

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

Programa de Pós-graduação em Biometria

**MÉTODOS EMERGENTES DE FÍSICA-ESTATÍSTICA APLICADOS A SÉRIES
TEMPORAIS**

Carlos André Batista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

RECIFE-PE
16 de Fevereiro de 2006

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

Carlos André Batista

**MÉTODOS EMERGENTES DE FÍSICA-ESTATÍSTICA APLICADOS A SÉRIES
TEMPORAIS**

*Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação
em Biometria do DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E
INFORMATICA da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL
DE PERNAMBUCO como requisito parcial para obtenção
do grau de Mestre em Biometria.*

Orientador: Prof. Dr. Borko Stosic

RECIFE-PE
16 de Fevereiro de 2006

Aos meus amigos Chico e Mara

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Chico (Francisco Luiz do Santos) e Mara (Marizete Silva Santos) pela constante e imensa amizade, pelos momentos de trabalho, diversão, pelo apoio laboratorial, pelas discussões, sugestões, pela velocidade e precisão nos momentos difíceis, pelas caronas e outros que encheriam esta página.

Aos meus pais, irmãos e adjacentes que não entendem direito que troço ando fazendo com tanto estudo, mas que me dão o maior apoio e me matam de saudades.

À Kátia pela companhia, paciência, carinho, ajuda, por me fazer sentir mais humano e por todas as horas de sua presença, mesmo as piores.

Ao meu orientador Borko Stosic pela orientação, pelas discussões e confiança que me foi depositada.

A Professora Dênia Fittipaldi por terem me recebido com muito carinho, fornecendo-me os dados do bicho preguiça essenciais à execução desse trabalho; por pacientemente ter me dado as explicações necessárias para elaboração; por ter se dedicado tanto com o auxílio na correção deste trabalho.

Aos amigos que conquistei ao longo do curso, entre eles:

Dâmocles, pelas saudáveis discussões filosóficas, pelos momentos de divertidos mesmo sob estudo, por abrir meus olhos ao dizer que todos os tipos de pessoas serão encontrados em qualquer lugar do mundo ou em qualquer vida. Que quem é aqui, ali será e depois também.

A Sérgio, além de tudo, a admiração por ele sempre conseguir se esquivar de balas.

À Arundo por eu nunca ter entendido que danado é meia-água, e que também faço questão de que ele não me explique.

À Fábio pelas cervejas que estamos devendo um ao outro, mas que já perdi a conta. Tem que começar tudo de novo.

À todos os outros, em especial à Herbertes, Ilzes, Cícero, Tony, Antônio, Franklin, entre outros que não lembro agora, pela amizade e união para resolver problemas.

Aos amigos das turmas antigas e novas, em especial à Richarlysson pela firme atuação, decisão e atitude em qualquer momento, além da nossa grande amizade e das Bohemias de R\$ 2.60 ali do posto de gasolina.

Aos professores do Programa de Mestrado em Biometria da UFRPE pela atenção e disponibilidade, em especial à Professora Adélia pelos *Brainstorms*, por ter-me feito conhecer o *Periplaneta Computatrix*, abrindo minha cabeça para novas idéias, além da amizade, doçura e simpatia.

Ao professor Wilson por ter me ensinado a compreender boa parte do universo desta dissertação, até mesmo quando ele dizia que experimental não era com ele.

Ao Professor Osmundo Donato do Departamento de Física da UNICAP pelos esclarecimentos sobre multifractalidade.

Ao CriaTronics por todo o apoio que ele tem me dado, por ser minha casa de vez em quando, por concentrar grandes amigos, por ser tão pertinho de casa, por ter a característica de ser um centro de explosões de novas idéias que fazem a minha vida mais saborosa.

Aos amigos do Criatronics, pela sincera e prazerosa amizade, em especial à:

Kosme, por ter me ajudado não perder a hora dos seminários com suas caronas.

Bianca, por me ajudar no desenvolvimento da apresentação que, apesar de ter ultrapassado excessivamente o limite de tempo, ficou uma maravilha

Márcio, por me incentivar a trabalhar durante a noite com o seu roncado que não me deixava dormir.

Celso, por ter feito em dez minutos o que não consegui fazer em duas semanas.

E a todos que de uma forma ou de outra contribuíram para execução deste trabalho, mas que não lembro agora os nomes, pedindo-lhes desculpas.

Foi um caso que se deu lá para as bandas do sertão, que a galinha deu no galo, o galo deu no capão, o pintinho foi acudir, tome lá o seu quinhão.

- VÓ TERESA

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	3
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3.1 Fractais e Caos Determinístico	4
3.1.1 Fractais em Biomedicina	5
3.2 Geometria Fractal e Dimensão Fractal	6
3.2.1 Fractais Matemáticos – Auto-similaridade	7
3.2.2 Fractais naturais – auto-similaridade estatística	9
3.2.3 Métodos de Contagem de Caixas (Box Counting)	9
3.2.4 O Expoente de Hurst (Considerações iniciais)	10
3.3.1 Caminhantes Aleatórios e Memória Longa	11
3.3.2 O Expoente de Hurst e o Movimento Browniano Fracional	11
3.3.3 O expoente de Hurst, Processos de Memória Longa e Leis de Potência.....	12
3.3.4 Sobre Hurst	13
3.3.5 O Calculo do Gama Reescalado (R/S): O Modelo do Reservatório.....	13
3.3.6 Estimando o Expoente de Hurst a partir do Gama Reescalado	16
4. METODOLOGIA.....	18
4.1 Detrended Fluctuation Analysis (DFA).....	18
4.2 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA).....	21
4.2.1 Descrição do Método	21
4.2.2 Relação à Análise Multifractal Padrão	26
4.2.3 Teste do Método	29
5. DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIA	33
5.1 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis Aplicada à Séries Pulsadas	33
5.1.1 Aquisição dos Sinais de Pressão Arterial (PA) em Preguiças	33
5.1.2 Tratamento dos Sinais de FC da Preguiça (<i>B. variegatus</i>)	33
5.2 Testes com Batimentos Cardíacos Reais: Primeiros Resultados	38
5.3 PS-MF-DFA aplicado às séries e047a, e047b, e033a e e047b	48
6. OS DADOS DO BICHO PREGUIÇA (BRADYPUS VARIEGATUS)	56
6.1. Um pouco sobre Reflexo Barorreceptor	57
7. RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	58
7.1 Aplicação da técnica PS-MF-DFA aos dados de Preguiça.....	58
8. CONCLUSÕES.....	66
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	67

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1 – Comparando três figuras de dimensões fractais diferentes.....	06
Figura 3.2 – Exemplo de como se pode construir um fractal.....	08
Figura 3.3 – Exemplo da aplicação do método Box-Counting a um objeto.....	10
Figura 3.4 – Gráfico por Liv Feder do livro <i>Fractals</i> por Jens Feder, 1988.....	14
Figura 3.5 – Ilustração por Liv Feder do livro <i>Fractals</i> por Jens Feder, 1988.....	15
Figura 3.6 – Estimando o Expoente de Hurst.....	14
Figura 4.1 – (a) Série original; (b) Série integrada após ter sido retirada a média.....	19
Figura 4.2 – (a) Ajustes lineares para $\tau = 1000$; (b) Ajustes lineares para $\tau = 500$	19
Figura 4.3 – Obtenção do coeficiente α a partir da DFA da série de batimentos.....	20
Figura 4.4 – (a) As funções de flutuação são exibidas versus a escala s	32
Figura 5.1 – Dados reais de preguiça, obtidos a uma proporção de 1 minuto	34
Figura 5.2 – Modo PWM de se ver a mesma série da figura 4.2.....	35
Figura 5.3 – (a) As funções de flutuação são exibidas versus a escala s	36
Figura 5.4 (a) e (b) – Comportamento da função de flutuação.....	40e 41
Figura 5.5 (a) e (b) – Dependência do expoente generalizado de Hurst com q	43
Figura 5.6 – Espectros de singularidades para o paciente e047.....	44
Figura 5.7 (a) e (b) - Funções de flutuações para as séries e047 a e e047b pulsadas.....	45
Figura 5.8 (a) - Dependência do expoente de Hurst generalizado com q e (b)	46
Figura 5.9 – Espectros de singularidades para e033a e e033b.....	47
Figura 5.10 (a) e (b) – Funções de flutuações para as séries e047a e e047b pulsadas	50
Figura 5.11 (a) - Dependência do expoente de Hurst generalizado com q e (b)	51
Figura 5.12 – Espectros de singularidades das séries e047a e e047b pulsadas.....	51
Figura 5.13 (a) e (b) – Funções de flutuações para as séries e033a e e033b pulsadas.....	53
Figura 5.14 (a) - Dependência do expoente de Hurst generalizado com q e (b)	54
Figura 5.15 – Exemplo de espectros de singularidades obtidos por aplicação.....	55
Figura 6.1 – Dados de preguiça obtidos no período claro-escuro	56
Figura 7.1 – Funções de flutuações variando com a escala s	58
Figura. 7.2 – A dependência em q do expoente generalizado de Hurst.....	59
Figura. 7.3 – OS-MF-DFA visto do ponto de vista do expoente de escala.....	59
Figura 7.4 – O espectro de singularidade determinado pela.....	60
Figura 7.5 – A dependência em q do expoente generalizado de Hurst.....	61

Figura 7.6 – PS-MF-DFA visto do ponto de vista do expoente de escala.....	62
Figura 7.7 – O espectro de singularidade determinado pela.....	63

RESUMO

O principal objetivo do presente trabalho foi aplicar métodos recentemente desenvolvidos em física-estatística às séries temporais, em especial neste trabalho, a intervalos de batimentos cardíacos obtidos a partir de sinais de pressão arterial (PA) do bicho preguiça (*Bradypus variegatus*), com a finalidade de identificar diferenças em termos de fractalidade no sistema de controle autonômico relacionadas às diferentes situações vividas pelo animal ao longo de 48 horas (períodos claro e escuro). Procurou-se investigar se alterações ambientais produzem tendências ou têm influências sobre o sistema de controle autonômico, utilizando métodos de análise multifractal, como Multifractal Detrended Fluctuations Analysis (MF-DFA).

Devido às condições nas quais os dados de PA de preguiça foram obtidos, isto é, obtidos a intervalos de 15 minutos, fez-se necessário a adaptação dos dados para aplicação da técnica MF-DFA. Para validação das adaptações, testes com eletrocardiogramas de humanos nos deram suporte para trabalhar com os dados de intervalos de batimentos cardíacos do bicho-preguiça. Os resultados obtidos mostraram que existe um aumento significativo de multifractalidade nos intervalos de batimentos cardíacos do bicho preguiça no período claro em relação ao escuro.

Palavras-chave: MF-DFA, Bicho-Preguiça (*Bradypus variegatus*), Expoente de Hurst Generalizado.

ABSTRACT

The main objective of the present work was to apply recently developed in methods in physics-statistics to the time series, specifically in this work, to intervals of heart beats obtained from blood pressure signs (BP) of the sloth (*Bradypus variegatus*), with the purpose of identifying differences in fractality terms in the system of autonomous control related to the different situations lived by the animal along 48 hours (light-dark cycles). One tried to investigate if environmental changings may produce tendencies or have influence on the autonomous control system, using analysis multifractal methods, like Multifractal Detrended Fluctuations Analysis (MF-DFA).

Due to the conditions in which the sloth BP data were obtained, that is, obtained to intervals of 15 minutes, it was necessary the adaptation of data for application of the technique MF-DFA. For validation of the adaptations, tests with humans' electrocardiograms gave us support to work with the interbeats data of sloth. The obtained results showed a significant increasement of multifractalidade in the intervals of heartbeats of the sloth in the light cycle in relation to the dark cycle.

Keywords: MF-DFA, Sloth (*Bradypus variegatus*), Generalized Hurst Exponent.

1 Introdução

Mesmo sob condições homeostáticas, os sistemas fisiológicos mostram flutuações esporádicas que remontam àquelas encontradas em sistemas dinâmicos que fogem do estado de equilíbrio. Ainda não se sabe se tais flutuações simplesmente refletem o fato de que sistemas fisiológicos estão sendo constantemente perturbados por fatores externos e intrínsecos, ou se tais flutuações realmente contêm outras informações não evidentes, porém, úteis sobre o desequilíbrio subjacente do sistema de controle. Nesta dissertação procuramos entender a dinâmica das flutuações de sistemas fisiológicos complexos adaptando e estendendo conceitos e métodos desenvolvidos, muito recentemente, em física-estatística, fazendo uso dos métodos de DFA (Detrended Fluctuation Analysis) e MF-DFA (Multifractal Detrended Fluctuation Analysis), que nos últimos anos vem se tornando técnicas muito usadas para determinação de propriedades de escala (mono e multi) fractal e detecção de correlações de longo-alcance em ruídos de séries temporais não-estacionárias. Tais métodos têm obtido sucesso na aplicação em diversos campos tais como: seqüências de DNA [23-26], dinâmica da frequência cardíaca [27-31], gravações climáticas de longo tempo [32-34], estruturas das nuvens [35], geologia [36], etnologia [37] séries temporais de economia [38-42] e física do estado sólido [39,40]. Uma das razões para se usar DFA e MF-DFA é para evitar detecções inesperadas de correlações que são artefatos de não-estacionaridades em séries temporais. Tais métodos eliminam as tendências que podem estar presentes em dados reais em várias escalas.

Especificamente, focalizamos sobre a variabilidade existente nos intervalos de batimentos cardíacos da preguiça (*Bradypus variegatus*) como um importante sinal biológico para elucidar possíveis variabilidades fisiológicas não-homeostáticas devidas à: (i) FC encontrar-se sob controle neurohumoral, (ii) desigualdade nos intervalos entre os batimentos cardíacos, os quais podem ser prontamente medidos por meios não-invasivos e (iii) a análise da variação da FC poder fornecer informações relevantes sobre diagnósticos e/ou prognósticos de doenças que não se obtém pelas abordagens atuais. Além disso, como as preguiças apresentam redução na resposta baroreflexa quando comparado a outros mamíferos, aspecto que se assemelha ao comportamento cardiovascular de astronautas quando em viagens espaciais ou de animais submetidos a ambientes de microgravidade [19], cujos dados

motivou-nos a trabalhar esses sinais pela utilização dos métodos DFA e MF-DFA, os quais vêm sendo investigados por técnicas convencionais.

2. Objetivos

O presente estudo foi realizado sinais de frequência cardíaca (FC) ,obtidos a intervalos regulares, de preguiça (*Bradypus variegatus*) monitoradas durante 48 horas (ciclos claro e escuro), teve por objetivo:

- 1) Adequar a esses sinais descontínuos o método MF-DFA;
- 2) Validar o método com sinais de eletrocardiograma (ECG) de humanos;
- 3) Verificar se, utilizando o método MF-DFA, existe diferença nas flutuações espontâneas da FC no período claro em relação ao escuro.

3 Revisão Bibliográfica

3.1 Fractais e Caos Determinístico

O termo fractal (do Latim *fractus* – irregular, fragmentado) aplica-se a objetos no espaço ou flutuações no tempo que possuem uma forma de auto-similaridade e não podem ser descritos dentro de uma única escala absoluta de medida. Fractais são recorrentemente irregulares no espaço ou tempo, como as camadas de uma cebola em diferentes níveis ou escalas. Fragmentos de um objeto ou seqüência fractal são cópias exatas ou estatísticas do todo e podem se tornar iguais ao todo por magnificação e deslocamento.

Relações de escala em fractais seqüenciais são observadas em muitos processos fisiológicos. Estruturas espaciais de muitos sistemas vivos são fractais. A Geometria Fractal tem evocado uma nova visão de como sistemas vivos e não-vivos resultam da coalescência de flutuações auto-similares espontâneas sobre muitas ordens de tempo e de como os sistemas são organizados em padrões complexos aninhados recursivamente sobre múltiplos níveis do espaço. Um sistema pode ser qualquer coisa que tenha mais de uma parte.

O sistema é dito dinâmico quando os estados do sistema, incluindo as relações (interações) entre suas partes (elementos), andam com o tempo. As regras que descrevem essas mudanças são chamadas de dinâmica. Se as interações são não-lineares, isto é, se o resultado da ação de um elemento sobre o outro não é diretamente proporcional à própria ação (a reação não é simplesmente proporcional ao estímulo aplicado), o sistema é dito mostrar dinâmica não-linear. Por exemplo, em mecânica clássica o resultado de uma força agindo sobre um corpo é uma aceleração do corpo proporcional à força atuante porque a massa do corpo é constante e não depende da velocidade do corpo; em mecânica relativística isso não é verdade, já que a massa do corpo depende da sua velocidade.

Sistemas simples com dinâmica não-linear geram efeitos com aspectos amplamente aleatórios conhecidos como Caos. O paradoxo do caos é que ele é determinístico, i.e., resulta de uma dinâmica que não é governada pelas leis da probabilidade. Devido à extrema sensibilidade às condições iniciais e aos parâmetros do sistema, um sistema caótico pode parecer ter um comportamento completamente aleatório. Mas há uma ordem subjacente em tal comportamento. Por exemplo, números aleatórios gerados por computador parecem não ter qualquer tipo de ordem, quando de fato os números são produzidos de uma maneira muito

ordenada e determinística. Aleatoriedade é relativa e depende do contexto, a definição de aleatoriedade como “ausência de qualquer ordem” não tem significado real. Ao contrário de sistemas aleatórios, sistemas controlados por caos determinístico podem ser mais facilmente controlados.

Métodos de dinâmica não-linear e a teoria de caos determinístico fornecem ferramentas para análise e modelagem de fenômenos caóticos e podem nos suprir com descritores efetivos da dinâmica subjacente e (implícita) da estrutura fractal do sistema.

Sistemas dinâmicos caminham para um ou mais atratores que podem ser vistos como os estados de equilíbrio do sistema no seu espaço de fase. Sistemas que dão surgimento a caos determinístico têm atratores caóticos ou estranhos. Teoria do caos está intimamente relacionado à geometria fractal, já que atratores estranhos se mostram como fractais. Processos em sistemas caóticos muitas vezes produzem estruturas ou sinais que são fractais no espaço real ou no tempo, respectivamente.

3.1.1 Fractais em Biomedicina

Não é novidade que os métodos fractais, que permitem a quantificação de estruturas ou padrões através de muitas escalas espaciais ou temporais, poderiam ser úteis em muitas aplicações, incluindo [1]:

- análise de biosinais, reconhecimento de padrões;
- análise de imagens ultrasonográficas e radiológicas;
- morfometria celular, expansão genética;
- estados psicológicos e patológicos do cérebro e sistema nervoso, coração e sistema circulatório, sistema pulmonar;
- design biológico, angiogênese, padrões evolucionários, morfogênese, estruturas espaço temporais de árvores, ramificações de vasos;
- estrutura, complexidade e caos em tumores;
- idade, resposta imunológica, auto-imunidade e doenças crônicas;
- estrutura de biopolímeros (proteínas, ácidos nucleicos);

Pode-se encontrar muitos exemplos interessantes de aplicações de fractais em biologia e medicina num livro de Losa et al. [2].

3.2 Geometria Fractal e Dimensão Fractal

Há pelo menos dez definições diferentes para dimensão fractal [43]. A maioria das definições depende da escala de medida de um conjunto, que quantifica a irregularidade de um conjunto quando visto naquela escala. A dimensão é usualmente definida em termos do comportamento da lei de potência dessas medidas quando a escala tende à zero [16]. Dentre as várias definições, uma delas diz que dimensão fractal é um número que descreve quantitativamente como um objeto preenche o espaço no qual está inserido [44].

A geometria fractal pode ser considerada como uma extensão da geometria Euclidiana. Convencionalmente, consideramos dimensões inteiras as que são expoentes inteiros do comprimento, isto é, superfície = comprimento² ou volume = comprimento³. O expoente é a dimensão.

A geometria fractal permite que haja medidas que mudam num meio não-inteiro ou fracional quando a unidade de medida muda. O expoente governante é chamado dimensão fractal. Um objeto fractal tem uma propriedade de que uma estrutura mais fina é revelada quando o objeto é magnificado, similarmente como complexidade morfológica quer dizer que uma estrutura mais fina (aumentadas resolução e detalhe) é revelada com o aumento da magnificação, escala ou resolução. A dimensão fractal serve, portanto, como um quantificador de complexidade. Pontos ideais têm dimensão Euclidiana 0, linhas ideais, 1, e planos perfeitamente preenchidos, 2.

De qualquer modo, uma coleção de pontos tem dimensão maior que 0, linhas reais maior que 1, planos reais maior que 2, etc. Em cada nível, assim como as dimensões de um objeto vão de um inteiro até o próximo, a complexidade aumenta. Tem-se mais área preenchida de 1 para 2, mais volume preenchido de 2 para 3, etc. [3]. Euclidianos ou não-fractais (pontos, linhas, círculos, cubos, etc.) podem ser vistos como objetos fractais com

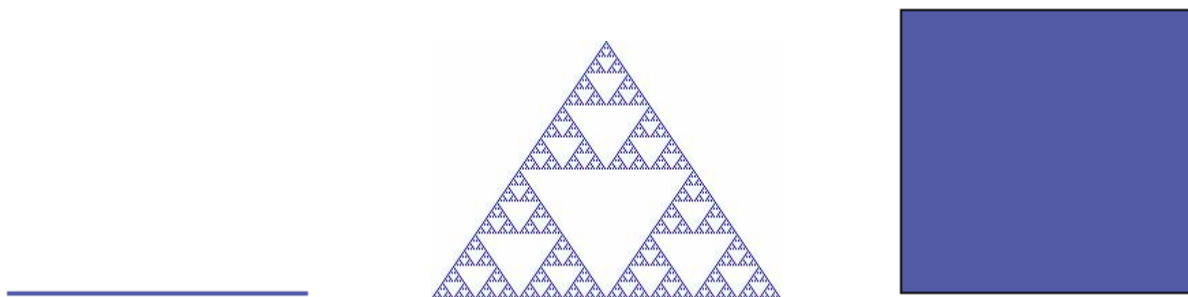


Figura 3.1 – Comparando três figuras de dimensões fractais diferentes. A dimensão fractal do triângulo de Sierpinski é aproximadamente 1.58, que é maior que a da linha (que é 1), que é menor que a do quadrado (que é 2).

complexidade inferior (dimensão fractais inteiras) dentro do seu respectivo domínio dimensional (0 para 1, 1 para 2, etc.) [4]. Objetos naturais são muitas vezes rugosos e não são bem descritos pelas construções ideais da geometria Euclidiana [3].

3.2.1 Fractais Matemáticos – Auto-similaridade

Objetos considerados na geometria Euclidiana são conjuntos embutidos no espaço Euclidiano e a dimensão do objeto é a dimensão do espaço embutido. Também se está acostumado a associar o que chamamos de dimensão topológica com objetos Euclidianos. A dimensão topológica é preservada quando os objetos são transformados por um homeomorfismo (função contínua com inversa contínua). Não se pode usar a dimensão topológica para fractais, mas sim o que chamamos de dimensão de Hausdorff-Beskovitch, comumente conhecida como dimensão fractal.

De fato, uma definição formal de um fractal diz que ele é um objeto para o qual a dimensão fractal é menor que a dimensão topológica. Porém, essa definição é muito limitada. Uma definição alternativa usa o conceito de auto-similaridade de um fractal, que é um objeto feito de partes similares ao todo. A noção de auto-similaridade é a propriedade básica dos objetos fractais. Auto-similaridade é uma maneira de se calcular a dimensão fractal (chamado método de auto-similaridade). Exemplo: pode-se dividir um segmento de linha em m intervalos auto-similares, cada qual com o mesmo comprimento, e cada qual pode ser magnificado por um fator n para produzir o segmento original. Um quadrado ou um triângulo pode ser subdividido em n^2 cópias auto-similares dele mesmo, cada qual tem que ser magnificado por um fator n para produzir o objeto original. Da mesma forma, um cubo pode ser decomposto em n^3 cópias auto-similares de si mesmo, cada qual precisando sofrer uma magnificação por um fator n para fornecer o cubo original (Tabela 3.1). Percebe-se que, utilizando-se a magnificação n , a dimensão D e o número de peças auto-similares P contidas no objeto original, podemos ter a seguinte relação:

$$P = n^D \quad (3.1)$$

Resolvendo esta equação para D , obtém-se

$$D = \frac{\log(P)}{\log(n)} \quad (3.2)$$

Objeto	Dimensão	Nº de Cópias
Linha	1	$2 = 2^1$
Quadrado	2	$4 = 2^2$
Cubo	3	$8 = 2^3$
Qualquer figura auto-similar	D	$P = 2^D$
Triângulo de Sierpinski	1,58	$3 \cong 2^{1.58}$

Tabela 3.1 – Dimensão fractal de alguns objetos.

Usando a equação 3.2, pode-se calcular a dimensão fractal de alguns fractais. Um fractal matemático tem algum padrão de repetição infinito e pode ser feito por interações de uma determinada regra. Por exemplo, uma regra para se construir o triângulo de Sierpinski é a seguinte: Conectam-se os pontos médios das laterais de um triângulo, criando assim 4 triângulos menores, e então exclui-se o triângulo do meio. Repete-se esse procedimento para os três triângulos que restaram, e daí por diante (figura 3.2).



Figura 3.2 – Exemplo de como se pode construir um fractal, no caso, o triângulo de Sierpinski.

Após 10 interações, teremos 29.524 triângulos

$$n_{\Delta} = \sum_{i=0}^9 3^i = 29.524 \quad (3.3)$$

Então, o triângulo de Sierpinski (S) pode apresentar comportamento em três figuras congruentes, cada qual é exatamente metade do tamanho de S , ou seja, se magnificamos

qualquer uma das três partes por um fator de 2, obteremos uma réplica exata de S . Isto é, S consiste de três cópias auto-similares de si mesmo, cada qual com um fator de magnificação 2. Se olharmos mais profundamente para dentro de S , veremos 9 cópias auto-similares de S , cada qual com um fator de magnificação 4. Assim, a dimensão fractal do triângulo de Sierpinski é

$$D = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\log 9}{\log 4} = 1.58 \quad (3.4)$$

Em princípio, um fractal gerado teórica ou matematicamente é auto-similar sobre um alcance infinito de escalas, enquanto que fractais naturais têm um alcance limitado de auto-similaridade [3].

