que associam mais de um objeto de estudo. Neste caso, destacamos a de Santos (2005), que teve por objetivo investigar as possíveis relações entre a abordagem da área do paralelogramo em uma coleção de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental e as técnicas utilizadas pelos alunos de uma 8ª série na resolução de tipos de tarefas relativos a esse tema.

Os resultados da pesquisa acima indicaram entre outras convergências que, tanto na coleção como nas técnicas dos alunos, há indícios da importância do uso das figuras como suporte de representação. Os resultados também apresentam divergências no sentido de o livro escolher trabalhar inicialmente área com medida e, posteriormente, com técnicas de composição e decomposição. Esperava-se que os alunos pesquisados, usuários do livro didático, apresentassem dificuldades relativas à dissociação entre comprimento e área. No entanto, os alunos distinguem nos tipos de tarefas propostos essas duas grandezas.

Outra pesquisa que associa mais de um objeto de estudo é a de Teles (2007) que investigou imbricações entre os campos conceituais das grandezas, da geometria, bem como no campo numérico, algébrico e funcional na Matemática Escolar, na formulação e no tratamento de tipos de tarefas envolvendo as fórmulas do cálculo de área de figuras planas. Para isso, essa autora analisou a mobilização de invariantes operatórios e representações simbólicas nas técnicas de resolução de alunos e as estratégias utilizadas para o cálculo da medida de área do retângulo em duas coleções de livros didáticos para o ensino fundamental. A análise dos resultados indica que a técnica principal para o cálculo da medida da área do retângulo é a multiplicação das medidas dos comprimentos dos lados.

Na França, a pesquisa de Anwandter- Cuellar (2012) tinha como proposta estudar o lugar e o papel das grandezas na construção de diferentes domínios matemáticos, funcionais, numéricos e geométricos em suas inter-relações na escola, bem como o estabelecimento de um filtro no campo das grandezas, ou seja, tanto estabelecer um quadro para analisar os elementos do ensino dos objetos matemáticos como tomar "cada entrada de maneira relativamente independente, de modo a compor uma análise em que os vários componentes se cruzam e se complementam" (BELLEMAIN, 2013, p. 25). A metodologia envolveu o estudo do livro didático, da prática do professor e do conhecimento aprendido pelos alunos (equivalentes ao 6º e 7º ano do ensino fundamental brasileiro) em relação ao domínio das grandezas. Os resultados da pesquisa permitiram observar dinâmicas internas entre os diferentes domínios no estudo realizado com o conceito de proporcionalidade. Verificou também uma dinâmica dentro do domínio da grandeza área, a qual foi utilizada na escola. Também, criou o filtro das grandezas que serviu de base para outras pesquisas.

2.2 O conceito de área de figuras planas nos documentos oficiais brasileiros

Há quase duas décadas, diversas recomendações curriculares para a Educação Básica, aqui no Brasil, têm valorizado a possibilidade de que cada saber a ser ensinado deve ser tratado por meio de situações-problema, tentando estabelecer as conexões com outros saberes da própria matemática ou, até mesmo, de outras disciplinas. Também há uma orientação no sentido de o professor, em suas aulas, partir do cotidiano do aluno, abordar a história deste componente curricular e enfatizar a matemática presente na vida em sociedade (BRASIL, 1998).

Na década de 90, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) propõem que os conteúdos matemáticos do ensino fundamental sejam organizados em grandes blocos; um deles está destinado ao ensino das grandezas e medidas. Nesse bloco, estudam-se as grandezas físicas (tempo, temperatura, massa, etc.) e geométricas (comprimento, área e volume) e de suas medidas. Os autores ainda preconizam que os conteúdos sejam trabalhados de forma articulada, privilegiando as conexões intra-matemáticas, da matemática com outras disciplinas ou ainda com situações da vida cotidiana e das práticas sociais, o que avaliamos como positivo na proposta.

Concordamos com Bellemain e Lima (2000) quando afirmam que a indicação das Grandezas e Medidas como um bloco de conteúdos aponta para a consideração de que, ao lado dos números e da geometria, as grandezas físicas e geométricas devem ocupar, no plano conceitual, uma posição mais clara do que a que lhe tem sido atribuída no ensino da Matemática.

O bloco das grandezas e medidas é reconhecido nos PCN como um espaço apropriado para a articulação com outros domínios do conhecimento (Números e operações, Espaço e Forma, Tratamento da Informação) e, em particular, quando se trata de conteúdos relativos às grandezas geométricas, existem ricas possibilidades de interligações, proporcionando um vasto campo de tipos de tarefas “que permitem consolidar e ampliar a noção de número e possibilitar a aplicação de noções geométricas” (BRASIL, 1998, p.85). Vale salientar que as grandezas geométricas são abordadas nos PCN em todos os ciclos do ensino fundamental.

Segundo esse documento, é bastante frequente, nas tarefas que envolvem grandezas e medidas, os alunos confundirem noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações incorretas entre elas. Enfatiza ainda que uma das possíveis razões para isso é que raramente os alunos são colocados perante tipos de tarefas em que as duas noções estejam presentes simultaneamente.

Olhando com a lupa da TAD, em relação ao conceito de área de figura geométrica plana, os Parâmetros Curriculares Nacionais distribuem da seguinte forma: inicia-se com os tipos de tarefas ‘calcular área de figuras desenhadas em malha quadriculada’ e ‘comparar áreas de duas figuras sem o uso de fórmulas’, no 4º e 5º ano do ensino fundamental. Focaliza-se no 6º e 7º ano ‘calcular as medidas de área pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas’, enquanto que no 8º e 9º anos volta-se para a questão das fórmulas de áreas de figuras planas. No entanto, o documento alerta que, dependendo da forma como esse conceito é ensinado, ou seja, o tipo de tarefa e técnicas propostas, poderá fazer com que os alunos não compreendam efetivamente esse conceito.

Dessa forma, esse documento propõe que os tipos de tarefas envolvendo áreas de figuras planas devem ser baseados em técnicas que favoreçam a compreensão das noções envolvidas. Algumas dessas técnicas contribuem para a construção do conceito de área como grandeza. Por exemplo, obter, pelo processo de decomposição e recomposição, figuras que tenham a mesma área que uma figura inicial para as quais se dispõe de meio de cálculo de área usando uma fórmula conhecida. Esse tipo de técnica reforça a ideia que figuras distintas podem ter a mesma área, favorecendo a distinção entre os quadros geométricos e as grandezas. Por outro lado, técnicas de medida por contagem, estimativas e aproximações contribuem para a compreensão dos elementos envolvidos nas várias formas de medir área.

Baseados nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o Estado de Pernambuco lançou em 2008 a Base Curricular Comum (BCC) para as redes públicas de ensino, na qual esquematiza as grandes linhas do currículo escolar. Esse documento, diferente dos Parâmetros Curriculares Nacionais, propõe que os conteúdos matemáticos para a Educação Básica sejam organizados em cinco domínios: Números e Operações, Álgebra e funções, Grandezas e Medidas, Geometria e Estatística, probabilidade e combinatória.

Em relação às Grandezas e Medidas, esse documento destaca a importância do estudo desse domínio desde os anos iniciais até o ensino médio. Salienta que “Convém destacar a necessidade de ligação do estudo das grandezas e medidas em situações do cotidiano do aluno” (PERNAMBUCO, 2008, p.87) e afirma que é fundamental a vivência de tipos de tarefas que levem o aluno a comparar grandezas, sem recorrer a medições, principalmente nos anos iniciais de escolarização.

Quanto às grandezas geométricas, a BCC-PE (Base Curricular Comum do Estado de Pernambuco) orienta que, nos anos finais, o tipo de tarefa deve ser ampliado no sentido de buscar a “dissociação entre as figuras (triângulo, quadrilátero, etc), as grandezas associadas à figura (3m, 4 cm^2, $12m^3$, 30º, etc.) e o número associado à medição dessas grandezas (4, 12, 30, etc.)” (PERNAMBUCO, 2008, p. 100). Essa recomendação vai ao encontro da concepção de área adotada nessa tese, que é de considerar área como uma grandeza geométrica autônoma.

Na BCC-PE o conceito de área de figuras geométricas planas está inserido no domínio das Grandezas e Medidas, mas não apresenta claramente em que ano de escolaridade pode ser trabalhado e o que poderá ser estudado. Acreditamos que, por isto, este documento tenha sido ampliado.

Expandindo a discussão sobre o currículo para a Educação Básica, o Estado de Pernambuco avança e elabora um referencial norteador intitulado Parâmetros para a Educação Básica, que, além de apresentar uma reflexão sobre o estatuto da matemática, seu papel neste nível de escolaridade, a matemática e o fazer matemático na sala de aula, também apresenta as expectativas[25] de aprendizagem para cada ano.

Esse documento mantém a organização curricular da BCC-PE em relação aos domínios de conteúdos matemáticos, ou seja, Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra e Funções, Grandezas e Medidas, Números e Operações. No entanto orienta ao professor que:

> É importante que, ao ensinar Matemática, o professor não isole os conteúdos em blocos estanques e autossuficientes e leve em conta que a aprendizagem é mais eficiente quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar (PERNAMBUCO, 2012, p. 14).

Em relação às Grandezas e Medidas, esse documento argumenta que frequentemente é dada excessiva importância a tipos de tarefas que necessitam de conversão de unidades de medidas e aplicações de fórmulas, o que causa, muitas vezes, dificuldades na aprendizagem. Assim defende que se estabeleçam tarefas nas quais os estudantes sejam estimulados a compreender o significado das grandezas e desenvolvam a capacidade de estimar medidas, desde os anos iniciais.

Quanto ao conceito de área de figuras geométricas planas, a orientação dos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco é a de que esse

[25] O termo expectativas é tomado em seu sentido etimológico de espera, ou seja, expectativa de aprendizagem é aquilo que “esperamos que nosso estudante aprenda” (PERNAMBUCO, 2012, p.13).

conhecimento deve ser visto a partir do 3º ano do ensino fundamental. Inicialmente com tipos de tarefas de comparar área de duas figuras planas recorrendo às relações entre elas ou à decomposição e composição, até o estudante ter "condições necessárias para a compreensão de demonstrações mais elaboradas que conduzam a fórmulas para o cálculo de áreas e de volumes de figuras geométricas" (PERNAMBUCO, 2012, p. 134).

Especificamente no Município de Paulista[26]- PE foi elaborada uma Base Curricular da Rede Municipal de Ensino, inspirada nos PCN, com o objetivo de "oferecer subsídios para o trabalho didático pedagógico e colaborar na consolidação das escolas públicas municipais do Paulista como espaços inclusivos e de qualidade" (PAULISTA, 2012, p.14).

O documento citado acima, não configura um currículo único ou mínimo, mas nele estão identificadas as competências[27] a serem desenvolvidas por todos os estudantes da Educação Básica Municipal. Também argumenta que as diretrizes são amplas e flexíveis, mas que são obrigatórias.

Este documento organiza os conteúdos de matemática em quatro domínios: Números e Operações Numéricas, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma e Tratamento da Informação (Estatística e Estudo de Probabilidade). Cada domínio apresenta as competências que deverão ser desenvolvidas pelos estudantes de acordo com o ano de escolarização.

Em relação ao domínio das Grandezas e Medidas, são elencadas competências da Educação Infantil até o 9º ano. Nas orientações do documento fica claro que, na Educação Infantil, no "trabalho acerca das **grandezas,** deve-se priorizar diferentes procedimentos para compará-las, sendo introduzidas noções de medidas de comprimento, peso, volume e tempo, utilizando-se de unidades convencionais e não convencionais" (PAULISTA, 2012, p.207). No entanto, ao verificar as competências do domínio Grandezas e Medidas, percebemos que não há indicativo de utilizar unidades convencionais nesse período, e sim, estratégias pessoais de medida.

Nas orientações sobre o domínio das Grandezas e Medidas para o ensino fundamental, percebemos uma grande confusão relativa à grandeza e à sua medida.

---

[26] Como o contexto da nossa pesquisa aconteceu no município do Paulista/PE optamos por analisar, também, as orientações curriculares do referido município.
[27] No documento não é dito em que sentido está sendo adotado este termo.

Segundo a Base Curricular da Rede Municipal (PAULISTA, 2012, p.211) “É importante saber, de início, que as grandezas (comprimento, massa, tempo, capacidade, temperatura, etc.) e medidas (velocidade, energia elétrica, densidade demográfica) estão presentes em quase todas as atividades da vida em sociedade”. Discordamos do comentário acima em que, por exemplo, a velocidade é considerada como uma medida e não como grandeza. Nesse caso, entendemos que a velocidade é uma grandeza física que pode ser comparada e medida.

Quanto ao conceito de área de figuras geométricas planas, encontramos duas competências referentes a esse assunto nesse documento. A primeira, “calcular medidas usando malhas quadrangulares e triangulares, relacionando unidades de medida a áreas e perímetros de figuras planas”. Essa atividade é sugerida para ser vivenciada a partir do 4º ano e, a segunda, “construir e aplicar fórmulas (área, perímetro, volume, densidade e velocidade), desenvolvendo mecanismos de reconstrução de procedimentos formais e usos dos mesmos em situações-problema”, para ser trabalhada a partir do 6º ano do ensino fundamental.

A Base Curricular municipal parece andar em vias contrárias às orientações dos demais documentos apresentados tanto na esfera nacional quanto na estadual. O que esses documentos preconizam é que, a partir dos tipos de tarefas envolvendo comparações, estimativas e usos de unidades de medidas não convencionais, o estudante compreenda o conceito de grandeza e distinga entre o objeto matemático, a grandeza e a medida da grandeza. Por outro lado, na proposta municipal, espera-se que eles, a partir do 6º ano do ensino fundamental, construam e apliquem fórmulas desenvolvendo estruturas de reconstrução de técnicas formais, o que não permite, a nosso ver, uma construção mais significativa do conceito pelo aluno.

2.3 O processo de ensino do conceito de área de figuras planas

É inegável a presença do conceito de área nas práticas sociais, seja para medir ou estimar a medida de terrenos, pisos, paredes, seja no cotidiano de algumas práticas profissionais, tais como pedreiros, agricultores, engenheiros, costureiras etc. Além de favorecer a articulação com outros blocos da matemática, como, por exemplo, a Geometria, também permite articular com outros conceitos matemáticos, tais como produtos notáveis, fração, volume, etc.

Também, por meio do conceito de área, é possível vivenciar a interdisciplinaridade na escola, pois ele pode contribuir na compreensão de contextos ou problemas de outras áreas de conhecimento, como, por exemplo, no estudo de escalas, densidade demográfica em Geografia; pressão em Física, superfície de contato em Química, desmatamento em Biologia, etc.

Devido à riqueza das suas conexões e à presença no cotidiano, poderíamos supor que o ensino do conceito de área ocorreria de modo simples e que resultaria em uma efetiva aprendizagem do estudante. Entretanto, investigações no domínio da Didática da Matemática revelam a existência de lacunas conceituais relativas ao processo de ensino e de aprendizagem dessa grandeza, o que tem motivado diversos pesquisadores nacionais e internacionais a pesquisar sobre o tema em tela.

Na pesquisa de Santos (2005), é apontado que frequentemente, nas escolas, o conceito de área é ensinado ao estudante de forma pronta e acabada, desvinculada de qualquer contexto. É o caso, por exemplo, do professor que ao ensinar a técnica para o tipo de tarefa “calcular a medida da área do paralelogramo”, apresenta verbalmente a fórmula: “a área do paralelogramo é a base vezes a altura”. Desse modo deixa de valorizar, por exemplo, a invariância da área com relação à escolha do lado tomado como base e de apresentar situações nas quais tal fórmula poderia ser aplicada, ou seja, o bloco tecnológico-teórico fica comprometido.

Essa forma de apresentação do conceito se insere num processo de ensino de Matemática, amplamente criticado, no qual as técnicas são trabalhadas sem compreensão e apenas baseadas no processo de repetição.

Ao mesmo tempo, a crítica pertinente à maneira como o ensino vem sendo estruturado não parece suficiente para explicar as dificuldades dos alunos. Há indícios de uma problemática de origem, não apenas didática, mas também há uma complexidade dos conceitos envolvidos, uma vez que em contextos educacionais distintos, por exemplo, Brasil e França, percebe-se semelhanças nítidas nos comportamentos dos alunos.

Apesar de nossa pesquisa não se voltar diretamente para o processo de aprendizagem, o nosso referencial teórico, que adota área como grandeza autônoma, partiu de uma pesquisa realizada na França pelas pesquisadoras Douady e Perrin-Glorian na década de 80 com estudantes no nível equivalente ao 2º ciclo do ensino fundamental brasileiro, e detectaram algumas dificuldades conceituais de aprendizagem em relação ao conceito de área, como, por exemplo: a área está ligada à superfície e não se dissocia de outras características dessa superfície, ou seja, se duas superfícies distintas possuem a mesma área, para os alunos terão também o mesmo perímetro.

Nesse contexto, as autoras categorizaram as aprendizagens dos estudantes em relação ao conceito de área em concepções geométricas[28] e concepções numéricas[29], afirmando que alguns alunos desenvolveram uma concepção geométrica ou uma concepção numérica, ou ambas, mas de forma isolada (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989).

Segundo as autoras, as concepções numéricas seriam aquelas segundo as quais o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo. Então, uma vez que ele considera que a área é um número ou que focaliza apenas o aspecto numérico, alguns erros associados a esta concepção podem ocorrer, como, por exemplo, omitir a unidade de medida trabalhada. Por sua vez, a concepção geométrica caracteriza-se pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno. Logo, um dos erros associados a essa concepção é, por exemplo, a confusão entre área e perímetro.

Então, a partir da caracterização acima e da identificação de erros decorrentes dessas concepções, as autoras elaboraram e experimentaram uma engenharia didática, chegando à conclusão que a abordagem do conceito de área como grandeza autônoma favorece a construção das relações necessárias entre os aspectos geométricos e numéricos na resolução de tipos de tarefas que envolvem área de figuras geométricas planas. Além disso, elas partem da hipótese que associar precocemente uma superfície a um número contribui para o amálgama entre diversas grandezas.

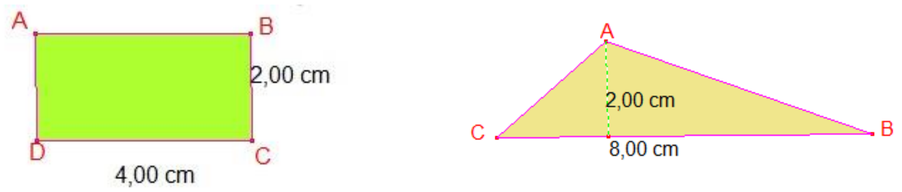
Tomar a abordagem do conceito de área como grandeza corresponde a distinguir três quadros[30]: geométrico**,** constituído por superfícies planas (quadrado, paralelogramo, triângulo, etc.); numérico**,** consistindo nas medidas das superfícies planas, que pertencem ao conjunto R^+ (5; 10; 8,5; 4,7 etc.) e o das grandezas, constituídas por classes de equivalência de superfícies de mesma medida.

[28] Também indicadas pelo termo “concepção forma”
[29] Também indicadas pelo termo “concepção número”
[30] Para Douady (1986), um quadro é constituído por objetos da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa a um momento dado aos objetos e suas relações.

Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida são uma maneira de designar área como grandeza (3cm^2, 10,5m^2, 100mm^2).

Segundo essas autoras, é necessário que o aluno, antes de aprender a medir área, diferencie área e superfície, considerando que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área. No exemplo a seguir, apresentamos duas superfícies diferentes, porém com a mesma medida de área. Para ficar mais claro para o leitor, nos apoiamos na equivalência numérica, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 07 – Modelo de superfícies diferentes que apresentam a mesma medida de área



Fonte: autoria própria

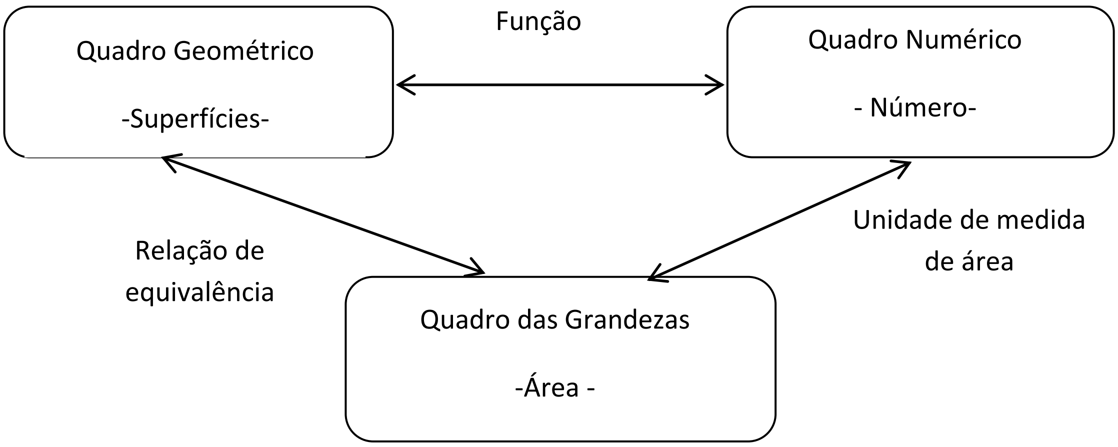
Da mesma forma, elas afirmam que a construção do conceito de área deve distinguir área do número. Exemplo: dado um quadrado de lado medindo 1m teremos a medida da área igual a 1m^2. Por outro lado, se a unidade de medida escolhida for o centímetro teremos o mesmo quadrado com lado medindo 100 cm e área medindo 10 000 cm^2; logo, mudaram as medidas, mas a área permanece inalterada. Além disso, é preciso abordar, ainda nesse período, as diferenças entre área e perímetro.

Sobre as conjecturas acima, Bellemain e Lima (2002, p.29) concluem que:

> A área de uma superfície plana aparece como um objeto matemático distinto da superfície plana, pois superfícies diferentes podem possuir a mesma área. Também se distingue do número que está associado a essa superfície quando se escolhe uma superfície unitária para medi-la, pois mudar a superfície unitária altera a medida de área, mas a área permanece a mesma.

Para tornar ainda mais clara a conexão entre os quadros propostos pelas autoras acima, Bellemain e Lima (2002) propõem um esquema que relaciona a teoria com os estudos de área enquanto grandeza autônoma, como podemos observar a seguir:

Figura 08 – Esquema de articulação dos quadros



Fonte: adaptação do esquema proposto por Bellemain e Lima (2002, p. 44).

Os quadros acima, apesar de serem distintos, são imbricados entre si e apresentam alguns dos principais elementos de base para o desenvolvimento de estudos sobre o conceito de área. Por exemplo, a relação de equivalência, ou seja, ter mesma área, é o objeto que permite passar do quadro geométrico ao das grandezas. Da mesma forma, as unidades de medida de área que admitem passar do quadro das grandezas ao das medidas, e as funções que permitem passar do quadro geométrico ao numérico.

Um dos estudos a respeito do conceito de área baseado nas ideias acima foi realizado por Baltar (1996), que por meio da Teoria dos Campos Conceituais classificou as situações que dão sentido ao conceito de área, enquanto grandeza, em três classes, comparação, medida e produção de superfícies.

Para essa autora, as situações de comparação estão localizadas essencialmente no quadro das grandezas, pois ao compararmos duas superfícies é necessário decidirmos se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. O quadro numérico é destaque nas situações de medida, que têm por finalidade a passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico. E, em relação às situações de produção de superfícies, apesar de a resposta esperada mobilizar o quadro geométrico, a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto ele.

Baseada nos estudos acima e nas leituras sobre o filtro das grandezas produzido por Anwandter-Cuellar (2012) na sua tese de doutorado na França, Bellemain (2013) constrói o “filtro da grandeza área”, ou seja, um instrumento teórico metodológico que norteia as análises do ensino da área de figuras planas. Esse filtro fornece uma grade de descrição e análise das relações institucionais ao objeto em foco.

Nesse filtro são estabelecidos os principais objetos relativos à grandeza área, o lugar e o papel desse objeto e, por último, as organizações matemáticas e didáticas do conceito em tela.

Como um dos nossos objetivos é comparar as organizações matemáticas e didáticas do conceito de área estabelecidas no livro didático e na prática docente do professor, faremos um recorte dando ênfase às organizações matemáticas e didáticas estabelecidas no filtro da grandeza área.

Baseada na classificação de Baltar (1996) referente às situações que dão sentido ao conceito de área e no trabalho de Anwandter-Cuellar (2012) que estabelece gêneros de tarefas relativas às grandezas, Bellemain (2013, p. 27) considera os seguintes tipos de tarefa para a espécie da grandeza área:

> T1: Comparar áreas;
> T2: Determinar uma área;
> T3: Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies;
> T4: Produzir uma superfície de área dada;
> T5: Produzir uma superfície de área maior ou menor que uma área dada;
> T6: Converter unidades de área;
> T7: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.

Ainda no tópico das organizações matemáticas e didáticas, estão inseridos os critérios para as práticas de avaliação da grandeza área. Aqui não se trata da avaliação da aprendizagem, institucional ou da organização e sim, das diferentes maneiras de atribuir valor à grandeza área. Dessa forma, temos a avaliação numérica (exata ou aproximada), a avaliação geométrica (exata ou aproximada) e a avaliação por medição.

Nesta pesquisa, ao nos referirmos ao filtro da grandeza área, tomaremos como referência os tipos de tarefas descritas acima, estabelecidos por Bellemain (2013). No entanto realizamos algumas adaptações.

Em relação a T4 e T5, agrupamos em um único tipo de tarefa “Produzir superfícies de área dada”, uma vez que produzir área maior ou menor poderia ser categorizada como um subtipo de tarefa. Também acrescentamos os tipos de tarefas “Estimar medidas de área de figuras planas e Operar com medidas de áreas de figuras planas”. Logo, temos:

TC – Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas;
TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região;
TT - Converter unidades de medida de área;
TE – Estimar medidas de área de figuras planas;
TO – Operar com medidas de áreas de figuras planas;
TP - Produzir superfícies de área dada;
TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas;
TU - Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.

Para descrever os tipos de tarefas acima, nos apoiamos nas pesquisas de Baltar (1996) e Ferreira (2010), cujo marco teórico era a Teoria dos Campos Conceituais, no entanto, aqui, nosso olhar estará voltado para a Teoria Antropológica do Didático.

Assim, no tipo de tarefa “comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas (TC)” estão inseridas as tarefas que envolvem comparações estáticas, distinção entre tarefas de seriação e de comparação, a natureza das superfícies a comparar e o suporte ou tipo de papel, no qual são desenhadas as superfícies.

Nas tarefas que envolvem comparações estáticas, são dadas duas ou mais superfícies e pede-se para compará-las: quem é maior, a área do quadrado de lado medindo 1m ou o quadrado que tem medida de lado igual a 50 cm? Neste caso, as superfícies não sofreram efeitos de movimento.

Outra tarefa que estará em jogo é a quantidade de superfícies a comparar – duas (comparação direta) ou várias (seriação). Nas tarefas de seriação, é preciso ordenar mais de duas superfícies do ponto de vista de suas áreas, logo é necessário utilizar a transitividade da relação de ordem, fato que não ocorre quando comparamos duas superfícies.

Em relação à natureza das superfícies a comparar, podemos ter paralelogramos, figuras geométricas usuais e superfícies quaisquer, o que torna as técnicas de resolução diferenciadas. Também o suporte ou tipo de papel (pontilhado, quadriculado, papel branco...), no qual são desenhadas as superfícies, modifica consideravelmente a maneira de comparar.

Ainda nas situações de comparação, as técnicas utilizadas são diferenciadas e dependem de cada espécime de tarefa. Podemos diferenciar inicialmente as técnicas numéricas das não numéricas, uma vez que, no primeiro caso, há uma tarefa de medida subentendida, ou seja, mede-se as áreas para comparar as medidas obtidas e, em seguida, deduz-se a ordem das áreas da ordem dos números. Portanto, dada uma unidade de área, a superfície que tiver a maior medida é a que tem maior área; do mesmo modo, se duas superfícies tiverem a mesma medida terão a mesma área.

Segundo Bellemain (2000), a técnica descrita acima poderá favorecer, por um lado, a concepção numérica de área, uma vez que considera área um número, seja pela técnica da contagem ou utilização de fórmulas. Por outro lado, superfícies de mesma medida poderão ter a mesma área, mesmo tendo formas diferentes, o que contribui para a passagem da concepção geométrica para a construção do conceito de área enquanto grandeza.

Outras técnicas, ainda nas tarefas de comparação, que são necessárias distinguir é a consideração de área enquanto grandeza unidimensional ou bidimensional.

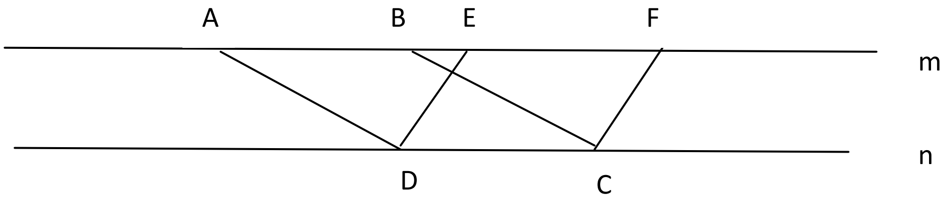
A técnica de considerar área enquanto grandeza unidimensional permite comparar a área de duas superfícies sem a intervenção de outras grandezas. Nessa categoria estão as seguintes técnicas:

a) Inclusão e superposição: dadas duas superfícies S_1 e S_2 com o objetivo de comparar suas áreas, se S_1 por deslocamento estiver totalmente contida no interior de S_2, diremos que a área de S_1 é menor que a área de S_2. Se nesse processo coincidem por sobreposição, diremos que as duas superfícies têm a mesma área. Essa técnica destaca fortemente a presença do quadro geométrico, uma vez que as formas das superfícies comparadas desempenham um papel central no processo. Aqui é utilizada com frequência a invariância da área por isometria e a aditividade das áreas para justificar a técnica (tecnologia).

b) Equidecomposição: esta técnica consiste na decomposição das superfícies e comparação das partes obtidas por superposição. Matematicamente, superfícies equidecompostas têm a mesma área. Essa técnica estimula o estudo de área enquanto grandeza, visto que superfícies de formatos diferentes podem ter a mesma área.
c) Corte colagem: Dada uma superfície S é possível decompô-la em um número finito de partes que são justapostas sem sobreposição e sem perda, formando assim uma nova superfície S_1 que tem a mesma área de S. Matematicamente, a conservação da área é explorada durante o processo, levando à construção do conceito de área enquanto grandeza, uma vez que não é necessária a intervenção dos números para comparar.

Na segunda distinção, entre as técnicas de comparação de área, está a consideração de área enquanto grandeza bidimensional, na qual a intervenção de outras grandezas é fundamental para comparar áreas. Nessa técnica, destacaremos a relação entre área e perímetro que é essencial na resolução das tarefas dessa natureza. Como exemplo, consideremos a comparação das áreas dos dois paralelogramos ABCD e CDEF, sabendo que as retas m e n são paralelas, como mostra a figura a seguir:

Figura 09 – Paralelogramos ABCD e CDEF



Fonte: autoria própria

Podemos observar que, para resolver essa tarefa, é necessário perceber que o comprimento DC é comum aos dois paralelogramos, assim como o comprimento das alturas relativas ao lado DC. Portanto, deduzimos a igualdade das áreas dos paralelogramos a partir das igualdades de comprimentos característicos das figuras comparadas. No caso específico, base e altura. Vale ressaltar a complexidade da técnica, a importância da presença da figura (objeto ostensivo) e a possibilidade do uso da fórmula da área de um paralelogramo.

No tipo de tarefa "Determinar a medida de área de uma figura plana ou região (TD)" destaca-se o quadro numérico, no qual os gêneros medir e calcular estão presentes, diferenciando-se apenas pelas técnicas utilizadas. Concordamos com Lima e Bellemain (2010) quando afirmam que o processo de medição é complexo, pois envolve a escolha de uma unidade de medida e o emprego de técnicas apropriadas, muitas delas apoiadas em instrumentos.

A medida da área pode ser anunciada por um número positivo seguido de uma unidade (medida exata) ou por um intervalo (medida aproximada por enquadramento).

Nas tarefas que envolvem medida por enquadramento, a área de uma superfície de contornos irregulares será aproximada, enquanto que, nas tarefas de medida inteira, para a escolha de uma unidade, é atribuído um número positivo à medida da área da superfície. Dessa forma, temos as técnicas nas quais consideramos área enquanto grandeza unidimensional ou bidimensional:

Para a consideração de área enquanto grandeza unidimensional, temos dois grupos de técnicas: o ladrilhamento e a adição e subtração de áreas. Em ambas, associa-se um número que será sua medida ou, pelo menos, uma medida aproximada a um objeto.

a) Ladrilhamento: dada uma superfície S e uma superfície unitária S_1, dizemos que S é ladrilhável se for possível preencher S com um número inteiro de superfícies S_1, sem que haja sobreposição ou espaços vazios. Um exemplo desse tipo de técnica é quando temos um espécime de tarefa do tipo calcular a medida de área, utilizando malhas quadriculadas, na qual a medida de área é obtida ao comparar a unidade (geralmente o quadradinho) com a superfície.
b) Adição e subtração de áreas: Se uma superfície S for decomposta em duas ou mais superfícies, podemos dizer que a superfície S é a união das partes, desde que o conjunto das superfícies seja disjunto dois a dois. Nesse sentido, se juntarmos as medidas das áreas das partes, obteremos a medida total da área.

Em relação às espécies de tarefas que envolvem a medida de área enquanto grandeza bidimensional, a medida aparece de forma indireta, por meio do uso de fórmulas. São tarefas que apresentam superfícies usuais (quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, etc.) e que geralmente são bem variadas em função das variáveis didáticas[31] e seus valores, como, por exemplo, presença ou não de objetos ostensivos na tarefa solicitada.

Quanto ao tipo de tarefa “Converter unidade de medida de área (TT)” nos leva a representar uma mesma área com unidades de medida diferentes, inclusive medidas agrárias, logo, estão mais situadas no quadro numérico e, em algumas vezes, ausentes do quadro geométrico. Entendemos que, dependendo da maneira como é ensinado, esse tipo de tarefa poderá conduzir os alunos a estabelecerem uma relação errônea entre as unidades de medida de área e as unidades de medida de comprimento, como, por exemplo, 1 metro é igual a 100 centímetros, logo, um metro quadrado é igual a cem centímetros quadrados (FERREIRA, 2010).

O tipo de tarefa “Estimar a medida de área de figuras planas (TE)”, estimula o aluno a realizar mentalmente comparações ou medições com pouca exatidão, mas que resolvem a tarefa desejada. Segundo Lima e Bellemain (2010), esse tipo de tarefa contribui para que haja uma familiarização com os modelos concretos das unidades padronizadas que ajudará na tomada de decisão quanto à escolha mais apropriada para uma determinada medição.

Por exemplo, se quisermos saber qual é a unidade de medida mais adequada para indicar a área de uma casa, teremos que decidir se o mais apropriado é o metro quadrado ou o centímetro quadrado. Dessa forma, criamos uma imagem mental sobre as unidades de medida e a área da casa, levando-nos a estimar que o metro quadrado seja mais conveniente.

No ensino, é importante que se dê oportunidade ao estudante para realizar medições de forma intuitiva, com o emprego de unidades não padronizadas e próximas de seu dia a dia. Nesse sentido, essa tarefa poderá “contribuir para a compreensão do caráter arbitrário da unidade e para desenvolver a habilidade de adequar a unidade à grandeza a ser medida” (LIMA; BELLEMAIN, 2010 p. 178).

Em relação ao tipo de tarefa “Operar com medidas de áreas de figuras planas (TO)”, estão inseridas tarefas nas quais, antes de determinar a área, é necessário realizar operações fundamentais como fração, porcentagem, média, proporcionalidade, etc. Esse tipo de tarefa contribui na perspectiva para os alunos

---

[31] Segundo Grenier (1988), as variáveis didáticas são características da tarefa que têm influência sobre as técnicas de solução utilizadas pelo aluno, o que provoca uma mudança no status das respostas.

perceberem a conexão do conceito de área com outros conteúdos da própria matemática.

No tipo de tarefa “Produzir superfícies de área dada (TP)” destaca-se o quadro geométrico. No entanto a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto ele. Concordamos com Bellemain e Lima (2002) quando argumentam que esse tipo de tarefa é diferente das anteriores do ponto de vista da atividade cognitiva do estudante, uma vez que a produção (resultado da tarefa) poderá ter várias respostas corretas. Aqui estão inseridos os seguintes subtipos de tarefas: produzir uma superfície de mesma área que superfície dada; produzir uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada e produzir superfícies de área dada.

No subtipo de tarefa “produzir uma superfície de mesma área dada”, existe, pelo menos, dois tipos de grupos de técnicas: aquelas que consideram área enquanto grandeza unidimensional ou aquelas que consideram bidimensional.

Ao considerar área enquanto grandeza unidimensional, teremos dois tipos de técnicas: a contagem das unidades de medida de área (técnica semelhante ao ladrilhamento nas tarefas de determinar medida de área) e o processo de corte-colagem (técnica que não tem a intervenção do quadro numérico). Se a área for tomada como grandeza bidimensional, a técnica colocada em prática é das deformações que permitem conservar a área, ou seja, a fórmula do cálculo da medida de área de algumas figuras geométricas planas, como, por exemplo, o paralelogramo, e permite concluir que superfícies de mesma base e mesma altura têm a mesma área, logo, é possível produzir superfícies de mesma área levando em consideração essa propriedade.

No subtipo de tarefa produzir uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada, temos, pelo menos, duas categorias de técnicas: a geométrica e a numérica.

Uma das técnicas geométricas utilizadas é a construção de uma superfície no interior ou exterior da superfície inicial. Matematicamente esta técnica se justifica (tecnologia) porque a área é uma função positiva em que uma superfície inclusa em outra tem uma área menor. A outra técnica é recortar um pedaço ou acrescentar uma parte da superfície inicial. Ambos as técnicas se justificam também pela propriedade de aditividade das áreas (tecnologia).

As técnicas numéricas utilizam a medida de área, seja por contagem de quadradinhos, seja por cálculos, para produzir uma superfície de área maior ou menor. Está baseada na propriedade em que a ordem estabelecida entre as medidas das áreas é a mesma das áreas.

No subtipo de tarefa “produzir superfícies de área dada” é possível utilizarmos as mesmas técnicas descritas anteriormente ou até mesmo combinar técnicas. Exemplo: desenhar em uma malha quadriculada uma superfície retangular, cuja medida de área seja igual a 18 quadradinhos. Neste caso, o estudante poderá produzir uma superfície inicial e, em seguida, distribuir de forma que tenha uma figura retangular, por meio de decomposição ou corte-colagem, obtendo mais de uma resposta.

Em relação ao tipo de tarefa “Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas (TG)” estão inseridas as tarefas nas quais é apresentada no enunciado, a medida da área, e pede-se para calcular perímetro, densidade demográfica, comprimento de um dos lados da figura, valor monetário do terreno, etc. Aqui as técnicas são diversas e dependem da grandeza em jogo. Por exemplo, a medida da área de um quadrado é 196 cm^2. Qual é o perímetro do quadrado? Uma das técnicas que poderia ser utilizada seria determinar o lado (l) por meio da determinação da raiz quadrada de 196, encontrando assim 14 e, em seguida, multiplicar por 4 ou somar as medidas de todos os lados, obtendo, dessa forma, 56 cm.

Por fim, o tipo de tarefa Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU), é muito importante para o desenvolvimento da aprendizagem do conceito de área, pois permite, por um lado, estudar, por exemplo, que simetrias, rotações e a translações conservam a área, enquanto que a homotetia muda a área para mais ou para menos, dependendo da razão. Por outro lado, permite compreender que perímetro e área não variam do mesmo modo.

As técnicas para esse tipo de tarefa também são diversificadas e dependem do tipo de deformação ou transformação. Logo, uma tarefa na qual se pergunta se o comprimento de um retângulo for aumentado X cm, em quantos centímetros quadrados aumentará sua área, instigará o aluno a refletir que, ao alterar a medida de comprimento, o perímetro altera, mas isto não se dá na mesma proporção que a alteração que ocorre na área.

Por tudo isso, resolvemos pesquisar o distanciamento entre a abordagem do livro didático de matemática e a prática docente do professor, especificamente em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas, pois apesar de uma quantidade considerável de pesquisas em torno do conceito de área apresentadas aqui e tantas outras que se afastam muito do nosso objetivo de pesquisa, não encontramos na literatura examinada, estudos que analisassem ao mesmo tempo essa relação e, por isso, despertou de maneira particular o nosso interesse por esse foco.

No próximo capítulo, o leitor terá a oportunidade de entender o esquema metodológico dessa tese, a partir da TAD e dos estudos realizados neste capítulo.

REFERÊNCIAS DO CAPÍTULO

ANWANDTER-CUELLAR, N. **Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France**. Tese de doutorado HPDS (Histoire Philosophie et Didactique des Sciences). Montpellier: Université Montpellier 2, 2012.

ARAUJO, A. J. de; CÂMARA, Marcelo. **Avaliação Externa do Projovem: O Caso de Áreas e Volumes.** BOLEMA - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP). Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Impresso), V Ano 22 p. 23-50, 2009.

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina- Londrina/PR, 2004.

BALTAR, P. M. **Enseignement et aporprentissage de la notion d‟aire de surface planes:** une étude de l‟acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BATURO, A.; NASON, R. Student teatcher‟s subject matter knowledge within the domain of area measurement. **Educational Studies in Mathematics** v.31, p. 235-268, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; **Estudo de situações-problemas relativas ao conceito de área.** In: X ENDIPE- Encontro de Didática e Prática de Ensino. Rio de Janeiro. Ensinar e aprender: sujeitos, saberes, tempos e espaços, 2000. Publicação em CD Rom.

___________________ Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no ensino fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pós-doutoral no exterior financiado pelo CNPq.** Recife, 2013. 95p.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Análises prévias à concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do ensino fundamental**. CD – 23ª ANPEd, 2000.

_________________________________ **Um estudo da noção de Grandeza e Implicações no ensino fundamental e médio.** Séries Textos da História da Matemática, vol. 8. Natal: SBHMAT, 2002.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. Editora Edgard Blücher LTDA. 2.ed. 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, A.J. & CARVALHO, D. L.. Utilizando a história no ensino de geometria. In: **História da Matemática em Atividades Didáticas**. 2.ed.rev. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo do Projovem urbano sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. UFPE. Recife, 2012.

CAVALCANTI, R. F. G. **Grandezas e Medidas na Educação Infantil.** Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2010.

COBO, Pedro & FORTUNY, Joseph Maria. Social interactions and cognitive effects in contexts of área comparison problem solving. **Educational Studies in Mathematics**. v. 42, n.02, 2000.

COMITI, C. & BALTAR, P. Learning process for the concept of area of planar regions in 12–13 year-olds. In **Proceedings of the 21st PME Conference**. v. 3 (pp. 264–271). Lahti, Finland, 1997.

D‟AMORE, B.; FANDIÑO, M.I.P. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Revista Latinoamericana de Investigacion em Matematica Educativa.** vol.10, nº001. março, 2007.

DOUADY R. **“ Jeux de cadres et dialectique outil-objet**”. RDM, Paris, v. 7, n. 2, p.5-31, 1986.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d‟apprentissage du concept d‟aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

DUARTE, J.H & SANTOS, M.R. **Investigação de uma sequencia didática para a construção do conceito de área.** Monografia (Especialização em Ensino de Matemática). UFPE. Recife, 1997.

DUARTE, Jorge Henrique. **Análise de situações didáticas para construção do conceito de área como grandeza no Ensino Fundamental**. Recife. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2002.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**.Tradução Hygino H.Domingues. 5.ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FACCO, S. R. **Conceito de Área: uma proposta de ensino aprendizagem**. São Paulo. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2003.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010.

GRENIER, D. **Construction et etude du fonctionnement d’un processus d’enseignement sur la symétrie orthognale en sixième.** 1988. Tese de Doutorado- l’Université Joseph Fourier, Greboble I, 1988.

HASSAN, S. & HEALY, L.. A Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do Tato. **Boletim de Educação Matemática** (BOLEMA). v. 23 n. 37. Rio Claro- SP, 2010.

KORDAKI, M. The effect of tools of a computer microworld on student‟s strategies regarding the concepto f conservation of área. **Educational Studies in Mathematics**. v. 52, 2003, p.177-209.

KOSPENTARIS, G. ET AL. Exploring students’ strategies in area conservation geometrical tasks. **Educational Studies in Mathematics**. v. 77, 2011, n. 01, p.105-127.

LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**. Editora Harbra, v. 1. São Paulo, 1977.

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. Editora Lamgraf Artesanato Gráfico LTDA. IMPA/VITAE, 1991.

LIMA, P. F.**Considerações sobre o ensino do conceito de área**. LEMAT, Universidade Federal Pernambuco. Recife, 1995.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: **Coleção Explorando o Ensino**. Brasil. Matemática: ensino fundamental. Coordenação João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho, Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, volume 17, 2010, p.167- 200.

MOREIRA, M. D. D.. **Revisitando Euclides para o ensino de áreas: uma proposta para as licenciaturas.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. UFRJ/IM. Rio de Janeiro, 2010.

PAULISTA. Secretaria de Educação. **Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Paulista**. Paulista. PE, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** – Recife, 2008.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2012.

_____________: SAEPE: **Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco**. Relatório 2012/ Secretaria de Educação e Cultura. Recife, PE, 2011.

PERRIN-GLORIAN, M..J. Problems Didactiques lies a L'enseignement des grandeurs: les cas des aires. **Actes de la 11º Ecole d'ete de Didactique des Mathématiques.** ed. Editeurs. Thème nº 4, 1-13, 21 au 30 août, 2001.

PESSOA, G. S. **Um Estudo Diagnóstico sobre o Cálculo da Área de Figuras Planas na Malha Quadriculada: influência de algumas variáveis.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. UFPE. Recife, 2010.

SANTOS, M. R. & BELLEMAIN, P. M. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática. **Educação Matemática em Revista**. SBEM. Ano 13, nº 23. Recife, 2007.

SANTOS, M.R.. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas.** Recife. 178 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SECCO, A. **Conceito de área: da composição e decomposição de figuras até as fórmulas**. São Paulo. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica, 2007.

SILVA, J. A. As relações entre área e perímetro na geometria plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **Boletim de Educação Matemática** (BOLEMA). v. 22 n. 34. Rio Claro- SP, 2009.

SILVA, J. V. G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6ºAno do Ensino Fundamental sob Ótica da Teoria Antropológica do Didático.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife-PE, 2011.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas. Recife.** Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco- UFPE, Recife, 2007.

TSAMIR, P. Should more than one theoretical approach be used for analyzing students' errors? The case of areas, volumes and integration. **For the Learning in Mathematics,** v. 27, n. 02, 2007.

3 METODOLOGIA

Esta tese teve por objetivo analisar o distanciamento entre a prática docente do professor de matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele no 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. Como dito na introdução, não existe uma clareza a respeito da concepção de prática docente em pesquisas realizadas nos principais periódicos da área de educação e ensino de ciências nos últimos dez anos (NETO; AMARAL, 2013), por isso, consideramos como ação do professor, desde a situação de planejamento até a finalização da transposição didática interna do conceito de área.

Para possibilitar uma aproximação mais estreita e uma compreensão melhor do fenômeno da Transposição Didática, optamos por uma abordagem de pesquisa qualitativa de cunho etnográfico.

As pesquisas qualitativas têm como preocupação principal o estudo e a análise do mundo empírico em seu ambiente natural. Nessa abordagem, o pesquisador mantém contato direto com o ambiente e a situação a ser estudada. No trabalho de campo, os dados são coletados usando equipamentos como filmadora, gravador e anotações e o pesquisador deverá aprender a usar sua própria pessoa como mais um instrumento de observação, avaliação e interpretação dos dados coletados (GODOY, 1995).

Concordamos com André (2011, p. 24) quando reflete sobre a dicotomia entre a pesquisa qualitativa e quantitativa e afirma que “não me parece muito conveniente continuar usando o termo ‘pesquisa qualitativa’ de forma tão ampla e genérica”. Ela sugere que esses termos sejam utilizados para diferenciar técnicas de coleta ou tipos de dados colhidos. Ela recomenda, então, usar denominações mais precisas para determinar o tipo de pesquisa realizada, como, por exemplo, a etnográfica.

Segundo essa autora, “a etnografia é um esquema de pesquisa desenvolvido pelos antropólogos para estudar a cultura e a sociedade” (ANDRÉ, 2011, p. 27). Essa afirmativa vem contribuir com a nossa escolha em adotar a Teoria Antropológica do Didático, uma vez que ela situa a atividade de estudo em matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais e que será utilizada, teórica e metodologicamente, nessa pesquisa.

Esse tipo de pesquisa tem por objetivo compreender os procedimentos do dia a dia em suas diversas modalidades (SEVERINO, 2007), isto é, o pesquisador aproxima-se da realidade das pessoas, dos livros adotados pela escola, dos eventos, da escolha de procedimentos e das práticas estabelecidas, compreendendo melhor as instituições sociais.

As pesquisas do tipo etnográfico caracterizam-se na educação, por fazerem uso das técnicas de observação participante, entrevista e análise de documentos. As observações participantes são aquelas em que o pesquisador interage com a situação estudada, afetando-a e sendo por ela afetado. A finalidade das entrevistas é aprofundar as questões e esclarecer os problemas observados, e os documentos são usados no sentido de contextualizar o fenômeno (ANDRE, 2011).

Nesse sentido, apoiados na abordagem qualitativa do tipo etnográfica e na Teoria Antropológica do Didático, elaboramos os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas;
- Caracterizar a organização matemática e didática utilizada pelo professor de matemática que leciona no 6º ano do ensino fundamental, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas;
- Comparar a organização matemática e a organização didática existentes no livro didático e aquelas utilizadas pelo professor de matemática que leciona no 6º ano do ensino fundamental, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas;
- Verificar se existe uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de matemática que leciona no 6º ano do ensino fundamental, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas;
- Identificar o distanciamento entre a prática docente do professor de matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele no 6º ano do ensino fundamental, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas.

Portanto, desenhamos a nossa trajetória metodológica dividida em três partes: a primeira relativa à análise documental do livro didático adotado; a segunda, observação das aulas do professor de matemática e a entrevista não-diretiva; e a última, a comparação entre a análise do livro didático e a prática docente do professor de matemática.

3.1 Análise documental do livro didático de matemática

De uma forma geral, o livro didático é um recurso no qual se encontram estruturados os saberes a serem ensinados aos estudantes. Esses saberes são escolhidos e organizados pela noosfera por meio de Parâmetros Curriculares, diretrizes, propostas curriculares e os critérios do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

De posse dos conteúdos a serem ensinados, os autores elaboram os livros didáticos que serão impressos e divulgados na comunidade escolar. Essa transformação carrega consigo uma organização matemática e didática que contribuirá, ou não, para a aprendizagem do aluno e poderá facilitar, ou não, a aula do professor, ou seja, “não há formas de garantir que os livros sejam utilizados pelos professores de acordo com as concepções que nortearam a sua produção” (CARNEIRO, 2009, p.44).

Para estabelecer uma vigilância epistemológica dos conceitos inseridos nos livros, o Governo Federal tem investido em programas de distribuição e avaliação de livros, tais como, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), garantindo a gratuidade para toda a rede pública do país. Esse fato tem motivado o interesse de diversos pesquisadores, como por exemplo, Santos e Bellemain (2007), Silva (2011) e Carvalho (2012) em avaliar a abordagem dos conceitos inseridos nos livros didáticos.

Para Bittencourt (2003, p. 5), “as pesquisas e reflexões sobre o livro didático permitem apreendê-lo em sua complexidade. Apesar de ser um objeto bastante familiar e de fácil identificação, é praticamente impossível defini-lo”. No entanto, sabemos que o livro didático apresenta várias funções na prática docente, como as descritas por Gérard e Roegiers (1998, apud BRASIL, 2013, p. 12).

- Auxiliar no planejamento anual do ensino da área do saber, seja por decisões sobre a condução metodológica, seja pela seleção dos conteúdos e, também, pela distribuição deles ao longo do ano escolar;

- Auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, tanto no que refere à explanação dos conteúdos curriculares, quanto no tocante às atividades, exercícios e trabalhos propostos;
- Favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência;
- Favorecer a formação didático-pedagógica;
- Auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno.

Outra função que acreditamos ser relevante é a de permitir ter acesso aos aspectos oficiais do objeto de ensino, no nosso caso, a área de figuras planas (SANTOS, 2005), pois em muitos lugares é o único meio de acesso à informação que os estudantes possuem.

Assim, o livro didático é muito mais que um simples "facilitador" ou "instrumento" didático. Ele configura-se como uma fonte de pesquisa, tanto para o professor quanto para o aluno. Dessa forma, o professor transforma novamente o saber para torná-lo mais próximo da realidade do aluno.

Diante do exposto, nosso interesse em estudar o livro didático é exatamente caracterizar as praxeologias matemáticas e didáticas existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental, adotado por uma escola municipal, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. Para isso, estabelecemos alguns critérios que serão descritos a seguir.

3.1.1 O livro didático analisado

O livro didático analisado foi o mesmo adotado pelo professor (sujeito dessa pesquisa) e pela escola aprovado pelo PNLD 2014: MATEMÁTICA**:** Imenes & Lellis, cujos autores são Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, 6º ano do ensino fundamental, 2ª edição 2012.

O livro está dividido em capítulos e estes estão subdivididos em itens os quais apresentam as suas sessões, tais como: Conversar para aprender, Ação, Problemas e exercícios, Problemas e exercícios para casa. Também apresenta no final de cada capítulo uma sessão Para não esquecer e Supertestes.

No final do livro destinado ao aluno é disponibilizado um dicionário, as soluções das sessões Problemas e exercícios para casa e sugestões de leitura. No livro do professor, além das sessões disponíveis no livro do estudante, temos: Problemas e exercícios complementares, Supertestes para autovaliação e um manual intitulado Guia e recursos didáticos.

O livro do 6º ano do ensino fundamental possui 14 capítulos e o capítulo destinado ao conceito de área está na décima primeira posição, intitulado "ÁREAS E PERÍMETROS" que tem 14 páginas, e é subdividido em 3 itens: noção de área, área de retângulos e unidades de medida de área. Esses itens são as unidades fundamentais do capítulo. Em todos eles são trabalhadas as sessões: conversar para aprender, problemas e exercícios e problemas e exercícios para casa. No final do capítulo, o livro apresenta as seções Para não esquecer e os Supertestes. Dessa forma, analisamos todo esse capítulo mais o manual do professor.

3.1.2 Categorias e Critérios de análise do livro didático

Para a análise do livro tomamos dois focos: a organização didática e a organização matemática do conceito de área de figuras geométricas planas.

3.1.2.1 Organização didática do livro didático

Os momentos de estudos propostos por Chevallard (1999) e descritos na fundamentação teórica, tornaram-se categorias de análise que, por sua vez, residiram os critérios que nos guiaram para a análise do livro.

Quadro 03: Categorias e critérios de análise da praxeologia didática do livro didático:

Categorias (momentos)	Critérios de análise
Primeiro encontro	Como inicia o assunto de área de figuras geométricas planas no livro?
Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica.	Como o livro explora os tipos de tarefas? Como se dá a elaboração de técnicas?
Constituição do ambiente tecnológico – teórico.	Como é realizada a construção de justificativas?
Trabalho da técnica	Quando acontece a construção do domínio da técnica? E da precisão da técnica? Há criação de novas técnicas?
Institucionalização	Como se concretiza a institucionalização (No inicio, meio e/ou no fim da abordagem do livro)?
Avaliação	Como acontece a avaliação: No inicio, meio e/ou no fim da abordagem do livro?

Fonte: autoria própria

3.1.2.2 A organização matemática do livro didático

Para melhor compreensão, aqui neste subtópico, dividimos as categorias de análise em três etapas: a primeira, relativa ao tipo de objeto matemático, a segunda, a praxeologia matemática e a terceira, referente ao filtro da grandeza área. No entanto, na análise dos resultados, essas categorias foram analisadas de maneira articulada dentro da própria organização matemática.

Em relação ao tipo de objeto matemático, tivemos dois critérios para a classificação: objetos ostensivos e objetos não-ostensivos, ambos em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas.

Consideramos como objetos ostensivos: as figuras, as malhas, as fórmulas, as ilustrações, etc. Já os não-ostensivos avaliamos quando foram invocados por meio de algum objeto ostensivo, como, por exemplo, o uso de fórmulas.

A segunda etapa de categoria é aquela relativa à praxeologia matemática, ou seja, os tipos de tarefas, as técnicas, tecnologia e a teoria. Aqui nos inspiramos nos critérios definidos por Chevallard (1999) e que são apresentados no quadro a seguir:

Quadro 04: Critérios adotados na análise da praxeologia matemática no livro didático.

Elemento da praxeologia	**Critérios adotados**	**Exemplos de questionamentos a serem observados no livro didático em relação ao conceito de área**
Tipo de tarefa (T)	• Identificação. • Representatividade. • Razão de ser. • Importância. • Pertinência.	As tarefas propostas: a) são **bem identificadas**? b) são **representativas**? c) são **importantes** e tem uma **razão de ser**? d) são **pertinentes**? e) Quais os tipos de tarefas privilegiados no livro?
Técnica (τ)	• Fáceis de utilização. • Confiáveis e aceitáveis. • Abrangentes. • Possíveis de evoluir. • Bem elaboradas.	As formas de resolver as tarefas: a) são bem **elaboradas** ou **apenas esboçadas?** b) são **fáceis de utilizar?** c) são **confiáveis e aceitáveis?** d) são **amplamente usadas em diversos tipos de tarefas? e)** são **possíveis de evoluir?**
Tecnologia e Teoria [θ,Θ]	• Explicitação do conceito. • Apresentação e justificativa do enunciado. • Tipo de justificativa: canônica ou não. • Forma de justificativa: explicativa, dedutiva, etc. • Validade de argumentação. • Exploração do bloco tecnológico-teórico.	O conceito de área de figuras planas é bem explicitado ou não? Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação é somente posto ou este **enunciado** é considerado tacitamente como altivo de si, evidente, natural ou ainda bem conhecido? As formas de justificação são próximas às **formas canônicas** ou são adaptadas às suas condições de utilização e o que permitem justificar? São adotadas **formas de justificações** explicativas, dedutivas, etc? Os **argumentos** utilizados são cientificamente **válidos**? Os resultados do bloco tecnológico-teórico disponibilizado são efetivamente e otimamente **explorados?**

Fonte: autoria própria

A terceira etapa de categoria é relativa à análise da adaptação do filtro da grandeza área proposto por Bellemain (2013) para a organização matemática e didática do nosso objeto de estudo. Aqui, um dos objetivos foi verificar quais os tipos de tarefas presentes na abordagem do livro e, para isso, estabelecemos oito tipos de tarefas diferentes, as quais viraram nossas categorias com os seus respectivos critérios de análise.

