



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**DECISÕES DIDÁTICAS E CONTRATO DIDÁTICO: INTER-
RELAÇÕES NO ENSINO DE UM SABER ALGÉBRICO**

TONY REGY FERREIRA DA SILVA

**RECIFE/PE
2020**

TONY REGY FERREIRA DA SILVA

**DECISÕES DIDÁTICAS E CONTRATO DIDÁTICO: INTER-
RELAÇÕES NO ENSINO DE UM SABER ALGÉBRICO**

Pesquisa de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação no Ensino das Ciências e Matemática, da Universidade Federal Rural de Pernambuco, área de concentração em Matemática, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: **Profa. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima**

Coorientador: **Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes**

**RECIFE/PE
2020**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- S586d Silva, Tony Regy Ferreira da
Decisões didáticas e contrato didático: inter-relações no ensino de um saber algébrico / Tony Regy Ferreira da Silva. - 2020.
204 f. : il.
- Orientadora: Anna Paula de Avelar Brito Lima.
Coorientador: Marcus Bessa de Menezes.
Inclui referências e anexo(s).
- Tese (Doutorado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife, 2021.
1. Decisões didáticas. 2. Contrato didático. 3. Inter-relações. 4. Saber algébrico. I. Lima, Anna Paula de Avelar Brito, orient. II. Menezes, Marcus Bessa de, coorient. III. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

TONY REGY FERREIRA DA SILVA

DECISÕES DIDÁTICAS E CONTRATO DIDÁTICO: INTER-RELAÇÕES NO ENSINO DE UM SABER ALGÉBRICO

Orientadora: Prof^ª. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima

Coorientador: Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes

Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE

Defendida em 16 de dezembro de 2020.

Banca Examinadora

Prof^ª. Dra. Anna Paula de Avelar **BRITO LIMA**

Presidente / Orientadora

Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE

Prof. Dr. Marcus **BESSA DE MENEZES**

1º Examinador externo / Coorientador

Instituição: Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

Prof^ª. Dra. Elisângela Bastos de Melo **ESPÍNDOLA**

2ª Examinadora interna

Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE

Prof. Dr. Vladimir Lira Veras Xavier de **ANDRADE**

3º Examinador interno

Instituição: Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE

Prof^ª. Dra. Marilena **BITTAR**

4ª Examinadora externa

Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

Prof. Dr. Fernando Emílio Leite de **ALMEIDA**

5º Examinador externo

Instituição: Instituto Federal de Pernambuco - IFPE

Dedico este trabalho...

... à minha mãe, **Rosimar Gonçalves**, uma “Rosa” preciosa, mulher de fé e comprometimento, com um coração gigante, exemplo de mãe dedicada, que procurou sempre a melhor forma de educar e iluminar a vida dos seus filhos.

... ao meu pai, **Reginaldo Silva**, homem honesto, pai dedicado, exemplo de profissional responsável, poeta e sanfoneiro nas festividades juninas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela constante proteção, pela força nos momentos difíceis, pela paz, por todos os momentos felizes vividos e pela experiência adquirida após superar as dificuldades encontradas.

... à minha orientadora e amiga *Anna Paula*, pela confiança, pelo incentivo depositado em todos os momentos dessa caminhada. Pela amizade construída nesses anos de convivência. Pelos ensinamentos valiosos, a dedicação e a disponibilidade. Pela paciência, principalmente, na fase inicial de adaptação no Doutorado, nas primeiras orientações. Por sempre motivar e respeitar, com muita sabedoria, meu processo de construção. Sou muito grato, sua orientação foi fundamental para a existência deste estudo.

... ao meu coorientador e amigo *Marcus Bessa*, pelo incentivo para continuar pesquisando após a conclusão do Mestrado, pelas contribuições nas discussões sobre o projeto, bem como sobre o andamento da pesquisa. Pela amizade construída e pela motivação nos momentos de enfrentar novos desafios.

... à professora Elisângela Espíndola e ao professor Fernando Emílio, por participarem da qualificação e da defesa desta tese, pelas contribuições valiosas bem como necessárias para o desenvolvimento e a concretização deste estudo.

... à professora Marilena Bittar e ao professor Vladimir Andrade que participaram da defesa desta tese, pelos ensinamentos e as discussões realizadas no âmbito da Didática da Matemática, pelas relevantes reflexões sobre este trabalho.

... à Universidade Federal Rural do Pernambuco – UFRPE, bem como à coordenação, ao corpo docente e aos funcionários do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

... aos Professores das disciplinas do Doutorado da UFRPE, Anna Paula, Vladimir Andrade, Carmen Roselaine, Ana Maria, Edenia Amaral, Alfredo Moraes e Rita Muhle, por todos os

conhecimentos compartilhados. Agradeço também pelas contribuições significativas para minha formação e para a construção deste trabalho.

... ao professor e seus alunos sujeitos desta pesquisa, bem como ao gestor da instituição escolar, que permitiram a realização da nossa investigação, abrindo as portas da escola e da sala de aula, possibilitando nossa imersão na realidade escolar.

... aos amigos e amigas da turma de Doutorado, Amanda Freitas, Antônio Inácio, Edna Barreto, Glória Cavalcante, Jaqueline Sabino, Renan Gomes, Maria Eduarda, Monica Nascimento, Verônica Freitas e Wilka Karla. Agradeço por todos os momentos compartilhados, momentos de muita aprendizagem, proporcionados pela convivência nas disciplinas. Além disso, pela formação de uma turma repleta de amizades.

... ao amigo Renan Gomes, pelas relevantes discussões acadêmicas, pelos diálogos realizados sobre diversos temas e pela amizade construída nesses anos de convivência no Doutorado.

Agradeço aos meus familiares; aos meus professores do ensino básico, da graduação e da pós-graduação; aos meus amigos e minhas amigas que sempre ficam felizes com minhas conquistas. Certamente, todos ajudaram de forma particular na construção da minha trajetória.

Agradeço à compreensão da minha família que suportou a minha distância, porque em vários momentos estive ausente não apenas fisicamente, mas também mentalmente, levando em consideração minha decisão tomada de dedicar-me profundamente à produção acadêmica.

Assim, em especial, agradeço...

... à minha mãe, Rosimar Gonçalves, minha primeira professora, pelo amor incondicional; ao meu pai, Reginaldo Silva, pela imensa dedicação; e ao meu irmão, Tales Rodolfo, pela amizade permanente.

... às minhas avós, Maria José Gonçalves (*in memoriam*) e Inácia Soares (*in memoriam*), mulheres dedicadas, que sempre apresentaram o verdadeiro sentido da simplicidade, da fé e da paz.

... aos meus avôs, Manuel Raimundo e João Divino (*in memoriam*), que enfrentaram diversas dificuldades na vida e conseguiram criar suas famílias.

Minha *GRATIDÃO* a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Esta tese teve por objetivo desenvolver um esquema teórico para análise das inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático no ensino de um saber matemático pertencente ao campo algébrico. Para tanto, ancoramo-nos no campo teórico das Decisões Didáticas, teoria que apresenta o modelo dos níveis da atividade do professor, proposto na literatura por (MARGOLINAS, 2002). A segunda ancoragem teórica adotada neste estudo foi o Contrato Didático, devido à sua relevância na Teoria das Situações Didáticas, possibilitando um olhar de fundamental importância para a triangulação professor-aluno-saber na sala de aula (BROUSSEAU, 1996). Após a proposição do esquema teórico, realizamos um estudo empírico, com o objetivo de investigar a adequação do modelo proposto. Selecionamos como sujeitos da pesquisa um professor do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, e seus alunos e, como saber matemático, as expressões algébricas e os polinômios. As bases teóricas desenvolvidas no esquema proposto nesta tese ficaram voltadas para as interações que ocorreram especificamente no planejamento das aulas, na situação didática e na observação do aluno em atividade (Níveis +1, 0 e -1). A partir do esquema teórico elaborado, os resultados encontrados apontaram que as decisões didáticas que foram tomadas no planejamento (Nível +1) estiveram ligadas intimamente com as expectativas relacionadas ao contrato didático. No que diz respeito à prática de ensino (Nível 0), por meio da nossa análise teórica e com as reflexões disponibilizadas pelo professor e as transcrições das aulas observadas, na análise empírica, chegamos à conclusão de que as situações didáticas (S0), investigadas a partir da realidade escolar, evidenciaram a coexistência e a inter-relação entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático. Outro aspecto revelado foi que os fatores decisoriais, em especial do tipo história didática, fazem parte de forma predominante nas inter-relações da tomada de decisão e o contrato didático. A microdecisão didática do professor, quando impulsionada por fatores do tipo história didática, mantém uma relação estreita com o contrato didático, uma vez que foi identificada uma relação de conformidade entre ambos.

Palavras-chave: Decisões Didáticas, Contrato Didático, Inter-relações, Saber Algébrico.

RÉSUMÉ

Cette thèse visait à développer un cadre théorique pour analyser les interrelations entre les décisions didactiques et le contrat didactique dans l'enseignement des connaissances mathématiques appartenant au champ algébrique. Pour cela, nous nous sommes ancrés dans le champ théorique des Décisions Didactiques, théorie qui présente le modèle des niveaux d'activité des enseignants, proposé dans la littérature par (MARGOLINAS, 2002). Le deuxième ancrage théorique adopté dans cette étude était le Contrat Didactique, en raison de sa pertinence dans la Théorie des Situations Didactiques, permettant un regard d'importance fondamentale pour la triangulation enseignant-élève-savoir en classe (BROUSSEAU, 1996). Après avoir proposé le schéma théorique, nous avons mené une étude empirique, dans le but d'étudier l'adéquation du modèle proposé. Nous avons sélectionné comme sujets de recherche un enseignant de la 8^e année du primaire dans une école publique, et ses élèves et, en tant que connaissances mathématiques, des expressions algébriques et des polynômes. Les bases théoriques développées dans le schéma proposé dans cette thèse se sont focalisées sur les interactions qui se sont produites spécifiquement dans la planification des cours, dans la situation didactique et dans l'observation de l'étudiant en activité (Niveaux +1, 0 et -1). A partir du cadre théorique élaboré, les résultats trouvés ont souligné que les décisions didactiques prises dans le planning (Niveau +1) étaient étroitement liées aux attentes liées au contrat didactique. En ce qui concerne la pratique de l'enseignement (Niveau 0), à travers notre analyse théorique et les réflexions fournies par l'enseignant et les transcriptions des classes observées, dans l'analyse empirique, nous sommes arrivés à la conclusion que les situations didactiques (S0) la réalité scolaire, ils ont mis en évidence la coexistence et l'interrelation entre les décisions didactiques et le contrat didactique. Un autre aspect révélé est que les facteurs de décision, en particulier le type d'histoire didactique, font principalement partie des interrelations de la prise de décision et du contrat didactique. La microdécision didactique de l'enseignant, lorsqu'elle est guidée par des facteurs de type histoire didactique, entretient une relation étroite avec le contrat didactique, puisqu'une relation de conformité entre les deux a été identifiée.