3.2.2 Fractais naturais – auto-similaridade estatística

O método de similaridade para calcular dimensão fractal funciona para um fractal determinístico, como por exemplo, o triângulo de Sierpinski. Porém não funciona para objetos naturais, que exibem apenas auto-similaridade estatística [5]. Faz-se um gráfico $\log(\text{tamanho do fractal})$ versus $\log(\text{fator de magnificação})$, donde se obtém uma linha reta.

A inclinação dessa linha é a dimensão fractal do objeto. Esse é o método geométrico para se encontrar a dimensão fractal. Tanto o método geométrico quanto o de similaridade requerem a medida do tamanho do fractal. Para muitos fractais é praticamente impossível realizar tal medida. Para tais fractais, aplica-se o método box-counting (contagem de caixas), que está descrito a baixo.

3.2.3 Métodos de Contagem de Caixas (Box Counting)

Considere colocar o fractal sobre uma folha de papel quadriculado, onde cada lado de cada quadrado tem o tamanho h .

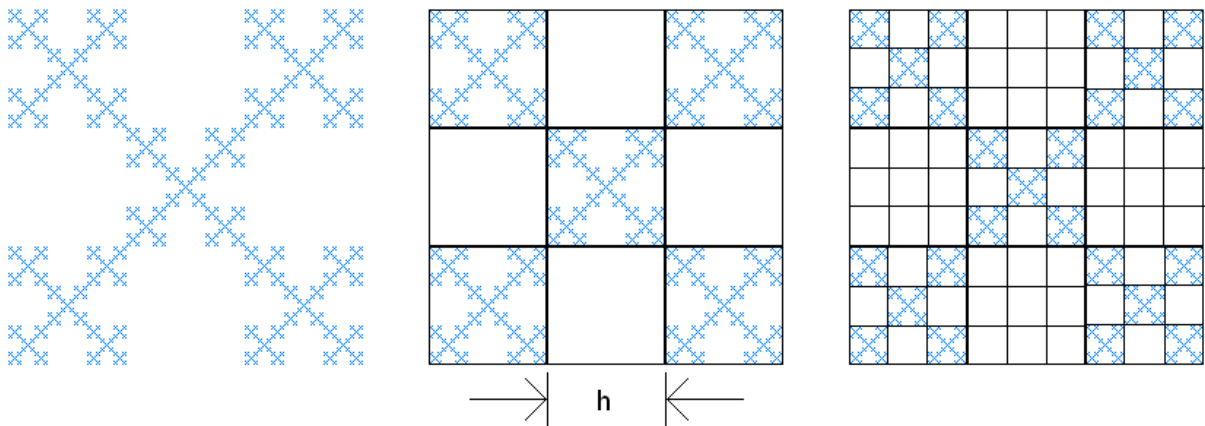


Figura 3.3-Exemplo da aplicação do método Box-Counting a um objeto, onde h corresponde ao tamanho da caixa.

Ao invés de procurarmos o tamanho exato do fractal, contemos apenas o número de caixas que não estão vazias, isto é, toda caixa que tiver pelo menos 1 *pixel* (pixel – abreviação de *picture element*, é um único ponto numa imagem gráfica) será considerada.

Seja P_0 número de caixas de lado h . Quanto menor as caixas, mais detalhes se obtém, que é o mesmo que aumentar a magnificação. De fato, a magnificação n é igual à $1/h$. No método de similaridade, a fórmula para a dimensão fractal é $D = \frac{\log(P)}{\log(n)}$. No método de contagem de caixas, temos

$$D = \frac{\log(P)}{\log(1/h)} = -\frac{\log(P)}{\log(h)} \quad (3.5)$$

3.2.4 O Expoente de Hurst (Considerações iniciais)

Originalmente desenvolvido em hidrologia, o expoente de Hurst ocorre em várias áreas da matemática aplicada, incluindo fractais e teorias do caos, processos de memória longa e análise espectral. Ele tem sido aplicado em áreas que vão da biofísica à rede de computadores. O expoente de Hurst está diretamente relacionado à dimensão fractal, que dá a medida da rugosidade de uma superfície, por exemplo. A relação entre a dimensão fractal, D e o expoente de Hurst é

$$D = 2 - H \quad (3.6)$$

Suponhamos que haja um conjunto infinito de dados auto-similar. Significa que qualquer pedaço do conjunto de dados teria as mesmas propriedades estatísticas que qualquer outro.

3.3.1 Caminhantes Aleatórios e Memória Longa

Um caminhante aleatório unidimensional pode ser gerado por um caminhante que inicia do ponto zero e escolhe um número aleatório com distribuição gaussiana. No próximo passo, adiciona o número aleatório ao valor anterior [4]. Após n passos, teremos

$$P_n = \sum_{i=0}^n R_i \quad (3.7)$$

Caminhantes aleatórios são, às vezes chamado de movimento Browniano (que definiremos mais adiante) ou ruído Gaussiano. Estimar o expoente de Hurst para um conjunto de dados fornece uma medida de se os dados são de um caminhante puramente aleatório ou de se há tendências subjacentes.

Uma outra maneira de afirmar isso é que um processo aleatório com uma tendência subjacente tem algum grau de correlação, como veremos mais adiante.

Quando a autocorrelação tem um decaimento muito longo (ou matematicamente infinito) esse tipo de processo Gaussiano é às vezes referido como processo de memória longa.

3.3.2 O Expoente de Hurst e o Movimento Browniano Fracional

Caminhantes aleatórios Brownianos podem ser gerados a partir de um expoente de Hurst definido. Se o expoente está entre 0.5 e 1.0, então o caminhante aleatório terá um processo de memória longa. Conjuntos de dados como esses são às vezes chamados de movimento Browniano fracionário (fBm-fractional Brownian motion). fBm pode ser gerado

por uma variedade de métodos. Incluindo síntese espectral usando ou transformada de Fourier ou Wavelet. A densidade espectral é proporcional à equação

$$\text{densidade espectral} \propto \frac{1}{f^\beta}, \beta = 2H - 1 \quad (3.8)$$

fBm é às vezes chamado de ruído $1/f$. Já que esses caminhantes aleatórios são gerados a partir de variáveis aleatórias Gaussianas, eles são também chamados de ruído Gaussiano fracional (fGn- fractional Gaussian noise). A dimensão fractal fornece uma indicação de quão rugosa uma superfície é. A equação (3.6) mostra que a dimensão fractal está diretamente relacionada ao expoente de Hurst para um conjunto de dados estatísticos auto-similares. Um expoente de Hurst pequeno tem uma dimensão fractal maior e uma superfície rugosa. Um expoente de Hurst maior tem uma dimensão fractal menor, portanto, uma superfície mais suave.

3.3.3 O expoente de Hurst, Processos de Memória Longa e Leis de Potência.

Um processo de memória longa é um processo com um componente aleatório, onde um evento passado tem um efeito decadente sobre eventos futuros. O processo tem alguma memória dos eventos passados, que é esquecido com o avançar do tempo. A definição matemática de processos de memória longa é dado em termos da autocorrelação. Quando um conjunto de dados exhibe autocorrelação, um valor x_i no tempo t_i correlacionado com um valor x_{i+d} , onde d é algum incremento de tempo no futuro. Num processo de memória longa a autocorrelação decai no tempo e o decaimento segue uma lei de potência (equação 3.9)

$$p(K) = CK^{-\alpha} \quad (3.9)$$

Onde C é uma constante e $p(K)$ é a função de autocorrelação com intervalo de tempo K . O expoente de Hurst está relacionado ao expoente α na equação (3.9) por

$$H = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (3.10)$$

Os valores do expoente de Hurst estão entre 0 e 1. Um valor de $H=0.5$ indica que a série se comporta como um caminhante aleatório (uma série temporal Browniana). Num caminhante aleatória não há correlação entre qualquer elemento e um elemento futuro. Para $0.5 < H \leq 1$, temos um comportamento de persistência (ou seja, uma autocorrelação positiva). Se há um aumento do passo de tempo t_{i-1} a t_i , provavelmente haverá um aumento de t_i para t_{i+1} . O mesmo é verdade para decrescimentos, onde um decrescimento tenderá a seguir um decrescimento. Para $0 \leq H < 0.5$, a série temporal apresenta comportamento de antipersistência (autocorrelação negativa). Aqui um aumento tenderá a ser seguido por um decrescimento, ou um decrescimento tenderá por um aumento.

3.3.4 Sobre Hurst

Hurst passou a vida estudando o rio Nilo e os problemas relacionados ao armazenamento de água. Ele inventou um novo método estatístico – a análise da gama reescalado (análise R/S) – que é descrito em detalhes no livro *Long-Term Storage: An Experimental Study* (Hurst et al, 1965). Um dos problemas que Hurst estudou foi o tamanho da construção do reservatório. Se um reservatório perfeito é construído, ele irá armazenar água suficiente durante a estação seca tal que ele nunca seque. A quantidade de água que flui para dentro e para fora do reservatório é um processo aleatório. No caso de enchimento, o processo aleatório é a chuva, e no caso de esvaziamento, o processo aleatório é a demanda de água.

3.3.5 O Calculo do Gama Reescalado (R/S): O Modelo do Reservatório

Seja à entrada de água em um reservatório tendo a média de enchimento sobre um período de tempo τ dada por

$$\langle \xi \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \xi(t) \quad (3.11)$$

onde $\xi(t)$ representa o influxo de água no reservatório.

O desvio da média para o ano u é $\xi(u) - \langle \xi \rangle_\tau$ (o influxo para o ano u menos a média).

A soma corrente do desvio acumulado da média, para os anos de 1 à τ é

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t [\xi(u) - \langle \xi \rangle_\tau] \quad (3.12)$$

onde $\langle \xi \rangle_\tau$ é a média de todos os pontos no período τ , e t indica um tempo entre o primeiro ano ($t=1$) e o último ano ($t = \tau$).

O seguinte pseudocódigo pode ser usado para expressar tal notação

```
soma=0;
for(t=0;t<tau;t++)
    soma=soma+xi(t);
media=soma/tau;
X(0)=0;
for(t=1;t<=tau;t++)
    X(t)=X(t-1)+xi(t-1)-media;
```

Um exemplo gráfico é mostrado na figura 3.4.

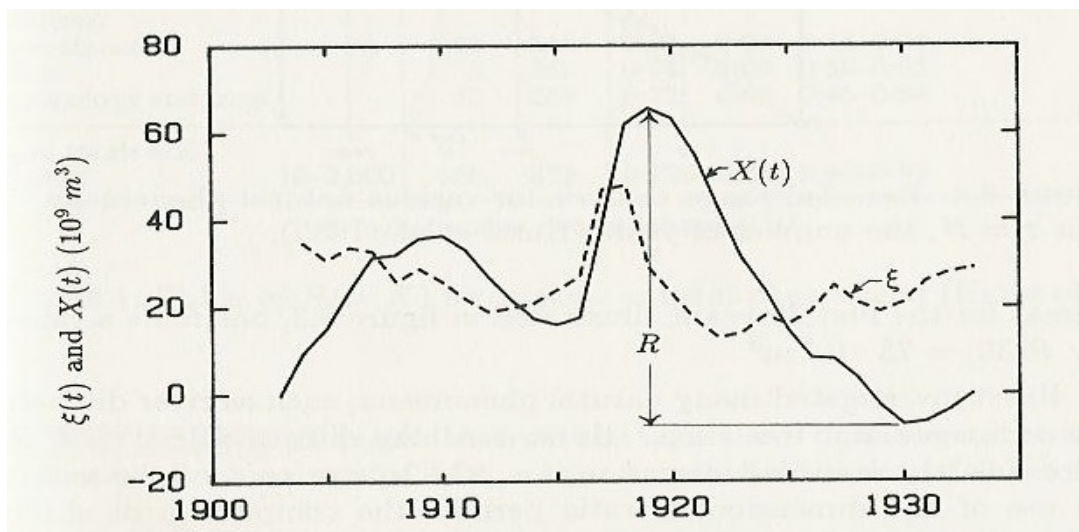


Figura 3.4 – Gráfico por Liv Feder do livro *Fractals* por Jens Feder, 1988 [41]

O gama $R(s)$ é a diferença entre o valor máximo $X(t_b)$ e o valor mínimo $X(t_a)$, sobre o período τ , i. e.,

$$R(\tau) = \text{Max}[X(t, \tau)] - \text{Min}[X(t, \tau)] \quad \text{para } 1 \leq t \leq \tau \quad (3.13)$$

A figura 3.5 mostra o máximo da soma dos desvios da media X_{\max} e o mínimo da soma dos desvios da média X_{\min} . $X(t)$ é a soma dos desvios da média no tempo t .

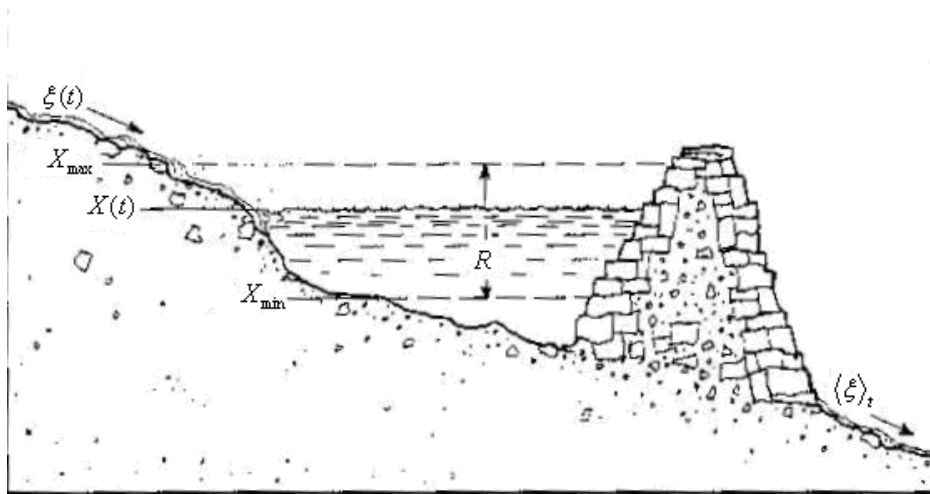


Figura 3.5 - Ilustração por Liv Feder do livro *Fractals* por Jens Feder, 1988 [41].

O gama reescalado é obtido dividindo-se o gama $R(\tau)$ pelo desvio padrão

$$R/S = \frac{R(\tau)}{S(\tau)} \quad (3.14)$$

Onde

$$S(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [\xi(t) - \langle \xi \rangle_{\tau}]^2} \quad (3.15)$$

3.3.6 Estimando o Expoente de Hurst a partir do Gama Reescalado

O expoente de Hurst é estimado pelo cálculo da média do gama reescalado sobre regiões múltiplas dos dados. Em estatística, a média de um conjunto de dados X é às vezes escrita como o valor esperado, $E[X]$. Usando essa notação, o valor esperado de R/S , calculado sobre um conjunto de regiões (iniciando com uma região de tamanho 8 ou 10) converge sobre a função de potência de expoente de Hurst [7]:

$$E\left[\frac{R(n)}{S(n)}\right] = Cn^H, \text{ com } n \rightarrow \infty \quad (3.16)$$

Se o conjunto de dados é de um caminhante aleatório, o valor esperado será descrito por uma função de potência com um expoente igual à 0.5, i. e.,

$$E\left[\frac{R(n)}{S(n)}\right] = Cn^{0.5}, n \rightarrow \infty \quad (3.17)$$

A equação (3.17) é às vezes referida como ‘dependência de curto alcance’, o que pode soar incorreto, já que uma dependência de curto alcance deveria ter alguma autocorrelação, indicando alguma dependência entre os valores x_i e x_{i+1} . Se há um expoente de Hurst de valor 0.5, ele é um caminhante aleatório e não há autocorrelação nem dependência entre valores seqüenciais.

Uma regressão linear é realizada sobre um conjunto de pontos composto de um $\log n$ (o tamanho das áreas no qual o gama reescalado médio é calculado) e o \log do gama reescalado médio de um conjunto de regiões de tamanho n . A inclinação da curva é a estimativa do expoente de Hurst. Esse método para estimar o expoente de Hurst foi desenvolvido e analisado por Benoit Mandelbrot et al em publicações entre 1968 e 1979 [7].

O expoente de Hurst aplica-se a dados estatisticamente autossimilares, ou seja, as propriedades estatísticas de um conjunto inteiro de dados são as mesmas para subseções desse mesmo conjunto. Por exemplo, as duas metades de um conjunto de dados têm, separadamente, as mesmas propriedades estatísticas do conjunto inteiro. Isso é aplicado para estimar o expoente de Hurst, onde o gama reescalado é aplicado sobre regiões de diferentes tamanhos.

A figura 3.6 mostra como pode ser feito. O gama reescalado é calculado para o conjunto inteiro de dados ($RS_{medio} = RS_0$). A seguir, o gama reescalado é calculado para as duas metades do conjunto, resultando em RS_0 e RS_1 . Calcula-se a média desses dois valores e se obtém RS_{medio1} . Nesse caso o processo continua dividindo cada uma das sessões anteriores pela metade e calculando o gama reescalado para cada nova seção. Tira-se a média dos alcances reescalados para cada seção. Numa janela com menos pontos que a janela mínima, pára-se o processo.

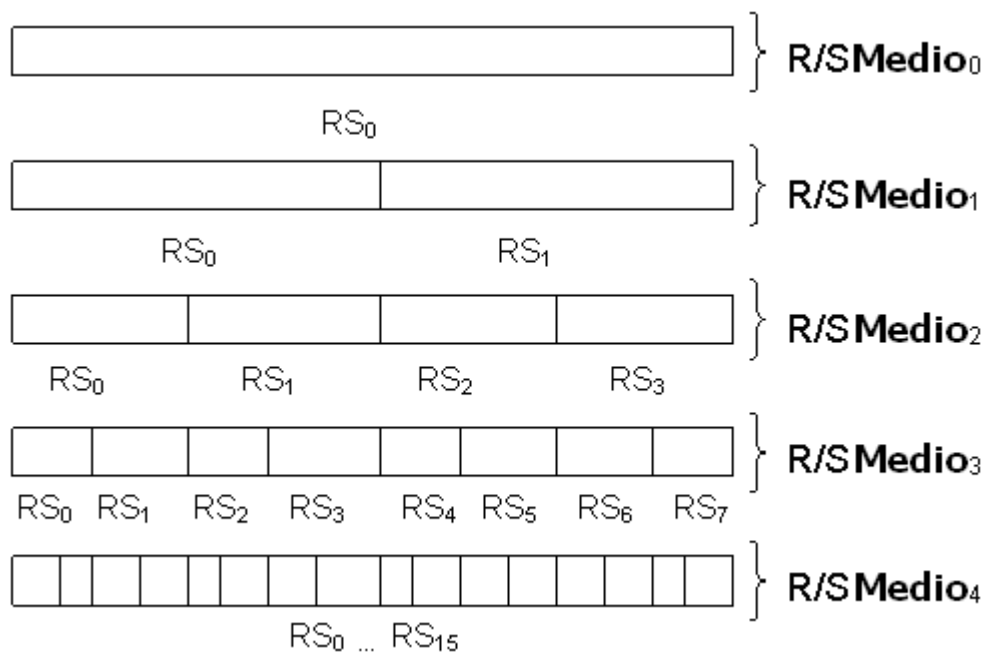


Figura 3.6 - Estimando o Expoente de Hurst.

Para estimar o expoente de Hurst usando o algoritmo do gama reescalado, cria-se em vetor dos pontos, onde x_i é o \log_2 do tamanho da região de dados usados para calcular RS_{medio_i} e y_i é o \log_2 do valor de RS_{medio_i} .

O expoente de Hurst é estimado através de uma regressão linear ajustada a esses pontos. A linha tem a forma $y = a + bx$, onde b , a inclinação da linha, é o expoente de Hurst estimado [7].

4 Metodologia

4.1 Detrended Fluctuation Analysis (DFA)

O método de análise de flutuações sem tendências (Detrended Fluctuations Analysis - DFA) tem se mostrado uma técnica muito segura para determinação das propriedades de escala monofractal e detecção de correlações de longo-alcance. Ele tem sido aplicado em diversos campos como em seqüências de DNA [23-26], dinâmica de variabilidade cardíaca (distâncias temporais entre picos de ondas R) [27-31], modo de andar de humanos (espaçamento entre passos), gravações climáticas por períodos prolongados [32-34], estrutura de nuvens[35], geologia[36], etnologia[37], séries temporais econômicas [38-42] e física do estado sólido [39,40]. Uma das razões de se empregar o método DFA é evitar a detecção falsa de correlações que são artefatos de não-estacionaridades nas séries temporais.

A idéia de DFA [11] é subtrair possíveis tendências determinísticas da série temporal original e analisar a flutuação dos dados destendenciados. Os passos para se realizar uma DFA são os seguintes: Seja uma série temporal $\{r\}$ como na figura 4.1 (a), cujos valores são r_i , com i variando de 1 à N (comprimento total da série), que podem ser os intervalos de tempo entre os picos de batimentos cardíacos, por exemplo. Integramos a série utilizando a expressão

$$y_k = \sum_{i=1}^k (r_i - \bar{r}), \quad k = 1, \dots, N \quad (4.1)$$

onde r_i é o i -ésimo intervalo de tempo e \bar{r} é a média dos intervalos de tempo (ver figura 4.1 (b)), ou seja,

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i. \quad (4.2)$$

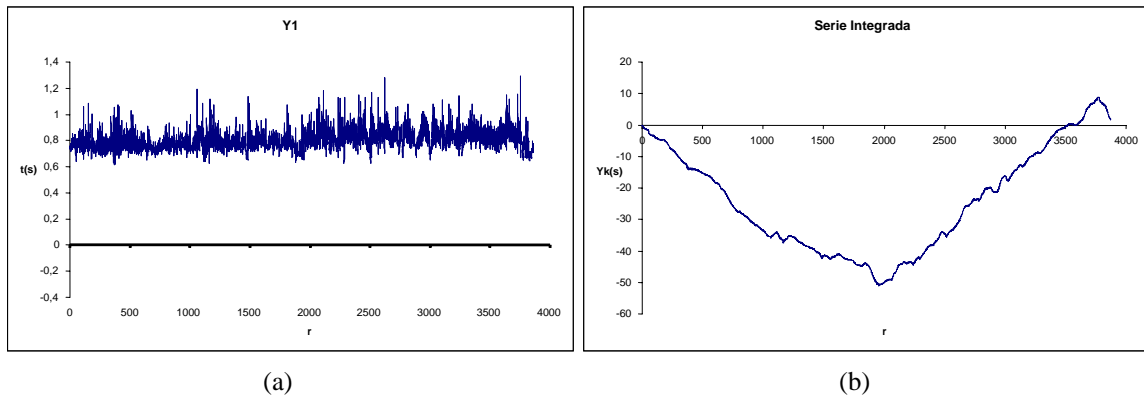


Figura 4.1 – (a) Série original de intervalos entre batimentos cardíacos obtidos de ECG's de humanos; (b) Série integrada após ter sido retirada a média.

A seguir, quebramos a nova série $\{y(t)\}$ em intervalos não sobrepostos de tempo iguais I_n de tamanho s , onde $n = 0, 1, \dots, N_s - 1$ e N_s corresponde à parte inteira de N/s . Introduzimos a função de tendência local $Y_\tau(t)$ definida por $Y_s = a_n + b_n t$ para $t \in I_n$, onde os coeficientes a_n e b_n representam o ajuste linear pelo método dos mínimos quadrados (figura 4.2). O tamanho das janelas (isto é, o número de pontos por janela) vão aumentando por um fator multiplicativo (figura 4.2 (b)), pois se fossem aumentadas por um fator aditivo, teríamos uma densidade de pontos heterogênea ao levantarmos a curva log-log, que veremos em seguida, fazendo com que o ajuste linear, que também veremos em seguida, favoreça um conjunto de pontos referentes às grandes janelas, diminuindo a precisão quanto à análise de correlação de longo alcance, ou seja, tornando pouco expressivos os pontos correspondentes às pequenas janelas.

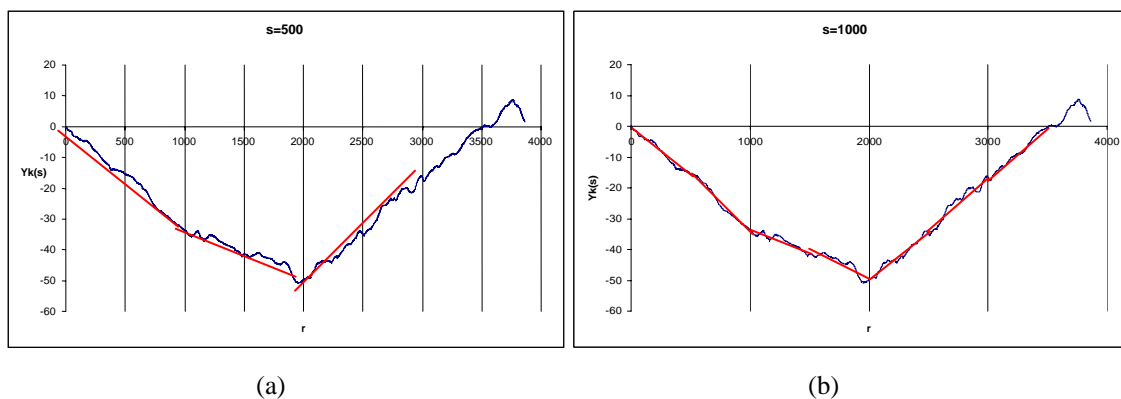


Figura 4.2 – (a) Ajustes lineares para $s = 500$; (b) Ajustes lineares para $s = 1000$.

Calculamos a função de flutuação $F(s)$ definida como

$$F(s) = \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} [Y(i) - Y_s(i)]^2}. \quad (4.3)$$

Por fim, plotamos o gráfico $\log[F(n)]$ por $\log(n)$, como mostrado abaixo na figura 3.3 e ajustamos uma reta aos pontos, cujo coeficiente do termo x é o h procurado.