Para exemplificar, propomos um critério de análise para a categoria “Converter unidades de medida de área”, ou seja, verificamos se o tipo de tarefa proposto no livro didático referente a essa categoria utiliza ou sugere técnicas de resolução do tipo: representação de uma mesma área com unidades de medida diferentes e/ou transformação de unidades de medida de área.

Existem categorias nas quais a quantidade de critérios de análise é bem maior que o exemplo anterior, como é o caso de “Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas”. Nesse caso, verificamos se as tarefas propostas solicitavam a comparação de duas superfícies ou mais; qual era a natureza das superfícies a serem comparadas; se utilizavam algum suporte (figuras) como apoio e o tipo de papel utilizado e quais eram as técnicas de resolução. O quadro a seguir apresenta uma ideia geral das categorias e seus respectivos critérios de análise.

Quadro 05 – Categorias e critérios de análise dos tipos de tarefas presentes no livro didático de matemática em relação ao conceito de área de figuras planas.

Categorias	Critérios de análise
Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas (TC);	• Quantidade de superfícies a comparar. • A natureza das superfícies a comparar. • Utilização do suporte (figuras) e tipo de papel (malha, papel branco). • Técnicas de resolução: a) Numéricos ou não. b) Inclusão e superposição. c) Equidecomposição. d) Corte-colagem. e) Que envolvem outras grandezas.
Determinar a medida da área de uma figura ou região (TD).	• Características das medidas utilizadas: a) Unidade de medida exata não convencional. b) Unidade de medida exata convencional. • Técnicas de resolução: a) Ladrilhamento. b) Adição e subtração de área. c) Uso de fórmulas.

Converter unidades de medida de área (TT).	• Técnicas de resolução: a) A representação de uma mesma área com unidades de medida diferentes. b) Transformação de unidades de medida de área.
Estimar medida de área de figuras planas (TE).	• Características da estimativa a) Comparação b) Medição
Operar com medidas de áreas de figuras planas (TO).	• Característica da operação a) Conexão com outros conteúdos da matemática
Produzir superfícies de área dada (TP).	• Técnicas para produzir uma superfície de mesma área dada a) Contagem das unidades de área. b) Corte e colagem. c) Deformações das figuras que permitem conservar a área. • Técnicas para produzir uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada. a) geométricas b) Numéricas. • Técnicas para produzir uma superfície de área dada a) Combinações de procedimentos.
Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas (TG).	• Característica da grandeza em estudo a) Que grandeza está sendo solicitada na tarefa? b) Que técnicas estão sendo utilizadas?
Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU).	• Características das transformações e deformações a) Variação da área b) Conservação da área

Fonte: autoria própria

Outro objetivo, a partir da identificação dos tipos de tarefas presentes no livro didático, foi identificar a abordagem do conceito de área predominante, ou seja, numérica, geométrica ou de grandezas, conforme Douady e Perrin Glorian (1989).

Para isso, consideramos as abordagens numéricas aquelas pertencentes ao quadro numérico (medidas de superfícies planas); as abordagens geométricas aquelas pertencentes ao quadro geométrico (superfícies planas) e as abordagens de área enquanto grandeza**,** aquelas que consistem nas classes de equivalência de superfícies de mesma área.

Entendemos que essas categorias e os critérios por nós determinados contribuíram ainda mais para a análise das organizações matemáticas e didáticas do livro em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas.

3.2 Observações das aulas do professor de matemática

Tivemos o propósito de verificar como o professor de matemática, que leciona no 6º ano do ensino fundamental em uma escola pública do município do Paulista, organiza matemática e didaticamente as suas aulas, quando o conteúdo em foco é área de figuras geométricas planas.

Nesse sentido, o professor é responsável pela escolha do melhor caminho a seguir, das estratégias que serão utilizadas, do uso dos materiais, inclusive do livro didático, das situações propostas, das tarefas, do tempo utilizado para cada ação, etc., com o intuito de transformar o saber a ser ensinado em saber ensinado.

É claro que cada escolha realizada pelo professor carrega uma subjetividade marcada pela sua história de vida pessoal e pela sua formação profissional, ou seja, o professor cria um novo texto didático, o metatexto, a partir do texto do saber. Essa criação também está condicionada aos programas de ensino, às diretrizes, orientações e propostas curriculares e aos livros didáticos que influenciarão o planejamento e a execução da sua aula.

Para atender o nosso objetivo, realizamos observações na sala de aula em tela, desde o início até o término da abordagem do conteúdo de área de figuras planas.

Nessa pesquisa, utilizamos a observação participante como uma técnica de coleta de dados, a qual "é obtida por meio do contato direto do pesquisador com o fenômeno observado para recolher as ações dos atores em seu contexto natural, a partir de sua perspectiva e seus pontos de vista" (CHIZZOTTI, 2003), ou seja, estávamos inseridos na sala de aula.

Ainda que, geralmente, se pense que na observação participante haja uma imersão total do pesquisador no contexto observado, tornando-se um componente do grupo, "o nível de participação do observador é bastante variável, bem como o nível de exposição de seu papel de pesquisador aos outros membros do grupo estudado" (ALVES-MAZZOTTI & GEWANDSZNAJDER, 2000, p.167). Nessa perspectiva, estávamos em sala de aula por um período determinado, sem interferir efetivamente na organização proposta pelo professor.

Entendemos que observar a sala de aula não é uma atividade simples, pois, é neste espaço que alunos e professores encontram-se assumindo papéis específicos em relação ao saber em jogo, no entanto, estão fortemente ligados e em permanente interação. Por isso, nosso foco foi observar o fenômeno da transposição didática e, em seguida, interpretar o que foi observado a partir da TAD.

3.2.1 Contexto e o sujeito da pesquisa

Esse estudo foi desenvolvido em uma escola pública do município do Paulista-PE. A escolha por esse município deu-se pelo fato de a pesquisadora ter mais acesso aos professores de matemática e às escolas municipais, viabilizando assim o desenvolvimento da pesquisa.

O município do Paulista fica localizado no litoral norte da região metropolitana do Recife. É uma cidade situada a 17 km da capital pernambucana. Durante muitos anos foi chamada de cidades das chaminés devido à quantidade de fábricas de tecidos, inclusive a Hering e a Santista, que existiam na região e que produziam para todo o país. Hoje a atividade econômica predominante é o setor de serviços, comércio, turismo e um parque industrial, que abriga empresas de diversos setores, dinamizando a economia da região e gerando emprego para a população.

O município do Paulista tem, atualmente, 74 escolas que atendem a alunos do ensino fundamental, sendo que apenas 22 desse total trabalham com alunos dos anos finais dessa modalidade de ensino. Assim, temos escolas na área da praia, no centro e na zona rural.

A escolha por esta escola se deu em função de o professor se disponibilizar a participar da pesquisa. Por outro lado, optamos pelo 6º ano do ensino fundamental, pois é nesse período que o conceito de área de figuras planas deve ser construído e ampliado gradativamente.

Participou da pesquisa um professor (**P**) do quadro efetivo da instituição, licenciado há 13 anos e especialista em matemática, que leciona nesta escola há oito anos, ensina e utiliza o livro didático de matemática nesta turma e se disponibilizou a vivenciar todas as etapas do estudo. Mesmo o nosso foco não sendo a aprendizagem e sim o ensino, tivemos indiretamente os estudantes participando ativamente da pesquisa e, por isso, eles foram representados nas nossas transcrições pela letra **A** seguida de uma numeração indo-arábica (1,2,3...), desse modo tivemos A1, A2,.....A32. Caso a fala seja realizada por mais de um aluno temos $\mathbf{A_s}$.

3.2.2 Instrumento de coleta de dados

Utilizamos a videogravação como instrumento de coleta de dados na técnica de observação da sala de aula, pois nossa pesquisa pretendia observar como acontecia a organização matemática e a organização didática, propostas pelo professor; é o que André (2007) chama de microetnografia, ou seja, sai da etnografia geral para algo mais específico. Essa autora ainda comenta sobre o lado positivo de usar videografia em pesquisas, argumentando que:

> O próprio vídeo pode ser visto, analisado e suas interpretações podem ser abertamente discutidas, tornando-se um documento mais público que as anotações de campo. Por outro lado, a possibilidade de rever o vídeo inúmeras vezes, discutir e confrontar diferentes interpretações vai refinando a análise, até atingir uma aproximação mais precisa ao objeto pesquisado (ANDRÉ, 2007, p. 108).

Dessa forma, filmamos dez aulas, cada uma com a duração de 50 minutos, totalizando 8h20minutos de gravação. Todas as aulas foram transcritas e analisadas, o que, a nosso ver, nos ajudou a perceber aspectos que por ventura passaram despercebidos na análise do vídeo de uma forma geral.

Para melhor compreensão das transcrições criamos alguns símbolos, como podemos observar no quadro a seguir.

Quadro 06 – Símbolos e legendas utilizadas nas transcrições das aulas

RP - Registro do Professor na lousa	Qualquer tipo de registro do professor sejam informações, palavras, números, resolução de tarefas, na lousa.
	Explicação do pesquisador, para alguma ação, termo ou fala que surgirem no diálogo do professor com os alunos.
(Pausa)	Refere-se a pequenas pausas, de alguns segundos, entre uma fala e outra, ou entre uma ação e outra.
Reticências ...	Quando uma fala é interrompida ou não concluída, ou ainda, quando abre espaço para falas dos outros interlocutores.

Fonte: autoria própria

As transcrições foram escritas de maneira literal das falas respeitando a linguagem do professor e dos alunos, por isso, expressões como né, tá, tô e erros de concordância (nominal e verbal) foram preservados no texto. Não usaremos o *sic* pela grande quantidade de expressões desse tipo (ver apêndices A e B).

3.2.3 Categorias e Critérios de análise das aulas do professor

Para a análise da observação das aulas foram tomadas as mesmas categorias e critérios, descritos para a análise do livro didático, ou seja, a organização didática e a organização matemática do conceito de área de figuras geométricas planas.

3.2.3.1 A organização didática das aulas do professor

Aqui também utilizamos as mesmas categorias e critérios descritos para a análise do livro didático. Nosso objetivo é verificar como o professor propõe e executa cada momento de estudo.

Quadro 07 – Categorias e critérios de análise relativa às observações das aulas do professor no que se refere à organização didática.

Categorias (momentos)	Critérios de análise
Primeiro encontro	Como o professor realiza o primeiro encontro dos alunos com o conceito de área?
Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica.	• A exploração do tipo de tarefa na sala de aula. • A Elaboração de técnicas na sala de aula.
Constituição do ambiente tecnológico – teórico.	• Como o professor constrói as justificativas.
Trabalho da técnica	Como o professor trabalha: • Domínio da técnica. • Precisão da técnica. • Criação de novas técnicas.
Institucionalização	Como o professor concretiza a institucionalização? No início, meio e/ou no fim da abordagem do assunto?
Avaliação	Como acontece a avaliação? No início, meio e/ou no fim da abordagem do assunto? De que forma os alunos são avaliados pelo professor? Que tipos de tarefas são privilegiados?

Fonte: autoria própria

Durante a observação das aulas também verificamos se o professor utilizava efetivamente o livro didático nas suas aulas, como era realizado esse uso e que tipos de tarefas eram privilegiados.

3.2.3.2 A organização matemática das aulas do professor

Do mesmo modo da análise do livro didático, aqui dividimos as categorias de análise em três etapas: a primeira, relativa ao tipo de objeto matemático; a segunda, a praxeologia matemática e a terceira, referente ao filtro da grandeza área.

Nas observações das aulas foram identificados os objetos ostensivos e não-ostensivos que o professor utilizou no desenvolvimento das suas aulas (Quais são os objetos ostensivos privilegiados? Qual a natureza desses objetos? O que impede e o que faz avançar no processo de aprendizagem em relação aos objetos não-ostensivos?)

Em relação à praxeologia matemática, seguimos as mesmas categorias e critérios adotados no livro didático, conforme o quadro a seguir.

Quadro 08– Critérios de análise relativos às observações das aulas do professor referente à organização matemática.

Elemento da praxeologia	Critérios adotados	Exemplos de questionamentos a serem observados nas aulas do professor em relação ao conceito de área
Tipo de tarefa (T)	• Identificação. • Representatividade. • Razão de ser. • Importância. • Pertinência.	Os tipos de tarefas propostos pelo professor são **bem identificados**? São bem **representativos**? I**mportantes, pertinentes** e tem uma **razão de ser**?
Técnicas (τ)	• Fáceis de utilização. • Confiáveis e aceitáveis. • Abrangentes. • Possíveis de evoluir. • Bem elaboradas.	As formas como o professor resolve as tarefas são bem **elaboradas** ou **apenas esboçadas?** As formas de resolver as tarefas são **fáceis de utilizar?** São **confiáveis e aceitáveis?** São **amplamente usadas em diversos tipos de tarefas?** São **possíveis de evoluir?**
Tecnologia e Teoria [θ,Θ]	• Explicitação do conceito. • Apresentação e justificativa do enunciado. • Tipo de justificativa: canônica ou não. • Forma de justificativa: explicativa, dedutiva, etc. • Validade de argumentação. • Exploração do bloco tecnológico-teórico.	O conceito de área de figuras planas é bem explicitado ou não na aula do professor? Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação é somente posto ou este enunciado é considerado tacitamente como altivo de si, evidente, natural ou ainda bem conhecido? As formas de justificação são próximas às formas canônicas ou são adaptadas às suas condições de utilização e o que permitem justificar? São adotadas formas de justificações explicativas, dedutivas, etc? Os argumentos utilizados são cientificamente válidos? Os resultados do bloco tecnológico-teórico disponibilizado são efetivamente explorados e otimizados?

Fonte: autoria própria

Além disso, a nossa preocupação esteve, também, em identificar que tipos de tarefas eram propostas pelo professor, quais as técnicas utilizadas e como o bloco tecnológico-teórico atua para justificar as técnicas.

Quanto ao filtro da grandeza área proposto por Bellemain (2013) para a organização matemática e didática do nosso objeto de estudo, também seguimos as mesmas categorias e critérios de análise do livro.

Inicialmente, tal como na análise do livro didático, identificamos, na organização matemática e didática das aulas do professor, os tipos de tarefas presentes e, para isso, utilizamos o filtro da grandeza área proposto por Bellemain (2013), porém com alguns recortes e adaptações, o que gerou as categorias e critérios de análise.

Para exemplificar, propomos um critério de análise para a categoria “Determinar a medida da área de uma figura ou região”, ou seja, verificamos se os tipos de tarefas propostos pelo professor, nas suas aulas referentes a essa categoria, utilizam ou sugerem técnicas de resolução do tipo: ladrilhamento, adição e subtração de áreas e/ou uso de fórmulas. Do mesmo modo, verificamos se as medidas utilizadas são de natureza exata ou aproximada e se elas são convencionais ou não.

A seguir, apresentamos uma ideia geral das categorias e seus respectivos critérios de análise que foram observados durante a ação do professor em sala de aula, seja ela utilizando, ou não, o livro, no discurso, na interação com os alunos ou na utilização de diferentes recursos didáticos, além do livro.

Quadro 09 – Categorias e critérios de análise dos tipos de tarefas presentes na aula do professor de matemática em relação ao conceito de área de figuras planas.

Categorias	Critérios de análise
Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas (TC).	• Quantidade de superfícies a comparar. • A natureza das superfícies a comparar. • Utilização do suporte (figuras) e tipo de papel (malha, papel branco). • Técnicas de resolução: a) Numéricos ou não. b) Inclusão e superposição. c) Equidecomposição. d) Corte-colagem. e) Que envolvem outras grandezas.
Determinar a medida da área de uma figura ou região (TD).	• Características das medidas utilizadas: a) Unidade de medida exata não convencional. b) Unidade de medida exata convencional.

	• Técnicas de resolução: a) Ladrilhamento. b) Adição e subtração de área. c) Uso de fórmulas.
Converter unidades de medida de área (TT).	• Técnicas de resolução: a) A representação de uma mesma área com unidades de medida diferentes. b) Transformação de unidades de medida de área.
Estimar medida de área de figuras planas (TE).	• Características da estimativa a) Comparação b) Medição
Operar com medidas de áreas de figuras planas (TO).	• Característica da operação a) Conexão com outros conteúdos da matemática
Produzir superfícies de área dada (TP).	• Técnicas para produzir uma superfície de mesma área dada a) Contagem das unidades de área. b) Corte e colagem. c) Deformações das figuras que permitem conservar a área. • Técnicas para produzir uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada: a) geométricas b) Numéricas. • Técnicas para produzir uma superfície de área dada a) Combinações de procedimentos.
Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas (TG).	• Característica da grandeza em estudo a) Que grandeza está sendo solicitada na tarefa? b) Que técnicas estão sendo utilizadas?
Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU).	• Características das transformações e deformações a) Variação da área b) Conservação da área

Fonte: autoria própria

Outro objetivo foi perceber qual era a abordagem privilegiada pelo professor nas suas aulas sobre área de figuras planas e como elas eram exploradas. Dessa forma, tivemos como categorias a abordagem numérica (tipos de tarefas que envolvem o quadro numérico- medidas de superfícies planas), geométrica (tipos de tarefas do quadro geométrico – superfícies planas) e de grandezas (tipos de tarefas do quadro das grandezas – classes de equivalência de superfície de mesma área).

3.3 Entrevista realizada com o professor de matemática

Com o intuito de conhecer melhor o sujeito que iria participar da pesquisa e buscar informações sobre o seu planejamento, utilizamos mais uma técnica de pesquisa, a entrevista.

Segundo Severino (2007), a técnica de entrevista aproxima o pesquisador do pesquisado e possibilita uma maior interação entre as partes. Nessa perspectiva, o pesquisador tem por objetivo apreender o que o sujeito pensa, compreende, imagina, representa, faz e argumenta.

Este tipo de técnica subdivide-se em entrevista diretiva e não-diretiva. No primeiro caso, o entrevistador segue um roteiro rígido. Nele não é admitido, por exemplo, mudar a ordem das perguntas ou até mesmo fazer pequenas adaptações na ocasião da entrevista. Para o segundo tipo, mesmo estando com um roteiro, o pesquisador é livre para direcionar cada fase da entrevista para qualquer direção.

Quanto ao tipo de entrevista, utilizamos a não-diretiva, que consiste em colher informações do sujeito a partir do discurso livre. "O entrevistador mantém-se em escuta atenta, registrando todas as informações e, só intervindo, discretamente para, eventualmente, estimular o depoente" (SEVERINO, 2007, p. 124).

Nesse sentido, utilizamos câmera de filmar, gravador de áudio e um roteiro de perguntas que serviram de orientação para a entrevista, porém outras questões foram surgindo durante o seu andamento. Em seguida transcrevemos as falas, de forma a poder aproveitar o máximo possível o que dizia o professor.

Os dados coletados na entrevista foram avaliados a partir da análise de conteúdo de Bardin (2009), entendida como um método de pesquisa que se situa em um esboço mais amplo da teoria da comunicação e tem como ponto de partida a mensagem. Essa autora define análise de conteúdo como:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos e qualitativos) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2009, p. 38).

Na análise de conteúdo, os dados coletados são submetidos a um processo de unitarização, ou seja, esse processo consiste em reler com cuidado o material com a finalidade de definir a unidade de análise, que "é o elemento unitário de conteúdo a ser submetido posteriormente à classificação. Toda categorização ou classificação necessita definir o elemento ou indivíduo unitário a ser classificado" (MORAES, 1999, p. 11).

Nessa pesquisa, a natureza das unidades de análise foram palavras e frases, ou seja, dividimos cada resposta do professor em unidades menores. Mas só isso não bastava, precisamos definir a unidade de contexto, que é muito mais ampla do que a de análise, serve de referência a ela e imprime um significado.

Para exemplificar, tomemos a seguinte pergunta: O que você leva em consideração ao preparar as suas aulas de matemática? Aqui, tomamos como unidade de contexto "planejamento geral" e as palavras "proposta curricular", "PCN/BCC", "Livro didático", "realidade da escola", "realidade dos alunos" são exemplos de unidade de análise.

Na entrevista, nos planejamos para seis perguntas, mas no decorrer dela acrescentamos mais duas, totalizando oito perguntas. No quadro a seguir, apresentamos as perguntas da entrevista com suas respectivas unidades de contexto e unidades de análise:

Quadro 10 – Entrevista não-diretiva realizada com o professor de matemática antes da observação das aulas.

Perguntas	Unidade de contexto	Unidade de análise (palavras)
1 O que você leva em consideração ao preparar as suas aulas de matemática?	Planejamento Geral	• Proposta curricular. • PCN / BCC. • Parâmetros Estaduais • Livro didático. • Realidade da escola. • Realidade dos alunos • Recursos disponíveis.
2 Que recursos você usa para preparar suas aulas?	Fonte de pesquisa para planejamento;	• Proposta curricular. • PCN / BCC. • Parâmetros Estaduais • Livros didáticos • Colega de profissão • Internet
3 De onde você retira as atividades propostas aos alunos?	Fontes de pesquisa para os alunos	• Livro didático • Internet • Apostilas • CD rom

4 Como você faz para ensinar um assunto novo?	Transposição do saber	• Observação do conhecimento prévio • Planejamento • Definição e aplicação de tarefas • Proposição de situações problemas • Remonta à História da Matemática
5 Como você faz a avaliação de um conteúdo ministrado?	Avaliação	• Continuamente • Final do curso • Testes escritos • Provas
6 Exceto o livro didático adotado pela escola, você utiliza outro livro, apostila ou manual nas suas aulas de matemática? Qual (is)?	Recursos didáticos diversos	• Não uso nenhum • Fichas de exercícios • Outros livros • Apostilas
Extra – Você lembra o nome do site que realiza pesquisa?	Fonte de pesquisa para planejamento	• Sites públicos • Sites privados
Extra – Você gostaria de falar algo sobre a sua prática docente?	Prática docente	• Relação institucional/ planejamento • Relação com o saber • Relação com os alunos.

Fonte: autoria própria

No processo de categorização dos dados, a análise de conteúdo aponta dois caminhos que podem ser seguidos: as categorias criadas *a priori* e as categorias que não são definidas *a priori*. Nesse instante, optamos pela possibilidade de categorizar posteriormente, pois acreditamos que elas irão emergir do discurso, do conteúdo das respostas. Nesse sentido, Franco (2007, p. 62) afirma que:

> As categorias vão sendo criadas à medida que surgem nas respostas, para depois serem interpretadas à luz das teorias explicativas. Em outras palavras, o conteúdo, que emerge do discurso, é comparado com algum tipo de teoria. Infere-se, pois, das diferentes "falas", diferentes concepções de mundo, de sociedade, de escola, de indivíduo, etc.

Dessa forma, acreditamos que a partir do discurso do professor poderemos interpretar as respostas à luz do conceito de área de figuras geométricas planas e da Teoria Antropológica do Didático, adotados e descritos na nossa fundamentação teórica.

3.4 A comparação entre o livro didático e a prática do professor de matemática.

Após o levantamento dos dados coletados obtidos por meio da análise documental do livro didático, da entrevista e das observações das aulas do professor, comparamos os dados obtidos dos diferentes instrumentos utilizados. O objetivo aqui foi verificar se através da comparação existia alguma relação entre o livro didático e a prática docente, ou seja, existia convergência? Divergência? A forma como o conteúdo é abordado no livro era a mesma forma que o professor aborda em sala de aula? Que distanciamento existe entre a abordagem do livro e a do professor? Essas eram algumas inquietações que respondemos a partir da pesquisa.

As categorias e critérios de análise que serviram de comparação entre o livro didático e a prática do professor, seguem o mesmo perfil até aqui trabalhado, ou seja, a organização matemática e didática do conceito de área de figuras geométricas planas.

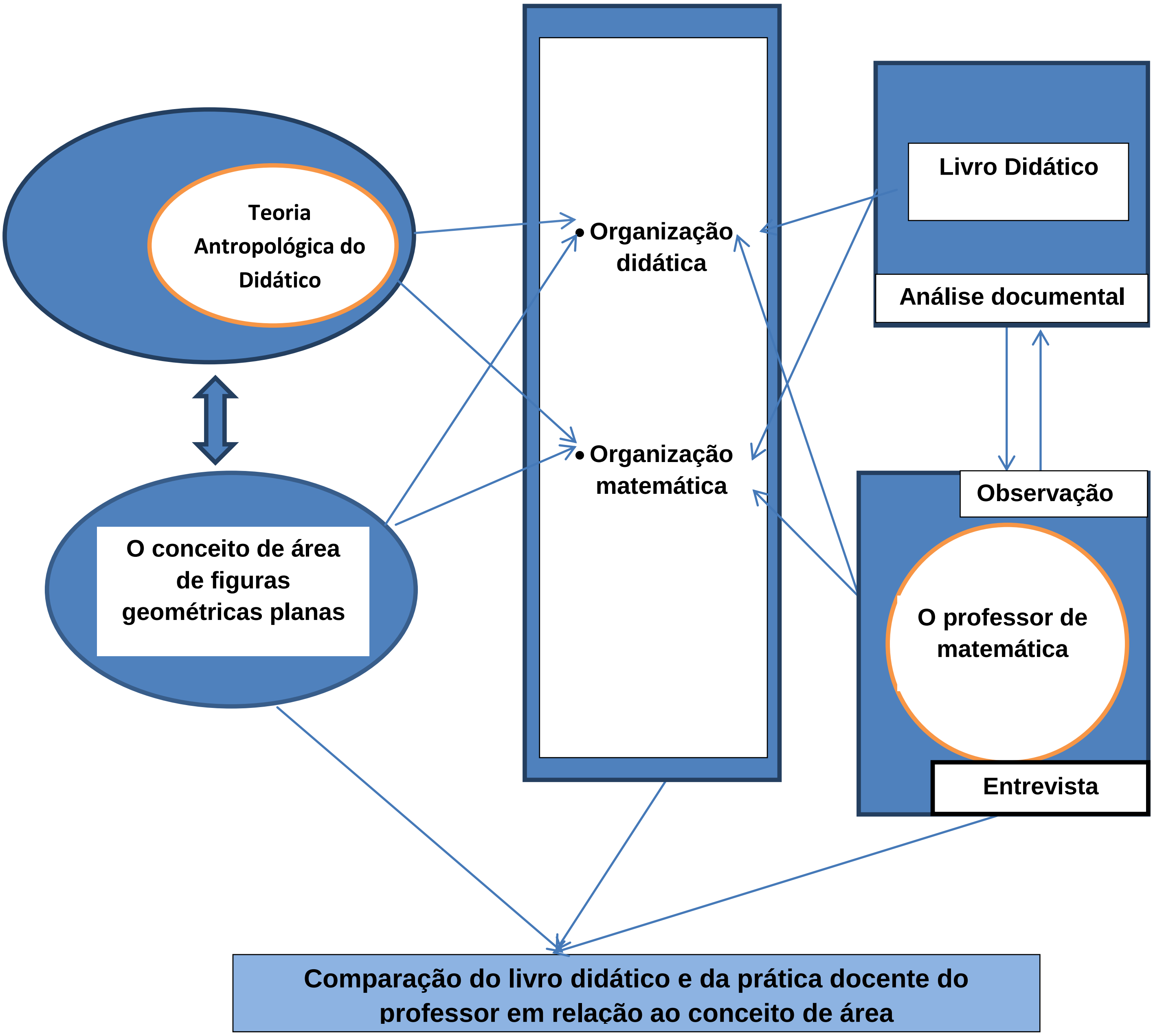
Os procedimentos metodológicos da pesquisa iniciaram-se com a entrevista com o docente, posteriormente foi realizada a análise do livro didático, a observação das aulas do professor de matemática e a comparação entre o livro e as aulas.

Compreendemos que a Transposição Didática está inserida na Teoria Antropológica do Didático, na qual nos apoiamos, na noção de organização matemática e didática. Por sua vez, o conceito de área de figuras planas foi observado e analisado a luz da TAD. Logo, as praxeologias formaram a fronteira entre a teoria e a metodologia.

A análise documental do livro didático, as observações das aulas do professor e as entrevistas foram guiadas pelos elementos de fronteira do nosso esquema, que a todo tempo esteve conectado com as bases teóricas. Reunindo as bases teóricas, os elementos de fronteiras e a base metodológica realizamos uma comparação entre a abordagem do livro e as aulas do professor de matemática.

Nesse sentido, elaboramos um esquema ilustrativo que representa as bases teóricas e metodológicas da pesquisa como representado na figura a seguir.

Figura 10 – Representação teórico-metodológica da tese



Fonte: autoria própria

Portanto, com base nas teorias e na metodologia aqui descrita, analisamos o distanciamento entre a prática do professor de matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele no 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas.

REFERÊNCIAS DO CAPÍTULO

ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa**.** 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2000.

ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Etnografia da prática escolar**. Campinas, SP: Papirus, 18 ed. 2011.

__________________Avanços no conhecimento etnográfico da escola. In: FAZENDA, I. (Org.) **A pesquisa em educação e as transformações do conhecimento**. 9 ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no Ensino Fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pos-doutoral no exterior financiado pelo CNPq.** Recife, 2013. 95p.

BARDIN L. **Análise de conteúdo**. Lisboa, Portugal; Edições 70, LDA, 2009.

BITTENCOURT, C. M. F.. Em foco: história, produção e memória do livro didático. **Educação e Pesquisa.** v. 30, n. 3. São Paulo: Set/2003.

BRASIL. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2014: matemática – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

CARNEIRO, M. A. B. **A transposição didática e os conteúdos de meio ambiente e educação ambiental em áreas de manguezais na 4ª série do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo do Projovem urbano sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e tecnológica. UFPE. Recife, 2012.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l´approche anthropologique. In: . **Recherches em didactique des mathématiques,** Grenoble, Éditions La Pensée Sauvage, v.19.2, n.56, p.221-265, 1999.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. São Paulo, 6.ed.Cortez Editora, 2003.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d‟apprentissage du concept d‟aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

FRANCO, M. L.P.B. **Análise de conteúdo.** Brasília, 2.ed. Liber Livro Editora, 2007.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. In: **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 35, n.2, p. 57-63, Mar/Abr.1995.

IMENES, L.M.; LELLIS, M. **Matemática**: Imenes e Lellis. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2012.(6º ano do Ensino Fundamental).

MORAES, R. Análise de Conteúdo. In: **Revista Educaçã**o, Porto Alegre, v.22, n.37, p.7-32.

NETO, A.L.G.C.; AMARAL, E.M.R. Abordagens sobre a prática docente em pesquisas em ensino de Ciências no período de 2002 a 2012. Anais do **IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências** – IX ENPEC. São Paulo, 2013.

SANTOS, M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas.** Recife. 178 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, Paula. M. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática. **Educação Matemática em Revista**. SBEM. Ano 13, nº 23. Recife, 2007.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23 ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, J. V. G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6ºAno do Ensino Fundamental sob Ótica da Teoria Antropológica do Didático.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife-PE, 2011.

4 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Nesse capítulo apresentamos a análise do livro didático adotado pelo professor (sujeito dessa pesquisa) e pela escola no PNLD 2014, ou seja, **MATEMÁTICA:** Imenes & Lellis, cujos autores são Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, 6º ano do ensino fundamental, na sua 2ª edição em 2012.

O livro está dividido em capítulos que estão subdivididos em itens, os quais apresentam as suas sessões, tais como: *Conversar para aprender*, *Ação*, *Problemas e exercícios*, *Problemas e exercícios para casa*. Também apresenta no final de cada capítulo uma seção *Para não esquecer* e *Supertestes*.

No final do livro destinado ao aluno, é disponibilizado um Dicionário, as soluções das sessões *Problemas e exercícios para casa* e sugestões de leitura. No livro do professor, além das sessões disponíveis no livro do estudante, temos: *Problemas e exercícios complementares*, *Supertestes para autovaliação* e um manual intitulado, *Guia e recursos didáticos*.

O livro analisado possui 14 capítulos e o capítulo destinado ao conceito de área está na décima primeira posição, intitulado “ÁREAS E PERÍMETROS”.

Das 312 páginas que o livro do aluno contém, o capítulo destinado a **ÁREAS E PERÍMETROS** apresenta 15 páginas, subdividido em três itens: *noção de área*, *área de retângulos* e *unidades de medida de área*. Esses itens são as unidades fundamentais do capítulo. Em todos eles são trabalhadas as sessões: *Conversar para aprender*, *Problemas e exercícios* e *Problemas e exercícios para casa*. No final do capítulo apresenta *Para não esquecer* e os *Supertestes*. Dessa forma, analisamos todo esse capítulo mais o *Guia e recursos didáticos*.

Segundo o *Guia e recursos didáticos*, “as noções de área e perímetro começaram a ser construídas já nos anos iniciais” (p. 57). Uma das preocupações dos autores é não esgotar o conteúdo em apenas um ano, mas possibilitar ao aluno ver o mesmo objeto do saber com enfoques diferentes e novos aprofundamentos.

Ainda nesse Guia, o enfoque dado ao conceito de área no livro do 6º ano do ensino fundamental é o “número de quadradinhos unitários contidos na figura; unidades mais usadas do sistema métrico e suas relações; fórmulas para o cálculo da área: quadrado e retângulo” (p.14). Em anos posteriores, os autores sugerem o aprofundamento desse conceito, apresentando ideias tais como, conservação da área, as demais fórmulas para o cálculo de área, inclusive a área do círculo.

De uma forma geral, o Guia e recursos didáticos orienta que cada item de estudo pode ser trabalhado em sala de aula pelo professor seguindo um roteiro-padrão, composto por Leitura do texto do item; Conversar para aprender, Ação (o professor promove a ação quando houver), Problemas e exercícios, Problemas e exercícios para casa. No entanto, os autores explicitam que esta ordem não é rígida, admitindo que diversas modificações podem ser feitas no roteiro-padrão. Quanto ao capítulo de áreas e perímetros, os autores orientam que seja seguido o roteiro-padrão, pois afirmam que "não sugerimos plano alternativo porque, para a compreensão do conceito de área, os desenhos do texto são fundamentais" (p. 57).

Em relação à postura do professor, usuário do livro, o Guia e recursos didáticos afirma que "seu principal recurso, portanto, é o constante diálogo, com o qual se estabelecem novas abordagens dos conteúdos e maneiras adequadas de ajudar cada aluno" (p. 19). Também sugere o trabalho em grupo como uma possibilidade de promover o diálogo.

Durante a análise do capítulo constatamos que existem no total 138 tarefas a serem respondidas pelos alunos. Nesse total estão incluídos todos os itens propostos. Por exemplo, uma determinada questão apresentava 3 itens (a, b, e c) e um dos itens apresentava duas perguntas, logo, consideramos como 4 atividades.

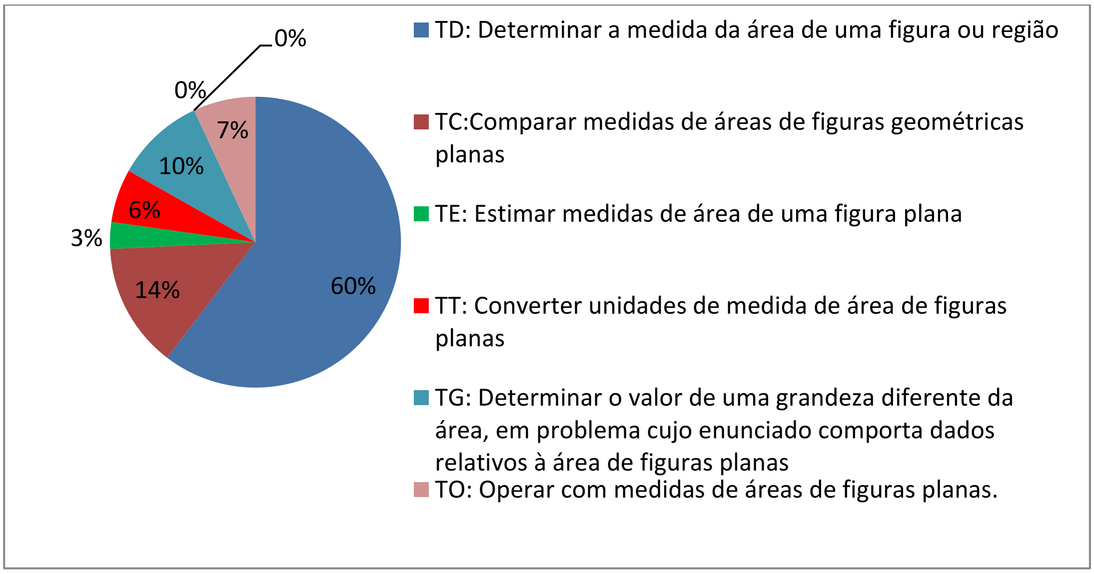
Algumas tarefas, 14 no total, são questionamentos, reflexões, tomada de opinião, que ajudam o professor a verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre determinadas situações, fortalecendo a prática docente, seja no trabalho com a contextualização, seja na interdisciplinaridade. Esse tipo de atividade é importante no processo de ensino e de aprendizagem, no entanto não consideramos como tipo de tarefa de natureza matemática, como, por exemplo, "Na sua opinião, o que é 'fazer uma generalização'?"(p. 225)

Também detectamos 23 tarefas cujos enunciados são de natureza matemática, mas não dependem do conceito de área para serem resolvidas e por isso não categorizamos como tipo de tarefas envolvendo áreas de figuras geométricas planas, como, por exemplo, "O comprimento total do rodapé equivale ao comprimento de quantos ladrilhos?" (p. 223).

Portanto, nossa análise foi baseada em 101 tarefas que categorizamos em seis tipos de tarefas, especificamente matemáticas, envolvendo o conceito de área, distribuídas ao longo do capítulo. Para cada tipo de tarefa criamos um código formado por duas letras maiúsculas do nosso alfabeto, sendo que, a primeira representa o tipo de tarefa (T) e a segunda, a natureza da tarefa, logo, teremos TD (Determinar a medida da área de uma figura ou região), TC (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas), TE (Estimar a medida de área de uma figura ou região), TT (Converter unidades de medida de área), TG (Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas) e TO (Operar com medidas de áreas de figuras planas).

Os tipos de tarefas foram agrupados de acordo com o recorte do filtro da grandeza área descritas na nossa fundamentação teórica (BELLEMAIN, 2013) e adaptadas na metodologia. Sendo assim, podemos observar no gráfico a seguir a distribuição dos tipos de tarefas no capítulo destinado à área de figuras planas no livro didático.

Gráfico 01 - Distribuição dos tipos de tarefas referente à área de figuras planas no capítulo do livro didático.



Fonte- autoria própria

Como podemos perceber no gráfico acima, o tipo de tarefa predominante relativo à área no capítulo do livro didático é "determinar a medida da área de uma figura ou região (TD)". Temos tipos de tarefas com baixa frequência, em especial "estimar a medida de área de uma figura plana (TE)" e, também, constatamos a ausência de dois tipos de tarefas elencados no filtro da grandeza área (BELLEMAIN, 2013), que são produzir superfícies de área dada (TP) e estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU).

A maioria dos tipos de tarefas gerou subtipos de tarefas, ou seja, apresentam a mesma natureza em termos de objetivos, no entanto têm uma dimensão mais específica do ponto de vista matemático. Para diferenciar os tipos dos subtipos de tarefas inserimos um numeral indo-arábico subscrito logo após o tipo de tarefa, assim teremos, por exemplo, T_{D1}, T_{D2}, T_{D3}, etc.

Diante dessa visão mais global do livro, partimos para caracterizar as praxeologias matemática e didática existentes no livro analisado, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas observando os objetos ostensivos e não-ostensivos e o filtro da grandeza área. Para isso, dividimos essa análise em duas fases: análise das praxeologias matemáticas pontuais relativas aos tipos de tarefas presentes no livro didático e a organização didática do livro.

4.1 Análise das praxeologias matemáticas pontuais relativas aos tipos de tarefas presentes no livro didático.

Como dito anteriormente, identificamos 6 tipos de tarefas presentes no capítulo de áreas de figuras planas no livro didático, nas quais analisamos os blocos do saber-fazer (T,τ) e do saber (θ,Θ). Sendo assim, apresentaremos para cada tipo de tarefa uma organização pontual.

De forma geral, identificamos vários objetos ostensivos, ao longo do capítulo, tais como imagens, plantas baixas, figuras, malhas e tabelas que colaboram para a justificativa das técnicas ou sua ampliação, como veremos adiante, na organização matemática de cada tipo de tarefa e na organização didática. Também percebemos a presença de objetos não-ostensivos evocados por meio das fórmulas, conversões e decomposições que podem ajudar na construção do conceito de área.

4.1.1 Organização matemática pontual do tipo de tarefa “Determinar a medida da área de uma figura ou região (TD)”.

Aqui identificamos 61 tarefas, que categorizamos em seis subtipos. Na tabela abaixo estão agrupados e adaptados os gêneros medir, calcular e determinar:

Tabela 01 – Distribuição dos subtipos da tarefa “determinar a medida da área de uma figura ou região (TD)” no capítulo do livro destinado à área de figuras planas.

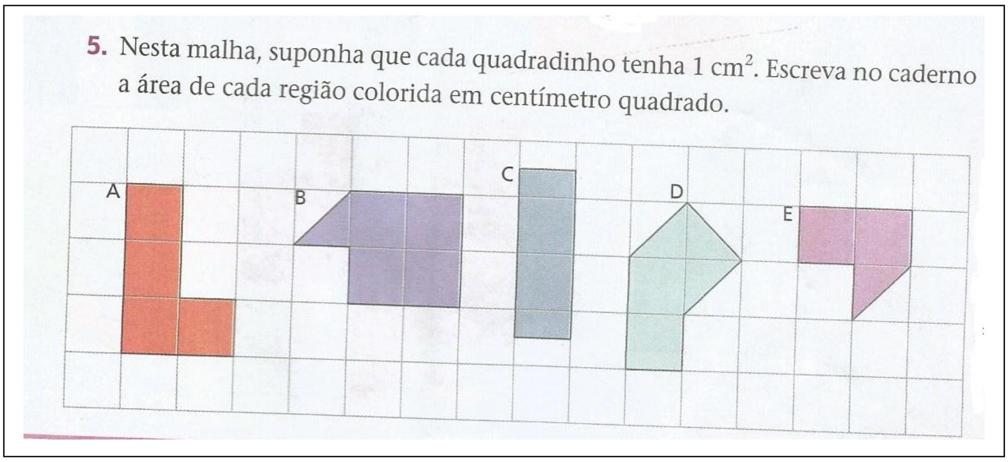
Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
TD: Determinar a medida da área de uma figura ou região	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias.	25
	T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo dada as medidas dos comprimentos dos lados.	17
	T_{D3} – Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado.	12
	T_{D4} – Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados.	04
	T_{D5} – Determinar a medida da área de um triângulo retângulo, dadas às medidas dos comprimentos dos catetos.	01
	T_{D6}- Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos.	02

Fonte – autoria própria

Apesar de, quantitativamente, T_{D1} ser preponderante em relação aos demais subtipos de tarefas, ela não é a que melhor representa esse quadro, uma vez que o somatório dos demais subtipos é majoritariamente que T_{D1} e exploram o cálculo da medida da área. Temos uma baixa frequência para os subtipos T_{D5} e T_{D6}, o que provavelmente se justifica pelo fato de não ser foco central do capítulo que era o estudo da área do quadrado e do retângulo.

No subtipo $T_{D1,}$ a técnica (τ_{D1}) utilizada para resolver a tarefa é realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir toda figura. Caso haja metades, a cada duas metades, conta-se como uma superfície unitária a mais, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 11 – Exemplo do subtipo T_{D1} no capítulo do livro didático



Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 221)

Como podemos observar, o objeto ostensivo presente na tarefa é a malha quadriculada que colabora na justificativa da técnica, no sentido de que toda área é dada pela quantidade de superfícies unitárias necessárias para cobrir uma figura. Logo, o bloco tecnológico-teórico estará apoiado no conceito e na propriedade aditiva de áreas de figuras planas. A caracterização da técnica está apoiada na explicação dada pelos autores do livro na abertura do capítulo quando afirmam que "Observando bem, você perceberá que as lajotas dos dois pátios têm o mesmo tamanho. Por isso, podemos comparar o tamanho deles contando quantas lajotas há em cada um" (p. 211). Em relação aos elementos tecnológico-teóricos fizemos inferências, pois não encontramos no livro uma explicação explicita a respeito da justificativa da técnica. Sendo assim temos:

Quadro 11 – Praxeologia matemática do subtipo T_{D1} no capítulo do livro didático

Subtipo de tarefa (T_{D1})	Técnica (τ_{D1})	Elemento Tecnológico-teórico (θ,Θ)
Determinar a área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias.	Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir toda figura. Se houver metades, a cada duas metades conta-se como uma superfície unitária a mais.	Toda área é dada pela quantidade de superfícies unitárias necessárias para cobrir uma figura; O Conceito e a propriedade aditiva de área de figuras planas justificam a técnica.

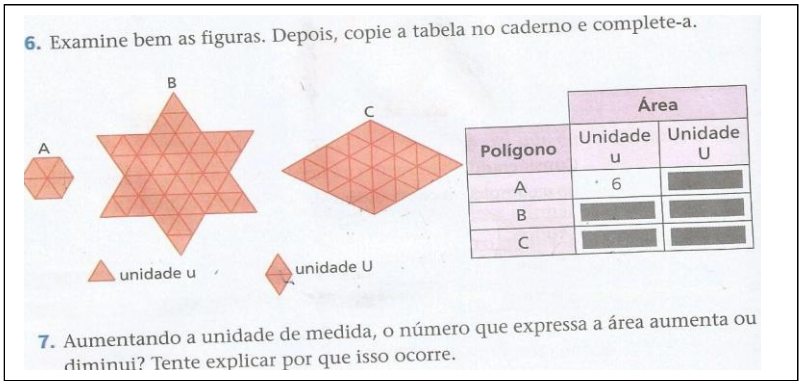
Fonte: autoria própria

Percebemos que os autores supõem que os alunos, usuários do livro, já conhecem a técnica associada a esse subtipo de tarefa e os elementos tecnológicos, uma vez que apenas a revisitam, com maior ou menor grau de explicitação.

Majoritariamente, em 13 tarefas desse subtipo, são utilizadas as unidade de medida exata não convencional como, por exemplo, quadradinhos e triângulos, desenhados em malhas, cujas respostas não são fracionadas.

Além disso, os autores alertam para o fato que, ao mudar a unidade, muda também o valor numérico, estimulando assim a passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 12 – Exemplo do subtipo T_{D1} com medida exata não convencional e com mudanças de unidade no livro didático.

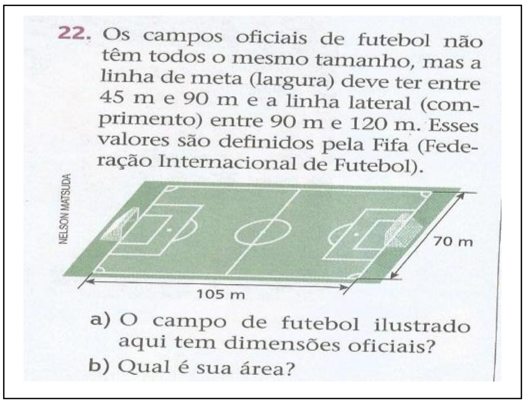


Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 222)

Apesar de não considerarmos na computação a tarefa 7 da figura acima, pois trata-se de uma questão de ordem pessoal, resolvemos apresentá-la ao leitor, no sentido de mostrar a possível preocupação dos autores para que o aluno perceba que quanto maior é a unidade, menor é o número que expressa a medida, no entanto a área não se altera. Vale salientar que essas ideias não são explicitadas no livro didático, logo, são inferências nossas a partir do estudo do conceito de área.

No subtipo de tarefa determinar a medida da área de um retângulo dadas as medidas dos comprimentos dos lados (T_{D2}), os objetos ostensivos preponderantes são as figuras em perspectivas ou não, sejam elas representações de objetos do mundo real ou figuras geométricas. Geralmente é exigido o uso de fórmulas da área de um retângulo, a maioria das unidades de medidas utilizadas são convencionais e o desenho das figuras não são em grandezas verdadeiras, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 13 – Exemplo do subtipo TD_2 no capítulo do livro didático



22. Os campos oficiais de futebol não têm todos o mesmo tamanho, mas a linha de meta (largura) deve ter entre 45 m e 90 m e a linha lateral (comprimento) entre 90 m e 120 m. Esses valores são definidos pela Fifa (Federação Internacional de Futebol).

a) O campo de futebol ilustrado aqui tem dimensões oficiais?
b) Qual é sua área?

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 230).

Para resolver esse subtipo de tarefa, o livro didático nem sempre deixa claro a técnica a ser utilizada, mas supomos que os alunos poderão utilizar **(τ_{D2}),** ou seja, substituir na fórmula A = c x l os valores das medidas do comprimento e da largura do retângulo. Em seguida, deve-se multiplicar os valores numéricos do comprimento e da largura. A medida da área será determinada pelo produto das medidas dos comprimentos, acompanhada da unidade de área trabalhada na tarefa. Logo, os elementos tecnológico-teórico (θ_{D2}, Θ_{D2}) que justificam a técnica estão apoiados na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular (como veremos na organização didática adiante).

Em relação ao subtipo de tarefa determinar a medida de área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado (T_{D3}), o objeto ostensivo que mais aparece nas tarefas é o texto verbal, com unidades de medidas convencionais e inteiras. Por exemplo, “Qual é a área de um quadrado com 5 cm de lado? E a de um com 9 cm de lado? E a de um com 2 cm de lado?”(p. 225).

As técnicas supostamente recomendadas para o subtipo de tarefa acima são a aplicação da fórmula da medida de área do quadrado ou do retângulo baseada no significado da multiplicação na configuração retangular, uma vez que esse subtipo de tarefa vem logo após ser apresentado o momento da constituição do ambiente tecnológico teórico (como veremos na organização didática adiante); assim temos.

Quadro 12 – Praxeologia matemática do subtipo T_{D3} no capítulo do livro didático

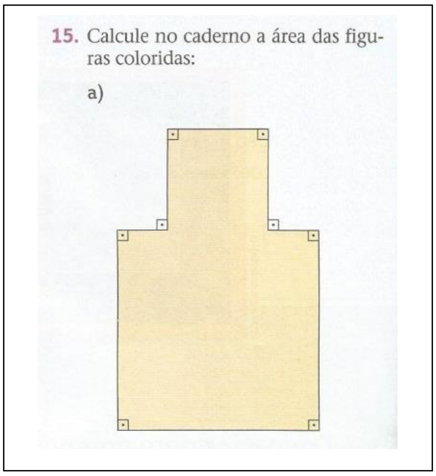
Subtipo de tarefa (T_{D3})	Técnica (τ_{D3})	Elemento Tecnológico-teórico (θ,Θ)
Determinar a medida de área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado	Substituir o valor da medida do comprimento do lado do quadrado na fórmula A= l^2. Em seguida, deve-se elevar esse valor à potência 2, ou ainda, utilizar a fórmula A= c x l substituindo os valores da medida do comprimento e da largura, multiplicando os valores numéricos. A medida de área, de ambas as técnicas, será determinada pelo valor numérico obtido, acompanhado da unidade de área.	Aplicação da fórmula que determina a área do quadrado, ou seja, A= l^2 é justificada apoiada na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular, assim como A = c x l.

Fonte: autoria própria

Portanto, T_{D2} e T_{D3} utilizam o mesmo elemento tecnológico-teórico para justificar as fórmulas, ou seja, apoiam-se na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular.

Quanto ao subtipo de tarefa determinar a medida de área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados (T_{D4}), todos os objetos ostensivos são figuras (objetos geométricos), cujas dimensões precisam ser medidas com instrumento de medida. A unidade de área é convencional e as medidas são inteiras e decimais, como podemos verificar na figura a seguir.

Figura 14 – Exemplo do subtipo T_{D4} no capítulo do livro didático



Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 226)

A **técnica** (**τ_{D4}**) utilizada nesse subtipo de tarefa consiste em decompor os polígonos em quadrados e/ou retângulos. Medir, com um instrumento de medida convencional, o comprimento dos lados das figuras. Determinar a medida da área de cada figura decomposta, supomos que por meio da fórmula (T_{D3} e T_{D4}) e, em seguida, somar os valores obtidos. A medida da área total será o somatório da medida das áreas de cada figura acompanhada da unidade de área.

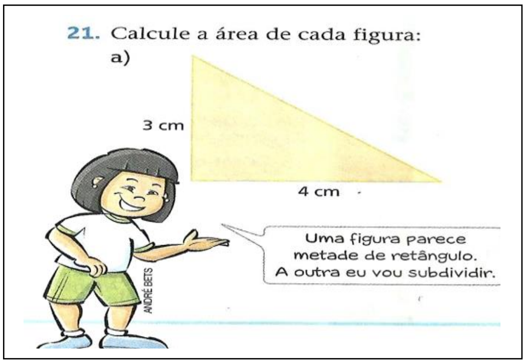
Na figura anterior podemos perceber que o objeto geométrico será subdividido em duas figuras quadradas, um quadrado de lado 2 cm e o outro de lado 4 cm. Logo, aplicando a fórmula da área do quadrado temos, 4 cm^2 e 16 cm^2. Somando as medidas de áreas das duas figuras temos, 4 cm^2 + 16 cm^2 = 20 cm^2. Portanto, a área total mede 20cm^2.

Os elementos do bloco “tecnológico-teórico (θ_{TD4}, Θ_{TD4})” que justificam a técnica (**τ_{D4}**) é a propriedade aditiva das áreas, ou seja, a medida da área total é dada pelo somatório da medida de área de cada figura obtida pela decomposição.

No subtipo de tarefa “determinar a medida da área de um triângulo retângulo, dadas as medidas dos comprimentos dos catetos (T_{D5})”, o objeto ostensivo que ajuda a resolver a tarefa é a figura de um triângulo retângulo com unidade de área convencional cujas medidas são inteiras.

A técnica (τ_{D5}) que poderá ser empregada consiste em substituir na fórmula da área do retângulo A= c x l os valores das medidas dos comprimentos dos catetos do triângulo retângulo. Em seguida, deve-se multiplicar os valores numéricos e dividir por 2, pois o valor obtido corresponde a um retângulo formado pelo dobro da medida da área do triângulo. A medida da área será determinada pelo quociente obtido, acompanhada da unidade de área trabalhada na tarefa. Outra maneira de resolver a tarefa seria ladrilhar com quadradinhos de 1 cm^2 o triângulo e, em seguida, contar quantos cabem no interior da figura **(τ_{D1}).** Para orientar em relação à técnica a ser utilizada, os autores apontam o caminho para chegar à solução da tarefa, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 15 – Exemplo do subtipo TD_5 no capítulo do livro didático

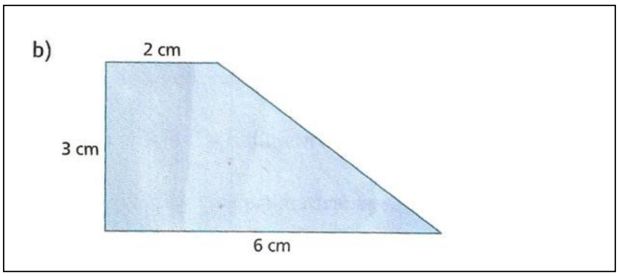


Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 227)

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TD5},Θ_{TD5}) se apoiam nas propriedades das figuras geométricas planas, ou seja, uma figura retangular pode ser decomposta em 2 triângulos retângulos, logo, para calcular a medida da área de um dos triângulos basta determinar a medida da área do retângulo e dividir por dois.

Quanto ao subtipo de tarefa “determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos retângulos (T_{D6})” o objeto ostensivo que ajuda a resolver a tarefa é uma figura de um trapézio retângulo com unidade de área convencional e medidas exatas, conforme a figura a seguir.

Figura 16 – Exemplo do subtipo T_{D6} no capítulo do livro didático



Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 227)

Do mesmo modo que em T_{D5}, os autores também indicam na própria tarefa, mesmo que de forma superficial, a **técnica (τ_{D6})** a ser utilizada para calcular a medida de área da figura (ver figura 14), a qual consiste em decompor a figura em um retângulo e um triângulo. Determinar a medida da área de cada figura decomposta (T_{D2} e T_{D5}) e, em seguida, somar os valores obtidos. A medida da área total será o somatório das medidas das áreas de cada figura, acompanhada da unidade de área.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TD6}, Θ_{TD6}) que justificam a técnica (**τ_{D6}**) é a propriedade aditiva das áreas, ou seja, a medida da área total é dada pelo somatório da medida de área de cada figura decomposta.

Portanto, a partir de uma visão mais global, percebemos que, apesar de o subtipo T_{D1} ser quantitativamente maior do que os outros subtipos, a técnica que fica mais subentendida nesse tipo de tarefa é a aplicação de fórmulas, seja da medida da área do quadrado ou do retângulo, em situações de decomposição ou somatórios de áreas.

4.1.2 Organização matemática pontual do tipo de tarefa “comparar medida de área de figuras geométricas planas (TC)”

Nesse tipo de tarefa identificamos 14 atividades, que foram subdivididas em três subtipos de tarefas. São tarefas que exigem a comparação direta ou a seriação de figuras. Todas são de natureza estática e não identificamos as técnicas de inclusão e sobreposição, equidecomposição e corte-colagem. Dessa forma, temos os seguintes subtipos de tarefas.

Tabela 02 - Distribuição dos subtipos da tarefa “Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas (TC)” no capítulo do livro destinado à área de figuras planas.

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
TC: Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas	T_{C1} – Comparar medidas de áreas de figuras poligonais ladrilháveis.	07
	T_{C2} – Comparar simultaneamente área e perímetro de figuras poligonais.	05
	T_{C3} – Comparar a medida de áreas de figuras retangulares.	02

Fonte- autoria própria

Como podemos perceber na tabela acima, o subtipo de tarefa que majoritariamente encontra-se presente no livro didático é a comparação de medidas de áreas de figuras desenhadas em malhas. Provavelmente, os autores aproveitaram a oportunidade em que a ênfase do 6º ano é no número de quadradinhos unitários contidos na figura e exploraram esse subtipo de tarefa. No T_{C2} o destaque é em tarefas que necessitam identificar polígonos que tenham, por exemplo, a mesma área e o mesmo perímetro. Em T_{C3} o aluno precisa determinar a medida de área das figuras e, em seguida, compará-las.