Mots-clés: Décisions Didactiques, Contrat Didactique, Inter-relations, Connaissances Algébriques.

ABSTRACT

This thesis aimed to develop a theoretical framework for analyzing the interrelationships between didactic decisions and the didactic contract in the teaching of mathematical knowledge belonging to the algebraic field. For that, we anchored ourselves in the theoretical field of Didactic Decisions, a theory that presents the model of the levels of teacher activity, proposed in the literature by (MARGOLINAS, 2002). The second theoretical anchor adopted in this study was the Didactic Contract, due to its relevance in the Theory of Didactic Situations, allowing a look of fundamental importance for the teacher-student-knowledge triangulation in the classroom (BROUSSEAU, 1996). After proposing the theoretical scheme, we conducted an empirical study, with the aim of investigating the adequacy of the proposed model. As research subjects, we selected a teacher from the 8th grade of elementary school in a public school, and his students and, as mathematical knowledge, algebraic expressions and polynomials. The theoretical bases developed in the scheme proposed in this thesis were focused on the interactions that occurred specifically in the planning of classes, in the didactic situation and in the observation of the student in activity (Levels +1, 0 and -1). From the theoretical framework elaborated, the results found pointed out that the didactic decisions that were made in the planning (Level +1) were closely linked with the expectations related to the didactic contract. With regard to teaching practice (Level 0), through our theoretical analysis and with the reflections provided by the teacher and the transcripts of the observed classes, in the empirical analysis, we come to the conclusion that the didactic situations (S0), investigated from the school reality, they evidenced the coexistence and the interrelationship between the Didactic Decisions and the Didactic Contract. Another aspect revealed was that the decision factors, especially the didactic history type, are predominantly part of the interrelations of decision making and the didactic contract. The didactic microdecision of the teacher, when driven by factors of the didactic history type, maintains a close relationship with the didactic contract, since a relation of conformity between both was identified.

Key-words: Didactic Decisions, Didactic Contract, Interrelationships, Algebraic Knowledge.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - O triângulo das situações e o <i>milieu</i> (meio)	37
Figura 2 - Modelo de microdecisões.....	57
Figura 3 - Triângulo das situações didáticas e o contrato didático.....	68
Figura 4 - O triângulo das situações e o <i>milieu</i> (meio)	71
Figura 5 - As relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático	94
Figura 6 – Decisões Didáticas no Nível +1 e as Expectativas (2).....	100
Figura 7 – Decisões Didáticas no Nível 0 e o Contrato Didático	102
Figura 8 – Decisões Didáticas no Nível -1 e o Contrato Didático.....	104
Figura 9 - As relações entre as decisões didáticas e o contrato didático por meio do <i>milieu</i>	107
Figura 10 - Vertentes fundamentais do pensamento algébrico.	119
Figura 11 – Decisões Didáticas no Nível +1 e o Contrato Didático	154
Figura 12 – Decisões Didáticas no Nível 0 e o Contrato Didático	160

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Modelo de Estruturação do Meio (" <i>milieu</i> ").....	39
Quadro 2 - Modelo de Níveis da Atividade do Professor.....	41
Quadro 3 - Interação entre os Níveis da atividade do professor	42
Quadro 4 - Fatores de decisão do professor: Fatores do tipo externo.....	48
Quadro 5 - Fatores de decisão do professor: Fatores do tipo epistêmico.....	51
Quadro 6 - Fatores de decisão do professor: Fatores do tipo história didática.....	54
Quadro 7 - Álgebra para o 8º ano do Ensino Fundamental	126
Quadro 8 - Entrevista realizada com o professor de matemática.....	140
Quadro 9 - Questionamentos sobre o plano das aulas	141

Quadro 10 - Diário de bordo	143
Quadro 11 - As etapas da pesquisa	145
Quadro 12 - As relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático.....	147
Quadro 13 - Questionamentos com as respostas do professor durante o planejamento das aulas	155
Quadro 14 - Diário de bordo 1: Registro das atividades do professor	157
Quadro 15 - Recorte da transcrição da aula	161
Quadro 16 – Recorte da transcrição da aula	162
Quadro 17 – Recorte da transcrição da aula	163
Quadro 18 – Recorte da transcrição da aula	165
Quadro 19 - Recorte da transcrição da aula	167
Quadro 20 - Diário de bordo 2: Registro das atividades do professor	168
Quadro 21 – Recorte da transcrição da aula	170
Quadro 22 - Recorte da entrevista com o professor participante	172
Quadro 23 - Recorte da entrevista com o professor participante	173
Quadro 24 - Recorte da entrevista com o professor participante	174

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	PROBLEMÁTICA	20
1.2	OBJETIVOS DA PESQUISA	25
1.2.1	Objetivo Geral	25
1.2.2	Objetivos Específicos	26
1.3	APRESENTAÇÃO DA TESE	27
2	DECISÕES DIDÁTICAS	30
2.1	DECISÕES DIDÁTICAS: ASPECTOS FUNDAMENTAIS	30
2.2	NÍVEIS DA ATIVIDADE DO PROFESSOR	35
2.3	A TOMADA DE DECISÃO DO PROFESSOR	44
2.3.1	Fatores do tipo externo	46
2.3.2	Fatores do tipo epistêmico	49
2.3.3	Fatores do tipo história didática	51
2.4	DECISÕES DIDÁTICAS: AS MICRODECISÕES DIDÁTICAS	55
2.5	O CAMPO DE ESTUDOS DAS DECISÕES DIDÁTICAS	59
3	CONTRATO DIDÁTICO	65
3.1	CONCEITUANDO O CONTRATO DIDÁTICO	66
3.2	CONTRATO DIDÁTICO: ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS	69
3.3	O CULTURALISMO DIDÁTICO	74
3.4	O CONTRATO DIDÁTICO E SUA RELAÇÃO COM O IMPLÍCITO	77
3.4.1	O contrato pedagógico	80
3.4.2	Os Efeitos do Contrato Didático	82
3.5	O CONTRATO DIDÁTICO ENQUANTO CAMPO DE PESQUISA	85
3.5.1	Pesquisas atuais envolvendo o contrato didático	87

4 AS RELAÇÕES ENTRE AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO.....	91
4.1 AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO: ANALISANDO SUAS RELAÇÕES NOS NÍVEIS (+1, 0, -1)	97
4.1.1 As Decisões Didáticas e o Contrato Didático no Nível +1	98
4.1.2 As Decisões Didáticas e o Contrato Didático no Nível 0	100
4.1.3 As Decisões Didáticas e o Contrato Didático no Nível -1	103
4.2 DECISÕES DIDÁTICAS, MILIEU E CONTRATO DIDÁTICO	105
5 O SABER MATEMÁTICO: A ÁLGEBRA.....	110
5.1 BREVE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA	111
5.2 ALGUMAS PERSPECTIVAS DA ÁLGEBRA	114
5.3 O PENSAMENTO ALGÉBRICO	118
5.4 O ENSINO DA ÁLGEBRA	121
5.4.1 As Orientações Curriculares para o Ensino da Álgebra	124
5.4.2 Algumas considerações sobre o Ensino das Expressões Algébricas e Polinômios.	129
6 METODOLOGIA	132
6.1 UMA PESQUISA QUALITATIVA	132
6.2 OS OBJETIVOS E OS SUJEITOS PARTICIPANTES	135
6.3 AS ETAPAS DA PESQUISA	138
6.4 OS CRITÉRIOS DA DISCUSSÃO DOS DADOS.....	146
7 DISCUSSÃO DOS DADOS.....	150
7.1 APRESENTANDO OS ELEMENTOS PRINCIPAIS DA DISCUSSÃO DOS DADOS LEVANTADOS	151
7.2 DISCUSSÃO DA RELAÇÃO ENTRE AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO NO NÍVEL +1.....	152
7.3 DISCUSSÃO DA RELAÇÃO ENTRE AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO NO NÍVEL 0	158

7.4 AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO: OS FATORES DO TIPO HISTÓRIA DIDÁTICA	171
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	176
8.1 PERSPECTIVAS PARA PESQUISAS FUTURAS	181
REFERÊNCIAS	184
ANEXO 1:	189
ENTREVISTA COM O PROFESSOR	189
ANEXO 2:	193
PLANEJAMENTO DAS AULAS	193
Registro da atividade do professor: o plano das aulas observadas.....	194
Questionamentos sobre o planejamento das aulas	195
ANEXO 3:	196
TRANSCRIÇÃO DAS AULAS.....	196
ANEXO 4:	203
REGISTROS DAS ATIVIDADES DO PROFESSOR.....	203
Diário de bordo 1: Registro das atividades do professor	204
Diário de bordo 2: Registro das atividades do professor	205

1 INTRODUÇÃO

Os estudos com foco nas relações de ensino-aprendizagem foram adquirindo cada vez mais importância no processo educacional ao longo da história. Atualmente, diante de uma sociedade com desenvolvimento acelerado e constantes mudanças, a atividade docente necessita de reflexões significativas frente a um ambiente desafiador, representado pelas instituições de ensino, professores, educandos e os diversos saberes.