Pode-se observar pelas figuras 4.2 e 4.3 que $F(s)$ normalmente cresce com o aumento das janelas, pois à medida que as janelas vão diminuindo, os ajustes vão se tornando mais próximos dos pontos, diminuindo a variância.

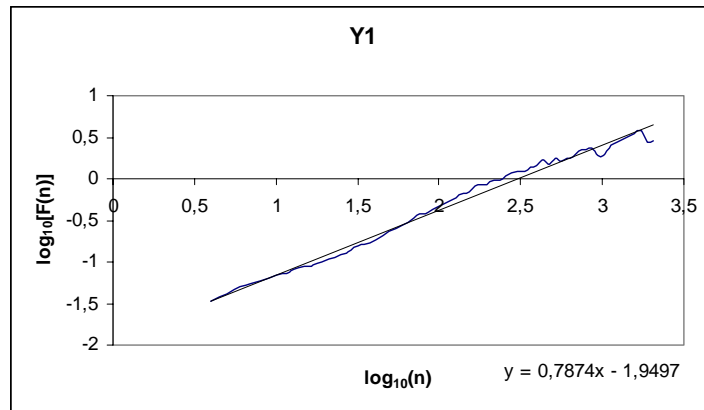


Figura 4.3- Obtenção do coeficiente h a partir da DFA da série de batimentos cardíacos de um jovem sujeito ao experimento de ser monitorado enquanto assistia ao filme Fantasia (Walt Disney - 1940)

Os gráficos apresentados até então são reais, e pertencem a um jovem de um conjunto de ECG's de um grupo de pessoas saudáveis (5 jovens e 5 idosos) que se submeteram ao experimento de serem monitoradas por duas horas durante a apresentação do filme Fantasia (Walt Disney - 1940). Esses dados estão disponíveis na internet, cujo endereço é <http://www.physionet.org/physiobank/database/fantasia/>. Chamaremos esse conjunto de dados de “Fantasia Database”. No entanto, os ajustes lineares nos gráficos 4.2 (a) e (b) são meramente ilustrativos.

Um teste importante é verificar se partes diferentes da série informam igualmente sobre sua fractalidade. Pois se ela é monofractal, significa que devemos encontrar o mesmo coeficiente DFA para diferentes pedaços da mesma série. Um teste com os dados da

Physionet podem nos guiar sobre se devemos dar um tratamento multifractal, ou se o tratamento monofractal é suficiente. Um tratamento monofractal pode ser importante do ponto de vista comparativo, se quisermos simplesmente comparar se pessoas saudáveis diferem em termos da DFA de pessoas portadoras de algum tipo de doença cardíaca. No entanto, se esta apresenta DFA's diferentes para diferentes partes da série, uma análise multifractal dará informações mais detalhadas, como o grau de complexidade ou a variação de complexidade de acordo com os diferentes estados de saúde, por exemplo. Complexidade está sendo referenciada de acordo com a fractalidade, uma vez que quanto mais monofractal for a série, menos complexa ela é. Vale salientar que esta comparação é feita entre séries multifractais.

4.2 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)

4.2.1 Descrição do Método

MF-DFA [10] generalizado consiste de 5 passos. Os três primeiros são, em essência, idênticas ao DFA convencional. Seja x_k uma série de comprimento N , e que a série seja de suporte compacto. O suporte é definido como o conjunto dos índices k com $x_k \neq 0$, e é compacto se $x_k = 0$ para uma pequena fração da série. O valor de $x_k = 0$ é interpretado como não tendo valor nesse k .

Passo 1:

Determinamos o perfil

$$y(i) \equiv \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle], i = 1, \dots, N. \quad (4.4)$$

Esta é a integração da série. A subtração da média $\langle x \rangle$ não é obrigatória, já que seria eliminada depois pela retirada das tendências (ou destendenciamento) no 3º passo.

Passo 2:

Dividir o perfil $Y(i)$ em $N_s \equiv \text{int}(N/s)$ segmentos sobrepostos de comprimentos iguais s . Já que $s * \text{int}(N/s) \leq N$, repetimos o mesmo procedimento no sentido contrário, a

fim de que se aproveite todos os pontos, ou seja, já que fizemos a divisão começando pelo início da série em direção ao final, repetimos este processo iniciando do final da série para o início da mesma. Significa que obtemos $2N$ segmentos ao todo.

Passo 3:

Calculamos a tendência local para cada um dos $2N_s$ segmentos pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Determinamos a variância

$$F^2(v, s) \equiv \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (4.4)$$

Para cada segmento $v, v \equiv 1..N_s, e$

$$F^2(v, s) \equiv \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (4.5)$$

Para

$$v = N_s + 1, \dots, 2N_s .$$

Onde $y_v(i)$ é o ajuste polinomial no segmento v .

Os Tipos de Ajustes Polinomiais são classificados como: Linear (MF-DFA1- MF-DFA de ordem 1), Quadrático (MF-DFA2), Cúbico (MF-DFA3), ordem m (MF-DFAm).

Já que o destendenciamento da série temporal é realizada pela subtração dos ajustes polinomiais do perfil, DFA de diferentes ordens diferem em sua capacidade de eliminar tendências nas séries.

No MF-DFAm (MF-DFA de ordem m), as tendências de ordem m no perfil (ou, equivalentemente, de ordem $m - 1$ na série original) são eliminadas. Assim, uma comparação dos resultados para diferentes ordens de DFA permite-nos estimar o tipo de tendência polinomial na série temporal.

Passo 4:

Média de todos os segmentos para obter a função de flutuação de ordem q .

$$F_q(s) \equiv \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (4.6)$$

Onde, em geral, o índice q pode assumir qualquer valor real (no caso $q = 0$, ver passo 5).

Para $q = 2$, temos o DFA padrão.

Estamos interessados em saber como $F_q(s)$ depende da escala de tempo s para diferentes valores de q . Portanto, devemos repetir os passos 2 e 4 para várias escalas de s . Aparentemente, $F_q(s)$ cresce com o crescimento de s .

* $F_q(s)$ depende da ordem m DFA.

* Por construção, $F_q(s)$ só é definido para $s \geq m + 2$.

Exemplos:

se DFA1, então $s \geq 3$ (menor janela)

se DFA3, $\Rightarrow s \geq 5$

Passo 5:

Determinar o comportamento da escala das funções de flutuação analisando os gráficos log-log de $F_q(s)$ versus s para cada valor de q .

Se as séries x_i são correlacionadas leis de potência de longo-alcance, $F_q(s)$ cresce para grandes valores de s , como uma lei de potência.

Para escalas grandes (muito grandes), $s \geq N/4$, $F_q(s)$ se torna estatisticamente errado devido ao número de segmentos N_s para a média no passo 4 se torna muito pequena. Assim costumamos excluir as escalas para $s \geq N/4$ do procedimento de ajuste para determinar h_q . Além de que, desvios sistemáticos do comportamento da escala em

$$F_q(s) \approx s^{h(q)} \quad (4.7)$$

que podem ser corrigidos, ocorrem para pequenas (muito pequenas) escalas $s \approx 10$. Em geral, o expoente $h(q)$ na equação acima pode depender de q .

Para séries temporais estacionárias, $h(2)$ é idêntico ao expoente de Hurst. Assim, chamaremos a função $h(q)$ de Expoente de Hurst Generalizado.

O valor de $h(0)$, que corresponde ao limite $h(q)$ para $q \rightarrow 0$, não pode ser diretamente determinado usando a equação 3.6 devido à divergência do expoente. Ao invés disso, uma média logarítmica tem que ser empregada,

$$F_0(s) = \exp\left\{\frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln[F^2(v, s)]\right\} \approx s^{h(0)} \quad (4.8)$$

Note que $h(0)$ não pode ser definido para séries temporais com suporte fractal, onde $h(q) \xrightarrow{q \rightarrow 0} \infty$ [10].

Para séries temporais monofractais com suporte compacto, $h(q)$ é independente de q , já que o comportamento das variâncias $F^2(v, s)$ são idênticas para todos os segmentos v , e a média em 4 dará apenas esse comportamento de escala idêntica para todos os valores de q . Só se pequenas e grandes flutuações escalarem diferentemente, haverá uma dependência significativa de $h(q)$ sobre q :

Se considerarmos os valores positivos de q , os segmentos v com grande variância $F^2(v, s)$ (i.e., grandes desvios do ajuste correspondente) dominarão a média $F_q(s)$. Assim, para valores positivos de q , $h(q)$ descreve o comportamento de escala dos segmentos com grandes flutuações.

Do contrário, para valores negativos de q , os segmentos v com pequenas variâncias $F^2(v, s)$ dominarão a média $F_q(s)$. Portanto, para valores negativos de q , $h(q)$ descreve o comportamento de escala dos segmentos com pequenas flutuações.

Sumário: $q \geq 0 \Rightarrow F^2(v, s)$ grandes dominam a média $F_q(s)$.

$q \leq 0 \Rightarrow F^2(v, s)$ pequenos dominam a média $F_q(s)$.

Normalmente, as grandes flutuações são caracterizadas por um menor expoente de escala $h(q)$ para séries multifractais do que as flutuações pequenas. Isso pode ser entendido a partir dos seguintes argumentos:

Para a escala máxima $s = N$ a função de flutuação $F_q(s)$ é independente de q , já que a soma em

$$F_q(s) \equiv \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (4.9)$$

roda apenas sobre dois segmentos idênticos ($N_s \equiv [N/s] = 1$).

Para escalas menores $s \ll N$ o procedimento médio roda sobre vários segmentos, e o valor médio $F_q(s)$ será dominado por $F^2(v, s)$ a partir dos segmentos com pequenos (grandes) flutuações se $q \leq 0$ ($q \geq 0$).

Assim, para $s \ll N$, $F_q(s)$ com $q \leq 0$ será menor que $F_q(s)$ com $q \geq 0$, enquanto que ambos se tornam iguais para $s = N$.

Portanto, se assumirmos um comportamento de escala homogêneo de $F_q(s)$ seguindo $F_q(s) \approx s^{h(q)}$, a inclinação $h(q)$ num plot log-log de $F_q(s)$ com $q \leq 0$ versus s tem que ser maior que a inclinação correspondente para $F_q(s)$ com $q \geq 0$. Assim, $h(q)$ para $q \leq 0$ será visualmente maior que $h(q)$ para $q \geq 0$.

De qualquer modo, o método MF-DFA só pode determinar o expoente de Hurst generalizado $h(q)$, e ele já se torna impreciso para sinais fortemente anti-correlacionados quando $h(q)$ está próximo à zero. Em tais casos, modificamos a técnica:

Trocamos a soma simples na equação 4.4 pela dupla [10]:

$$\tilde{Y}(i) = \sum_{k=1}^i [Y(k) - \langle Y \rangle] \quad (4.10)$$

Onde

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \langle x \rangle], \quad i = 1, \dots, N. \quad (4.11)$$

Para $\tilde{Y}(i)$, obtém-se $\tilde{F}(s)$, com expoentes maiores $\tilde{h}(q) = h(q) + 1$ (claro pois reinteegramos a série)

$$\tilde{F}_q(s) \sim s^{\tilde{h}(q)} = s^{h(q)+1} \quad (4.12)$$

Vê-se que

$$\tilde{F}(s)/s \sim F_q(s) \quad (4.13)$$

Se não subtrairmos os valores médios em cada passo da soma em (4.10), essa soma leva à tendências quadráticas no perfil $\tilde{Y}(i)$. Nesse caso, deve-se empregar pelo menos um MF-DFA2 para eliminar essas tendências artificiais.

4.2.2 Relação à Análise Multifractal Padrão

Para séries estacionárias normalizadas com suporte compacto, o expoente de escala multifractal $h(q)$ definido em

$$F_q(s) \approx s^{h(q)} \quad (4.14)$$

está diretamente, relacionado como mostraremos abaixo, ao expoente de escala $h(q)$ definido pela função de partição padrão baseado no formalismo multifractal.

Suponha que a série x_k de comprimento N seja uma seqüência estacionária, positiva e

normalizada, i.e., $x_k \geq 0$ em $\sum_{k=1}^N x_k = 1$.

Portanto o procedimento de retirar a tendência no passo 3 do Método MF-DFA não é requerido, já que não há tendências a serem retiradas. Assim, o DFA pode ser trocado pela análise de flutuação padrão (FA), que é idêntico ao DFA, exceto por uma definição significada da variância para cada segmento $v, v = 1, \dots, N_s$, no passo 3:

$$F^2_{FA}(v, s) \equiv [Y(vs) - Y((v-1)s)]^2, v = 1, \dots, N_s \quad (4.15)$$

$$F_q(s) \equiv \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2_{FA}(v, s)] \right\}^{1/q} \quad (4.16)$$

Obtém-se

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [Y(v, s) - Y((v-1)s)]^2 \right\}^{q/2} \quad (4.17)$$

E comparando com $F_q(s) \approx s^{h(q)}$

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \right\}^{1/q} \sim s^{h(q)} \quad (4.18)$$

Por simplicidade, digamos que $N_s = \text{int}(N/s) = N/s$

$$\Rightarrow F_q(s) = \left\{ \frac{s}{2N} \sum_{v=1}^{2N_s} |Y(v, s) - Y((v-1)s)|^q \right\}^{1/q} \quad (4.19)$$

$$\Rightarrow \left\{ \sum_{v=1}^{2N_s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \right\}^{1/q} \approx \left(2 \frac{N}{s} \right)^{1/q} s^{h(q)}$$

$$\approx \left(s^{-\frac{1}{q}} s^{h(q)} \right)$$

$$\approx s^{\frac{qh(q)-1}{q}}$$

$$\Rightarrow \sum_{v=1}^{N/s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \approx s^{qh(q)-1} \quad (4.20)$$

Isso já corresponde ao formalismo multifractal usado, por exemplo, nas referências [29,31]. De fato, a hierarquia dos expoentes H_q similar ao nosso $h(q)$ tem sido introduzido baseado na equação (11) da referência (29).

A fim de relacionar o MF-DFA ao formalismo *box counting* padrão, empregamos a definição do perfil na equação (1). É evidente que o termo $Y(vs) - Y[(v-1)s]$ na equação (4.20) é idêntico à soma dos números x_k dentro de cada segmento v de tamanho s . Essa soma é conhecida como a probabilidade da caixa $p_s(v)$ no formalismo multifractal padrão para séries normalizadas x_k ,

$$p_s(v) \equiv \sum_{k=(v-1)s+1}^{vs} x_k = Y(vs) - Y[(v-1)s]. \quad (4.21)$$

O expoente de escala $\tau(q)$ é normalmente definida via função de partição $Z_q(s)$,

$$Z_q(s) \equiv \sum_{v=1}^{N/s} |p_s(v)|^q \approx s^{\tau(q)}, \quad (4.22)$$

Onde q é um parâmetro real como no MF-DFA acima. Às vezes $\tau(q)$ é definido com sinal oposto (ver, por exemplo, [28]).

Usando a equação (4.21) vemos que a equação (4.22) é idêntica à equação (4.20), e obtemos analiticamente a relação entre os dois conjuntos de expoentes de escala multifractal,

$$\tau(q) = qh(q) - 1. \quad (4.23)$$

Assim, mostramos que o $h(q)$ definido na equação (4.14) para o MF-DFA está diretamente relacionado aos expoentes de escala multifractal $\tau(q)$.

Uma outra maneira de caracterizar uma série multifractal é o espectro de singularidade $f(\alpha)$, que está relacionado à $\tau(q)$ via uma transformada de Legendre [28,30],

$$\alpha = \tau'(q) \text{ e } f(\alpha) = q\alpha - \tau(q). \quad (4.24)$$

Aqui, α é a intensidade da singularidade ou expoente de Hölder, enquanto $f(\alpha)$ denota a dimensão do subconjunto de séries que é caracterizado por α . Usando a equação (4.23), podemos relacionar diretamente α e $f(\alpha)$ à $h(q)$,

$$\alpha = h(q) + qh'(q) \text{ e } f(\alpha) = q[\alpha - h(q)] + 1. \quad (4.25)$$

4.2.3 Teste do Método

Uma maneira de se testar o método é criar séries onde se pode prever o expoente de Hurst exatamente e comparar os resultados analíticos com os resultados numéricos obtidos por MF-DFA. A série que usaremos para testar o método é a série binomial multifractal, por ser de fácil criação e de fácil análise [10].

Série Binomial Multifractal

No modelo binomial multifractal, uma série de $N = 2^{n_{\max}}$ números x_k com $k = 1, \dots, N$ é definida por

$$x_k = a^{n(k-1)} (1-a)^{n_{\max} - n(k-1)}, \quad (4.26)$$

Onde $0.5 < a < 1$ é um parâmetro e $n(k)$ é o número de dígitos iguais 1 na representação binária de índice k , por exemplo, a representação binária de 39 é 100111, logo, $n(39)=4$.

Os expoentes de escala $\tau(q)$ podem ser calculados de forma direta. De acordo com as equações (4.21) e (4.26) a probabilidade da caixa $p_{2^s}(v)$ no v -ésimo segmento de tamanho 2^s é dada por

$$p_{2^s}(v) = p_s(2v-1) + p_s(2v) = [(1-a)/a + 1]p_s(2v) = p_s(2v)/a. \quad (4.27)$$

Assim, de acordo com as equações (4.13) e (4.18),

$$\begin{aligned}
Z_q(s) &= \sum_{v=1}^{N/s} [p_s(v)]^q = \sum_{v=1}^{N/2s} [p_s(2v-1)]^q + [p_s(2v)]^q \\
&= \left[\frac{(1-a)^q}{a^q} + 1 \right] \sum_{v=1}^{N/2s} [p_s(2v)]^q \\
&= [(1-a)^q + a^q] \sum_{v=1}^{N/2s} [p_{2s}(v)]^q = [(1-a)^q + a^q] Z_q(2s)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

e de acordo com as equações (4.22) e (4.23),

$$\tau(q) = \frac{-\ln[a^q + (1-a)^q]}{\ln(2)}, \tag{4.29}$$

$$h(q) = \frac{1}{q} - \frac{\ln[a^q + (1-a)^q]}{q \ln(2)} = \frac{1}{q} [1 + \tau(q)]. \tag{4.30}$$

Veja que, conforme esperado, $\tau(0) = -1$. Há uma forte dependência não-linear de $\tau(q)$ sobre q , indicando multifractalidade. A mesma informação está incluída na dependência de $h(q)$ sobre q . Os valores assintóticos são $h(q) \rightarrow \frac{-\ln(a)}{\ln(2)}$ para $q \rightarrow \infty$ e $h(q) \rightarrow \frac{-\ln(1-a)}{\ln(2)}$ para $q \rightarrow -\infty$. Eles correspondem ao comportamento de escala das maiores e menores flutuações, respectivamente. Note que $h(q)$ se torna independente de q no limite assintótico, enquanto que $\tau(q)$ se aproxima para uma dependência linear de q .

A figura 4.4 (a) mostra as funções de flutuação $F_q(s)$ do MF-DFA para o modelo binomial multifractal com $a=0.9$. A figura 4.4(c) mostra as inclinações correspondentes $h(q)$ para $a=0.9$, juntamente com as previsões teóricas obtidas a partir da equação (4.30). Os resultados numéricos estão em boa concordância com a equação (4.29) mostrando que os expoentes correspondentes $\tau(q) = qh(q) - 1$ [ver equação (4.23)] e o espectro correspondente $f(\alpha)$ calculado a partir de $h(q)$ usando a transformada de Legendre modificada (4.25). Ambos estão de bom acordo com a equação (4.29). Checou-se também que os resultados para o modelo multifractal binomial permanece inalterado se a técnica da soma dupla [ver equação

(4.10)] for aplicada. Obtemos inclinações $\tilde{h}(q) = h(q) + 1$ como esperado na equação (4.12). Note que não é necessário usar tal modificação, a não ser que $h(q)$ esteja próximo de zero ou tenha valores negativos.

O espectro teórico apresenta uma abertura $[\alpha_{\max \text{ teórico}}, \alpha_{\min \text{ teórico}}] = [3.3219; 0.1520]$, isto é, um $\Delta_{\alpha \text{ teórico}} = 3.1699$, enquanto que o resultado experimental indica um gama $[\alpha_{\max}, \alpha_{\min}] = [3.2120; 0.1520]$, ou seja, $\Delta_{\alpha} = 3.0600$, com um erro relativo percentual de 3.47%. O Erro Quadrático Médio, definido como

$$EQM = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_{\text{pontos}}} (a_{i_{\text{teórico}}} - a_{i_{\text{numérico}}})^2}}{n_{\text{pontos}}} \quad (4.31)$$

é de 0.024 para este experimento. Considerando que utilizamos uma série de apenas 8000 pontos, este resultado é bastante razoável, pois estamos fazendo uma análise de um objeto finito para estimar um parâmetro de um objeto infinito.

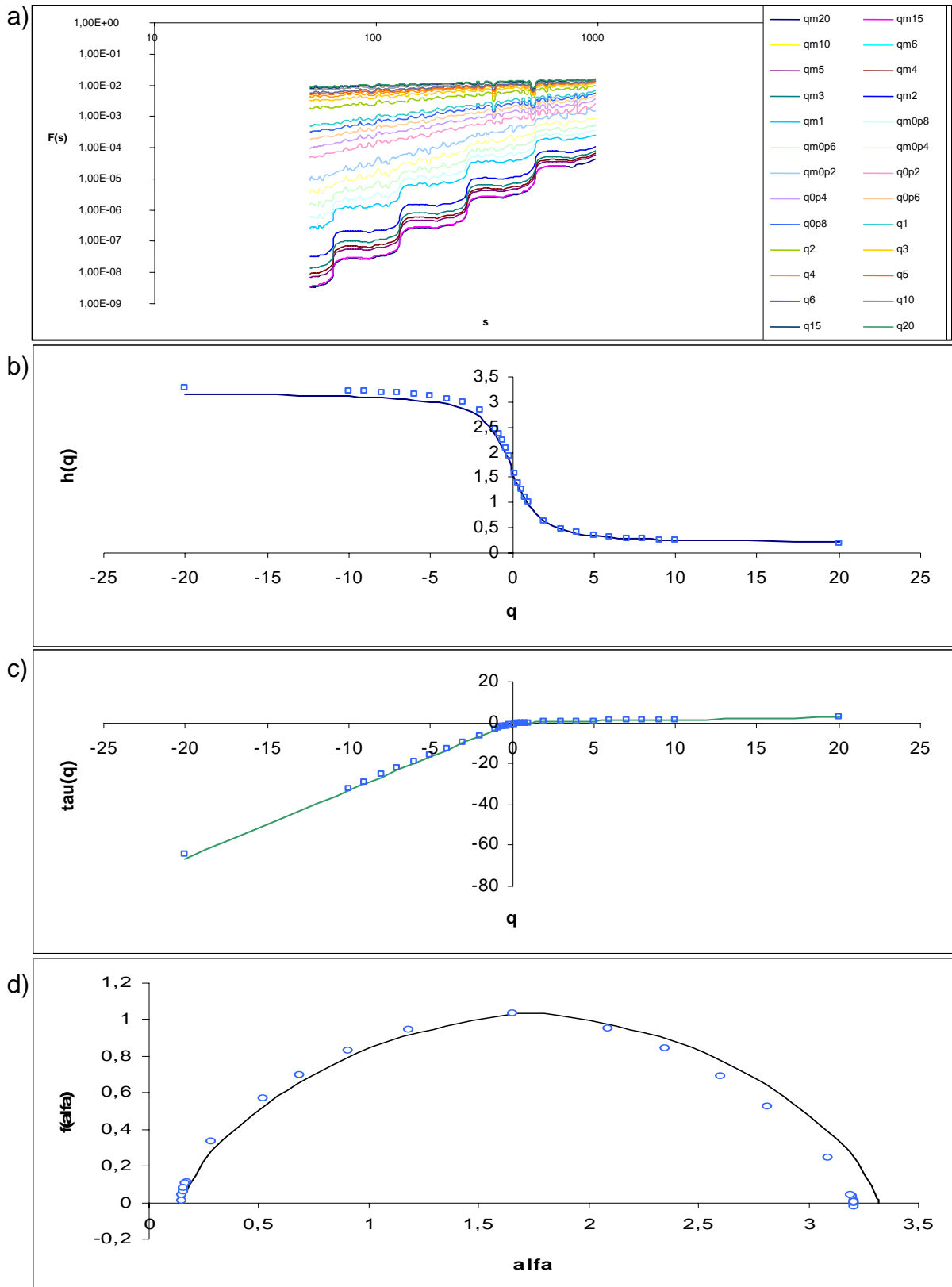


Figura 4.4 – (a) As funções de flutuação são exibidas versus a escala s numa representação gráfica log-log para o modelo binomial multifractal com $a=0.9$ para MF-DFA1. A escala s varia de 50 a 1000 pontos por janela. (b) podemos ver a dependência do expoente de Hurst generalizado $h(q)$. Em (c) vemos ao correspondente expoente $\tau(q)$ e em (d), o espectro de singularidade $f(\alpha)$ para $a=0.9$, determinado pela transformada de Legendre (4.25). As linhas são as curvas teóricas obtidas pelas equações (4.24), (4.29) e (4.30). Foi utilizada uma série de 8000 pontos para esta análise.

5 Desenvolvimento de Metodologia

5.1 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis Aplicada à Séries Pulsadas

5.1.1 Aquisição dos Sinais de Pressão Arterial (PA) em Preguiças

Devido aos limites de capacidade de armazenamento do computador usado para se fazer a aquisição de dados, fez-se necessário a obtenção freqüentemente interrompida de sinais de PA pulsátil do bicho preguiça durante 48 horas, para avaliar as flutuações no período claro-escuro.