No subtipo de tarefa “comparar a medida de área de figuras poligonais ladrilháveis (T_{C1})” o objeto ostensivo predominante são figuras poligonais desenhadas em malhas, sejam quadriculadas ou triangulares. Em relação à quantidade de superfícies a comparar, todas as tarefas exigem a necessidade de seriação, uma vez que é necessário ordenar para saber quem é maior, menor ou tem a mesma área. De uma forma geral, elas apresentam a praxeologia organizada no quadro a seguir.

Quadro 13 – Praxeologia matemática do subtipo T_{C1} no capítulo do livro didático

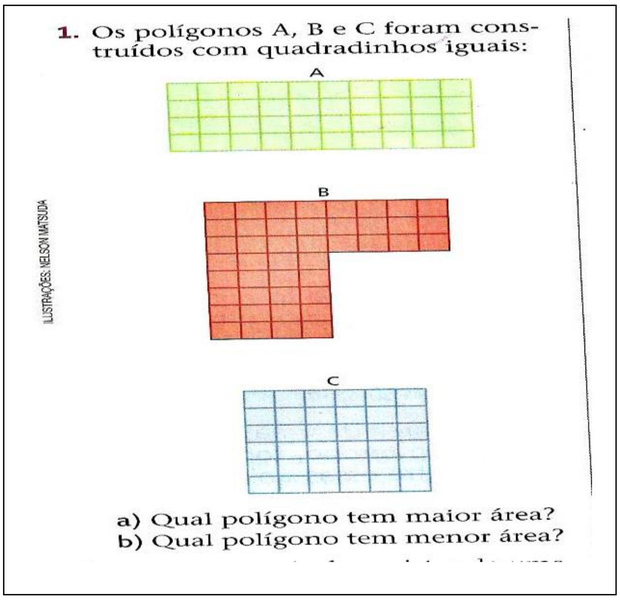
Subtipo de tarefa (T_{C1})	Técnica (τ_{C1})	Elemento Tecnológico-teórico (θ,Θ)
Comparar medidas de áreas de figuras poligonais ladrilháveis.	Contar a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir todas as figuras. Caso haja metades, a cada duas metades conta-se uma superfície unitária a mais. Em seguida, deduz-se a ordem das áreas da ordem dos números, obtendo assim a área maior, menor ou igual.	Dada uma unidade de área, a superfície que tiver a maior medida é a que tem maior área. Do mesmo modo, se duas superfícies tiverem a mesma medida, terão mesma área.

Fonte: autoria própria

No exemplo da figura 16 podemos verificar que é necessário contar a quantidade de quadradinhos de cada figura e, em seguida, ordenar observando qual é a maior e qual é a menor. No entanto, os autores do livro didático não deixam explícita a técnica a ser utilizada e, por isso, a praxeologia descrita no quadro 13, se baseia em nossas inferências sobre a análise realizada nas tarefas.

Esse tipo de tarefa poderia colaborar no sentido de construir a passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas, no entanto reduz a grandeza área a um número cujo foco principal termina sendo as medidas.

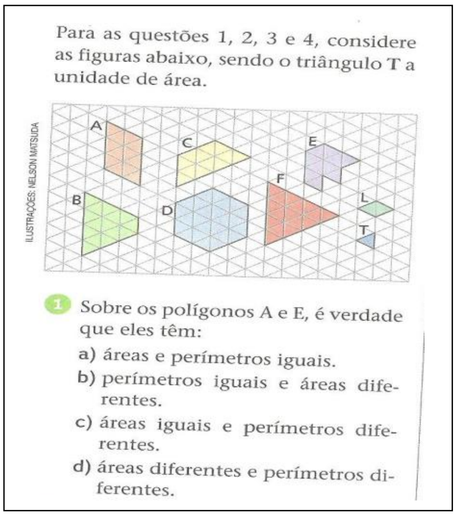
Figura 17 – Exemplo do subtipo T_{C1} no capítulo do livro didático



Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 220)

Em relação ao subtipo de tarefa “comparar simultaneamente área e perímetro de figuras poligonais (T_{C2})”, os objetos ostensivos predominantes são figuras poligonais (quadrados, retângulos, triângulos, etc.) desenhadas em malhas, sejam quadriculadas ou triangulares. Quanto à quantidade de superfícies a comparar, temos 5 seriações, como podemos observar na figura a seguir:

Figura 18 – Exemplo do subtipo T_{C2} no capítulo do livro didático



Para as questões 1, 2, 3 e 4, considere as figuras abaixo, sendo o triângulo T a unidade de área.

1 Sobre os polígonos A e E, é verdade que eles têm:

a) áreas e perímetros iguais.
b) perímetros iguais e áreas diferentes.
c) áreas iguais e perímetros diferentes.
d) áreas diferentes e perímetros diferentes.

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 233)

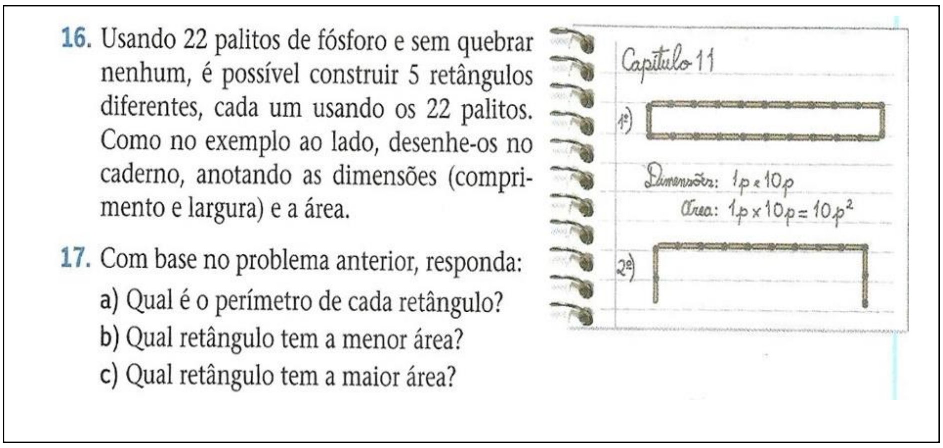
Na tarefa da figura anterior, a comparação não é direta, uma vez que para comparar a superfície A e E precisamos de uma terceira superfície, o triângulo. O objeto ostensivo colabora no entendimento de que área e perímetro variam de modo distinto. Nesse caso, os perímetros são iguais e as áreas são diferentes.

A técnica (τ_{C2}) que fica subentendida é contar a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir toda a figura. Caso haja metades, a cada duas metades conta-se uma superfície unitária a mais, determinando assim a medida de área das figuras. Depois, por meio de contagem, verifica-se a medida de comprimento que cada figura possui em seu contorno, determinando assim a medida do perímetro das figuras. Em seguida, deduz-se a ordem das áreas da ordem dos números, assim como deduz-se a ordem dos perímetros da ordem dos números, obtendo, dessa forma, figuras que possuem áreas e perímetros iguais; áreas iguais e perímetros diferentes; perímetros iguais e áreas diferentes ou áreas e perímetros diferentes.

O elemento do bloco tecnológico-teórico (θ_{TC2}, Θ_{TC2}) que justifica a técnica ($\boldsymbol{\tau_{C2}}$) é que a área e o perímetro, dependendo do caso, não variam do mesmo modo.

Quanto ao subtipo de tarefa "comparar medidas de áreas de figuras retangulares (T_{C3})", os objetos ostensivos agora não são mais as malhas e, sim, as figuras retangulares construídas com palitos de fósforo. A comparação não é direta, pois é necessário comparar e ordenar vários retângulos. A unidade de medida não é convencional, no entanto é inteira. Os autores explicitam a técnica que deverá ser utilizada ao lado das tarefas. Nesse caso, nos interessamos pela tarefa 17, itens b e c, mas como ela está associada à tarefa 16, resolvemos apresentar as duas ao leitor, conforme figura a seguir.

Figura 19 – Exemplo do subtipo T_{C3} no capítulo do livro didático



Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 227)

Inicialmente a técnica utilizada é (τ_{D2}), ou seja, substituir os valores das medidas do comprimento e da largura do retângulo na fórmula A= c x l, conforme modelo proposto pelos autores na própria tarefa (figura acima). Em seguida, deve-se multiplicar os valores numéricos do comprimento e da largura. A medida da área será determinada pelo produto dos fatores obtidos, acompanhada da unidade de área não convencional trabalhada na tarefa. Em seguida, o estudante deverá deduzir a ordem das áreas da ordem dos números, obtendo assim a área maior e menor. No entanto, essa fase da técnica não é descrita no livro e, por isso, são as nossas inferências sobre a resolução desse tipo de tarefa.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico que justificam a aplicação da fórmula que determina a medida da área do retângulo, ou seja, A= c x l está apoiada na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular e na ideia de que dada uma unidade de área, a superfície que tiver a maior quantidade é a que tem maior área; do mesmo modo, se duas superfícies tiverem a mesma quantidade de unidade de área terão a mesma área.

4.1.3 Organização matemática pontual do tipo de tarefa "Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas (TG)".

Identificamos 10 tarefas que foram subdivididas em 05 subtipos de tarefas. Aqui foram agrupadas as que exigiam a medida de outras grandezas diferentes da área como, por exemplo, perímetro. No entanto, havia no enunciado a presença de dados referentes à área de figuras planas. Sendo assim, segue abaixo os subtipos desse tipo de tarefa:

Tabela 03 - Distribuição dos subtipos da tarefa "Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas (T_G)" no capítulo do livro destinado à área de figuras planas.

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
TG - Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas.	T_{G1} – Calcular a medida do perímetro de um quadrado a partir da medida da área dada.	01
	T_{G2} – Calcular a medida do perímetro de um retângulo a partir da medida da área e de um dos lados da figura.	01
	T_{G3} – Calcular a medida do lado de um quadrado a partir da medida da área dada.	03
	T_{G4} – Calcular a medida do lado de um retângulo a partir da medida da área e de um dos lados.	04
	T_{G5} - calcular o valor de uma grandeza numérica, em problema cujo enunciado necessita, inicialmente, da determinação da medida de área de figuras planas.	01

Fonte: autoria própria

Como podemos perceber, as grandezas em jogo são o perímetro, o comprimento e o valor de uma grandeza numérica. Temos baixa frequência nos subtipos de tarefas que exigem o perímetro e um maior destaque para tarefas que envolvem o comprimento, seja ele da medida do lado do quadrado ou do retângulo. Nesse tipo de tarefa, a área é utilizada como mais uma ferramenta para resolver o problema. Todos os subtipos de tarefas apresentam objeto ostensivo em forma de texto verbal e exploram unidades de medidas convencionais.

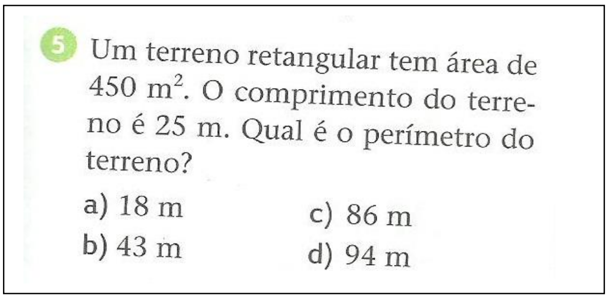
Identificamos apenas uma tarefa no subtipo "calcular a medida do perímetro de um quadrado a partir da medida da área dada (T_{G1})" representada pela seguinte tarefa: "Calcule o perímetro de um quadrado cuja área é 169 cm^2. Faça tentativas para encontrar a medida do lado do quadrado" (p. 227).

Como os estudantes, até o presente momento, não estudaram radiciação, inferimos que a técnica (τ_{G1}) a ser empregada será escolher um número x que, multiplicado por ele mesmo, resulte na medida da área dada; caso o número escolhido seja o procurado, ele representará a medida do lado da figura; caso contrário, escolhe-se outro número e assim sucessivamente, até obter o resultado esperado. Em seguida, devem-se somar todas as medidas dos comprimentos dos lados do quadrado, obtendo assim a medida do perímetro da figura.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TG1}, Θ_{TG1}) que justificam a técnica acima, estão apoiados no significado da multiplicação na configuração retangular e no conceito de que o perímetro de uma figura geométrica plana é a medida de seu contorno.

Também, só identificamos uma tarefa no subtipo “calcular a medida do perímetro de um retângulo a partir da medida da área e de um dos lados da figura (T_{G2})”. Essa tarefa está localizada no Supertestes, conforme a figura abaixo.

Figura 20 – Exemplo do subtipo T_{G2} no capítulo do livro didático


5 Um terreno retangular tem área de 450 m^2. O comprimento do terreno é 25 m. Qual é o perímetro do terreno?

a) 18 m c) 86 m
b) 43 m d) 94 m

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 233)

A técnica (τ_{G2}) para resolver esse subtipo de tarefa não é dita pelos autores do livro, por isso supomos que os estudantes substituirão na fórmula A = c x l os valores dados na tarefa, ou seja, A= 450 e c= 25, logo 450 = 25 x l. Em seguida, aplica-se a operação inversa da multiplicação, dividindo ambos os membros pelo mesmo valor. O valor encontrado é a medida do outro lado do retângulo. Assim, somam-se as medidas do contorno do retângulo à medida do perímetro.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TG2}, Θ_{TG2}) envolvidos na técnica acima consistem, no primeiro instante, no princípio de equivalência de equação e nas propriedades operatórias da aritmética, em seguida, na determinação da medida do contorno de uma figura geométrica.

Detectamos 03 tarefas no subtipo “calcular a medida do lado de um quadrado a partir da medida da área dada (T_{G3})”, sendo duas em tabela e uma em texto verbal, conforme a figura a seguir.

Figura 21 – Exemplo do subtipo T_{G3} no capítulo do livro didático

28. Copie as tabelas no caderno e complete-as.

Medida do lado do quadrado (m)	10		13	
Área (m²)	100	144		225

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 231)

Como a proposta do livro não explora o conceito de radiciação nesse ano de escolaridade, a técnica (τ_{G3}) indicada consiste, provavelmente, em escolher um número x que multiplicado por ele mesmo resulte na medida da área dada; caso o número escolhido seja o procurado, ele será a medida do lado da figura. Caso contrário, escolhe-se outro número e assim, sucessivamente, até obter o resultado esperado. O valor encontrado é a medida do lado do quadrado, acompanhado da unidade de comprimento trabalhada na tarefa. Já os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TG3}, Θ_{TG3}) que justificam a técnica estão apoiados no significado da multiplicação na configuração retangular e no conceito de potência.

No subtipo de tarefa “calcular a medida do comprimento do lado de um retângulo a partir da medida da área e de um dos lados (T_{G4})”, a natureza da tarefa é muito parecida com T_{G3}, inclusive as tarefas se apresentam na mesma questão, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 22 – Exemplo do subtipo T_{G4} no capítulo do livro didático

28. Copie as tabelas no caderno e complete-as.

Medida do lado do quadrado (m)	10		13	
Área (m²)	100	144		225

Medida de um lado (m)	5	6	6	11
Medida do outro lado (m)		17		
Área do retângulo (m²)	80		108	143

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 231)

Aqui a técnica (τ_{G4}) que acreditamos que os alunos irão utilizar, visto que o grau de explicitação é baixo no livro e no Guia e Recursos Didáticos, será substituir os valores numéricos que estão presentes na tarefa e aplicá-los na fórmula A = c x l. Em seguida, utiliza-se a operação inversa da multiplicação, dividindo ambos os membros pelo mesmo valor. O valor encontrado é a medida do outro lado do retângulo acompanhada da unidade de comprimento trabalhada na tarefa.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TG4},Θ_{TG4}) envolvidos na técnica não estão explícitos no livro, por isso inferimos que consistem no princípio de equivalência de equações e nas propriedades operatórias da aritmética.

Identificamos no subtipo de tarefa “calcular o valor de uma grandeza numérica em problema cujo enunciado necessita, inicialmente, da determinação da medida de área de figuras planas (T_{G5})” apenas uma tarefa, mas que se diferencia das demais pelo fato de não solicitar a medida do perímetro ou a medida do lado e, sim, o valor de uma grandeza numérica, ou seja, uma quantidade discreta, sendo representada pela seguinte questão: “Para construir cada metro quadrado de um telhado, são necessárias 15 telhas. Quantas dessas telhas serão usadas para fazer um telhado retangular de 12m por 15m?” (p. 231).

A técnica (τ_{G5}) preconizada é determinar a medida da área da figura retangular que poderá ser pela aplicação da fórmula A = c x l, uma vez que também não fica explícito no livro a técnica a ser empregada. Em seguida, multiplicar o valor obtido da área por uma grandeza numérica dada. O resultado será o produto obtido entre esses fatores. Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TG5},Θ_{TG5}) que justificam a técnica estão apoiados no significado da multiplicação, na configuração retangular e em propriedades operatórias.

4.1.4 Organização matemática pontual do tipo de tarefa “Converter unidades de medida de área (TT)”.

Aqui detectamos 06 tarefas que foram subdivididas em 3 subtipos de tarefas. Agrupamos as que exigiam a transformação de unidades de medida de área convencionais, não convencionais e agrárias. Excluímos desse grupo as conversões de unidades de comprimento, tais como centímetros para metros. O objeto ostensivo explorado é o texto verbal e a ênfase é no subtipo de tarefa que envolve as unidades de área mais usuais, ou seja, m^2, cm^2 e km^2. Percebemos a ausência de subtipo de tarefa que transformasse uma unidade de área do sistema decimal, por exemplo, o m^2 em km^2, ou seja, a conversão entre múltiplos cuja técnica fosse dividir a medida de área existente por 100, 10 000 ou 1 000 000.

A unidade de medida agrária trabalhada é o hectare e temos uma baixa frequência em conversão de unidades de área não convencional. Sendo assim, seguem abaixo os subtipos desse tipo de tarefa.

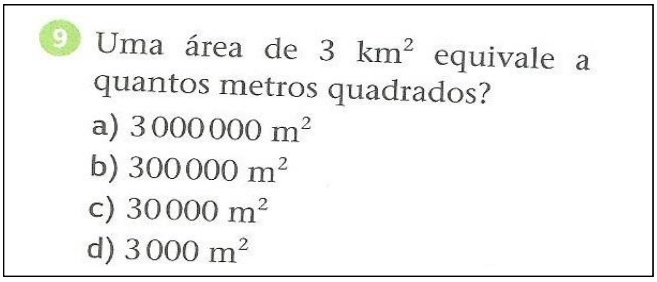
Tabela 04 - Distribuição dos subtipos da tarefa “Converter unidades de medida de área (T_T)” no capítulo do livro destinado à área de figuras planas.

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
TT: Converter unidades de medida de área.	T_{T1} – Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal (m^2 ou km^2) em um submúltiplo do sistema métrico decimal (cm^2 ou m^2).	04
	T_{T2} - Converter uma unidade de área não convencional em outra unidade de área não convencional.	01
	T_{T3} - Converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em uma unidade de medida agrária (ha).	01

Fonte: autoria própria

Como podemos perceber na tabela acima, das 6 tarefas incluídas nesse tipo de tarefa, 4 pertencem ao subtipo T_{T1}. O habitat delas é o item “Unidades de medida de área, especificamente nas sessões Problemas, Problemas para casa e Supertestes”. Na figura a seguir apresentamos uma dessas tarefas localizada na seção Supertestes.

Figura 23 – Exemplo do subtipo T_{T1} no capítulo do livro didático

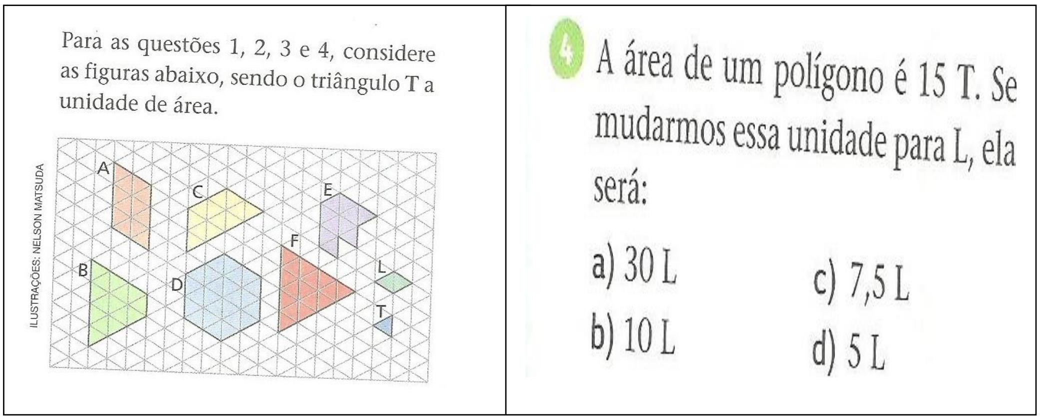

9 Uma área de 3 km^2 equivale a quantos metros quadrados?
a) 3 000 000 m^2
b) 300 000 m^2
c) 30 000 m^2
d) 3 000 m^2

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 233)

De uma forma geral, a técnica (τ_{T1}) preconizada é aplicar a proporcionalidade entre os valores partindo de $1m^2 = 10\ 000cm^2$ e $1km^2 = 1\ 000\ 000\ m^2$. Logo, deve-se multiplicar a medida de área existente por 10 000 ou 1 000 000. A medida da área será determinada pelo resultado obtido, acompanhada da unidade de área para a qual foi transformada. Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TT1},Θ_{TT1}) que justificam a técnica (τ_{T1}) estão apoiados no conceito de equivalência de áreas partindo do principio da proporcionalidade de grandezas diretamente proporcionais, ou seja, a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão.

No subtipo de tarefa “converter uma unidade de área não convencional numa outra unidade de área não convencional (T_{T2})”, identificamos apenas uma tarefa na seção Supertestes, como podemos verificar na figura abaixo.

Figura 24 – Exemplo do subtipo T_{T2} no capítulo do livro didático



Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 233)

A técnica (τ_{T2}) que supomos que os estudantes irão utilizar é verificar quantas vezes uma unidade de área cabe na outra unidade de área. Em seguida, multiplicar a razão obtida pela medida de área dada. A medida de área transformada será o produto dessa medida pela razão. No exemplo acima, a unidade T cabe duas vezes na unidade L, ou seja, T é metade de L, logo 15 x ½ = 7,5 L. No entanto, não há indícios de que isso ocorra, ou seja, são inferências nossas, uma vez que não há explicitação no livro da técnica a ser empregada.

A tecnologia e a teoria que justificam a utilização da técnica **(τ_{T2})** é a mesma do bloco tecnológico-teórico (θ_{TT1},Θ_{TT1}), ou seja, o conceito de equivalência de área partindo do principio da proporcionalidade de grandezas diretamente proporcionais, ou seja, a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão.

Percebemos que o subtipo de tarefa “converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em uma unidade de medida agrária(há) (T_{T3})”, apresenta apenas uma tarefa localizada na seção Problemas para casa, na qual a técnica (τ_{T3})

indicada é aplicar a proporcionalidade entre os valores, partindo de 1ha = 10 000 m^2. Dividir a medida de área convencional por 10 000. A medida de área agrária é o quociente obtido, seguido da unidade de medida trabalhada (ha). Na figura a seguir podemos observar esse subtipo de tarefa.

Figura 25 – Exemplo do subtipo T_{T3} no capítulo do livro didático

30. a) Qual é a área de um sítio, aproximadamente retangular, com 1 km de comprimento e 250 m de largura, em quilômetro quadrado?

b) Qual é a área desse sítio em metro quadrado?

c) Qual é a área desse sítio em hectares?

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 231)

Os elementos do bloco tecnológico-teórico para a técnica **(τ_{T3})** são os mesmos descritos no subtipo de tarefa T_{T1} e T_{T2}.

4.1.5 Organização matemática pontual do tipo de tarefa "Operar com medidas de áreas de figuras planas (TO)".

Aqui identificamos 07 tarefas de mesma natureza matemática, ou seja, não foi necessário criar subtipos. Agrupamos as tarefas que exigiam que fosse realizada alguma operação (subtração, divisão, razão, porcentagem) envolvendo duas medidas de área, com exceção da adição que já foi categorizada em outros subtipos de tarefa. No entanto, todas as tarefas analisadas exigem a divisão de medidas de áreas. Os objetos ostensivos são em sua grande maioria textos verbais apresentados com unidades de medida convencionais e inteiras.

Ao analisarmos as tarefas percebemos que a solução não era apenas a determinação da medida de área de uma figura, mas, sim, a partir do valor da área, resolver operações fundamentais, por exemplo, "quantos ladrilhos quadrados com 20 cm de lado cabem em 1m^2 de parede?" (p.229).

Os autores do livro não deixam explícita a técnica (τ_{O1}) a ser utilizada, por isso inferimos que o estudante determinará as medidas das áreas na mesma unidade de medida, por meio da fórmula da área do quadrado ou do retângulo. Em seguida, realizará uma operação fundamental, nesse caso específico divisão, entre as medidas das áreas encontradas. O valor obtido corresponde à solução do problema.

Dessa forma, os elementos do bloco “tecnológico-teórico (θ_{TO1},Θ_{TO1})” que justificam a técnica (τ_{O1}) estão apoiados inicialmente na aplicação das fórmulas que determinam a medida da área do quadrado ou do retângulo, uma vez que fez parte da construção do ambiente tecnológico-teórico baseado na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular. As propriedades das operações fundamentais justificam a subtração ou divisão realizada.

4.1.6 Organização matemática pontual do tipo de tarefa “Estimar a medida de área de uma figura ou região (TE”)

Como dito anteriormente, esse tipo de tarefa apresenta baixa frequência no total de tarefas propostas no livro didático. A ênfase se concentra no subtipo que envolve a estimativa da medida de área de figuras não poligonais, desenhadas em malha. Os objetos ostensivos são textos verbais e figura desenhada em malha quadriculada. Assim, identificamos 3 tarefas que subdividimos em dois subtipos de tarefas, conforme a tabela a seguir.

Tabela 05 - Distribuição dos subtipos da tarefa “Estimar a medida da área de uma figura ou região (TE)” no capítulo do livro destinado à área de figuras planas.

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
TE: Estimar área de uma figura ou região.	T_{E1} – Estimar a medida de área de uma figura poligonal.	01
	T_{E2} – Estimar a medida da área de uma região plana desenhada em malha quadriculada.	02

Fonte: autoria própria

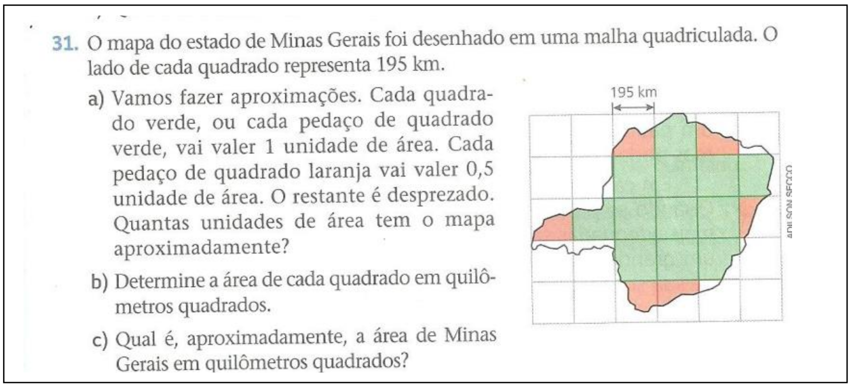
Identificamos apenas uma tarefa em “estimar a medida de área de uma figura poligonal (T_{E1})”. Ela está localizada na seção Conversar para aprender, com o seguinte enunciado: “Quantos metros quadrados tem o piso da sua sala de aula? Faça estimativas” (p. 229). Aqui, conduz realizar mentalmente comparações ou medições com pouca exatidão.

Dessa forma, a técnica (τ_{E1}) preconizada é realizar mentalmente uma medição com pouca exatidão do comprimento dos lados de uma figura e, em seguida, determinar a medida de área por meio da fórmula, porém, isso não é dito no livro. O valor obtido é a medida aproximada da área da figura.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TE1},Θ_{TE1}) que justificam a técnica (τ_{TE1}) estão apoiados inicialmente nas imagens mentais que criamos sobre as unidades de medida e, consequentemente, sobre a medida da área da figura apoiado no significado da multiplicação na configuração retangular.

O subtipo de tarefa "estimar a medida da área de uma região plana desenhada em malha quadriculada (T_{E2})" está localizado na seção Problemas para casa, com dois itens, a e c, conforme figura a seguir:

Figura 26 – Exemplo do subtipo T_{E2} no capítulo do livro didático


31. O mapa do estado de Minas Gerais foi desenhado em uma malha quadriculada. O lado de cada quadrado representa 195 km.

a) Vamos fazer aproximações. Cada quadrado verde, ou cada pedaço de quadrado verde, vai valer 1 unidade de área. Cada pedaço de quadrado laranja vai valer 0,5 unidade de área. O restante é desprezado. Quantas unidades de área tem o mapa aproximadamente?

b) Determine a área de cada quadrado em quilômetros quadrados.

c) Qual é, aproximadamente, a área de Minas Gerais em quilômetros quadrados?

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 231)

De uma forma geral, a técnica (τ_{E2}) indicada é contar a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir o máximo possível a região. Se houver metades, a cada duas metades conta-se uma superfície unitária. Esse procedimento deverá ser repetido até enquadrar toda a região. A medida da área será o somatório de todas as superfícies unitárias e metades obtidas.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TE2},Θ_{TE2}) apoiam-se no principio de que a medida de área total é dada pelo somatório das medidas de todas as regiões enquadradas que justifica-se pela propriedade aditiva de área de figuras geométricas planas.

À guisa de conclusão, foi possível identificar 6 tipos de tarefas diferentes e 19 subtipos. O tipo de tarefa mais representativa foi TD- determinar a medida da área de uma figura ou região com 60% do total das tarefas propostas.

Existe uma ênfase considerável no aspecto numérico de área, inclusive em tarefas de comparação, o que fortalece a ideia de que é preciso efetivamente ladrilhar para poder comparar áreas. Para Douady e Perrin-Glorian (1989) uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre diferentes grandezas.

Não identificamos os tipos de tarefas de produção e nem de transformações geométricas, o que, a nosso ver, poderia ter ampliado ainda mais o conceito de área de figuras geométricas planas.

Os autores do livro escolhem iniciar o capítulo por uma situação contextualizada que envolvia a comparação de medidas de áreas e, em seguida, exploram o uso de fórmulas. Existe uma razão para esse fato, inclusive baseado em diversos documentos oficiais e pesquisas em Educação Matemática, em que a construção da noção de área deva anteceder o uso de fórmulas.

As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em (τ_{D1}), (τ_{D2}) e (τ_{D3}), ou seja, contagem e uso de fórmulas da área do quadrado e do retângulo que são elaboradas no decorrer do capítulo, como veremos na organização didática.

A aplicação das fórmulas é explicitamente trabalhada, confiáveis, aceitáveis e evoluem por meio de tipos de tarefas que requerem a ampliação da fórmula como é o caso de T_{D4} e T_{D5}.

O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto e explicado de forma clara. No entanto, parte de situações mais particulares para o geral, ou seja, inicia as justificativas pelas ideias mais simples das operações até institucionalizar as fórmulas de área do retângulo e do quadrado. Os argumentos utilizados na explicação são cientificamente válidos, isto é, estão corretos matematicamente e explorados durante todo o capítulo. Os enunciados das tarefas, na sua grande maioria, apresentam objetos ostensivos do tipo malhas, figuras, imagens, tabelas que podem colaborar para a construção dos objetos não-ostensivos trabalhados no capítulo, como, por exemplo, o conceito de área, a compreensão do uso de fórmulas da área do quadrado e do retângulo e as conversões de unidades de medida de área.

4.2 Análise das organizações didáticas relativas aos tipos de tarefas presentes no livro didático.

Nesse subtópico analisaremos os seis momentos de estudos descritos por Chevallard (1999), ou seja, o Primeiro encontro; Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Trabalho da técnica; Institucionalização e Avaliação.

Como dito na nossa fundamentação teórica, esses momentos são articulados entre si, portanto, analisaremos o livro sem uma linearidade cronológica entre eles.

A introdução do conceito de área inicia-se na seção Noção de área, com uma situação contextualizada, referente a aspecto da vida cotidiana, na qual o subtipo de tarefa consiste em comparar a área de dois pátios ladrilhados (T_{C1}). Esse momento, é o re(encontro) dos alunos com o conceito, uma vez que, em anos anteriores eles já tiveram a oportunidade de estudar esse assunto (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2012; PAULISTA, 2012). Esse momento tem um papel importante na aprendizagem dos estudantes, mas não determina todas as relações possíveis com o saber em jogo.

Antes de os alunos compararem as áreas dos pátios, é necessário inicialmente determinar a medida da área de uma figura ou região (T_{D1}); nesse caso, os autores conduzem os alunos a utilizarem a contagem como uma técnica (τ_{D1}) para resolver esse subtipo de tarefa.

Também é ampliada a técnica (τ_{D1}) para poder comparar as áreas, surgindo assim uma nova técnica (τ_{C1}), como podemos observar no extrato abaixo:

Figura 27 – Extrato do livro analisado que representa o momento da elaboração das técnicas (τ_{D1} e τ_{C1}).

> Observando bem, você perceberá que as lajotas dos dois pátios têm o mesmo tamanho. Por isso, podemos comparar o tamanho dos pátios contando quantas lajotas há em cada um. Assim, se resolve o problema: o pátio que tem mais lajotas é o mais espaçoso, ou seja, é o que tem maior **área**. Considerando a lajota uma **unidade de medida**, a área de cada pátio é o número de lajotas contidas nele.

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 219)

No extrato acima podemos perceber que o momento da elaboração da técnica (τ_{C1}) “podemos comparar o tamanho dos pátios contando quantas lajotas há em cada um” coincide com o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico, ou seja, na medida em que elabora a técnica, o livro já justifica (“o pátio que tem mais lajotas é o mais espaçoso, ou seja, é o que tem maior área”) e institucionaliza a técnica (τ_{D1}) “a área de cada pátio é o número de lajotas contidas nele”.

Os autores não definem oficialmente o que é área, mas deixam subentendida a ideia de que é o espaço ocupado, construindo assim a noção de área enquanto grandeza. Por isso, verificamos no dicionário ilustrado, no final do livro, se havia a definição da palavra área e encontramos a seguinte afirmação “é a medida de uma superfície” (p. 277). Essa definição é contraditória com a ideia explorada inicialmente no capítulo, uma vez que considera a área, um número e desconsidera a característica da superfície, ou seja, o tanto de espaço bidimensional que o objeto geométrico possui. Logo, o bloco tecnológico teórico é fortalecido pelo aspecto numérico de área.

Paralelo a este instante, os autores convidam os alunos a consultarem o termo “unidade de medida” no dicionário. Nessa seção, além de apresentar as principais unidades de medidas das diversas grandezas como comprimento, área, capacidade, massa, tempo, ângulo e temperatura, também comentam que medir uma grandeza é compará-la com um padrão, com uma unidade de medida.

No capítulo, os autores do livro apresentam as unidades de medida de área convencionais mais usadas (quilômetro quadrado, metro quadrado e o centímetro quadrado), alegando que “nem sempre podemos obter a área de uma superfície usando uma lajota como unidade de medida” (p. 219), ou seja, existem ocasiões nas quais nem sempre é possível usar um objeto físico para medir.

Durante a exploração da técnica (τ_{C1}) surgiu outro subtipo de tarefa que consiste em comparar simultaneamente área e perímetro de figuras poligonais (T_{C2}). A técnica, nesse instante, precisa ser ampliada, pois não basta apenas comparar áreas, é necessário, também, comparar perímetros.

Não localizamos um ambiente tecnológico teórico específico para o conceito de perímetro nesse capítulo, provavelmente estudado em anos anteriores ou em capítulos que não fazem parte do nosso objeto de estudo. Essa hipótese é confirmada em uma das tarefas que apresenta o seguinte enunciado: “suponha que cada quadradinho da malha abaixo tenha área igual a 1 cm^2. Você já sabe que o perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados” (p.222). Em seguida, solicita que os alunos determinem a área e o perímetro de alguns polígonos desenhados em malha. A comparação simultânea acontece na próxima tarefa, conforme a figura a seguir.

Figura 28– Extrato do livro que explora a ampliação da técnica (τ_{C1}).

9. Nas figuras do exercício anterior, encontre exemplos de polígonos de:
a) mesma área e mesmo perímetro
b) mesma área e perímetros diferentes
c) áreas diferentes e mesmo perímetro
d) áreas diferentes e perímetros diferentes

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 223)

Nesse instante não basta apenas determinar ou comparar as áreas, mas é necessário simultaneamente comparar as áreas e os perímetros, surgindo, assim (τ_{C2}), que consiste em usar a técnica (τ_{C1}), determinar a medida dos perímetros e realizar as deduções das áreas e dos perímetros.

Dando continuidade ao capítulo, na seção Área de retângulos, os autores apresentam o novo momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico mostrando uma situação na qual a técnica de contar quadradinhos (τ_{D1}) não é a mais apropriada para resolver a tarefa, como podemos observar na figura a seguir.

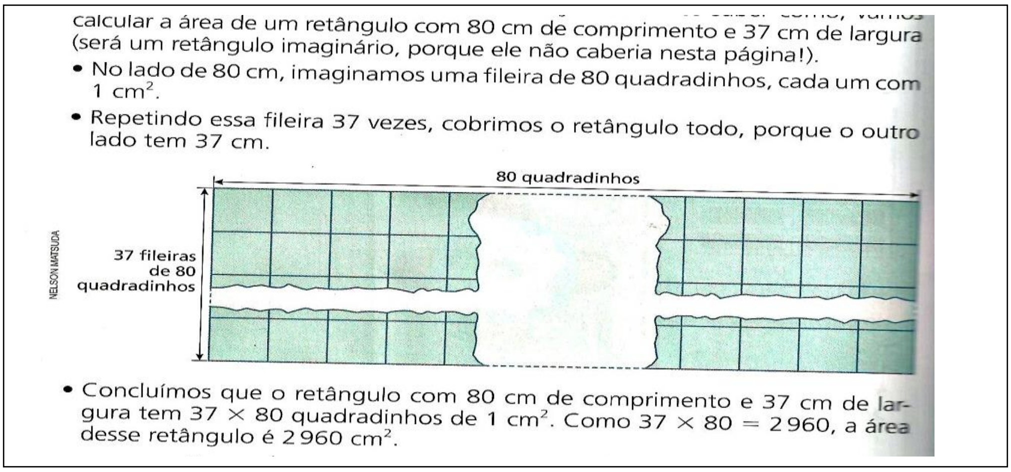
Figura 29 – Extrato do livro que apresenta o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico.

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 223)

Ao observar o diálogo das crianças na figura acima, notamos que a técnica utilizada anteriormente para determinar e comparar áreas não é a mais apropriada para resolver a tarefa. É necessário agora criar novas técnicas a partir das técnicas já produzidas; sendo assim, os autores constroem justificativas afirmando que “obter a área de retângulos grandes, contando um a um os quadradinhos unitários é de fato trabalhoso. Mas, pensando um pouco, podemos calcular a área de qualquer retângulo sem tanto esforço" (p. 224).

Nesse momento, surge um novo subtipo de tarefa que é "determinar a medida da área de um retângulo, dada a medida dos comprimentos dos lados (T_{D2})". Os autores se apoiam matematicamente no subtipo de tarefa T_{D1}, que irá participar da constituição de um ambiente tecnológico-teórico que dará sustentação à nova técnica, como poderemos observar na figura a seguir.

Figura 30 – Extrato do livro analisado que apresenta a elaboração da técnica(τ_{D2})


calcular a área de um retângulo com 80 cm de comprimento e 37 cm de largura (será um retângulo imaginário, porque ele não caberia nesta página!).

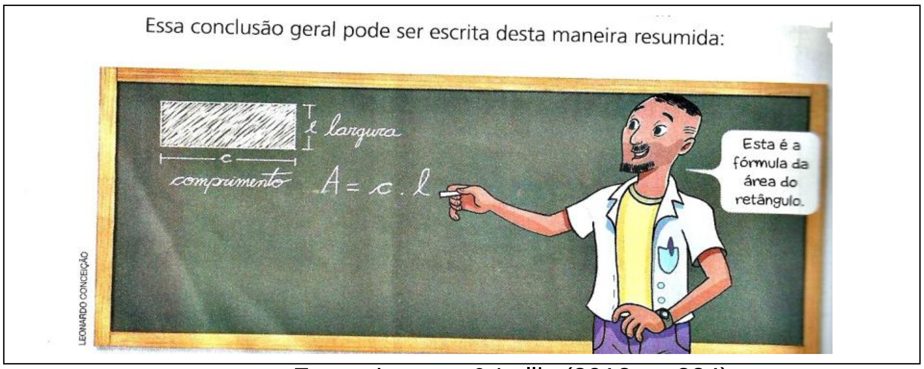
- No lado de 80 cm, imaginamos uma fileira de 80 quadradinhos, cada um com 1 cm².
- Repetindo essa fileira 37 vezes, cobrimos o retângulo todo, porque o outro lado tem 37 cm.

- Concluímos que o retângulo com 80 cm de comprimento e 37 cm de largura tem 37 × 80 quadradinhos de 1 cm². Como 37 × 80 = 2 960, a área desse retângulo é 2 960 cm².

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 224)

A nova técnica (τ_{D2}), como descrita acima, consiste em multiplicar a quantidade de quadradinhos de cada fileira pela quantidade de fileiras, ou seja, a contagem um a um não é, nesse momento, a técnica mais apropriada, mas foi a partir dela que se elaborou a generalização da fórmula, como podemos perceber na figura a seguir.

Figura 31 – Extrato do livro analisado que apresenta o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico.

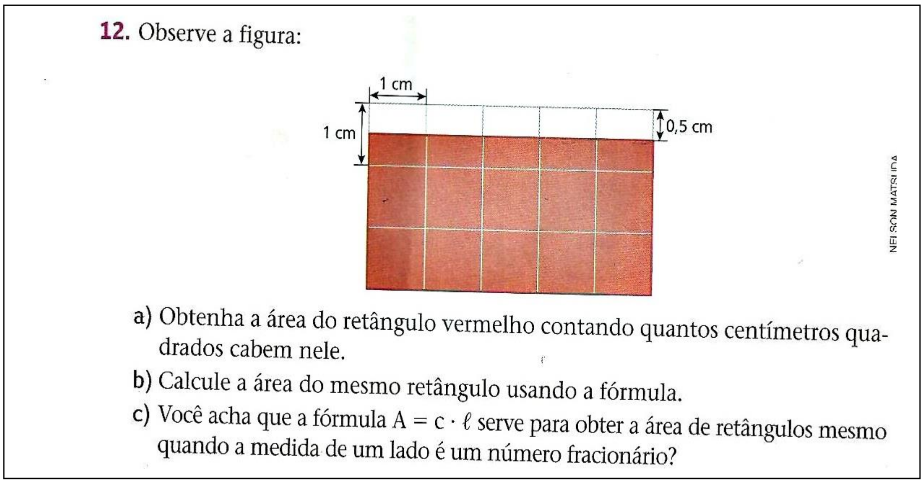


Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 224)

Paralelamente, os autores convidam os alunos a consultarem no dicionário a palavra fórmula, que significa: “expressão que indica, em linguagem matemática, os cálculos que devem ser feitos para se obter determinado resultado” (p.284). Em seguida, de forma análoga, justifica que “a fórmula da área do retângulo também serve para calcular a área do quadrado” e, em seguida, apresentam a fórmula para determinar a medida da área do quadrado (T_{D3}), como sendo: A= $\ell \times \ell$ ou A= ℓ^2.

Para orientar os alunos na verificação da precisão e do domínio da técnica, os autores propõem a seguinte tarefa.

Figura 32 – Extrato do livro que apresenta o momento do trabalho da técnica (τ_{D2}).


12. Observe a figura:

a) Obtenha a área do retângulo vermelho contando quantos centímetros quadrados cabem nele.

b) Calcule a área do mesmo retângulo usando a fórmula.

c) Você acha que a fórmula $A = c \cdot \ell$ serve para obter a área de retângulos mesmo quando a medida de um lado é um número fracionário?

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 225)

Como podemos observar, a tarefa foi planejada para o aluno utilizar a (τ_{D1}) e avançar para (τ_{D2}), ou seja, os alunos além de trabalharem o domínio da técnica, precisam, também, analisar a sua precisão. No nosso olhar, aqui também se explora o momento da avaliação, uma vez que o professor poderá verificar o que foi efetivamente compreendido com a organização matemática estabelecida por ele. Nessa tarefa o comprimento de um dos lados do retângulo é fracionado, logo os estudantes deverão perceber que é possível calcular a medida da área de qualquer retângulo utilizando a fórmula.

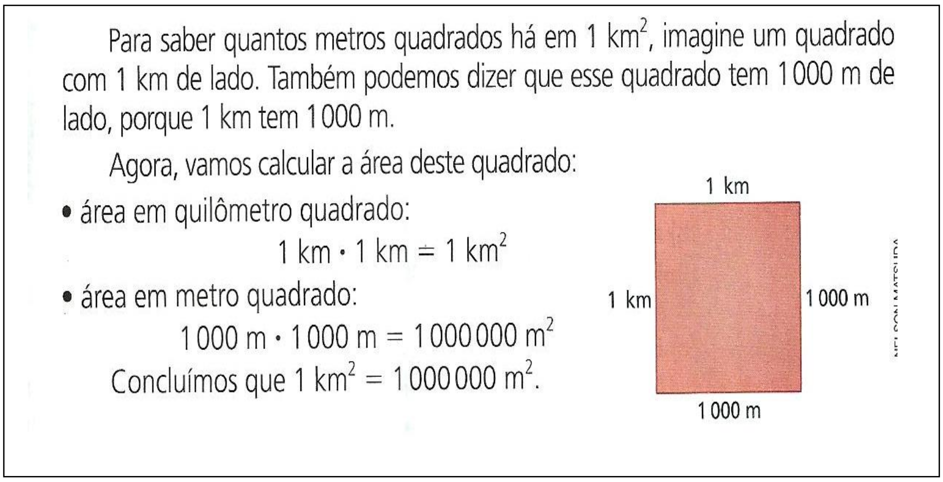
Para ampliar o domínio da técnica surge um novo subtipo de tarefa, que é determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados com comprimentos dos lados conhecidos (T_{D4}). Aqui não basta apenas determinar a medida da área das figuras, mas é necessário, também, somar todas as medidas para obter a medida de área total, surgindo assim, a técnica (τ_{D4}).

Ainda, na ampliação do campo de aplicação e consolidação da técnica surgem os subtipos de tarefa (T_{D5}) e (T_{D6}), ou seja, "determinar a medida da área de um triângulo retângulo, dada as medidas dos comprimentos dos catetos" e "determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos, respectivamente".

Portanto, o foco central dessa seção do capítulo do livro é nos subtipos T_{D2} (Determinar a medida da área de um retângulo, dada as medidas dos comprimentos dos lados) e T_{D3} (Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado) para os quais as técnicas (τ_{D2}) e (τ_{D3}) correspondem à aplicação das fórmulas, e nos quais os elementos tecnológico-teóricos são justificados, expostos e explorados.

Dando continuidade ao capítulo, os autores apresentam a seção Unidades de medida de área, na qual expõem situações em que é utilizado o metro quadrado (sala de aula), o quilômetro quadrado (planta baixa de um bairro) e o milímetro quadrado (uma formiga carregando um microchip). Nesse momento, surge um novo tipo de tarefa, que é converter unidades de medida de área, que necessita de uma nova técnica. Sendo assim, os autores constroem o momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico por meio de equivalência de áreas, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 33 – Extrato do livro que apresenta a elaboração da técnica (τ)


Para saber quantos metros quadrados há em 1 km², imagine um quadrado com 1 km de lado. Também podemos dizer que esse quadrado tem 1 000 m de lado, porque 1 km tem 1 000 m.

Agora, vamos calcular a área deste quadrado:

- área em quilômetro quadrado:

$$1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} = 1 \text{ km}^2$$

- área em metro quadrado:

$$1\,000 \text{ m} \cdot 1\,000 \text{ m} = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

Concluímos que $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$.

Fonte: Imenes & Lellis (2012, p. 229)

A técnica (τ) escolhida e elaborada pelos autores coloca em evidência a equivalência de áreas, partindo do principio da proporcionalidade de grandezas diretamente proporcionais, ou seja, a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Vale salientar que essa técnica dará sustentação para a resolução dos subtipos de tarefas T_{T1}, T_{T2} e T_{T3}.

Durante a exploração do tipo de tarefa identificamos vários subtipos de tarefas, como visto na organização matemática, que exigia o domínio da técnica elaborada pelos autores, inclusive quando o subtipo de tarefa era converter uma unidade de área do sistema métrico decimal em uma unidade de medida agrária - ha (T_{T3}). Percebemos que a ênfase não era apenas em conversões de unidades de medida de área, mas, sim, na resolução de diversas tarefas, o que, de certo modo, exigia a transformação de unidades de medida de comprimento ou de área.

Também nessa seção estão concentrados outros tipos de tarefas, como, por exemplo, TG (Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas), TO (Operar com medidas de áreas de figuras planas) e TE (Estimar medida de área de uma figura plana), nas quais a ênfase está concentrada nas técnicas (τ_{D2}) e (τ_{D3}), que correspondem à aplicação das fórmulas da área do retângulo ou do quadrado. Portanto, TG, TO e TE cumprem o papel da ampliação do campo de aplicação das referidas técnicas.

De forma geral, o momento de institucionalização, além de acontecer no momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico, também está sistematizado em uma seção, no final do capítulo, intitulada “Para não esquecer”, na qual os autores fazem uma espécie de revisão dos assuntos trabalhados, subdivididos em perímetro e área, unidades de medida para perímetro e área e a fórmula da área de um retângulo. Concordamos com Chevallard (1999) quando argumenta que esse momento é importante na organização didática, uma vez que oficializa o que de fato será necessário na organização matemática.

Em relação à avaliação, os autores afirmam no Guia de Recursos Didáticos, que o livro contribui para esse processo nas seções “Conversando sobre o texto e Ação” e nas aulas de resolução de problemas. Também permitem que o professor possa criar outras oportunidades para avaliar seus alunos e que os dados obtidos, ao invés de serem transformados em nota, poderão “auxiliar em julgamentos e interpretações que ajudem a traçar rumos e a melhorar a aprendizagem” (p. 21).

Nesse mesmo *Guia de Recursos Didáticos,* em relação ao conceito de área de figuras planas, os autores sugerem que seja realizada “uma prova escrita individual, com problemas e exercícios similares aos números 5, 9, 10, 15, 22 e 26”

(p. 58). Ao observar no capítulo a que tipo de tarefa esses números se referem, percebemos que quatro delas são de determinação da medida de área de figuras ou região (TD), uma de comparação de medidas de áreas de figuras planas (TC) e uma de operar com medidas de áreas de figuras planas (TO). Percebemos também que as técnicas que poderão ser utilizadas pelos alunos para resolver as tarefas são contagens, decomposição e aplicação de fórmulas, ou seja, nessa avaliação da aprendizagem não será possível avaliar os demais tipos de tarefas trabalhadas no livro como, por exemplo, estimar medida de área de uma figura plana.

De forma geral, apesar de termos identificado no livro didático seis tipos de tarefas diferentes e 19 subtipos, a ênfase é no tipo de tarefa TD- determinar a medida da área de uma figura ou região, incluindo os subtipos T_{D2} e T_{D3}.

Do ponto de vista do conceito de área, mesmo estes autores dando ênfase ao aspecto numérico, existem características elogiáveis na abordagem. Primeiro, a situação inicial parte de uma tarefa contextualizada, referente a aspecto da vida cotidiana. Segundo, porque esse tipo de tarefa é de comparação, embora seja numérica e, por fim, a técnica utilizada não parte de usos de fórmulas, nem utiliza unidades convencionais. Logo, rompe com um ensino do conceito de área que foi marcado durante muito tempo por uma ênfase exagerada nas fórmulas de áreas das figuras geométricas usuais e também nas unidades e conversões entre unidades de área (LIMA e BELLEMAIN, 2010).

Por tudo isso, caracterizamos a organização didática como Construtivista psicológica, pois, segundo Gascón (2003), a ênfase dessa organização está nos eixos do momento exploratório da atividade matemática e no momento tecnológico-teórico. Percebemos que os autores compreendem que ensinar matemática é possibilitar aos estudantes a construção do conhecimento, no nosso caso, área de figuras planas, por meio da resolução de diversos tipos de tarefas problematizadoras. No entanto, o trabalho da técnica fica reservado ao segundo plano, o que em muitas situações de nossa análise precisamos fazer inferências.

Portanto, a partir dessas análises nos questionamos sobre como seria a organização didática ideal para o livro didático do 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras planas, que possibilitassem os alunos construírem conhecimentos utilizando a resolução de tarefas problematizadoras, mas que integrassem todos os eixos da organização didática possível, ou seja, o bloco do saber, saber-fazer e o momento de exploração da atividade matemática.

No próximo capítulo analisaremos as organizações matemáticas e didáticas de um professor no exercício de sua prática docente, nas aulas destinadas ao conceito de área de figuras planas em uma turma do 6º ano do ensino fundamental.

REFERÊNCIAS DO CAPÍTULO

BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no Ensino Fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pós-doutoral no exterior financiado pelo CNPq.** Recife, 2013. 95p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Y.. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l´approche anthropologique. In: . **Recherches em didactique des mathématiques,** Grenoble, Éditions La Pensée Sauvage, v.19.2, n.56, p.221-265, 1999.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d‟apprentissage du concept d‟aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

IMENES, L.M. & LELLIS, M. **Matemática**: Imenes e Lellis. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2012.(6º ano do Ensino Fundamental).

GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n.2, 2003, p. 11-37.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: **Coleção Explorando o Ensino**. Brasil. Matemática: ensino fundamental. Coordenação João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho, Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, volume 17, 2010, p.167- 200.

PAULISTA. Secretaria de Educação. **Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Paulista**. Paulista. PE, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2012.

5 A CONDUÇÃO DO ESTUDO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS POR UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Apresentamos nesse capítulo, além da entrevista realizada com um professor de matemática, as análises praxeológicas referentes às observações das aulas desse professor (P) sobre área de figuras planas em uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Tais observações aconteceram em uma Escola Municipal do município do Paulista, no período de 27 de maio de 2014 a 05 de junho de 2014, sendo um total de 10 horas/aulas observadas. As aulas aconteciam três vezes por semana, terças, quintas e sextas-feiras. Todas elas foram filmadas e posteriormente transcritas, como podemos observar nos apêndices (A e B) dessa tese.

Tivemos nosso primeiro contato com a turma uma semana antes do início das gravações. O professor nos apresentou aos alunos informando que estávamos realizando uma pesquisa de doutorado e que iríamos acompanhar todas as aulas referentes ao conceito de área de figuras planas. Além da apresentação, o professor pediu a colaboração dos alunos para o preenchimento de uma ficha para capturar som e imagem, que os responsáveis precisavam autorizar e devolver a pesquisadora.

Com o intuito de conhecer melhor o nosso sujeito da pesquisa, em especial o seu planejamento, realizamos no dia 15 de maio de 2014 uma entrevista não-diretiva, que transcreveremos e está disponível, na íntegra, no apêndice A da tese.

Nessa entrevista, cujo roteiro está disponível na nossa metodologia, perguntamos inicialmente ao professor o que ele levava em consideração ao preparar as suas aulas de matemática. Nossa hipótese era que ele apontasse os documentos oficiais, o contexto escolar, o contexto do aluno ou os recursos disponíveis como elementos que serviriam de base para seu planejamento. No entanto, apenas um elemento é citado pelo professor, como podemos observar na transcrição abaixo:

> Levo em consideração.... O primeiro tópico é..... o nível de meus alunos. Eu tenho o conhecimento já prévio deles. Sempre que estou começando eu faço umas abordagens e vejo o nível deles. E, dependendo do nível eu já trago o assunto mas.....não é mais fácil, é.... mais detalhado, para que ele consiga atingir o meu objetivo, o que havia planejado para eles (TRANSCRIÇÃO de 2 - 5, Cf. Apêndice A)

Entendemos que, certamente, o professor leva em consideração outros elementos na preparação de suas aulas, mas, naquele momento da entrevista, ele revelou que o nível dos alunos é um fator importante no seu planejamento. Logo, esse fator influenciará na transposição didática do conceito em estudo, uma vez que ele detalha ou não o assunto em jogo.

Em outro momento perguntamos ao professor que fontes de pesquisa ele utilizava para fazer o seu planejamento, e ele comentou que consultava livros didáticos, fichas de internet, vídeos e sites. Mais uma vez os documentos oficiais, tais como PCN (BRASIL, 1998), BCC (PERNAMBUCO, 2008), Parâmetros Curriculares Estaduais (PERNAMBUCO, 2012) e a proposta do município (PAULISTA, 2012) não foram citados pelo professor. Já em relação às atividades propostas aos alunos, ele cita mídias produzidas por editoras, exercícios do GESTAR[32], e exercícios disponibilizados na internet. Após a seleção do material, o professor afirma:

> Eu pesquiso os específicos e baixo vários exercícios, bem trabalhados, bem contextualizados. Faço uma pré-seleção e vou passando para eles na medida do possível para ver se eles conseguem absorver o assunto melhor. (TRANSCRIÇÃO 14 a 16, Cf. Apêndice A).

Perguntamos também ao professor como ele fazia para ensinar um assunto novo. Nosso objetivo era perceber como o professor conduz o estudo de um assunto em sala de aula e, nesse caso, ele afirma:

> Como eu tenho o conhecimento prévio do meu aluno... Eu já tenho o resgate que ele já viu, eu vou fazer da melhor maneira possível. Eu vou pegar um assunto novo, eu vou.... dentro das minhas possibilidades, traduzir para a melhor linguagem deles, para ver se eles conseguem absorver. (TRANSCRIÇÃO 25 a 27, Cf. Apêndice A).

Como podemos perceber na transcrição acima, o professor não deixa muito explícita a sua forma de conduzir o processo de ensino, apenas ressalta que a partir do conhecimento já adquirido pelos alunos, ele transforma o objeto do saber em uma linguagem mais acessível para os alunos. Também percebemos resquício de uma pedagogia tradicional, na qual a aprendizagem acontece pela transmissão do conhecimento, fato revelado, inclusive, por meio da palavra “absorver” no discurso do professor.

Em relação ao processo avaliativo, perguntamos ao professor como ele fazia a avaliação de um conteúdo ministrado. Nossa intenção era perceber se avaliava não só a aprendizagem do aluno, mas também as tarefas matemáticas, os

[32] Programa Gestão da Aprendizagem Escolar

ambientes, a fim de tomar decisões durante o curso (SIMON, 1995, apud CHEVALLARD, 1997).