Em relação ao ensino da matemática, entendemos que o professor deve buscar, sempre que possível, desenvolver as potencialidades dos seus alunos por meio de possibilidades relevantes referentes à sua prática e aos recursos didáticos utilizados durante sua atuação profissional, para assim alcançar melhores resultados educacionais. Dessa forma, será possível atingir uma quantidade de educandos cada vez mais expressiva, de maneira qualitativa, durante a formação escolar.

No processo de aprendizagem da matemática, é necessário que o aluno construa significados a partir do conteúdo ministrado em sala, buscando estabelecer uma interação entre os novos conhecimentos e aqueles já constituídos ao longo de sua vida escolar. Os elementos constitutivos de um sistema didático, quer sejam humanos (professor e alunos) ou não humanos (saber matemático), carregam características e funções particulares, formando uma tríade didática.

Olhar para esse sistema didático, bem como para o que acontece no seu interior, é nosso interesse. Para a construção da nossa tese, adotamos a Didática da Matemática como referencial teórico; com base em suas teorizações, encontramos os pilares conceituais necessários para a discussão da nossa fundamentação teórica, bem como, para a estruturação do percurso metodológico e das argumentações e análises construídas ao longo dessa tese.

A Didática da Matemática, corrente francesa de pesquisas, tem apresentado uma influência considerável nas construções teóricas voltadas para o ensino de matemática e, particularmente nas últimas décadas, suas discussões têm avançado bastante em outros países, em especial, no Brasil. Por meio de um levantamento do estado da arte, relativo a esse campo de teorização e investigação, percebemos que existe um movimento relevante de consolidação das suas teorias na área educacional, e deste modo, podemos considerar que os estudos estão em processo de evolução, propondo relevantes articulações entre determinados conceitos pertencentes ao seu campo teórico, isto é, produzindo e ampliando as teorias da área.

Ressaltamos que na constituição do nosso estudo e organização da nossa tese, ancoramo-nos em diversos estudos, de âmbito nacional e internacional, produzidos nesse campo de estudo.

Inicialmente, para ser possível a realização da nossa tese, vale ressaltar o papel fundamental das teorizações propostas por Guy Brousseau (1986, 1996, 2008) e Margolinas (2002, 2005), uma vez que nosso aporte teórico principal está ancorado nas contribuições de ambos à área da Didática da Matemática, tomando como pilares conceituais as noções de *contrato didático* e de *decisões didáticas*.

Além desses dois pesquisadores, destacamos as contribuições, para a construção da nossa fundamentação teórica, de estudiosos internacionais que discutem as temáticas pertencentes ao nosso objeto de estudo, como Henry (1991), Sarrazy (1995), Jonnaert (1996), Brassat (2017), Bessot (2018, 2019), dentre outros.

No Brasil, ressaltamos as discussões encontradas por meio das pesquisas desenvolvidas por Pais (2001), Brito Menezes (2006), Almouloud (2007), D'Amore (2007), Silva (2008), Bessa de Menezes (2010), Lima (2011), Espíndola e Trgalová (2015), Almeida (2016), dentre outros, como inspiradoras do estudo que realizamos.

A Didática da Matemática tem a Teoria das Situações Didáticas (TSD), idealizada por Guy Brousseau (1986), como um marco para os estudos nesta área, que, em seguida, foi amplamente estudada por outros pesquisadores. Vale ressaltar que Brousseau (1986) apresenta a definição de situações didáticas, contemplando a sala de aula como um ambiente propício a múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, aluno e saber, com a finalidade de, em um espaço interativo, consolidar a apropriação dos saberes constituídos histórica e cientificamente. Acerca de tais relações, Jonnaert (1996) discute esse olhar, afirmando que no âmbito didático existe uma problemática central: as relações pessoais com os saberes.

Para refletirmos sobre os fenômenos didáticos na sala de aula, utilizamos, como ponto de partida, as ideias referentes ao Contrato Didático. De acordo com Brousseau (1986), é possível definir o Contrato Didático como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno, e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Tais expectativas mobilizam o estabelecimento de um conjunto de regras que determinam explicitamente, por uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente, o que cada elemento da relação didática deverá fazer e que será, de uma maneira ou de outra, válido para o outro elemento, numa dialética que envolve implicitude *versus* explicitude, negociação *versus* imposição, num processo contínuo, permanente, de quebras e reconstruções.

Ao tomarmos como ponto de partida a ideia de que o contrato didático é uma negociação dos parceiros da relação didática, com vistas à apropriação do saber (matemático) pelos alunos, organizado por um professor que faz as escolhas que julga necessárias para que esse saber possa ser apropriado pelos alunos, o objetivo de uma relação didática é que o saber possa, então, não ser colocado como prioridade, dando espaço à entrada de novos saberes em cena. Considerando uma das funções do contrato didático, que tem sido discutido sob o ponto de vista de Jonnaert e Borghet (2002), todavia, tal “abandono” deverá se dar pelo fato de, uma vez tendo sido feitas as escolhas necessárias e adequadas, e tendo havido as negociações e divisão de responsabilidades entre os parceiros didáticos, o saber seja aprendido, torne-se “antigo”, “obsoleto”, conforme Chevallard (1996), e saia de cena.

Nessa direção, para além da noção de contrato didático, apontamos para o nosso outro campo de interesse, que diz respeito a uma noção estruturada no âmbito da Didática da Matemática que, sobretudo nas duas últimas décadas, tem sido bastante investigada: as decisões didáticas do professor, visando o avanço do conhecimento dos alunos.

De acordo com Margolinas (2002), o ato de decidir representa um momento significativo na atividade do professor, isso ocorre em situações distintas durante sua atuação. Nessa perspectiva, o docente pode encontrar a necessidade de tomar decisões diante de um nível mais amplo, isto é, que está além da sala de aula, assim podemos apontar que essas decisões são denominadas como *macrodecisões*.

Por outro lado, nas decisões consideradas imediatas, aplicadas dentro da sala de aula, com interação direta entre os elementos humanos (professor - aluno) da relação didática são chamadas de *microdecisões*. Ressaltamos que no decorrer do capítulo referente às decisões didáticas retomamos a discussão sobre as macrodecisões e as microdecisões. As discussões presentes na literatura voltada para essas noções didáticas têm revelado que o ensino pode ser visto como uma sequência de tomada de decisões pelo professor.

Segundo Lima (2011), os pesquisadores do campo da Didática da Matemática começaram a se interessar pela problemática do professor, tendo como foco sua formação, seus conhecimentos e sua prática docente. Esses estudos, que colocam o professor em uma posição central para análise, ocorreram a partir da primeira década desse século (início dos anos 2000) e, em grande parte, foram realizados na França. Além disso, dentre outros aspectos, Lima (2011) aponta em seu estudo que, para a realização de uma investigação na sala de aula, é interessante promover um olhar direcionado para reflexão sobre a atividade do professor, iniciando a partir do planejamento até o instante em que ele analisa a produção do

aluno, partindo do princípio de que nestes momentos o docente se interroga sobre a melhor decisão a tomar, em função das escolhas possíveis.

Em relação ao saber matemático, elegemos a álgebra como campo de conhecimento. Consideramos que ela representa uma área que contempla aspectos fundamentais no desenvolvimento histórico da matemática, bem como nas diversas modalidades educacionais na atualidade. Além disso, acerca do Ensino Fundamental escolar, o ensino e a aprendizagem da álgebra tem se constituído como um importante campo de pesquisa. Percebemos essa relevância diante da quantidade de estudos realizados ou em construção com enfoque em saberes algébricos. Nesse sentido, destacamos as pesquisas de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (1997), Araújo (2008), Ponte, Branco e Matos (2009), Bessa de Menezes (2010), Almeida (2016), Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), dentre outros.

Acerca dos procedimentos metodológicos, destacamos que a presente pesquisa foi constituída a partir da realização de uma construção de natureza *teórica* e outra de natureza *empírica*, com essa segunda caracterizando-se como uma ilustração da adequação do esquema elaborado na análise teórica. Nesse sentido, o estudo foi conduzido, fundamentalmente, com base em uma metodologia qualitativa, de cunho etnográfico, conforme descrito por Ludke e André (1986), e o levantamento dos dados foi construído em uma instituição pública de ensino brasileira, tendo como sujeitos participantes: o professor e o grupo de estudantes de sua sala de aula, no Ensino Fundamental.

A partir da realização de cada etapa da nossa abordagem metodológica, bem como na análise dos dados, teremos um olhar aprofundado sobre os conceitos estudados. Propomo-nos, também, a partir da análise das interações no cotidiano na sala de aula, a investigar as decisões didáticas do professor e suas relações com o contrato didático estabelecido entre o docente, os alunos e o saber.

No tópico a seguir, será abordada a apresentação da problemática da presente tese. Por meio dela procuramos apontar as questões que nortearam essa pesquisa, as principais justificativas das escolhas dos temas investigados e suas respectivas discussões na área, por fim, ressaltamos os objetivos fundamentais, propostos para direcionar nossa caminhada.

1.1 PROBLEMÁTICA

A Didática da Matemática possibilita, há cerca de 40 anos, a exploração de diversos campos de noções teóricas e conceitos. Iniciando na França, mas transpondo os limites daquele país para outros de língua francesa e, mais tarde, para países como Espanha, Argentina e Brasil, muitos foram os estudos acerca do Contrato Didático, da Transposição Didática, das Decisões Didáticas, dentre outros.

Em relação a essa área de conhecimento, a partir dos temas centrais que foram introduzidos anteriormente, apresentamos nosso estudo, que pretende analisar as relações entre as decisões didáticas e o contrato didático no ensino da álgebra, de forma específica, na atividade do professor diante de um conteúdo matemático no campo algébrico. Inicialmente, uma inquietação que nos surgiu foi: as decisões tomadas pelo professor, na sala de aula, em relação à organização do saber que pretende ensinar, de que forma ocorrem sobre a maneira como o contrato didático é estabelecido? Por outro lado, o contrato e suas possíveis rupturas apontam algumas interferências nas decisões anteriormente tomadas e no desencadear de novas decisões?