Para realizar tal aquisição, um transmissor de biotelemetria de PA desenvolvido no Laboratório de Fisiologia Cardiopulmonar da UFPE, previamente calibrado, foi conectado à artéria carótida comum. O sistema cânula/transdutor ficava protegido da ação do animal através de um colar de gaze posicionado no pescoço. O animal foi colocado numa sala de experimentação onde permanecia com liberdade de movimentos durante o período de monitorização, que foi de 48 horas, tendo à disposição água e folhas de imbaúba. A iluminação artificial da sala estava ligada a um relógio temporizador que a submetia a ciclos claro-escuro de 12 horas cada, isto é, o ciclo claro tinha duração entre 06:00 e 18:00 h, e o ciclo escuro, das 18:00 às 06:00 h.

5.1.2 Tratamento dos Sinais de FC da Preguiça (*B. variegatus*)

A princípio não podemos aplicar a técnica, pois foram verificados que, para a série multifractal binomial, são necessários pelo menos 8000 pontos para se ter um EQM de cerca de 0,016, que abaixo disso começa a haver um crescimento razoável desse indicador. Um minuto de gravação de sinais de PA dos dados de preguiça tem cerca de 30000 pontos, mas como trabalhamos apenas com os picos, obtemos apenas cerca 85 pontos dentro desses 30000 pontos por série (ver figura 5.1), o que é duas ordens de grandeza menor do que o que

estamos tomando por número mínimo de pontos necessários para se realizar o MF-DFA. Vale salientar que uma série desse tipo não tem suporte compacto como requerido, já que tem zeros ao longo da mesma, correspondentemente aos pontos ausentes (que não foram gravados).

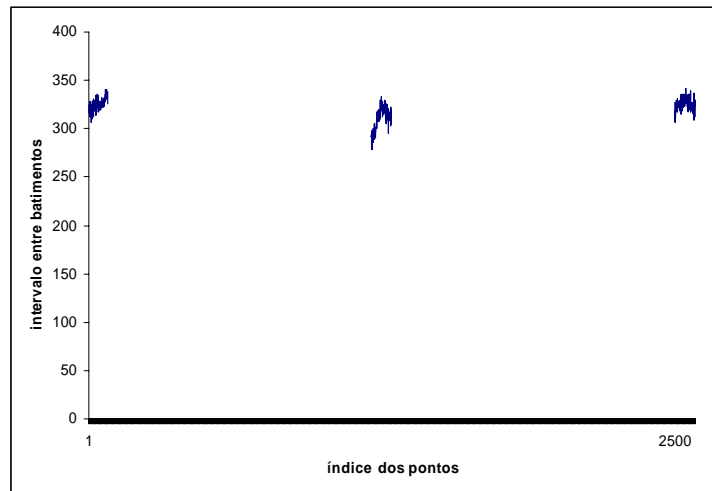


Figura 5.1 – Dados reais de preguiça, obtidos a uma proporção de 1 minuto de aquisição a cada 15 minutos. A figura exibe os pontos referentes aos primeiros 31 minutos da série. Caso considerássemos o tempo ocioso como contante, a série ficaria como nesta figura.

Temos 150 séries, cada uma com cerca de 85 pontos, e a única maneira de se realizar um teste com essas séries seria concatenando-as, e obtendo cerca de 12750 pontos, o que é bastante razoável. O problema é que não sabemos se é válido aplicar o método a um conjunto de séries concatenadas, pelo menos dessa forma. Torna-se necessário realizar uma investigação sobre séries conhecidas sob as mesmas condições desta série, o que força a modificação do método para que se possa fazer a análise de séries interrompidas, o que denomino de PS-MF-DFA (Pulsed Series – Multifractal Detrended Fluctuations Analysis).

Este método, que até então não tenho conhecimento de precedentes, consiste em darmos a uma série “igualmente espaçada” como na figura 5.1, um tratamento nominal muito utilizado em eletrônica a sinais pulsados com frequência e *duty cycle* bem definidos, o qual chamamos PWM (Pulse Width Modulation), ou seja, Modulação por Largura de Pulso. Chamamos frequência o inverso do período de onda dado pelo intervalo entre os inícios de dois picos consecutivos intervalados por sinais baixos, e chamamos *duty cycle* a razão entre a quantidade de tempo que o sinal passa no nível alto em um período e o próprio período. A figura 5.2 demonstra mais claramente tais elementos.

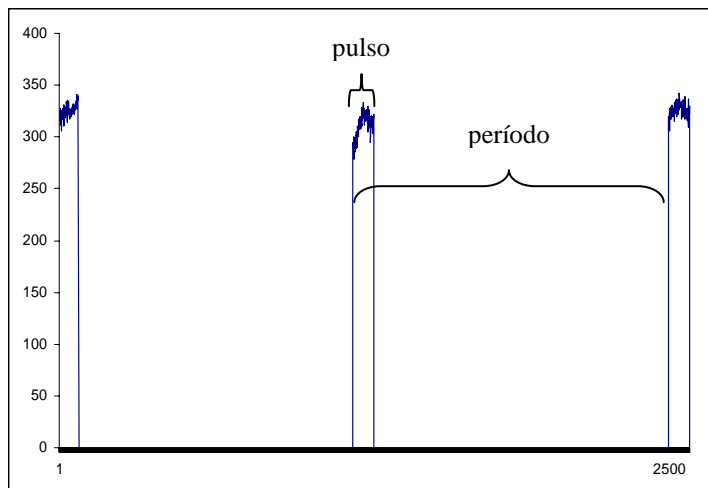


Figura 5.2 – Modo PWM de se ver a mesma série da figura 5.2. Os parâmetros deste tipo de série são a frequência (neste caso, 1.11mHz) e o duty cycle (neste caso, 6.67%), que corresponde à largura do pulso em relação ao período (aqui, 900 s).

Que resultados podemos esperar se resolvêssemos concatenar todos os pedaços de séries? Será que tais séries igualmente intervaladas ao serem concatenadas preservam suas características multifractais?

Para responder esta pergunta, precisamos realizar testes com séries já conhecidas sob condições semelhantes à de nossa série de FC de preguiça. Nesse caso, é necessário se fazer dois testes: Um teste com a binomial multifractal, pois já conhecemos seu comportamento e, se a ação sugerida preservar as características multifractais, deveríamos obter resultados muito próximo, pois certamente há perda de informação. No entanto, se há correlação de longo alcance, esta deveria ser preservada nesses intervalos, ou pelo menos boa parte dela. Em seguida, seria bom testar com dados de FC de humanos para se poder fazer uma comparação mais real, pois a série binomial multifractal certamente oferecerá resultados excelentes, pois ela tem sua estrutura fractal bem definida, preservando muito bem suas correlações de longo alcance.

Num teste humano talvez as coisas sejam um pouco diferentes. Não sabemos, por exemplo, quanto se preserva da informação multifractal. Para uma melhor abordagem, vamos fazer tal verificação numa pessoa que contém algum problema cardíaco, no caso arritmia. Temos dados de pessoas antes e após medicação, e podemos ver se há variação nos seus espectros de singularidade para MF-DFA. Se houver, é esperado que, pelo menos esse tipo de variação se repita para PS-MF-DFA. Se isso acontecer, certamente temos mais força argumental para aplicar o método aos dados de preguiça.

Série Binomial Multifractal

Seja a série binomial multifractal como definida na seção 5.1.2. Façamos um teste com ela. Vamos submeter a série às mesmas condições do série de preguiça, simulando 1 minuto a cada 15 minutos, ou seja, 85 pontos à cada 1275 pontos, correspondendo à um duty cycle de 6.67% num período de (900s)

Como queremos 8000 pontos, precisamos gerar 120000 pontos para extrairmos o que precisamos. Os pontos são obtidos da seguinte forma: Geramos a série binomial multifractal com 120000 pontos e em seguida extraímos 85 pontos a cada 1275, desprezando todos os pontos restantes para cada período, até se ter um total de 95 períodos. Em seguida, juntamos todos os pontos extraídos na sequência em que foram retirados, formando uma nova série de 8075 pontos.

Aplicamos o método MF-DFA e obtemos os resultados exibidos na figura 5.3.

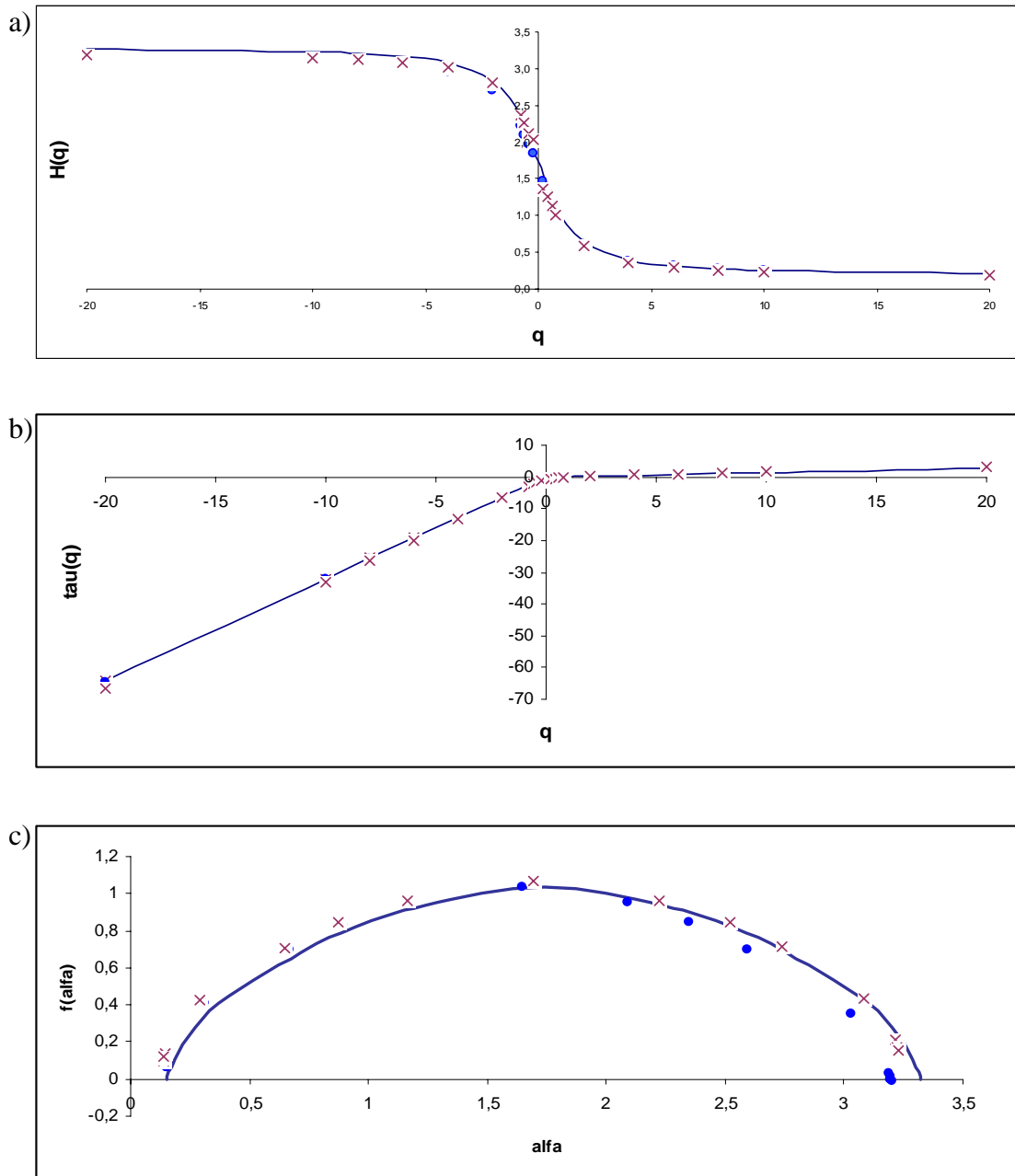


Figura 5.3 – (a) As funções de flutuação são exibidas versus a escala s numa representação gráfica log-log para o modelo binomial multifractal com $a=0.9$ para MF-DFA1. A escala s varia de 50 a 1000 pontos por janela. (b) podemos ver a dependência do expoente de Hurst generalizado $h(q)$. Em (c) vemos ao correspondente expoente $\tau(q)$ e em (d), o espectro de singularidade $f(\alpha)$ para $a=0.9$, determinado pela transformada de Legendre (16). As linhas são as curvas teóricas obtidas pelas equações (4.24), (4.29) e (4.30). Foi utilizada uma série pulsada de 8075 pontos para esta análise. A linha sólida representa a previsão teórica, os sinais em forma de círculos representam o MF-DFA, e os sinais em forma de x representam o S-MF-DFA

5.2 Testes com Batimentos Cardíacos Reais: Primeiros Resultados

Após verificar que o método MF-DFA aplicados às séries binomiais multifractais regularmente espaçadas e concatenadas indicam a conservação da multifractalidade, isto é, que para uma série devidamente preparada, a perda de informação (pontos) de alguma forma não implica necessariamente na perda de outra informação (multifractalidade), significando que muito provavelmente essa relação não seja linear.

Queremos verificar como dados de ECG reais submetidos às mesmas condições dos dados de preguiça respondem às técnicas. Dessa forma, poderemos ver se a técnica é aplicável a esse tipo de dado e quais conclusões podemos tirar.

Os dados da PhysioNet Database

A PhysioNet (<http://www.physionet.org/>) oferece livre acesso via web à uma grande coleção de gravações de dados fisiológicos. A PhysioNet é um serviço público de fonte de pesquisa para sinais fisiológicos Complexos, fundada pela National Center for Research Resources dos National Institutes of Health. Os dados foram obtidos 1988 no Boston's Beth Israel Hospital.

A gravações foram digitalizadas a 360 amostras por segundo por canal com resolução de 11 bits num gama de 10 mV. Dois ou mais cardiologistas independentemente anotaram cada gravação.

Aplicando a técnica aos dados de arritmia

Após obter sucesso com a aplicação do método PS-MF-DFA aplicados à série binomial multifractal, precisamos testar com dados humanos para nos certificarmos se realmente podemos aplicar as técnicas aos dados de preguiça.

Observamos séries das mesmas pessoas sob dois momentos diferentes e vimos como se comportaram as séries antes e após tratamento médico.

Submetemos os dados de humanos às mesmas condições que submetemos a série binomial multifractal e vejamos o que acontece. Será que nesse caso a perda de informação implicará na perda de características multifractais? A resposta a esta pergunta dirá se é possível aplicar a técnica aos dados de preguiça.

As séries têm em torno de 69500 pontos, o que é um número de pontos bastante razoável, já que vimos que para a binomial multifractal adotamos como menor número de pontos necessário para se obter uma boa MF-DFA como sendo de 8000, pois abaixo disso o desvio passa a se tornar significativo. No entanto, quando extraímos as séries pulsadas de períodos 900 s e 81000 s, tivemos uma redução para 4395 pontos, isto é, teremos quase metade do número de pontos recomendado. Isso deve implicar num certo desvio da realidade, porém, queremos observar se as diferenças entre os dois momentos (antes e após tratamento médico) são perceptíveis, o que já seria um resultado bastante razoável, pois permitiria-nos realizar tais análises multifractais em séries pulsadas ou em séries não suficientemente grandes.

Observamos os dados de dois pacientes com arritmia cardíaca, que chamamos de e033 e e047. Os ECG's que foram realizados antes do tratamento têm o sufixo "a", no caso e033a e e047a, e os que foram realizados após tratamento recebem o sufixo "b", no caso e033b e e047b.

O paciente e047 é do sexo masculino, com idade entre 60 e 64 anos. Antes de ser medicado, teve mínimos e máximos de intervalos de batimentos cardíacos de 0.664 s e 1.148 s respectivamente. Após medicado com Encainida, e033 teve mínimos e máximos de intervalos de batimentos cardíacos de 0.437 s e 0.812 s, respectivamente. Cada ECG tem cerca de 40 horas.

O paciente e033 é do sexo masculino, com idade entre 35 e 39 anos. Antes de ser medicado teve mínimos e máximos de intervalos de batimentos cardíacos de 0.476 s e 0.851 s, respectivamente. Após medicado com Encainida, e033 teve mínimos e máximos de intervalos de batimentos cardíacos de 0.773 s e 1.335 s, respectivamente. Cada ECG teve cerca de 40 horas.

Os dados dos dois pacientes foram submetidos às mesmas condições para os experimentos:

- Dados totais
- Foram extraídos 1 ponto a cada 15 pontos, que é justamente o período mínimo para se ter um duty cycle de 6.67%
- Foram extraídos 90 pontos a cada 1350 pontos, preservando o duty cycle de 6.67%, porém aproximando a uma média de cerca 90 pontos por minutos, que é aproximadamente a taxa de batimentos cardíacos que obtivemos do bicho preguiça.

Formam-se então um conjunto de 6 tabelas de dados, que chamaremos de e033 e e047 a tabelas que contém todos os pontos originais, e033_1cada15 e e047_1cada15 as tabelas de período mínimo e de e033_ps e e047_ps as séries pulsadas para simulação dos dados do bicho preguiça.

Submetidos à aplicação de MF-DFA e PS-MF-DFA, obtivemos os gráficos das figuras 5.4a e 5.4b. Tais figuras mostram as funções de flutuações para os dois estados do paciente e047, onde o primeiro de nome e047a corresponde ao paciente antes de ser medicado, e o segundo, e047b, após medicação. Note a semelhança entre os dois gráficos, exceto para as janelas com menos que cerca de 180 pontos, onde para $q \geq 4$ temos $h(q)$ próximo de zero, e estes pontos deveriam receber um tratamento diferenciado, já que para esta situação o método já se torna impreciso. Nesse caso, poderíamos utilizar o método MF-DFA modificado, onde trocamos a soma simples na equação (1) pela soma dupla na equação (7).

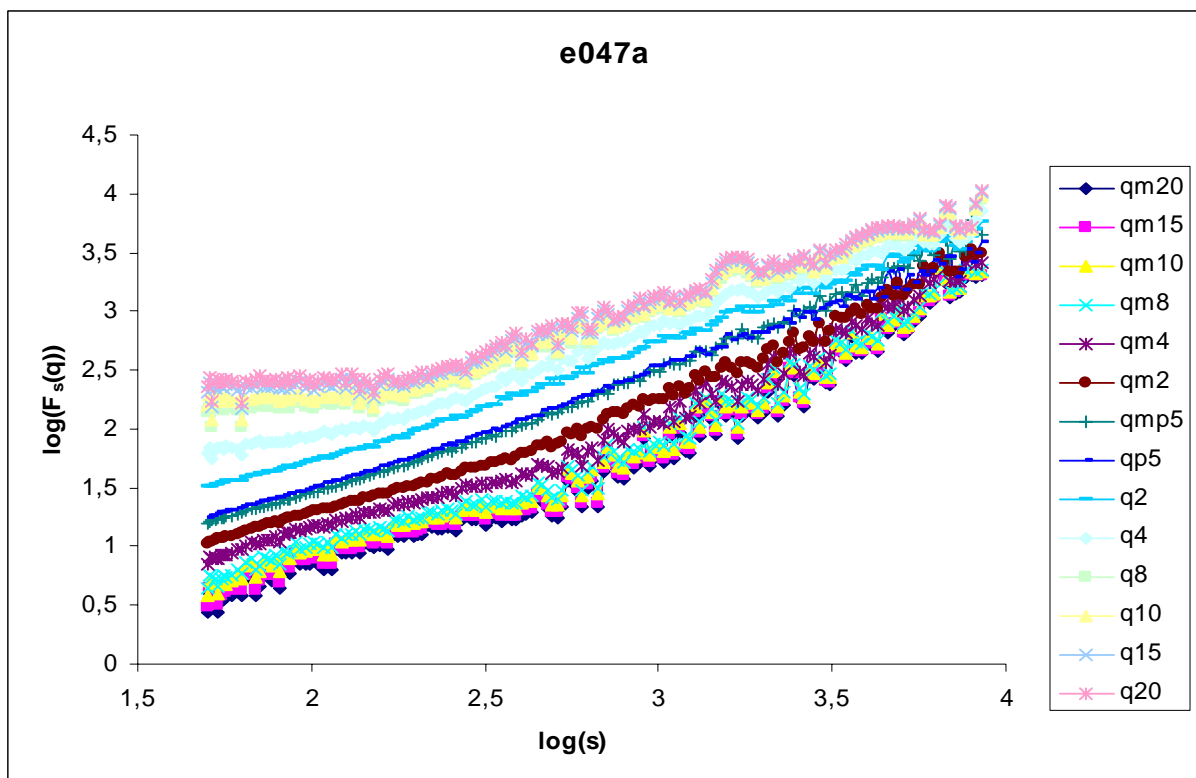


Figura 5.4 (a)- Comportamento da função de flutuação com o tamanho das janelas e com o expoente q para o paciente e047 antes da medicação, extraídos a partir da aplicação de MF-DFA.

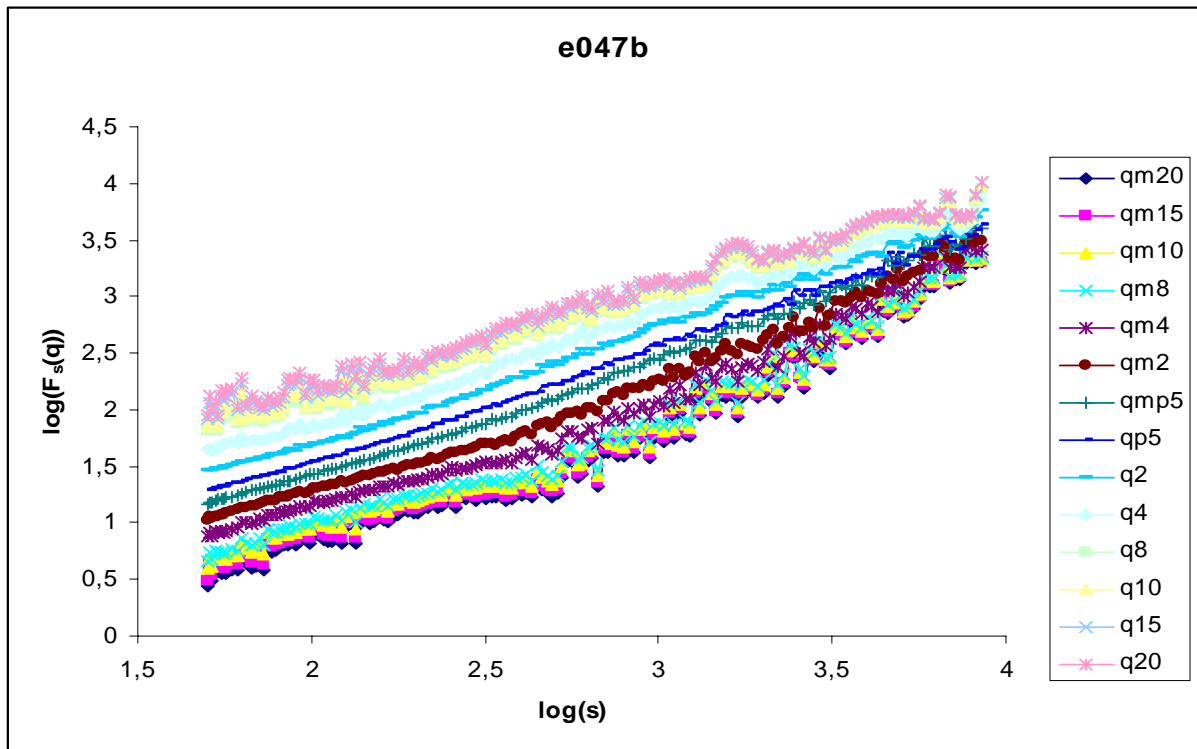


Figura 5.4 (b) – Comportamento da função de flutuação com o tamanho das janelas e com o expoente q para o paciente e047 após a medicação, extraídos a partir da aplicação de MF-DFA.

Observe que na figura 5.5b não temos tanto o problema de divergência para pequenos valores de s . No entanto, para $s > 4000$ temos $h(q)$ próximo de zero, e novamente devemos descartar esses pontos, já que o restante é suficiente para a extração dos $h(q)$'s.

É importante notar que, se estamos trabalhando com fractais naturais, então pelo menos duas coisas devem ser levadas em consideração:

- Fractais matemáticos podem ser magnificados tanto quanto quisermos, mas sempre vamos encontrar o mesmo padrão, qualquer que seja a magnificação. No caso de queremos reduzir tanto quanto quisermos a figura, deveremos encontrar também o mesmo padrão, pois estamos observando o quanto o objeto ocupa um espaço, e um fractal matemático é estendido por todo o seu hiperplano.
- Fractais naturais têm autossimilaridades até certo ponto. Podemos dizer que se aumentarmos nossas lentes até chegar à estrutura atômica, muito certamente teremos dificuldades em encontrar similaridades entre um átomo de uma molécula e todo o objeto, além do que sinais digitalizados perdem precisão à medida que seus valores são da ordem de grandeza da precisão, ou pouco mais que isso. Ainda mais, o objeto

em estudo tem um tamanho finito, muitíssimo longe de se estender por todo o seu hiperplano, logo não podemos usar janelas tão grandes para medirmos os $h(q)$'s.

Dessa forma, os extremos das funções de flutuações podem informar de forma errônea sobre a multifractalidade do sistema, e por isso devem ser tratados com cuidado.

Nas figuras 5.4 (a) e (b) temos as dependências em q dos expoentes de escala $h(q)$ para o regime $180 < s < 4000$. Observar as semelhanças entre os dois gráficos, onde praticamente não se observa diferença entre os estados pré e pós medicação, a não ser por uma pequena diferença nos intervalos individuais de $h(q)$, onde e047a tem um intervalo $[0.8317, 1.5757]$, o que não deve estar muito longe do valor assintótico, enquanto que e047b tem um intervalo de $[0.8145, 1.5843]$ dentro a mesma faixa de pontos de e047a, ou seja, um $\Delta h(q)_{e047a} = 0.7440$ e $\Delta h(q)_{e047b} = 0.7698$, ou seja, uma diferença de cerca de 3.47% entre eles, o que é muito pouco. No entanto, apesar de serem praticamente iguais, e047b é quem apresenta um pequeno aumento no intervalo em relação à e047a. Em seguida, vemos o expoente de escala padrão $\tau(q)$ e percebemos aqui que a diferença é praticamente imperceptível entre os estados pré e pós tratamento. De qualquer forma, desde a figura 5.5 (a) percebemos que há um padrão multifractal nos intervalos de batimentos cardíacos de e047, pois do contrário a curva $h(q) \times q$ seria uma reta horizontal, e nesse caso temos uma curva que mais se aproxima de uma tangente hiperbólica, que também pode ser um ajuste para se extrair parâmetros.