No entanto, o professor se deteve na sua fala apenas à avaliação da aprendizagem, conforme transcrição a seguir:

> eu avalio o meu aluno todo tempo e a todo instante. Quando eu dou um assunto, eu faço várias indagações a eles, para ver se eles estão prestando atenção e se estão inteirados do assunto. E eu vou avaliando ele assim.... costumeiramente. Faço atividades...assim, várias atividades para resgatar alguma coisa dele, para ver se eles estão entendendo. Tento corrigir da melhor maneira possível, antes de fazer uma avaliação final, tipo considerada uma prova, um desafio. Um desafio, aí eu busco, exercícios contextualizados. Eu vejo mais a parte de contexto geral, e não fujo muito do assunto não. Eu tento me ater ao assunto deles. (TRANSCRIÇÃO 44 a 51, Cf. Apêndice A)

Nesse processo o professor utiliza a avaliação como uma forma de diagnosticar possíveis lacunas conceituais enfrentadas pelos alunos ao longo do processo, inclusive afirma que no dia a dia procura corrigir todas as tarefas para que, no final, o conteúdo esteja todo vivenciado e, dessa forma, seja possível fazer a prova no término do período.

O professor comenta que após todas as correções, o conteúdo todo vivenciado e tendo trabalhado o livro, o aluno tem condições de fazer uma boa prova e se isso não acontecer "[...] eu percebo que é preguiça (bis) de estudar ou ele não está estudando ou ele não está tendo interesse..." (TRANSCRIÇÃO 57 a 58, Cf. Apêndice A). Também afirma que sua avaliação é muito tradicional. E conclui, afirmando:

> Então, a minha avaliação é prévia. Estou começando, já estou avaliando. Estou percebendo toda dificuldade dele. Vou lá, faço várias intervenções na aula mesmo, junto ao aluno, para ver se ele consegue sair dali. Oriento ele, para no final ele ter um bom respaldo. Se ele não tiver....(TRANSCRIÇÃO 64 a 66, Cf. Apêndice A)

Diante do exposto acima, se houver fracasso escolar a responsabilidade é do aluno, pois o professor já ministrou o assunto, fez as correções em diversas atividades, utilizou o livro didático, fez várias intervenções. Como a prova é realizada no final do assunto ministrado, entendemos que há uma supervalorização desse momento final. Também, percebemos que a postura dele em relação ao processo de ensino e de aprendizagem é baseada em uma concepção que valoriza a transmissão de informação e é centrada na figura do professor, por isso ele "faz tudo" e no final, os alunos irão "prestar conta" do que entenderam.

Quanto aos recursos didáticos utilizados nas aulas de matemática, o professor citou que, além do livro didático adotado pela escola, ele também utiliza livros de outros autores, cadernos de exercícios antigos e apostilas com atividades contextualizadas. Os sites pesquisados, na sua maioria, são privados e, em algumas vezes, de domínio público, para pesquisar trabalhos científicos que colaboram com o processo de ensino.

Convidamos o professor para relatar sobre sua prática docente de forma espontânea, com o intuito de perceber as suas relações com a instituição, com o saber e com os alunos. Nesse momento, ele argumenta que há uma diferença entre os alunos das escolas particulares e públicas, como podemos perceber no seguinte trecho da transcrição (82 a 85, Cf. Apêndice A):

> Você faz um trabalho, um trabalho pedagógico com um aluno da escola particular, você tem êxito, por que a maioria, acho que 90% deles, se interessam. Eles mostram a você que têm capacidade. Os meninos da escola pública, eles são diferenciados, eles não têm interesse nenhum. Acho que não tem ninguém que cobra.

Também argumentou que há certo desestímulo dos docentes nas escolas públicas e um dos motivos é a falta de interesse dos alunos, como podemos verificar na transcrição a seguir.

> A gente se frustra muito, porque prepara várias atividades para eles e no final, a gente não tem aquele respaldo desejado. Desestimula muito a vida docente da gente. E a gente se esforça muito, por exemplo, se eu pego um determinado assunto, eu explico uma, duas, três, quatro vezes e quando eu vou pedir...., retornar aquela atividade, a maioria, não consegue. Não consegue, nem fazer uma frase sobre o assunto. (TRANSCRIÇÃO 86 a 90, Cf. Apêndice A).

O professor não fala de forma explícita sobre a sua relação com o saber, mas deixa claro a sua metodologia quando ele afirma que “se eu pego um determinado assunto, eu explico uma, duas, três, quatro vezes...” (TRANSCRIÇÃO 88, Cf. Apêndice A). Inferimos que, segundo o professor, basta transmitir várias vezes, por meio de um raciocínio lógico que os alunos irão entender suas explicações, as quais darão sustentação para o processo de avaliação. Ele admite que seja contra a “decoreba”, mas acha importante o aluno “memorizar determinados aspectos da vida” (TRANSCRIÇÃO 91, Cf. Apêndice A), como, por exemplo, o roteiro da casa para escola. Uma das possíveis dificuldades de memorização, por parte dos alunos, é a falta de concentração, segundo o professor.

Após essa entrevista e o recolhimento das fichas de autorização de som e imagem passamos a observar as aulas ministradas pelo professor. Vale salientar que, dois estudantes não foram autorizados a serem filmados e por isso eles não foram contabilizados na nossa amostra.

Para a análise da observação das aulas foram tomadas as mesmas categorias e critérios descritos para a análise do livro didático, ou seja, a organização didática e a organização matemática do conceito de área de figuras geométricas planas, avaliando os tipos de tarefas, técnicas, elementos tecnológico-teóricos e os momentos didáticos que a compuseram.

Dessa forma dividiremos nossa análise em análise da organização matemática e em análise da organização didática da aula do professor.

5.1 Análise da organização matemática das aulas do professor

A primeira aula do professor sobre o conceito de área de figuras geométricas planas, no sexto ano do ensino fundamental, aconteceu no dia 27 de maio de 2014. Em princípio os alunos mostraram-se curiosos e inquietos com a nossa presença; no entanto, no decorrer das aulas deixaram de nos observar e voltaram à sua rotina habitual.

Após uma leitura de todas as transcrições oriundas da observação das aulas, seguida de uma análise aula por aula, constatamos que o professor trabalhou, no total, com 40 tarefas, que foram respondidas conjuntamente por ele e seus alunos. Nesse total estão incluídos todos os itens propostos. Por exemplo, uma determinada questão apresentava 3 itens (a, b, e c) e em um dos itens apresentava duas perguntas, logo consideramos como 4 tarefas.

Algumas tarefas, três no total, são tomadas de opinião, que ajudam o professor a verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre determinadas situações, fortalecendo a prática docente. Essas tarefas são importantes no processo de ensino e de aprendizagem. No entanto, não consideramos como tipo de tarefa de natureza matemática.

Também detectamos três tarefas cujos enunciados são de natureza matemática, mas não dependem do conceito de área para serem resolvidos e, por isso, não categorizamos como tipo de tarefas envolvendo áreas de figuras geométricas planas.

Portanto, nossa análise foi baseada em 34 tarefas, que categorizamos em dois tipos de tarefas (T), especificamente matemáticas, envolvendo o conceito de área, distribuídas ao longo das aulas do professor. Assim, como no capítulo anterior, para cada tipo de tarefa criamos um código formado por duas letras maiúsculas do nosso alfabeto, a primeira representa o tipo de tarefa (T) e a segunda a natureza da tarefa, logo temos TD (Determinar a medida da área de uma figura ou região) e TC (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas).

Os tipos de tarefas foram agrupados de acordo com a análise do livro, descrita no capítulo anterior, que, por sua vez, baseia-se no filtro da grandeza área descrita na nossa fundamentação teórica e adaptada na metodologia.

Como podemos perceber na tabela 6, majoritariamente o tipo de tarefa mais explorado nas aulas do professor é TD, ou seja, "Determinar a medida da área de uma figura ou região". Com baixa frequência temos TC – (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas) e constatamos a ausência de quatro tipos de tarefas contemplados no Livro Didático (Converter unidades de medida de área (TT), Estimar área de figuras planas (TE), Operar com áreas de figuras planas (TO) e Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas (TG)).

Tabela 06 - Distribuição dos tipos de tarefas referente à área de figuras planas nas aulas do professor de matemática.

Tarefas presentes nas aulas do professor de matemática	**Quantidade**	**Percentual %**
TD: Determinar a medida da área de uma figura ou região.	33	97
TC: Comparar áreas de figuras geométricas planas.	01	3
Total	34	100

Fonte: autoria própria

Durante o desenvolvimento das aulas do professor, o tipo de tarefa TD (determinar a medida da área de uma figura ou região) gerou quatro subtipos de tarefas, aqui representados por T_{D1} (Determinar a medida de área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias); T_{D2} (Determinar a medida da área de um retângulo dadas as medidas dos comprimentos dos lados); T_{D3} (Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado) e T_{D4} (Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e quadrados com comprimentos dos lados conhecidos). Já o tipo de tarefa TC (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas) teve apenas um subtipo que foi "comparar a medida da área de figuras poligonais ladrilháveis - T_{C1}".

De forma geral, identificamos alguns objetos ostensivos durante as aulas, tais como maquetes de campo de futebol, figuras e malhas, que podem colaborar para a justificativa das técnicas ou sua ampliação, como veremos adiante na organização matemática de cada tipo de tarefa e na organização didática. Também percebemos a presença de objetos não-ostensivos evocados por meio das fórmulas e decomposições que podem ajudar na construção do conceito de área.

5.1.1 Organização matemática pontual do tipo de tarefa "comparar medida de área de figuras geométricas planas (TC)", na aula do professor de matemática.

Nesse tipo de tarefa identificamos apenas um subtipo de tarefa que categorizamos como "comparar a medida da área de figuras poligonais ladrilháveis (T_{C1})", que, por sua vez, tem apenas uma tarefa, que consiste em comparar a área de dois pátios ladrilhados*.*

Essa tarefa foi estudada em sala de aula no dia 29 de maio de 2014, ou seja, no segundo dia de aula sobre áreas de figuras planas, ministrada pelo professor. Cabe salientar que é uma tarefa presente no livro didático adotado pela escola e que havia sido indicada como exercício de casa para os alunos na aula anterior.

A tarefa é de natureza estática e não exige técnicas de inclusão e sobreposição, equidecomposição e corte-colagem, mas não impediria de ser utilizada pelo professor em sala de aula. Os objetos ostensivos predominantes são duas figuras retangulares ladrilhadas com quadradinhos. De uma forma geral, o subtipo de tarefa TC_1 apresenta a praxeologia organizada da seguinte maneira:

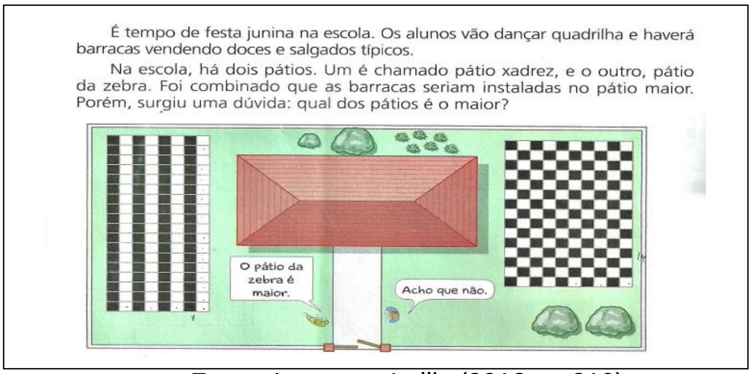
Quadro 14 – Praxeologia matemática do subtipo T_{C1} nas aulas do professor de matemática

Subtipo de tarefa (T_{C1})	Técnica (τ_{C1})	Elemento Tecnológico- teórico (θ,Θ)
Comparar as medidas das áreas de figuras poligonais ladrilháveis	Contar a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir todas as figuras. Caso haja *metades,* a cada duas *metades* contam-se uma superfície unitária a mais. Em seguida, deduz a ordem das áreas da ordem dos números, obtendo assim a área maior e menor.	Dada uma unidade de área, a superfície que tiver a maior medida é a que tem maior área, do mesmo modo, a superfície que tiver a menor medida é a que tem menor área.

Fonte: autoria própria

O estudo desse subtipo de tarefa aconteceu no momento da correção do exercício para casa. É uma situação contextualizada, na qual os autores do livro perguntam qual dos dois pátios parece ter maior área, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 34 – Extrato do livro didático referente ao tipo de tarefa (T_{C1}) utilizada pelo professor em sala de aula.



Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 219)

Em vários momentos da aula o professor explicita a técnica a ser usada para resolver tarefa, como podemos perceber na transcrição (611 a 622, Cf. Apêndices B) a seguir.

P – [......] Quem é que tem maior área?
A(24) - O Xadrez.
P - Você contou quantos tem o seu? Tem quantos? A(18)
A(18) - Não.
P - E como é que você diz que é o xadrez?
A(18) - Porque eu imaginava.
P - Quem foi que contou quantos quadradinhos? Deu quantos quadradinhos?
A(03) - O xadrez deu 150 e o outro deu 126.
P - Quantos quadradinhos teve o xadrez?
A(03) - 150.
P - E o outro?
A(03) - 126.

A técnica inicial trabalhada é a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir todas as figuras, ou seja, algo semelhante ao subtipo de tarefa “determinar a medida de área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias (T_{D1})”. O objeto ostensivo (pátios ladrilhados) auxilia o professor a conduzir a técnica, “**P** - Vamos lá, vamos contar. Cada um, todo mundo volta lá na página. E conta quantos quadradinhos têm” (TRANSCRIÇÃO 637, cf. apêndice B).

Percebemos que nesse momento o professor não oportuniza que os alunos apresentem técnicas próprias para a resolução da tarefa como, por exemplo, superpor o espaço ocupado por um dos pátios sobre o outro, isto de forma visual ou decalcando em papel as figuras, recortando e verificando se uma delas cabe no interior da outra. Se ela couber, então sua área é a menor das duas. Na transcrição acima, podemos observar que a ideia de A(18*)* não foi valorizada pelo professor e provavelmente a técnica que ele utilizou foi a superposição dos pátios de forma visual ("... eu imaginava") sem recorrer a medições, que se fosse valorizado pelo professor poderia contribuir para os estudantes perceberem que cada grandeza tem um modo próprio de comparar.

No entanto, o professor determina a técnica a ser utilizada, ou seja, contagem, o que fortalece a ideia de que é preciso efetivamente ladrilhar para poder comparar áreas. Apesar da pesquisa de Douady e Perrin-Glorian(1989) ter sido desenvolvida com estudantes franceses no nível equivalente ao 4º e 5º ano do ensino fundamental brasileiro, acreditamos que mesmo no 6º ano, uma associação precoce da superfície a um número poderá contribuir para o amálgama entre diferentes grandezas.

Essa maneira de fazer a tarefa aparece em pelo menos sete linhas de transcrições (617/ 619/ 623/ 629/ 633/ 637 e 641). Alguns estudantes reveem a contagem dita anteriormente, ora acertando ora errando. Em seguida, o professor amplia a técnica (τ_{D1}) perguntando, "[...] Qual que deu mais?" (TRANSCRIÇÃO 627, Cf. Apêndice B). Entendemos que, nesse momento, o professor está orientando os alunos a deduzirem a ordem das áreas da ordem dos números, surgindo assim, a técnica (τ_{C1}). O ambiente tecnológico-teórico não fica explícito, é como se a técnica já justificasse o porquê da resposta. O professor conclui esse tipo de tarefa, conforme a transcrição (646 a 651, Cf. Apêndices B) a seguir:

> **P** - Isso. Então, 150 do xadrez e 144 de zebra. Ai você deu a resposta com garantia. Ai você fez a investigação. Mas se você ficar nessa, ai professor é isso, é isso, sem fazer a investigação... Vamos ver né.
> **P** - Então a resposta. Qual é o maior dos dois?
> **A$_s$**- Xadrez.
> **P** - Muito bem.

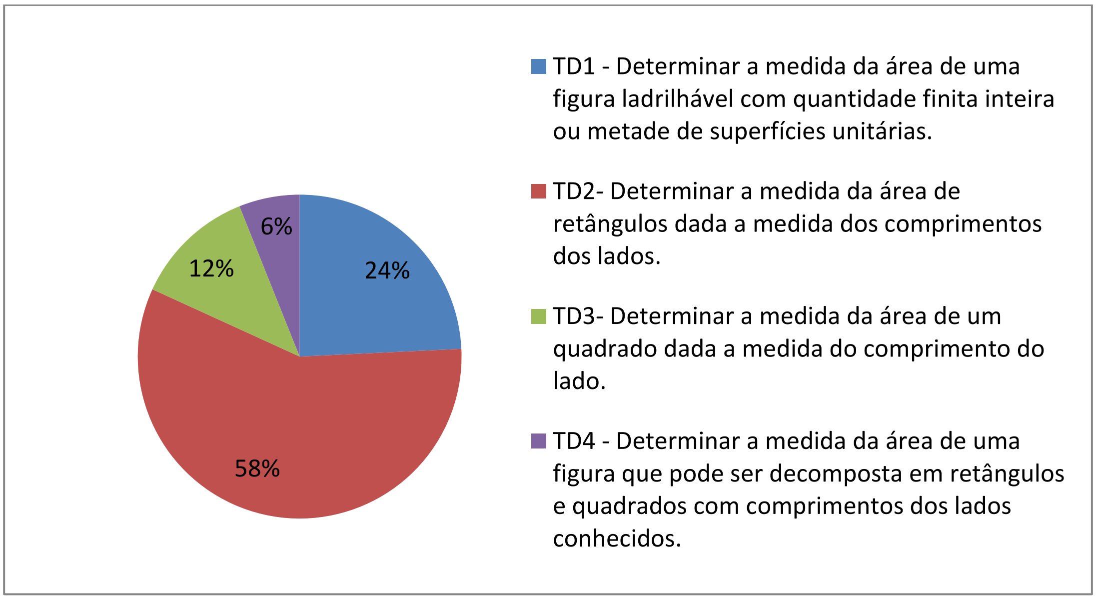
Percebemos também que durante a resolução desse tipo de tarefa, como a ênfase está concentrada no aspecto numérico de área, há uma omissão da unidade de medida trabalhada ("quadradinhos"), ou seja, tanto o professor quanto os alunos levam em consideração apenas o número, o que poderá contribuir para gerar entraves futuros como a confusão entre área e perímetro.

5.1.2 Organização matemática pontual do tipo de tarefa “determinar a medida da área de uma figura ou região (TD)”, na aula do professor de matemática.

Aqui, identificamos 33 tarefas, o que corresponde a 97% do total de tarefas vivenciadas na sala de aula pelo professor. Como dito anteriormente, categorizamos em quatro subtipos de tarefas que estão agrupados e adaptados aos gêneros medir, calcular e determinar.

Como podemos observar no gráfico a seguir, T_{D2} é preponderante em relação aos demais subtipos, com uma frequência de 19 tarefas no total. Temos uma baixa frequência (2 tarefas) para o subtipo $T_{D4,}$ na qual era exigida a determinação da medida da área em figuras que poderiam ser decompostas em retângulos e quadrados.

Gráfico 02 - Distribuição dos subtipos de tarefas referente a determinar a medida da área de uma figura ou região (TD), na aula do professor de matemática.



Fonte: autoria própria

No subtipo $T_{D1,}$ tivemos oito tarefas, que foram exploradas em quase todas as aulas. Ela aparece pela primeira vez em uma situação prática, na qual o professor pede aos alunos, inicialmente, para observar a área da sala de aula e identificar que figura geométrica representa cada lajota do piso. (TRANSCRIÇÃO 405 a 407, Cf. apêndice B). Vale salientar que o piso da sala de aula é composto por lajotas quadradas de 1m de lado. Após os alunos perceberem isso, o professor questiona qual a área da sala e, a partir daí, começa o desenvolvimento da técnica.

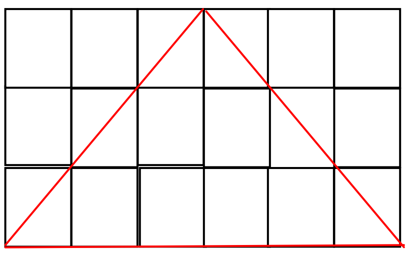
Inicialmente a técnica (τ_{D1}) utilizada para resolver a tarefa é realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir toda figura, presentes em seis tarefas, das oito categorizadas nesse subtipo, como podemos observar na transcrição (465 a 468, Cf. apêndice B) da fala do professor a seguir:

> **P** - Vamos lá, A(10)? Você vai fazer um favor. Vai contar quantos quadrados tem nessa sala. A(10), pode levantar. Deixa só A(10) levantar
>
> A(10) levanta e vai contando quadrado por quadrado para poder chegar até a medida da área do piso da sala.

Consideramos que esse momento seria uma boa oportunidade para o professor introduzir o tipo de tarefa "estimar a medida de áreas de figuras planas", pois, segundo Lima e Bellemain (2010), a estimativa de medida é importante no sentido de aproximar o aluno das aplicações matemáticas e contribuir na escolha da unidade mais adequada a uma determinada medição. Dessa forma, o professor poderia ter indagado os estudantes a responder, por exemplo, qual a unidade mais adequada para medir a área da sala de aula. Esse tipo de pergunta contribui para "criarmos imagens mentais sobre as unidades e a desenvolver a habilidade de estimar medidas" (p.181).

Essa maneira de resolver a tarefa utilizada pelo professor é ampliada no 2º dia de aula, quando o professor apresenta várias figuras para ser desenhadas na malha quadriculada, solicitando as áreas das regiões delimitadas, entre elas a área de um triângulo, conforme figura a seguir.

Figura 35 – modelo da figura desenhada pelo professor para ampliar a maneira de resolver a tarefa.



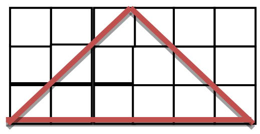
Fonte: Transcrição (814 a 819 Cf. apêndice B)

Nesse caso, não basta apenas contar a quantidade de quadradinhos inteiros que são necessários para cobrir a figura, existem metades de quadradinhos, em que a cada duas metades conta-se uma superfície unitária a mais. Na transcrição a seguir, o professor explicita a técnica a ser usada.

P - Pegou a metade. Aqui eu peguei a metade, e aqui peguei a outra metade. Juntando uma metade com a outra metade vai dar o que?

RP: (Registro do professor)

d)



1
1
1
6

9 cm²

A(04) - Um.
P - Vai dar um inteiro.
P- Um inteiro. Aqui deu o que?
A(04) - Um inteiro e meio.
P - Aqui deu uma metade, mas aqui também deu outra metade. Uma com uma dá?
A(03) - Dois.
P - Meia metade com meia metade vai dar um. Aqui também deu outra e aqui deu outra. Conte as metades. Deu quanto?
A_s - Três.
P - Agora conte a área agora.
A(10) - Nove.
A(10) - Eu acertei!
P - Vamos lá. Metade com a metade vai dar um, né? Metade com metade vai dar um, metade com metade vai dar um.
A(10) - Três.
P - Agora os quadradinhos que estão cheios, um, dois, três, quatro, cinco, seis. Três com seis, nove.
A(01) - E quem acertou professor?
P - Quem marcou 9 está correto. Quem marcou 18 não se ligou na figura geométrica. Por isso que eu falei pra marcar a área. (TRANSCRIÇÃO, 899 a 926 Cf. apêndice B).

O bloco tecnológico-teórico também não é explicitado claramente, o que permite compreendermos que a maneira como se resolve a tarefa tem dupla função, ser técnica e ser tecnologia ao mesmo tempo. No quadro a seguir, apresentamos um resumo da praxeologia matemática referente a determinar a área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias (T_{D1}).

Quadro 15 – Praxeologia matemática do subtipo T_{D1} nas aulas do professor de matemática

Subtipo de tarefa (T_{D1})	Técnica (τ_{D1})	Elemento Tecnológico-teórico (θ,Θ)
Determinar a área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias.	Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir toda figura. Caso, haja metades, a cada duas metades conta-se uma superfície unitária a mais.	Toda área é dada pela quantidade de superfícies unitárias necessárias para cobrir uma figura; Conceito e Propriedade aditiva de área de figuras planas.

Fonte: autoria própria

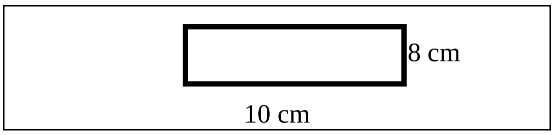
Os objetos ostensivos preponderantes são as figuras desenhadas em malhas, cuja unidade de medida é o quadradinho, que poderá ter ajudado os alunos no sentido de compreender o conceito de área. Trabalhar com malhas é um bom recurso para estudar o conceito de área, porém esse trabalho poderá ser bem mais significativo se incluir diversos tipos de malhas como, por exemplo, triangulares, quadriculadas, retangulares entre outros, de forma a favorecer a compreensão de que a unidade de área é arbitrária e que, mudando a unidade de medida, a área continua inalterada.

Cabe salientar que a maioria das tarefas desse subtipo foi aproveitada para a explicação do subtipo de tarefa T_{D2}, isto é, "determinar a medida da área de um retângulo dada a medida dos comprimentos dos lados", ou seja, na medida em que o professor trabalhava T_{D1}, também explorava T_{D2}.

Majoritariamente, as tarefas exploradas pelo professor em sala de aula correspondem ao subtipo de tarefa T_{D2}, que foi trabalhado em todas as aulas. Inclusive é com ele que o professor inicia o conceito de área, como veremos mais adiante na organização didática.

Aqui os objetos ostensivos são, além das malhas quadriculadas, as representações de figuras retangulares desenhadas na lousa e a aplicação do uso de fórmulas da área de um retângulo, que, por sua vez, utiliza unidades de medidas convencionais inteiras, como podemos observar na figura a seguir.

Figura 36 – Exemplo de um objeto ostensivo utilizado na aula do professor



Fonte: Transcrição (305 - 309, Cf. apêndice B)

A técnica **(τ_{D2})** utilizada é substituir na fórmula A = c x ℓ os valores das medidas do comprimento e da largura do retângulo. Em seguida, deve-se multiplicar os valores numéricos do comprimento e da largura. Podemos observar na transcrição (322-332, Cf. apêndice B) a seguir, o momento no qual o professor inicia o trabalho da técnica.

P - Agora existe uma fórmula, a fórmula é essa.....

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento x largura

P - A fórmula da área do retângulo vai ser bem simples. Vai ser o comprimento vezes a largura. É só você pegar o comprimento e multiplicar pela largura.

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento x largura A = 10 cm x 8 cm

P - Quem sabe multiplicar aqui? Todo mundo sabe? Sabe A(10) multiplicar? Sabe ou Não?

Nesse momento nos questionamos se essa maneira de apresentar a fórmula da área do retângulo ajuda os alunos a compreender o seu significado, pois, na concepção do professor, se o estudante souber multiplicar os fatores, saberá utilizar a fórmula.

Dando continuidade à técnica, o professor alerta para a unidade de medida que se está trabalhando (TRANSCRIÇÃO, 351-361, Cf. apêndice B), ou seja, a área será determinada pelo produto dos fatores, acompanhada da unidade de área trabalhada na tarefa. Também é possível perceber que o professor não leva em consideração apenas as medidas necessárias para o cálculo, pois, ao resolver a tarefa faz o produto de comprimentos enfatizando a unidade de medida trabalhada.

P - Qual a unidade de medida que eu tô trabalhando com ela?
A_s - Comprimento
P - Comprimento? Qual a unidade de medida que tô trabalhando com ela? Isso aqui olha (aponta para o cm escrito na largura e no comprimento do retângulo).
A_s - Centímetro

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento X largura A = 10 cm x 8 cm A = 80 A = 80 cm^2

Como não houve até o presente instante um trabalho efetivo com as unidades de medidas, os estudantes não conseguem responder qual a unidade trabalhada e repetem exatamente o que o professor fala. Esse tipo de ensino é pautado na reprodução e ainda é bastante encontrado nas escolas brasileiras, ou seja, o professor “mostra/fala” e o aluno “repete”.

Os elementos tecnológico-teóricos (θ_{D2}, Θ_{D2}) que justificam a técnica estão apoiados na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular, fato observado nas transcrições (492-496, Cf. Apêndice B) referente à determinação da medida da área de uma figura retangular ladrilhável.

> **P** - Eu tô chamando esse quadradinho aqui (em relação à figura retangular desenhada no quadro) da minha nova unidade de medida. É uma unidade de medida qualquer, não é mais essa unidade de medida. Eu tenho 5 quadradinhos na primeira linha (aponta para o comprimento), ok? Dúvida? Agora eu tenho um, dois, três, quatro (apontando na largura). Bom, se eu multiplicar aqui, se eu for tirar a área dessa figura aqui, eu vou multiplicar o comprimento vezes a largura.

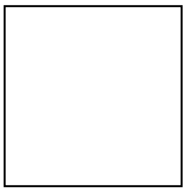
Constatamos que todas as figuras ladrilháveis, retangulares e quadradas, foram utilizadas para explorar a técnica da aplicação da fórmula de área. Com isso, o professor deixa a cargo do aluno escolher a melhor maneira para resolver a tarefa argumentando que: “**P** - Ou você faz um, dois, três, quatro... quatorze (contando os quadradinhos) ou você pode pegar a fórmula da área do retângulo igual ao comprimento vezes a largura” (TRANSCRIÇÕES 831-832, Cf. Apêndice B). Discordamos dessa tomada de decisão do professor, uma vez que, de modo geral, existem situações em que a contagem não seria a forma mais econômica ou viável de resolver a tarefa, logo, para o aluno ter o poder de escolha seria necessário que ele tivesse vivenciado atividades práticas, quando precisaria formular ideias e validá-las, permitindo, dessa forma, ao estudante decidir que técnica seria mais apropriada para certo tipo de tarefa.

Nas figuras sem ladrilhamento, era exigido apenas o uso de fórmulas, ou seja, não identificamos nenhum momento no qual o estudante fosse convidado a ladrilhar a partir da medida do comprimento e da largura do retângulo e, posteriormente, realizar uma contagem. Esse fato poderia permitir aos alunos estabelecer as relações necessárias entre os quadros numérico e geométrico proposto por Douady & Perrin-Glorian (1989).

Em relação ao subtipo de tarefa “determinar à área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado (T_{D3})” os objetos ostensivos presentes são a malha quadriculada (2 tarefas), figura (1 tarefa) e texto verbal (1 tarefa), com unidades de medidas inteiras, porém ora convencionais ora não convencionais. Por exemplo, no cálculo da medida da área da sala de aula, os alunos utilizaram a lajota como unidade de medida e encontraram 36 lajotas; no entanto, na tarefa passada pelo professor como atividade de casa, pedia-se para calcular a área de um quadrado com lados de 13 cm. A técnica recomendada é baseada na aplicação da fórmula da área do retângulo que, por sua vez, é apoiada no significado da multiplicação na configuração retangular. Nas transcrições (1764-1770, Cf. Apêndice B) a seguir podemos perceber o momento no qual o professor trabalha a técnica (τ_{D3}).

> **P** - Se isso aqui (aponta para um dos lados da figura do quadrado) mede 13 cm, isso aqui (aponta para o outro lado do quadrado) mede quanto?
> **A(06)** - 13 cm.
> **P** - Parabéns! Vamos calcular?
> **P** - Eu posso aplicar a mesma fórmula? Posso? Eu posso chegar aqui e dizer que a área é o comprimento pela a largura. Só que são iguais. Eu boto treze vezes treze. Treze vezes treze?
> **A(19)** - 169.

RP: (Registro do professor no quadro)



13 cm

A = comp. x larg.
A= 13 x 13
A = 169 cm^2

> **P** - 169!

Percebemos que o professor, às vezes, esquece-se de enfatizar a unidade de medida trabalhada, como, por exemplo, na transcrição acima, ou seja, leva em consideração apenas as medidas necessárias para o cálculo. Para vários pesquisadores como, por exemplo, Douady & Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), esse fato nos leva a uma concepção numérica de área, podendo ocorrer alguns erros associados a esse entendimento como omissão ou utilização inadequada das unidades de medida trabalhadas. Logo, é provável que o professor traga enraizado, na sua formação acadêmica, resquício de um estudo de área de figuras planas cujo foco central era o aspecto numérico.

Portanto, T_{D2} e T_{D3} utilizam a mesma técnica e os mesmos elementos tecnológico-teóricos para justificar a fórmula, ou seja, apoiam-se na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular. No quadro a seguir apresentamos um resumo da praxeologia matemática utilizada para T_{D2} e T_{D3}.

Quadro 16 – Praxeologia matemática do subtipo T_{D2} e T_{D3} nas aulas do professor

Subtipo de tarefa	Técnica (τ_{D2} e τ_{D3})	Elemento Tecnológico-teórico (θ,Θ)
T_{D2} – Determinar a área de um retângulo, dada as medidas dos comprimentos dos lados. T_{D3} - Determinar à área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado	Substituir na fórmula A= c x l os valores das medidas do comprimento e da largura do retângulo. Em seguida, deve-se multiplicar os valores numéricos do comprimento e da largura. A área será determinada pelo produto dos fatores obtido, acompanhada da unidade de área trabalhada na tarefa.	Aplicação da fórmula que determina a área do retângulo, ou seja, A= c x l é justificada apoiada na contagem da quantidade de linhas e colunas e no significado da multiplicação na configuração retangular.

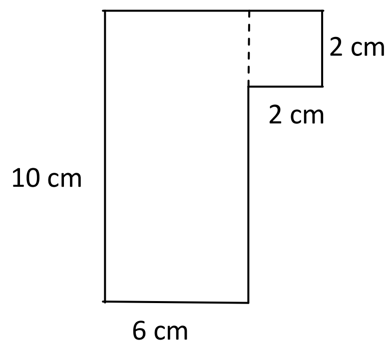
Fonte: autoria própria

Quanto ao subtipo de tarefa “determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados (T_{D4})”, tivemos uma baixa frequência (2 tarefas), uma realizada na 3ª e a outra na 4ª aula. Os objetos ostensivos são figuras (objetos geométricos) que precisam ser decompostas. Em uma das tarefas, extraída do livro didático, é necessário os alunos medirem (com instrumento de medida convencional) os comprimentos dos lados da figura, antes da aplicação da fórmula.

A **técnica** ($\boldsymbol{\tau_{D4}}$) utilizada nesse subtipo de tarefa consiste em decompor os polígonos em quadrados e/ou retângulos. Quando necessário, medir com um instrumento de medida convencional o comprimento dos lados das figuras. Determinar a medida da área de cada figura decomposta por meio da técnica ($\boldsymbol{\tau_{D2}}$ e $\boldsymbol{\tau_{D3}}$) e, em seguida, somar os valores obtidos. A medida da área total será o somatório da medida das áreas de cada figura acompanhada da unidade de área trabalhada.

Na transcrição (1304 a 1317, Cf. apêndice B) a seguir, o professor, após solicitar que os alunos calculassem a área da figura, corrige a tarefa. É possível perceber a técnica institucionalizada por ele durante a correção.

RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 10 x 6
A =60 cm^2

A = comp. x larg.
A= 2 x 2
A = 4 cm^2

60 + 4 = 64 cm^2

P- Ela pegou essa parte aqui (apontando para o retângulo), a área disso aqui e multiplicou e fez dez vezes seis. Essa primeira área dez vezes seis, deu 60 cm² e essa outra área aqui (apontando para o quadrado), A(19) fez o seguinte: comprimento vezes largura. Dois vezes dois, essa área aqui deu 4 cm². Num foi isso, A(19)?
P – A(19) criou essa estratégia aqui. Ela só faltou mesmo somar. Se eu quero a área total, ela pegava 60 mais 4. Ai daria 64 cm². Só faltou somente isso.

Percebemos no discurso do professor que a técnica para resolver esse subtipo de tarefa está bem clara para ele, no entanto, para os estudantes não parece ter sentido somar áreas. Provavelmente, eles consideram duas áreas distintas e não associadas, uma vez que eles determinam as medidas das áreas e acreditam que resolveram a tarefa. Lamentavelmente o professor parece não perceber esse fato e continua sua aula como se os alunos tivessem compreendido.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico (θ_{TD4}, Θ_{TD4}) que justificam a técnica ($\boldsymbol{\tau_{D4}}$) é a propriedade aditiva das áreas, ou seja, a área total é dada pelo somatório da medida de área de cada figura que foi decomposta. No entanto, não é dito aos alunos o porquê de somar as medidas das áreas encontradas, tornando frágil esse bloco.

De forma geral, foi possível identificar 2 tipos de tarefas diferentes e 05 subtipos. O tipo de tarefa mais representativa foi TD- determinar a medida da área de uma figura ou região, com 97% do total das tarefas propostas. Como dissemos anteriormente, existe uma ênfase considerável no aspecto numérico de área. Essa situação poderia ter sido minimizada, caso a única tarefa de comparação tivesse explorado situações em que fosse necessário, por exemplo, o uso da técnica de superposição, cuja resolução não precisa da intervenção da grandeza comprimento.

Não identificamos os tipos de tarefas de produção, transformações geométricas, estimativas, conversão, determinação do valor de outra grandeza e operações envolvendo área, o que poderia ter ampliado ainda mais o conceito de área de figuras geométricas planas, pois diversos pesquisadores, tais como Baltar, 1996; Bellemain e Lima, 2002; Ferreira, 2010; Silva, 2011; Bellemain, 2013, que concordam que as concepções dos alunos são construídas a partir dos diversos tipos de tarefas que lhes são apresentadas, inclusive, essa diversidade poderá permitir que eles estabeleçam as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989).

O professor escolheu iniciar o capítulo por uma situação de medida que envolvia a determinação da medida da área por meio do uso de fórmula. Posteriormente, explora o uso de malhas trabalhando, simultaneamente, a técnica de contagem com a aplicação de fórmula. Os PCN (BRASIL, 1998, p. 131) alertam que “os alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam empregá-las de forma também mecânica e acabam obtendo resultados sobre os quais não têm nenhum tipo de crítica e controle, além de esquecerem rapidamente”. Então, entendemos que essa forma de abordar o conceito de área poderá gerar uma concepção numérica nos estudantes.

As técnicas utilizadas são de fácil utilização e se concentram basicamente em (τ_{D1}) e (τ_{D2}), ou seja, contagem e o uso da fórmula da área do retângulo, que são elaboradas no decorrer das aulas, como veremos na organização didática.

A aplicação da fórmula é explicitamente trabalhada, confiável, aceitável e evolui, por meio do tipo de tarefa que requer a ampliação da fórmula, como é o caso de T_{D3} e $T_{D4.}$

O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto de forma clara. Os argumentos utilizados na explicação são superficiais. Os enunciados das tarefas, na sua grande maioria, apresentam objetos ostensivos do tipo malhas, figuras, imagens e que se fossem usados de forma correta poderiam colaborar para construção dos objetos não-ostensivos trabalhados nas aulas (BOSCH e CHEVALLARD,1999), como, por exemplo, o conceito de área e a compreensão da fórmula do cálculo da medida da área do retângulo. Sobre isso, esses autores alertam que alguns professores acreditam que basta apresentar um objeto ostensivo para o aluno, que ele entenderá o objeto não-ostensivo. Nessa pesquisa, percebemos que apenas o uso de malhas quadriculadas parece não ser suficiente para os alunos compreenderem o conceito de área.

Após oito aulas o professor realizou uma atividade avaliativa, que intitulou de Desafio de Matemática*,* composto de cinco questões com 12 tarefas. Nesse total estão incluídos todos os itens propostos. Por exemplo, se uma determinada questão apresentava 3 itens (a, b, e c) consideramos como 3 tarefas.

Das cinco questões apresentadas, três são questões extraídas do livro ou adaptadas. Das três, duas são sugestões de tarefas do Guia de Recursos Didáticos, elaboradas pelos autores para o processo de avaliação. No total das doze tarefas, identificamos uma de natureza pessoal e as demais de natureza matemática.

Em relação aos tipos de tarefas, identificamos nesse instrumento avaliativo apenas TD- determinar a medida da área de uma figura ou região, distribuída em três subtipos de tarefas, conforme tabela a seguir:

Tabela 07 – Distribuição dos subtipos da tarefa determinar a medida da área de uma figura ou região (TD) no instrumento avaliativo do professor.

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
TD: Determinar a medida da área de uma figura ou região	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias.	07
	T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo dada a medida dos comprimentos dos lados.	03
	T_{D3} – Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado.	01

Fonte: autoria própria

Como podemos observar na tabela acima, o subtipo de tarefa preponderante é o $T_{D1.}$ Temos uma baixa frequência em T_{D2} e T_{D3} e ausência de T_{D4} (Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados com comprimentos dos lados conhecidos) explorada em, pelo menos, um dia de aula do professor.

Os objetos ostensivos que aparecem no instrumento avaliativo são malhas quadriculadas, figuras geométricas e imagens que poderão ajudar os alunos na resolução das tarefas.

Em relação às técnicas que poderão ser utilizadas pelos alunos, supomos que serão as mesmas utilizadas nas aulas do professor e, nesse sentido, teremos seis tarefas utilizando contagem e cinco aplicando a fórmula da área do retângulo. Nenhuma das tarefas solicita explicação ou justificativa por parte dos alunos, logo supomos que o bloco tecnológico-teórico seja também aquele utilizado pelo professor.

5.2 Análise das organizações didáticas relativas às aulas do professor de matemática

Nesse subtópico descrevemos os momentos didáticos (Primeiro encontro; Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Trabalho da técnica; Institucionalização e Avaliação) da aula do professor de matemática. Assim como no capítulo anterior, analisamos de forma articulada os momentos didáticos, sem uma linearidade cronológica entre eles.

O professor vivenciou cinco encontros, cada um com duração de 100 minutos, ou seja, 10h/a para o estudo de áreas de figuras planas, assim distribuídos.

Quadro 17 – Distribuição dos subtipos de tarefas ao longo das aulas do professor de matemática.

Data	Subtipos de tarefas explorados
27/05/2014 02h/a	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias. T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo, dadas as medidas dos comprimentos dos lados. T_{C1} - Comparar a medida da área de figuras poligonais ladrilháveis
29/05/2014 02h/a	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias. T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo, dadas as medida dos comprimentos dos lados. T_{C1} - Comparar a medida da área de figuras poligonais ladrilháveis
30/05/2014 02h/a	T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo, dadas as medidas dos comprimentos dos lados. T_{D3} – Determinar a medida da área de um quadrado, dada a medida do comprimento do lado. T_{D4} - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados
03/06/2014 02h/a	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo, dadas as medidas dos comprimentos dos lados. T_{D3} – Determinar a medida da área de um quadrado, dada a medida do comprimento do lado.

	T_{D4} - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados
05/06/2014 Avaliação 02h/a	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias. T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo, dadas as medidas dos comprimentos dos lados. T_{D3} – Determinar a medida da área de um quadrado, dada a medida do comprimento do lado

Fonte: autoria própria

Embora o conceito de área, geralmente, seja trabalhado no final do ano letivo, existe uma orientação teórico-metodológica no município do Paulista, que os blocos de conteúdos (descritos nos PCN) sejam vivenciados a cada bimestre, logo, o professor escolheu trabalhar o conceito de área no final da segunda unidade, deixando as demais grandezas para o segundo semestre.

A primeira aula sobre o conceito de área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental aconteceu no dia 27 de maio de 2015, quando o professor escreve no quadro o assunto da aula e anuncia a seus alunos o que será estudado. Nesse instante, ele sente a necessidade de revisitar outros conceitos como, por exemplo, classificação de polígonos, diferença entre a representação de figuras planas e espaciais e medidas de comprimento.

Esses assuntos foram abordados por meio da participação dessa turma em um projeto municipal intitulado Olimpíadas de Matemática, no qual, devido ao período da copa do mundo, os alunos deveriam confeccionar maquetes de campos de futebol. Nesse caso, o professor, aproveitou essa atividade para explorar os conteúdos já mencionados.

A revisão dos assuntos partiu de indagações do professor sobre o que se tinha estudado na aula anterior. Os alunos foram imediatamente nomeando as figuras geométricas (quadrado, retângulo, círculo, etc.). Durante a revisão, o professor exibe uma maquete de um campo de futebol e introduz o conceito de área por meio de perguntas aos alunos, "Quem tem noção de área? O que vocês entendem por área? Eu já falei na sala de aula. O que vocês entendem por área? [...]" (TRANSCRIÇÃO, 50-51, Cf. apêndice B).

Como podemos perceber na fala do professor, esse momento, provavelmente, é o re(encontro) dos alunos com o conceito, pois ele afirma que já havia comentado em sala de aula sobre área de figuras planas. Temos por hipótese que essa fala aconteceu de forma superficial, a partir do momento que entramos em contato com a turma para realizar a pesquisa. Também é possível que, em anos anteriores, os alunos tenham estudado sobre esse conceito, uma vez que os documentos oficiais (PCN, BCC, Parâmetros Curriculares Estaduais, Proposta Municipal) orientam o estudo desde tema desde os anos iniciais. No entanto, a partir do 6º ano do ensino fundamental é que o conceito de área de figuras planas deve ser ampliado e formalizado gradativamente.

As respostas dos alunos são as mais variadas possíveis, inclusive fazem referência à área de pênalti, à grande área, à meia lua, ao meio campo etc. Isso porque as perguntas do professor vêm associadas à maquete de um campo de futebol que se encontra na sua mão. Ele instiga mais ainda os estudantes a descobrirem o porquê daquelas respostas, como podemos perceber nas transcrições (60-68, Cf. apêndice B) a seguir.

> **P** - O que mais? Mas porque vocês tão dizendo que isso aqui é uma área, isso aqui é uma área, o meio campo é uma área...? (Apontando para as regiões do campo de futebol).
> **A** - Porque ele esta cercado.
> **P** - Porque ele esta cercado. Cercado de que forma?
> **A** - Quadrado
> **P -** Que forma?
> **A$_s$-** Um quadrado.
> **P -** Ai ele está limitado ou delimitado. Ele está delimitado de que forma? Pode dizer.
> **A$_s$** - Um quadrado

Entendemos que o professor estava conduzindo os alunos à definição do que é área. No entanto, não conclui o pensamento e retoma a revisão de classificação de figuras, a diferença entre representações de figuras planas e espacial e identificação do segmento da medida do comprimento e da largura utilizando a maquete como um objeto ostensivo. Esse momento é bastante duradouro (TRANSCRIÇÃO 88 até 210, Cf. apêndice B) e os alunos, por diversas vezes, respondem às indagações do professor confundindo o objeto do mundo físico com o objeto geométrico, como podemos observar na transcrição (137-142, Cf. apêndice B) a seguir:

> **P -** Isso aqui é o que? (Apontando para a meia lua do campo de futebol)
> **A$_s$** - Meia lua!
> **P -** Meia lua ou?
> **A$_s$** - Bola
> **P** - Bola?
> **A(01)** Círculo!

Também percebemos, nessa revisão, uma confusão na formulação das perguntas pelo professor como, por exemplo, "**P** - E quanto mede um meio círculo?" (TRANSCRIÇÂO 145, Cf. apêndice B). Indagamos-nos sobre a que grandezas ele estava se referindo, comprimento? Área? Ângulo? No entanto, os alunos responderam rapidamente 180, se referindo à medida do ângulo. Questionados sobre o círculo completo eles deram como resposta 360. O professor informa aos alunos que não irá calcular a medida da área daquela figura, naquele momento, mas que será calcula de uma forma especial posteriormente.

Em seguida, a revisão passa ser a identificação dos segmentos que representam o comprimento e a largura da figura retangular, ainda na maquete do campo de futebol, ou seja, o professor tenta explorar a distinção entre o objeto geométrico (figura retangular) e a grandeza (comprimento). Como os alunos confundem as dimensões com a classificação dos tipos de figuras, a revisão retoma ao ponto de origem, desprendendo muito tempo para que o professor retomasse o conceito de área.

Após as revisões citadas anteriormente, o professor retoma ao conceito de área e define da seguinte forma: "área é o espaço que foi delimitado pelo retângulo" (TRANSCRIÇÃO, 213 Cf. apêndice B). Nessa definição, ele elabora a noção de área como espaço ocupado, ou seja, se aproxima da definição de área enquanto grandeza, proposto por Douady e Perrin – Glorian (1989) e Teles (2007), que compreendem área como um atributo de uma região ou superfície plana.

Dando prosseguimento à aula, o professor solicita que os alunos abram o livro na página 219, mas imediatamente aborta a ideia e pergunta aos alunos, "[...] Pra eu medir qualquer coisa, eu tenho que saber... pra eu medir, eu preciso saber o que Medir? Né? Eu utilizo o que pra medir?" (TRANSCRIÇÃO 228-229, Cf. apêndice B) e instigou, também, sobre as unidades de medida que eles conheciam, determinando assim que iriam trabalhar com o centímetro. Nesse instante, ele pede para os alunos formarem grupos e medirem as dimensões de cada parte do campo de futebol. Assim, tivemos grupo responsável pela grande área, pela pequena área, pelo campo todo e pela metade do campo. Esse instante não envolveu especificamente o conceito de área, mas, sim, medidas de comprimento. O professor orientava os alunos a respeito de como se deve medir com o instrumento régua.

Após a conclusão das medições, o professor vai ao quadro, desenha a representação de um retângulo, coloca medidas de comprimento e largura fictícias e indaga aos alunos onde está a área naquela figura. Os alunos respondem que é o meio e o professor confirma positivamente a resposta dada. Na transcrição a seguir podemos observar a justificativa do docente sobre a transposição didática utilizada por ele até o presente momento.

> **P** - Qual a intenção da aula de hoje? É justamente a gente calcular esse espaço aqui (aponta para o espaço de dentro do retângulo desenhado). Por isso eu queria que vocês medissem, identificasse a área, o espaço delimitado pelo triângulo, pelo retângulo, pelo campo. Vocês entenderam? Pedi pra vocês medirem a largura pelo comprimento. Pedi pra vocês identificarem a unidade de medida, que estamos trabalhando agora com o centímetro. (TRANSCRIÇÃO, 316-320 Cf. apêndice B).

O fato de o professor compreender área como "espaço", não o liberta de considerar que para termos a área precisamos medir, logo, o aspecto numérico ainda é muito forte na concepção dele.

O professor, dando prosseguimento à aula, anuncia a fórmula para calcular a área de uma figura retangular, escrevendo no quadro: A = comprimento x largura. Começa nesse momento a elaboração da técnica (τ_{D2}), que vai da transcrição 323 até 379 (ver apêndice). No primeiro momento o professor substitui os valores da medida de comprimento e da largura do retângulo na fórmula, multiplica e discute com os alunos o porquê de termos cm^2. A justificativa encontra-se no seguinte trecho (TRANSCRIÇÃO, 375-378, Cf. apêndice B).

> **P** – [...]. Você trabalhando com área com 80 cm^2 de área, é esse espaço todinho aqui (aponta para a região hachurada do retângulo desenhado no quadro). Lá na matemática, em potência...., se você multiplicar.... Porque aqui é 10 cm vezes 8 cm. Vai dar 80 e cm^1 com cm^1, da cm^2. (apontando para o calculo no quadro).

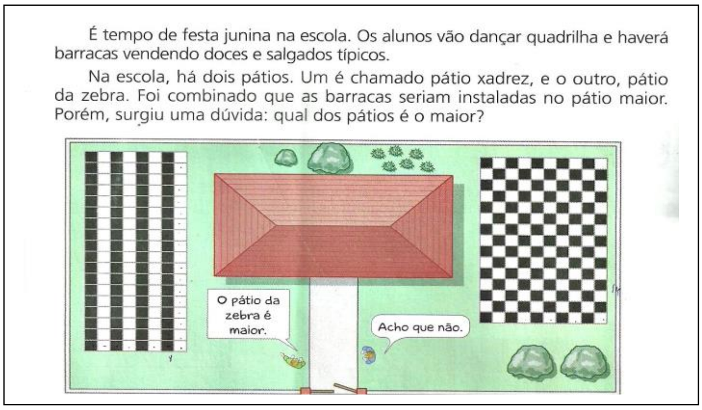
Também nesse momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico o professor justifica o que é uma unidade de medida padronizada e por que devemos utilizá-la.

> **P** - Aqui, o que eu quero dizer a vocês é o seguinte. Parem e prestem atenção! Aqui eu trabalhei com uma unidade de medida padrão. O que é uma forma padrão? É uma coisa que aonde você for vai encontrar a mesma medida. O homem organizou tudo. Então, a unidade padrão é centímetro, metro, entendeu? Se você for, por exemplo, comprar alguma coisa nos Estados Unidos, lá também vende em centímetro e é a mesma medida. Por isso é chamada de unidade padrão. (TRANSCRIÇÃO, 385-389, Cf. apêndice B).

Apesar de a informação dada pelo professor estar equivocada, pois nos Estados Unidos a unidade de medida de comprimento utilizada é a polegada, entendemos que nesse momento ele estava tentando conscientizar os alunos sobre a importância de adotarmos uma unidade padrão.

Dando prosseguimento à aula, o professor solicita que um aluno leia o parágrafo introdutório do capítulo do livro, que fala sobre área, cuja reprodução encontra-se na figura 34, mas que repetiremos novamente a seguir.

Figura 37 – Trecho do livro didático lido por um aluno em sala de aula



É tempo de festa junina na escola. Os alunos vão dançar quadrilha e haverá barracas vendendo doces e salgados típicos.

Na escola, há dois pátios. Um é chamado pátio xadrez, e o outro, pátio da zebra. Foi combinado que as barracas seriam instaladas no pátio maior. Porém, surgiu uma dúvida: qual dos pátios é o maior?

Fonte: Imenes e Lellis (2012, p. 219)

A partir da leitura do aluno, começa-se a elaboração da técnica (τ_{C1}), quando o professor comenta que, "Ele tá chamando atenção aí com esses quadradinhos que tem aí. O pátio tem duas formas, né isso? Quantos quadradinhos têm o primeiro e quantos quadradinhos têm o segundo? Contem aí!" (TRANSCRIÇÃO, 391-392, Cf. apêndice).

É possível perceber na transcrição acima, que antes de os alunos compararem as áreas dos pátios, é necessário inicialmente "determinar a medida da área de uma figura ou região (T_{D1})"; nesse caso, o professor conduz os alunos a utilizarem a contagem como uma técnica (τ_{D1}) para resolver esse subtipo de tarefa. Entendemos que esse momento seria excelente para estimular o surgimento de outras técnicas como, por exemplo, a superposição; porém, o professor não consegue se desprender, apesar de considerar área como espaço, da ideia de que para termos a área precisamos medir, o que instiga ainda mais o aspecto numérico mencionado por Douady e Perrin-Glorian (1989).

Paralelamente, o professor solicita que os alunos identifiquem quantos quadradinhos (lajotas) havia no comprimento e na largura da sala de aula, provavelmente com o objetivo de que os alunos resolvessem essa tarefa pela técnica (τ_{D2}) anteriormente trabalhada. Após alguns alunos levantarem das suas carteiras e contarem, o professor afirma que “A área dessa sala, tem 6 quadrados no comprimento e 6 na largura. A área dessa sala se você fosse contar pelos quadrados dá quanto?” (TRANSCRIÇÃO 447 - 448 Cf. apêndice B). Alguns alunos respondem de forma correta, outros, de forma errada, mas todos são questionados pelo professor, como podemos perceber no diálogo a seguir.

> **A(05)** - 6
> **P** - Só 6? Você entendeu a fórmula da área?
> **A(05)** - 27
> **P -** 27?
> **A(06) -** Dá 36 mesmo, que é só você multiplicar 6 daqui e 6 daqui. Ai no final dá 36. (TRANSCRIÇÃO, 449-453 Cf. apêndice B)

Na transcrição acima, também é possível perceber que o professor menciona a existência da fórmula como uma possibilidade para resolver a tarefa. Diante das dúvidas dos alunos, ele pede a dois estudantes para contar a quantidade total de quadradinhos que contém o piso da sala de aula, chegando finalmente ao resultado esperado.

Cabe salientar que, mesmo o piso da sala sendo um quadrado, o professor utiliza a fórmula do retângulo e não comenta sobre a possibilidade de outra fórmula. Esse fato também acontece posteriormente em tarefas que envolviam a determinação da medida da área de um quadrado, ou seja, os alunos não tiveram acesso à fórmula $A = \ell^2$. Avaliamos que, se por um lado facilitou a consolidação e a ampliação da técnica (τ_{D2}), por outro lado, diminui o repertório de técnicas que os alunos poderiam utilizar para resolver tarefas desse tipo.

Constatamos que a elaboração da técnica (τ_{D1}) acontece de forma paralela à técnica (τ_{D2}), como podemos perceber na transcrição (492-496, Cf. apêndice B).

> **P** - Eu tô chamando esse quadradinho aqui (em relação à figura retangular desenhada no quadro) da minha nova unidade de medida. É uma unidade de medida qualquer, não é mais essa unidade de medida (aponta para o cm). Eu tenho 5 quadradinhos na primeira (aponta para o comprimento), ok? Dúvida? Agora eu tenho um, dois, três, quatro (apontando na largura). Bom, se eu multiplicar aqui, se eu for tirar a área dessa figura aqui, eu vou multiplicar o comprimento vezes a largura.

Nesse sentido, na medida em que trabalhava com figuras ladrilháveis aproveitava para explorar a aplicação da fórmula da área do retângulo. Não identificamos, nessa aula, um momento efetivo de institucionalização.

O ambiente tecnológico-teórico partiu da definição de área como espaço delimitado por uma figura. Em seguida, ele avança para a exploração do subtipo de tarefa T_{D2}, ou seja, utiliza a aplicação de fórmula para sua resolução. Adiante ele explora o subtipo T_{D1}, cuja técnica (τ_{D1}) baseia-se na contagem, mas articula com (τ_{D2}). Também foi estabelecida a unidade de medida padrão envolvendo área – o centímetro quadrado.

Ao final dessa aula, o professor anunciou que iria trabalhar com malhas quadriculadas no dia seguinte e orientou os alunos a trazerem réguas. Também solicitou que eles resolvessem em casa as tarefas do livro, na seção Conversar para aprender. Essa seção apresenta cinco questões, no total de oito tarefas, sendo quatro de respostas pessoais.

A aula do dia 29 de maio de 2014 iniciou com uma pequena revisão do assunto visto na aula anterior, mas a ênfase dada pelo professor foi em relação à fórmula do cálculo de área do retângulo. Nesse momento, os alunos confundiam “forma” com “fórmula”, como podemos perceber na transcrição (566 - 581 Cf. apêndice B) a seguir.