A nossa hipótese central é a de que esses fenômenos estão intrinsecamente relacionados, ou seja, as decisões implicam em negociações contratuais; e os contratos e suas rupturas mobilizam novas decisões. Isto posto, nossa questão de pesquisa central se ancora na seguinte pergunta: como se dão as inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático durante a realização da atividade docente?

Para um entendimento aprofundado sobre essa questão levantada, buscaremos centralizar nosso olhar para o contrato didático estabelecido no ensino do saber algébrico (no caso particular de nosso estudo), em estreita relação com as decisões didáticas tomadas pelo docente em tal processo, durante os Níveis da Atividade do Professor (Nível +3, Nível +2, Nível +1, Nível 0 e Nível -1), propostos por Margolinas (2002, 2005), especificamente, nos possíveis momentos das suas relações. Assim, apresentamos agora algumas questões que serviram para nortear nosso trabalho:

- De que forma as decisões didáticas são tomadas pelo professor no ensino de um saber algébrico, sob o olhar do modelo dos Níveis da atividade do professor?
- Como o contrato didático e suas características gerenciam a relação entre um professor e seus alunos, no ensino de um saber algébrico em jogo?

- Em que medida as decisões didáticas do professor podem influenciar no contrato didático, em relação às negociações, rupturas, renegociações e efeitos?
- De que forma o contrato didático pode influenciar na tomada de decisões do professor, durante a realização da aula?
- Como podemos identificar e analisar as inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático, no ensino de um saber algébrico?
- A partir de qual modelo ou esquematização podemos encontrar as diretrizes necessárias para analisar os fenômenos investigados?

Pretendemos encontrar as respostas para as questões levantadas, utilizando a noção de contrato didático, fenômeno descrito por Brousseau (1986) como um dos pilares da Teoria das Situações Didáticas, bem como tomando como base teórica a noção do modelo dos Níveis da atividade do professor, proposto por Margolinas (2002, 2005), nos estudos referentes às decisões didáticas.

Nas páginas que seguem, vamos apresentar algumas justificativas que consideramos pertinentes, e que motivaram nossa adesão ao estudo das Decisões Didáticas e do Contrato Didático. Inicialmente, abordaremos a escolha das Decisões Didáticas como um dos pilares para a realização deste trabalho.

Objetivando a realização desta pesquisa, observamos, a partir de pesquisadores como Margolinas (2002, 2005), Lima (2011), Espíndola e Trgalová (2015), Brasset (2017), Bessot (2018, 2019), Bessot e Bittar (2019), e Espíndola, Silva e Brito Júnior (2020) que os estudos sobre as decisões didáticas apresentam grande relevância no campo da Didática da Matemática, desenvolvendo reflexões sobre a atuação profissional do professor, contribuindo para aprofundar os olhares voltados para o processo de ensino-aprendizagem da matemática na sala de aula. Entendemos que a realização de pesquisas envolvendo o campo das decisões didáticas pode contribuir para promover uma constante reflexão sobre as fases da atividade do professor em seu exercício profissional, dentro e fora da sala de aula.

Em relação à sala de aula, as reflexões acerca da ação docente sempre estiveram presentes na Didática da Matemática. Questões relativas à prática do professor têm permeado diversos estudos ao longo das últimas décadas, tendo sido, cada vez mais, foco de interesse dos pesquisadores. Segundo Pérez (2002), esses estudos se interessaram em investigar o processo em que o professor analisa sua prática, compila dados, descreve situações, elabora teorias, implementa e avalia projetos e partilha suas ideias com colegas e alunos, estimulando discussões em grupo.

Um bom planejamento, bem como suas escolhas relativas ao processo de ensino, pode ajudar bastante a analisar sua prática pedagógica e, em última instância, a aprendizagem dos alunos. Por meio das decisões tomadas pelo professor, frente às situações de ensino a serem propostas e suas abordagens na sala de aula, podem emergir questões de grande relevância para a realização de pesquisas. A esse respeito, Espíndola e Trgalová (2015) fazem a seguinte afirmação:

Consideramos que o professor é levado a tomar várias decisões em sala de aula ou fora dela concernentes, por exemplo, à escolha dos problemas a serem propostos aos alunos, à natureza das questões que lhes serão propostas, ao momento oportuno de propô-las, às respostas ou não ao aluno com o objetivo de auxiliar sua aprendizagem. Estas são precisamente decisões tomadas pelos professores com a finalidade de fazer avançar a aprendizagem dos alunos em torno de um dado saber, identificadas como didáticas. (ESPÍNDOLA E TRGALOVÁ, 2015, p.5)

Ainda no que tange às relações didáticas, retomando os clássicos estudos de Brousseau (1990, 1998), essa relação compreende as interações existentes entre o professor, o aluno e o saber em jogo, instituindo o triângulo didático. As teorias e conceitos apresentados pelo pesquisador no estudo das situações didáticas buscaram compreender o processo de ensino e de aprendizagem, bem como, posteriormente, inspiraram a realização de várias pesquisas em vários países, inclusive no Brasil.

O papel do professor, responsável por organizar e levar adiante a ação didática pode se configurar, ainda, como um elemento de investigação em tal relação, por ele carregar o poder de decisão sobre os outros pilares da relação didática. Todavia, mesmo que seja consenso a importância do papel do professor, Margolinas (2005) destaca que o interesse pela atividade do professor é ainda recente neste campo de pesquisa.

De acordo com Lima (2011), para chegar a uma tomada de decisão, podem surgir alguns questionamentos relevantes durante a prática docente: “Qual é a maneira mais pertinente de abordar um conteúdo matemático? A partir das respostas dos alunos, como conduzir o processo de ensino? Como organizar a classe?” (LIMA, 2011, p.22). Com base nessa perspectiva levantada, ressaltamos que tais questionamentos sugerem que o exercício profissional docente pode ser caracterizado por uma sequência de decisões a serem tomadas em diferentes momentos. Em relação à sala de aula, tais decisões podem ocorrer de forma constante, surgindo antes, durante e depois da prática de ensino.

Embora consideremos o avanço desses estudos nos últimos anos, entendemos que os estudos voltados para as decisões didáticas dos professores ainda estão em expansão, e muito ainda há o que ser pesquisado. Por outro lado, também consideramos o fato de estarmos

diante de um perfil dinâmico apresentado pelo ambiente educacional, ou seja, tanto as reformulações curriculares, a introdução, cada vez mais marcada, de tecnologias educacionais, bem como a subjetividade dos elementos humanos da relação didática, podem influenciar de alguma forma a tomada de decisão do professor, antes e durante a realização das suas aulas.

Apesar da complexidade presente nas instituições de ensino, os professores são os profissionais responsáveis por pensar, gerenciar e repensar as atividades propostas. Frente às possibilidades de escolha, eles precisam tomar decisões em diversos momentos das suas atuações profissionais. Portanto, acreditamos que a reflexão sobre os momentos de tomada de decisão do professor são relevantes para uma melhor compreensão do processo educacional.

Nesse cenário, destacamos Margolinas (2002, 2005) como uma referência importante para as pesquisas no âmbito das Decisões Didáticas. Em suas pesquisas apresentou o Modelo de Níveis da Atividade do Professor, que torna possível acompanhar o docente em momentos importantes durante sua atuação profissional. Este modelo propõe explicar as várias etapas da atividade do professor a partir dos valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem, da construção didática em larga escala (as noções a estudar e aprendizagem a construir), do planejamento da aula (visando uma turma específica e um saber a ser ensinado), passando pela sala de aula, através da situação didática (momento de interação do docente com o aluno e o saber em jogo), até, por fim, o momento em que observa o aluno em ação, investigando a participação e as possíveis dificuldades encontradas para a construção do conhecimento.

Acreditamos que a experiência na implementação e desenvolvimento dessa pesquisa nos revelará a necessidade de seguir em busca de novos conhecimentos, para poder avançar na compreensão dos fenômenos que estão implicados no ensino da matemática. Em nosso caso, conforme já mencionado, pretendemos analisar as possíveis relações existentes entre as decisões didáticas e o contrato didático em tal processo, buscando identificar elementos que possam revelar uma possível interdependência entre eles.

Em relação aos fenômenos didáticos que podem ser observados em sala de aula, Brousseau (1986) propõe que a sala de aula é marcada por uma relação contratual. O contrato didático, para esse pesquisador, é a regra do jogo e a estratégia da situação didática. Durante o processo de ensino-aprendizagem, especificamente no decorrer das aulas, é provável que existam inter-relações significativas do contrato didático vigente com outro fenômeno didático, uma vez que o cumprimento de suas regras pode ser o elemento responsável pelo gerenciamento da situação didática.

Além das ideias propostas por Guy Brousseau sobre o contrato didático, diversos pesquisadores desenvolveram estudos com foco em tal fenômeno, destacamos as pesquisas de Henry (1991), Jonnaert (1994), Sarrazy (1995), Silva (1999), Pais (2001), Brito Menezes (2006), D'Amore (2007), Almeida (2016), Silva (2016), Borba (2018), Figueroa e Almouloud (2018), dentre outros.

Desse modo, entendemos que o contrato didático é uma noção de bastante repercussão na Didática da Matemática, consolidada ao longo dos anos, por meio de vários estudos.

Se propusermos, a priori, uma identificação dos elementos de inter-relações entre contrato didático e decisões didáticas, podemos refletir sobre aspectos referentes à sala de aula, por meio da situação didática, que caracteriza o Nível 0 do modelo de atividade do professor proposto por Margolinas (2002, 2005), nesse contexto, torna-se possível considerar fortemente a presença do contrato didático, à medida que pensamos na tomada de decisão do docente nessa fase.