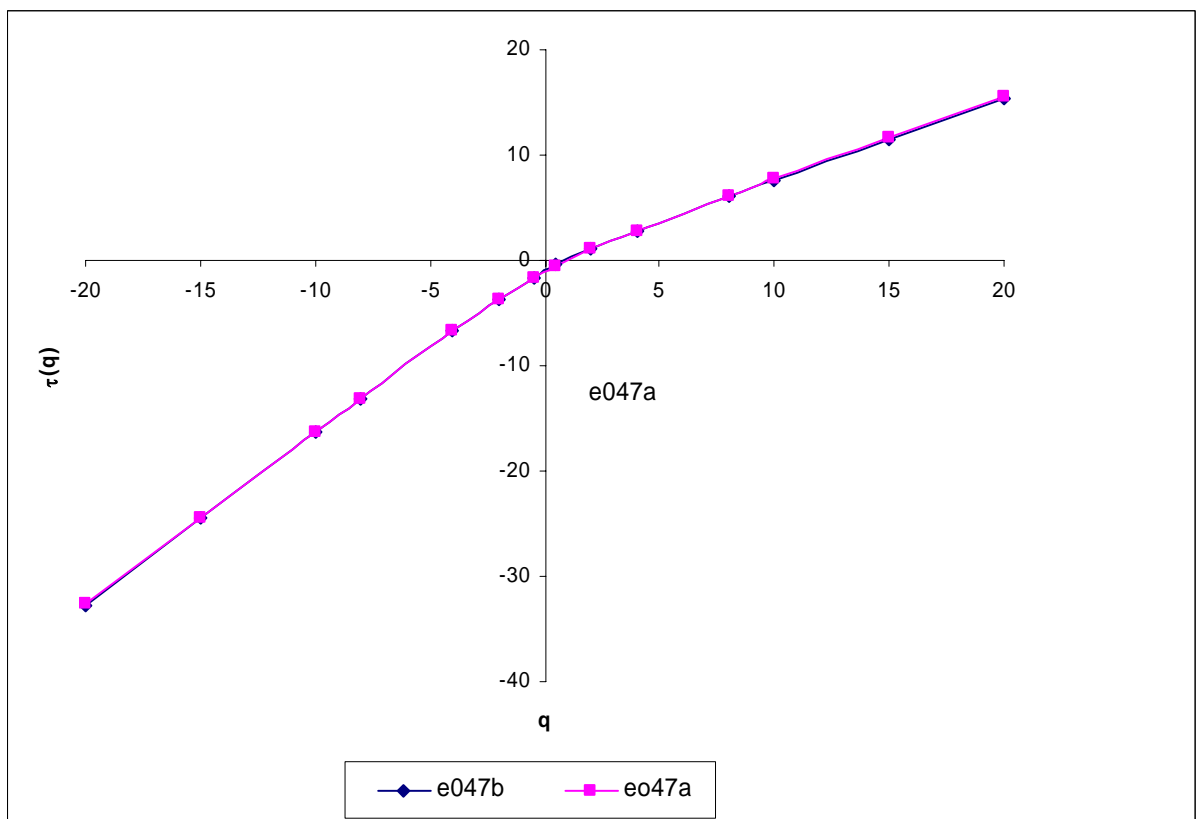
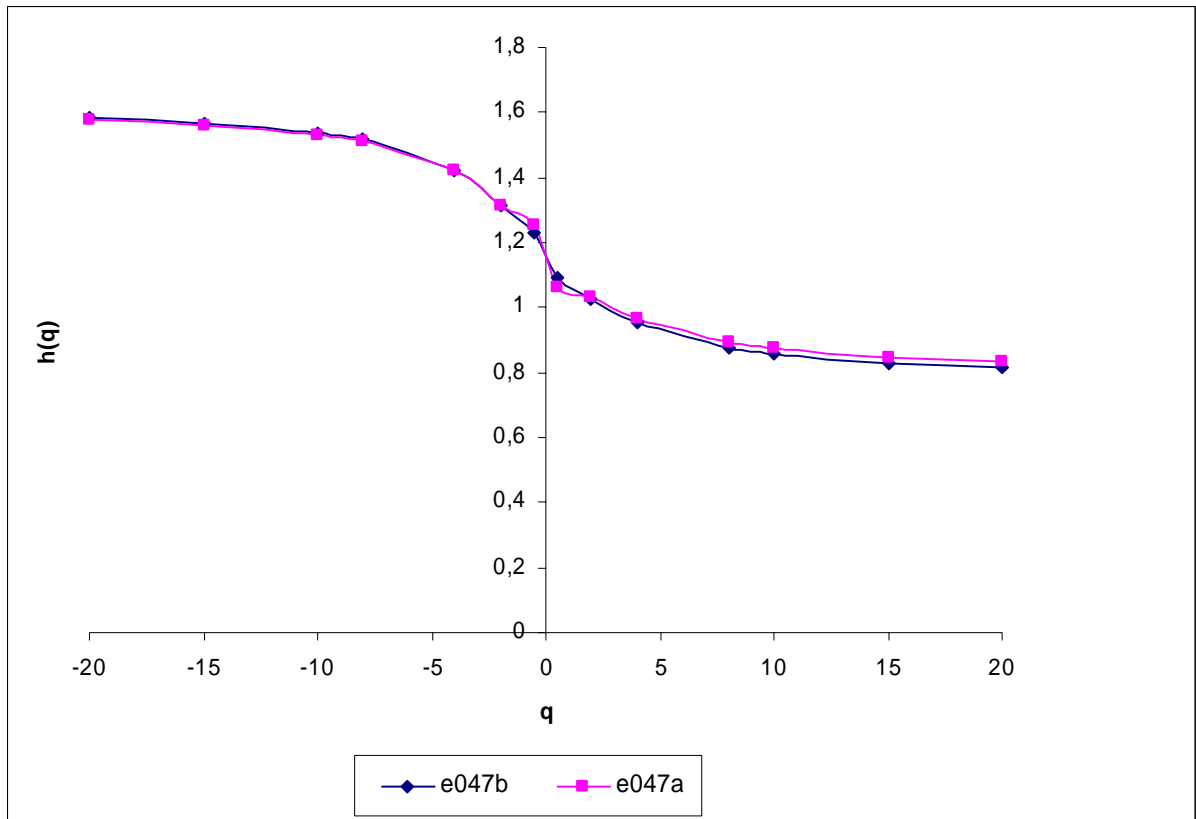


Figura 5.5 (a) e (b)– Dependência do expoente generalizado de Hurst com q para as séries correspondentes ao paciente e047 antes e após medicação, utilizada para tal a técnica MF-DFA

Em seguida, observamos o espectro de singularidades e vemos uma sutil diferença entre os dois espectros, pois o de e047b é ligeiramente mais aberto que o de e047a, visto que há intervalos $[0.7864, 1.6210]$, $[0.7686, 1.6314]$ para e047a e e047b respectivamente, isto é, $\Delta\alpha_{e047a} = 0.8346$ e $\Delta\alpha_{e047b} = 0.8628$, dando uma diferença de apenas 3.16%, ou seja, não há diferença significativa entre os momentos pré e pós medicação, apesar da ligeira abertura que ocorre em e047b. Isso pode significar que talvez a medicação tenha alterado muito pouco o sistema de controle de batimentos cardíacos.

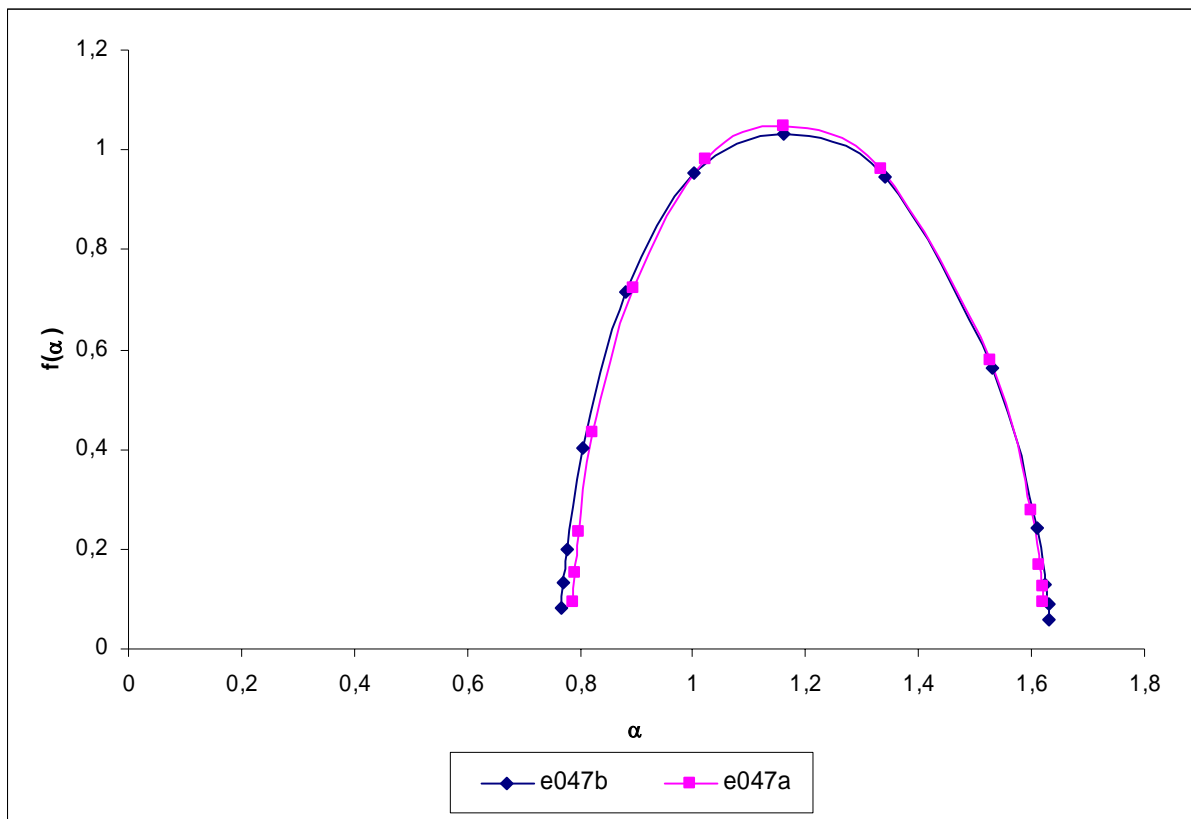


Figura 5.6- Espectros de singularidades para o paciente e047 antes e após medicação, obtida pela técnica MF-DFA

Os experimentos realizados com e033 já apresentam grandes diferenças, como podem ser vistas nas figuras 5.7 (a) e (b). Queremos ver se ambos coincidirão com os resultados que iremos obter quando realizamos os experimentos com essas mesmas séries pulsadas, que é o resultado que precisamos para que possamos aplicar o método aos dados de preguiça.

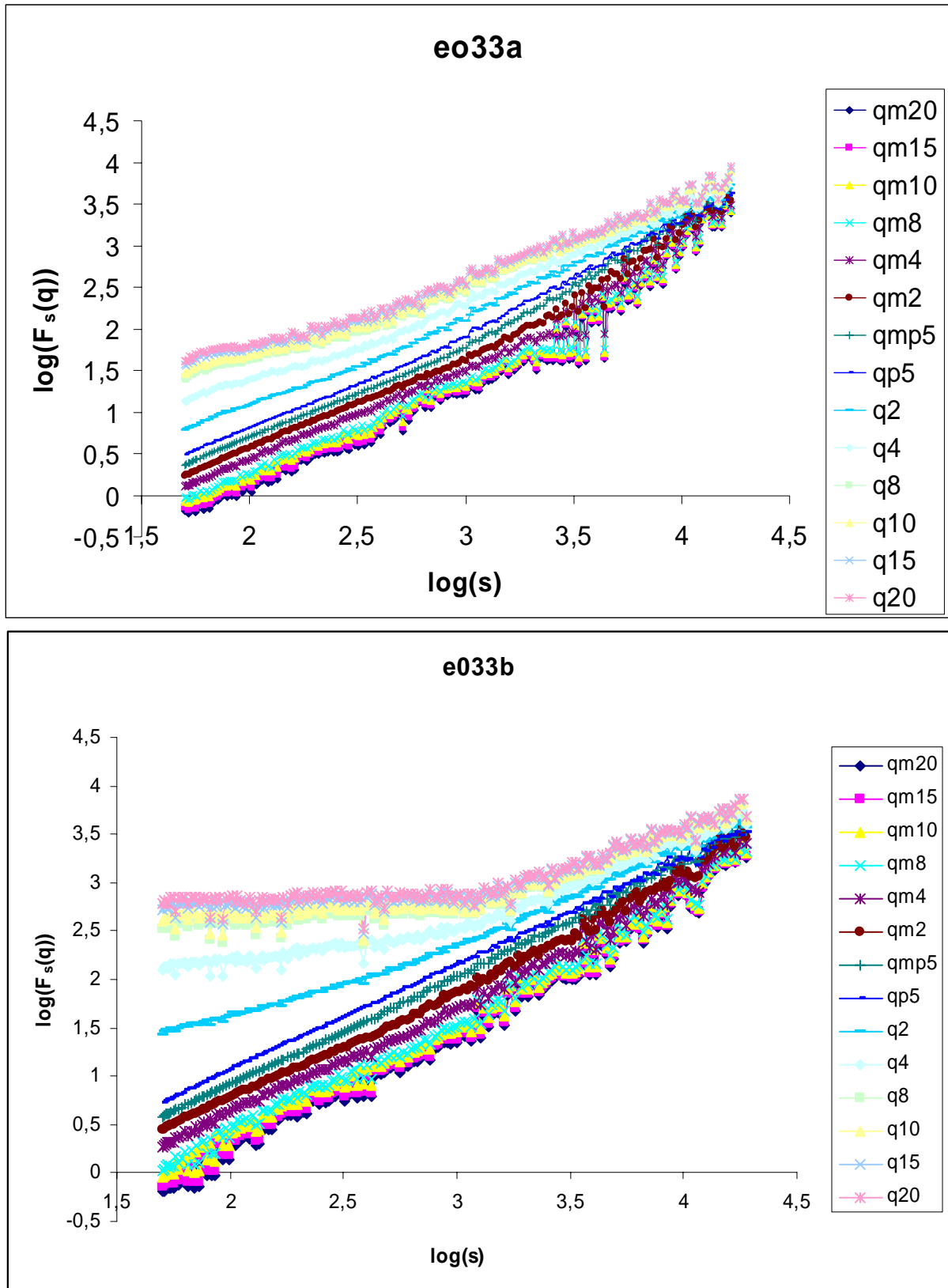


Figura 5.7 (a) e (b)- Funções de flutuações para as séries e033a e e033b pulsadas, obtidas pela técnica MF-DFA.

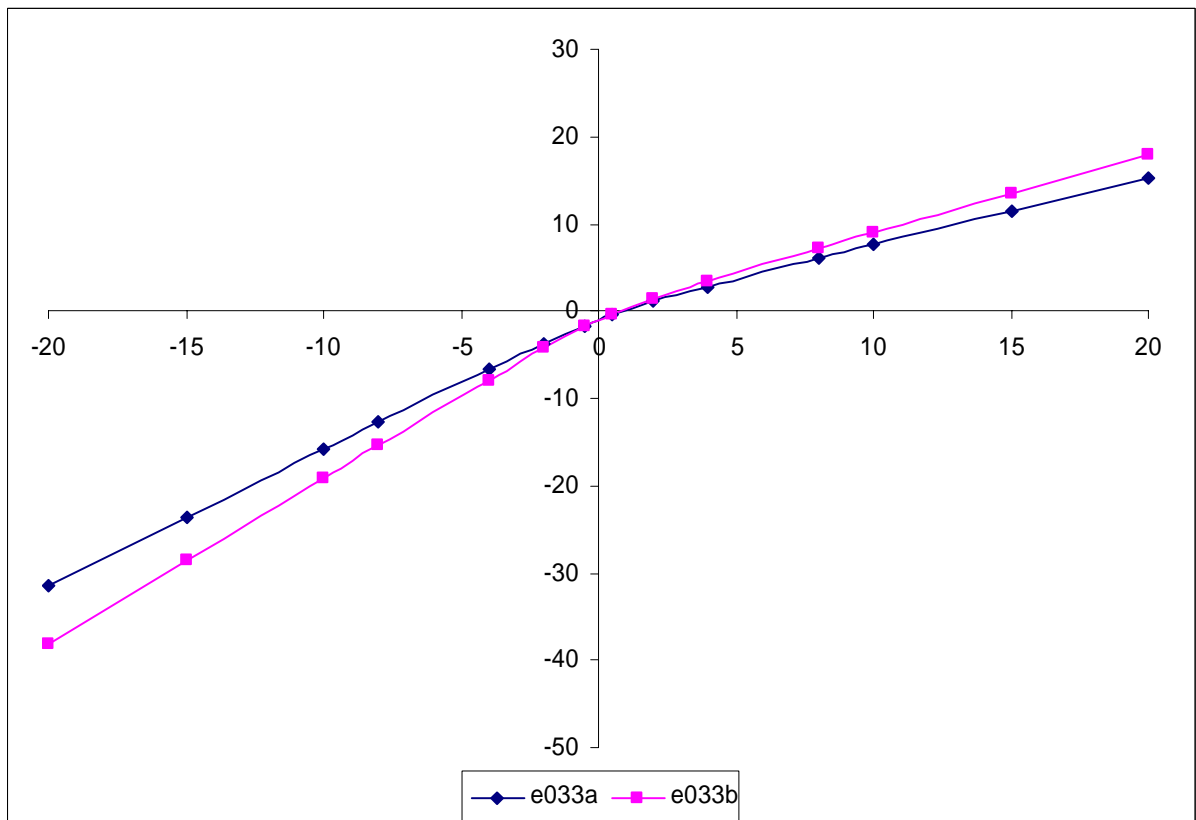
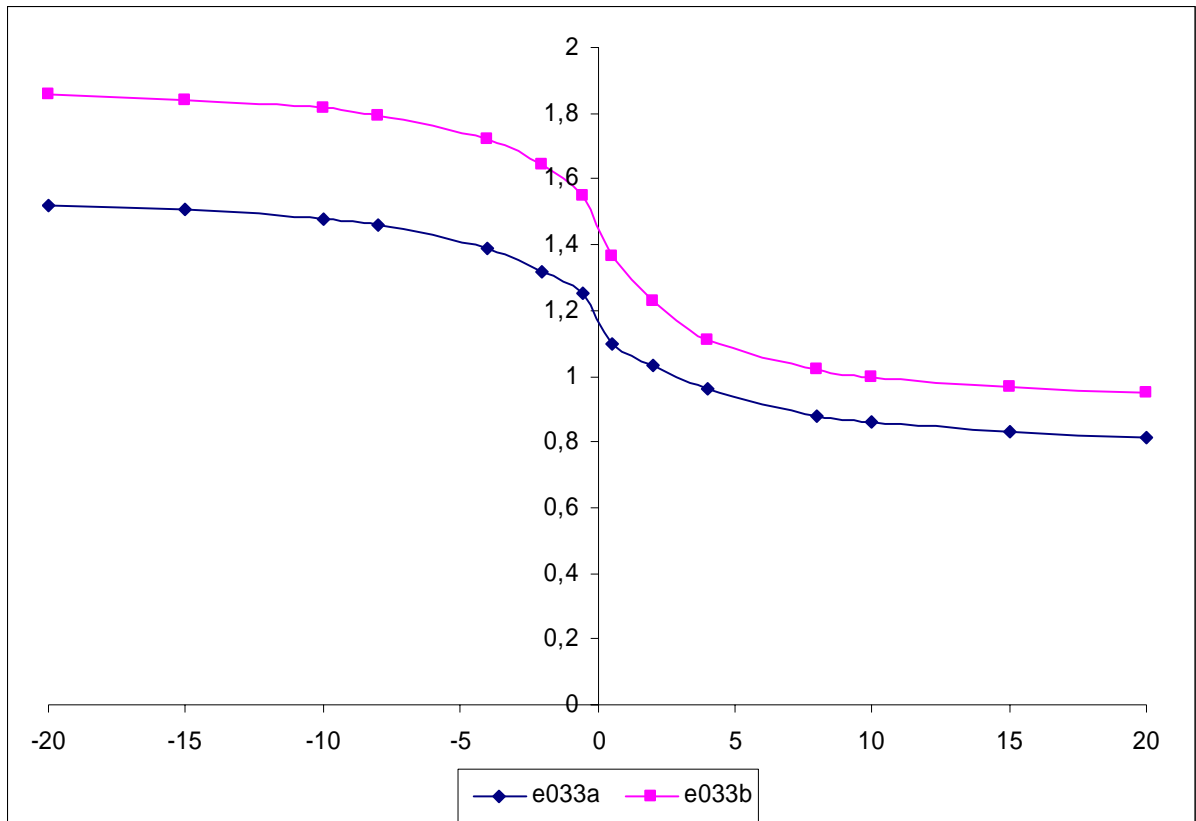


Figura 5.8 (a) - Dependência do expoente de Hurst generalizado com q e **(b)** Expoente de escala multifractal para as séries e033a e e033b, obtidos através da técnica MF-DFA.

Vemos na figura 5.8 (a) e (b) que há uma razoável diferença entre os momentos pré e pós tratamento, pois e033a varre o intervalo [0.8129,1.5189] e e033b, [0.9503,1.8547], dando um $\Delta h(q)_{e033a} = 0.7060$ e $\Delta h(q)_{e033b} = 0.9044$, o que informa que talvez o medicamento não tenha tido apenas um efeito tendencioso como em e047, mas tenha influenciado no sistema de controle de batimentos cardíacos.

Na figura 5.9 vemos os espectros de singularidades nos dois momentos, sendo e033a varrendo o intervalo [0.7643,1.5615] e e047, [0.9020,1.8982], ou seja, as diferenças $\Delta\alpha_{e033a} = 0.7972$ e $\Delta\alpha_{e033b} = 0.9962$, ou seja, um aumento no intervalo de 24.96%, no qual podemos associar a abertura do espectro relacionado à melhora do quadro clínico do paciente. Mas já é conhecido que quanto mais saudável é o coração, mais aberto é o seu espectro de singularidade [14].

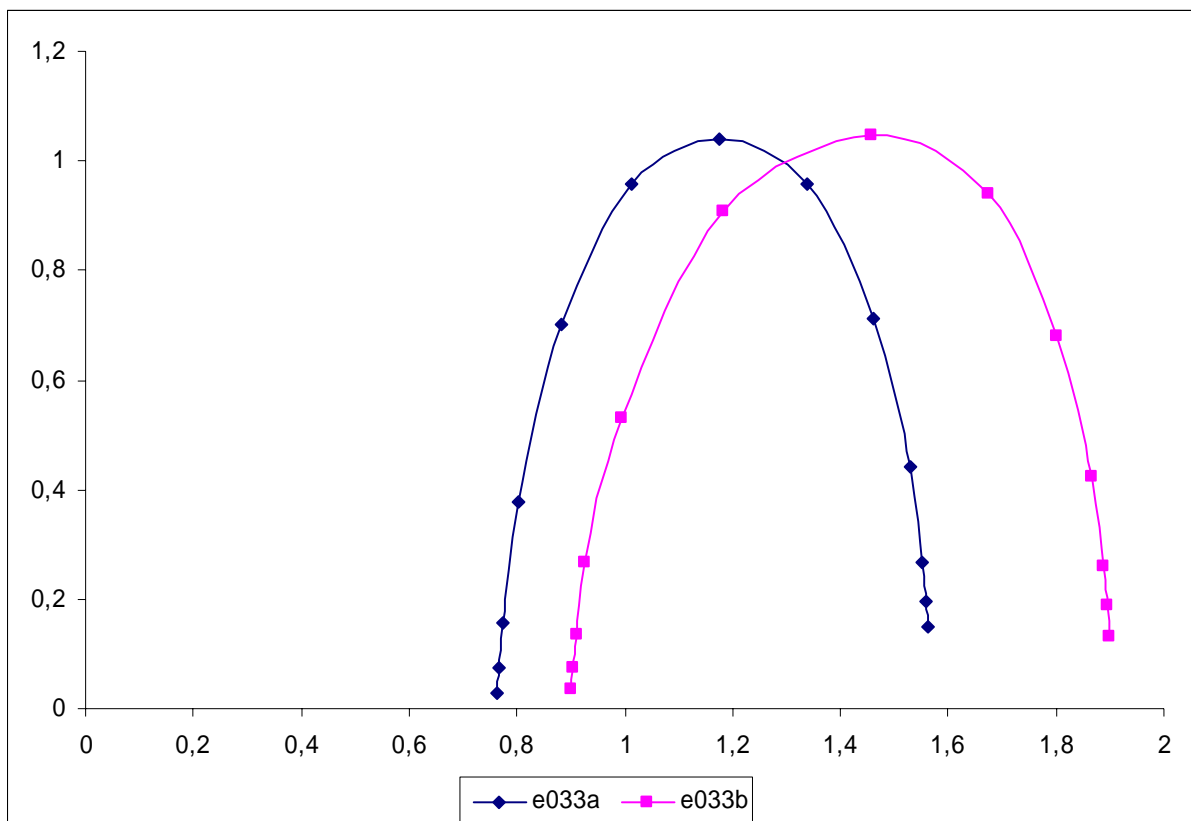


Figura 5.9 – Espectros de singularidades para e033a e e033b, obtidos através da técnica MF-DFA.