> **P** - Qual foi a fórmula que coloquei no quadro?
> **A$_s$ –** Três, Quatro.
> **P** - Fórmula!
> **A(02)** - Quadrado.
> P – Fórmula! Não é forma. Qual foi a fórmula que eu usei pra calcular a área do retângulo?
> **A(07)** - Comprimento.
> **P** – A(10), eu falei a palavra fórmula. A fórmula é o comprimento?
> (pausa)
> **P** - Qual foi? Te lembra não? Qual a fórmula que eu o coloquei ontem pra calcular a área do retângulo?
> **A(10)** - Centímetro.
> **P** - A fórmula. Ninguém lembra mais?
> **A(03)** - A fórmula retangular.
> **P** - Isso aí é a forma. Tô falando de fórmula.
> (pausa)
> **P** - É uma equação que serve para calcular a área de uma figura. Qual foi a fórmula de ontem que eu coloquei no quadro? Bora gente, ninguém lembra? Nesse universo de 26 alunos hoje, ninguém lembra?

Concordamos com os PCN (BRASIL, 1998) quando alerta que os alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam esquecer rapidamente e até mesmo empregá-las de forma incorreta. No caso da transcrição acima, fica evidente que os alunos esqueceram a fórmula trabalhada pelo professor na aula anterior. Não é nossa intenção abolir o uso de fórmulas, mas defendemos a sua utilização no fechamento de um processo de construção de conceitos, ou seja, após um trabalho conceitual suficiente que permita aos alunos construir o significado das fórmulas de área. Logo, nos questionamos se a opção escolhida pelo professor em iniciar com o uso de fórmulas facilita a aprendizagem dos estudantes, uma vez que a todo instante eles são convidados a recitar a fórmula, porém, não demonstram que decoraram.

Dando continuidade à aula, o professor acordou com a turma que iria corrigir as tarefas de forma coletiva. A tarefa inicial é a comparação dos pátios para saber qual o de maior área, já anunciado na aula anterior, mas que não foi concluída.

Os alunos são conduzidos a ampliar a técnica (τ_{D1}) para poderem comparar as áreas, surgindo assim uma nova técnica (τ_{C1}), como podemos observar na transcrição (643-648, Cf. apêndice B) a seguir.

> **P** - Deu quanto? Quanto aqui? (aponta para o pátio xadrez no livro de um aluno). 100, é?
> **P** - E nesse aqui? (aponta para o pátio da zebra no livro do aluno)
> **A(03)** - 144 a zebra....e o xadrez 150.
> **P** - Isso. Então, 150 do xadrez e 144 de zebra. Qual o maior dos dois?150...Aí você deu a resposta com garantia. Aí você fez a investigação. Mas se você ficar nessa, aí professor é isso, é isso, sem fazer a investigação... Vamos ver, né?

Como as técnicas (τ_{D1}) e (τ_{C1}) foram trabalhadas de forma imbricadas, não identificamos uma constituição sólida do bloco tecnológico-teórico em relação à (τ_{C1}). O momento da institucionalização se resume a esta fala do professor exposta na transcrição acima, na qual ele valida a resposta dada por um aluno.

Nas próximas tarefas a serem corrigidas, solicita-se a medida da área dos dois pátios e qual deles é o mais espaçoso. As respostas dessas tarefas já estão respondidas pela tarefa anterior, no entanto o professor incentiva os alunos a aplicar a fórmula da área do retângulo e, para isso, eles precisam contar a quantidade de quadradinhos da linha e da coluna de cada pátio, substituir na fórmula os valores encontrados e multiplicarem, obtendo o resultado.

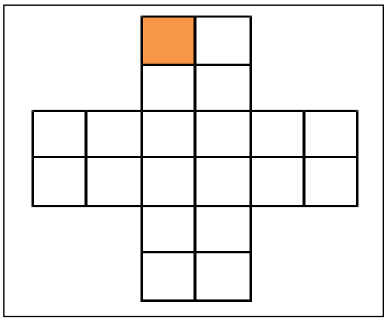
Entendemos que nesse instante acontece o trabalho da técnica (τ_{D2}), na qual é explorado o domínio e a sua precisão. Cabe salientar que não foi respondido qual o pátio mais espaçoso, ficando subentendido que os alunos já sabiam e as tarefas de ordem pessoal foram respondidas de forma bem aligeirada (TRANSCRIÇÃO 694-731, Cf. apêndice B). Questionamo-nos por que o desinteresse do professor nessas tarefas de ordem pessoal, nas quais ele poderia explorar, por exemplo, as situações da vida cotidiana, nas quais comparamos ou precisamos medir a área de uma superfície. Temos por hipótese que ele estava preocupado apenas com os aspectos pertinentes ao cálculo e assim não queria “perder tempo” com reflexões, ou seja, a gestão do tempo do professor está profundamente ancorada na relação que ele mantém com o saber (CÂMARA DOS SANTOS, 1997). Nesse caso específico, com o conceito de área.

Após a correção das tarefas, o professor distribuiu folhas de papel quadriculado, desenhou quatro figuras poligonais na lousa e solicitou que os alunos as reproduzissem no papel e, em seguida, calculassem a medida da área delimitada por cada figura. Compreendemos que esse momento é mais uma oportunidade para explorar o subtipo de tarefa T_{D1} e, consequentemente, elaborar uma técnica.

Dentre as figuras apresentadas, duas delas (retângulo e quadrado) foram exploradas também com o uso de fórmulas, ou seja, o professor trabalhou simultaneamente as técnicas (τ_{D1}) e (τ_{D2}), como já havia feito em outros momentos. Apesar de ele apresentar um discurso que elabora sentido para as ideias, assim como um trabalho com malhas que “é um excelente contexto para o estudo do conceito de área e está muito presente nos livros didáticos” (LIMA e BELLEMAIN, 2010, p. 189), o professor não resiste à exploração de processos mecânicos no desenvolvimento das tarefas propostas, ou seja, a sua compreensão sobre o ensino e aprendizagem de matemática parece ser baseada em uma concepção baldista[33], amplamente questionada na Educação Matemática.

O destaque dessa atividade encontra-se nas figuras de letras a e d, nas quais existe a possibilidade de ampliar as técnicas estabelecidas até então. A primeira trata-se de uma figura poligonal como podemos observar a seguir.

Figura 38 – Modelo do polígono trabalhado na malha quadriculada.



Fonte: transcrição (750-757 Cf. apêndice B)

[33] Essa concepção é caracterizada pela ação centralizadora do professor, que se coloca como detentor e transmissor do conhecimento e centro das atenções. Assim, parte da ideia de que, “no momento de entrar em contato com um novo objeto de conhecimento matemático, a cabeça do aluno se apresenta como um balde vazio” (CÂMARA DOS SANTOS, 2002, p.11).

Durante a explicação da figura acima, o professor pergunta aos alunos quais métodos eles utilizariam para calcular a área, pois na sua visão trata-se de uma figura não poligonal e irregular. Nesse momento, ele lembra que na aula passada os alunos contaram os quadradinhos da sala, ou seja, conduz novamente ao uso da técnica da contagem. No entanto, dois alunos ensaiam uma nova maneira de realizar a tarefa, mas suas respostas foram ignoradas pelo professor. Um deles afirma, "A(01) - Já sei, eu faço o de cima, o de baixo e multiplico" e o outro "A(02) - Quatro vezes cinco" (TRANSCRIÇÃO, 789-790, Cf. apêndice B). Observe o momento em que o professor justifica as razões que o levam a utilizar a técnica de contagem.

> **P** - Gente, aproveita o momento e tira suas dúvidas. É por isso que o exercício vai e volta. O que foi que A(28) falou? Se você não quiser fazer por cálculo, você sai contando os quadradinhos, um dois três quatro. Você sai contando que vai dar exatamente a quantidade de área. Porque eu não faço aquele cálculo? Porque essa figura aqui é uma figura um pouco irregular. Ela não é uma figura poligonal, não é um retângulo. Então, conte e ponha o resultado de lápis. Eu vou fazer outra figura
> **A(12)** - Pode fazer o cálculo?
> **P** - Pode. (TRANSCRIÇÃO, 799-805 Cf. apêndice B)

Na transcrição acima, parece ser contraditório o professor dizer que não utiliza o cálculo porque a figura é irregular, no entanto autoriza o aluno a calcular. Também reforça a ideia de que a figura trabalhada não é um polígono, o que consideramos como um equívoco. Logo, entendemos que esse ambiente tecnológico-teórico está frágil e que não sustenta a justificativa da técnica.

Outra questão de destaque é a letra d, na qual o professor apresenta um triângulo na malha quadriculada, conforme figura 35. Aqui, os alunos são estimulados a ampliar a técnica de contagem, pois, até o presente momento, a quantidade de superfícies unitárias era suficiente para cobrir a figura. Agora há necessidade de realizar compensações, ou seja, a cada duas metades, conta-se uma superfície unitária a mais.

Os elementos do bloco tecnológico-teórico basearam-se no conceito e propriedade aditiva de área de figuras planas, na qual se adicionou as superfícies unitárias com as fracionadas gerando a área total da figura.

Em relação ao objeto ostensivo malha quadriculada, o professor acredita que ela ajuda na auto-avaliação dos alunos, como podemos perceber na transcrição (514-515, Cf. Apêndice B) "Essa malha quadriculada [...] favorece você um entendimento que você tá fazendo e tá verificando se você errou ou acertou".

O ambiente tecnológico-teórico constituiu-se no primeiro momento de ampliar o subtipo de tarefa T_{D1} para resolver tarefas do subtipo T_{C1}, ou seja, não basta apenas determinar a medida da área de figuras ladrilháveis. É necessário, também, decidir qual a área maior e menor. Em seguida, ele trabalha a técnica (τ_{D1}), isto é, a contagem, sem perder de vista a possibilidade de utilizar a técnica (τ_{D2}).

Após a realização da atividade, o professor solicita que os alunos abram o livro na página 220 e 221 e façam as atividades do número 1 ao 5. São questões que envolvem, na sua grande maioria, a determinação da medida de área por meio de contagem. Os alunos começaram a fazê-las de forma individual, mas a aula acabou e não houve correção por parte do professor, nem nesse dia e nem nos outros, logo não sabemos ao certo se os alunos fizeram ou não as tarefas, quais as técnicas que foram utilizadas, quais justificativas foram dadas e, por isso, não contabilizamos na nossa análise de dados.

A aula do dia 30 de maio de 2014 começou com o professor escrevendo no quadro o tema da aula do dia, ou seja, áreas de retângulos, e a página do livro. Nos primeiros momentos da aula, os alunos estão bastante agitados e leva certo tempo para eles se acalmarem.

O professor inicia efetivamente a aula fazendo uma revisão sobre o que foi trabalhado no dia anterior, tentando, basicamente, lembrar aos alunos a técnica que eles utilizaram para determinar a medida das áreas das figuras. No entanto, ao serem perguntados sobre o que eles utilizaram para calcular a medida da área, os alunos mencionam a régua, centímetro, largura, comprimento, medida, etc. Sendo assim, o docente relembra que trabalharam com papel quadriculado e que a técnica era contar. Vale salientar que, na aula anterior, o professor trabalhou conjuntamente a técnica da contagem e do uso de fórmulas e talvez seja por isso que eles tenham lembrado outros elementos presentes naquele momento ou então, devido à forma trabalhada pelo professor, não compreenderam os conceitos envolvidos.

Dando prosseguimento, o professor afirma que “Então a gente vai ver hoje o cálculo através daquela fórmula, ok?” (TRANSCRIÇÂO, 1008 Cf. apêndice B), ou seja, ele anuncia a técnica que será explorada a partir daquele instante, mas que está sendo utilizada desde a primeira aula. Desenha no quadro um retângulo com medidas de 5 cm de comprimento e 3 cm de largura e pinta a região interna. Nesse instante, pergunta aos alunos quem lembra a fórmula e, igualmente ao que aconteceu anteriormente, eles não sabiam responder.

O professor escreve no quadro a fórmula do cálculo da medida da área e afirma, “[...] Olha, a área do retângulo, você pode utilizar essa fórmula aqui, o comprimento multiplicado pela largura, ok? [...]” (TRANSCRIÇÃO, 1044-1045, Cf. apêndice B). Compreendemos que mesmo sendo explorada a fórmula anteriormente, aqui é o momento que se inicia a institucionalização do subtipo de tarefa TD_2, ou seja, o momento que o professor oficializa os elementos que serão integrados de maneira definitiva na organização e aqueles que serão dispensados (CHEVALLARD, 1999). Cabe salientar que, nesse momento, ainda não foi oficializada a contagem como uma técnica.

A partir desse instante, começa a exploração da técnica em que o professor trabalha, pelo menos, o cálculo da medida de área de três figuras retangulares. Orienta os alunos a identificarem a medida do comprimento e da largura, em seguida substituir na fórmula, multiplicar os valores, obtendo a área associada à unidade de medida trabalhada, no caso, centímetros quadrados. A institucionalização acontece quando o docente finaliza esse bloco de tarefas, como podemos observar na transcrição (1173-1201, Cf. apêndice B) a seguir.

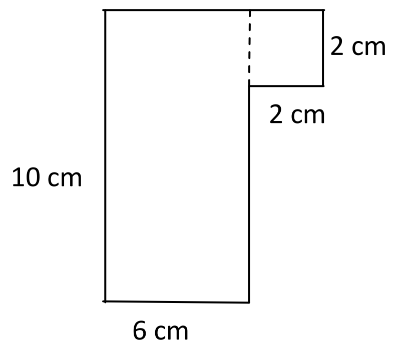
> **P** - Olha gente, finalizando a última vez. Pra você calcular a área você vai utilizar essa fórmula aqui, comprimento vezes a largura. Ok? Quem é que me ajuda a calcular essa última fórmula aqui?
> **A(10)** - Eu
> **P** - A(10)
> **P** - E aí A(10), como é que eu faço? A área do retângulo vai ser o que?
> [...]
>
> **A(10)** - Comprimento vezes a largura.
> **P** - Isso, comprimento vezes a largura.
> **P** - A(10), quem é o comprimento aqui?
> (pausa)
> **P** – A(28), senta por favor.
> **A(10)** - Três é o comprimento.
> **P** - E a largura?
> **A(10)** - Seis.
> **P** – A(10), quanto é três vezes seis?
> **A(15)** - Dezoito.
> **A(18)** - A(10). Seu nome é A(10)?
> **A(10)** - Dezoito.
> **P** - Dezoito o que?
> **A(10)** - 18 cm².
> **P** - Olha a unidade aqui. Centímetro o que?
> **A_s** – Quadrado

Para ampliar a técnica (τ_{D2}), o professor propõe a determinação da medida de área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados com comprimentos dos lados conhecidos (T_{D4}). Ele solicita que os alunos criem estratégias para respondê-la. Nesse instante, também institucionaliza o que é área, afirmando que "[...] A área. Esse espaçozinho todo aqui dentro (aponta para o interior da figura)". (TRANSCRIÇÃO, 1217, Cf. apêndice B).

A estratégia utilizada por um dos alunos foi dividir a figura poligonal em retângulo e quadrado. Em seguida, determinar a medida de área de cada figura; no entanto, eles não conseguiram calcular a área total e, nesse caso, o professor institucionaliza registrando na lousa a técnica (τ_{D4}), como podemos observar na transcrição (1303-1311, Cf. apêndice B) a seguir.

> **P** - Vou resumir pelo de A (19)... A (19) fez isso aqui. Pegou aqui, separou.

RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 10 x 6
A =60 cm²

A = comp. x larg.
A= 2 x 2
A = 4 cm²

60 + 4 = 64 cm²

O subtipo de tarefa "determinar a área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado (T_{D3})", aparece efetivamente nessa tarefa, uma vez que nas demais sempre era apresentado o quadrado na malha quadriculada.

Como podemos perceber na transcrição anterior, a técnica utilizada é (τ_{D2}), ou seja, a aplicação da fórmula da medida de área do retângulo. Também é possível constatar que a técnica não foi justificada explicitamente, o que nos leva crer que ela assume dupla função: ser técnica e tecnologia ao mesmo tempo.

Continuando a aula, o professor retorna para o subtipo de tarefa T_{D2} e resolve, junto com os alunos, o cálculo da medida de área de mais oito retângulos. Compreendemos que esse momento era tanto o trabalho com a técnica, no sentido de aperfeiçoa-la, quanto um momento de avaliação, pois, a todo instante, o professor estava convidando um aluno a resolver a tarefa, na tentativa de perceber se eles já sabiam a fórmula e sabiam aplicá-la, ou seja, uma avaliação da relação pessoal com o conceito de área. Concordamos com Chevallard (1997) quando supõe que esse momento é aquele no qual o professor toma por objeto de estudo as soluções produzidas por seus alunos, assim como os alunos observam durante o andamento das atividades, determinadas técnicas que ajudam na solução das tarefas. Ambos avaliam com objetivos diferentes, o professor na perspectiva de avaliar a aprendizagem dos alunos a fim de tomar decisões sobre efetivação ou mudança na trajetória da Transposição Didática e os alunos analisam e avaliam se a forma como estão realizando as tarefas atende às expectativas orientadas pelo professor.

No final da aula o professor solicitou que os alunos resolvessem as questões 11, 12, 13, 14 e 15 do livro, o que corresponde a dez tarefas, sendo uma tarefa do subtipo T_{D1}; duas T_{D2}; duas T_{D3} (Determinar a medida de área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado); quatro T_{D4} e uma de ordem pessoal. Essas tarefas começaram a ser realizadas ainda na sala de aula com a presença do professor, mas, infelizmente não foi possível concluir, pois, a campainha tocou.

A aula do dia 03 de junho de 2014 iniciou-se com a retomada da atividade que o professor havia solicitado para os alunos terminarem em casa. No entanto, eles, na sua grande maioria, não fizeram as tarefas e por isso foi dado um tempo de aproximadamente 30 minutos para fazê-las.

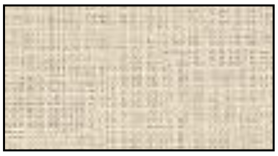
Nessa nova conjuntura, o professor sistematiza a correção das questões 11, 12, 13 e 14, excluindo a 15, que explora questões de decomposição de áreas, totalizando sete tarefas. Também combinou com os alunos que as questões que envolviam perímetro não fossem respondidas (ver transcrição 1524 a 1525, Cf. Apêndice B). Segundo Bellemain e Lima (2002) é importante que os alunos sejam expostos a situações nas quais as noções de área e perímetro estejam simultaneamente presentes.

Para facilitar a correção, o professor reproduziu na lousa as questões 11 e 12 do livro didático. Originalmente a questão 11 apresenta duas tarefas envolvendo o cálculo de área e perímetro de uma figura retangular e de uma quadrada. Mas aqui, a correção dessa questão, baseou-se apenas no cálculo da medida de área.

Ao iniciar a correção, o professor leu com os alunos a tarefa a ser resolvida, ou seja, calcule a área de um retângulo com lados de 18 cm e 9 cm. Indaga-os sobre o tipo de figura trabalhada e desenha a representação de um retângulo na lousa, identificando o comprimento e a largura. A maneira de resolver a tarefa seguiu a técnica (τ_{D2}), conforme transcrição (1655 a 1665, Cf. apêndice B) a seguir:

P- Qual a fórmula que eu utilizo aqui?
$\mathbf{A_s}$ - Comprimento vezes a largura.
P - Como é?
$\mathbf{A_s}$ - Comprimento vezes a largura. [...]

RP: (Registro do professor no quadro)



9 cm

18 cm

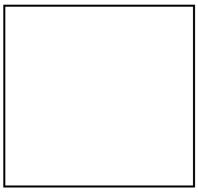
A = comp. x larg.
A= 18 x 9
A = 162 cm^2

P - Muito bem! [..]

Antes de iniciar a correção da tarefa relativa ao cálculo da medida da área do quadrado, o professor indaga aos alunos a respeito da diferença entre retângulo e quadrado e na identificação da medida do comprimento e da largura. Paralelo a essas ações, ele desenha a figura de um quadrado com lados medindo 13 cm e comenta:

P - Eu posso aplicar a mesma fórmula? Posso? Eu posso chegar aqui e dizer que a área é o comprimento pela a largura. Só que são iguais. Eu boto treze vezes treze. Treze vezes treze?
A(19) - 169.

RP: (Registro do professor no quadro)



13 cm

A = comp. x larg.
A= 13 x 13
A = 169 cm^2

P - 169! (TRANSCRIÇÃO, 1768 a 1776, Cf. apêndice B)

Como podemos perceber, a técnica utilizada foi a mesma usada para o cálculo da medida de área do retângulo, ou seja, τ_{D2}. Compreendemos que esse momento é importante para os alunos perceberem que, com uma mesma técnica, é possível resolver outros subtipos de tarefas. Contudo, em nenhum instante, foi mencionada a possibilidade de calcular a medida da área do quadrado pela fórmula

$A = l^2$. Logo, entendemos que o professor estava ampliando a validade da técnica τ_{D2} e assim não criou uma nova maneira de fazer a tarefa.

Dando prosseguimento à aula, o professor iniciou a correção da décima segunda questão do livro didático, conforme figura 31 do capítulo anterior, ou seja, uma questão que apresentava três tarefas, sendo uma do subtipo T_{D1}, a outra T_{D2} e uma de ordem pessoal. O destaque é que a medida da área envolve números fracionários, pois a contagem necessita adicionar duas metades para formar uma superfície unitária, restando uma metade.

Como as técnicas para essas tarefas já haviam sido determinadas (contagem e aplicação de fórmulas), o professor iniciou a resolução da primeira tarefa perguntando à turma quanto dava a área. Como alguns alunos ainda não estavam entendendo, ele mantém o seguinte diálogo explicativo.

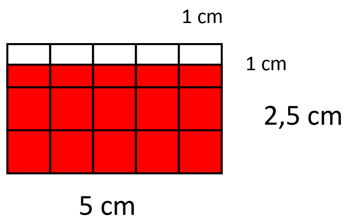
> **P** – A(24), você sabe contar? A(24), vamos lá. Ele quer que você conte a área. A área é essa parte que está de vermelho. Ok? Vamos lá. Aqui tem quantos quadrinhos? (aponta somente para os quadradinhos inteiros).
> A(24) - um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.
> **P** - O que foi que aconteceu com esse quadradinho aqui?(aponta para o quadradinho que só tem metade).
> **A_s** - Pintou a metade.
> **A(24)** - Metade vermelho.
> **P** - Pintou a metade. Ok. Se você juntar a metade com a metade, dá o que?
> **A_s** - Um.
> **P** - Dá um. Então, vocês pararam em quanto?
> **A_s** - Dez.
> **P** - Metade com a metade dá quanto?
> **A_s** - Um.
> **P** - Vai dar quanto?
> **A_s** - Onze.
> **P** - Com a metade com a metade?
> **A_s** - Doze.
> **P** - Sobrou o que?
> **A_s** - Meio.
> **P** - Vai dar quanto?
> **A_s**- Doze e meio.
> **P** - Então, deu 12,5 cm².
> **P** - E ai? Quem ainda não entendeu? Transcrição (1811 a 1832, Cf. apêndice B)

Podemos observar que essa tarefa colabora para melhorar a técnica anteriormente elaborada (τ_{D1}), tornando-a mais eficaz e confiável (CHEVALLARD, 1997). No entanto, nesse momento não identificamos um ambiente tecnológico claro, que justificasse a maneira utilizada para resolver a tarefa, ou seja, a técnica e a tecnologia parecem imbricadas. Também percebemos que a tarefa foi resolvida pelo professor, de forma oral e sem nenhum registro na lousa. Consideramos que, além dessa explicação, em um caso particular, o professor poderia ter realizado algum tipo de institucionalização, como foi feito no caso que envolvia cálculos, pois, segundo Chevallard (1997), essa é uma forma de destacar os principais conceitos a serem apreendidos durante o desenvolvimento da organização matemática.

Para resolver a mesma tarefa pela aplicação da fórmula, o professor inicialmente identifica com os alunos a medida do comprimento e da largura do retângulo ladrilhável e, em seguida, aplica a fórmula, como podemos observar na transcrição (1887 a 1900, Cf. Apêndice B).

RP: (Registro do professor no quadro)

12)



a) 12,5 cm^2

b) A = comp. X larg.

A = 5cm x 2,5 = 12,5 cm^2

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 2{,}5 \\ \hline 25 \\ 10 \\ \hline 12{,}5 \end{array}$$

P - 12, 5 cm². Deu a mesma área? Deu? (o professor faz uma seta ligando o resultado obtido por meio da contagem e o resultado obtido pela fórmula).
A$_s$ - Deu sim.
P - Olha, presta atenção. Ô A(10), A(10). O que eu quero mostrar a vocês é isso aqui. Ou vocês fazem por essa daqui, contando os quadradinhos, ou você aplica a fórmula. Tem duas formas de se fazer.

Outro fato de destaque é que o professor compara as técnicas estudadas para resolver a mesma tarefa e institucionaliza afirmando que, ou o aluno faz por contagem ou pela aplicação da fórmula, pois existem duas formas de resolução. Tal prática pode reforçar dificuldades na compreensão do conceito, uma vez que nem sempre é possível resolver tarefas envolvendo área de figuras planas por meio da contagem de quadradinhos.

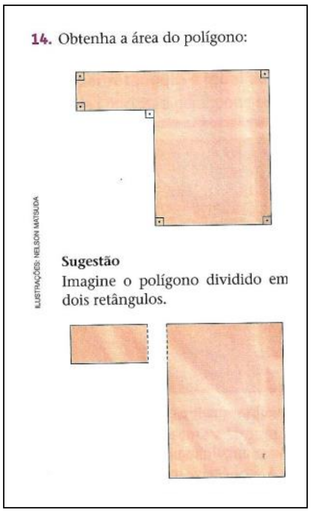
Na décima terceira questão, o professor indaga quem resolveu a tarefa, que consiste em determinar a quantidade de quadradinhos (1cm^2) para cobrir um cubo todo. Percebemos que apenas um aluno idealizou a tarefa, no entanto não apresentou o resultado final; por sua vez, o professor também não institucionalizou, como podemos perceber na transcrição (1906 a 1910, Cf. Apêndice B) a seguir.

> **A(23)** - 36 vezes 6
> **P** - Porque 36 vezes 6?
> **A(23)** - Porque é um cubo e tem seis lados e cada lado tem 36 cm.
> **P** - O que foi que A(23) disse aqui? Olha, cubo é essa figura aqui (mostra a figura do livro). Ai, ela contou um, dois, três, quatro, cinco e seis. Ela fez 36 x 6 e o cubo tem 6 lados. Então beleza.

Na técnica utilizada pelo aluno, podemos inferir que ele contou ou utilizou a fórmula para determinar a quantidade de quadradinhos de uma face do cubo de aresta 6 cm, encontrando como resposta 36 cm^2. Como o cubo tem 6 faces, basta multiplicar 36cm^2 x 6, que é igual a 216 quadradinhos ou 216 cm^2. No entanto, a explicação dada pelo professor, descrita na última fase da transcrição acima, não deixa claro a técnica utilizada. Nossa hipótese é que o professor não compreendeu plenamente a técnica utilizada pelo estudante.

A última tarefa proposta para ser corrigida pelo professor é a questão 14 do livro didático, plenamente diretiva, a qual já indica a decomposição da figura, não dando liberdade para os alunos escolherem que figuras gostariam de trabalhar.

Figura 39 – Modelo da tarefa proposta aos alunos presente no livro didático.



Fonte: Imenes & Lellis (2012, 226)

A tarefa acima foi classificada por nós como T_{D4}, ou seja, determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados com comprimentos dos lados conhecidos. No entanto, antes de desenvolver a técnica (τ_{D4}), o aluno precisa medir os comprimentos e larguras das figuras decompostas. Em **seguida**, determinar a medida da área de cada figura e somar os valores obtidos. A medida da área total será o somatório da medida das áreas de cada figura acompanhada da unidade de área.

Durante a correção, apenas dois alunos tentaram resolver a tarefa proposta acima, na qual o professor observou os cadernos dos alunos e disse que estava correto, mas não corrigiu de forma coletiva, pois a campainha tocou. Nesse momento solicitou que os alunos estudassem para fazer uma atividade avaliativa na aula seguinte.

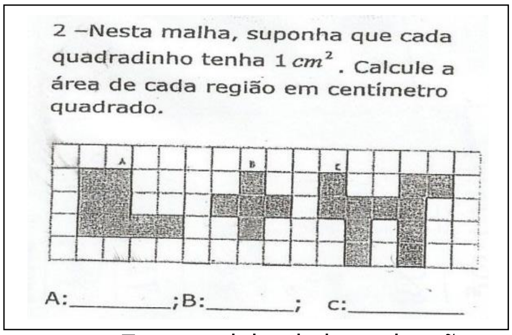
A aula do dia 05 de junho de 2014 estava planejada para a realização de uma atividade avaliativa sobre o conceito de área de figuras planas explorado nas últimas oito aulas, mas antes de iniciar a atividade o professor perguntou se os alunos gostariam de tirar alguma dúvida e reservou um tempo de 10 minutos para eles revisarem o assunto, como podemos observar nas transcrições a seguir.

> **P** - Quem gostaria de tirar alguma dúvida antes de começar a fazer nossa prova (TRANSCRIÇÃO, 1932 Cf. apêndice B). **[**...]
> **P** - Ai eu vou fazer o seguinte. Olha! Sexto ano, eu vou dar um tempo a você de 10 minutos. Vocês vão relembrar e depois vocês retornam para fazer a avaliação. (TRANSCRIÇÃO, 1937 a 1938 Cf. apêndice B).

Também percebemos que o professor usa, pelo menos, três nomenclaturas diferentes para designar o que acontecerá em sala de aula: ‘atividade avaliativa’, ‘prova’ ou ‘avaliação’ e quando os alunos receberam o material para responder, no cabeçalho tinha escrito ‘Desafio de Matemática’. No entanto, entendemos que o objetivo era verificar se efetivamente os alunos sabiam responder as tarefas individualmente e que a ideia era de avaliar o final de um processo.

A atividade apresenta cinco questões, sendo uma retirada na íntegra do livro didático e duas com adaptações. No total temos 12 tarefas, que versam sobre os subtipos de tarefas T_{D1}, T_{D2} e T_{D3}. As seis primeiras tarefas tratam de determinar a medida de área de uma figura ladrilhável (T_{D1}), como podemos observar na figura a seguir:

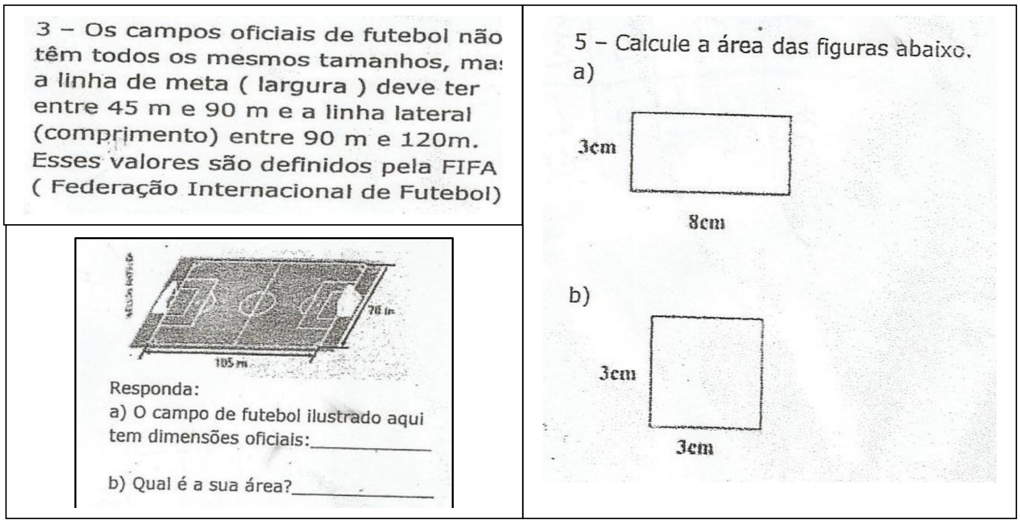
Figura 40 – Exemplo de um extrato da atividade avaliativa do professor- subtipo de tarefa T_{D1}



Fonte: sujeito da investigação.

As demais tarefas versam sobre a determinação da área de um retângulo ou quadrado, dadas as medidas dos comprimentos dos lados (T_{D2} e T_{D3}), seja em tarefas contextualizadas ou simplesmente o cálculo da medida da área de uma figura, como podemos perceber na figura a seguir:

Figura 41 – Exemplo de um extrato da atividade avaliativa do professor- subtipo de tarefa T_{D2} e T_{D3}.



Fonte: sujeito da investigação.

O professor leu cada tarefa a ser realizada pelos alunos. Durante a leitura e explicação, ele relembra as tarefas desenvolvidas em sala de aula e que podem ajudar na resolução, ou seja, de certo modo, determina a técnica a ser utilizada, como podemos perceber na seguinte afirmativa, "Aí você vai responder a letra (a). O campo de futebol ilustrado aqui tem dimensões oficiais? Aí você vai dizer sim ou não. Letra (b), qual é a área? Então, é só você utilizar a fórmula". (TRANSCRIÇÃO, 1987 a 1988, Cf. apêndice B).

Após as explicações, os alunos começaram a fazer individualmente as tarefas e, na medida em que iriam terminando, entregavam ao professor e saiam da sala de aula. Nesse dia eles não retornaram mais para a aula de matemática.

À guisa de conclusão, identificamos durante a observação das aulas do professor, dois tipos de tarefas e 05 subtipos. No entanto a ênfase é no tipo de tarefa TD - determinar a medida da área de uma figura ou região, incluindo os subtipos T_{D1} e T_{D2}.

O primeiro encontro com o conceito de área partiu do levantamento do conhecimento prévio dos alunos a respeito do tema, utilizando para isso maquetes de campos de futebol. Como estava próximo da abertura dos jogos da copa, eles ficaram motivados a responder. Já o momento de primeiro encontro com o tipo de tarefa “determinar a medida da área de uma figura ou região” é realizada por meio de uma tarefa que envolve medida, prevalecendo o aspecto numérico de área. Motivando, assim, a necessidade de utilizar fórmulas para determinar a área.

Posteriormente, ele explora o tipo de tarefa por meio da técnica baseada no ladrilhamento, o que poderia ter ajudado na justificativa do uso da fórmula, uma vez que a ideia de multiplicação com configuração retangular é mobilizada. No entanto, isso não é explicitado claramente pelo professor.

Durante os momentos da constituição do ambiente tecnológico-teórico, são utilizados alguns objetos ostensivos, como, por exemplo, a malha quadriculada e até mesmo a fórmula, que poderiam contribuir para a construção do conceito de área, se fossem trabalhados de forma significativa (LIMA e BELLEMAIN, 2010). No entanto, nem sempre os argumentos que justificam a técnica ficam explícitos e, muitas vezes, são superficiais. Há conceitos definidos de forma equivocada, como, por exemplo, polígonos regular e irregular, que poderão comprometer, futuramente, o conceito de área e confusão entre o conceito de lado e face.

Do ponto de vista do conceito de área, mesmo o professor dando ênfase ao aspecto numérico, existe uma característica elogiável na sua abordagem, que é criar a ideia que área é o espaço ocupado. Essa ideia aproxima-se da definição de área adotado no nosso quadro teórico, ou seja, na ideia de que área é uma característica da superfície ou região.

Percebemos que o momento do trabalho da técnica acontece quando o professor amplia o alcance da técnica, ou seja, utiliza a fórmula da área do retângulo para resolver tarefas que envolvem a determinação da medida da área do quadrado. No entanto, não identificamos criação de novas técnicas.

O momento da institucionalização nem sempre acontece de forma sistematizada, mas percebemos que sempre no final da exploração de um subtipo de tarefa, no diálogo com os alunos, ele informa os elementos que são essenciais para o desenvolvimento da tarefa como, por exemplo, a medida do comprimento e da largura para utilizar a fórmula de área do retângulo.

Em um sentido mais amplo, não identificamos o momento da avaliação dos elementos da organização matemática e didática, de forma a refletir sobre o estudo realizado. Em um sentido mais específico, percebemos momentos nos quais o professor realiza avaliação da aprendizagem, seja indagando os alunos, seja realizando atividades avaliativas escritas.

Não foram utilizadas em sala de aula fichas contendo problemas contextualizados retirados de internet, apostilas ou outros livros, como o professor mencionou inicialmente na entrevista. Contudo, em todas as aulas foi utilizado o livro didático adotado pela escola e, por diversas vezes, propostas tarefas do tipo rotineiras, simplesmente para poder utilizar a fórmula de área do retângulo. A forma como o professor conduziu a transposição do saber parece não ajudar na compreensão dos conceitos, pois geralmente ele apresentava os conceitos de forma pronta e acabada acreditando que para haver aprendizagem bastava uma boa comunicação entre professor e aluno.

Percebemos que as aulas do professor de matemática são fragmentos da abordagem do livro didático, porém de forma bem simplificada, excluindo vários tipos de tarefas e subtipo de tarefas apresentados. Diante da nossa fundamentação teórica, essa escolha adotada por ele, limitou o repertório de tipos de tarefas que o aluno do 6º ano do ensino fundamental precisa explorar para compreender significativamente o conceito de área.

Por tudo isso, caracterizamos a organização didática como Clássica tecnicista pois, para Gascón (2003), esse tipo de organização parte de certas técnicas algorítmicas e se detém unicamente naquelas tarefas que servem como ‘treinamento’ para chegar ao seu domínio. Dessa forma, se excluem do repertório de técnicas, as estratégias de resolução que não são algorítmicas como, por exemplo, as técnicas que compõem as tarefas de produção, estimativas e comparação não-numérica de área de figuras planas. No nosso caso, a ênfase do professor está no tipo de tarefas TD - determinar a medida da área de uma figura ou região, cuja técnica predominante é o uso mecânico de fórmula, completamente controlado pelo professor. Para o autor acima, essa organização considera o aluno como um “robô” “que melhora o domínio da técnica mediante a simples repetição que proporciona um treinamento completo” (p.24).

A partir da análise da prática docente nos questionamos sobre o uso do livro didático nas aulas de matemática: Quais as vantagens de seguir a abordagem do livro? Quais as desvantagens? Até que ponto é possível simplificar? Que tarefas são importantes e que não podem deixar de ser exploradas em sala de aula?

Portanto, no próximo capítulo apresentamos a comparação entre a abordagem do livro didático do 6º ano do ensino fundamental e a prática docente do professor de matemática na escola em tela.

REFERÊNCIAS DO CAPÍTULO

BALTAR, P. M. **Enseignement et aporprentissage de la notion d'aire de surface planes:** une étude de l‟acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de Grandeza e Implicações no ensino fundamental e médio.** Séries Textos da História da Matemática, vol. 8. Natal: SBHMAT, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no Ensino Fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pos-doutoral no exterior financiado pelo CNPq.** Recife, 2013. 95p.

BOSCH, M.; CHAVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. In: **Recherches en didactique des mathématiques**, vol. 19, no 1, p. 77-124, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CÂMARA DOS SANTOS, M. O professor e o tempo. **Tópicos Educacionais**. V. 15, nº 1/2, p. 105-116. Recife, 1997.

______________________. Algumas concepções sobre o ensino e a aprendizagem em matemática. **Educação Matemática em Revista**, p. 38-46. São Paulo, 2002.

CHEVALLARD, Y. Familière et problématique, la figure du professeur. In: **Recherches en didactique de Mathématiques**, 1997, p. 17-54.

_______________. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l´approche anthropologique. In: . **Recherches em didactique des mathématiques,** Grenoble, Éditions La Pensée Sauvage, v.19.2, n.56, p.221-265, 1999.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Un processus d‟apprentissage du concept d‟aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010.

GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n.2, 2003, p. 11-37.

IMENES, L.M. & LELLIS, M. **Matemática**: Imenes e Lellis. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2012.(6º ano do Ensino Fundamental).

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. **Coleção Explorando o Ensino**: grandezas e medidas. Volume 17, Brasília, 2010, p.167- 200.

PAULISTA. Secretaria de Educação. **Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Paulista**. Paulista. PE, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** – Recife, 2008.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2012.

SILVA, J. V. G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6ºAno do Ensino Fundamental sob Ótica da Teoria Antropológica do Didático.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife-PE, 2011.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas. Recife.** Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco- UFPE, Recife, 2007.

6 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE A ABORDAGEM DO LIVRO DIDÁTICO E A PRÁTICA DOCENTE DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Nesse capítulo, apresentamos a análise comparativa entre a organização matemática e didática existentes no livro didático e aquela utilizada pelo professor de matemática que leciona no 6º ano do ensino fundamental da escola observada, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas.

De uma forma geral, percebemos que o conceito de área de figuras planas poderá estar sendo fortemente marcado no livro didático pela articulação com o domínio dos números e operações, como, por exemplo, a tarefa representada na figura 32 do capítulo 4, na qual as técnicas utilizadas para sua resolução se articulam com os números racionais. Outro indício são as tarefas de comparação, cuja resolução mobiliza o quadro numérico, ou seja, a técnica usada é a contagem. Também percebemos que os autores apresentam tarefas problematizadoras e contextualizadas, geralmente envolvendo ladrilhamentos de pisos e medida de áreas de terrenos, sítios, casas, pátios, campo de futebol. Mas também apresentam tarefas rotineiras como, por exemplo, "Calcule no caderno o perímetro e a área de: a) um retângulo com lados de 18 cm e 9 cm [...]" (IMENES e LELLIS, 2012, p. 225).

Já na prática docente, o professor fez pouco uso de tarefas problematizadoras. Destacamos nesse cenário, a situação na qual ele conduz os estudantes a determinarem a medida da área da sala de aula.

Embora as tarefas utilizadas em sala de aula sejam oriundas, geralmente, do livro didático, houve uma tendência do contexto desaparecer, pois as tarefas escolhidas pelo professor são as do tipo rotineiras, envolvendo ladrilhamento e o cálculo da medida de área, ou seja, a ênfase está em exercícios mecânicos voltados para o domínio numérico, como é o caso da tarefa representada na figura 36 no capítulo anterior. O professor levava em consideração apenas os dados que eram pertinentes para o cálculo. Esse tipo de abordagem é amplamente criticado na Educação Matemática e cabe salientar que em documentos oficiais, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e os de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), orienta-se para que haja uma ligação entre o conteúdo trabalhado e as situações do cotidiano.

Os autores do livro didático orientam para que o professor, usuário do livro, siga o roteiro padrão determinado por eles, pois argumentam que, para que haja a compreensão do conceito de área, as malhas, imagens, figuras, etc. (os objetos ostensivos) são fundamentais. No entanto, essa recomendação não é atendida pelo professor, que resolve iniciar, por exemplo, o conceito por situações de medida.

Entendemos que a liberdade de modificar a maneira de apresentar a abordagem de um conceito é inerente ao papel dele, pois é ele que garante a continuidade da Transposição Didática. Concordamos com Chevallard (1991, p. 71) quando afirma que ele pode fazer isso, porque é o professor "quem sabe antes dos outros, que já sabe, que sabe mais" em relação aos alunos. O que teremos que avaliar é se essa tomada de decisão favorece ou não a exploração do conceito de área. De acordo com o referencial teórico adotado nessa tese, o fato de iniciar o conceito por uma situação de medida, por exemplo, poderá reforçar o aspecto numérico de áreas de figuras planas, podendo causar, no futuro, a indissociabilidade entre área e perímetro.

Durante a análise do livro, trabalhamos com 101 tarefas, que categorizamos em seis tipos de tarefas, especificamente matemáticas, envolvendo o conceito de área, distribuídas ao longo do capítulo. Já na prática docente, foram 34 tarefas subdivididas em dois tipos de tarefas vivenciadas nas dez aulas. Os tipos de tarefas TD (Determinar a medida da área de uma figura ou região) e TC (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas) foram comuns para ambas as abordagens. O número de tarefas presente no livro chega a ser quase o triplo da quantidade trabalhada pelo professor. Logo, entendemos que quantidade não quer dizer qualidade; porém, nesse caso, existe uma possibilidade maior de diferentes tarefas aparecerem e passarem a fazer parte do repertório conceitual de área de figuras planas.

Os tipos de tarefas que o professor excluiu de sua abordagem e que estão presentes no livro didático são: TE (Estimar a medida de área de uma figura ou região), TT (Converter unidades de medida de área), TG (Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas) e TO (Operar com medidas de áreas de figuras planas).

Se por um lado, esses tipos de tarefa ajudam a construir o conceito, uma vez que ampliam o repertório de problemas nos quais os alunos precisam utilizar imagens mentais para realizar aproximações, medir com outras unidades de medidas, operar e trabalhar simultaneamente com outras grandezas. Por outro lado, são tipos de tarefas já identificados em pesquisas a respeito do conceito de área, tanto nacional como internacionalmente (SILVA, 2011; BELLEMAIN, 2013).

Da mesma forma, diversos documentos curriculares oficiais (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2012; 2013; 2014) recomendam a ampliação do conceito de área de figuras planas por meio de tarefas que busquem a dissociação entre a figura, a grandeza área e o número associado à medição da área, por isso orientam que tarefas do tipo comparar, estimar, decompor e compor, converter unidades de medida de área (sem necessariamente o uso excessivo de transformações), ajudam os alunos a perceberem que “duas figuras planas são equivalentes quando possuem as mesmas medidas de áreas, mesmo que suas superfícies tenham formas diferentes” (PERNAMBUCO, 2014, p.229).

Também orientam que os conceitos de área e de perímetro sejam trabalhados simultaneamente, por meio de tarefas em que os alunos necessitem “desenvolver estratégias para estimar e comparar o perímetro e a área de retângulos, triângulos e outras figuras, utilizando malhas, ora com formas oferecidas pelo professor, ora desenhadas pelos alunos” (PERNAMBUCO, 2013, p. 148), ou seja, é importante que os estudantes percebam a relação de independência entre essas duas grandezas, pois podemos ter figuras com a mesma medida de área, mas medidas de perímetros diferentes.

Contudo, além de o professor excluir TG (Determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas), ele decidiu trabalhar apenas com o conceito de área. Essa decisão poderá causar por parte dos alunos uma confusão, no futuro, entre as duas grandezas, ou seja, eles podem comparar dois polígonos e concluírem que figuras de maior área também apresentam o maior perímetro e vice-versa (BRASIL, 1998).

Vale salientar que a proposta curricular do município do Paulista não apresenta essas orientações quanto ao trabalho simultâneo do conceito de área e perímetro, o que nos leva a crer que essa Transposição Didática poderá estar sendo influenciada, tanto pela concepção de ensino de matemática como pelas condições e restrições existentes na proposta municipal, mesmo que o professor não a tenha mencionado no momento da entrevista, quando foi perguntado sobre o que leva em consideração no momento de preparar uma aula.

De forma geral, há indícios que as escolhas do que deve ser ensinado durante a transposição didática pelo professor tenha sido orientada pela relação que o professor mantém com o saber a ensinar (CÂMARA DOS SANTOS, 1997), pois, de certo modo, ele acelerou mais rápido o assunto e explorou apenas o básico do conceito de área de figuras planas em tarefas rotineiras. Nossa hipótese é que ele não tenha muito intimidade com o conhecimento matemático em pauta.

Por tudo isso, nossa análise comparativa da organização matemática aconteceu a partir dos tipos de tarefas que eram comuns na abordagem do livro didático e na prática do professor, como podemos observar na tabela a seguir.

Tabela 8 – Distribuição dos tipos de tarefas referente à área de figuras planas presentes na abordagem do livro e na prática docente simultaneamente.

Tipos de tarefas	Quantitativo de tarefas presentes na abordagem do Livro didático.	Quantitativo de tarefas presentes na Prática docente.
TD - Determinar a medida da área de uma figura ou região	61	33
TC - Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas	14	01

Fonte: autoria própria

Como podemos perceber que o tipo de tarefa predominante em ambas as abordagens é TD, ou seja, o foco no aspecto numérico é latente. Já o tipo de tarefa “comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas” apresenta uma baixa frequência, em especial na prática do professor. Esse tipo de tarefa, se bem elaborada e explorada, poderia ajudar os alunos na passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas, principalmente em tarefas que oportunizem ao aluno, comparar sem recorrer a medições (PERNAMBUCO, 2012).

De forma geral, o livro didático apresenta 60% das tarefas destinadas a TD, enquanto o professor apresenta 97%. Medir uma área é um processo complexo, que envolve escolhas de uma unidade de medida e o emprego de procedimentos apropriados. Nesse processo, atribui-se um número à grandeza área, que passa a ser a medida da área na unidade escolhida (LIMA e BELLEMAIN, 2010). Logo, não estamos levantando uma crítica quanto ao tipo de tarefa abordada no livro e na prática docente, e sim, à quantidade, deixando consequentemente de explorar outros tipos de tarefas igualmente importantes.

Quase todas as tarefas trabalhadas pelo professor são destinadas à TD. Essa escolha revela o tipo de concepção adotada por ele referente ao ensino de matemática, especificamente em relação ao conceito de área, ou seja, há um privilégio em fazer contas, usar regras, fórmulas. Logo, esse tipo de tarefa o ajuda a desenvolver uma organização didática Clássica (GASCÓN, 2003), na qual o aluno é considerado uma tábua rasa e para isso precisa fazer muitas tarefas rotineiras. Atualmente, esse tipo de concepção é amplamente criticado no ensino de área de figuras planas, uma vez que "as fórmulas e regras são trabalhadas sem compreensão e apenas baseadas no processo de repetição" (SANTOS, 2005, p. 32).

Diante dessa visão mais global da comparação entre o livro didático e a prática docente, partimos para caracterizar as praxeologias matemática e didática existentes em ambos, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental da escola que observamos.

6.1 A comparação da Organização Matemática entre o livro didático e a prática docente do professor de matemática.

Como dito anteriormente, identificamos 2 tipos de tarefas presentes, tanto na abordagem do livro didático como na prática do professor de matemática em relação ao conceito de área de figuras planas, para as quais analisamos os blocos do saber-fazer (T,τ) e do saber (θ,Θ). Sendo assim, apresentaremos para cada tipo de tarefa uma organização pontual.

De forma geral, identificamos vários objetos ostensivos, tanto no livro como na abordagem do professor, tais como imagens, plantas baixas, tabelas, maquetes de campo de futebol, textos verbais, fórmulas, figuras e malhas, sendo esses três últimos pertencentes à intersecção de ambos.

6.1.1 Organização matemática pontual do tipo de tarefa "Determinar a medida da área de uma figura ou região (TD*)"* presentes no Livro Didático e na Prática docente.

Durante a análise do Livro Didático, nesse tipo de tarefa (TD), identificamos 61 tarefas que categorizamos em seis subtipos. Já em relação à prática docente, foram 33 categorizadas em quatro subtipos, conforme podemos observar na tabela a seguir. Nesta tabela também foram agrupados e adaptados os gêneros medir, calcular e determinar.

Tabela 9 – Distribuição dos subtipos de tarefas presentes no capítulo do livro didático e na prática docente em relação ao tipo de tarefa “determinar a medida da área de uma figura ou região (TD)”**.**

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Livro didático Quantidade	Prática docente Quantidade
TD: Determinar a medida da área de uma figura ou região	T_{D1} – Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias.	41% 25	24% 08
	T_{D2} – Determinar a medida da área de um retângulo, dada às medidas dos comprimentos dos lados.	28% 17	58% 19
	T_{D3} – Determinar a medida da área de um quadrado, dada a medida do comprimento do lado.	20% 12	12% 04
	T_{D4} – Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados.	7% 04	6% 02
	T_{D5} – Determinar a medida da área de um triângulo, dadas às medidas dos comprimentos dos catetos.	01	0
	T_{D6}- Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos.	02	0
	Total	61	33

Fonte: autoria própria

Da mesma forma que o professor excluiu alguns tipos de tarefas da sua abordagem, também excluiu subtipos de tarefas de TD, como podemos observar na tabela acima. Não identificamos, nas aulas, os subtipos de tarefas T_{D5} e T_{D6}. Logo, naturalmente, já existe um distanciamento entre a abordagem do livro didático e a prática docente.

Preservando a proporcionalidade nas quantidades de tarefas entre o livro didático (61) e a prática docente (33), percebemos que, entre ambos, existe um distanciamento maior nos subtipos de tarefas T_{D1} e T_{D2}. Uma distância ‘mediana’ entre T_{D3} e um distanciamento quase nulo em T_{D4}.

Constatamos que, apesar de o livro didático apresentar seis subtipos de tarefas, a ênfase quantitativa é em T_{D1} (Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias) cuja técnica não necessitava de cálculo. Já na prática docente, o destaque quantitativo é para o subtipo T_{D2} (Determinar a medida da área de um retângulo dadas as medidas dos comprimentos dos lados); nesse caso, por natureza, já existe uma ênfase em tarefas que envolvem o uso de fórmulas.

Se a ideia de ladrilhamento é importante para a construção da noção de área, o livro didático apresenta quase metade das tarefas dessa natureza, enquanto o professor dedica apenas um quarto. Podemos inferir que os autores do livro estavam preocupados em construir a ideia que área é o espaço ocupado, assim como estabelecer uma relação entre o quadro numérico e o das grandezas.

Já o professor, embora apresente a mesma ideia do livro didático, é possível que não consiga se libertar dos cálculos e, por isso, dedica mais tempo para tarefas que exigem o uso de fórmulas. Para Câmara dos Santos (1997) a gestão do tempo pelo professor está condicionada à relação que ele possui com o saber em jogo. Logo, é possível que a escolha do saber ensinado tenha sido guiada pelo distanciamento que o professor tem com o saber a ensinar.

Se tomarmos o quantitativo de T_{D2} e T_{D3} cujas técnicas preconizadas são baseadas no uso de fórmulas, ou seja, “fazer contas”, o livro didático contempla 48% das tarefas, enquanto o professor fica com 70%, o que reforça a ideia de acreditar que, na concepção do professor, ensinar o conceito de área de figuras planas é fazer muitos cálculos, o que levaria os alunos a aprender. Essa prática está em consonância com o modelo de organização didática Clássica (GASCÓN, 2003), adotado por ele, talvez inconscientemente, ou seja, a aula é centrada na figura do professor, que apresenta definições, exemplos, resolve tarefas e, no final do processo, avalia a aprendizagem dos alunos.

Logo, entendemos que, apesar de existir uma distância entre ambos, relativos ao quantitativo de tarefas trabalhadas em cada subtipo, mesmo assim, eles apresentam uma convergência em relação à ênfase no aspecto numérico do conceito de área, inclusive em tarefas que envolvem comparação e estimativas, que poderiam ser exploradas sem a necessidade de realizar medições, o que poderia permitir a compreensão de que “a uma figura geométrica podem ser associadas diferentes grandezas e a área é uma delas” (LIMA e BELLEMAIN, 2010, p. 191).

Em relação às técnicas, o distanciamento é ínfimo entre o livro e o professor, ou seja, a contagem (τ_{D1}), o uso da fórmula da área do retângulo (τ_{D2}) e a técnica de decompor polígonos para depois determinar a área (τ_{D4}) tanto são exploradas no livro como nas aulas. O destaque que fazemos é que no T_{D3} (Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado), os autores indicam como técnica, as fórmulas da área do retângulo ou do quadrado como uma possível maneira de resolver as tarefas. No entanto, na prática docente, o professor utilizou apenas a fórmula da área do retângulo, sem justificar as razões, na qual todo quadrado é um retângulo e por isso é possível utilizar uma das fórmulas. Indagamo-nos se essa omissão ajuda no processo de ensino e aprendizagem, pois avaliamos que os alunos perderam a oportunidade de conhecer mais um objeto ostensivo (fórmula da área do quadrado).

O bloco tecnológico-teórico, em ambos os casos, nem sempre está explícito, mas inferimos que o significado da multiplicação na configuração retangular, o conceito e a propriedade aditiva de área de figuras planas estão mais presentes na abordagem do livro (ver figuras 27, 29 e 30 no capítulo 4) do que na prática docente, na qual houve poucas justificativas e as que aconteceram foram sistematizadas de forma verbal por meio da resolução das tarefas. Também é possível encontrar fragilidade nas justificativas de algumas técnicas utilizadas pelo professor, inclusive, algumas vezes, com explicitação equivocada de conceitos, como, por exemplo, não considerar a figura 38, no capítulo 5, como um polígono.

Nessa mesma atividade, ele orienta os alunos a resolverem a tarefa pela técnica da contagem, ao invés do cálculo, pois para esse professor a “figura é irregular”, o que é outro equívoco, pois é possível resolver a tarefa por diversas técnicas, entre elas por decomposição e utilização de fórmulas.

Em relação aos objetos ostensivos, o livro didático utiliza, para esse tipo de tarefa, malhas quadriculadas e triangulares; planta baixa de casa e região; imagens; figuras geométricas; tabelas; fórmulas em ocasiões variadas, seja no primeiro encontro, seja no ambiente tecnológico - teórico e, também, em diversos contextos como, por exemplo, nas tarefas rotineiras e nas tarefas problematizadoras. No entanto, devido à nossa escolha de analisar apenas o capítulo destinado ao conceito de área, no 6º ano do ensino fundamental, não percebemos a presença do Tangram, recortes e dobraduras, que ajudam a construir o conceito de área, e que são recomendados nos documentos oficiais, a exemplo dos Parâmetros em Sala de Aula (PERNAMBUCO, 2013).

Na prática docente, foi privilegiada em todas as ocasiões e contextos, a fórmula da área do retângulo, figuras geométricas e malha quadriculada. A maquete usada pelo professor contribuiu apenas para a revisão da classificação de polígonos.

Na avaliação elaborada por ele, podemos perceber a presença de malha quadriculada, imagens e figura geométrica (retângulo).

Consideramos que o livro já deixa de apresentar objetos ostensivos que poderiam colaborar ainda mais para a construção do conceito de área, e o professor se distancia mais ainda do que é preconizado no saber a ensinar, ou seja, a distância do livro didático para o saber a ensinar é menor do que a distância da prática docente para este mesmo saber.

6.1.2 Organização matemática pontual do tipo de tarefa "comparar medida de área de figuras geométricas planas (TC)" presentes no livro didático e na prática docente.

Aqui, identificamos 14 tarefas no livro didático, que foram subdivididas em três subtipos de tarefas. Já na prática docente, identificamos apenas uma tarefa que exige a comparação seriada de áreas de figuras. Todas são de natureza estática e não identificamos as técnicas de inclusão e sobreposição, equidecomposição e corte-colagem. Dessa forma, temos os seguintes subtipos de tarefas.