É possível observar o significado e a abrangência que tanto o contrato didático quanto as decisões didáticas têm nas discussões na área da Didática da Matemática. Tais referenciais podem ser investigados nesse contexto, por estarem presentes em todo o processo educacional formativo do aluno, ou seja, a partir do processo de ensino-aprendizagem do conteúdo matemático, e mesmo antes, quando o professor planeja a aula. Acreditamos que esses fenômenos acabam se “encontrando”, de alguma forma, em alguns momentos da atividade do professor, principalmente na situação didática (Nível 0), por meio do *milieu* (meio), também interagindo nos Níveis (+1 e -1).

Por fim, muito embora a discussão na Didática da Matemática tenha avançado bastante nos últimos anos, percebemos a necessidade da realização de um estudo que busque elementos para *analisar as relações entre as decisões didáticas e o contrato didático*, uma vez que, mesmo com a consolidação dos estudos sobre tais fenômenos, temos ainda uma carência na literatura de uma investigação voltada para as inter-relações entre eles. Acreditamos que à medida que alcançamos os objetivos estabelecidos nessa pesquisa, estaremos disponibilizando uma reflexão relevante e um corpo de conhecimentos sobre as relações entre as noções investigadas, contribuindo para as discussões futuras na área da Didática da Matemática.

De acordo Almeida (2016), a relevância da realização do diálogo entre noções teóricas distintas fica evidenciada quando Chevallard (1996) se apropria de noções teóricas da Teoria das Situações Didáticas (TSD), propostas por Brousseau (1986), “o contrato didático e o

meio” para discutir o contrato institucional, assim como as bases teóricas envolvendo o “sistema didático” para discutir as intenções didáticas nas instituições. Além disso, uma articulação também foi destacada por Brousseau (2007), em relação às questões e perspectivas referentes à Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a Teoria das Situações Didáticas da Matemática (TSDM).

Destacamos que o nosso interesse em investigar “inter-relações”, ou ainda, como dois enfoques teóricos se articulam e dialogam é, também, inspirado no interesse de outros pesquisadores que investigaram o contrato didático, como Brito Menezes (2006), que explorou as inter-relações entre o Contrato Didático e a Transposição Didática; e Almeida (2016), que analisou as relações entre o Contrato Didático (BROUSSEAU, 1996) e as Organizações Matemáticas e Didáticas, a partir da perspectiva da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1996).

Considerando a discussão inicial que propomos até aqui, apresentamos a seguir o objetivo geral e os objetivos específicos da nossa tese.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

A partir da problemática, ancorados nas nossas questões de pesquisa, apresentamos os objetivos do presente estudo.

1.2.1 Objetivo Geral

Esse estudo teve por objetivo desenvolver um esquema teórico para análise das inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático no ensino de um saber matemático pertencente ao campo algébrico.

1.2.2 Objetivos Específicos

Considerando o desenvolvimento da pesquisa, tendo por base o objetivo geral, apresentamos os objetivos específicos.

- Categorizar as decisões didáticas, com base no modelo dos níveis da atividade do professor proposto por Margolinas (2002), durante o ensino de um saber matemático algébrico;
- Caracterizar o contrato didático encontrado na sala de aula, contemplando sua negociação, rupturas, renegociações e efeitos, no ensino do saber matemático em jogo;
- Investigar a adequação do esquema teórico proposto a partir da realização do estudo empírico.
- Analisar em que medida as decisões didáticas do professor, tanto no planejamento quanto na aula, interferem no contrato didático, no que tange às negociações, rupturas, renegociações e efeitos.
- Analisar em que medida o contrato didático, particularmente a sua ruptura, interfere nas decisões didáticas do professor, no curso da aula.

Para alcançar os objetivos apresentados acima, percebemos que nossa pesquisa necessita carregar um suporte teórico consolidado pertencente a cada uma das duas noções conceituais por nós exploradas.

Deste modo, pretendemos caracterizar, identificar particularidades, construir argumentos que possibilitem identificar as relações existentes entre o contrato didático e as decisões didáticas (CD-DD), propondo um esquema teórico que permita analisar o que é do âmbito das decisões didáticas DD, o que é particularidade do contrato didático CD, e o que pode ser compreendido de forma mais clara, quando olhamos para os dois (CD-DD), ou seja, o espaço de “interseção” entre ambos.

Por fim, a partir das leituras realizadas, elaboramos algumas hipóteses de pesquisa, a saber:

1. A primeira hipótese aponta que: existe uma relação entre as decisões didáticas e o contrato didático nos Níveis (+1, 0, -1) na atividade docente.

2. A segunda hipótese coloca que: as decisões do professor podem afetar excessivamente o contrato a ser negociado com os alunos.
3. Por último, na terceira hipótese, temos que: o contrato didático pode direcionar as decisões tomadas pelo professor no momento em que ele fica diante de algumas escolhas.

1.3 APRESENTAÇÃO DA TESE

A nossa tese foi organizada a partir dos seguintes capítulos: Introdução; as Decisões Didáticas; o Contrato Didático; as relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático; o saber matemático: a Álgebra; a abordagem metodológica; a discussão dos dados; por último, apresentamos um capítulo referente às considerações finais.

No ponto de partida deste trabalho, apresentamos o capítulo referente à Introdução. Iniciamos fazendo uma breve exposição da área de conhecimento estudada, contemplando o contexto que se encontra nossas temáticas principais. Em seguida, temos a problemática apontando os questionamentos que surgiram como motivação para realizar essa investigação. Em seu decorrer, também foram abordadas discussões consolidadas e relevantes pertencentes à área da Didática da Matemática, envolvendo o tema central da pesquisa, visto que, por meio dela, defendemos a necessidade da realização do trabalho. Foram também destacados os objetivos traçados para o referido estudo.

Nossa fundamentação teórica começa apresentando um capítulo referente às decisões didáticas, onde propomos uma reflexão sobre a atuação profissional do professor, ressaltando características e aspectos voltados para sua “tomada de decisão”, observando o modelo teórico criado na área da Didática da Matemática que apresenta os “Níveis da atividade do professor”, bem como os diferentes tipos de fatores decisoriais que antecedem o ato de decidir.

Continuando as discussões da fundamentação teórica, temos um capítulo que aborda a noção de contrato didático. Nele, discutimos o contrato didático como elemento fundamental no gerenciamento da situação didática, bem como suas relevantes características discutidas na literatura (seus aspectos históricos e epistemológicos, o culturalismo didático, sua relação

com o implícito, os “efeitos” e o contrato pedagógico) enquanto fenômeno didático presente na sala de aula.

Em seguida, apresentamos o capítulo que consideramos central nessa tese. Esse capítulo estabelece uma reflexão sobre as relações entre as decisões didáticas e o contrato didático. Dessa forma, a partir das discussões apresentadas neste trabalho, observamos as conexões que podem ocorrer entre fenômenos didáticos estudados, assim propomos um esquema teórico para analisar tais relações.

Além disso, com base na Teoria das Situações Didáticas, temos um olhar para a relação das decisões didáticas com o contrato didático, por meio da investigação do *milieu*. Assim, esse capítulo tanto se caracteriza como uma incursão teórica a partir da literatura, quanto, fundamentalmente, é o coração de nossa Tese, uma vez que traz o esquema teórico por nós proposto, que será ilustrado a partir da etapa empírica desse estudo, que envolve professor e alunos, numa sala de aula, no ensino de um saber matemático, pertencente ao campo algébrico.

Concluindo nossa fundamentação teórica, apresentamos o saber matemático abordado no presente estudo, isto é, a Álgebra. Nessa área de conhecimento, investigamos o ensino das expressões algébricas, especificamente os polinômios. Assim sendo, buscamos apresentar uma breve reflexão sobre alguns aspectos referentes ao desenvolvimento histórico da Álgebra, refletindo sobre diferentes perspectivas, em especial sobre o pensamento algébrico, por último discutimos o ensino da Álgebra escolar, refletindo sobre as orientações curriculares e sobre o ensino das expressões algébricas e dos polinômios.

Na parte referente ao nosso percurso metodológico, temos a apresentação das características da nossa pesquisa. Em seguida, descrevemos os objetivos centrais e os sujeitos participantes da pesquisa. Além disso, apresentamos as etapas da construção da nossa Tese e, por último, temos a explicitação dos critérios adotados para a nossa análise.

O capítulo seguinte é voltado para a discussão dos dados constituídos a partir das etapas propostas na metodologia. Ancorados no esquema teórico proposto nesta tese, iniciamos apresentando os elementos centrais da discussão dos dados levantados. Em seguida, apresentamos as discussões da relação entre as decisões didáticas e o contrato didático durante o planejamento docente (Nível +1), bem como diante das aulas investigadas (Nível 0). No final deste capítulo, temos uma discussão sobre os fatores decisoriais do tipo história didática, considerando as decisões didáticas e o contrato didático.

Em seguida, temos a apresentação do capítulo das Considerações Finais. Nesse capítulo destacamos os resultados principais encontrados em nosso estudo, além disso,

apontamos algumas perspectivas futuras, visando a realização de novas pesquisas na área da Didática da Matemática.

Deste modo, continuando a construção do presente estudo, vamos apresentar a seguir os capítulos teóricos envolvendo as temáticas investigadas, o percurso metodológico e a discussão dos dados.

2 DECISÕES DIDÁTICAS

Apresentamos, no decorrer deste capítulo, as principais reflexões acerca das Decisões Didáticas, sua construção conceitual bem como seu campo de pesquisa. Essa teoria carrega o modelo dos níveis da atividade do professor que foi proposto na literatura por Margolinas (2002, 2005). Sua construção foi fundamentada essencialmente na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau.

Deste modo, os estudos sobre as decisões didáticas nos revelam um elo primordial com alguns conceitos relevantes da Didática da Matemática, em especial com o *milieu* (meio), conforme a discussão proposta por Brousseau (2008).

Em relação à tomada de decisão do professor, abordamos o quadro teórico apresentado por Bessot (2018, 2019) que destaca o que ela nomeia como “fatores decisoriais”, identificados em três grandes categorias: fatores do tipo externo, fatores do tipo epistêmico e fatores do tipo história didática. Refletimos, também, sobre os conceitos adotados por Brassat (2017), referentes às “microdecisões”, visando as decisões didáticas interativas envolvendo os sujeitos participantes da relação didática, ou seja, as decisões tomadas durante os níveis correspondentes à ação didática.