5.3 PS-MF-DFA aplicado às séries e047a, e047b, e033a e e047b

Partimos agora à seção onde vamos tornar as nossas séries completas cujos resultados já conhecemos em séries pulsadas, e aplicaremos sobre elas os métodos PS-MF-DFA, que consiste em concatenar todos os pulsos, formando uma única série, a aplicando sobre a série resultante o MF-DFA.

Seguindo a ordem de como foram realizadas as aplicações de MF-DFA na seção anterior, começemos pela série e047a e e047b, que quebramos em pulsos de 85 pontos dentro de um período de 1275 pontos, que é aproximadamente do modo que os dados de preguiça foram obtidos, onde se mantém o duty cycle de 6.67%. Isto representa uma fração bem pequena da série, e por isso devemos nos certificar tanto quanto à possibilidade de se inferir sobre a multifractalidade de um todo através de um número tão pequeno de dados (comparado ao que teríamos se a série não fosse pulsada, e sim, completa).

Comparando os resultados, vemos que as figuras 5.10 (a) e (b) , apesar de estarem utilizando um número reduzido de pontos, não apresenta grandes divergências ou grandes setores com inclinações próximas a zero, o que já pode ser um bom ponto de partida para realizarmos as análises.

Vê-se na figura 5.11 que há uma coerência muito grande entre os momentos e047a e e047b, conforme esperávamos que ocorresse. Pois se bem observamos, os dois sinais nos experimentos com os dados totais foram praticamente iguais, e aqui temos os intervalos para e047a e e047b como sendo $[1.4229, 0.7467]$ e $[0.7329, 1.4508]$, cujos $\Delta h(q)_{e047a_ps}$ e $\Delta h(q)_{e047b_ps}$ são, respectivamente, 0.6762 e 0.7179, resultando numa diferença percentual de cerca de 6.17%.

A seguir, vemos os expoentes de escala multifractal padrão sobrepostos quase que totalmente, tornando-os, à olho nu, quase indistinguíveis (figura 5.11 (b)), no entanto, é na figura 5.12 que vemos os espectros de singularidades apontarem as mais visíveis diferenças. Notemos que para e047a temos um intervalo de $[0.6996, 1.4676]$, enquanto que para e047b, esse intervalo é $[0.6909, 1.4922]$, fornecendo um $\Delta\alpha_{e047a_ps} = 0.7680$ e $\Delta\alpha_{e047b_ps} = 0.7994$, ou seja, uma diferença de 4.09% entre eles.

Comparados com as análises aos dados totais, temos para e047a e e047a_ps uma diferença percentual de 8.80% em relação à abertura do espectro, enquanto que para e047b e e047b_ps, uma diferença de cerca de 7.13%, o que nos informa que a aplicação do método à series e047 pulsadas foram bem sucedidas. No entanto, o próximo experimento irá nos

mostrar que algumas vezes é difícil tratar de forma simples as inclinações das funções de flutuações.

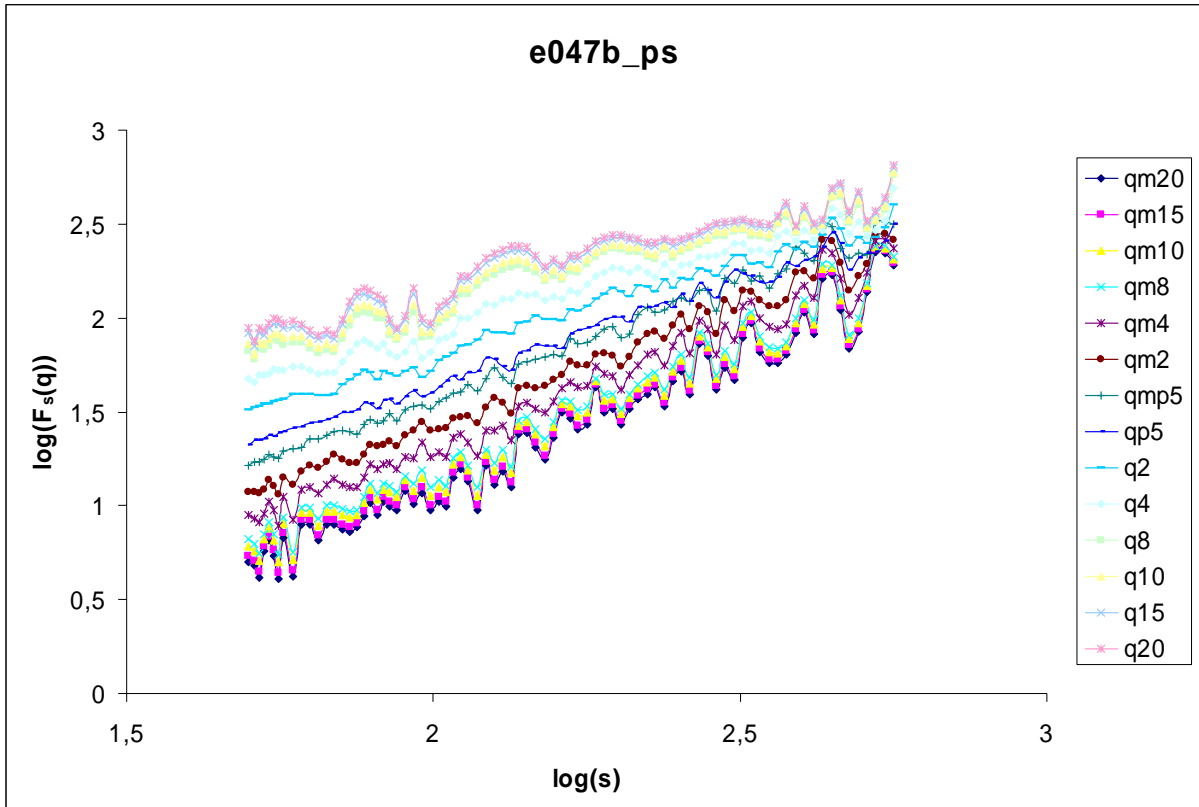
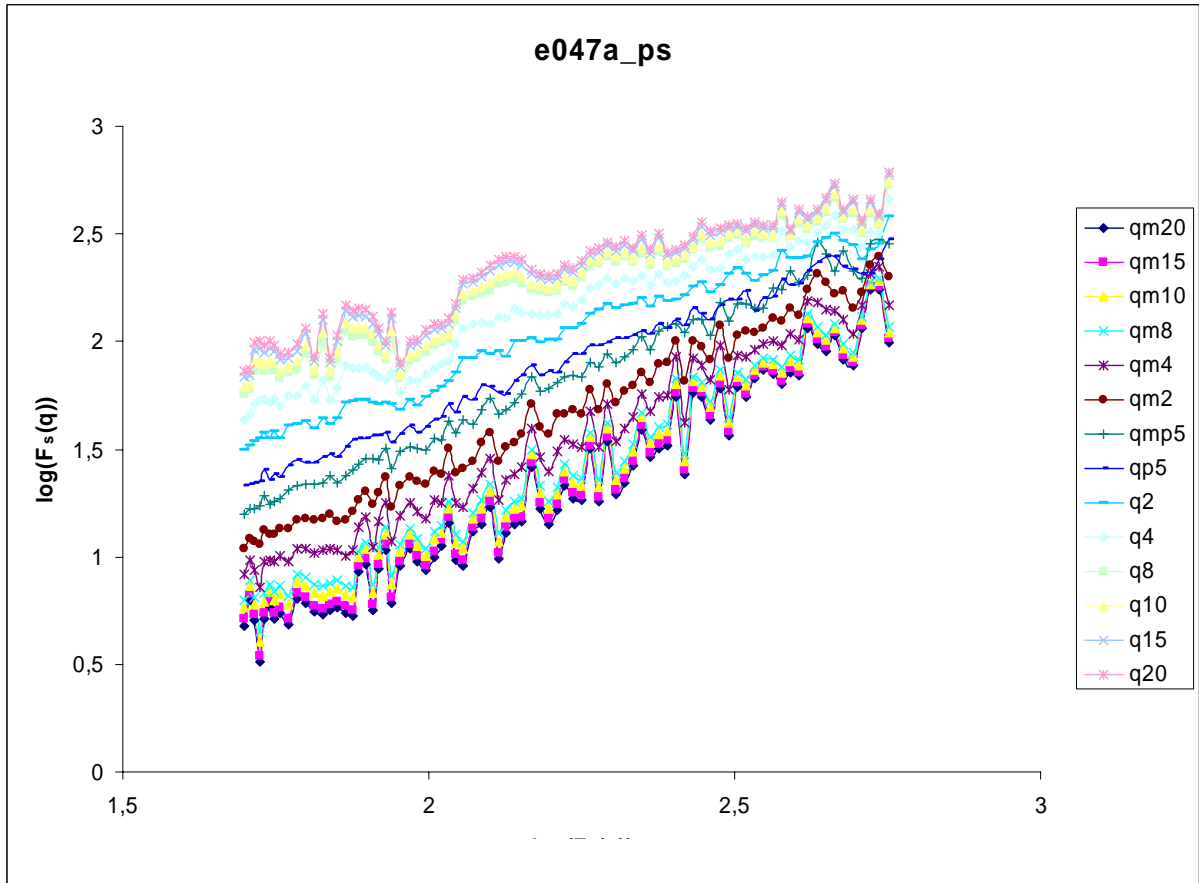


Figura 5.10 (a) e (b) – Funções de flutuações ($F_s(q)$) para as séries e047a e e047b pulsadas respectivamente, obtidos através da técnica de PS-MF-DFA.

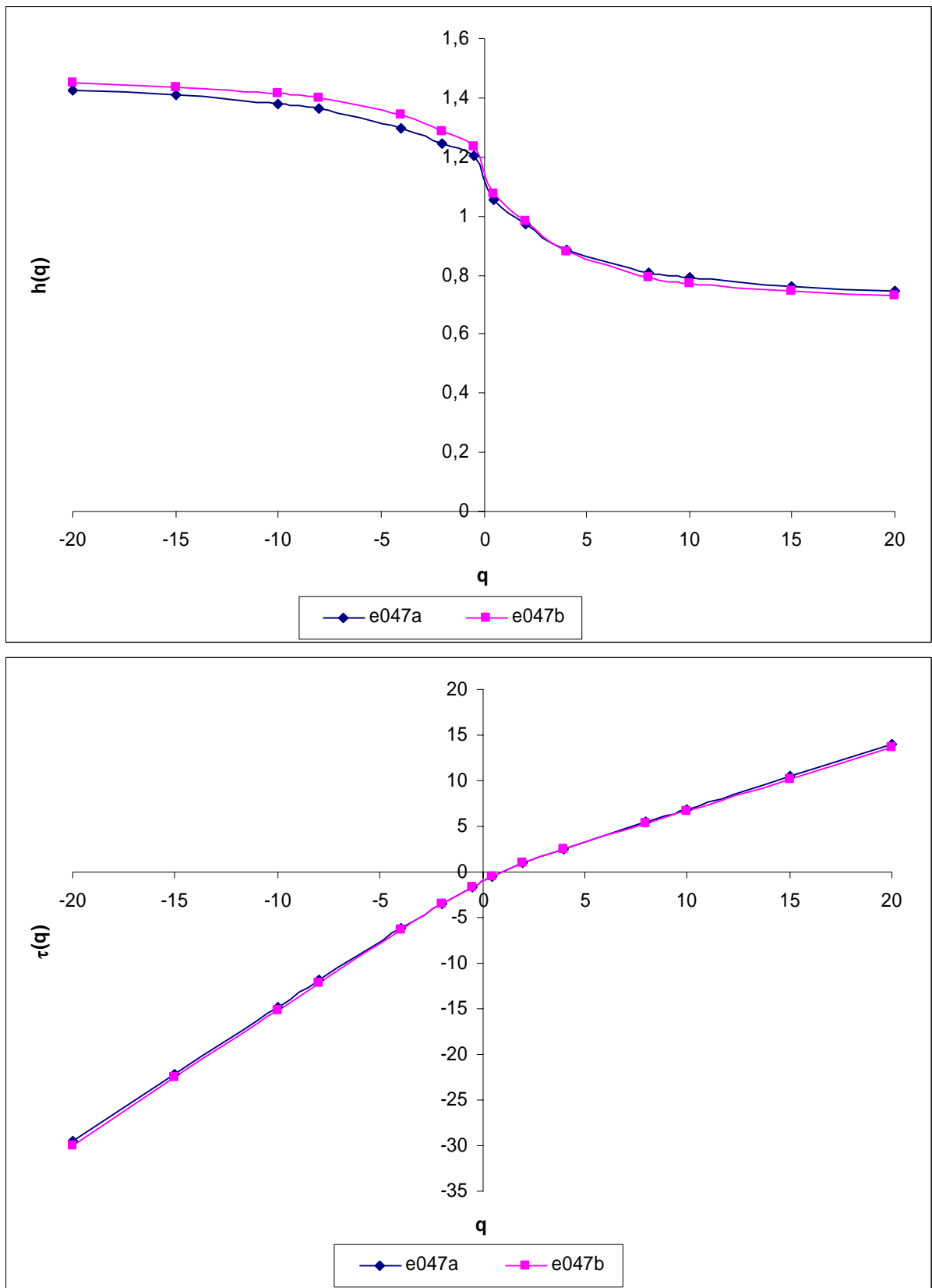


Figura 5.11 (a) - Dependência do expoente de Hurst generalizado com q e (b) Expoente de escala multifractal para as séries e047a e e047b pulsadas, obtidos através da técnica de PS-MF-DFA.

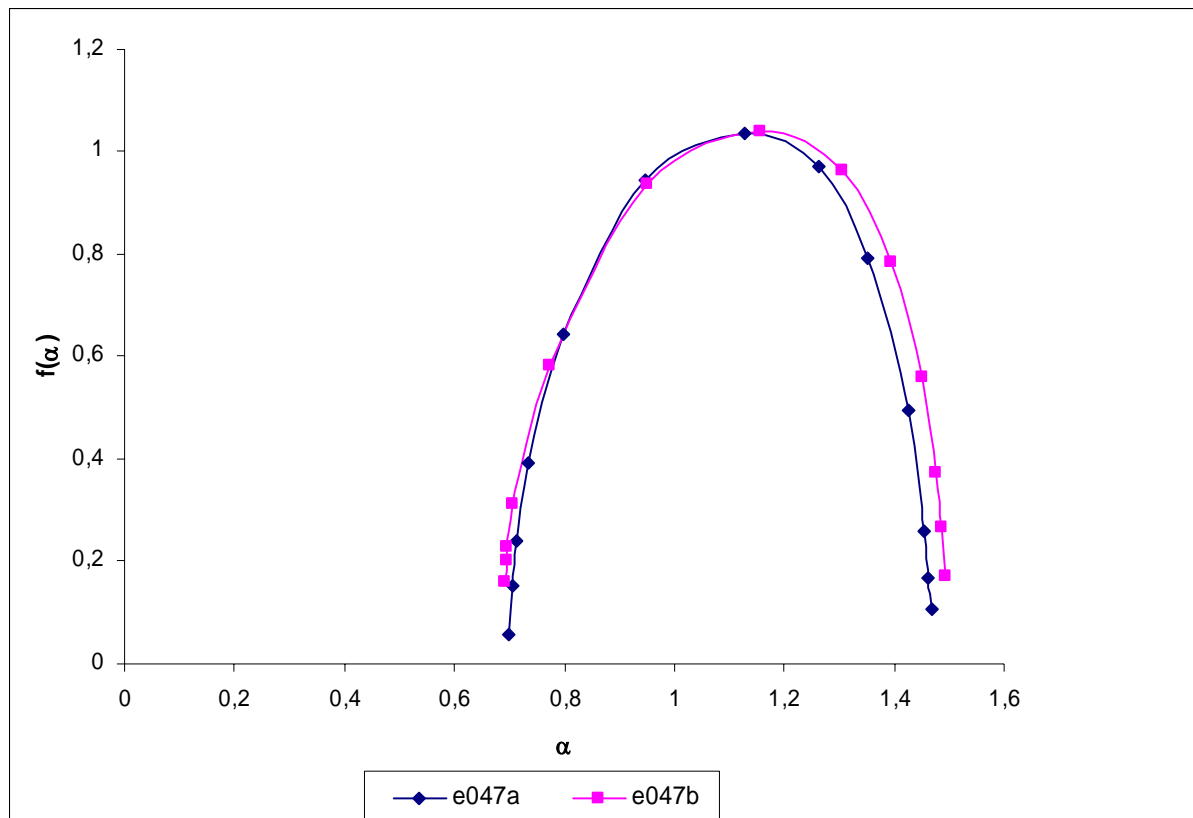


Figura 5.12 – Espectros de singularidades das séries e047a e e047b pulsadas, obtidos através da técnica de PS-MF-DFA.

As séries e033a e e033b pulsadas foram submetidas às mesmas condições das séries e047a e e047b. Vemos na figura 5.13 (a) um comportamento razoável das funções de flutuações, no entanto, na figura 5.13 (b), observa-se vemos que há grandes divergências para quase todos os valores de s , onde uma pequena parte saudável existe só para cerca de 1/4 dos pontos, o que é muito pouco para se fazer a análise. Mesmo assim, vamos verificar se há coerência entre os resultados.

Podemos ver pela figura 5.15 (a) que o lado direito chega a ser uma aberração perto do que esperávamos, pois temos valores muito próximos à zero, que é a região onde já começamos a ter problemas no caso de sinais fortemente anticorrelacionados. É visto, sem necessidade nenhuma de uma análise mais detalhada, que mesmo com um lado “defeituoso”, percebe-se grandes diferenças entre os dois momentos. A série e033a_ps ainda tem uma parte razoável tratável, que é cerca da metade dos pontos de sua função de flutuação. A quantidade restante chega a utilizada, mas não tanto confiável por já ser uma fração pequena do que achamos conveniente utilizar, bem diferente de e033b_ps, que chega a ser desprezível desse ponto de vista.

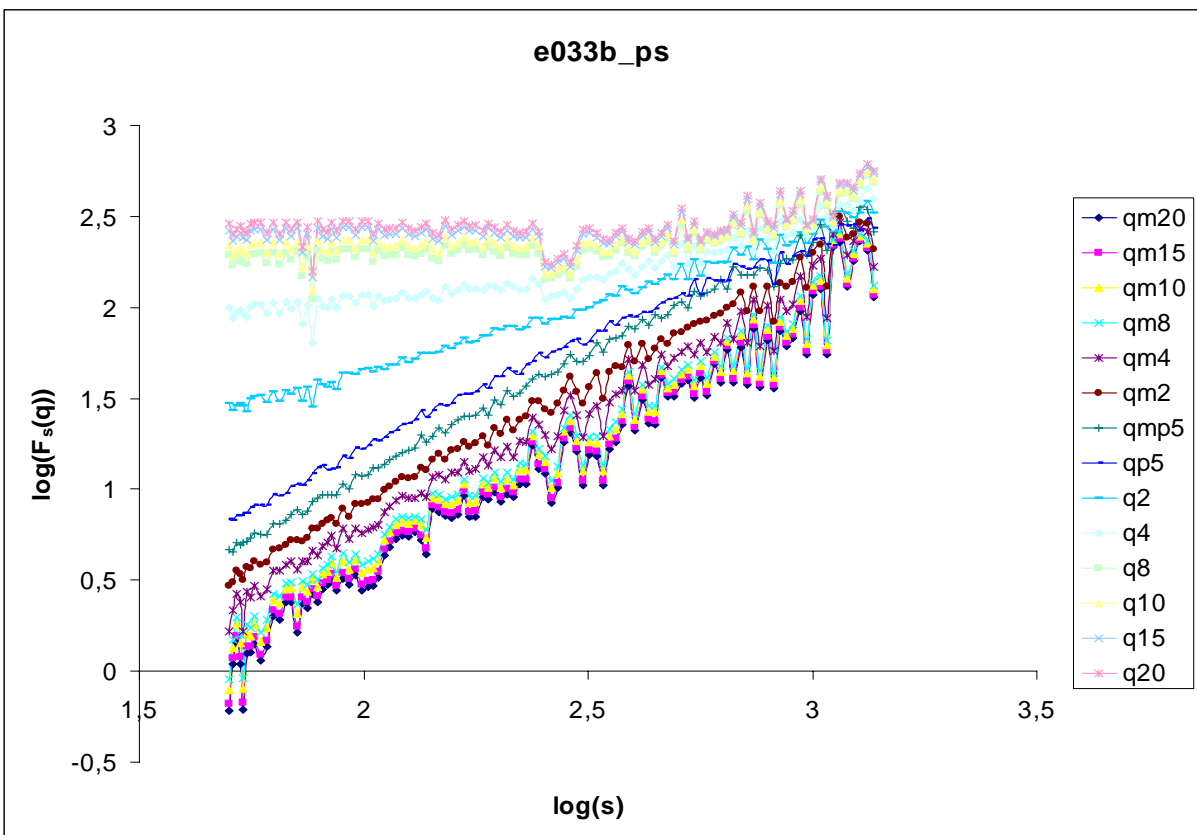
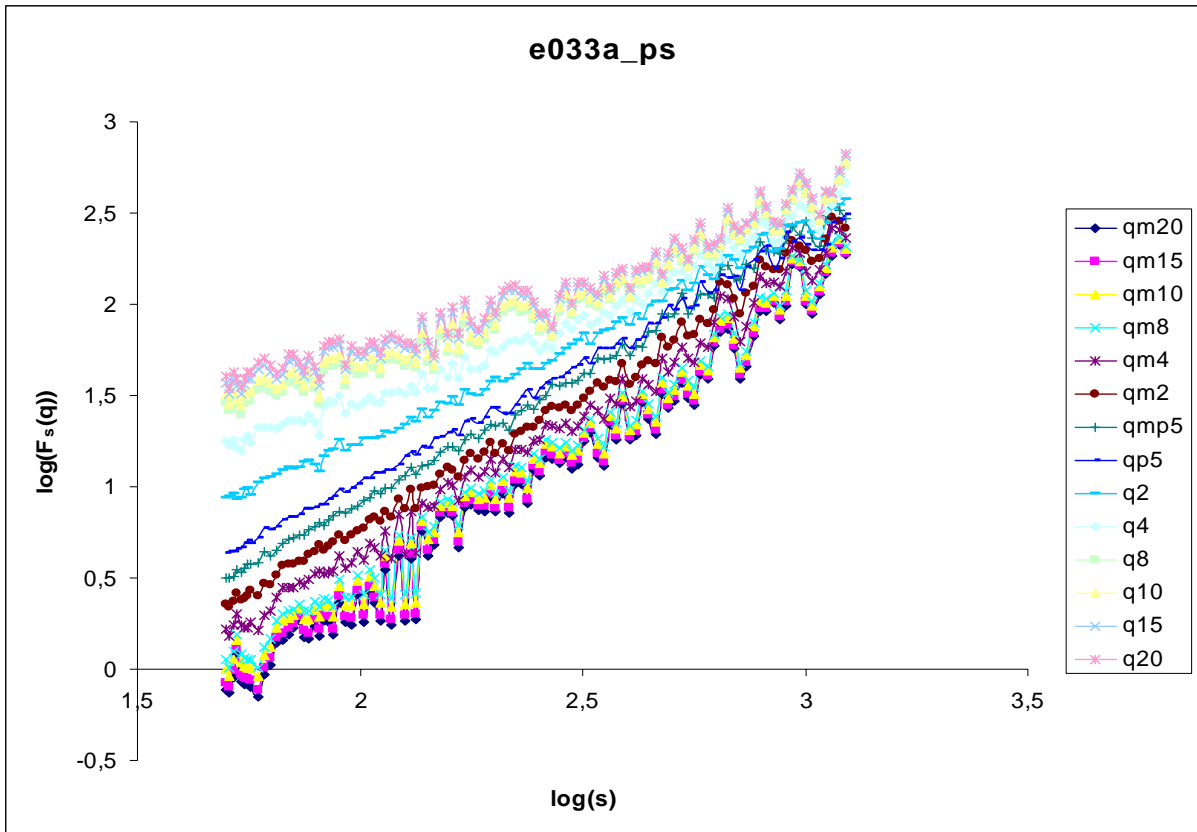


Figura 5.13 (a) e (b) – Funções de flutuações para as séries e033a e e033b pulsadas, obtidos através da técnica de PS-MF-DFA.