Tabela 10 – Distribuição dos subtipos de tarefas presentes no capítulo do livro didático e na prática docente em relação ao tipo de tarefa "Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas (TC)"

Tipo de Tarefa	Subtipos de tarefas	Livro didático Quantidade	Prática docente Quantidade
TC: Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas	T_{C1} – Comparar medidas de áreas de figuras poligonais ladrilháveis.	07	01
	T_{C2} – Comparar simultaneamente área e perímetro de figuras poligonais.	05	0
	T_{C3} – Comparar a medida de áreas de figuras retangulares.	02	0
	Total	14	01

Fonte – autoria própria

Como podemos observar na tabela, a única tarefa presente na prática docente e que é possível comparar com o livro didático é T_{C1}. Aqui a técnica (τ_{C1}) utilizada por ambos foi contar a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir todas as figuras. Caso houvesse metades, a cada duas metades contava-se uma superfície unitária a mais. Em seguida, deduzia a ordem das áreas da ordem dos números, obtendo assim a área maior, menor ou igual.

Apesar de o ambiente tecnológico-teórico se pautar basicamente na mesma justificativa, ou seja, dada uma unidade de área, a superfície que tivesse a maior medida era a que tinha maior área, do mesmo modo, se duas superfícies tivessem a mesma medida teriam a mesma área, percebemos que há uma distância considerável nesse subtipo, pois, além do quantitativo de tarefas possibilitadas aos alunos, ainda existe diferenciação e diversidades nas escolhas dos subtipos. Por exemplo: o professor decidiu que não iria trabalhar com comparação de medida de área e perímetro simultaneamente, enquanto que o livro explora pelo menos cinco tarefas nessa linha. Não explorar concomitantemente esses conceitos poderá fazer com que, no futuro, os alunos confundam as noções de área e de perímetro ou estabeleçam relações não verdadeiras entre elas. (BRASIL, 1998).

De forma geral, nos subtipos de tarefas de comparação, somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência, o que leva-nos a trabalhar com o quadro das grandezas e, de forma mais secundária, com os demais quadros (BELLEMAIN e LIMA, 2002); no entanto, a forma como o professor trabalha enfatiza apenas o quadro numérico, deixando o quadro das grandezas em segundo plano. Já no livro didático, os autores exploram diversas tarefas que abrangem comparação, inclusive envolvendo área e perímetro simultaneamente (ver figura 28 no capítulo 4). Contudo, a ênfase está no quadro numérico, ou seja, deixa de valorizar tarefas que solicitassem, por exemplo, que os alunos construíssem figuras que permitissem observar que superfícies diferentes podem ter a mesma medida de área e perímetros diferentes.

6.2 A comparação da Organização Didática entre o livro didático e a prática docente do professor de matemática.

Nesse subtópico, comparamos os seis momentos de estudos descritos por Chevallard (1999), ou seja, os momentos de Primeiro encontro; Exploração do tipo de tarefa e de elaboração de uma técnica; Constituição do ambiente tecnológico-teórico; Trabalho da técnica; Institucionalização e Avaliação entre o livro didático e a prática docente.

A introdução do conceito de área de figuras planas inicia-se no livro didático com uma situação contextualizada, referente a aspecto da vida cotidiana na qual o subtipo de tarefa consiste em comparar a área de dois pátios ladrilhados -T_{C1} (ver figura 37, no capítulo anterior). Segundo os autores, esse momento é o re(encontro) dos alunos com o conceito, uma vez que, em anos anteriores, eles já tiveram a oportunidade de estudar esse assunto.

Já na prática docente, o professor ensaia uma situação de contexto com o uso de uma maquete de um campo de futebol para definir a área de uma figura, mas aborta a ideia e a utiliza apenas para revisitar conceitos estudados anteriormente, como, por exemplo, classificação de polígonos, diferença entre a representação de figuras planas e espaciais e medidas de comprimento, dando ênfase, posteriormente, a uma situação de medida, na qual explora o uso da fórmula da área do retângulo (T_{D2}), como podemos observar na figura 36 do capítulo anterior; ou seja, desenha a figura de um retângulo de dimensões 10 cm x 8 cm, apresenta a fórmula de área do retângulo e soluciona a questão.

Nesse contexto, a forma como o professor realiza a Transposição Didática é pautada em uma prática amplamente criticada e que tem se mostrado ineficaz no processo de ensino e aprendizagem, pois a “reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos.” (BRASIL, 1998, p. 37).

Nesse sentido, constatamos um distanciamento entre a abordagem do primeiro encontro dos alunos com o conceito de área no livro e nas aulas do professor. Enquanto os autores estavam preocupados em estabelecer uma passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas, mesmo que de forma numérica, o professor explorava com grande ênfase a passagem do quadro geométrico ao numérico.

Sabemos que esse momento tinha um papel importante na aprendizagem dos estudantes, mas não determinava todas as relações possíveis com o saber em jogo, por isso, outro fator determinante na nossa comparação é como aconteceu a exploração dos tipos de tarefas e a elaboração de técnicas, por ambos.

No livro didático, as explorações dos tipos de tarefas partiram do subtipo T_{D1} (Determinar a medida da área de uma figura ladrilhável com quantidade finita inteira ou metade de superfícies unitárias), que passou a ser a base de sustentação para T_{D2} (Determinar a medida da área de um retângulo dadas as medidas dos comprimentos dos lados) e T_{D3} (Determinar a medida da área de um quadrado dada a medida do comprimento do lado). Logo, as técnicas partiram da contagem de quadradinhos para chegar às fórmulas, sendo ampliadas nos subtipos de tarefas T_{D4} (Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e/ou quadrados), T_{D5} (Determinar a medida da área de um triângulo retângulo, dadas às medidas dos comprimentos dos catetos) e T_{D6} (Determinar a medida da área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e triângulos retângulos). Também identificamos vários tipos de tarefas que exigiam o domínio da técnica elaborada pelos autores como, por exemplo, operar com medidas de áreas de figuras planas (TO) ou estimar a medida de área de uma figura ou região (TE), mas que não podemos comparar com a prática docente, pois não foram exploradas em sala de aula.

Na prática docente, as explorações dos tipos de tarefas partiram do subtipo de tarefa $T_{D2,}$ ou seja, o professor utiliza, inicialmente, a fórmula da área do retângulo, em seguida, usando malhas quadriculadas, usa a contagem para resolver tarefas do subtipo T_{D1}. A partir de então, emprega simultaneamente as duas técnicas (contagem e fórmula). Para determinar a medida da área de um quadrado, dada a medida do comprimento do lado (T_{D3}), o professor utiliza a mesma técnica de T_{D2}. Não percebemos a criação de novas técnicas, e sim, a sua ampliação em tarefas que exigem decomposição de figuras antes da determinação da medida de área.

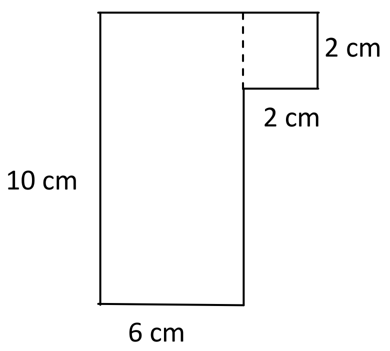
Desse modo, também há um distanciamento na exploração dos tipos de tarefas. Enquanto o livro tende a construir o conceito gradativamente, na prática, o professor segue direto para o uso de fórmulas, o que não ajuda na compreensão do significado de área de figuras planas, já comentado em vários documentos oficiais (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2012) e por vários pesquisadores (DOAUDY e PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN e LIMA, 2002; SANTOS, 2005; TELES, 2007).

Temos por hipótese que o professor não tem uma relação Íntima com o conceito de área, o que amplia a distância entre ele e o saber em jogo e, por isso, o leva a remover ou até mesmo reduzir certas abordagens do conceito em sala de aula no momento da transposição didática interna. Também é possível que ele desconheça as concepções do conceito de área enquanto grandeza autônoma e suas contribuições para a aprendizagem dos estudantes, ou seja, é provável que existam lacunas na formação didática do professor.

O momento da constituição do ambiente tecnológico-teórico nem sempre está explícito, tanto no livro didático como na prática docente. No livro didático, podemos dizer que aparece de forma mais sistematizada para justificar as técnicas de contagem, o uso de fórmulas e as conversões de unidades de medida de área. No entanto, a ampliação das referidas técnicas, justificadas pela aditividade de área de figuras, por exemplo, não foram explicitadas. Já na prática docente, esse momento é sofrível e muitas vezes superficial, como podemos observar na transcrição (1304 a 1317, Cf. apêndice B) a seguir.

> P - Vou resumir pelo de A(19)... A(19) fez isso aqui. Pegou aqui, separou.

RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 10 x 6
A =60 cm^2

A = comp. x larg.
A= 2 x 2
A = 4 cm^2

60 + 4 = 64 cm^2

> **P - E**la pegou essa parte aqui (apontando para o retângulo), a área disso aqui e multiplicou e fez dez vezes seis. Essa primeira área dez vezes seis, deu 60 cm² e essa outra área aqui (apontando para o quadrado), A(19) fez o seguinte: comprimento vezes largura. Dois vezes dois, essa área aqui deu 4 cm². Num foi isso, A(19)?
> (pausa)
> **P** – A(19) criou essa estratégia aqui. Ela só faltou mesmo somar. Se eu quero a área total, ela pegava 60 mais 4. Ai daria 64 cm². Só faltou somente isso

Podemos perceber que a justificativa da técnica é tão superficial que para os alunos não parece ter sentido somar áreas.

Há conceitos definidos de forma equivocada como, por exemplo, a classificação de polígonos regulares e irregulares, ausência de justificativas de técnicas e uma predominância em exercícios repetitivos e sem contextos, o que leva à mecanização de técnicas.

Nesse sentido, nos questionamos se essa forma de ensino garante a compreensão do conceito de área de figuras planas. Nossa hipótese é que, apesar de o professor ter por atribuição estimular e gerenciar a sala de aula de forma que fique claro para o aluno e para ele o que está sendo aprendido (SIMON, 1995 apud CHEVALLARD, 1997, p. 119), nessas aulas não fica explícito se os alunos aprenderam, pois os valores das variáveis didáticas utilizadas são sempre as mesmas, ou seja, muitas vezes o professor utilizava a mesma figura para várias tarefas; nesse caso, apenas apagava os valores das medidas de comprimento e largura e, colocando outros valores, solicitava que os alunos calculassem as medidas das áreas.

Logo, entendemos que, para o professor, ensinar o conceito de área de figuras planas é repetir exaustivamente a técnica, que consiste em aplicar a fórmula. Sendo assim, consideramos essa aula como tradicional, apesar das tentativas frustradas de tentar inovar. A aula é centrada na figura do professor, cujo ensino é baseado em exemplos, tarefas rotineiras, repetição de técnicas com ênfase na memorização e mecanização.

Em relação ao momento da institucionalização, o livro apresenta no final do capítulo os principais pontos trabalhados, como, por exemplo, área; unidades de medida de área e fórmulas da área de um retângulo. Já na prática docente isso não acontece de forma sistematizada, mas percebemos que sempre no final da exploração de um subtipo de tarefa, de forma oral, o professor informa os elementos que são essenciais para o desenvolvimento da tarefa como, por exemplo, as medidas do comprimento e da largura para utilizar a fórmula de área do retângulo.

Consideramos que seria muito interessante se o professor tivesse realizado algum tipo de institucionalização de forma mais sistemática, pois, para Chevallard (1999), essa é uma das maneiras de enfatizar os principais conceitos a serem apreendidos durante o desenvolvimento da organização matemática. Logo, consideramos que existe, nesse aspecto, um distanciamento entre a abordagem do livro e a prática do professor.

No livro didático, em diversos subtipos de tarefas, fizemos inferência em relação às técnicas que poderiam ser empregadas por aluno e professor mediante a constituição do ambiente tecnológico-teórico, ou seja, percebemos que nem sempre o trabalho da técnica está explícito. Esse fato é mais comum nos tipos de tarefas TO – operar com medidas de áreas de figuras planas; TG - determinar o valor de uma grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas e TE - estimar medida de área de uma figura plana, mas que não é possível compará-las com a prática docente, pois não houve exploração em sala de aula.

Em relação aos subtipos de tarefas que são possíveis de serem comparadas, constatamos que há uma evolução nas técnicas, isto é, os autores partem da mais simples - contagem, para técnicas mais elaboradas, como é o caso da decomposição de figuras em retângulos e triângulos para obter a medida da área total de figuras planas. Já na prática docente, o trabalho da técnica é mais explicitado, contudo é mais fragilizado, no sentido de o processo de ensino ser centrado no professor. Dessa forma não permite que o aluno, por exemplo, construa figuras na malha (todas as figuras desenhadas são modelos colocados na lousa pelo professor), elabore outras tarefas, conjecture e teste determinada técnica e, a partir de então, verifique o seu domínio, ou seja, o aluno é passivo no sentido de construir o seu conhecimento.

Entendemos que houve uma tentativa de ampliar o alcance da técnica quando o professor utiliza a fórmula da área do retângulo para resolver tarefas que envolvem a determinação da medida da área do quadrado. No entanto, não identificamos a criação de novas técnicas. O que nos leva crer que, nesse aspecto, também há um distanciamento entre a abordagem de ambos.

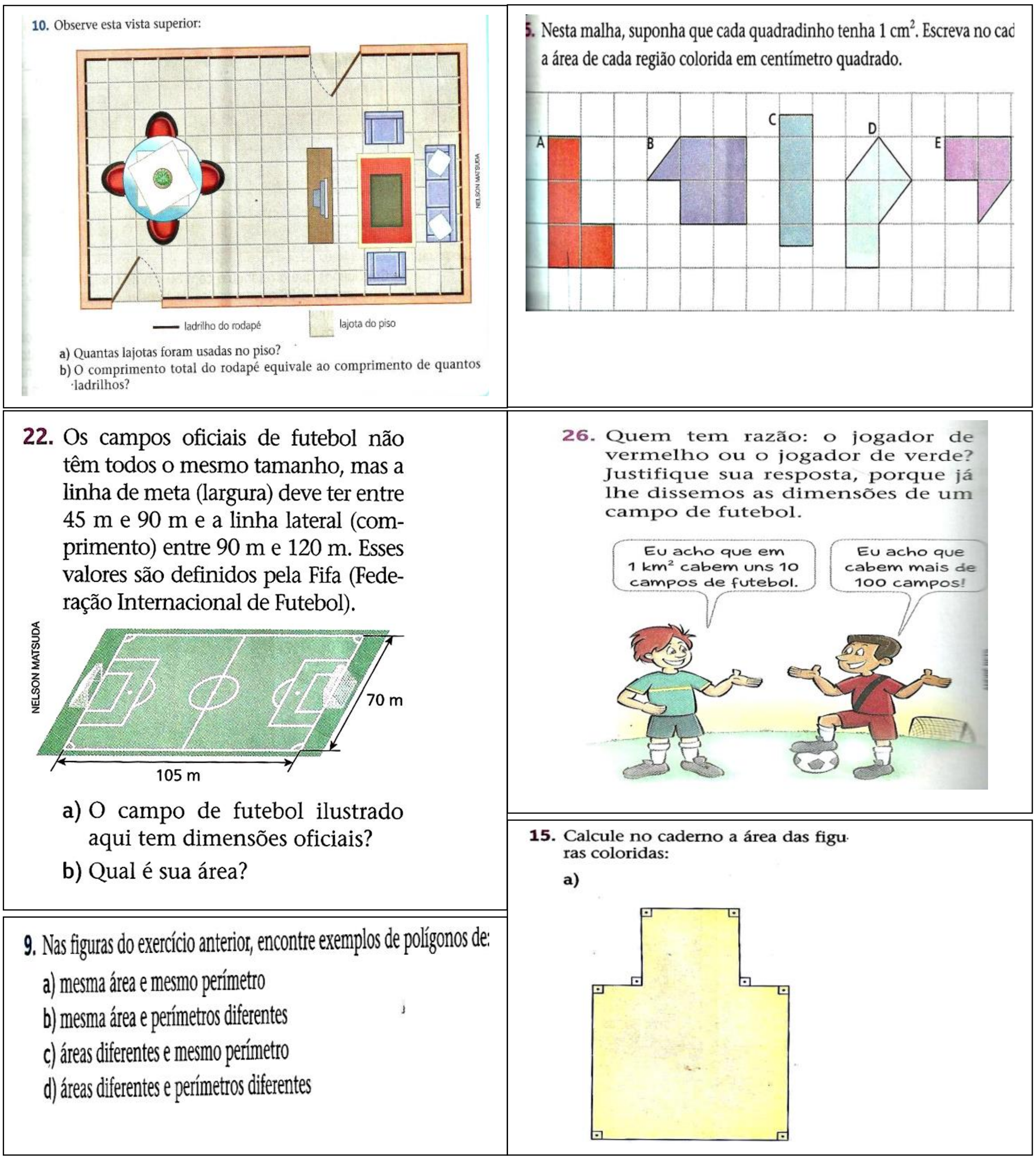
De maneira geral, não identificamos o momento da avaliação dos elementos da organização matemática e/ou didática, de forma a refletir sobre o estudo realizado, tanto na abordagem do livro como na prática docente. Para Chevallard (1999) esse momento poderia estar imbricado com o momento da institucionalização, uma vez que as técnicas que foram elaboradas e justificadas poderiam ser verificadas quanto à sua validade, porém, isso não aconteceu.

No que concerne à avaliação da aprendizagem, os autores do livro didático sugerem ao professor, por meio do Guia e recursos didáticos, que realize uma prova escrita individual contendo seis tarefas.

Como podemos observar na figura a seguir, as tarefas são bem diversificadas e apresentam vários objetos ostensivos. Temos quatro questões (5;10;15 e 22) relativas ao tipo de tarefa TD - determinar a medida da área de figuras ou região, uma TC (comparar medidas de áreas de figuras planas) e uma (questão 26) TO - operar com medidas de áreas de figuras planas. Todas as tarefas apresentam ênfase na verificação do domínio das técnicas de contagem, decomposição, aplicações de operações fundamentais e aplicação de fórmula.

Cabe salientar que todas as tarefas propostas valorizam o aspecto numérico de área, com exceção da questão 9, embora as figuras do exercício anterior estejam inscritas numa malha quadriculada. Logo, automaticamente os alunos irão recorrer aos números para comparar.

Figura 42 - Modelo da avaliação proposta pelo livro didático

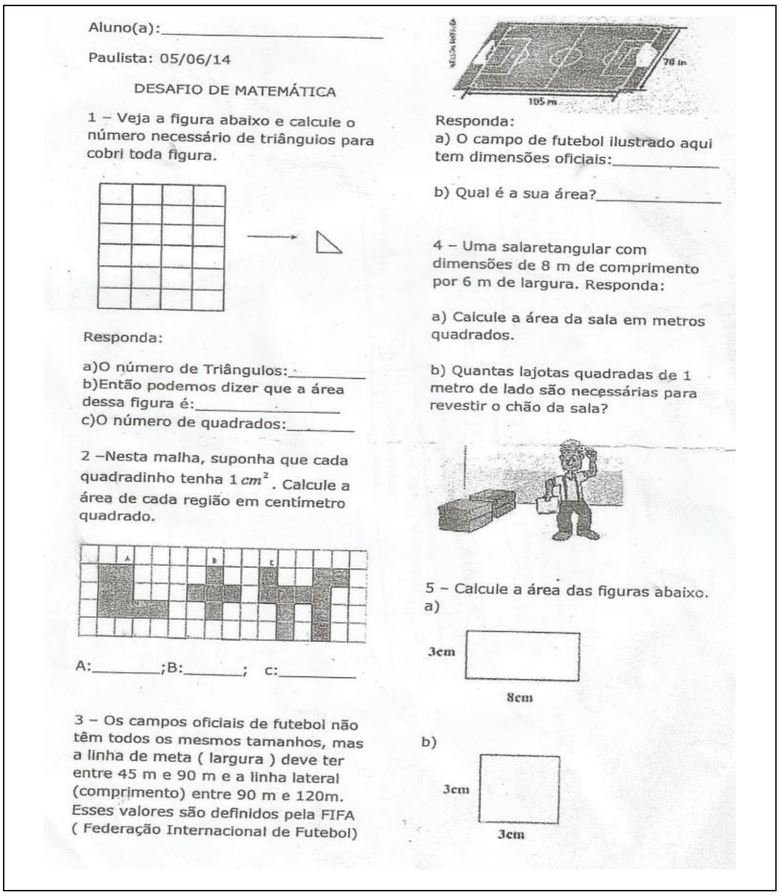


Fontes: Guia e Recursos didáticos (IMENES E LELLIS, 2012, p. 58)

Já na prática, apesar de o professor questionar os alunos durante as aulas, não consideramos como um momento de avaliação, pois, na medida em que ele fazia perguntas aos alunos, quase que imediatamente ele as respondia. A atividade proposta na malha quadriculada foi considerada por ele como uma atividade avaliativa e, por isso, foi recolhida no final da aula. Entendemos que, nesse momento, o professor iria avaliar se os alunos tinham reproduzido, na integra, as figuras desenhadas na lousa e as respostas dadas por ele. É possível, também, que o professor tenha atribuído uma nota pela participação na atividade.

No término do assunto e em data pré-agendada, o professor realizou, efetivamente, a avaliação da aprendizagem, por meio de um instrumento escrito, que intitulou de Desafio de Matemática, conforme a figura 43 a seguir.

Figura 43 - Modelo da avaliação proposta pelo professor



Aluno(a):________________________

Paulista: 05/06/14

DESAFIO DE MATEMÁTICA

1 – Veja a figura abaixo e calcule o número necessário de triânguios para cobri toda figura.

Responda:

a)O número de Triângulos:________

b)Então podemos dizer que a área dessa figura é:________________

c)O número de quadrados:________

2 –Nesta malha, suponha que cada quadradinho tenha $1\,cm^2$. Calcule a área de cada região em centímetro quadrado.

A:________;B:_______; c:_________

3 – Os campos oficiais de futebol não têm todos os mesmos tamanhos, mas a linha de meta (largura) deve ter entre 45 m e 90 m e a linha lateral (comprimento) entre 90 m e 120m. Esses valores são definidos pela FIFA (Federação Internacional de Futebol)

Responda:

a) O campo de futebol ilustrado aqui tem dimensões oficiais:____________

b) Qual é a sua área?____________

4 – Uma salaretangular com dimensões de 8 m de comprimento por 6 m de largura. Responda:

a) Calcule a área da sala em metros quadrados.

b) Quantas lajotas quadradas de 1 metro de lado são necessárias para revestir o chão da sala?

5 – Calcule a área das figuras abaixo.

a)

3cm

8cm

b)

3cm

3cm

Fonte: sujeito da investigação.

Como podemos perceber na figura anterior, o Desafio Matemático apresenta cinco atividades, sendo a segunda, terceira e quarta questões retiradas praticamente do livro didático.

A primeira questão demonstra uma preocupação com a mudança de unidade, no entanto, em nenhum instante das suas aulas, o professor trabalhou esse tipo de tarefa, o que poderá gerar dificuldades na resolução pelo aluno.

A segunda questão apresenta pequenas adaptações nas figuras, mas o enunciado é praticamente o mesmo proposto pelo livro didático e foi trabalhada em sala de aula por meio de malhas quadriculadas. Já a terceira, foi retirada na íntegra, da prova recomendada pelo livro didático e, provavelmente foi escolhida devido ao período da copa e por terem sido confeccionadas as maquetes do campo de futebol e utilizadas para o estudo de classificações de polígonos.

Em relação à quarta questão, existe uma atividade bem parecida no livro didático. No entanto ela foi modificada quanto às dimensões e unidades de medida, preservando apenas a imagem. Nossa hipótese é que, como o professor não trabalhou conversão de unidades de medida, ele adaptou a questão deixando as unidades de medidas todas em metros. A primeira e a quinta questão não estão presentes no livro didático.

Como podemos perceber, o Desafio Matemático foi composto basicamente por um único tipo de tarefa TD - determinar a medida da área de figura ou região. Entendemos que, mesmo existindo uma preocupação por parte do docente em explorar a mudança de unidade na primeira questão da avaliação, mesmo sem ter trabalhado esse tipo de tarefa em suas aulas, o que estava em jogo era a determinação da medida de área, uma vez que não existe nenhuma reflexão na questão que leve o aluno a refletir sobre o assunto.

No total, temos 12 tarefas que versam sobre os subtipos de tarefas T_{D1}, T_{D2} e T_{D3}, com ênfase nas técnicas de contagem e aplicação de fórmulas, valorizando o aspecto numérico do conceito. Esse fato está em consonância com a prática do professor observado, uma vez que, 97% das tarefas trabalhadas em sala de aula, eram destinadas a TD.

Ao compararmos a avaliação proposta pelo livro didático e pelo professor, podemos perceber que, apesar de ambos apresentarem uma relação convergente quanto à evidência do quadro numérico, existe um distanciamento no que se refere aos tipos de tarefas que fizeram parte das avaliações, ou seja, enquanto o livro indica três tipos de tarefas diferentes para compor a prova (TD, TC e TO), o professor indica apenas um tipo (TD) e um pequeno esboço de mudança de unidade. Em relação à verificação do domínio da técnica, as tarefas da prova permitem observar as técnicas de contagem, decomposição, aplicações de operações fundamentais e aplicação de fórmulas, enquanto que no Desafio Matemático só poderemos visualizar a contagem e aplicação de fórmulas. Logo, consideramos que também existe uma distância entre o Livro didático e a prática docente no que concerne à avaliação da aprendizagem.

Quanto à definição do que é área de figuras planas, os autores do livro didático, durante o capítulo, não definem oficialmente esse conceito, mas apresentam a ideia de que é o espaço ocupado, por meio de uma tarefa contextualizada envolvendo a comparação de dois pátios, conduzindo os estudantes à construção dessa noção enquanto grandeza, o que é uma atitude elogiável na condução do processo.

Entretanto, ao observarmos o dicionário ilustrado que se encontra no final do livro, identificamos uma definição para a palavra área: “é a medida de superfície” (IMENES e LELLIS, 2012, p. 277), o que reduz área a um número. Essa definição, que poderá ser consultada por alunos e professor, é contraditória com a ideia explorada inicialmente no capítulo, uma vez que considera área como sendo um número e desconsidera a característica da superfície (o quanto de espaço bidimensional o objeto geométrico possui).

Ao olharmos a prática docente, percebemos que o professor explicita uma definição para área de figuras planas como “o espaço que foi delimitado pelo retângulo” (TRANSCRIÇÃO, 213, Cf. apêndice B). Ele elabora a noção de área como espaço ocupado. Esta ideia se aproxima da definição de área enquanto grandeza, o que consideramos como uma atitude elogiável na construção do conceito. Porém, a sua prática revela uma contradição, na medida em que valoriza frequentemente a associação da superfície a um número, por meio do uso excessivo de fórmulas e considerando, muitas vezes, somente os aspectos pertinentes para o cálculo.

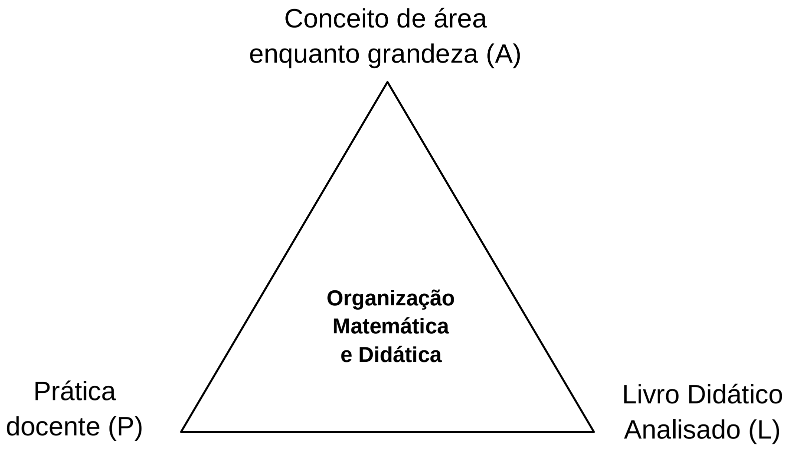
Dessa forma, existe uma aproximação entre as abordagens (livro x prática) em relação à definição de área enquanto grandeza, ou seja, a distância fica bastante reduzida quando o elemento em jogo é o conceito matemático, mas ela se torna enorme quando se trata da didática do conceito. O que pode nos revelar que o que efetivamente está em jogo é a relação do saber do professor com o conceito de área enquanto grandeza: ele sabe o que é área de figuras planas, mas, por não ter uma proximidade com esse conceito, termina reduzindo ou até mesmo excluindo tarefas importantes na construção da aprendizagem dos alunos.

Lima, na década de 90, alertava que o ensino do conceito de área estava sendo marcado pela ênfase na identificação da área com a medida de área, e, muitas vezes, desta última com a fórmula de área, fazendo desaparecer o conceito de grandeza e as várias etapas do processo de medição de grandezas (LIMA, 1995).

Atualmente percebemos, por meio dessa pesquisa, que o ensino do conceito de área ainda apresenta as mesmas características apresentadas há quase 20 anos atrás, o que fortalece a necessidade de formação de professores, sobretudo, a respeito dessa temática.

Para identificar o tanto de distância que existe entre o livro didático (L) e o conceito de área enquanto grandeza (A), a prática docente (P) e o conceito de área enquanto grandeza e o livro didático e a prática docente, idealizamos um triângulo hipotético a seguir cujos parâmetros de análise são (1) A definição do conceito de área; (2) A abordagem do conceito de área; (3) A Organização Didática; (4) Os tipos de tarefas exploradas e (5) As tecnologias e teorias apresentadas que servirão como uma espécie de unidade de medida "imaginária" de comprimento com a mesma magnitude. Desse modo, a princípio, teremos um triângulo equilátero de lado medindo 5 unidades de medidas.

Figura 44 – Representação de um triângulo hipotético para o estudo da distância entre a Prática docente, o livro didático e o conceito de área.



Fonte: autoria própria

Inicialmente, se olhamos para o segmento $\overline{LA}$ perceberemos que a definição dada pelos autores do livro didático (L) para o conceito de área (A) se aproxima da noção de grandeza defendida nessa tese, logo, ele avança uma unidade de medida de comprimento no sentido de A. Como a abordagem do conceito valoriza o aspecto numérico, não fizemos avançar nesse parâmetro uma unidade de medida, visto que defendemos um aspecto que contemple não só o aspecto numérico, mas também, o geométrico de forma interligada.

Apesar de não apresentar todos os tipos de tarefas presentes no filtro da grandeza área, descrito na nossa fundamentação teórica, excluindo, por exemplo, o tipo de tarefa TP (Produzir superfícies de área dada) e TU (Estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies), mesmo assim consideramos que o Livro didático (L) avança uma unidade de medida no sentido de A, pois apresenta tarefas de comparação, medidas estimativas, trabalha área e perímetro simultaneamente; operações com áreas e conversão de unidades de medida de área.

As tecnologias e teorias apresentadas estão coerentes, visto que o surgimento da fórmula de área do retângulo partiu do significado de configuração retangular da multiplicação (ver figura 30), o que possibilita aos alunos compreender o significado da fórmula, por isso fizemos o Livro didático (L) avançar uma unidade de medida no sentido de A.

A Organização Didática do livro em foco referente ao conceito de área, também faz avançar uma unidade de medida, pois o primeiro encontro parte de uma situação contextualizada, apresenta tarefas problematizadoras e a avaliação da aprendizagem apresenta três tipos de tarefas. Contudo, acreditamos que seria possível os autores se dedicarem ao trabalho da técnica e suas justificativas com maior êxito, pois, em determinadas situações, precisamos fazer inferências sobre a resolução das tarefas. Mesmo assim, acreditamos que sua organização se aproxima do conceito de área enquanto grandeza. No total, o Livro didático (L) avançou quatro unidades de medidas no sentido de A.

Direcionando, nesse momento, o nosso olhar para o segmento $\overline{PA}$, perceberemos que o professor, semelhante ao livro didático, define área como “espaço ocupado”, se aproximando da noção de grandeza defendida nesse estudo quando avança uma unidade de medida de comprimento no sentido de A. Todavia, enfatiza exaustivamente o aspecto numérico de área, o que não o faz avançar outra unidade.

Como no trabalho docente, praticamente foi explorado apenas um tipo de tarefa TD (Determinar a medida de área de figuras ou região), pois a única tarefa de comparação foi trabalhada valorizando o aspecto numérico, consideramos que o professor está distante do conceito de área enquanto grandeza, uma vez que leva em consideração somente os aspectos relevantes para o cálculo. Por essa razão ele não avança no sentido de A.

As tecnologias e teorias apresentadas pelo professor são superficiais e, em alguns momentos, apresentam erros conceituais já apresentados nas nossas análises. Mesmo ele trabalhando exaustivamente as técnicas de cálculos, consideramos que ele está distante do conceito de área adotado por nós, por isso, mais uma vez, ele não avança no sentido de A.

O fato de o primeiro encontro da Organização Didática da prática docente acontecer com uma situação de medida, por meio de uso da fórmula, já distancia, por natureza, da concepção de área adotada nesse trabalho. As tarefas do tipo rotineiras foram extraídas do livro didático e trabalhadas de forma mecânica. A avaliação da aprendizagem abordou um único tipo de tarefa TD. Por tudo isso, não fez P avançar no sentido de A. Por conseguinte, a distância entre a prática docente e o conceito de área de figuras planas é quase máxima.

Finalmente, ao olharmos para o segmento $\overline{PL}$, percebemos, durante a análise, que o professor e o livro apresentam a mesma definição do conceito de área, ou seja, “espaço ocupado”. Desconsideramos a definição dada no dicionário do livro, uma vez que nem sempre o aluno e o professor fazem a consulta nessa seção. Entretanto, é provável que o significado de área como “medida de superfície” esteja enraizado na concepção dos autores do livro e também do professor, uma vez que o aspecto numérico é muito valorizado tanto no capítulo do livro como nas aulas do professor. Por tudo isso, fizemos P avançar duas unidades de medida: uma relativa à definição e a outra, referente ao aspecto do conceito de área, no sentido de L.

Em relação aos tipos de tarefas propostos na prática docente e no livro didático, percebemos que os estudantes só tiveram acesso a um terço das tarefas propostas pelo livro didático. Se compararmos os tipos de tarefas comuns, também perceberemos que a quantidade de subtipo de tarefa é inferior ao que o livro propõe, por isso não fizemos avançar P no sentido de L. Neste aspecto eles estão bem distantes.

Quanto às tecnologias e teorias, como dito anteriormente, a prática docente apresenta justificativas superficiais para o emprego das técnicas e em alguns momentos apresentam erros conceituais, já apresentados nas nossas análises.

No livro didático, as justificativas são coerentes com a teoria trabalhada. Outra diferença entre livro e prática consiste na exploração da técnica. Enquanto o professor trabalha exaustivamente a maneira de resolver a tarefa, o livro deixa subentendido como se faz. Por tudo isso, mais uma vez o professor (P) não avança no sentido do livro didático (L).

Percebemos que a organização didática do professor e do livro didático é bem diferente. Enquanto o primeiro encontro de um é por meio de uma tarefa contextualizada envolvendo comparação de áreas, o outro é por meio do uso de fórmulas em uma tarefa envolvendo medidas. O livro, ora apresenta tarefas problematizadoras, ora apresenta tarefas rotineiras. Enquanto que o professor apresenta tentativas frustradas de inovação nas suas aulas. Na maioria, das vezes, ele escolhe vivenciar as tarefas do livro didático, no entanto seleciona as rotineiras, levando em consideração apenas os aspectos pertinentes ao cálculo.

O momento de constituição do ambiente tecnológico-teórico acontece de forma coerente entre os itens do capítulo do livro. No entanto, algumas técnicas que são necessárias para resolver determinada tarefa ficam subentendidas, o que nos leva a inferir sobre o modo de resolução. Na prática docente, esse ambiente não é sistematizado e as justificativas do uso das técnicas acontecem durante a resolução de tarefas. Do mesmo modo, o momento da institucionalização acontece no livro no final do capítulo, enquanto que o professor não sistematiza o que oficialmente fez parte da organização matemática.

Ainda, analisando a organização didática, voltamos a nossa lupa para os sistemas de referências adotados por Gascón (2003). Sendo assim, o livro didático analisado apresenta uma organização didática Construtivista psicológica, ou seja, utiliza as tarefas propostas como meio para construir os novos conhecimentos sobre área de figuras planas associando as dimensões tecnológico-teórica e exploratória.

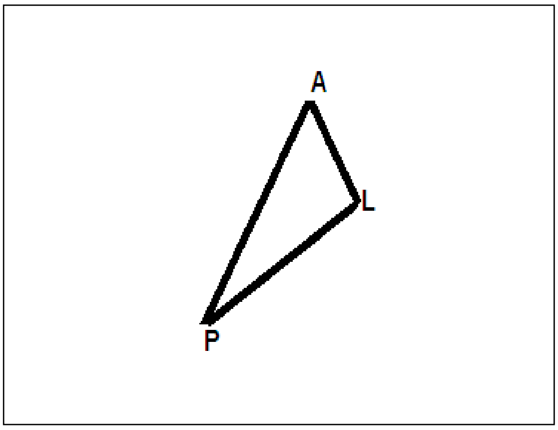
Já o professor, inicia por uma situação de medida, valorizando o uso de fórmula em um processo de aprendizagem mais mecânico e controlado por ele. Aqui os estudantes não têm liberdade para criar suas próprias técnicas e dependem exclusivamente da exposição do conteúdo, o que a classificamos como uma organização didática Clássica, ou seja, aquela que integra os momentos tecnológico-teórico (θ,Θ) e o trabalho da técnica (T,τ) e que se caracteriza por considerar o ensino de matemática um processo mecânico totalmente controlado pelo professor.

Nesse sentido, o professor, enquanto representante da instituição, impõe aos seus alunos (sujeitos) formas de fazer e de pensar, próprias daquela sala de aula (CHEVALLARD, 1999), por meio de um metatexto do saber criado por ele que, em algumas vezes, como dito anteriormente, apresenta erro conceitual como, por exemplo, a classificação de polígonos regulares e irregulares; ou até mesmo erro de informação, quando disse aos alunos que nos Estados Unidos a unidade padrão era o centímetro e não a polegada.

Por tudo isso, a prática docente (P) não avança no sentido do Livro Didático (L) em relação à organização didática. De forma geral, P só avançou duas unidades de medida no sentido de L, o que determina uma distância considerável entre eles.

Retornando ao nosso triângulo hipotético podemos perceber que a distância entre a prática docente e o conceito de área enquanto grandeza é de 80%, o que nos revela que a relação ao saber poderá ter influenciado na abordagem do conceito. O livro didático se distancia do conceito de área, proposto nessa tese em 20% e a distância da prática docente e o livro é de 60%. Logo, nosso triângulo, se ele existisse de fato, matematicamente, teria todas as medidas de lados desiguais, assim seria um triângulo escaleno, conforme a figura a seguir.

Figura 45 - Representação do triângulo hipotético que representa a distância entre a Prática docente, o livro didático e o conceito de área.



Fonte: autoria própria

Portanto, de modo geral, existe, sim, uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente. No entanto essa relação é divergente em muitos aspectos (Tipos de tarefas e técnicas abordadas, tecnologias e teorias, exploração de técnicas, organização didática) e convergentes em outros (definição e abordagem do conceito de área), ou seja, na maioria das vezes, a forma como o livro explora o conceito é diferente do que o professor propõe aos seus alunos em sala de aula, contradizendo a nossa hipótese na qual o professor, além de utilizar o livro, também seguia a risca o que era determinado por esse recurso. Nesse estudo de caso, especificamente, além de não seguir o que o livro propõe, o professor reduziu drasticamente a organização matemática na sua prática docente, assim como se espelha em um modelo de organização didática diferente daquela que é proposta pelo livro didático.

REFERÊNCIAS DO CAPÍTULO

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de Grandeza e Implicações no ensino fundamental e médio.** Séries Textos da História da Matemática, vol. 8. Natal: SBHMAT, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no Ensino Fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvida no âmbito do projeto de estágio pos-doutoral no exterior financiado pelo CNPq.** Recife, 2013. 95p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
CÂMARA DOS SANTOS, M. O professor e o tempo. **Tópicos Educacionais**. V. 15, nº 1/2, p. 105-116. Recife, 1997.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica** : del saber sabio al saber enseñado. Tradução : Claudia Gilman. Editora AIQUE, 1991.

__________________. Familière et problématique, la figure du professeur. In: **Recherches en didactique de Mathématiques**, 1997, p. 17-54.

_______________ Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l´approche anthropologique. In: . **Recherches em didactique des mathématiques,** Grenoble, Éditions La Pensée Sauvage, v.19.2, n.56, p.221-265, 1999.

GASCÓN, J. La Necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 5, n.2, 2003, p. 11-37.

IMENES, L.M. & LELLIS, M. **Matemática**: Imenes e Lellis. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2012.(6º ano do Ensino Fundamental).

LIMA, P. F.**Considerações sobre o ensino do conceito de área**. LEMAT, Universidade Federal Pernambuco. Recife, 1995.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: **Coleção Explorando o Ensino**. Brasil. Matemática: ensino fundamental. Coordenação João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho, Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, volume 17, 2010, p.167- 200.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros na sala de aula – Matemática Ensino Fundamental e Médio. Recife, 2013.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros de formação docente. Matemática. Recife, 2014.

SANTOS, M.R.. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas.** Recife. 178 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SILVA, J. V. G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6ºAno do Ensino Fundamental sob Ótica da Teoria Antropológica do Didático.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife-PE, 2011.

TELES, R. A. M. **A Influência de Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar, um estudo sobre fórmulas de área de figuras geométricas planas. Recife.** Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco- UFPE, Recife, 2007.

CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS E ENCAMINHAMENTOS

Realizando uma retrospectiva de nossa tese, ainda que breve, tomamos como ponto de partida o estudo do livro didático e a prática docente, entendida como a ação do professor desde o momento do planejamento da aula até a finalização da transposição didática interna do conceito de área de figuras planas.

A escolha pelo conceito de área de figuras planas deu-se, em particular, pela importância dada a esse objeto do saber no currículo da escola básica. Primeiro pela aplicação no cotidiano e nas práticas profissionais. Segundo, por permitir a articulação com outros conceitos da Matemática e, também, por favorecer a conexão com outras disciplinas escolares. Mas, também, pela constatação que diversas pesquisas (BALTAR, 1996; DUARTE, 2002; MELO, 2003; SANTOS, 2005; TELES, 2007) evidenciaram em relação às dificuldades encontradas no processo de ensino e de aprendizagem desse conteúdo.

Optamos nessa tese, em consonância com os trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2013) e os diversos documentos oficiais (nacional e estadual) considerar o conceito de área como um componente do campo das grandezas geométricas, visto que entendemos que essa escolha permite a superação das concepções geométricas e numéricas de forma isolada.

Partimos para realizar uma revisão na literatura a respeito do conceito de área de figuras planas e percebemos que existem pesquisas com diversos objetivos, tanto nacional como internacionalmente. Alguns pesquisadores investigam a maneira como os estudantes resolvem determinados tipos de tarefas. Outros realizaram intervenções didáticas ou propostas de ensino para formação de professores. Temos ainda, análise de livros didáticos e pesquisas envolvendo mais de um objeto de estudo, como, por exemplo, relação entre o livro didático e os conhecimentos mobilizados pelos alunos.

Na tentativa de ampliar as discussões referentes ao conceito de área de figuras planas no cenário acadêmico partimos da seguinte problemática: Quais são os distanciamentos entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de Matemática, que leciona no 6º ano do ensino fundamental, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas?

Para responder ao nosso problema de pesquisa, buscamos na Teoria Antropológica do Didático (TAD), elementos que permitissem verificar o distanciamento entre a abordagem do livro didático e a prática docente. Para isso, encontramos nas praxeologias matemáticas e didáticas um caminho para chegar aos resultados dessa pesquisa, pois um mesmo saber matemático pode viver em diversas instituições e de forma diferente (CHEVALLARD, 1999). A TAD também permitiu não só descrever como o conceito de área vive na instituição sala de aula do 6º ano do ensino fundamental, mas também, como os seus representantes (Livro Didático e Professor) abordam o conceito em pauta. Outro ponto importante foi que a TAD também permitiu analisar as limitações e potencialidades das ações dos autores do livro e do sujeito da pesquisa em relação ao nosso objeto de estudo.

Também encontramos nas ideias de Gascón (2003) a possibilidade de analisar a concepção de ensino de Matemática, por meio do "sistema de referência", que ampliou a caracterização de uma organização didática. Da mesma forma, nos alicerçamos nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Anwandter-Cuellar (2012), Bellemain (2013) para analisar a abordagem do conceito de área de figuras planas adotados, tanto na prática docente quanto no livro didático.

Por um lado, nosso interesse se voltou, de maneira particular, para a análise da abordagem do livro didático de Matemática, pois entendemos que é um recurso de grande apoio nas aulas dos professores, mas que em alguns casos, é utilizado de forma equivocada sem que haja uma adaptação dos conteúdos à realidade do aluno. Por outro lado, analisar a prática docente era algo que almejávamos, pois entendemos que, ao longo dos anos, o professor vem modificando a sua prática para atender a uma nova sociedade. Nesse sentido, outros questionamentos foram surgindo como, por exemplo, qual a abordagem que ele vivenciava com seus alunos em relação ao conceito de área? Era a mesma abordagem adotada pelo autor do livro ou ele adaptava à realidade dos alunos e de sua concepção? As tarefas propostas pelo professor e pelo livro didático eram rotineiras ou problematizadoras?

Por tudo isso, elaboramos outros questionamentos, baseadas na nossa fundamentação teórica que, de forma mais ampla, nortearam essa tese e deram origem aos nossos objetivos específicos, que foram: caracterizar as organizações matemáticas e didáticas existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas;

caracterizar as organizações matemáticas e didáticas existentes na prática docente do professor, quando ministra aulas sobre esse conteúdo; Comparar a organização matemática e a organização didática existente entre o livro didático e aquelas utilizadas pelo professor de matemática; Verificar se existe uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor e identificar o distanciamento entre a prática docente e a abordagem do livro didático do 6º ano do ensino fundamental, em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas.

Tudo isso, com o objetivo mais amplo de analisar o distanciamento entre a prática docente do professor de Matemática e a abordagem do livro didático adotado por ele no 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas.

Portanto, para melhor conduzir os resultados encontrados nessa tese, resolvemos subdividir essa consideração em resultados encontrados na pesquisa, resultados das hipóteses levantadas e futuros encaminhamentos.

Resultados encontrados na pesquisa

Inicialmente partimos para caracterizar as organizações matemáticas e didáticas existentes no livro didático de matemática, adotado pelo professor, acerca do conceito de área de figuras geométricas planas.

Sendo assim, identificamos 6 tipos de tarefas presentes no capítulo de áreas de figuras planas no livro didático, que são TD (Determinar a medida da área de uma figura ou região), TC (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas), TE (Estimar a medida de área de uma figura ou região), TT (Converter unidades de medida de área), TG (Determinar o valor de uma grandeza diferente da área em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área de figuras planas) e TO (Operar com medidas de áreas de figuras planas). Dentre esses tipos de tarefas identificados há uma predominância em TD com 60% do total das tarefas propostas e uma baixa frequência em TE.

Também foi possível constatar a ausência de dois tipos de tarefas elencados no filtro da grandeza área (BELLEMAIN, 2013), que são produzir superfícies de área dada (TP) e estudar os efeitos de deformações e transformações geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies (TU), o que comprova que há uma redução dos tipos de tarefas academicamente estudadas e aquelas que serão frutos de estudos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Logo, o saber em jogo não chegará à sala de aula da mesma forma que foi produzido pelos pesquisadores na academia. Entendemos que pesquisas não são recomendações curriculares. No entanto, apesar de termos feito um recorte estudando o livro didático do 6º ano, nada impedia que situações, por exemplo, de produção fossem abordada no sentido de fazer os estudantes compreender que perímetro e área são independentes, como orientam os documentos oficiais.

De forma geral, identificamos vários objetos ostensivos ao longo do capítulo, tais como imagens, plantas baixas, figuras, malhas, tabelas e fórmulas que poderiam colaborar para a justificativa das técnicas ou sua ampliação, assim como percebemos a presença de objetos não-ostensivos evocados por meio das fórmulas, conversões e decomposições que poderiam ajudar na construção do conceito de área.

As técnicas utilizadas concentram-se basicamente em contagem e uso de fórmulas da área do quadrado e do retângulo que são elaboradas no decorrer do capítulo. A aplicação das fórmulas é explicitamente trabalhada, confiável, aceitável e evolui por meio de tipos de tarefas que requerem a ampliação da técnica. Do mesmo modo, o bloco tecnológico-teórico é exposto e explicado de forma clara, ou seja, inicia as justificativas pelas ideias mais simples das operações até institucionalizar as fórmulas de área do retângulo e do quadrado.

Os autores do livro escolhem iniciar o capítulo por uma situação contextualizada que envolvia a comparação de medidas de áreas e, em seguida, exploram o uso de fórmulas. Eles não definem, oficialmente, o que é área, mas deixam subentendido a ideia de que é o espaço ocupado, tentando construir assim a noção de área enquanto grandeza, defendida nessa tese. No entanto, há uma ênfase considerável no aspecto numérico de área, inclusive em tarefas de comparação, o que fortalece a ideia de que é preciso efetivamente ladrilhar para poder comparar áreas. Esse fato, de acordo com a nossa fundamentação teórica, poderá contribuir para a associação da superfície a um número, favorecendo a confusão entre área e perímetro.

De forma geral, existem características elogiáveis na abordagem do livro em relação ao conteúdo em pauta, pois os autores tentam romper com um ensino do conceito de área que foi marcado durante muito tempo por uma ênfase exagerada nas fórmulas de áreas das figuras geométricas usuais e também nas unidades e conversões entre unidades de área (LIMA e BELLEMAIN,2010).

Entendemos que a ênfase da organização didática do livro está, no momento exploratório da atividade matemática e no momento tecnológico-teórico, deixando em segundo plano o trabalho da técnica, o que faz com que, em muitas ocasiões de nossa análise, precisássemos fazer inferências e, portanto, a caracterizamos como Construtivista psicológica (GASCÓN, 2003).

Após a análise do livro didático, partimos para caracterizar as organizações matemáticas e didáticas existentes na prática docente do professor, quando ministra aulas sobre o conceito de área. Para tanto, iniciamos realizando uma entrevista com o docente que, quando perguntado sobre o que levava em consideração ao preparar suas aulas de matemática, remete apenas ao nível do aluno, contrariando nossas hipóteses em que os documentos oficiais, o contexto escolar, os recursos disponíveis e outros elementos também poderiam ser mencionados.

No momento da entrevista, o professor comenta que utiliza várias fontes de pesquisa para fazer o seu planejamento, citando entre eles o livro didático; no entanto, em nenhum instante foram mencionados os documentos produzidos pela noosfera, o que parece confirmar os argumentos de Henry (1991) que não são os documentos oficiais que norteiam diretamente a preparação da aula do professor e, sim, o livro didático.

Percebemos, no momento da entrevista, resquício de uma pedagogia tradicional, na qual a aprendizagem acontece pela transmissão do conhecimento, fato revelado por meio da palavra "absorver" no discurso do professor e pela valorização do processo de avaliação no final do período escolar. No entanto, ele admite pesquisar diferentes atividades e tarefas contextualizadas em várias fontes como, por exemplo, sites, apostilas, manuais e outros livros didáticos (não adotados pela escola) que viabilizam o processo de ensino e de aprendizagem.

Após a entrevista, passamos efetivamente a caracterizar a sua organização matemática e didática por meio das observações de suas aulas a respeito do conceito de área de figuras planas. A princípio, o professor tentou desenvolver em sala de aula algumas situações inovadoras como, por exemplo, usar maquetes de campo de futebol para estudar determinado assunto, determinar a medida da área da própria sala de aula e o uso de malhas, no entanto, foram tentativas frustradas que não ajudavam os estudantes a entenderem o conceito. Mesmo diante dessas situações, ele buscava a mecanização do processo com tarefas repetitivas.

Nesse sentido, caracterizamos sua pedagogia como tradicional, e as diferentes atividades e tarefas contextualizadas mencionadas pelo professor na entrevista, que são pesquisadas em outras fontes, não foram utilizadas em nenhuma das aulas observadas, ou seja, sua aula foi pautada basicamente no uso do livro didático adotado pela escola.

De forma geral, foi possível identificar apenas 2 tipos de tarefas diferentes TD (Determinar a medida da área de uma figura ou região) e TC (Comparar medidas de áreas de figuras geométricas planas). O tipo de tarefa mais representativa foi TD com 97% do total das tarefas propostas. Fato que revela uma ênfase considerável no aspecto numérico de área e que demonstra uma redução drástica dos tipos de tarefas presentes no filtro da grandeza área proposto por Bellemain (2013), logo, o saber ensinado está a uma distância considerável do saber produzido na academia. Diversos pesquisadores, tais como Baltar, 1996; Duarte, 2002; Bellemain e Lima, 2002; Santos, 2005; Teles, 2007; Ferreira, 2010; Pessoa, 2010; Silva, 2011; Bellemain, 2013 concordam que as concepções dos alunos são construídas a partir dos diversos tipos de tarefas que lhes são apresentadas, inclusive, essa diversidade poderá permitir que eles estabeleçam as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989).

O professor escolheu iniciar o capítulo por uma situação de medida que envolvia a determinação da medida da área por meio do uso de fórmula. Posteriormente, explorou o uso de malhas trabalhando, simultaneamente, a técnica de contagem e a aplicação de fórmula. Essa forma de ensinar é amplamente criticada por diversos pesquisadores e pelos documentos oficiais, pois os estudantes são “conduzidos mecanicamente” a utilizar as fórmulas sem compreender o seu significado, o que poderá fortalecer a concepção numérica de área de figuras planas.

As técnicas empregadas são de fácil utilização e se concentram basicamente em contagem e a aplicação da fórmula da área do retângulo que são elaboradas no decorrer das aulas. O bloco tecnológico-teórico nem sempre é exposto de forma clara. Os argumentos utilizados na explicação são superficiais e os objetos ostensivos são malhas, figuras e fórmulas, que são utilizados na tentativa de evocar o conceito de área.

Do ponto de vista do conceito de área, mesmo o professor dando ênfase ao aspecto numérico, existe uma característica elogiável na sua abordagem, que é criar a ideia de que área é o espaço ocupado, aproximando-se da definição de área adotada no nosso quadro teórico. Percebemos uma preocupação grande em trabalhar a técnica, que consiste na aplicação da fórmula da área do retângulo, no entanto, não identificamos criação de novas técnicas.

O momento da institucionalização não acontece de forma sistematizada, mas percebemos que, sempre no final da exploração de um subtipo de tarefa, no diálogo com os alunos, ele informa os elementos que são essenciais para o desenvolvimento da tarefa. Em um sentido mais amplo, não identificamos o momento da avaliação dos elementos da organização matemática e didática, de forma a refletir sobre o estudo realizado. Mas em relação à avaliação da aprendizagem, ela aconteceu no final do período, conforme mencionado pelo professor na entrevista.

De forma geral, percebemos que as aulas do professor de Matemática, sujeito dessa tese, na maioria das situações são fragmentos da abordagem do livro didático, porém de forma bem simplificada, excluindo os momentos de institucionalização e vários tipos de tarefas. Por tudo isso, caracterizamos a organização didática do professor como Clássica tecnicista (GASCÓN,2003), pois, ele parte de certas técnicas algorítmicas e se detém unicamente naquelas tarefas que servem como ‘treinamento’ para chegar ao seu domínio.

Após a análise das aulas deste professor, tivemos a oportunidade de comparar as abordagens do conceito de área, tanto do livro como da prática docente chegando à conclusão que existe, sim, uma relação entre a abordagem do livro didático e a prática docente. No entanto essa relação é divergente para muitos aspectos (Tipos de tarefas e técnicas abordadas, tecnologias e teorias, exploração de técnicas, organização didática) e convergentes em outros (definição e abordagem do conceito de área).

Também foi possível perceber um distanciamento enorme entre a prática docente e o conceito de área enquanto grandeza, o que poderá ter influenciado na abordagem do conceito e na forma como explora o livro didático. Esse fato nos faz repensar a importância do papel do professor no processo de transposição didática interna e que, por sua vez, não pode ser desvinculado de algumas questões como, por exemplo, sua formação acadêmica, a concepção de educação, sua subjetividade, etc. Logo, dependendo desses fatores o saber designado no saber a ensinar não chega à sala de aula ou, então, chega, mas de forma simplificada, como aconteceu neste caso que estudamos aqui.

Da mesma forma, o livro didático pouco se distancia do conceito de área, proposto nesta tese, o que revela que há uma transformação do saber científico para o saber a ensinar. No entanto, como os autores do livro adotado pelo professor são atentos às pesquisas em Educação Matemática no Brasil, essa distância não é tão longínqua.

Respondendo ao nosso problema de pesquisa, que consistia em saber quais eram os distanciamentos entre a abordagem do livro didático e a prática docente do professor de Matemática, que leciona no 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas, chegamos à conclusão que, se levarmos em consideração a definição e abordagem do conceito de área, a organização didática desenvolvida por ambos, os tipos de tarefas exploradas e as tecnologias e teorias apresentadas, essa distância é grande, o que espelha um afastamento considerável entre eles.

Esse achado nos faz refletir sobre até que ponto o livro didático adotado pelo professor está atendendo às suas expectativas em sala de aula, uma vez que, mesmo utilizando esse recurso a todo o momento, a concepção de ensino e de aprendizagem que o professor tem e sua relação com o saber, parecem obscurecer a potencialidade do livro didático.

Sabemos que, independente da qualidade do livro didático, o professor é autônomo para transformar o saber a ensinar em saber ensinado e que poderia encontrar nesse recurso um parceiro na construção do processo de ensino, cujo objetivo final é o saber aprendido. No entanto, a relação entre ambos diverge em vários aspectos, o que parece engessar a prática docente, que fica restrita à resolução de alguns tipos de tarefas propostos pelo livro.

Portanto, percebemos que, mesmo com o avanço tecnológico e a produção de vários recursos para o uso em sala de aula, inclusive disponíveis na escola, o livro didático foi a única ferramenta utilizada pelo professor. Por isso, entendemos que o professor busca no livro didático um apoio pedagógico que facilite a transformação do saber de maneira mais democrática, uma vez que todos os estudantes têm esse material. No entanto, a forma como o livro está sendo utilizado não permite uma construção do conhecimento de forma significativa. O que demonstra uma necessidade de investir mais no uso do Livro Didático e na formação do professor.