Portanto, destacamos a seguir o ponto de partida da nossa fundamentação teórica que se trata de uma discussão sobre os principais aspectos das Decisões Didáticas, em seguida, abordaremos o modelo dos níveis da atividade do professor.

2.1 DECISÕES DIDÁTICAS: ASPECTOS FUNDAMENTAIS

A atividade docente carrega características próprias que estão além da sala de aula, ou seja, é bastante comum que o professor seja conduzido a tomar decisões importantes em diversos momentos durante sua ação didática. Antes de entrar na sala de aula, na preparação bimestral, semestral ou anual, através de planejamentos elaborados em determinados momentos pelos docentes nas instituições de ensino, geralmente são solicitados aos professores os planos de ensino, explicitando os objetivos, metodologias, recursos e a avaliação dos conteúdos a serem trabalhados.

De acordo com Lima (2011), na elaboração do planejamento, o professor procura antecipar os acontecimentos que podem ocorrer na interação com os alunos. Além disso, o docente escolhe os recursos necessários, na tentativa de atingir os objetivos pensados de forma antecipada. Para a pesquisadora, ele organiza as ações futuras em termos da escolha de problemas e dos recursos que ele julga necessários para desenvolver a situação de ensino; determina o tempo necessário para vivenciá-la e organiza o trabalho dos alunos.

Segundo Brousseau (2008), pode-se identificar o sujeito professor levando em consideração duas posições: o professor que prepara a aula e o professor que leciona. Deste modo, podemos observar que as escolhas do professor tendem a determinar inicialmente a relação envolvendo seus alunos e também o saber em jogo. Todavia, posteriormente podem surgir na sala de aula situações a serem repensadas, isto é, situações que, após um diagnóstico, suscitam a necessidade de fazer novas escolhas e, assim, o professor, diante desse cenário, novamente acaba sendo levado a tomar decisões.

Durante a atividade prática, os professores tomam decisões que dependem de vários fatores relacionados ao gerenciamento de situações encontradas no dia a dia na sala, como as expectativas em relação ao que os alunos devem realizar, o relacionamento com seus alunos, o controle do tempo nas situações vivenciadas e as formas de abordagem do conhecimento para ensinar. Nesse sentido, conforme Margolinas (2002), todas essas decisões que ocorrem na interação real com o aluno, são chamadas, na Didática da Matemática, de microdecisões, e surgem a partir das escolhas possíveis na prática, diante das situações didáticas presentes na sala de aula.

Isto posto, é possível verificar que durante a atividade docente, via de regra, ocorrem momentos de “escolhas” e “decisões”, ou seja, somente diante das escolhas possíveis o professor toma sua decisão. Para um melhor entendimento da utilização de tais termos, observamos com base em Margolinas (2002) e Lima (2011) que a tomada de decisão será verdadeiramente confirmada no momento em que um sujeito de fato decide por algo, apenas depois de identificar algumas possibilidades plausíveis.

Todas as decisões tomadas precisam estar ligadas à possibilidade de uma escolha. Portanto, destacamos que para identificar uma “decisão” não podemos considerar casos que podem ocorrer de forma automática, ou seja, quando o professor, vivenciando uma determinada situação, apenas reproduz uma ação, porque não tinha possibilidades disponíveis para fazer suas escolhas. Nessa perspectiva, ele pode acabar não tomando nenhuma decisão. Acreditamos que essa concepção acerca da tomada de decisão se aplica tanto às decisões em larga escala, aquelas que ocorrem fora da sala de aula (macrodecisões), como também às

decisões que ocorrem na interação real entre o professor e seus alunos, durante a ação didática (microdecisões).

Em tal contexto, é possível considerar que a tomada de decisão do professor pode ocorrer dentro ou fora da sala de aula. Essas decisões podem surgir a partir do planejamento, porque através dele são selecionadas as atividades a serem propostas aos alunos. Além disso, o docente escolhe os instrumentos de avaliação que poderão lhe permitir observar se houve aprendizagem por parte do aluno, como também decide formas de conduzir sua prática de ensino. Internamente, na sala de aula, as decisões surgem devido às interações durante as situações que de fato são aplicadas e gerenciadas pelo professor, com a participação ativa ou não dos alunos.

Seguindo nessa perspectiva, em relação à “decisão” a ser tomada pelo professor, consideramos que, de fato, ele acaba precisando optar por uma ação diante de uma situação específica. De acordo com Bessot (2018), essas decisões podem ser denominadas com natureza diferentes, representadas em momentos diferentes da atividade do professor e com finalidades diferentes.

Vale destacar que quando pensamos na tomada de decisão do professor em um determinado momento da sua atividade docente, devemos considerar também as possíveis origens epistemológicas causadas pela experiência adquirida em sua formação acadêmica, bem como na sua vivência profissional na escola. Ou seja, cada docente carrega consigo suas ideias construídas no decorrer da sua trajetória. Entretanto, independente de toda a subjetividade que envolve a ação docente, o fato de tomar decisões em fases distintas faz parte da realidade do professor, durante o exercício da sua atividade. Podemos concluir que ele precisa decidir antes, durante e depois da realização da sua prática de ensino. Decisões essas, também baseadas em expectativas e necessárias de serem negociadas com os alunos, para que o ensino possa se consolidar.

Nesse sentido, de acordo com o estudo apresentado por Shulman (1986), podemos considerar que os professores carregam alguns elementos que acabam servindo como uma forte influência no momento em que eles fazem suas escolhas. Em relação aos tipos de conhecimento, ele classifica essas concepções nas seguintes categorias: O conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico e o conhecimento pedagógico do conteúdo.

Nesse sentido, de acordo com Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo procura um entendimento sobre a estrutura da disciplina específica e a organização cognitiva do objeto de estudo. Assim, esse tipo de conhecimento estabelece uma relação com a validação

do conteúdo, envolvendo os aspectos conceituais, atitudinais, procedimentais e representacionais.

Na proposta de Shulman (1986), outra categoria destacada é o conhecimento pedagógico. Ele pode ser entendido a partir da maneira como o professor manifesta seus princípios educacionais e utiliza suas estratégias pedagógicas. Nessa perspectiva, o conhecimento pedagógico significa "como" ensinar, geralmente essa formação necessária é construída por meio de cursos na área da Educação bem como adquiridas nas experiências pessoais.

Para finalizar, de acordo com Shulman (1986), o conhecimento pedagógico do conteúdo mantém uma ligação com a elaboração e a apresentação do conteúdo de forma a torná-lo compreensível aos alunos. Dessa forma, essa categoria pode ser apontada como uma forma de conhecimento prático que é utilizada por professores para orientar sua prática em sala de aula.

Por outro lado, avançando a partir dessa classificação proposta por Shulman (1986), destacamos as considerações abordadas por Bloch (2005), que apontam para uma reflexão acerca dos conhecimentos didáticos, uma vez que eles representam inevitavelmente um elo com o conhecimento matemático a ser ensinado.

Assim, a partir disso, Bloch (2005) apresenta uma nova classificação envolvendo os fatores que podem influenciar os docentes durante seus exercícios profissionais, quando necessitam fazer suas escolhas. Essa nova organização foi dividida, pelo autor, nas seguintes categorias: Domínio das Competências Matemáticas; Domínio da Didática Prática e Domínio Pedagógico. Propomos, a seguir, as principais características de cada uma delas.

A primeira categoria é composta pelo Domínio das Competências Matemáticas. Segundo Bloch (2005), essa construção ocorre durante toda a formação do professor, bem como nas experiências que ele adquire no dia a dia da sala de aula. Esse tipo de competência começa a ser construída a partir da origem das escolhas feitas pelo professor sobre como deve ensinar matemática, ocorrendo durante sua experiência como aluno, bem como na busca para encontrar o significado do que é ser um bom professor. Portanto, essa categoria se constitui na formação inicial e continuada do professor, tanto no ensino básico como também no ensino superior, e é atravessada pela relação que o professor mantém com aquele saber.

A segunda categoria engloba o Domínio da Didática Prática. Conforme Bloch (2005), nessa categoria o professor é o responsável em organizar e gerir a atividade dos alunos na sala de aula, de maneira que os alunos encontrem efetivamente os elementos do saber matemático visado. Segundo Lima (2011), essa capacidade do professor está ligada tanto aos

conhecimentos matemáticos e didáticos quanto ao Contrato Didático proposto por Guy Brousseau.

Com base em Bloch (2005) e Lima (2011), podemos observar que para atender as características presentes na categoria do domínio da didática prática, é necessário que o professor seja capaz de identificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos, fazendo um diagnóstico constante das causas dos possíveis erros cometidos, bem como, buscar validar os conhecimentos que os alunos têm sobre uma determinada noção matemática. Por último, vale destacar que o docente é o sujeito responsável por apresentar os novos saberes aos alunos e, para isso, ele precisa proporcionar um cenário que favoreça o surgimento das situações didáticas que despertem o interesse dos educandos e possibilitem a construção do conhecimento por parte deles.

Por último, na terceira categoria, temos o Domínio Pedagógico. De acordo com Bloch (2005), essa categoria é caracterizada como sendo aquela que remete especificamente à formação profissional do professor, ou seja, por meio desse tipo de formação, o docente adquire os conhecimentos necessários para realizar sua prática de ensino, podendo assim surgir os conhecimentos pedagógicos. Então, nessa categoria aparecem os cursos de formação inicial e continuada, porque a partir deles podem ser refletidas as concepções de ensino e de aprendizagem do saber matemático.

Assim, podemos levar em consideração que essas categorias citadas podem interferir, de alguma forma, nas escolhas do professor durante sua prática de ensino. Além disso, ressaltamos que, inevitavelmente, o ato de “decidir” é inerente à atividade docente. Segundo Bessot (2018), as “decisões didáticas” podem ser compreendidas como decisões visando a aprendizagem pelos alunos de um saber a ensinar. Então, com a finalidade de alcançar melhores resultados no processo de ensino e aprendizagem de uma turma específica, o professor, conforme já mencionamos mais de uma vez, de alguma forma é levado a tomar decisões diante de um novo saber visado.