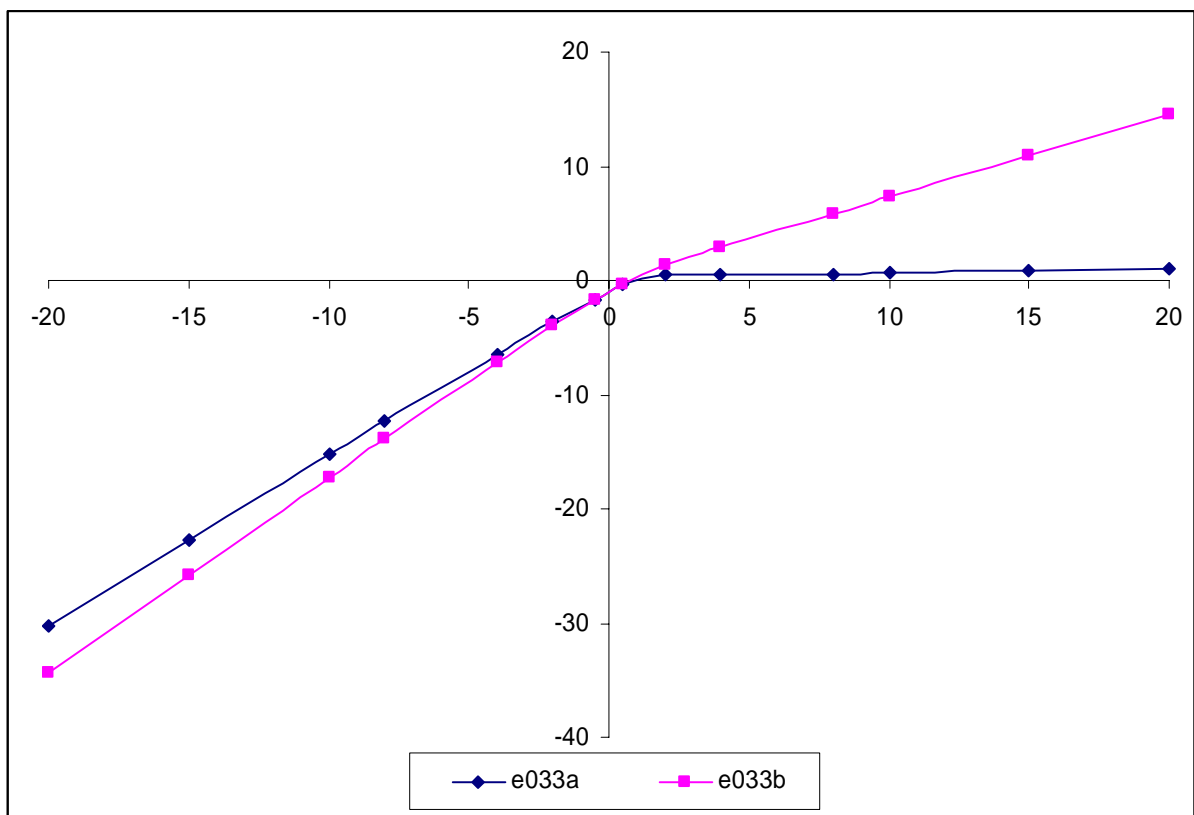
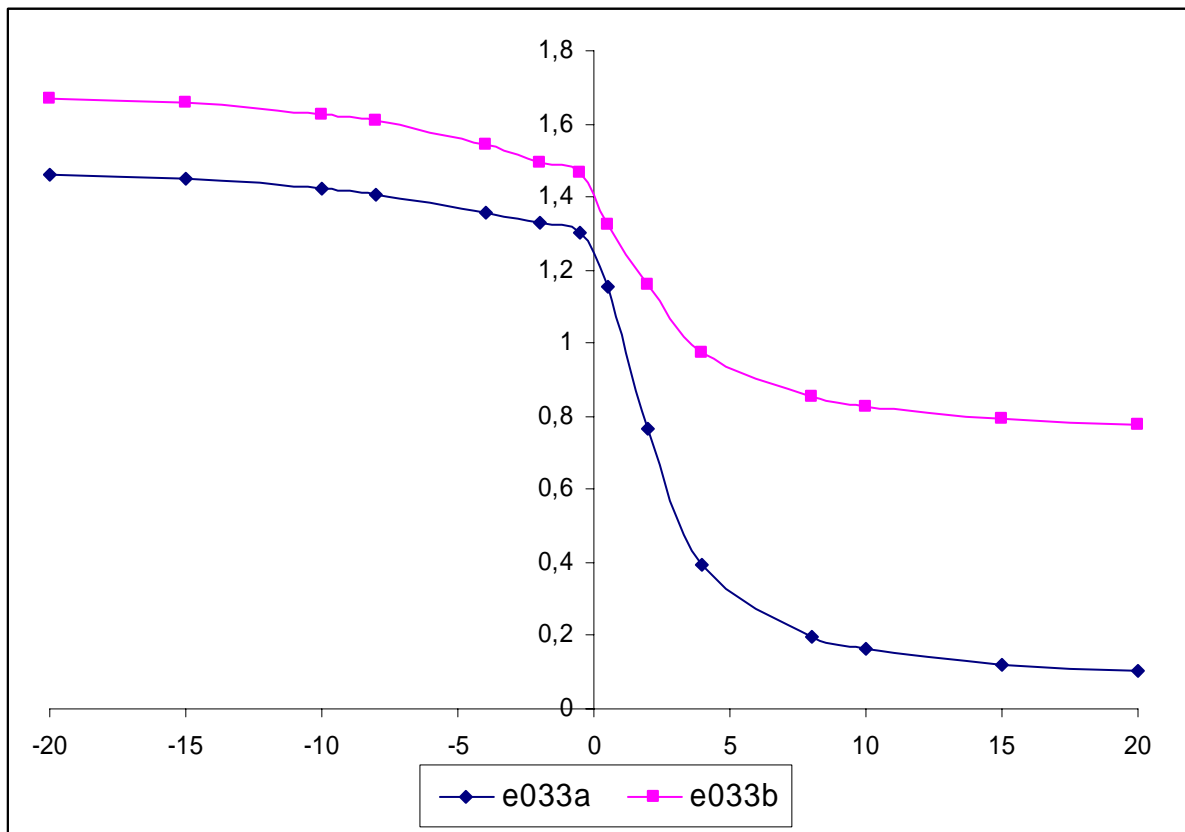


Figura 5.14 (a) - Dependência do expoente de Hurst generalizado com q e **(b)** Expoente de escala multifractal para as séries e033a e e033b pulsadas. Ambos obtidos através da técnica de PS-MF-DFA

O expoente de escala $\tau(q)$ também tem, na figura 5.14 (b), um comportamento coerente para o lado direito da origem, e o espectro de singularidades ensaia um bom comportamento para os valores de α maiores que o α do máximo de $f(\alpha)$, mas torna-se muito mal estimado para o restante, pois se fôssemos tirar conclusões considerando todo o espectro, poderíamos dizer até que e033a tem uma maior abertura que e033b, o que não é verdade do ponto de vista dos resultados obtido com toda a série.

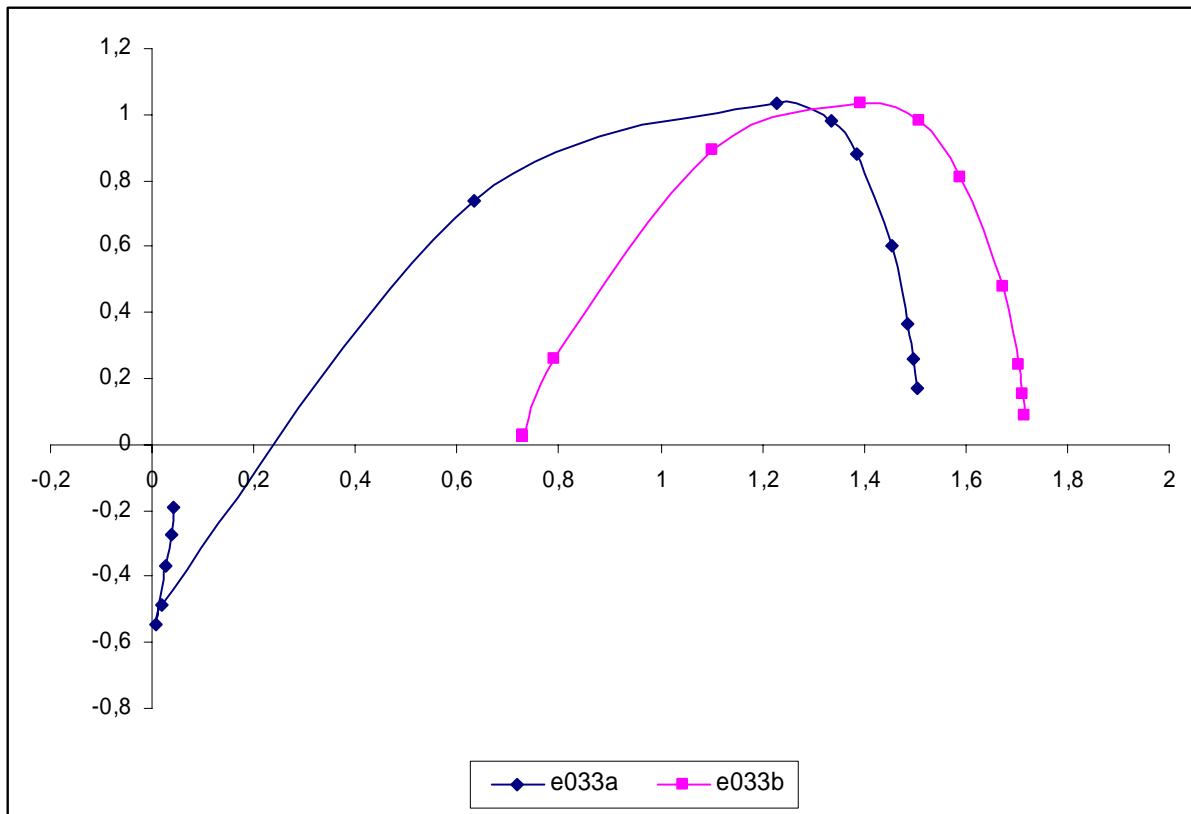


Figura 5.15 – Exemplo de espectros de singularidades obtidos por aplicação inadequada do método MF-DFA. No caso, obtidos para e033a e e033b pulsadas.

Concluimos nessa fase de experimentos que a nossa técnica é aplicável às séries pulsadas de batimentos cardíacos desde que elas sejam bem comportadas como foi o caso e047, e vimos também que no caso de termos séries mal comportadas como foi o caso de e033, um tratamento adequado deve ser aplicado, como foi proposto pelo método, e não devemos nos precipitar em tirar conclusões sobre aberturas de espectros, a não ser que queiramos estudar outras propriedades senão as que estamos querendo, que são justamente as diferenças entre estados diferentes. No caso do bicho preguiça, queremos ver se há diferença no espectro de singularidades para o comportamento da FC nos períodos claro e escuro.

6 Os dados do bicho preguiça (*Bradypus variegatus*)

Os estudos com o bicho preguiça (*Bradypus variegatus*), que tem como nome Baiano, foram realizados no Departamento de Fisiologia da UFPE. Dentre os objetivos propostos, pretendeu-se quantificar a variabilidade da PA (VPA) em 48h no período claro-escuro (figura 6.1) e determinar o ganho reflexo barorreceptor (GRB), em resposta às variações da PA espontâneas (visualizadas durante a monitorização biotelemétrica da PA) ou induzidas pela administração de drogas vasoativas, para caracterizar a contribuição funcional do barorreflexo na modulação da PA [19].

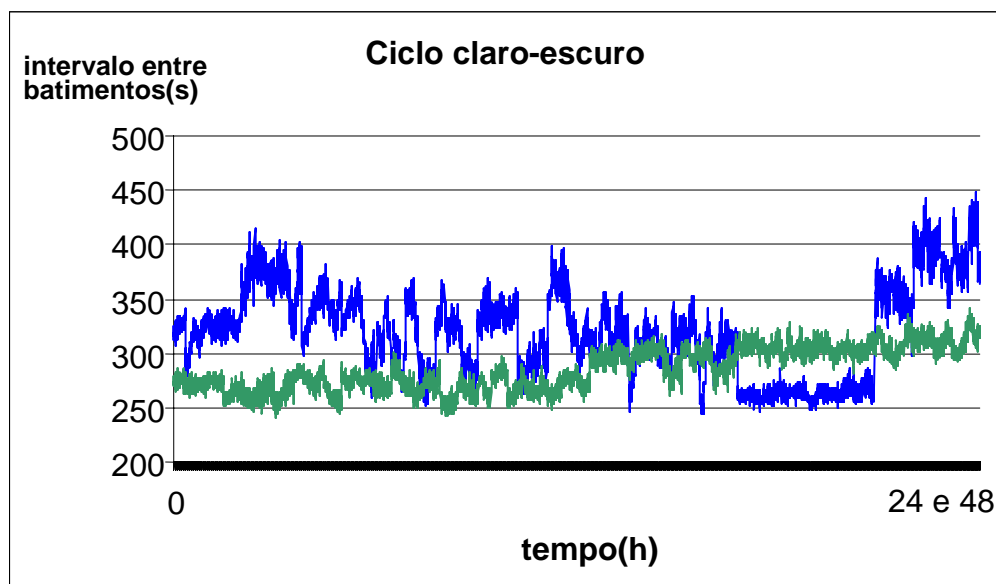


Figura 6.1 – Dados de preguiça obtidos no período claro-escuro. O gráfico em azul corresponde à obtenção realizada no momento claro (0 à 24 h), enquanto que o verde correspondente à fase escura (24 à 48 h). A representação usual desse gráfico seria a parte verde continuar após a parte azul, no entanto foram sobrepostas para se observar uma grande diferença visual entre elas. Vale salientar que a no período claro a preguiça apresentou maior atividade motora, o que pode ter gerado grandes discontinuidades e consequentemente tendências.

Os barorreceptores arteriais são terminações nervosas livres, densamente ramificadas, localizadas primordialmente nas paredes do arco aórtico (barorreceptores aórticos) e dos seios carotídeos (barorreceptores carotídeos) [21]. A função principal dos barorreceptores é manter a PA estável, dentro de uma faixa estreita de variação. Quando há remoção ou destruição das aferências dos barorreceptores, em condições experimentais ou patológicas, há uma produção de desbalanço no controle reflexo da PA que resulta na incapacidade do sistema em este

parâmetro dentro de uma estreita faixa de regulação, induzindo a uma exagerada variabilidade desta.

O fato de a preguiça adotar a postura suspensa significa que ela deixa de fazer uso por um tempo extremamente prolongado de deslocamentos, já que o estado de maior relaxamento dos músculos internos de patas inferiores e superiores é flexor e isso permite que ela fique agarrada à um tronco ou galho mesmo quando dormindo, não necessitando praticamente de nenhum apoio, ou seja, a falta de uso dos movimentos das pernas podem implicar numa reduzida efetividade dos barorreceptores, e perturbações nos barorreceptores podem ocasionar perturbações no sistema de controle cardíaco. O mesmo tipo de efeito pode ser esperado acontecer em astronautas, pois sob o efeito de microgravidade, há uma resposta do sistema barorreceptor reflexo que pode ocasionar numa considerada variabilidade da PA e, conseqüentemente, dos batimentos cardíacos. O que esperamos saber é se isso causa alguma alteração nas propriedades multifractais, e quanto altera. Pois quando os astronautas voltam à Terra o barorreceptores nas artérias não funcionam adequadamente. Uma análise com os dados de preguiça poderia abrir caminhos para uma comparação com astronautas, pessoas em coma ou tetraplégicos, já que todos passam por situações no qual existe uma redução no funcionamento dos barorreceptores.

6.1 Um pouco sobre Reflexo Barorreceptor

Os barorreceptores são receptores de estiramento localizados nas paredes das grandes artérias sistêmicas (arco aórtico e seio carotídeo). Os barorreceptores respondem às mudanças rápidas de PA, mas tem pouca importância a longo prazo, visto que se adaptam à pressão quando mantida .

Sempre que houver aumento da PA, ela será corrigida por mecanismo de *realimentação*, pois haverá um estiramento das grandes artérias, o que, conseqüentemente, promoverá um estiramento dos barorreceptores. Estes, uma vez estimulados, enviam sinais para a área sensorial do centro vasomotor, informando que há um aumento da PA. A resposta reflexa será uma diminuição imediata da PA, devido à modulação autonômica com redução na descarga do sistema nervoso simpático para o coração e vasos e aumento na descarga parassimpático para o coração.

7. Resultados e Discussão dos Resultados

7.1 Aplicação da técnica PS-MF-DFA aos dados de Preguiça

Após realizarmos testes com dados da série multifractal binomial e com dados de ECG de pacientes portadores de arritmias, verificamos se a aplicação do métodos sobre os dados de preguiça apresentaram mudança de multifractalidade quanto ao comportamento da FC nos períodos claro e escuro separadamente, ou seja, observamos se a variação de luminosidade causa algum efeito no sistema de controle dos batimentos cardíacos ou se são só tendências externas que não interferem em tal sistema de controle.

A aplicação da técnica a todos os pontos da série, ou seja, a todos os pontos de FC obtidos nos períodos claro e escuro. Está apresenta na figura 7.1, 7.2 e 7.3 os gráficos correspondentes aos diferentes $F(q)$ para os diferentes q :

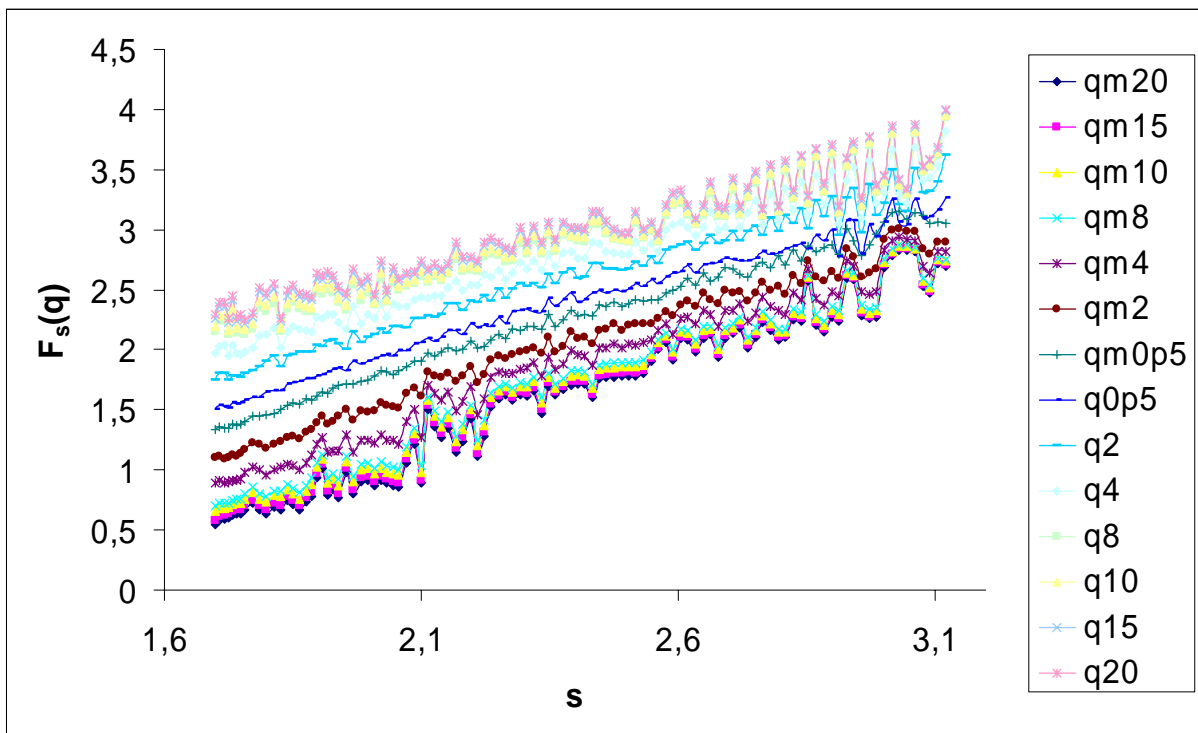


Figura 7.1 – Funções de flutuações F_s variando com a escala s . O fato de ela ter um inclinação positiva se deve à fato de a função de flutuação crescer com o tamanho da janela, já que a distância entre os pontos das funções de flutuações e as retas ajustadas tipicamente crescem com o aumento das janelas. As legendas **qmX** significa que a função foi levantada para valores negativos de q , enquanto que **qX** significa valores positivos, por exemplo, $qm20$ significa $q=-20$, e $q20$, $q=20$. Foram utilizadas janelas variando entre 50 e 500 pontos

As inclinações das retas correspondem aos $h(q)$ procurados, fornecendo o gráfico

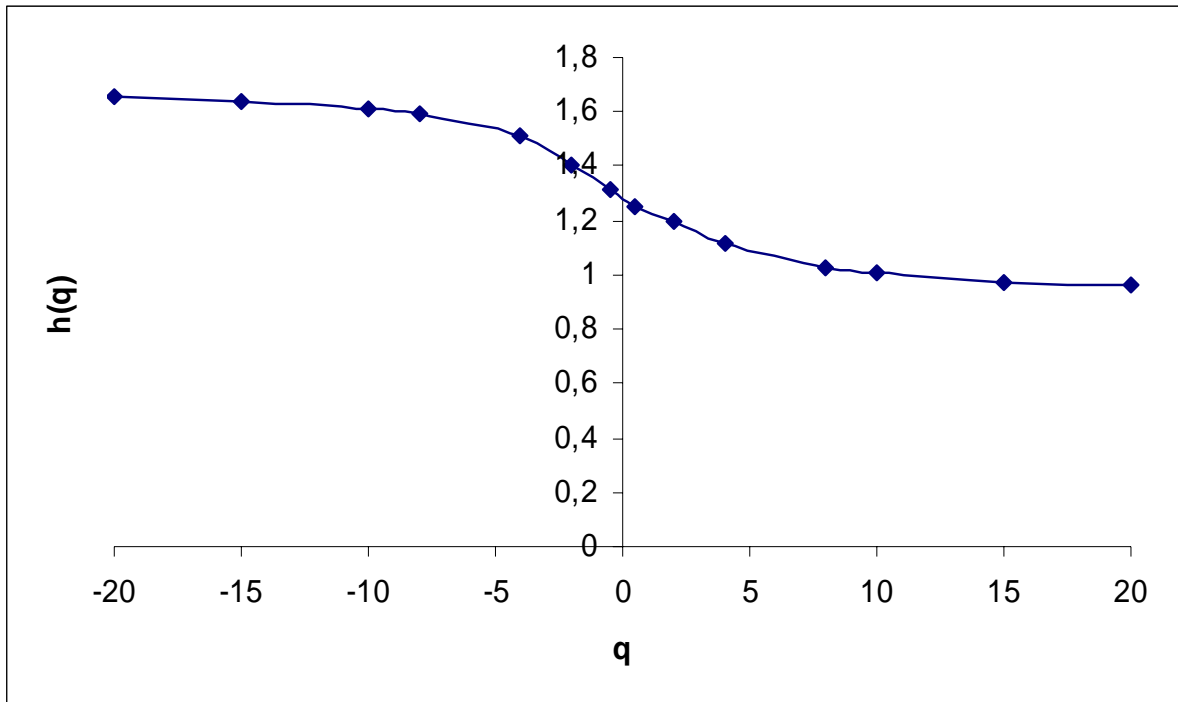


Figura. 7.2 – A dependência em q do expoente generalizado de Hurst determinado pelos ajustes lineares no regime $50 < s < 500$ mostrados para PS-MF-DFA1.

Relacionando PS-MF-DFA com o expoente de escala multifractal clássico $\tau(q)$, obtemos

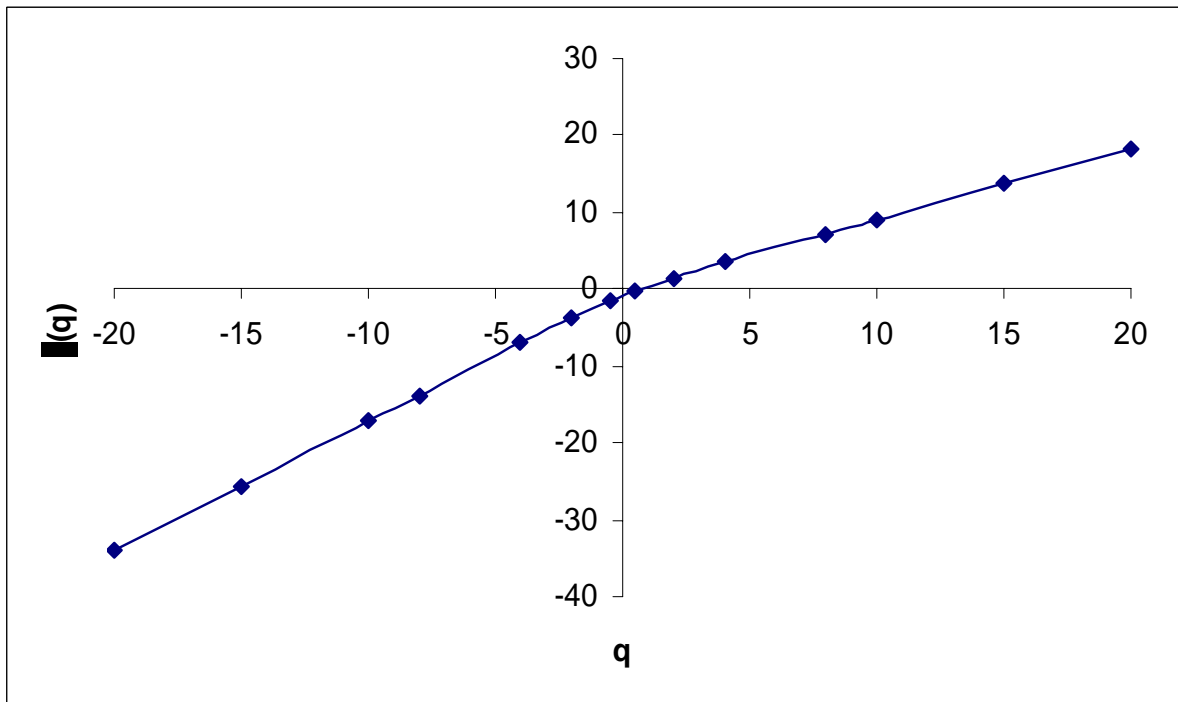


Figura 7.3 – OS-MF-DFA visto do ponto de vista do expoente de escala multifractal clássico $\tau(q)$.

O espectro de singularidade, que é composto pela intensidade da singularidade α ou expoente de Hölder e $f(\alpha)$, que denota a dimensão do subconjunto das séries, é caracterizado por α , é mostrado na figura 7.4.