Resultados das hipóteses levantadas

Uma das nossas hipóteses levantadas na introdução dessa tese era que o ensino do conceito de área estava gradativamente sendo modificado mediante os avanços nas pesquisas cientificas e nas orientações dos documentos oficiais. No entanto, constatamos que o ensino do conceito de área, pelo menos nesse estudo, ainda apresenta uma ênfase na identificação da área com a medida de área e, muitas vezes, desta última com a fórmula de área, fazendo desaparecer o conceito de grandeza, o que fortalece a necessidade não só de termos mais estudos sobre essa temática, mas também de fazer chegar aos professores da Educação Básica os resultados das pesquisas encontrados por meio de palestras, seminários, formações em serviço, artigos em revistas e livros.

Outra hipótese é que o professor (sujeito da pesquisa) planejava suas aulas a partir do livro didático adotado pela escola. Esse fato foi revelado pelo professor mediante a entrevista e nas observações das aulas, nas quais todas as tarefas propostas foram extraídas do livro. Em nenhum momento o professor condicionou o seu planejamento aos documentos oficiais, nem mesmo à Proposta Municipal, que apresenta, de certo modo, uma convergência com a prática docente do professor, uma vez que espera que os alunos a partir do 6º ano do ensino fundamental construam e apliquem fórmulas desenvolvendo estruturas de reconstrução de técnicas formais.

Tínhamos então por pressuposto, que a concepção de ensino de Matemática presente na abordagem das aulas do professor era a mesma abordada no livro didático, visto que seu planejamento se baseia nesse recurso. No entanto, essa hipótese foi refutada, uma vez que constatamos uma organização didática Construtivista psicológica no livro e uma organização didática Clássica tecnicista na prática docente, ou seja, enquanto uma é mais voltada para a construção do saber a outra é pautada em tarefas rotineiras e mecânicas.

Também foi refutada a hipótese de que o professor segue a risca as tarefas propostas no livro didático. O que percebemos foi que, apesar de ser o único recurso utilizado por ele, a partir de sua relação com o saber e sua concepção de ensino, o professor escolhe as tarefas que serão abordadas nas aulas, ou seja, nesse estudo de caso, especificamente, além de não seguir completamente o que o livro propõe, o professor reduziu drasticamente a organização matemática na sua prática docente referente ao conceito de área de figuras planas.

Portanto, constatamos uma redução dos tipos de tarefas relativas ao conceito de área propostos pelo saber científico (academia) no saber a ensinar (Livro Didático), que por sua vez sofre outra redução no saber ensinado. Esse olhar só foi possível por causa da vigilância que mantivemos com a transposição didática vivenciada pelo professor. Não era nossa intenção intervir, mas refletir, posteriormente, pelas deformações, supressões e adaptações ocorridas em uma turma do 6º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras planas.

Futuros encaminhamentos

Sabemos da nossa responsabilidade e compromisso social com a educação brasileira e, em especial, com a educação municipal, lócus dessa pesquisa, por isso nos comprometemos a divulgar os resultados dessa tese junto ao corpo docente e oferecer formação continuada em serviço, que reflita sobre o fenômeno da Transposição Didática externa e interna. Da mesma forma, refletir sobre o uso do livro em sala de aula e sobre políticas públicas já consolidadas, como é o caso, do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) ajudará os professores a selecionarem e escolherem melhor os livros que auxiliarão no processo de ensino, uma vez que o "pior" livro pode ficar bom na sala de um professor, assim como um livro "bom" pode perder a sua potencialidade.

Como dito anteriormente, o único recurso utilizado na prática docente em todos os momentos da pesquisa foi o livro didático, o que instiga a curiosidade em saber que critérios os professores estão utilizando para escolher o livro de Matemática, que subsidiará suas práticas, uma vez que encontramos, nesta pesquisa, certa divergência entre a abordagem neste recurso e as aulas do professor.

Nos resultados da tese percebemos que existe uma distância entre a prática docente e o livro didático em relação ao conceito de área de figuras planas, por isso, estamos curiosos em saber: se a distância fosse minimizada, o livro seria mais bem aproveitado na transformação do saber, ou seja, como aconteceriam as supressões e deformações relativas ao conceito em pauta?

Como essa tese não tinha o intuito de ser generalista, sugerimos que outras pesquisas analisem outras práticas docentes para verificar se os resultados aqui obtidos são pontuais ou fazem parte da relação existente entre professor e livro didático quando o objeto de ensino em jogo é área de figuras planas.

APÊNDICES

APÊNDICE A - ENTREVISTA REALIZADA COM O PROFESSOR

Data: 22/05/2014 Quinta-feira
Entrevista realizada com um professor de Matemática de uma Escola municipal da Cidade do Paulista. O referido entrevistado é especialista, tem 13 anos de magistério e leciona nesta escola há 8 anos.

Diálogo

Pesquisador – O que você leva em consideração ao preparar as suas aulas de matemática?

Professor – Levo em consideração.... O primeiro tópico é..... o nível de meus alunos. Eu tenho o conhecimento já prévio deles. Sempre que estou começando eu faço umas abordagens e vejo o nível deles. E, dependendo do nível eu já trago o assunto mas.....não é mais fácil, é.... mais detalhado, para que ele consiga atingir o meu objetivo, o que havia planejado para eles.

Pesquisador - Que recursos você usa para preparar suas aulas?

Professor – eu consulto... Eu trabalho com o livro didático e eu trabalho algumas coisas, assim...trabalhos didáticos, tipo: com fichas com eles, alguns vídeos que consigo, e alguns tópicos de internet – algumas fichas de internet que eu gosto muito de site. Eu procuro sites onde tem fichas, dependendo do nível deles eu faço uma pré-seleção do assunto e faço uma abordagem. Também consulto o livro “Tudo é matemática” de Dante e também o livro de Biachini.

Pesquisador – você lembra o nome dos sites que pesquisa?

Professor – Brasil Escola, Somatemática e alguns trabalhos científicos. Tem muito trabalho científico. Eu pesquiso os específicos e baixo vários exercícios, bem trabalhados, bem contextualizados. Faço uma pré-seleção e vou passando para eles na medida do possível para ver eles conseguem absorver o assunto melhor.

Pesquisador - De onde você retira as atividades propostas aos alunos?

Professor – Eu tenho vários CDs de editoras, tipo FTD, tenho SARAIVA e MODERNA e como eu tenho o conhecimento prévio dos alunos... Ai, eu tenho esses CDs ... que são assim... banco de dados de exercícios. Aí, eu faço as minhas seleções dos exercícios e também, as vezes, eu pego muitos exercícios do GESTAR. Acredito que o Gestar... Têm alguns na internet que a gente entra e dependendo do assunto, aí ele baixa tudo aquilo. Aí, tem vários exercícios bem contextualizados, dependendo do assunto, eu resgato e passo para eles.

Pesquisador - Como você faz para ensinar um assunto novo?

Professor – Como eu tenho o conhecimento prévio do meu aluno... Eu já tenho o resgate que eles já viu, eu vou fazer da melhor maneira possível. Eu vou pegar um assunto novo, eu vou.... dentro das minhas possibilidades, traduzir para a melhor linguagem deles, para ver se eles conseguem absorver. Porque o novo hoje para o aluno (bis), está sendo tudo. O aluno hoje... ele não está tendo muita carga, de muitos conhecimentos prévios.

O aluno está vindo, principalmente em matemática, ele não vem muito bem alfabetizado não. Aí, deixa para gente uma sobrecarga, aí o novo para mim, ... para mim, não se torna novo, mas para eles tudo... quase tudo é novo, até alfabetização mesmo, até por exemplo, eu vou dar um exemplo simples:

Se você perguntar a qualquer aluno dessa turma, o que é algarismo? Ele não sabe, simplesmente o que é algarismo, por que se ele não sabe o que é algarismo em matemática, como é que eu vou trazer o novo para ele? Por que é uma coisa tão primária. Por que em Português ele sabe o que é alfabeto e em Matemática raramente ele sabe o que é algarismo.

E você bota exercício no 8º ano, no 7º ano, me dê os algarismos. O aluno não sabe o que é algarismo. Uma coisa simples da matemática, que se torna... é..... uma coisa primária, que não é novo, mas que o aluno não traz esse conhecimento.

Aí, esse novo aí...para o professor.....para o aluno é....... eu acho que tudo já é novo para ele. Eu vejo assim!

Pesquisador – como você faz a avaliação de um conteúdo ministrado?

Professor – eu avalio o meu aluno todo tempo e a todo instante. Quando eu dou um assunto, eu faço várias indagações a eles, para ver se eles estão prestando atenção e se estão interados do assunto. E eu vou avaliando ele assim.... costumeiramente. Faço atividades...assim, várias atividades para resgatar alguma coisa dele, para ver se eles estão entendendo.

Tento corrigir da melhor maneira possível, antes de fazer uma avaliação final, tipo considerada uma prova, um desafio.

Um desafio, aí eu busco, exercícios contextualizados. Eu vejo mais a parte de contexto geral, e não fujo muito do assunto não. Eu tento me ater ao assunto deles.

A minha avaliação é muito tradicional. É prova mesmo, para ver se eles conseguem mostrar que está entendendo, se tenho respaldo do que estou ensinando a eles. A prova final é no final do período, mas eu já venho avaliando em todos os aspectos.

No caderno, eu vejo avalio, dou visto. Eu procuro assim, no dia a dia, procuro já ir corrigindo tudo, para ele no final... eu tenho o conteúdo todo vivenciado, tenho trabalhado no livro, o aluno provar que ele fez uma avaliação e se deu mal, eu percebo que é, ou preguiça (bis) de estudar, ou ele não está estudando, ou ele não está tendo interesse, mas o conteúdo e bagagem para ele fazer uma boa prova ele tem.

O nosso aluno hoje, uma coisa que ele não quer mesmo, é ler. Uma coisa mais simples do mundo, ele não quer ler. Então, eu faço trabalho, assim em cima de.... eu faço em matemática trabalho de pesquisa com eles. Uma prova de pesquisa, você pode dar um texto em matemática, uma pesquisa, que não sai do canto.

Então, a minha avaliação é prévia. Estou começando, já estou avaliando. Estou percebendo toda dificuldade dele. Vou lá, faço várias intervenções na aula mesmo, junto ao aluno, para ver se ele consegue sair dali. Oriento ele, para no final ele ter um bom respaldo. Se ele não tiver....

Pesquisador - Exceto o livro didático adotado pela escola, você utiliza outro livro, apostila ou manual nas suas aulas de matemática?

Professor – Sim, utilizo Tudo é matemática de Dante, utilizo o de Biachini e alguns livros que trás caderno de exercícios. Eu tenho muitos cadernos de exercícios. Antigamente, os livros didáticos trazia um caderno de exercício à parte. Utilizo esse material na lousa, para exercícios, fichas para reforçá-los.

Não uso manual, mas apostila, dependendo do assunto, se eu tiver muitos exercícios contextualizados, eu preparo uma apostila para eles, com exercícios contextualizados para eles terem um raciocínio mais amplo do assunto, ler e interpretar bem a matemática.

Pesquisador – Você gostaria de falar algo sobre a sua prática docente?

Professor – Eu gosto de falar assim..... Eu vim de escola particular, saí esse ano, cobra muito, trabalha muito... aí, eu achei melhor desistir.

Agora, o que eu percebo na educação hoje, é que as oportunidades que o aluno da escola pública tem. Ele tem um aparato melhor do que o aluno da escola particular.

Só que o aluno da escola pública, ele não percebeu isso ainda. Da particular ele aproveita, exemplo.

Você faz um trabalho, um trabalho pedagógico com um aluno da escola particular, você tem êxito, por que a maioria, acho que 90% deles, se interessam. Eles mostram a você que tem capacidade. Os meninos da escola pública, eles são diferenciados, eles não têm interesse nenhum. Acho que não tem ninguém que cobra.

A gente se frustra muito, porque prepara várias atividades para eles e no final, a gente não tem aquele respaldo desejado. Desestimula muito a vida docente da gente. E a gente se esforça muito, por exemplo, se eu pego um determinado assunto, eu explico uma, duas, três, quatro vezes e quando eu vou pedir...., retornar aquela atividade, a maioria, não consegue. Não consegue, nem fazer uma frase sobre o assunto.

E uma coisa, eu sou contra a decoreba, eu sou contra, agora memorizar determinado aspecto da vida da gente é fundamental e o aluno, até isso hoje estão desperdiçando. É memorizar....O memorizar coisas bobas da vida, ele não consegue. Hoje perderam até.....essa.... esse dom. Por que se você não memorizar, até se perder se perde.

Se você pegar um aluno desse e perguntar: olha, qual o roteiro da tua casa? Ele demora a responder, por que ele não consegue memorizar nada. E não é só na minha aula. Se você pegar um aluno no final de cinco aulas e vai conversar com eles, não sai nada. Acho que se eles parassem mais, se concentrassem mais, memorizassem, lá na frente teria um respaldo melhor.

APÊNDICE B - AS AULAS DO PROFESSOR

1ª e 2ª aula
Data: 27/05/2014 Terça-feira
Horário: 9h10min às 10h50min

DIÁLOGOS

P – Bom dia gente, vamos começar nossa aula de hoje.
(Pausa)

RP: (Registro do professor)
ÁREAS

P - A gente vai começar hoje o estudo de (aponta para o quadro) áreas, tá certo? Pra gente começar o estudo de áreas, o que é que a gente viu na aula passada?
A_s - Matemática!
P- Matemática! Qual assunto a gente viu aula passada? Vamos lá, figuras geométricas...
A_s - Planas
P- Quais foram as figuras geométricas planas que a gente estudou na aula passada?
A(1) - Retângulo
A(2) - Círculo
A(3) - Retângulo
P - Círculo, retângulo!
A(4) - Triângulo
A(5) - Quadrado
P - Triângulo, quadrado!
A(6) - Trapézio
P - Trapézio!
A(7) - Retângulo
A(8) - Polígonos
P - Polígonos, muito bem. Vamos lá! A gente viu figuras geométricas planas, num foi? A única que eu classifiquei que são os quadriláteros. Quais são os quadriláteros?
A_s - São os que têm quatro lados.
P - O que?
A_s - Quatro lados.
P - Quais são eles?
A(1) - Quadrado
A(2) - Retângulo
A(3) - Triângulo
P - Triângulo é?
A_S - Não
A (4) - Trapézio
A (5) - Losango
P - Graças a Deus, decoraram.
P - Tá bom, vamos lá. E depois a gente viu o círculo. A gente não vai trabalhar logo o círculo. Vamos trabalhar logo, qual figura que eu disse íamos trabalhar?
A_s - Quadrado.
P - E o.....?
A_s - Retângulo.
P - E o ....?
A_s - Triângulo.
P - Isso. Nesse trabalho a gente confeccionou os campos de... (segura o campo de futebol confeccionado pelos alunos na mão)?
A_s - Futebol.

P - Num foi isso que a gente confeccionou? A gente separou em cinco grupos, faltando um grupo que não trabalhou, né? O grupo dos faltosos. Através disso aqui eu vou pedir para que vocês observem novamente as figuras geométricas planas e nas figuras vocês vão me dizer a área.
(pausa)
P - Quem tem noção de área? O que vocês entendem por área? Eu já falei na sala de aula. O que vocês entendem por área? Não sai nadinha da cabeça?
A$_s$ - Um lugar
P - A área é um lugar? Pode ser um lugar.
A(1) - Área de bater pênalti (aponta para a área do pênalti)
A(2) - O meio campo (aponta para o meio campo)
A(3) - A grande área
A(4) - A meia lua
P - Meia lua, isso aqui né? (Aponta para a região corresponde à meia lua). É uma área.
(pausa)
P - O que mais? Mas porque vocês tão dizendo que isso aqui é uma área, isso aqui é uma área, o meio campo é uma área...? (Apontando para as regiões do campo de futebol).
A - Porque ele esta cercado.
P - Porque ele esta cercado. Cercado de que forma?
A - Quadrado
P - Que forma?
A$_s$- Um quadrado.
P - Aí ele está limitado ou delimitado. Ele está delimitado de que forma? Pode dizer
A$_s$ - Um quadrado
P - Agora a gente vai entender o que? A calcular essa área. E aí, já complica né. Num complica?
P - Vamos lá. Quem tem dúvida aí sobre área?
P- Vamos lá, voltando ao conceito da aula. O que é área?
A(1) - Um quadrado
P - Um quadrado? Não! O que é área? É um.....
A(2) - Um lugar cercado.
P - Mas como é que eu chamo o lugar cercado?
A(2) - De área
P - De área. Um lugar limitado, delimitado. Por exemplo, aqui, essa área aqui, esse espaço aqui (aponta para o espaço (a pequena área) no campo de futebol) delimitado, é de quem? Do goleiro. Né isso? O goleiro pode chegar aqui. Num pode? (aponta para outro espaço (a grande área) no campo de futebol) Mas o espaço dele é esse aqui. Essa outra área aqui, posso chamar de outra área. Num posso?
A$_s$ - Pode!
P - Mas ela tá toda delimitada.
A - Essa é a grande área.
P - Isso, tá vendo. A barra também é uma área? (Vira o lado da barra do campo de futebol para os alunos)
A$_s$ - É!

O professor segura o campo de futebol nas mãos para que os alunos possam observar a barra e faz as seguintes perguntas:

P - Agora essa barra aqui, se eu fosse classificar ela, como eu classificaria?
A(1) - Quadrado
A(2) - Triângulo-
A(3) - Quadrado
A(4) - Retângulo
A(5) - De três lados
P - Quantos lados tem essa barra?
A$_s$ – Quatro!
P - Ela forma um?
A$_s$ – Quadrado!
A$_s$ – Retângulo!
P - Mas ela é plana ou espacial?
A$_s$ - Plana
A(10) - Espacial
P - Porque espacial, A(10)?
A(10) - Aí não sei.
P - Como é que você responde o que você não sabe?

P - É plana ou espacial?
A_s - Plana
P - A barra é plana?
A_s - É!
P - Se você passar a mão nela, você toca nela ou não?
A_s - Toca!
P - E como ela é plana? Uma figura plana é aquela que a gente faz o que?
A_s - A gente toca!
P - A gente toca?
P - Se eu passar a mão aqui, eu pego nela? Se eu passar a mão aqui, eu bato nela? (Passando a mão sobre a superfície do campo de futebol até tocar na barra)
A_s - Bate!
P - Ela tá ocupando espaço? (Apontando para o espaço que a barra ocupa no campo)
A_s - Tá!
P - Então aqui ela é uma figura...?
A_s - Espacial!
P - Olha a diferença. Ok?

O professor leva o campo de futebol até a mesa de um dos alunos

P - Mostra aqui onde é que estão as áreas. Que área é essa?

O aluno aponta para uma área do campo

P - Que área é essa?

O aluno não responde e, então, o professor pergunta a outro aluno.

P – A(07)?
(pausa)
P – A(07)? Quais são as figuras geométricas que têm aqui?
(pausa)

O aluno não responde e, então, o professor pergunta a outro aluno.

P – A(08)? Quais são as figuras geométricas que têm aqui? (Ainda segurando o campo de futebol nas mãos)
A (08) - Quadrado
P - Isso! Que mais? Quadrado ou? (Apontando para a pequena área do campo)
A(08): Retângulo
P - Retângulo, sim ou não? Isso, retângulo. Tá vendo, A(07)?
P - Isso aqui é o que? (Apontando para a meia lua do campo de futebol)
A_s - Meia lua!
P - Meia lua ou?
A_s - Bola
P - Bola?
A(01) Círculo!
P - Círculo! Agora esse tá completo ou tá meio?
A_s - Meio!
P - E quanto mede um meio círculo?
A_s - 180!
P - 180...?
A_s - Graus!
P - Mas aí já é medida do que? 180 é medida de que? Se refere a que medida?
A(01) - Da metade
P - Medida do que? Ângulo!
P - Isso aqui mede quanto? (Aponta para o círculo completo presente no meio do campo de futebol)
A_s - 360!
P - Aqui tem uma área também? (Ainda apontando para o círculo no meio do campo)

A$_s$ - Tem!
P - Essa aqui se calcula também, mas de uma forma especial. Mas se calcula também, viu?
(pausa)
P - Agora, o campo todo tem uma área?
A$_s$ - Tem!
P – Tem!
P - Quem é que sabe quanto tem aqui, no campo de futebol? Quais as dimensões de um campo de futebol?
(aponta para o comprimento do campo)
A(01) - 103...
P - Quanto?
A(01) - Sei não
P - Largura e comprimento? Quem sabe? Quem sabe a dimensão de um campo de futebol?
A(01) - 480
A(02) – Medir **c**om uma régua
P - Hãn? Com uma régua vai medir né?
A(03) - Vai medir com uma régua o campo?
P - Vai demorar, mas mede
A(03) - Um ano, dois anos, três, quatro.
P - Mas vai chegar lá.
(pausa)
P - Agora toda figura geométrica tem algumas partes, né? Quais são as partes que tem....? O retângulo maior? Como que eu chamo isso aqui? Essa parte aqui? (Apontando para a linha da largura do retângulo)
A(03) - Grande área
P - Não, essa parte aqui como é que eu chamo. A parte do campo?
A(02) - Reto
P - Alguém falou quase nesse instante. Como eu chamo?
(pausa)
P - Vamos ver! Essa figura toda, como que eu chamo ela? Do campo todo, como que eu chamo ela?
A$_s$ - Quadrado
P - Quadrado não!
A$_s$ - Retângulo
P - Retângulo!
P - Como é que eu chamo essa daqui? Daqui até aqui? (Apontando para as extremidades da largura do retângulo)
A(01): - Losango
A(02) - Quadrado
A(03) - Comprimento
P - Porque comprimento? Comprimento é essa daqui (Apontando para a linha do comprimento do retângulo). Essa aqui é a largura.
(pausa)
P - Largura e o....?
A$_s$ - Comprimento!
P - Através da largura e do comprimento é que a gente vai fazer o cálculo e a gente vai encontrar essa área aqui (aponta para a área do retângulo que corresponde ao campo todo).
(pausa)
P - Você entendeu, senhor? Entendeu? Tudinho? Entendeu ou não? Se eu te perguntar, você me diz?
(pausa)
P - Vamos lá, qual o nome dessa figura aqui? Essa maiorzinha? (Referindo-se a área do campo correspondente a grande área)
A(01) - Quadrado
P - Que tipo de quadrado? Quadrilátero, que tipo de quadrilátero? Esse lado é igual a esse? Não, é? (Os lados referentes ao comprimento do retângulo)
P - Se você for medir esse aqui (lado corresponde ao comprimento), é igual a esse? (lado correspondente a largura)
A$_s$ - Não!
P - E como é que chama esse aqui?
A$_s$ – Retângulo!
P - O que é área? Vocês memorizaram o que é área?
(pausa)
P - Área é o espaço que foi delimitado pelo retângulo.
P - Na figura maior, como é que eu chamo isso aqui? (aponta para o segmento referente à largura)

(pausa)
P - Essa aqui da figura, é o que eu chamo de....? Largura. E essa aqui (aponta para o segmento referente ao comprimento) eu chamo de.....?
A$_s$ - Comprimento
P - Todos entenderam? Olha, entenderam mesmo? Quem que tem dúvida? Tem dúvida não, A (10)? E se eu pedir pra calcular, você sabe resolver? Quem tem dúvida?
(pausa)
P - vamos lá? Abram o livro na página 219.

Os alunos pegam os livros e abrem na página solicitada pelo professor

P - Ninguém tem dúvida mais não, né? Posso continuar? Ninguém tem dúvida não? Vou continuar a aula, viu?
(pausa)
P - Abram o livro na pagina 219. Abriram? Vejam aí o título do livro.
A$_s$ - Noções de área
P - Noções de área, né? Aí tem as noções de área. Pra eu medir qualquer coisa, eu tenho que saber... pra eu medir, eu preciso saber o que Medir? Né? Eu utilizo o que pra medir?
A$_s$ - Régua
P - E essa régua aqui (Segurando um esquadro nas mãos), possui o que?
A$_s$ - Centímetros!
P - Centímetro! É a unidade de...?
A$_s$ - Centímetros
P - Medida. Eu tenho que ter a unidade de medida. Vou trabalhar com a régua
(pausa)
P - A régua mede o que? É específica pra que?
A(01) - Centímetro
P - Eu posso trabalhar com centímetro, metro...
A(02) - Milímetro
P - O que mais? Só sabem esses? Milímetro, centímetro...
A(03) - Metro!
P - Metro! O que mais? Vocês sabem de tudo, né?
(pausa)
P - Bom, vamos trabalhar com o centímetro. Então a unidade de medida que vamos trabalhar, qual é gente?
A$_s$ - Centímetro!
P - Eu vou pedir a vocês, quem foi que trouxe régua?
(pausa)
P - Vamos primeiro medir. Eu vou dar esse campo a essa primeira fila e vocês quatro vão medir isso aqui (a área do campo correspondente a grande área). A largura e o comprimento. Que eu quero verificar se vocês realmente já sabem medir ou não. Toma o papelzinho, os quatros, e vão medir a largura e o comprimento. Alguma dúvida? Fiquem a vontade.
(pausa)
P - Essa segunda fila vai medir o que? Vocês (fazendo referência ao primeiro grupo) vão medir esse aqui (a área correspondente a grande área), o maior. E vocês aqui (fazendo referência a esse grupo agora, o segundo), vocês quatro, vão medir a área menor. A área do goleiro. Vão medir e depois vou conferir pra ver se vocês realmente sabem medir.
P - Vocês cinco aqui, vão medir o campo todo. Alguma bronca? Vão medir aqui o comprimento e a largura. Fiquem a vontade, meçam ai.
(pausa)
P - Essa outra equipe aqui, vocês cinco aqui, vão medir só a metade. Olhe preste atenção, vão medir só a metade. Daqui até aqui. Vou ver se vocês sabem medir ou não.
(pausa)
P - Olhe, meçam com ele pra depois não dizer, olhe professor, eu não sabia eu não medi. E tire a dúvida comigo!
(pausa)
P - Eu dei a tarefa pros cinco viu, e vocês ficam aí sentados. Já mediram? Anotem
(pausa)
P - Olhem, vocês três aqui vão medir o campo todo. Meçam o campo todo

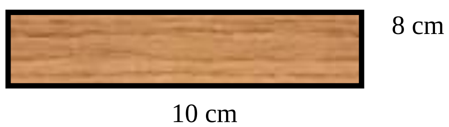
Após o professor separar a sala em grupos e definir o que cada equipe medirá, os alunos se organizam em grupos e começam a medir o que foi designado. O professor passa de equipe em equipe para tirar dúvidas e conferir as medições durante, aproximadamente, 30 minutos.

P - Vamos lá. Esses poucos instantes que eu deixei, vê como são as coisas. Eu deixei vocês medirem poucos instantes. Uns minutinhos pra vocês se soltarem. Presta atenção, quem foi aqui que mediu? Todos mediram?
(pausa)
P - Daqui dessa fila (primeira fila), quem foi que mediu? Todos mediram, todos fizeram medição?
(pausa)
P - Aqui (segunda fila) todos fizeram?
(pausa)
P - Dessa fila (terceira fila) aqui todos fizeram?
P - Essa fila ai (quarta fila), você não fez não, não foi?
P - Essa fila aqui (quinta fila), vocês fizeram?
A(12) - Eu fiz
P - Você não participou, porque você não quis. Você saiu pra conversar, você tá culpado? Essa carinha assim, você tá passando mal?
A(13) - É a cara de sempre
P - Porque você tá assim? Eu queria saber
P - Você também, guarda o celular na bolsa. Já pedi umas dez vezes pra você guardar. Quer assistir aula? Se não quiser, pode sair.
(pausa)
P - Vocês tinham duas opções ou você começavam de fora da linha ou começava de dentro. Todos seguiram esse mesmo critério? Quem começou a régua no zero? E quem começou da ponta da régua, sem prestar atenção na medição?
(pausa)
P - Porque nessa equipe mesmo deu uma diferença de quase um centímetro. Eu reparei que eles começaram da cabecinha da régua, e a gente não começa, começa do centímetro aqui. Vocês mediram? Quanto deu a medida de vocês aí? O comprimento de vocês deu quanto?
A$_s$ - 46
P - E a largura?
A$_s$ - 47

O professor vai fazer a medição no campo para poder conferir

P - Deu 48,5
(pausa)
P - E a largura 47.
(pausa)
P - Vocês erraram. Vamos prestar atenção ao medir. Alguma dúvida?

RP: (Registro do professor)



P - Eu vou pedir pra vocês fazerem o seguinte: criar um retângulo. O retângulo tem o comprimento e a largura, num foi isso? Aí eu pedi: meçam aí o comprimento e a largura. Vamos supor que o comprimento tenha 10 cm e a largura 8 cm. Onde que está a área aqui? (aponta para figura desenhada no quadro)
A$_s$ - No meio
P - A área é essa parte aqui né, o meio. (Aponta para a região pintada do retângulo desenhado no quadro)
(pausa)
P - Qual a intenção da aula de hoje? É justamente a gente calcular esse espaço aqui (aponta para o espaço de dentro do retângulo desenhado). Por isso eu queria que vocês medissem, identificasse a área, o espaço delimitado pelo triângulo, pelo retângulo, pelo campo. Vocês entenderam? Pedi pra vocês medirem a largura pelo comprimento. Pedi pra vocês identificarem a unidade de medida, que estamos trabalhando agora com o centímetro.
(pausa)

P - Agora existe uma fórmula, a fórmula é essa.....

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento X largura

P - A fórmula da área do retângulo vai ser bem simples. Vai ser o comprimento vezes a largura. É só você pegar o comprimento e multiplicar pela largura.

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento X largura A = 10 cm x 8 cm

P - Quem sabe multiplicar aqui? Todo mundo sabe? Sabe A(10) multiplicar? Sabe ou Não?
P - Vamos lá, A(10). Eu tenho o retângulo. O comprimento mede 10, vezes 8, só A(10). Quanto é dez vezes oito?
(pausa)
P - Dez vezes oito, A(20)?
A(20) - Cem
P – A(15), Dez vezes oito?
A(15) - Esqueci
P - Sabia que esqueceu
P – A(16), você que tá bem concentrada. Quanto é dez vezes oito?
P - Diga A(16), sabe não?
P - Dez vezes oito?
A(13) - 80
P - 80, parabéns

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento X largura A = 10 cm x 8 cm A = 80

P - Qual a unidade de medida que eu tô trabalhando com ela?
A_s - Comprimento
P - Comprimento? Qual a unidade de medida que tô trabalhando com ela? Isso aqui olha (aponta para o cm escrito na largura e no comprimento do retângulo).
A_s - Centímetro

RP: (Registro do professor)
A= Comprimento X largura A = 10 cm x 8 cm A = 80 A = 80 cm^2

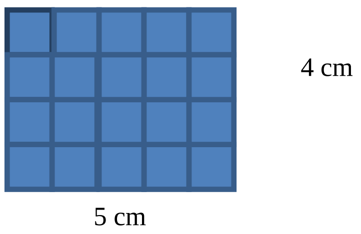
P - Agora, aqui (aponta para o registro no quadro) tem um dois que chamasse quadrado. Por que centímetro quadrado, A(20)?, por que você acha que é centímetro quadrado?

A(20) - É porque tem dois lados iguais
P - É isso A(07) que ele disse? Porque aqui é centímetro quadrado?
A(07) - Eu não ouvi ele falando não
P - Fale de novo A(20) pra ele ouvir
A(20) - É porque tem quatro lados
P - É isso?
A(13) - O centímetro quadrado corresponde a área de um quadradinho com área de um centímetro. (lendo o livro)
P - Parabéns, pelo menos você arrumou onde se orientar. Porque centímetro quadrado?
A(13) - O centímetro quadrado corresponde a área de um quadradinho com área de um centímetro.
P – Entenderam? .....Leiam e faça uma reflexão.
P - Olha, A(20) foi a que mais se aproximou. Você trabalhando com área com 80 cm^2 de área, é esse espaço todinho aqui (aponta para a região hachurada do retângulo desenhado no quadro). Lá na matemática, em potência...., se você multiplicar.... por que aqui é 10 cm vezes 8 cm. Vai dar 80 e cm^1 com cm^1, da cm^2. (apontando para o cálculo no quadro)
P - Trabalhamos agora com uma unidade chamada centímetro. Mas no livro, leia no livro, ele tá dando uma unidade chamada... Qual a unidade de medida aí?
A(01) - Unidade de medida
A(02) - Área
P - Leia aí no livro. Alguém quer ler? Leia aí. Você ler?

O aluno faz a leitura do texto, na página 219 do livro, seção Noção de área.

P - Aqui, o que eu quero dizer a vocês é o seguinte. Parem e prestem atenção! Aqui eu trabalhei com uma unidade de medida padrão. O que é uma forma padrão? É uma coisa que aonde você for vai encontrar a mesma medida. O homem organizou tudo. Então, a unidade padrão é centímetro, metro, entendeu? Se você for, por exemplo, comprar alguma coisa nos Estados Unidos, lá também vende em centímetro e é a mesma medida. Por isso é chamada de unidade padrão. Sapato, mesmo tamanho de sapato. Tem gente que tem pé 38, 40. Lá nos Estados Unidos é diferente, porque não é o padrão daqui. Mas essas unidades de medidas que trabalhamos aqui são chamadas de unidade padrão. Ele tá chamando atenção aí com esses quadradinhos que tem aí. O pátio tem duas formas, né isso? Quantos quadradinhos têm o primeiro e quantos quadradinhos têm o segundo? Contem aí!
A(14) - No total eles dois são iguais
P – Por que são iguais?
(pausa)

RP: (Registro do professor)



A(14) - Porque o primeiro é mais comprido e o segundo é mais largo. Aí no final tem a mesma distância, pois a largura do primeiro é maior e o comprimento do primeiro é maior. Se esse aqui ficar com o comprimento menor, vai ficar a mesma coisa.
P – Vejam só! Essa sala de vocês. Observem a área da sala de vocês. Todo mundo observa a área. Tão vendo a área. Ela é formada de que?
A_s - Quadrado
P - Isso. Porque você acha que é um quadrado?
A(02) - Tem 15 e 16
P - Vamos ver. Eu não vou medir, nem pedir pra ninguém medir. Não consigo medir assim, mas só pra ter a ideia, essa sala tem mais comprimento ou mais largura, ou é igual?
A(02) - O xadrez tem mais largura e o...
P - Não, tô falando do piso.

A$_s$ - É igual
P - Olha, vejam só, vocês vão se orientar pelos quadrados. Não tem quadrados na sala? Vocês acham que ela tem mais comprimento ou mais largura?
A(20) - Mais largura
A(21) - Empata
A(02) - A mesma coisa
P – A(20), só você observou? Tem mais o que, A(20)? Mais largura ou comprimento?
A(20) - Mais largura
P - Você olhou? Tem mais comprimento ou largura?
A(03) - É igual
P – A(22)?
A(22) - É igual, professor.
P - Você olhou? Os quadradinhos do chão, você olhou? Contou?
A(04) - É a mesma coisa, professor.
P - Tem quantos quadradinhos aqui?
A$_s$ - Seis
P - E assim?(apontando para largura)
A$_s$ – Seis
P - Vocês acham que é maior ou menor?
A$_s$ - Mesma medida
P - Se eu for contar, tem um padrão aqui olha. 1, 2, 3, 4 , 5 e 6. Desse lado 1,2,3,4,5 e 6. Só de olhar, se eu fosse tirar área dessa sala. Só contando os quadradinhos, dava quanto à área?
A(01) - 12
P - Dava quanto? Calcule a área dessa sala.
A(02) - Tem 36
P - Um disse 12 outro 36. Quem quer arriscar mais, dá quanto?
A(03) - 36
P - Quero vê se vocês entenderam agora. A(23) você que tá bem caladinha, dá quanto?
(pausa)
A(04) - 36
P - Deu 36, você chegou a esse número 36 como?
A(04) - Somando
P - Somando?
P - A área dessa sala, tem 6 quadrados no comprimento e 6 na largura. A área dessa sala se você fosse contar pelos quadrados dá quanto?
A(05) - 6
P - Só 6? Você entendeu a fórmula da área?
A(05) - 27
P - 27?
A(06) - Da 36 mesmo, que é só você multiplicar 6 daqui e 6 daqui. Aí no final da 36.
P - Vê só , vamos ver uma pessoa que tá bem concentrada na aula. A(24)? Quantos quadradinhos têm assim? (aponta para o comprimento da sala)
A(24) – 6
P – E assim? (aponta para a largura da sala)
A(24) – 6
P – Quanto é a área dessa sala se você for ver pelo quadradinho?
(pausa)
P – Pode pensar, tem tempo pra pensar. Dou uma hora pra você pensar.
(pausa)
P – A(25), dá quanto A(25)? A(25) parece que brigou com o love, tá toda...
A(25) - 24
P - Vamos lá, A(10)? Você vai fazer um favor. Vai contar quantos quadrados tem nessa sala. A(10), pode levantar. Deixa só A(10) levantar

A(10) levanta e vai contando de quadrado por quadrado para poder chegar até a área do piso da sala.

A(10) - 31
P - 31? Poxa. A(10), você contou 31. Vou dar outra oportunidade a você. Vou colocar você de recuperação. Fique de recuperação, vou dar outra chance a você. Risos!!
P - Calma, deixa A(10) contar.

A(10) levanta para contar novamente

A(10) - 37
P - Tem quanto?
A(10) - 38
P - Você vai pra final, viu?
P – A(07), meu amor? Dá pra você contar, por favor?
A(07) - 36
P - Não, quero que você conte. Dá 36 certinho?

A(07) levanta para contar, assim como a(10), de quadrado em quadrado para determinar a área do piso da sala

A(07) - 36
P - 36? Confirmado.
P - Olha, vamos lá. Vamos lá. Vamos voltar à aula aqui. Nós estamos trabalhando com figuras geométricas....plana. Vamos organizar. Essa sala representa, pelos quadrados. Um retângulo ou quadrado?
A_s - Quadrado.
P – Por que quadrado? Porque aqui tem 6 e ali tem 6, os dois lados são iguais. Aí eu pedi pra vocês calcularem a área, A(10).....

O professor retorna para a figura da transcrição 397-402

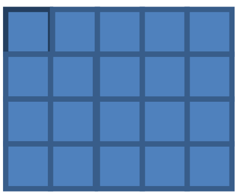
P - Eu tô chamando esse quadradinho aqui (em relação à figura retangular desenhada no quadro) da minha nova unidade de medida. É uma unidade de medida qualquer, não é mais essa unidade de medida (aponta para o cm). Eu tenho 5 quadradinhos na primeira linha (aponta para o comprimento), ok? Dúvida? Agora eu tenho um, dois, três, quatro (apontando na largura). Bom, se eu multiplicar aqui, se eu for tirar a área dessa figura aqui, eu vou multiplicar o comprimento vezes a largura.
P - Alguma dúvida? Vai ser cinco vezes quatro.
P - Cinco vezes quatro, A(24)? Cinco vezes quatro?
(pausa)

O aluno não responde e, então, o professor pergunta a outro aluno.

P – A(26), cinco vezes quatro?
A(04) - 35
A(26) – 20

RP: (Registro do professor)

DESENHA UM RETÂNGULO NO QUADRO



4 cm

5 cm

A = comprimento x largura

A = 5 x 4 = 20

P - Essa malha quadriculada (referente aos quadradinhos do retângulo desenhado no quadro) favorece você um entendimento que você tá fazendo e tá verificando se você errou ou acertou. Quando eu perguntei aqui vocês cinco vezes quatro, vai dá vinte. Aí você vai contar olha, 1,2, 3, 4... 20.

P - Eu trouxe papel quadriculado, amanhã a gente vai trazer umas medidas e eu vou verificar tudo que nós verificamos hoje. Vou pedir pra vocês medirem, traçar a figura e calcular a área. Ok?

(pausa)

P - Agora veja aí na pagina 216. Todos estão na pagina 216? Aliás, página 220.

A(01) - Professor, é 220.

P - 220, desculpa aí. Todos estão na página 220? A(07), 220. Fui eu que errei.

P - Aí inicia assim, *conversar para aprender*. Tudo que a gente conversou na aula de hoje estão aí. Na letra a, b, c, d, e, f. Vocês vão fazer esse exercício agora, olha presta atenção, vocês vão fazer esse exercício agora e se der tempo eu corrijo ainda agora.

A(02) - Não vai dar tempo.

P - Dá, é até 11 horas.

(pausa)

P - Então comecem a fazer aí, pagina 220.

RP: (Registro do professor)
Exercício pagina 220, conversar para aprender. Da letra A a F

P - Qualquer dúvida, perguntem.

A(13) - Professor, precisa responder?

P - Qual a finalidade do exercício?

(pausa)

P - A finalidade do exercício é copiar e responder.

Os alunos começam a copiar as perguntas no caderno e a responder o exercício. O professor vai passando de banca em banca para acompanhar o andamento da atividade e retirar as dúvidas, mas não demora muito, a campainha toca.

3ª e 4ª aula
Data: 29/05/2014 Quinta-feira
Horário: 9h10min às 10h50min

DIÁLOGOS

P - Bom dia gente, vamos começar nossa aula de hoje. Ontem nós vimos o que? Qual o assunto de ontem?
A$_s$ - Matemática.
P - Mas qual foi o assunto que assunto vocês viram?
A$_s$ - Áreas.
P - Áreas de que?
A$_s$ - Campo de futebol. Medidas, professor!
P - Medidas de que?
A$_s$ - Comprimento. Largura.
A (02) - Ontem foi centímetro.
P - Centímetro. O que mais?
A(01) - Triângulo.
P - Mas a gente viu área de que tipo de figura?
A$_s$ - Campo de futebol. Retângulo.
P - O que mais?

A(03) - Retangular.
P - Isso são as formas, né? Quais são as outras formas?
A(04) - Quadrado.
P - Bora, sai mais nada não?
A(06) - Retângulo.
P - Nós já vimos. Ficou faltando mais triângulo, quadrado, trapézio, losango...
(pausa)
P - Ontem nós vimos áreas de figuras planas. Quais foram as figuras que a gente viu ontem? A área especificamente que eu coloquei a fórmula no quadro, qual foi gente?
A$_s$ - Retângulo.
P - Qual foi a fórmula que coloquei no quadro?
A$_s$ _ Três, Quatro.
P - Fórmula!
A(02) - Quadrado.
P – Fórmula! Não é forma. Qual foi a fórmula que eu usei pra calcular a área do retângulo?
A(07) - Comprimento.
P – A(10), eu falei a palavra fórmula. A fórmula é o comprimento?
(pausa)
P - Qual foi? Te lembra não? Qual a fórmula que eu o coloquei ontem pra calcular a área do retângulo?
A(10) - Centímetro.
P - A fórmula. Ninguém lembra mais?
A(03) - A fórmula retangular.
P - Isso aí é a forma. Tô falando de fórmula.
(pausa)
P - É uma equação que serve para calcular a área de uma figura. Qual foi a fórmula de ontem que eu coloquei no quadro? Bora gente, ninguém lembra? Nesse universo de 26 alunos hoje, ninguém lembra?
A(11) - Círculo?
P - Comprimento vezes a...?
A(04) - Largura.
P - Não foi isso? Essa fórmula? Ok?
(pausa)
P - Eu ontem passei um exercício. Todos fizeram? Vamos fazer uma correçãozinha rápida? Eu vou perguntar se todos fizeram e responderam e eu vou querer as respostas no caderno. Eu vou fazer as perguntas e vou perguntar a cada um, tá certo? Abre o caderno vamos começar a corrigir. Eu vou corrigir oralmente mesmo viu? Eu vou

perguntando, vocês vão escutando dos demais e ouvindo se a resposta está coincidindo. Abram o caderno, por favor pra gente corrigir aquela tarefa de ontem.
A(24) - Que página é?
P - A página do livro é 220. Todos já abriram?
A_s - Já.
P - Posso começar?
A_s - Pode.
P - Vou começar por A(10). Vamos lá A(10), pra você. Dê uma primeira olhada, qual dos dois pátios parece ter a maior área?
A(10) - Pátio xadrez.
P - Como é? Não entendi não.
A(10) - Pátio xadrez.
P - Pátio xadrez? É?
P - A(10) disse que é o pátio xadrez que tem a maior área. Vamos lá você, A(17). Quem é que tem a maior área?
A(17) - Pátio xadrez.

O professor vai perguntando, aluno por aluno, para saber que resposta eles colocaram. As respostas dos alunos coincidem em pátio Xadrez

P – A(18), você fez?
A(18) - De largura o Xadrez, de comprimento a zebra.
P - Mas ele tá perguntando da área. A pergunta é qual dos dois tem a maior área.
A(18) - O xadrez.
P - Olha, as menininhas aí. A(24), Quem é que tem maior área?
A(24) - O Xadrez.
P - Você contou quantos tem o seu? Tem quantos? A(18)
A(18) - Não.
P - E como é que você diz que é o xadrez?
A(18) - Porque eu imaginava.
P - Quem foi que contou quantos quadradinhos? Deu quanto quadradinhos?
A(03) - O xadrez deu 150 e o outro deu 126.
P - Quantos quadradinhos teve o xadrez?
A(03) - 150.
P - E o outro?
A(03) - 126.
P - Quem foi outra pessoa que contou?
(pausa)
P - Quer dizer que vocês tão respondendo o exercício e não estão fazendo investigação. Não é dizer esse ou esse não. Ler e faz como eu ensinei, faça a investigação.
P - Outra pessoa. Você fez A(20)? Qual que deu mais?
A(20) - O xadrez.
P - Deu quanto? Quem foi que contou?
A(16) - 38 na Zebra.
P – Só 38?
A(16) - 38 pretos na Zebra.
P - Não, mas eu quero a área. Tem quantos quadradinhos?
A(03) - 74.
P - E no outro?
(pausa)
P - Vamos lá, vamos contar. Cada um, todo mundo volta lá na página. E conta quantos quadradinhos têm.
A(01) - 116 no Zebra e 70 e não sei quanto...
A(02) - 144 no zebra e 150 no xadrez.
A(01) - É não menino!
P - Você contou? Quem foi mais que contou?
(pausa)
P - Deu quanto? Quanto aqui? (aponta para o pátio xadrez no livro de um aluno). 100, é?
P - E nesse aqui? (aponta para o pátio da zebra no livro do aluno)
A(03) - 144 a zebra....e o xadrez 150.

P - Isso. Então, 150 do xadrez e 144 de zebra. Qual o maior dos dois?150...Aí você deu a resposta com garantia. Aí você fez a investigação. Mas se você ficar nessa, aí professor é isso, é isso, sem fazer a investigação... Vamos ver , né?
P - Então a resposta. Qual é o maior dos dois?
A_s- Xadrez.
P - Muito bem.
P - Letra b, qual é a área do pátio da zebra e do pátio do xadrez? Qual o pátio mais espaçoso?
A_s- Xadrez.
P - E qual é a área aqui, se é o xadrez? Como é que eu cálculo a área? Multiplico o comprimento pela largura. Você conta os quadradinhos do comprimento pela largura e multiplica.
A(18) - O pátio xadrez tem dois quadradinhos a mais que o da zebra.
P - Multiplica e faça as contas. Veja quem tem mais área.
(pausa)
P - Vocês não tão mais naquela fase de responder por responder. Não responda por responder não. Tem que fazer a investigação. E olhe que eu dei tempo suficiente ontem pra todo mundo fazer. Foi ou não foi? Dei tempo pra todo mundo fazer, tirar as dúvidas, perguntar.
P - Vamos lá, A(09). Dá quanto à área de cada um dos dois?
A(09) - Hãn?
P - A área.
A(09) - Tô ouvindo não.
P - Você tem que calcular a área
A(09) - Tô calculando.
P - Isso que eu venho batendo em vocês há muito tempo. A resposta não é o que o professor quer, nem o que a, b e c quer não. A resposta é o que o enunciado tá pedindo a você. Olha o enunciado, nessa letra B ele faz três perguntas a você. Qual a primeira pergunta? Qual a área do pátio da zebra. Quem foi que calculou? A primeira pergunta, a primeira interrogação aí. Qual a área do pátio da zebra? Ninguém calculou pelo que tô vendo. A segunda pergunta, e o pátio xadrez? Também ninguém respondeu. A terceira pergunta, qual o pátio mais espaçoso? Três perguntas em um anunciado só. Então cabe a vocês aí.

P - Alguém se candidata a dizer? A(24), você fez? Diga aí
(pausa)
A(05) - Quatro e meio a do xadrez e ...
P - Você vai contar os quadradinhos. Quantos quadradinhos têm na largura?
A(05) - Dez.
P - Comprimento?
A(05) - Quinze.
P - A área desse pátio é 150. E a área do outro?
A(01) - Oito por dezessete.
A(02) - Oito por dezoito. Como pode ser por dezessete se da 144.
P – E aí?

O A(01) começa a contar

A(01) - É dezoito.
P - Oito vezes oito?
A(02) - 144
P - Oito vezes oito?
A(02) - Oito vezes oito? 64
P - Termina com 4, né, então... Os demais estão entendendo? Ou estão todos voando?
(pausa)
P – A(20) você fez os cálculos? A(10) você fez os cálculos?
P - Letra D, você lembra de alguma situação do dia em que é preciso saber a área de uma superfície?
A(11) - Na escola.
P - Escola precisa saber que área? Você calculou o que na escola?
A(13) - Do campo. Aquele trabalho.
P - Campo de que?
A(13) - Futebol.
P - Outra pessoa. Mas ele tá falando em casa, né aqui na escola não.
(pausa)
P - Você respondeu A(19)? A(21), você respondeu?
(pausa)

P - Quer dizer que na casa de vocês, no dia-a-dia vocês nunca se preocuparam em medir área?
A(19) - Meu avô.
P - Seu avô o que?
A(19) - Porque tá reformando e tudo precisa medir.
P - Só você? Quem mais? Ninguém calcula mais nada?
P - Letra E, No texto foi afirmado que nem sempre a lajota pode ser usada como unidade de medida de área. Explique o porquê dessa afirmação. Olha, ele tá dizendo que nem sempre a lajota pode ser utilizada como unidade de medida. Por quê?
A(15) - Porque depende da unidade.
P - Centímetros o que? Esquecendo essa c. É centímetros o que? Qual foi a unidade padrão de medidas que eu ensinei a vocês? Se você voltar pro quadrado você vai usar o que? Centímetro, metro...
A(15) - Largura, Comprimento.
P – Aí é o problema. Tô falando unidade de medida. Unidade de medida é aquilo específico pra medir. Comprimento e largura é espaço e forma. Qual foi a unidade que nós vimos ontem?
A(15) - Metro quadrado.
P - Uma unidade de medida muito usada é o metro quadrado. Você sabe por que isso?
A(11) - O que o senhor falou?
P - Eu parei na letra E. A unidade de medida utilizada é o metro quadrado. Porque metro quadrado?

O Aluno pega um caderno qualquer para responder ao professor

P - Esse caderno é seu ou do seu colega? Você vai responder do seu ou do dele? Eu quero o seu.
(pausa)
P - E aí A(11), porque?
A(11) - Porque facilita a medida.
P – A(23)?
(pausa)

P – A(27), porque?
(pausa)
P - Tudo que a gente explicou ontem. Quase ninguém gravou nada. A gente vai fazer um trabalho agora no papel quadriculado. Pare e presta atenção pra depois não tá perguntando repetidamente. Eu vou colocar algumas figuras, vou dar o papel quadriculado pra cada um. Vocês vão tirar do quadro, vão fazer no papel e vão calcular a área. Com a medida de referência, a que tá no papel quadriculado. Ai tudo isso que eu acabei de perguntar a vocês, vocês vão fazer e eu vou querer saber depois desse exercício qual a dúvida que vocês vão ter. Pra gente conversar novamente e tirar as dúvidas.
(pausa)
P - Tá certo, A(10)? Você entendeu? Entendeu mesmo? O que foi que eu expliquei? O que é que você vai fazer?
P – A(20), você entendeu?
A(20) - Sim.
P - Você entendeu, A(16)?
A(16) - Não
P - Bom, eu vou colocar aqui no quadro. Eu vou entregar o seu papel quadriculado e depois eu explico. Bote o nome no verso.

O professor distribui as folhas de papel quadriculado

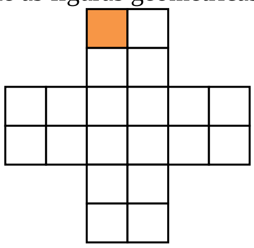
P - Não é necessário vocês copiarem o enunciado não. Vocês só vão copiar as figuras, tá certo? Vou colocar o enunciado.

RP: (Registro do professor)

Exercício

1) Suponha que cada quadradinho da malha quadriculada tenha área igual a 1cm². Desenhe as figuras geométricas, após calcule a área delimitada.

a)



A(01) - É pra copiar isso na folha, é professor?
P - Olha, o enunciado não é necessário você copiar. Eu vou somente explicar a vocês, certo? Agora, quando eu começar a fazer as figuras, vocês vão começar a partir das figuras.
(pausa)
P- Bom, vamos lá. Essa é a primeira figura (apontando para uma figura da letra a). Desenha essa figura aí. Você vai desenhar ela e medir a área da figura. Mãos as obras!
(pausa)
P- Olha, vamos lá! Presta atenção aqui. Vamos ler o enunciado. Não sou eu que tô pedindo, é o que o enunciado tá pedindo. Suponha que cada quadradinho da malha quadriculada tenha área igual 1cm². Então cada espaço desse aqui (apontando para um dos quadradinhos da figura) é igual a quanto?
A(03) - 1 cm².
P- Isso! 1 cm².
(pausa)
P- As meninas aí? Alguma dúvida?
A(01) - Sim.
P- Então pare e preste atenção viu.
P - Suponha que cada quadradinho da malha quadriculada tenha área igual a 1 cm². Cada espaço desse aqui (apontando para um quadradinho da figura) é 1 cm². Alguma duvida?
A(01) - Não.
P- A(08), alguma dúvida? Entendeu? Parabéns, vamos lá.
(pausa)

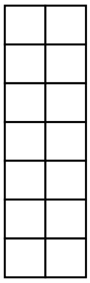
P- Desenhe as figuras geométricas (lendo passo a passo do enunciado colocado no quadro). Vocês já desenharam, ok? Segunda parte, desenharam. Ele tá pedindo o que agora?
A(02) - Calcule a área definida.
P - Calcule a área o que (apontando para a palavra "delimitada" escrita no quadro)?
A_s - Delimitada.
P - Isso. Olha, essa figura aqui não é uma figura poligonal, é uma figura irregular. Agora presta atenção, como que eu vou calcular essa área aqui? Que métodos vocês vão utilizar para calcular essa área?
A(02) - Centímetros.
P - Vocês podem fazer o que? Eu quero essa área aqui? Tão lembrados da aula de ontem, que eu pedi para vocês contarem os quadradinhos da sala?
A(01) - Já sei, eu faço o de cima, o de baixo e multiplico.
A(02) - Quatro vezes cinco.
P - Você pode fazer. Tem uma forma mais simples. Ou não?
A(28) - Tem, contar quantos quadradinho tem em cada.
P - Entenderam o que A(28) falou ou não?
(pausa)
P - Entendeu, A(12)? O que A(28) falou?
A(12) - Conta cada quadradinho.
P - Você entendeu A(24), o que A(28) falou?
(pausa)
P - Gente, aproveita o momento e tira suas dúvidas. É por isso que o exercício vai e volta. O que foi que A(28) falou? Se você não quiser fazer por cálculo, você sai contando os quadradinhos, um dois três quatro. Você sai contando que vai da exatamente a quantidade de área. Porque eu não faço aquele cálculo? Porque essa figura

aqui é uma figura um pouco irregular. Ela não é uma figura poligonal, não é um retângulo. Então, conte e ponha o resultado de lápis. Eu vou fazer outra figura
A(12) - Pode fazer o cálculo?
P - Pode.

RP: (Registro do professor)

b)

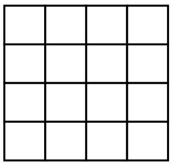
a)



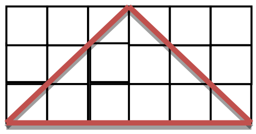
P - A figura B está no quadro

RP: (Registro do professor)

c)



d)



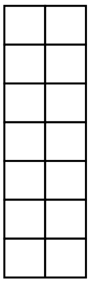
P - Olha, observa essa letra D aqui. Presta atenção aqui. A letra D, eu fiz um triângulo dentro da malha quadriculada. Aí eu quero que você me dê a área desse triângulo aqui (aponta para o triângulo), certo? Ok? Vão pensando como é que vocês vão calcular. Criem um critério para calcular.

O professor dá um tempo para os alunos responderem o exercício e, em seguida, executa a correção.

P - Eu pedi pra vocês calcularem a área disso aqui (aponta para figura b). Essa aqui é uma figura o que?
A_s - Poligonal.
P - Mas que poligonal é essa?
A_s - Retângulo.
P - Olha, quem marcou a área disso aqui (letra b)? Deu quanto?
A_s - 14.
P - Ou você faz um, dois, três, quatro... quatorze (contando os quadradinhos) ou você pode pegar a formula área do retângulo igual ao comprimento vezes a largura

RP: (Registro do professor)

b)



14 cm^2

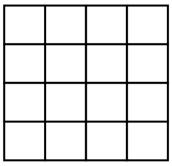
Área do quadrado = Comp. x Larg.

A = 2 x 7 = 14cm^2

P - O comprimento tem quanto?
A_s - Dois.
P - E a largura?
A_s - Sete.
P- Duas vezes sete?
A_s - Quatorze.
P- Deu certo? Quem tiver dificuldade na operação de multiplicação, conta.
P- Agora quando você pegar uma figura tradicional que não tem medida nenhuma, você vai ter que apelar para multiplicação. Tem que estudar tabuada, feito eu disse pra vocês, tem que estudar tabuada.
P- Essa daqui (aponta para figura c), qual a área dela?
A_s - Dezesseis.
P - A área. Você tem que aprender a ouvir o que ele tá perguntando. Qual é a área? A área mede quanto?
A_s - 16 cm^2.
P- Contamos 1, 2... 16 cm^2 ou você pode aplicar a fórmula. Ok?