Deste modo, compreendemos que pode existir uma complexidade incorporada em cada fase da atividade do professor, através da sua ideologia, do seu sistema de recursos disponíveis, dos critérios estabelecidos para suas escolhas, suas motivações, as representações acerca dos alunos, a relação ao saber do professor, enfim, a utilização dos conhecimentos profissionais adquiridos aplicados durante suas etapas de atuação.

Portanto, buscando desenvolver uma reflexão sobre a complexa atuação docente e considerando os momentos fundamentais da sua tomada de decisão, destacamos a seguir, um

modelo teórico criado por Margolinas (2002, 2005), que apresenta *os níveis da atividade do professor*.

2.2 NÍVEIS DA ATIVIDADE DO PROFESSOR

O *modelo dos níveis da atividade do professor* permite analisar a dinâmica e a complexidade da atividade docente, ressaltando fases importantes na atuação desse profissional, no que se refere à tomada de decisão. Conforme apresentamos no início deste capítulo, esse modelo foi apresentado por Margolinas (2002, 2005) e é fundamentado essencialmente na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau, tendo, portanto, um foco central nas interações que se estabelecem entre o professor, seu grupo de alunos, ou um aluno em especial, e um saber em jogo.

A partir dos estudos desenvolvidos sobre a Teoria das Situações Didáticas, visando a observação das interações presentes em uma situação didática, podemos pensar nas possíveis posições de um sujeito na relação didática. O professor é o organizador das situações a serem vivenciadas pelo aluno na interação com o *milieu* (meio), ou seja, o aluno pode construir conhecimentos através de um *milieu*.

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Brousseau, apresentou, na extensa literatura vigente, um modelo de interação entre o sujeito, o saber e o *milieu*, no qual a aprendizagem deve se desenvolver. Segundo os estudos de Brousseau (1996, 2008), primordialmente, é necessária a existência de uma situação didática para iniciar o processo de aprendizagem, porque ela representa todo o contexto que o aluno interage. Diante dessa situação em que ele está inserido, o meio permite a criação de um subsistema antagônico, que faz o aluno se tornar um sujeito autônomo na construção do saber em jogo.

A partir do reconhecimento do meio proposto por Brousseau (1996), foi elaborado um caminho para o desenvolvimento de análises, envolvendo as relações existentes entre os elementos envolvidos. Então, podemos observar que as interações apresentadas nas situações didáticas têm uma relação com o “*milieu*”. Brousseau (2008), assim, acrescenta um novo componente na relação entre o professor, o aluno e o saber (denominada como relação triangular).

De acordo com Bessot (2003), em relação ao *milieu*, existem dois elementos que se encontram na relação e são considerados fundamentais para mantê-la viva: a *ação* por parte do aluno e a *retroação*. Nesse sentido, segundo Almeida (2016, p. 47), “esses dois elementos se estruturam no interior da área de adaptação, trabalhando de forma simultânea (para cada ação existe uma retroação) e não controlada (não é possível determinar o momento da ação)”.

Outro ponto colocado por Bessot (2003) ressalta que o *milieu* sem intenção didática é insuficiente para que o sujeito construa todo o conhecimento que a sociedade deseja. Essa falta da intencionalidade na didática pode ser representada, por exemplo, como uma situação que não foi organizada voluntariamente para ensinar um conhecimento. Nesse sentido, de acordo Almouloud (2007), a presença do professor é fundamental para criar e organizar um meio no qual serão desenvolvidas as situações favoráveis a essas aprendizagens.

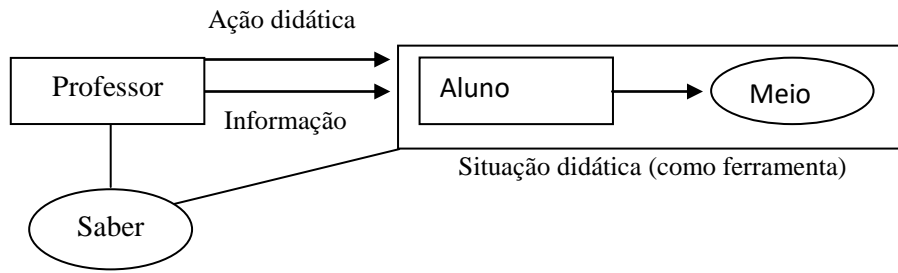
Nessa perspectiva, a partir da existência de uma situação didática, acreditamos que o *milieu* deve possibilitar a interação autônoma do aluno em relação às situações com as quais interage e em relação ao professor. Além disso, o *milieu* deve ser organizado para a aprendizagem em uma interação feita por desequilíbrios, assimilações e acomodações, permitindo ao aluno a reflexão sobre suas ações e retroações, impondo restrições através de regras que devem ser respeitadas. Isso nos remete à opção da Didática da Matemática pelo construtivismo e a sua relação com as teses de Jean Piaget acerca da construção do conhecimento.

Segundo Piaget (1971), em relação à adaptação ao meio, podemos considerar que o aluno se encontra em “equilíbrio” quando os esquemas de pensamento que ele carrega são suficientes para dar conta das situações com as quais se depara.

A literatura apresenta diversos estudos que promovem suas bases teóricas a partir do construtivismo de Piaget, destacando que o sujeito aprende organizando o seu mundo ao mesmo tempo em que se organiza por meio dos processos de adaptação, de assimilação e de acomodação. Deste modo, a partir de Piaget (1971), podemos observar que o desenvolvimento cognitivo se baseia na passagem de um estágio de desequilíbrio, que acaba gerando conflitos, para um estágio de equilíbrio, que condiciona uma das formas de obtenção de um conhecimento novo.

O esquema a seguir, apresentado por Brousseau (2008), ilustra essas interações e a estruturação do sistema didático.

Figura 1 - O triângulo das situações e o *milieu* (meio)



Fonte: Brousseau (2008, p. 54)

Segundo Brousseau (1986), para um professor ensinar um conhecimento, e “controlar” a construção do conhecimento pelo aluno, um *milieu* material deve ser colocado em ação. Ainda de acordo com esse pesquisador, um *milieu* material pode ser entendido como um problema, uma prova ou peças de um jogo, assim, podendo ser representado com características realmente de um jogo. Nesse caso do jogo, por exemplo, estariam envolvidas as regras de interações do aprendiz com aquele dispositivo.

Desta forma, durante o jogo, as ações planejadas e conseqüentemente realizadas devem visar sempre uma procura por caminhos para se chegar ao resultado. Dessa maneira, o seu funcionamento fica condicionado às regras que podem ser preestabelecidas, para que seja possível obter sucesso. Podemos entender o papel do *milieu* como sendo fundamental para compreender o funcionamento de uma *situação adidática*: o aluno é levado a criar caminhos, pensar a matemática ou utilizá-la sem as condições determinadas e explicitadas pelo professor.

De acordo com Almeida (2016), o aluno deve concordar em se envolver no problema, mesmo que, no primeiro momento, ele provavelmente não tenha o conhecimento necessário para resolvê-lo. Nesse contexto, a partir da mediação do professor, o aluno é desafiado através da situação didática. Além disso, na sala de aula: “o aluno, ao se envolver nessa situação, deverá produzir seus próprios conhecimentos em um *processo autônomo*, particular com a *situação*” (ALMEIDA, 2016, p. 43).

Considerando esse contexto apresentado, podemos refletir sobre como o aluno pode construir sua aprendizagem. Dessa forma, percebemos que esse processo não se caracteriza por meio de um ensino voltado apenas para a exposição dos conteúdos, assim como a aprendizagem não é proporcionada quando o aluno visa apenas copiar as soluções dos problemas propostos pelo professor na sala de aula.

Antes mesmo de voltarmos às questões específicas relativas às decisões didáticas, queremos destacar que, no presente trabalho, acreditamos que a escolha da Teoria das Situações Didáticas (TSD) como suporte para a teorização acerca das decisões didáticas já antecipa uma possibilidade de articulação com as ideias de contrato didático. O debate travado nos parágrafos anteriores remete à noção de *milieu*, noção central para pensarmos sobre o contrato didático. Na literatura essa discussão foi apresentada por Brousseau (1996), por meio do seu estudo denominado como: “*Le contrat didactique: Le milieu*”.

Em sua teorização, tomando como base a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e sua estruturação do *milieu*, Margolinas apresentou uma estrutura teórica que funciona como um modelo para analisar os Níveis do meio do professor paralelamente à do aluno. Essa teoria permite especificar as diferentes posições e formas de participações entre professores e alunos diante de uma situação didática.

Podemos identificar as conexões entre o meio, o professor, o aluno e a situação com a apresentação dessa estruturação que foi proposta na literatura da Didática da Matemática, por Margolinas (2002), a partir de um quadro teórico. Para uma melhor observação do modelo de estruturação do meio, a seguir, considere as seguintes informações: **M** = Meio, **E** = Aluno, **P** = Professor e **S** = Situação. Vale destacar que a utilização do: E = Aluno, tem origem no Francês, que corresponde ao “*élève*” (aluno).

Quadro 1 - Modelo de Estruturação do Meio (“milieu”)

M3 M-de construção		P3 P-noosférico	S3 Situação noosférica	
M2 M-de projeto		P2 P-construtor	S2 Situação de construção	Sobre – didática
M1 M-didático	E1 E-reflexivo	P1 P-projetor	S1 Situação de projeto	
M0 M-de aprendizagem	E0 Aluno	P0 Professor	S0 Situação Didática	
M-1 M-de referência	E-1 E-aprendiz	P-1 P-observador	S-1 Situação de aprendizagem	
M-2 M-de objetivo	E-2 E-em ação		S-2 Situação de referência	A-didática
M-3 M-material	E-3 E- objetivo		S-3 Situação objetiva	

Fonte: Quadro proposto por Margolinas (2002)

Margolinas (2002) aprofundou o estudo e apresentou uma nova sistematização do modelo de estruturação do meio de Brousseau, buscando colocar em evidência o papel do professor na relação didática. Destacamos, com base no quadro 1, que S0 é denominado como sendo a situação didática, ou seja, a situação em que o P0 (professor) de fato está em interação com o E0 (aluno) e o M0 (Meio de aprendizagem).