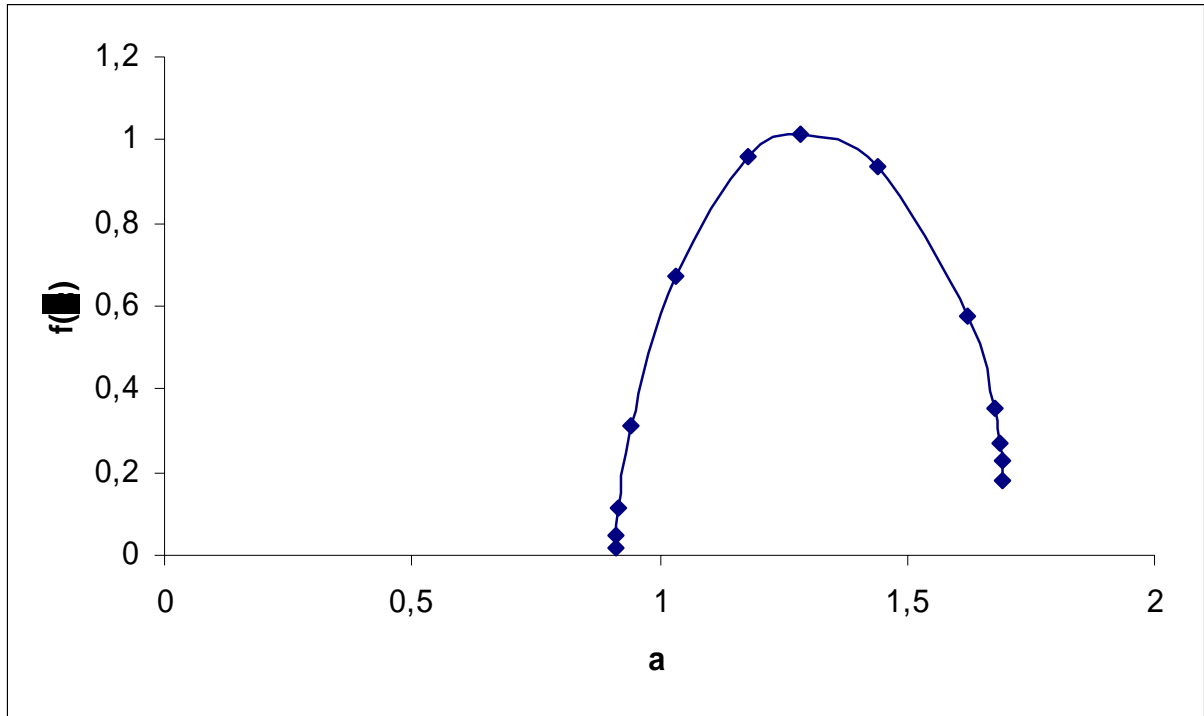


Figura 7.4 – O espectro de singularidade determinado pela transformada de Legendre modificada.

Podemos observar, analisando a figura 7.4, que o espectro de singularidade varia no intervalo $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] = [0,9101, 1,6940]$, ou seja, um $\Delta\alpha_{\max, \min} = 0,7839$. A abertura desse espectro está relacionada com quão multifractal a série é. Para os valores mais extremos de q os pontos não apresentam praticamente variação nenhuma quanto a α , ou melhor, $q \rightarrow \pm\infty$ não vai muito além do intervalo $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ encontrado nesta medição. Além do mais, muitas vezes existe uma simetria razoável em torno do α digamos central, ou seja, o alfa para o qual $f(\alpha)$ é máximo, ou em torno de $q \rightarrow 0$. Neste caso, $q = -0,5$ é o ponto mais próximo do máximo, que não será estimado aqui, mas é o suficiente para esta observação, com $\alpha_{q=-0,5} = 1,2847$ implicando de um desvio absoluto de 0,3746 para α_{\min} e 0,4093 para o α_{\max} . Tal simetria pode servir para estimar o intervalo $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ em caso de dificuldades de se varrer todo o espectro, mas isso só é válido se já for conhecido *a priori* o comportamento de espectros semelhantes. Por exemplo, se conhecemos bem como é o espectro de um coração

saudável e, se estivermos trabalhando com um coração, a princípio saudável, meio espectro pode ser suficiente para uma análise, dependendo, claro, do que se queira analisar.

Analisemos a seguir se há diferença de multifractalidade nos períodos claro e escuro separados, pois podemos encontrar diferenças entre os períodos e dessa forma a análise que acabou de ser feita serviria como uma média para um período de 24h, ou serviria para fornecer um espectro geral sobre o sujeito em questão. No entanto, se os dois períodos apresentam espectros praticamente idênticos, significa que qualquer intervalo do dia e noite juntos contendo pontos suficientes para análise é suficiente para se levantar o espectro. Do contrário, a variação de luminosidade do ambiente pode influenciar no sistema de controle cardíaco, ou quaisquer outros fatores podem originar tal mudança.

Os gráficos referentes às aplicações de PS-MF-DFA nos períodos claro e escuro separadamente, e sobrepostos sobre os mesmos gráficos por efeitos de comparação estão apresentados na figura 7.5.

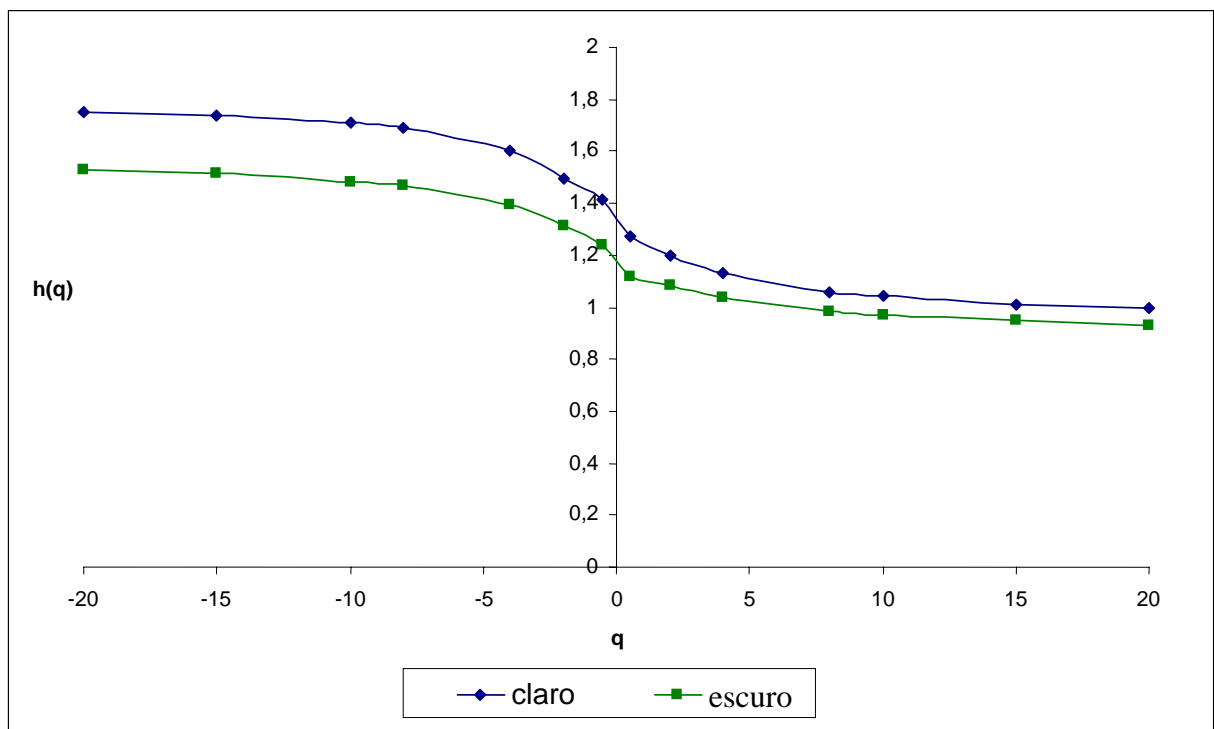


Figura 7.5 – A dependência em q do expoente generalizado de Hurst determinado pelos ajustes lineares no regime $50 < s < 500$ mostrados para PS-MF-DFA aplicados sobre os dados de preguiça nos períodos claro-escuro separados. Observar que para o dia, a variação de $h(q)$ é maior no período claro em relação ao período escuro, dando $h(q)_{dia_max} - h(q)_{dia_min} = 0.8474$ e $h(q)_{noite_max} - h(q)_{noite_min} = 0.6784$.

Pode-se perceber pela figura 7.5 que existe alguma diferença entre os dois períodos, já que obtivemos que ambos $h(q)$'s cruzam o eixo de F_s em valores diferentes

($h(0)_{claro} \approx 1.3411$) e ($h(0)_{escuro} \approx 1.1807$), podemos ver também que existe uma diferença na variação do $h(q)$, cujos valores podem ser vistos abaixo

$$(h(q)_{claro_max} - h(q)_{claro_min} = 1.7535 - 0.9967 = 0.7568)$$

$$(h(q)_{escuro_max} - h(q)_{escuro_min} = 1.5263 - 0.9325 = 0.5938)$$

Muito certamente estas diferenças serão significantes mais adiantes. Vejamos então as outras representações deste resultado.

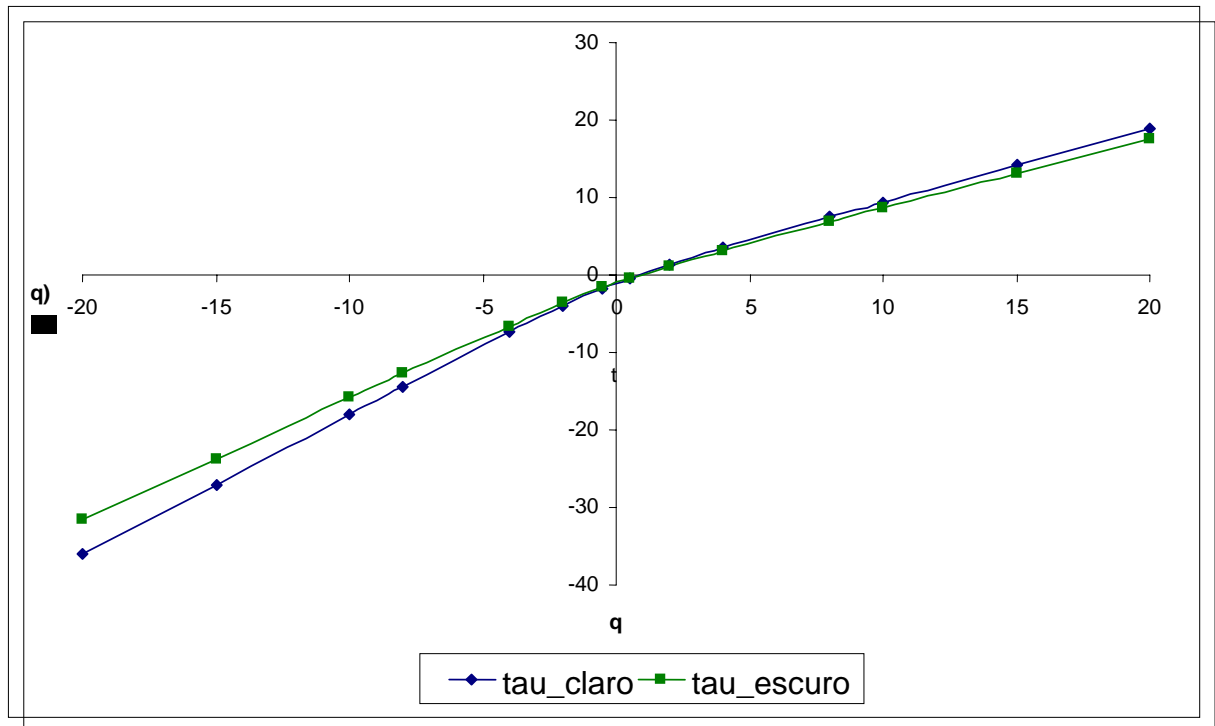


Figura 7.6 – PS-MF-DFA visto do ponto de vista do expoente de escala multifractal clássico $\tau(q)$ para os períodos claro e escuro separadamente. Pode-se observar que a representação gráfica do período escuro é menos inclinada que a do período claro. Esta representação serve de intermédio entre a representação de $h(q) \times q$ e a transformada de Legendre – o espectro de singularidade.

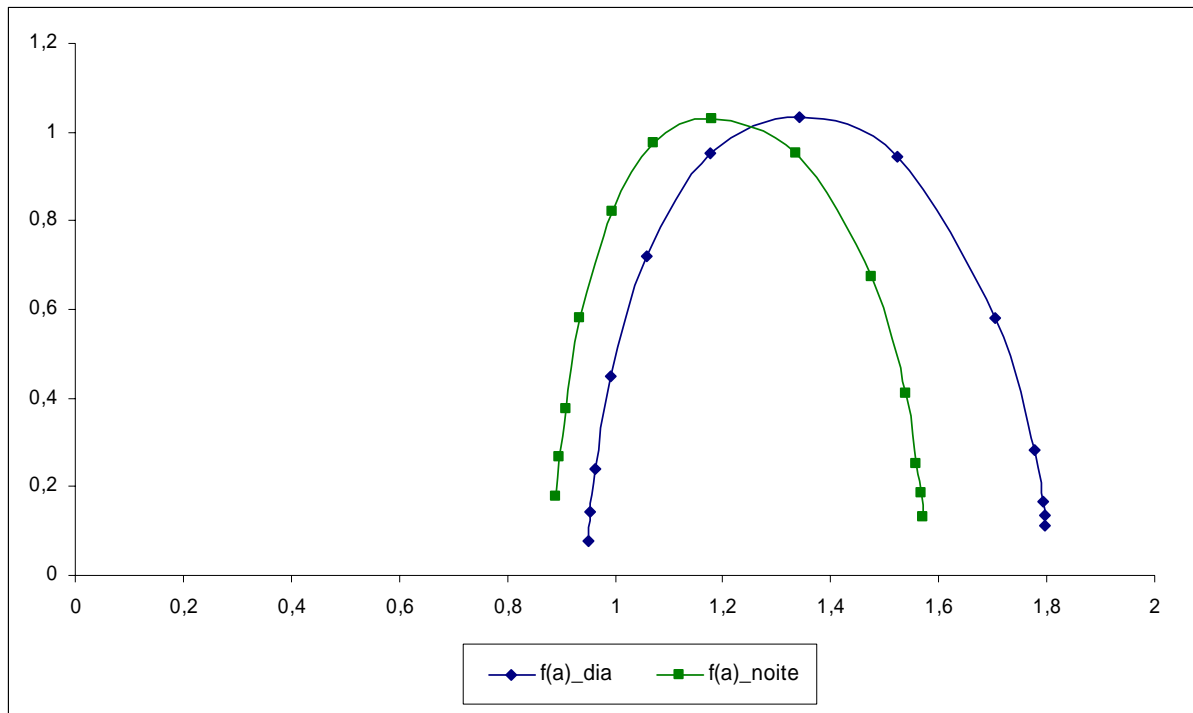


Figura 7.7 – O espectro de singularidade determinado pela transformada de Legendre modificada para os períodos claro e escuro separadamente. Observar que além de haver uma maior abertura do espectro do período claro em relação ao período escuro, também há diferença na posição dos máximos.

O espectro de singularidade mostra que há uma diferença de multifractalidade entre os períodos claro e escuro. No período claro, temos $[\alpha_{\min_dia}, \alpha_{\max_dia}] = [1.7979, 0.9505]$ e $[\alpha_{\min_escuro}, \alpha_{\max_escuro}] = [1.5698, 0.8914]$, obtendo $\Delta\alpha_{\max, \min - dia} = 0.8474$ e $\Delta\alpha_{\max, \min - noite} = 0.6784$, ou seja, uma diminuição no espectro de singularidade de 19.94% do regime claro para o escuro.

Pode-se ver claramente que além de haver uma diminuição no espectro de singularidade no período escuro, há também um deslocamento do intervalo, o que significa que além de perder multifractalidade no período escuro, há outros tipos de fractais no mesmo. O aumento de multifractalidade no período claro pode ter ocorrido em função de que no período claro o animal apresenta aumento no seu comportamento motor, o que tem importante repercussão nos níveis de PA e conseqüentemente na FC [18]. Ao realizar movimentos ou se alimentar ocorrem alterações nos intervalos dos batimentos cardíacos [18]. No entanto, aumentos nos níveis da FC aparecem apenas como tendências e são eliminadas na aplicação da técnica. O que vemos é uma mudança subjacente no sistema de controle dos batimentos cardíacos, ou seja, a luminosidade está diretamente associada à mudança de multifractalidade.

A maneira de como os dados do bicho-preguiça foram coletados nos levaram ao desenvolvimento de novos métodos: o Smooth MF-DFA e o Pulsed Series MF-DFA, que são modificações do MF-DFA convencional. O primeiro partiu de uma tentativa de se obter resultados significativamente mais precisos, e o segundo, devido às séries curtas que não tinham pontos suficientes para uma análise convencional, porém tinham intervalos regulares e pareciam muito com pulsos de pwm.

O método Pulsed Series MF-DFA foi testado com a binomial multifractal submetida às mesmas condições dos dados de preguiça e teve resultados muito bons comparados com a aplicação de MF-DFA para a série ininterrupta. Em seguida, foi testado com dados de interbatimentos cardíacos de duas pessoas que apresentavam arritmia e foram medicadas, sendo extraído os ECG's dessas pessoas antes e após medicação, onde aplicamos MF-DFA convencional e em seguida pulsamos a série como a série de preguiça, e comprovamos que o método foi bem coerente quando se compararam os resultados, ou seja, o paciente que praticamente não teve alterações em seu espectro de singularidade (e047) manteve o resultado quando aplicamos o método à suas séries pulsadas. Um segundo paciente (e033) apresentou diferenças bastante perceptíveis nos dois momentos (pré e pós medicação). No entanto, a aplicação à série pulsada mostrou que para os casos onde há mudanças bruscas e grandes de inclinações das funções de flutuações, fazendo com que o expoente de Hurst se aproxime de zero, há grandes possibilidades de se cometer erros quanto às interpretações, sendo necessário então, para uma análise mais correta, a aplicação do MF-DFA modificado para a soma dupla proposta na técnica. No entanto deve-se aplicar MF-DFA de ordem 2 para eliminar as tendências quadráticas artificiais criadas pela soma dupla. Porém, a técnica apresentou coerência quando, mesmo com toda a distorção, mostrou que existem diferenças entre os dois momentos do paciente.

Esses experimentos nos deram suporte argumental para aplicarmos a técnica aos dados do bicho preguiça (*Bradypus variegatus*), já que são dados similares, isto é, interbatimentos cardíacos. Procuramos saber se os regimes claro-escuro causavam alterações no sistema de controle autonômico cardíaco do bicho preguiça, ou se simplesmente causavam tendências. A resposta é que houve uma diferença significativa de cerca de 20% entre os dois momentos (claro-escuro), o que pode estar associado ao comportamento do animal mais evidente no período claro à resposta barorreflexa apresentada por esses animais.

Este trabalho abre perspectivas para:

- Testes de confiabilidade de aplicação de MF-DFA à séries pulsadas, ou seja, PS-MF-DFA, com uma varredura para diferentes duty cycles, períodos e tamanhos de séries, podendo ter um grau de confiança nos resultados de acordo com estes parâmetros.
- Formulação teórica do PS-MF-DFA.
- Comparação dos resultados de animais com humanos que têm baixa atividade motora, como astronautas, tetraplégicos, pacientes em coma, ou demais casos que podem ser indicados por especialistas na área.
- Se bem caracterizados estados de normalidade com espectros de singularidades, relacionando sexo, idade, entre outros, pode-se implementar em hardware os métodos aqui trabalhados para diagnósticos imediato e até prognósticos de doenças.

8. Conclusões

As principais conclusões da análise apresentada ao longo desta dissertação são:

- A concatenação das séries pulsadas foram adequadas para a aplicação do método MF-DFA, uma vez que os testes com humanos portadores de arritmias mostrou coerência quanto a igualdade entre os espectros.
- A técnica de concatenar séries pequenas pode apresentar distorções para séries fortemente anticorrelacionadas, caso em que o método pode sofrer modificações para se adequar a esse tipo de situação.
- O bicho preguiça apresentou diferenças de multifractalidade nos períodos claro e escuro, apresentando redução do espectro de singularidade quando parte do período claro para o escuro. Apesar do método não explicar variabilidade da FC devido à atividade motora do animal, este resultado está de acordo com os resultados encontrados por Duarte, D. P. F. [19] quanto à variabilidade da FC em relação períodos claro e escuro.

9 Referências Bibliográficas

- [1] W.Klonowski, "Signal and image analysis using chaos theory and fractal geometry", *Machine Graphics & Vision*, vol. 9, Nos.1/2, pp. 403-431, 2000.
- [2] Losa G. A., Merlini D., Nonnenmacher T. F., Weibel E. R. (Eds.): *Fractals in Biology and Medicine*. Vol II, Birkhäuser, Basel, Boston, Berlin, 1997.
- [3] R. L. Costa, G. L. Vasconcelos, *Physica A* 239 (2003) 231-248.
- [4] Smith Jr. T. G., Lange G. D., Marks W. B.: Fractal methods and results in cellular morphology – dimensions, lacunarity and multifractals. *J. Neurosci.Meth.* 69, 123-136, 1996.
- [5] Kraft R.: *Fractals and Dimensions*. HTTP-Protocol at:
<http://www.edv.agrar.tu-muenchen.de/dvs/idolon/algorithms.html>.
- [6] Ogata Y, and Katsura K.: Maximun likelihood estimates of the fractal dimension for random spatial patterns. *Biometrika.* 78(3), 463-474.
- [7] Kaplan, Ian . HTTP protocol at:
http://www.bearcave.com/misl/misl_tech/wavelets/hurst/
- [8] Barnsley et al, *The Science of Fractal Images*, Springer Verlag, 1988.
- [9] Havlin, S. et al, *Scaling in nature: From DNA through heartbeats to weather*, *Physica A* 273 (1999) 46-49.
- [10] Kantelhardt et al, *Multifractal detrended analysis of nonstationary time series*, *Physica A* 316 (2002) 87-114.
- [11] Peng, C. –K, *Mosaic organization of DNA nucleotides*, *Physical Review E* Vol. 9, N° 2 Feb. 1994.
- [12] Anteneodo, C., *Processos estocásticos*, V Escola do CBPF – Rio de Janeiro, 5-16 julho 2004.
- [13] Costa R. L., *Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market*, *Physica A* 329 (2003) 231-248.
- [14] Havlin S., *Aplication of statistical physics to heartbeat diagnosis*, *Physica A* 275 (1999) 99-110.
- [15] Batista, C. A., *Interpretação da variação da taxa de batimentos cardíacos com ECG via Detrended Fluctuations Analysis*, JEPEX-UFRPE, 2004.
- [16] Falconer K., *Techniques in Fractal Geometry*, Ed. John Wiley & Sons, 1997.

- [17] Duarte D. P. F. et al, Circadian rhythms in blood pressure in free-ranging three-toed sloths (*Bradypus variegatus*) Brazilian Journal of Medical and Biological Research (2003) 36: 273-278.
- [18] Duarte, D. P. F. Cardiovascular responses to locomotor activity and feeding in unrestrained three-toed sloths, *Bradypus Variegatus*, Brazilian Journal of Medical and Biological Research (2004) 37: 1557-1561.
- [19] Duarte, D. P. F., Perfil circadiano da pressão arterial e da frequência cardíaca em preguiças (*Bradypus Variegatus*) - Tese de Doutorado – 2000.
- [20] Pedrosa M. A. C., The effect of feeding on the respiratory activity of the sloth, Brazilian Journal of Medical and Biological Research (2002) 35: 851-854.
- [21] Haibara A. S., Descobrimto e importancia dos barorreceptores, Ver Bras Hipertens, Vol 7, Nº 2, Abril/Junho de 2000.
- [22] Ivanov Ch. Plamen et al, From $1/f$ noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics, Chaos, Vol 11 Nº 3, Setembro 2001.
- [23] C. –K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, A. L. Goldberger, Phys. Rev. E 49 (1994) 1685.
- [24] S. M. Ossadnik, S. B. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, R. N. Mantegna, C. –K. Peng, M. Simons, H. E. Stanley, Biophys J. 67 (1994) 64.
- [26] S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, C. –K. Peng, H. E. Stanley, G. M. Viswanathan, Physica A 249 (1998) 430.
- [27] C. –K. Peng, , S. Havlin, H. E. Stanley, A. L. Goldberger, Chaos 5 (1995) 82.
- [28] P. Ch. Ivanov, A. Bunde, L. A. N. Amaral, S. Havlin, J. Fritsch-Yelle, R. M. Baevsky, H. E. Stanley, A. L. Goldberger, Europhys. Lett. 48 (1999) 594.
- [29] Y. Ashkenazy, M. Lewkowicz, J. Levitan, S. Havlin, K. Saermark, H. Moelgaard, P. E. B. Thomsen, M. Moller, U. Hintze, H. V. Huikuri, Europhys. Lett. 53 (2001) 709.
- [30] Y. Ashkenazy, P. Ch. Ivanov, S. Havlin, C. –K. Peng, A. L. Goldberger, H. E. Stanley, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 1900.
- [31] A. Bunde, S. Havlin, J. W. Kantelhardt, T. Penzel, J. –H. Peter, K. Voigt, Phys. Ver. Lett. 85 (2000) 3736.
- [32] E. Koscielny-Bunde, A. Bunde, S. Havlin, H. E. Roman, Y. Goldreich, H. –J. Schellnhuber, Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 729.
- [33] K. Ivanova, M. Ausloos, Physica A 274 (1999) 349
- [34] P. Talkner, R. O. Weber, Phys. Rev. E 62 (2000) 150.

- [35] K. Ivanova, M. Auslos, E. E. Clothiaux, T. P. Ackerman, *Europhys. Lett.* 52 (2000) 40.
- [36] B. D. Malamud, D. L. Turcotte, *J. Stat. Plan. Infer.* 80 (1999) 173.
- [37] C. L. Alados, M. A. Huffman, *Ethnology* 106 (2000) 105.
- [38] N. Vandewalle, M. Ausloos, P. Boverous, *Physica A* 269 (1999) 170.
- [39] J. W. Kandelhardt, R. Berkovits, S. Havlin, A. Bunde, *Physica A* 266 (1999) 461.
- [40] N. Vandewalle, M. Ausloos, M. Houssa, P. W. Mertens, M. M. Heyns, *Appl. Phys. Lett.* 74 (1999) 1579.
- [41] J. Feder, *Fractals*, Plenum Press, New York, 1988.
- [42] A. -L. Barabási, T. Vicsek, *Phys. Rev. A* 44 (1991) 2730.
- [43] D. Saupe, H. Peitgen, H. Jurgens, *Chaos and Fractal – New Frontiers of Science*. Springer – Verlag, 1992
- [44] http://www.advfn.com/money-words_term_7246_Fractal_Dimension.html, 2006