RP: (Registro do professor)

c)



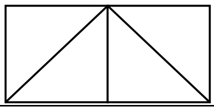
16cm2

A = comp.x larg
A = 4x4 = 16 cm^2

P- Você pode aplicar aqui (apontando para a figura C), a área do quadrado vai ser igual ao comprimento vezes a largura.
P - Aqui (aponta para o comprimento da figura c) deu quanto?
A(04) - Quatro.
P- Aqui (aponta para a largura da figura c) também deu.....?
A(04) - Quatro.
P- Quatro vezes quatro que é igual a........?
A_s - Dezesseis.
P - Outra pergunta, existe alguma diferença entre essa figura (aponta para a figura da letra b) e essa aqui (aponta para a figura da letra c)?
A(03) - Existe, dois quadradinhos.
P- Dois quadradinhos. A mais ou a menos?
A(03) - A mais.
P - Mas a figura em si, a forma dela, eu classificaria como? Essa aqui seria o que (aponta para a figura c)?
A_s - Quadrado.
P- E essa aqui (aponta para a figura b)?
A_s - Retângulo.
P- Agora essa aqui (aponta para figura d), deu quanto a área disso aqui?(aponta para o triângulo)

A(01) - Dezoito.
A(02) - Nove.
P- O seu deu quanto?
A(01) - Dezoito.
P- O seu deu?
A(02) - Nove.
P - A(03), o seu deu quanto aqui? A figura aqui do triângulo deu quanto?
A(03) - Onze.
A(10) - Nove.
P – Por que deu nove, A(10)?
A(10) - Não sei.
P - E como é que você sabe que deu nove?
A(10) - Contando. É que é muito complicado de dizer.
P - Essa figura aqui (aponta para a figura letra d) é uma figura o que? Qual a forma dela?
A$_s$ - Triângulo.
P - Observaram que aqui em cima tem um quadrado. Vou ampliar ele. Vou ampliar

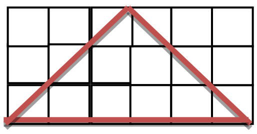
RP: (Registro do professor)



P - Aqui ela fez o que?
A$_s$ - Metade.
P - Pegou a metade. Aqui eu peguei a metade, e aqui peguei a outra metade. Juntando uma metade com a outra metade vai dar o que?

RP: (Registro do professor)

d)



1
1
1
6

9 cm^2

A(04) - Um.

P - Vai dar um inteiro.
P- Um inteiro. Aqui deu o que?
A(04) - Um inteiro e meio.
P - Aqui de uma metade, mas aqui também deu outra metade. Uma com uma dá?
A(03) - Dois.
P - Meia metade com meia metade vai dar um. Aqui também deu outra e aqui deu outra. Conte as metades. Deu quanto?
A$_s$ - Três.
P - Agora conte a área agora.
A(10) - Nove.
A(10) - Eu acertei!
P - Vamos lá. Metade com a metade vai dar um, né? Metade com metade vai dar um, metade com metade vai dar um.
A(10) - Três.
P - Agora os quadradinhos que estão cheios, um, dois, três, quatro, cinco, seis. Três com seis, nove.
A(01) - E quem acertou professor?

P - Quem marcou 9 está correto. Quem marcou 18 não se ligou na figura geométrica. Por isso que eu falei pra marcar a área.
A(01) - O senhor disse que era só pra marcar o triângulo.
P- Sabe qual é o problema de vocês? Olha o enunciado aqui, calcule a área delimitada. A área delimitada, a área que esta limitada pela figura geométrica. Olha presta atenção, tô combatendo isso com vocês direto. Se você seguir o que o enunciado tá pedindo a você, você não vai errar. Se você esta em dúvida com sua consciência, leia o enunciado. Porque nem sempre o professor tá por perto. Tem que entender o que o enunciado está pedindo a você, certo? Quem tem mais alguma dúvida?
P- Olha, vou passar exercício. Quem tem dúvida? As meninas aqui tem alguma dúvida, vocês quatro? Entenderam tudinho? Entendeu, A(24)? O que você entendeu disso aqui?
(pausa)
P - Olha, abram o livro na página 220. Vocês vão fazer, anotem aí. Anotem aí pra vocês fazerem.

RP: (Registro do professor)
Pág: 220 e 221 Nº 1 ao 5

P - Olhem, as figuras. Caso vocês queiram fazer as figuras, vocês fiquem a vontade. Mas, vocês podem simplesmente contar e responder. Agora façam a investigação. Leia o exercício com calma, veja o que o exercício tá pedindo, analise a figura, contem. Vão lá façam a investigação. O quadradinho lá, vocês vão lá e contam. Se não quiserem contar, apliquem a fórmula. Mas façam a investigação do exercício, aí você vai aprender. Mas se você ficar nessa de copiar e bater papo, meu amigo, não vai dá não. Se tiver dúvida na resolução, me chame que eu vou lá. Alguma pergunta?
(pausa)
P – Vou recolher as malhas quadriculadas. Coloquem o nome de vocês. Outra coisa, aprendam a escrever o nome de vocês com letra maiúscula pelo amor de Deus. Escrevam com uma letra que dê pra eu entender. Tem gente que bota o nome todo pegado.

Os alunos começaram a realizar o exercício individualmente e a consultar o professor, que vai passando de banca em banca, corrigindo e tirando as dúvidas. Nem todas as tarefas foram realizadas quando a campainha toca!

5ª e 6ª aula
Data: 30/05/2014 Sexta-feira
Horário: 9h10min às 10h50min

DIÁLOGOS

RP: (Registro do professor no quadro)
ÁREAS DE RETÂNGULO.

P - Bom dia, Pessoal! Abram o livro na página 224.
A$_s$ - Não, 223.
P - Eu vou começar a aula e depois...

O professor muda um aluno de lugar

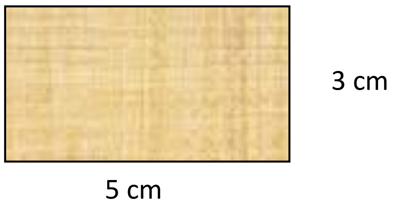
A(10) - É que página?
P - 224. Eu vou explicar.
A(10) - Qual a página professor?
P - 224.
(pausa)
P - 223.

A sala está bastante agitada e os alunos conversam muito. O professor pede silêncio para iniciar a aula.

P - Bom dia, pessoal!
A$_s$ - Bom dia!
P - Olha, na aula passada a gente viu o cálculo de área através do que? O que foi que a gente utilizou na aula passada pra calcular a área do retângulo?
A(01) - Régua.... Centímetro.
P - O que mais?
A(01) - Largura.
P - Largura, o que mais?
A(03) - Comprimento
P - Mas o que foi que eu dei especificamente a vocês para calcular a área?
A(04) - Medida.
P - Qual foi a medida que nós vimos? Eu dei um negócio a vocês especificamente para facilitar os cálculos.
A(02) - Aquele papel
P - Sim. Que papel é aquele?
A(02) - Um papel cheio de quadradinhos
P - Cheio de quadradinhos. Papel quadriculado. Ele facilita nos cálculos?
A$_s$ - Facilita
P - Quem tem dificuldade na multiplicação, sai fazendo o que?
A$_s$ - Quadrado! Bolinha
P – Bolinha? Mas sai fazendo o que pra chegar ao resultado final?
A(04) - Calculando
P - Calculando de que forma?
P - Qual a forma que vocês utilizavam pra encontrar? Quem lembra? Esqueceram tudinho?
A(01) - Metro quadrado.
A(02) - Contando?
P - Contando! Muito bem.

P - Vocês saíram contando, num foi? Então, se tinha nove, vocês saíram contando nove. Quem tinha habilidade fazia o que? Três vezes três, dava nove. Hoje nós vamos trabalhar com o outro método. A gente vai trabalhar com a multiplicação. E é aquilo que venho dizendo a vocês. Quem tiver dificuldade, eu já passei um remediozinho. Qual o remediozinho que eu pedi pra vocês tomarem?
A(10) - Paciência.
P - O que mais? O outro pra vocês praticarem, qual foi o outro?
A(15) - Áreas.
P - Num tem um remediozinho que passei pra vocês fazerem em casa? Num foi tabuada, num foi? Fazer tabuada em casa pra ver se melhorava, num foi isso que a gente viu? Estudaram?
(pausa)
P - Sim, não, ninguém?
(pausa)
P - Então a gente vai ver hoje o cálculo através daquela fórmula, ok? Eu vou fazer aqui um retângulo aqui (se encaminhando ao quadro) e aquele que já tiver estabilidade já pode e vendo e me ajudando. Tá certo?

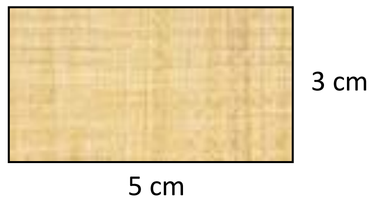
RP: (Registro do professor no quadro)



P - Olha, eu gostaria que vocês... Quais de vocês lembram ainda da fórmula, olha a palavra (se referindo à “fórmula”), da fórmula pra calcular a área do retângulo?
A(12) - Calcular a área do que?
P - Do retângulo. Quem é que lembra?
A(03) - Contando as metades
P - Hã?
A(03) - As metades
P - As metades? Mas quem é que lembra a fórmula? Diretamente?
(pausa)
P - A(10)?
A(10) - Metro quadrado
P - Eu quero a fórmula.
A(10) - Multiplicando.
P - Multiplicando o que?
A(10) - Metro quadrado.
P - Eu quero a fórmula.
A(22) - Do quadrado?
P - Eu quero a fórmula.
A(19) - Retângulo
P - Retângulo é uma figura geométrica, eu quero a fórmula da área para calcular.
(pausa)
P – A(10), e aí? A resposta?
P - A(19)?
(pausa)
P - Deu uma amnésia em vocês, foi?
A(16) - Metro por comprimento?
P - Isso. Metro por comprimento! Metro por comprimento não, largura por comprimento.
(pausa)
P - Você pode utilizar a largura. Olha, a área do retângulo, você pode utilizar essa fórmula aqui: o Comprimento multiplicado pela largura, ok? Num foi isso que ele utilizou, num foi isso? Aí como é que fica aqui, eu quero essa área. Essa parte que tá dentro aqui, delimitada. Eu quero essa área todinha aqui. Como é que eu faço? Quanto mede o comprimento?
A(05) - Três metros
P - Comprimento. O que é que você entende por comprimento?

(pausa)
P - Comprimento (apontando para o comprimento na figura) e a Largura (apontando para a largura na figura).
(pausa)
P - Comprimento mede quanto?
A$_s$ - Cinco
P - Isso. A área do retângulo é igual a cinco vezes três.
P - A área do retângulo será igual a quanto? Quanto é cinco vezes três, gente?
A(04) – Quinze

RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 5 x 3
A = 15 cm^2

P - Quem foi que disse quinze?
A(04) - Eu
P - Quinze, o que? Centímetro, o que?
A(04) - Quadrado
P - Muito bem. Alguma dúvida?
P - Então vamos fazer outro. Eu vou chamar uma pessoa, pra vim aqui ao quadro.

RP: (Registro do professor no quadro)

A = comprimento x largura

P - Eu quero essa área aqui, olha! (pintando a parte interna do retângulo).
(pausa)
P - Vamos lá. Pra eu calcular a área do retângulo eu utilizo que fórmula? Qual a fórmula que eu utilizo?
A$_s$ - Comprimento pela largura.
P - Comprimento vezes a....?
A$_s$ - Largura.
P - Eu uso que fórmula? (após não obter resposta). Essa daqui (apontando para a fórmula que esta no quadro). Leia aqui, por favor. A área do retângulo é igual ao que....?
A$_s$ - Comprimento.
P - Vezes a .....?
A$_s$ - Largura.
P - Qual a fórmula que se utiliza?
A(05) - A área e a largura.
P - A área e a largura?
A(05) - Eu não sei não.
A(19) - Comprimento vezes a largura
P - Tudo bem que você não sabe. Mas vamos ver?
A(19) - Comprimento vezes a largura.

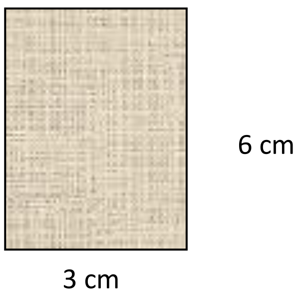
P - A área do retângulo se utiliza o comprimento vezes a largura. Fale, tenha medo não. A mente da gente vai captando. A área do retângulo, como é? Diga!
A(05) - Sei não.
A(10) - Fala
A(05) - Eu não sei não
A(20) - Comprimento
P - Comprimento vezes a?
A(05) - Largura.
P - Então não diga que não sabe.
P - Vamos lá, A(10). Diz ai A(10). A área do retângulo é igual ao que, A(10)?
A(10) - Ao comprimento vezes a largura.

RP: (Registro do professor no quadro)

A = comp. x larg.
A= 4 x 2
A = 8 cm^2

P - Isso. O comprimento vezes a largura. A(10) se tu fosse calcular isso aqui, como é que tu calculava? Quem é o comprimento ai?
A(10) - Cinco vezes três.
P - Essa aqui (referindo-se ao primeiro retângulo) já foi. Eu quero aquele lá (referindo-se ao segundo retângulo).
A(10) - Cinco vezes quatro?
P - Comprimento (apontando para o comprimento da figura) e a largura (apontando para a largura da figura). (pausa)
P - O comprimento mede quanto?
A$_s$ - Quatro.
P - E a largura?
A$_s$ - Dois
P - Como é que você faz?
A$_s$ - Quatro vezes dois.
P - A área desse retângulo?
A(02) - 8 cm².
P - Dá quanto?
A(02) - 8 cm².
P - Vamos ver outro. Outra questão aí.

RP: (Registro do professor no quadro)



P - Vamos ver, A(05). A(05), se você for calcular a área do retângulo, qual a fórmula que você usaria? Sabe não? Você não usaria nadinha aqui?
(pausa)
P – A(24), você usaria que fórmula?
(pausa)
P - Hãn?
A(24) - Quadrado.
P - A fórmula.
A(03) - Quadrado não é fórmula não.
A(24) - Retângulo?
A(03) - Retângulo é uma figura geométrica.
P - Calma, calma.
P - A(25), qual a fórmula geométrica que você usaria?
P – A(29), qual a fórmula que você utilizaria?
A(29) - Comprimento
P - A fórmula pra calcular a área do retângulo. Qual a fórmula que você usaria? Vocês tão participando da aula não?
A(01) - Tudo é preguiçosa.
P - Ninguém de vocês sabem o que se tá passando aqui? (referindo-se a um grupo de alunos)
(pausa)
P - Bom, vamos lá. A(17), se você for calcular a área do retângulo. Qual a fórmula que você usaria?
A(17) - Comprimento vezes a largura
P - Muito bem.
P – A(13), qual a formula que você utilizava?
A(13) - Comprimento vezes a largura
P - Vocês aí estão vão prestando atenção. Porque a avaliação de quinta-feira não é só pra eles não, é pra vocês também. E vocês não ficaram ausentes da aula não, vocês estão presentes na aula. Prestem atenção! (referindo-se a um grupo de alunos).
P – A(28), vamos lá?
(pausa)
P – A(14), se a gente for calcular essa área aqui, qual a fórmula que utiliza?
(pausa)
P – A(04), sabe qual a fórmula? Pra calcular a área?
(pausa)
P - Olha gente, finalizando a última vez. Pra você calcular a área você vai utilizar essa fórmula aqui, comprimento vezes a largura. Ok? Quem é que me ajuda a calcular essa última fórmula aqui?
A(10) - Eu
P - A(10)
P - E ai A(10), como é que eu faço? A área do retângulo vai ser o que?

RP: (Registro do professor no quadro)

6 cm

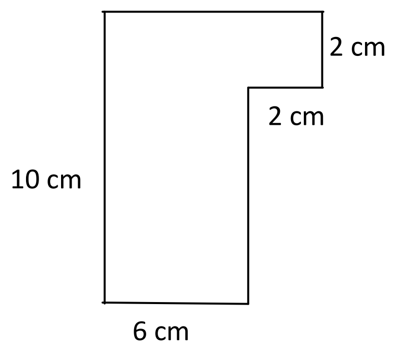
3 cm

A = comp. x larg.
A= 3 x 6
A = 18 cm^2

A(10) - Comprimento vezes a largura.
P - Isso, comprimento vezes a largura.
P - A(10), quem é o comprimento aqui?
(pausa)
P – A(28), senta por favor.

A(10) - Três é o comprimento.
P - E a largura?
A(10) - Seis.
P – A(10), quanto é três vezes seis?
A(15) - Dezoito.
A(18) - A(10). Seu nome é A(10)?
A(10) - Dezoito.
P - Dezoito o que?
A(10) - 18 cm^2.
P - Olha a unidade aqui. Centímetro o que?
A_s - Quadrado
P - Vamos fazer isso agora. Vou fazer não um retângulo, vou fazer uma figura geométrica pra vocês pensarem. Pensem. Não tem pressa na resposta, mas pense. Pensem e vão até o fim ai.

RP: (Registro do professor no quadro)



P - Bom, olha. Análise, olhe sério essa figura aí. Bora A(28), presta atenção. Eu gostaria que vocês analisassem ela. Criassem estratégia pra você responder ela. Eu gostaria que você calculasse essa área aqui (pintando o interior da figura).
A(10) - Polígono?
P - Isso. Ô A(10), eu não tô perguntando o nome da figura não. Eu tô perguntando a você pra você calcular a área. A área. Esse espaçozinho todo aqui dentro (aponta para o interior da figura).
A(01) - Esse dois daqui (referindo-se ao 2 cm da figura (grifado de vermelho)) é aqui ou aqui?
P - Esse dois é aqui. Esse dez é aqui, e o seis é aqui. (mostrando qual a medida de cada lado)
P- Eu gostaria que você analisasse e tentasse calcular a área dessa figura aqui. Qual seria a estratégia que você iria utilizar pra resolver essa área aqui, esse espaço aqui. Vamos lá, pensem ai.
(pausa)
P - Bora A(19), pensando? Bora A(24), diga
A(19) - Tô pensando.
A(24) - Calma.
P - Tô calmo
P - Eu sei que você já tá bem adiantada, mas vamos ter paciência.
(pausa)
P - E aí?
A(18) - Calculando.
P - Sempre calculando. Agora quero ver a estratégia que você vai usar pra calcular isso ai. Então me explique.
P – A(06)?

A(06) - Tô calculando.
P - Tá calculando já?
A(06) - Tô pensando
P - Parabéns!
P – A(10)?
A(10) - Tô calculando.
P – A(02). Tá pensando? Pense aí, que vou perguntar a cada um. A(30), pense aí. **P**- A(24), já fez aí?
(pausa)

P – A(21)?
(pausa)
P - Gente, você tem que criar estratégia. Olha, você vai observar um detalhe aqui. Quem é que já tá pensando? Quem já tem em mente como vai calcular? A(28) já tem em mente? A(10) você tem?
(pausa)
P - Você tem A(10)?
A(10) - Eu calcularia primeiro. Primeiro eu calcularia o comprimento.
P - Mas qual o comprimento que você utilizaria?
A(10) - Dez.
P - Comprimento não, largura. E o comprimento?
A(10) - Oito em cima e seis em baixo.
P - Oito em cima? Você tá vendo oito aonde?
A(10) - Seis aí em baixo e oito aí em cima
P - Porque oito aqui em cima?

O aluno levanta. Vai até o quadro e aponta para a figura

A(10) - Aqui tem oito centímetros, aqui é seis. Daqui ate aqui a metade, tem que ser mais dois.
P - Quem mais pensou assim feito ele?
(pausa)
P - Você aí pensou como?
A(01) - Contando.
P - Só contando? Teve dificuldade em multiplicar? Se você tiver dúvida em multiplicar, você pega a tabuada. Tem a tabuada não?
P – A(23)?
A(10) – A(23) sabe.
A(23) - Eu iria somar dez vezes seis e depois ia somar dois vezes seis.
P - Ia somar? Ia somar dez com?
A(23) - Seis
P- Porque você ia somar?
A(23) - Por causa da largura.
P- O comprimento aqui é uma coisa, a largura é outra.
A(10) - A mais inteligente errou.
P – A(21), você faria como? Diga A(21).
(pausa)
P – A(02), como você ia fazer?
A(02) - Sei não.
P - Sabe não? A(16), como você calcularia aqui?
A(16) - Igual ao de A(23).
P - O que A(23) disse?
A(16) - Que o comprimento ia juntar com a largura?
P- Juntar? E juntar e somar não é a mesma coisa não? Mas aqui não é somar, é pra multiplicar.
P- Quem mais?
(pausa)
P – A(19), você fez? Como você faria aqui?
A(19) - Eu faria dois vezes dois, que é quatro. Depois seis vezes dez que daria sessenta. Ai juntaria.
P - Muito bem. Parabéns!
P - Quem pegou o raciocínio de A(19)?
(pausa)
P – A(30), como você calcularia? Vamos lá?
(pausa)
P – A(13), como você calcularia?
A(13) - Dez vezes seis.
P - Daria quanto?
A(10) - Ele tá pegando minha explicação.
P - Mas deixa ele pensar. Dá quanto dez vezes seis?
A(10) - Sessenta
P - E o outro como faria?
A(10) - Dois por sessenta.
P - Dois por sessenta? Pense direitinho

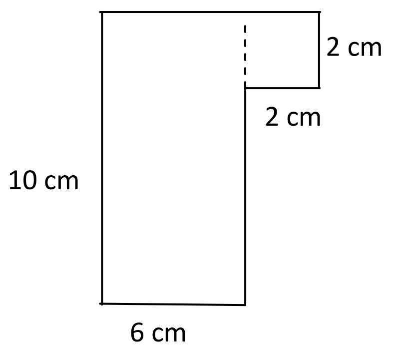
(pausa)

P - Parabéns pra A(19), A(10), A(28), vocês aí.

P – A(01) e A(02) precisam melhorar.

P - Vou resumir pelo de A(19)... A(19) fez isso aqui. Pegou aqui, separou.

RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 10 x 6
A =60 cm^2

A = comp. x larg.
A= 2 x 2
A = 4 cm^2

60 + 4 = 64 cm^2

P - Ela pegou essa parte aqui (apontando para o retângulo), a área disso aqui e multiplicou e fez dez vezes seis. Essa primeira área dez vezes seis, deu 60 cm² e essa outra área aqui (apontando para o quadrado), A(19) fez o seguinte: comprimento vezes largura. Dois vezes dois, essa área aqui deu 4 cm². Num foi isso, A(19)?

(pausa)

P – A(19) criou essa estratégia aqui. Ela só faltou mesmo somar. Se eu quero a área total, ela pegava 60 mais 4. Aí daria 64 cm². Só faltou somente isso.

P – Outros fizeram, só não conseguiram somar. O que foi que eles fizeram? Pegaram duas figuras, dividiram, tirou a primeira área depois fez a segunda área dessas duas figuras. Só faltou somar. Mas a área total dá 64 cm².

(pausa)

P - Isso é você ter estratégia, você ir pensando, analisando. Vai montando seu conhecimento aos pouquinhos. Aí você tá estudando. Né A(10)?

Entram na sala uns alunos, que estavam ensaiando uma dramatização para festa da Escola.

P - Ok? Vou passar outro pra gente finalizar o exercício. Passar dois aqui. Quem chegou presta atenção pra ver se pega o barco andando.

RP: (Registro do professor no quadro)

P - Olha, pra quem chegou agora e perdeu. A aula de hoje foi área de retângulo. Na Aula passada a gente trabalhou com os quadradinhos, na malha quadriculada. Contava os quadradinhos e calculava a área. Hoje eu tô trabalhando com a fórmula, que a fórmula é a área do retângulo igual ao que?

(pausa)

P - Quem lembra? Quem calcula a área? Como é a fórmula?

A_s - Comprimento e largura.

P - Comprimento vezes a largura. Presta atenção, quem chegou agora.

P - Cumprimento é essa parte aqui e a largura essa parte aqui (aponta para a figura desenhada no quadro).

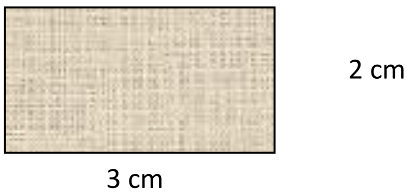
P - E a área? A parte delimitada, que está dentro da figura. Pra calcular essa área, como é? Ajudem os colegas.
A(01) - Dois vezes quatro.
P - Onde que tem dois aqui? Nove vezes quatro?
A(19) - Trinta e seis

RP: (Registro do professor no quadro)

A = comp. x larg.
A= 9 x 4
A =36 cm^2

P - Então essa área aqui, dá nove vezes quatro. A área será igual a nove vezes quatro. Trinta e seis, o que?
A_s - Centímetros quadrados.
P - Quem chegou agora, pergunte. Tire dúvidas, pergunte.

RP: (Registro do professor no quadro)



P- Pra quem chegou agora, quem é que consegue me dizer qual a fórmula pra eu calcular a área de um retângulo?
(pausa)
P – Ei! A(26), qual a formula que eu uso pra calcular a fórmula do retângulo?
A(26) - Largura e comprimento
A(02) - Retângulo
P - Eu quero a fórmula. Qual a fórmula que eu utilizo? Eu quero saber qual a fórmula que eu uso pra calcular a área?
A(15) - Comprimento e largura
P – A(02), qual é mesmo?
A(02) - Comprimento vezes largura.
P - A área é igual ao comprimento vezes a largura. Essa área aqui, A(10). Como eu ia calcular?
A(10) - Três vezes dois.
P - Só A(10).
A(10) - Três vezes dois.
P - Quanto é três vezes dois?
A(10) - Seis.
P - Seis centímetros quadrado.

RP: (Registro do professor no quadro)

2 cm

3 cm

A = comp. x larg.
A= 3 x 2
A = 6 cm^2

P – A(10), vamos supor que aqui (aponta para o comprimento da figura desenhada no quadro) seja dez centímetros e aqui fosse seis (aponta para a largura). A(10), se você calcular isso aqui, como faria?
A(10) - Dez vezes seis.

RP: (Registro do professor no quadro)

6 cm

10 cm

P - Dez vezes seis?
A(10) - Sessenta.
P - Sessenta, o que?
A(10) - Sessenta centímetros quadrado.

RP: (Registro do professor no quadro)

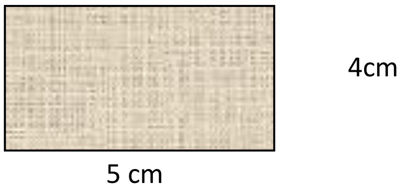
6 cm

10 cm

A = comp. x larg.
A= 10 x 6
A = 60 cm^2

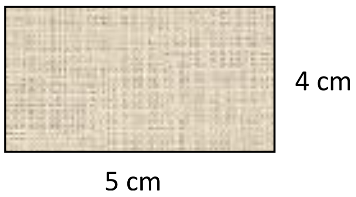
P – A(16), ô A(16)
A(16) - Senhor.
P - Se você fosse calcular essa figura aqui (o professor apaga as medidas da figura e coloca 5 cm para o comprimento e 4 cm para a largura), como você calcularia?

RP: (Registro do professor no quadro)



A(06) - Eu sei.
P – A(16), só A(16).
A(16) - Eu calculava cinco vezes quatro
P - Cinco é o que?
A(16) - Cinco é o comprimento.
P - Agora, quanto é cinco vezes quatro? Só A(16).
P - Cinco vezes quatro?
A(16) - Vinte.

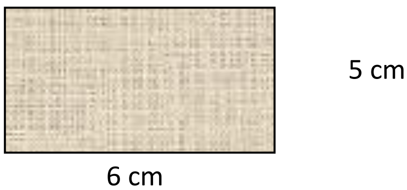
RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 5 x 4
A = 20 cm^2

P - Agora, outra pessoa.
P – A(06). Se você fosse calcular isso aqui (alterando o comprimento pra seis e a largura pra cinco), como você faria?

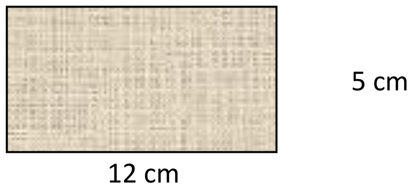
RP: (Registro do professor no quadro)



A(06) - Seis vezes cinco.... Seis vezes cinco.
P – A(06).
A(04) - Ele já falou
P - Como é que eu calculo?
A(06) - Seis vezes cinco.
P - Seis é o que?
A(06) - Comprimento
P - E cinco é o que?

A(06) - Largura.
P - E seis vezes cinco, dá quanto?
A(06) - Trinta.
P - Sopraram?
(pausa)
P - De novo, vamos lá. Se você fosse calcular isso aqui, como faria (alterando o comprimento pra doze e a largura pra cinco)?

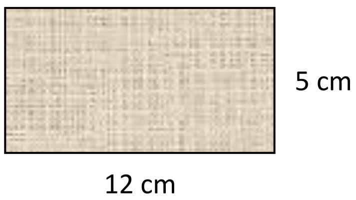
RP: (Registro do professor no quadro)



A(06) - Doze vezes cinco.
P - Quanto é doze vezes cinco, vamos lá?
A(06) - Sessenta

P - Sessenta, o que?
A(06) - Centímetro quadrado

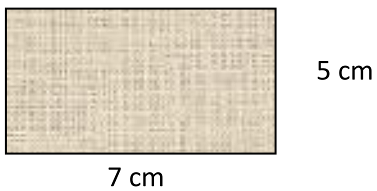
RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
A= 12 x 5
A = 60 cm^2

P - Outra pessoa agora.
A(10) – A(27), professor.
P – A(27) não, quero A(24).
P – A(24), se você fosse calcular essa área aqui (alterando as medidas do retângulo para sete de comprimento e cinco de largura), como é que você faria?

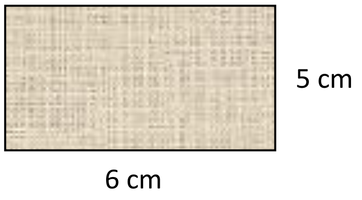
RP: (Registro do professor no quadro)



A(24) - Sete vezes cinco.
A(19) - Eu.
A(19) - Deixa eu falar professor.
P – A(01), se você fosse calcular aqui como você faria?

(pausa)
P- Vamos lá. Sabe? Dá quanto?
A(04): - Vinte?
A(06) - Vinte e oito.
A(28) - Trinta e cinco.
P - Vamos lá: sete vezes cinco, trinta e cinco.

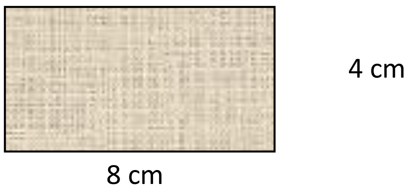
RP: (Registro do professor no quadro)



A = comp. x larg.
$A = 7 \times 5$
$A = 35\ cm^2$

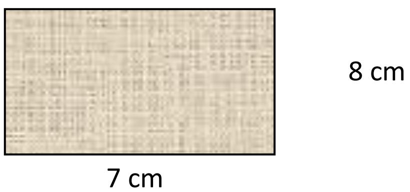
A(10) - Agora eu, professor.
P - Você já foi A(10). A(23), se você fosse calcular isso (alterando as medidas do retângulo para oito de comprimento e quatro de largura)?

RP: (Registro do professor no quadro)



A(23) - Oito de comprimento por quatro de largura.
P- Aí dá quanto oito vezes quatro?
A(23) - Trinta e dois?
P - Trinta e ?
A(23) - Dois
P- A(22) tu que chegasse agora. Entendesse? Entendesse? Como que calcularia isso aqui (alterando as medidas do retângulo para sete de comprimento e oito de largura)?

RP: (Registro do professor no quadro)



P - Sete vezes oito. Dá quanto isso aqui?
A(22) – Cinquenta e seis.
P – A(21)?
A(21) - Cinquenta e seis.
P - Olha, abram o livro na pagina 225, 226. Abram o livro todo mundo na página 225/226.
(pausa)

P- Olha presta atenção aí, vocês vão fazer exercício do número 11, 12, 13, 14 e 15. Tá certo? Bom, vejam só. Olha gente, vamos prestar atenção. Vamos?
A(01) - Cala boca.
P - Precisa disso não. (olhando para o aluno que gritou):
P - Presta atenção, o exercício do número onze pede pra você calcular a área e o perímetro. O perímetro deixa pra depois, calcule somente a área de duas figuras que tem aí. O doze já volta a malha quadriculada, aí você vai voltar a aula passada. O número 13, 14, 15 é baseado na aula de hoje, certo? Aí você vai vivenciar a aula passada no número 12. O número 13, 14, 15 você vai vivenciar a aula de hoje. Entenderam?
(pausa)
P - Entenderam?
A$_s$ - Sim
P - Entendeu mesmo?
A(05) - Eu não, professor.
P - Página 225/226. Número 12, malha quadriculada. Vocês vão rever a aula passada. 13, 14 e 15 vocês vão ver a aula de hoje.
P - Então faça hoje
A(03) - E a prova?
P - Olha, quinta-feira eu vou fazer um exercício avaliativo.
P - Olha, prestem atenção. Quinta-feira, vamos fazer um exercício avaliativo baseado nessas figuras quadriculadas e retângulos, pra vocês calcularem. Tá certo? Quinta-feira, o exercício avaliativo. Quem quiser levar o livro me procura depois que eu anoto o nome de vocês, quem quiser levar o livro. Porque tem que está cadastrado.
P - Façam o exercício

Os alunos começam a responder o exercício

O professor passa de banca em banca, ajudando os alunos nas dúvidas e verificando as respostas. A campainha da Escola toca.

7ª e 8ª aula

Data: 03/06/2014 Terça-feira

Horário: 9h10min às 10h50min

DIÁLOGOS

1546 **P** - Bom dia, gente!
1547 **A_s** - Bom dia!
1548 **P** - Na aula passada eu passei um exercício, num foi? Da página 225, do número onze ao número?
1549 **A_s** - Treze. Quatorze. Quinze. (agitação)
1550 **P**- Todos fizeram?
1551 **A_s** - Não
1552 **P** – Por que não? Por que você não fez?
1553 **A(10)** - Eu mesmo não queria fazer, eu queria brincar, brincar, brincar....
1554 **P** - Parabéns, muito bem.
1555 **P** - Você Fez? (apontou para o aluno A(26))
1556 **A(26)** - Eu fiz.
1557 **P** - Fez?
1558 **P** - Duvido, A(10) não sabe nem o que é;
1559 **A(15)** - Ele nem copiou.
1560 **P** - Você fez? (apontou para A(01))
1561 A(01) - Não sei.
1562 **P** - Não sabe nem dizer se fez.
1563 (pausa)
1564 **P** - Fez, A(17)?
1565 **A(17)** - Não
1566 **P** – A(23)?
1567 **A(23**) - Não.
1568 **P** - Porque, A(23)?
1569 **A(23)** - Eu só fiz só dois.
1570 **P** - Fizesse? Porque não?
1571 **A(23)** - Não sabia fazer.
1572 **P** - Fez, A(13) ?
1573 **A(10)** - Ele faltou.
1574 **P** – A(20), fizesse?
1575 **A(20)** - Não.
1576 **P** - Porque, A(20)?
1577 A(20) - Tava na casa da minha vó.
1578 **P** - Na casa da sua vó? Tem tempo lá não?
1579 (pausa)
1580 **P** - Fez o exercício?
1581 **A(29)** - Eu não vim não.
1582 **P** - Fizesse?(olhando para A(25))

1583 **A(25)** - Só faltou o quatorze e o quinze.
1584 **P** - Fez? (apontando para A(12))
1585 (pausa)
1586 **P** - Procurando, não achou ainda.
1587 (pausa)
1588 **P** – A(24), fez?
1589 A(24) - Metade.

P - Qual foi o que você fez, me diga qual que você fez. Qual a página?

A(24) - 226.

(pausa)

A(24) - Eu fiz professor, eu fiz só o onze.

P - Você não fez a metade, que página?

(pausa)

P- Fez tudinho? Qual que você fez?

A(24) - Só o onze.

P - Aí a gente volta aqui desde o começo do ano, que o exercício é uma investigação que você vai fazer, para tirar suas dúvidas, pra praticar. Agora eu, na aula passada, sexta-feira, disse: leve o livro, faça os exercícios, estude. Pelo exercício, eu já sei que vocês não estudaram.

P - Você estudou? Estudou o que? Me diga um assunto que você estudou. Você num estudou, num é uma biblioteca na cabeça?

A(11) - Só estudei um dia.

P - Sim, um dia. O que você estudou nesse um dia?

(pausa)

P - Eu vou corrigir o que? Se eu for corrigir, não vale a pena. Então, eu vou dar a vocês quinze minutos pra vocês fazerem pelo menos o décimo primeiro, décimo segundo e décimo terceiro. Quem fez, parabéns! Levanta a mão quem fez, quem fez? Um, dois, três... Num universo de 30 alunos...

(pausa)

P- Aí é a obrigação do estudante. Você tem que ter sua obrigação de estudante. Fazer o seu papel de estudante, chegar em casa abrir um livro, estudar, investigar, responder os exercícios.

(pausa)

P - Então, eu já liberei quinze minutos. Comece a fazer pra não perder tempo conversando. Vamos lá, fazer em 5 minutinhos. Eu vou corrigir do décimo primeiro ao décimo terceiro, porque o décimo quarto e o décimo quinto é a repetição do décimo terceiro.

(pausa)

P - Faça meu filho, você faça! Você fica conversando comigo, você não vai fazer nada.

A(30) - É pra responder, é professor?

P - É pra você fazer, meu amor. Fazer e responder.

P - Ô A(07) e A(27), eu dei quinze minutos para vocês baterem papo não. Vamos fazer, vamos?

P - Vocês esquecem o assunto. Parece que dá um vendaval na cabeça de vocês e some tudinho. Eu vou corrigir o número onze e vou copiar o número doze pra ver se do número doze vocês conseguem fazer, certo?

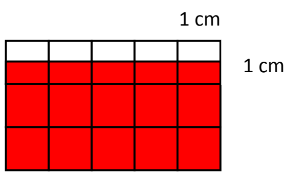
RP: (Registro do professor no quadro)

11) Calcule a área:

a) Um retângulo com lados 18 cm e 9 cm

b) Um quadrado com lados de 13 cm.

12)



a)

b)

C)

P - Olha, vamos lá. Olha, presta atenção. Vamos ver se tira alguma dúvida, pra vê se consegue rever alguma coisa que vocês conseguiram gravar da aula passada.

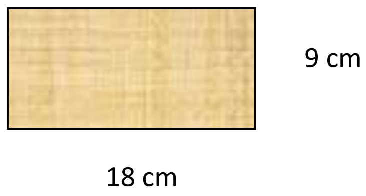
(pausa)

P - Vamos lá, prestar atenção. No número onze tem assim: calcule a área. Olha, calcule a área. Um retângulo com lado 18 cm e 9 cm. Olha, qual é a figura?

A_s - Retângulo.

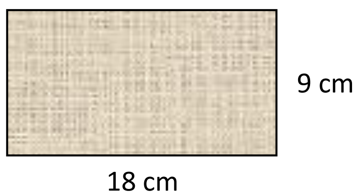
P - Qual a figura?
A$_s$ - Retângulo
P - A primeira ideia que eu tenho é essa. A primeira figura é um retângulo, se eu puder desenhar, melhor ainda. Então, faço um desenho.

RP: (Registro do professor no quadro)



P - 18 cm de comprimento por 9 cm de largura. Quem lembra da fórmula?
(pausa)
P- Guarde isso, presta atenção! (o aluno está com celular)
P- Qual a fórmula que eu utilizo aqui?
A$_s$ - Comprimento vezes a largura.
P - Como é?
A$_s$ - Comprimento vezes a largura.

RP: (Registro do professor no quadro)



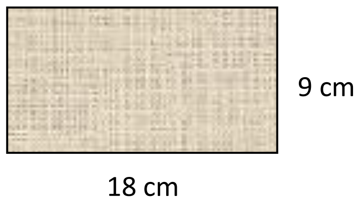
A = comp. x larg.
A= 18 x 9

P - Muito bem!
P - O interessante que eu passei, na maioria dos cadernos que eu observei nenhum de vocês teve a preocupação de se quer... (o professor é interrompido por um aluno)
P - Você não tomou remédio hoje não (olhando para o aluno que o interrompeu).
A(18) - Esqueci.
P - Esqueceu né?
A(09) - Sabe o que é isso? Vou dizer não.
P - Se não tiver o cuidado de ler a questão, ler o que a questão tá pedindo, fazer e aplicar a fórmula. Você passa dois dias em casa pra você colocar comprimento e largura, pra pegar aqui e colocar dezoito vezes nove.
(pausa)
P - Pronto, toda dificuldade do mundo é essa. Pegar o dezoito e multiplicar por nove. Tem muita gente que tá somando, calculando, inventando operação que nem sabe de onde vem. Então, a dificuldade todinha é essa. Agora sabe qual o problema de vocês? Ninguém tem costume de estudar, pegar o livro, chegar em casa sentar um pouquinho, estudar...
P - Ô A(25), eu sei que você sabe. Muito bem!

P - .....Sentar duas horas com o livro e o caderno e fazer o exercício.
P - Quem abriu o livro, de sexta-feira pra cá? Abriu o livro?
A$_s$ - Eu
P - Olha aí, se vocês forem levar a vida de estudante desse jeito, aprende não.
P - - Vamos lá!

P - Nove vezes oito? (apontando para a multiplicação):
A(19) - Setenta e dois.
P - Muito bem!
(pausa)
P- Nove vezes um?
A(19) - Nove.
P - 9 com 7
A(19) – 16
P - Então aqui vai ser 162 cm².

RP: (Registro do professor no quadro)



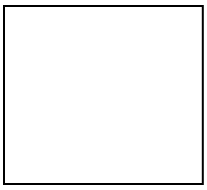
A = comp. x larg.
A= 18 x 9
A = 162 cm^2

(pausa)
P - Agora, quem foi que leu isso aqui? (apontando para a palavra "retângulo"). Um...?
A_s - Retângulo.
P - E esse aqui (apontando para a letra **b** do quesito 11) é o que? Um......?
A_s - Quadrado.
P- Existe algo diferente entre retângulo e quadrado?
A_s - Existe.
P - E porque quando eu passo quase ninguém sabe que existe? Eu pergunto a diferença, sei não professor! Minha gente, olha, se você for ler a frase olha, um retângulo com lados 18 cm. Olha, se a medida de lados são diferentes, é uma característica que é um retângulo. Esse lado é igual a esse, e esse a esse. Os lados são diferentes. Isso aí pra você de sexto ano, meninos aqui de doze treze anos não conseguir fazer a diferença aqui de leitura.
P - Olha a diferença, aqui tem a palavra (apontando para letra **a** do quesito 11) ......
A_s - Retângulo.
P - Passando pra letra b
A_s - Quadrado.
P – Com....?
A_s: - Lados iguais.
P - A palavra aqui (referindo-se a palavra "lados") está no.....?
A_s - Plural.
P – Os...?
A_s - Lados.
P - De quanto?
A_s - Treze centímetros.
P   Ele tá querendo dizer o que com isso? Lados de treze centímetros?
A(19) - Lados iguais.
P - Como A(19)?
A(19) - Lados iguais.
P - Os lados são todos iguais?
(pausa)
P - Aí eu não preciso perguntar. Se você não souber que *lados* está no plural no quadrado. Os lados de 13 cm, pelo amor de Deus!

Os alunos se animam com o comentário e fazem muito barulho.

P - Mas é isso que eu disse, você chega em casa, você pega um livro e vai ler , vai refletindo, vai lendo, eu digo a você olha......
P - Ei, eu sei que vocês se gostam, mas.....
(pausa) risos!
P - Vou calcular isso aqui. Então, quadrado. Um quadrado.

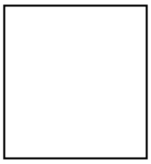
RP: (Registro do professor no quadro)



13 cm

P - Então, um quadrado. Olha isso aqui direitinho e faça uma reflexão.
A(03) - Tô olhando, calma.
P - Os lados medem quanto?
A_s - 13 cm.
P – A(10), você que está muito empolgado. Esse lado aqui mede quanto?
A(10) -10 cm.
A(28) - 13 cm
P - Outra pessoa.
A(15) - Posso falar?
P - Vamos, lá. A(10), se isso aqui é um quadrado e isso aqui (apontando para um dos lados do quadrado) mede 13 cm. Isso aqui (aponta para o outro lado do quadrado) mede quanto?
P - Calma! A(10). Diga!
A(10) - 13 cm, porque os lados do quadrado são iguais.
P - Entendeu?
P – A(06), isso aqui (referindo-se a figura do quadrado) é o que? Que figura é essa, A(06)?
A(06)- Quadrado.
A(28) - Tão dizendo, professor.
P - Diga não.
P – A(06)?
A(06) - Quadrado.
P - Se isso aqui (aponta para um dos lados da figura do quadrado) mede 13 cm, isso aqui (aponta para o outro lado do quadrado) mede quanto?
A(06) - 13 cm.
P - Parabéns! Vamos calcular?
P - Eu posso aplicar a mesma fórmula? Posso? Eu posso chegar aqui e dizer que a área é o comprimento pela a largura. Só que são iguais. Eu boto treze vezes treze. Treze vezes treze?
A(19) - 169.

RP: (Registro do professor no quadro)



13 cm

A = comp. x larg.
A= 13 x 13
A = 169 cm^2

P - 169!
(pausa)
P - Agora esse aqui foi o segundo método que a gente usou. O primeiro método que eu dei a vocês foi através da malha quadriculada. E eu passei ali e muita gente: “Professor, eu não tô entendo essa questão”. Olha, vamos ver a questão. A questão diz assim...
A(10) - Observe a figura....
P - Isso. Letra a) tá pedindo o que? Responda, letra a) tá pedindo o que?
A(01) - Observe a área do retângulo contando quantos centímetros quadrados cabem nele.
P - Quantos centímetros quadrados cabem nele? Vamos lá, quem se arrisca?
A(19) - 12, 5
P - Porque 12,5 ?
A(19) - Porque foi 5 de comprimento por 2,5 de largura.
P - Outra pessoa. A(26), você que á bem concentrada. Como é que você faz isso aqui?
(pausa)
P – A(20)? Como você calcula essa área aqui? Você fez aquele trabalho em sala de aula? Fez? Você lembra nadinha daquilo ali? Você pegou os quadradinhos, pintou, marcou. Apagou da sua mente? Apagou legal.
A(10) - Contando os quadradinhos.
P - Eu vou dar oportunidade a você, A(10).
A(10) - 12,5.
A(04) - É 11,5.
A(10) - 12...
P – A(10), você que disse 12,5. Fale pro seus colegas como foi que você encontrou 12,5. Diga lá.
A(10) - Esse, esse, ai dá dois e meio, quatro e meio, cinco e meio, seis meios... onze e meio (apontando para os quadradinhos da figura desenhada no quadro).
P - Onze e meio?
A(10) - Doze...
P – A(28), mostra aqui (chama para o quadro). Vai explicando.
A(28) - Meio, um e meio, dois, dois meio, três e meio, quatro e meio, cinco e meio, seis e meio, sete e meio, oito e meio, nove e meio, dez e meio, onze e meio e doze e meio. (apontando para cada quadradinho da figura).
P - Quem não entendeu? Pra começar, quem entendeu?
A$_s$ - Eu.
P - Entendeu A(26)?
A(03) - O que?
P - Nós estamos na letra A.
P - Entendeu? Entendeu ainda não? Vocês ai na reta guarda, entenderam? Entendeu não, A(24)?
P – A(24), você sabe contar? A(24), vamos lá. Ele quer que você conte a área. A área é essa parte que está de vermelho. Ok? Vamos lá. Aqui tem quantos quadrinhos? (aponta somente para os quadradinhos inteiro).
A(24) - um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.
P - O que foi que aconteceu com esse quadradinho aqui?(aponta para o quadradinho que só tem metade).
A$_s$ - Pintou a metade.
A(24) - Metade vermelho.
P - Pintou a metade. Ok. Se você juntar a metade com a metade, dá o que?
A$_s$ - Um.

P - Dá um. Então, vocês pararam em quanto?
A$_s$ - Dez.
P - Metade com a metade dá quanto?
A$_s$ - Um.
P - Vai dá quanto?
A$_s$ - Onze.
P - Com a metade com a metade?
A$_s$ - Doze.
P - Sobrou o que?
A$_s$ - Meio.
P - Vai dá quanto?
A$_s$- Doze e meio.
P - Então, deu 12,5 cm².
P - E aí? Quem ainda não entendeu?
P - Eu quero que você entenda, devagar. Vamos lá, se você entendeu a letra a), me responda a letra b).
P - letra b), lê aí. A(17), lê aí a letra b).
A(17) - Calcule a área dentro do retângulo utilizando a fórmula
P - Vamos lá, como é que eu faço?
(pausa)
P - Quem é que me ajuda aqui, a fazer? Como é que eu faço
A(23) - Comprimento vezes a largura.
P - Muito bem, meu amor.
(pausa)
P - A área... E olhe que eu reprisei aqui. Houve uma reprise aqui, uma aqui. Desse aqui pra esse, todo mundo já esqueceu a fórmula (apontando para o quesito anterior). E olhe que a questão diz assim: "utilize a fórmula". E todo mundo já esqueceu a fórmula?
A(23) - Comprimento vezes a largura

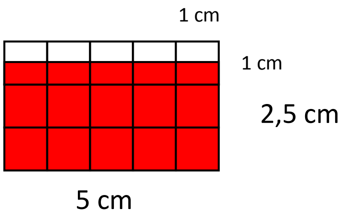
RP: (Registro do professor no quadro)
A = comp. x larg.

P - "A" (Se referindo a área) é igual a... Vamos lá, outra pessoa. A(27), cada espaçozinho desse aqui, mede 1 cm. Ok? Aqui (aponta para o comprimento da figura) mede quanto?
A(27) - 5 cm
P - Ok, 5 cm. Cada um desse aqui (aponta para os quadradinhos da largura) mede 1 cm, por ser meio dá quanto?
A(27) - Dez.
P - Beleza. A(20), aqui quantos quadradinhos? A(27) diz dez, tem três. Ela diz dez. Mas vermelho, tem quanto?
A(20) - Três.
P- Mas aqui (apontando para cada quadradinho da largura) tem?
P – A(20), só A(20)? Aqui (apontando apenas para um quadradinho inteiro) tem quanto?
A(20) - Um.
P - E aqui (apontando para outro quadradinho inteiro)?
A(20) - Um.
P - Um mais um?
A(20) - Dois.
P - Agora, eu peguei um e dividi ao meio. Dois mais meio, dá quanto?
A(20) - Dois e meio.
P - Aí, o que é que acontece? Eu estou lendo, analisando a questão. Agora se eu pego a questão e nem faço. Aí não aprende nada.
(pausa)

P - Aí eu vou aplicar na fórmula, 5 cm vezes 2,5. Quem multiplica aqui, quem ajuda a multiplicar? A(01), me ajuda.

RP: (Registro do professor no quadro)

12)

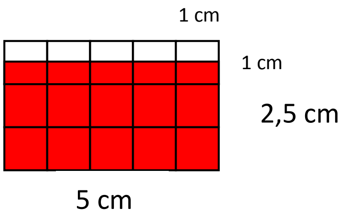


a) 12,5 cm^2
b) A = comp. X larg.
A= 5 cm x 2,5 =

A(01) - Não
P - O que foi que houve?
(pausa)
P – A(28), cinco vezes cinco?
A(29) - Dez.
A(28) – Não. Vinte e cinco.
P - Cinco vezes nada, nada mais dois, dois. Dois vezes cinco?
A(28) - Dez.
P – Somando aqui, temos 5, 2 e 1, ou seja, 12,5. Colocando na fórmula fica 12,5 cm^2.

RP: (Registro do professor no quadro)

12)



c) 12,5 cm^2
d) A = comp. X larg.
A = 5cm x 2,5 = 12,5 cm^2

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 2,5 \\ \hline 25 \\ 10\ \ \\ \hline 12,5 \end{array}$$

P - 12, 5 cm². Deu a mesma área? Deu? (o professor faz uma seta ligando o resultado obtido por meio da contagem e o resultado obtido pela fórmula).
A_s - Deu sim.
P - Olha, presta atenção. Ô A(10), A(10). O que eu quero mostrar a vocês é isso aqui. Ou vocês faz por essa daqui, contando os quadradinhos, ou você aplica a fórmula. Tem duas formas de se fazer.
(pausa)

P - O número treze eu não vou nem perguntar. Eu vou perguntar... Quem fez o número treze? Você fez A(19), você fez? Quem mais fez? Copiar é uma coisa.
P - Você, você, você. (contando quem fez)
P – A(23), seu número treze, você fez?
A(23) - 36 vezes 6
P - Porque 36 vezes 6?
A(23) - Porque é um cubo e tem seis lados e cada lado tem 36 cm.
P - O que foi que A(23) disse aqui? Olha, cubo é essa figura aqui (mostra a figura do livro). Ai, ela contou um, dois, três, quatro, cinco e seis. Ela fez 36 x 6 e o cubo tem 6 lados. Então beleza.
P - O número 14. A(10) fez o número 14? Quem fez o numero 14? Quem mais fez o número 14? Fez? O que você colocou?

O professor olha o caderno do aluno

P - Você dividiu essa parte aqui, e partiu aqui? (olhando o caderno do aluno)
P - Olha, eu tô no número 14 que a maioria não fez. Ele fez e ele fez (apontando para alguns alunos).
P – A(05) disse que ela fez. Só A(05) disse que fez. Deu quanto A(05)?
A(05) - 180.
A(14) - 174.
P - Porque deu 174?
A(14) - A largura.
P - Mas porque você encontrou essa largura?
A(14) - A régua.
P - Ele fez uma investigação. Ele fez diferente. Ele pensou num exemplo que eu fiz na aula passada. Jogou as medidas do exercício da aula passada, jogou e achou uma resposta. Em compensação, só respondeu esse.
P - Só eles dois que tiveram, foram audaciosos, pegaram uma régua e mediram. E realmente encontraram os centímetros certinhos. As medidas estão todas corretas. Aí a vantagem de você fazer o exercício em casa. Você investiga, tira suas conclusões. Se você faz.... mas se você não faz o exercício...

A campainha toca

P – Estudem, próxima aula teremos uma atividade avaliativa

9ª e 10ª aula
Data: 05/06/2014 Quinta-feira
Horário: 9h10min às 10h50min

DIÁLOGOS

P - Bom dia, gente!
A_s - Bom dia!
P - Quem gostaria de tirar alguma dúvida antes de começar a fazer nossa prova. Quem gostaria?
A(10) - Professor, qual o assunto?
P- O assunto de que?
A(10) - Da prova.
P - Esses que eu passei pra você.
P - Aí eu vou fazer o seguinte. Olha! sexto ano, eu vou dar um tempo a você de 10 minutos. Vocês vão relembrar e depois vocês retornam para fazer a avaliação.
(pausa)
P - Ok gente? Vou aplicar.

O professor entrega as folhas da atividade para os alunos

A(01) - Tá faltando um, professor.
P - Quem tá faltando?
A(19) - Aqui.
A(15) - Eu aqui.
A(01) - Tá faltando um, professor
P- Vai chegar aí.
(pausa)
P- Olha, de preferência cada um se preocupa com a sua prova. Não precisa olhar de lado, faça a sua prova. Primeiro coloca o nome, por favor.
A(10) - Professor, tem uma régua?
P- Precisa de régua não.
A(10) - Precisa, na letra B.
P - Ô meninas, sentem corretamente.
A_s - Já sentei
P- Ainda não. Vai, senta corretamente.

O professor começa a explicar a atividade.

P - Número um. Veja a figura abaixo e procure o número necessários de triângulos para cobrir toda a figura. Lembre-se que terça-feira a gente deu uma revisão, não com triângulos, mas com metade. Contar essa questão aí.
(pausa)
P - Responda, letra a) o número de triângulos. Letra b) então podemos dizer que a área dessa figura é? Então, analise, olha a figura, soma, multiplique, faça o que você quiser. Dados pra você interagir têm. Letra c) o número de quadrados. O número de quadrados quer dizer a quantidade de quadrados. Certo? Não adianta ficar olhando pra mim não, olhe pra prova de vocês. Façam comigo, olhem pra prova de vocês, a, b, c , d.
A(10) - Professor, na resposta da prova pode colocar com qualquer coisa?
P - Não, caneta.
A(10) - Só caneta.
P – Isso!
P - Número dois. Nesta área, suponha que cada quadradinho tenha 1cm². Calcule a área de cada região em centímetro quadrados.
(pausa)
P- Olha, quando eu fiz aquele trabalho com vocês naquele papel quadriculado, a maioria acertou. Todo mundo acertou, incrível né? Todo mundo acertou o papel quadriculado. A maioria ganhou dois pontos. Quem não ganhou dois pontos aqui foi quem deixou de fazer as figuras, ficou faltando letras. Foram cinco, quatro figuras,

só tinha um, metade de um, não tinha nada. Então, lembre-se daquela aula. Esse exercício, lembrem-se que corrigi no quadro. Então, lembrem-se!
(pausa)
P- Número três. Os campos oficiais de futebol, não têm todos os mesmo tamanhos. Mas a linha de metro, que quer dizer a largura deve ter entre 45 m a 90 m e a linha lateral, quer dizer o comprimento, deve ter de 90m a 120m. Esses valores são definidos pela FIFA. Aqui, (mostra a figura do campo de futebol na prova), continuando aqui, tem um campo de futebol. Não olhe pra mim, olhe pro campo de futebol. No campo de futebol aí, tem as dimensões dele, tanto no comprimento como na largura.
P - Observaram? Observou, A(10)? Observou? Qual a questão que eu tô?
A(10) - Observei não.
P - Olha, eu tô explicando. Quais as dimensões que tem aí?
A(10) - Largura e comprimento.
P - Aí você vai responder a letra a). O campo de futebol ilustrado aqui tem dimensões oficiais? Aí você vai dizer sim ou não. Letra b), qual é a área? Então, é só você utilizar a fórmula.
(pausa)
P- Número quatro. Uma sala retangular com dimensões de 8 m de comprimento por 6 de largura. Responda, letra a), calcule a área da sala em metros quadrados.
P - Diga A(07).
(pausa)
P -b), quantas lajotas quadradas de 1m de lado são necessárias para revestir o chão da sala?
(pausa)
P – Quinto e último, têm duas figuras aí, eu vou nem explicar que eu já expliquei isso e até demais. E diz assim: calcule a área das figuras abaixo. Certo? Boa sorte, bom trabalho. Cada um se preocupe com a sua. Outra coisa, não me venha fazer prova com cinco minutos. Leia a prova, leia os exercícios, leia o enunciado de cada um e utilize à cacholazinha.
A(03)- É de marcar x é professor?
P - A gente acabou de ler agorinha. Tava prestando atenção não? Leia a questão, o que ela tá pedindo.
A(03) - Aí, tô com preguiça.
P - Esse é o seu normal, anormal seu é disposição. Se você falar “tô com disposição”, é anormal.

Os alunos começaram a fazer a atividade. À medida que terminavam a mesma, entregavam ao professor e saiam da sala de aula.

FIM DA GRAVAÇÃO