Vale ressaltar que nas situações “Sobre-didáticas” o momento que reúne todos os componentes (a situação, o professor, o aluno e o meio) é representado por P1, E1, M1 e S1, e remete às posições mais próximas da situação didática (S0). Conforme o quadro 1 acima, isso é caracterizado pela posição professor-projetor, aluno-reflexivo, meio-didática e situação de projeto.

Do mesmo modo, agora no caso das situações “A-didáticas”, dentre seus níveis estabelecidos no modelo, o nível que apresenta as posições de encontro P-1 (professor

observador), E-1 (aluno aprendiz), M-1 (meio de referência) e S-1 (situação de aprendizagem) estão localizados mais próximos a S0 (situação didática).

De acordo com Brousseau (2008), nos diferentes Níveis de um meio, as intenções de um sujeito, seja ele professor ou aluno, também são diferentes: ele toma decisões conforme as regras, a divisão de responsabilidades, as estratégias e os conhecimentos, atuando em função das informações que recebe e interpreta etc. Nesse sentido, o modelo de estruturação do meio didático, adotado na teoria do pesquisador, pode deixar a questão da especificidade da relação didática de forma mais clara, facilitando a observação desse complexo ambiente.

Desse modo, a estruturação do meio, apresentada como uma ferramenta da Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1996), foi o ponto de partida dos estudos de Margolinas (2002, 2005) relativos à atividade do professor, conforme já mencionamos. Margolinas propõe uma análise da atividade docente, a partir das posições P3, P2 e P1 no modelo de estruturação do meio, isto é, colocando destaque no papel do professor na relação didática.

Segundo Lima (2011), o S0 seria o momento que constitui a parte mais visível da atividade do professor, isto é, a ação didática. No caso de S1, S2 e S3, elas representam as situações sobre-didáticas, são as situações nas quais o professor não mantém uma interação com o aluno. Também temos o caso de S-1, S-2 e S-3 que são momentos que representam as situações adidáticas.

Cabe-nos fazer uma reflexão sobre o que é dito por Lima (2011) sobre as situações sobre-didáticas. Embora, conceitualmente, essas sejam as situações nas quais não há uma interação do professor com os alunos, podemos refletir que não há uma interação “direta”, nem com alunos “reais”; todavia, ao planejar o professor tem um aluno “ideal” em seu pensamento, qual seja: o aluno de 6º ano do Fundamental, da rede pública de ensino de uma determinada cidade ou região.

Defendemos que esse planejamento não se dá no vácuo, mas que na ausência do aluno real, há o aluno que existe na cabeça do professor, fruto de experiências anteriores. É nessa direção que Brito Menezes (2006) propõe que o contrato didático, pelo menos “em semente”, começa a existir quando o professor pensa em seu aluno. De acordo com Almeida (2016), a própria ideia de contrato permite refletir sobre a existência de um núcleo duro do contrato didático, que está relacionado às marcas dos contratos didáticos anteriores, tanto de quando o professor foi aluno, quanto dos alunos com os quais ele se relacionou, em um dado nível de ensino.

Retomando a discussão central desse capítulo, o modelo de acompanhamento da atividade docente proposto por Margolinas (2002) apresenta os Níveis que podem representar

momentos de tomada de decisão pelo profissional responsável. Desse modo, os conceitos elaborados em tal teoria permitem a realização de uma reflexão sobre o trabalho docente. Destacamos, a seguir, o quadro dos *Níveis de Atividade do Professor* apresentado pela pesquisadora, nele podemos observar toda a organização estruturada por Níveis.

Quadro 2 - Modelo de Níveis da Atividade do Professor

Nível +3: Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem

Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.

Nível + 2: Construção do tema

Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a construir.

Nível + 1: Planejamento da aula

Projeto didático específico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho.

Nível 0: Situação didática

Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.

Nível -1: Observação do aluno em atividade

Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho atribuído aos alunos.

Fonte: Margolinas (2005, p.13)

É possível verificar, com base nas informações do quadro 2, que a apresentação dos Níveis da atividade do professor aparece de forma sequencial e linear, entretanto, a pesquisadora ressalta que os níveis de atividade não devem ser relacionados ao aspecto temporal, porque a sequência de momentos mostrada representa apenas uma forma estrutural podendo haver variação ou interação entre as fases.

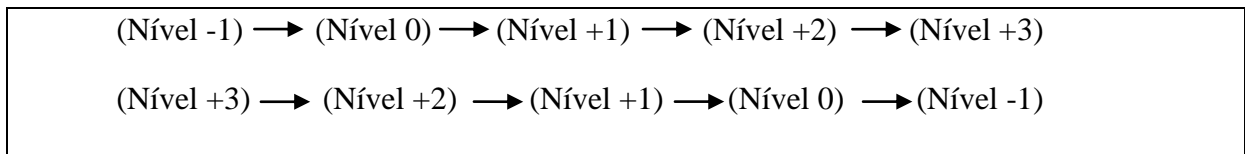
Conforme Margolinas (2002), em particular, precisamos de um modelo que nos permita considerar o caráter reflexivo do trabalho do professor. A pesquisadora ressalta, ainda, que através da observação da atividade do aluno (Nível -1), o professor pode tomar decisões em aula (Nível 0) que ele não previu, mas também transformar sua sequência (Nível +1) ou até mesmo sua concepção do tema matemático (Nível +2) e até mesmo uma de suas ideias sobre o ensino em geral (Nível +3).

Por outro lado, a partir do surgimento de novas discussões na Educação Matemática (Nível +3), o professor pode transformar sua maneira de pensar sobre o ensino de um

conteúdo matemático (Nível +2), que o leva a produzir diferentes planos de aula (Nível +1), e também mudar o tipo de abordagem do saber em jogo diante da sua turma (Nível 0) e sua maneira de interpretar o trabalho do aluno (Nível -1).

A partir da reflexão dessas possibilidades de interação entre os diferentes níveis da atividade do professor, apresentamos o quadro 3 a seguir que sintetiza algumas sequências possíveis, crescentes ou decrescentes, durante os momentos de tomada de decisão e a relação existente entre eles. Ressaltamos que podem existir outros tipos de interações entre os níveis da atividade do professor, sem haver a necessidade de que ocorra uma passagem por todos os momentos decisoriais.

Quadro 3 - Interação entre os Níveis da atividade do professor



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

De acordo com Lima (2011), devemos considerar que a atividade do professor é dinâmica e que os Níveis interagem uns com os outros. Para a explicitação do que propõe, a pesquisadora sugere o seguinte exemplo:

(...) consideramos um professor que está em sala de aula e observa o aluno resolvendo um problema dado. Dependendo da resposta do aluno, ele pode rever o seu planejamento, propor uma nova atividade ou fazer uma nova intervenção e voltar a observar o aluno. (LIMA, 2011. p. 364.)

No exemplo mencionado acima, a interação teria ocorrido apenas entre os Níveis (-1), (0) e (+1), sem necessidade de recorrer a Níveis mais avançados de concepções de ensino e aprendizagem, isto é, percebemos que nem sempre uma situação pode representar uma interação entre todos os Níveis existentes para tomada de decisão.

A partir do modelo dos Níveis de atividades no quadro teórico proposto por Margolinas (2002), bem como baseados na pesquisa de Lima (2011), apresentamos um resumo, a seguir, com uma descrição de forma detalhada visando compreender melhor as características encontradas em cada Nível.

O **Nível + 3** é considerado por Margolinas (2002) como sendo *noosférico* ou ideológico. Segundo Lima (2011), ele é caracterizado pela atividade do professor que reflete

acerca do ensino da matemática de maneira mais ampla. Assim, nesse momento da sua atividade o professor mobiliza conhecimentos sobre a noção matemática e aspectos voltados para a aprendizagem.

O **Nível + 2** é o momento que representa a *construção* de um projeto global. Nesse Nível, a atividade do professor se caracteriza por organizar o ensino de um saber matemático, de forma mais abrangente, visando, por exemplo, a exploração de um bloco de conteúdos. Margolinas (2002) associa esse Nível à busca de uma *situação fundamental* no quadro de uma engenharia didática. “Nesse momento o professor mobiliza conhecimentos relativos à situação de ensino e de aprendizagem.” (LIMA, 2011. p. 364)

O **Nível +1** é considerado o *planejamento*, ele se caracteriza pelo momento em que o professor elabora o planejamento da aula. Conforme Lima (2011), nesse Nível da atividade o docente procura mobilizar conhecimentos globais tanto em relação ao conhecimento do aluno quanto às dificuldades de aprendizagem sobre uma noção estudada. Devido a essa construção antecipada, bem como direcionada a um público alvo, é bastante natural que esse momento de decisão gere uma expectativa do professor em relação a sua turma, ou a algum aluno específico.

No **Nível 0** encontramos o momento da *situação didática*. Sua função principal é a interação entre os elementos humanos (professor-aluno) diante de um saber em jogo, sendo assim caracterizado pela ação do professor na sala de aula. Na interação real com os alunos, ele toma suas decisões mais imediatas. Podem ocorrer também, no N0, decisões com base em conhecimentos que o docente carrega sobre seus alunos. Portanto, esse Nível didático corresponde à tomada de decisão durante sua prática de ensino, através dele, o professor realiza a abordagem do conteúdo: expõe informações, aplica atividades e propõe a resolução de problemas.

O **Nível -1** representa o momento em que o professor observa o aluno interagindo com a atividade; Este Nível promove “conhecimentos que permitem ao docente distinguir no trabalho do aluno, os erros e as dificuldades de aprendizagem que estão relacionadas com o saber a ensinar.” (LIMA, 2011. p. 364). Ele é considerado o Nível adidático, porque além do aluno participar como aprendiz e o professor como observador, por meio da situação, tem a possibilidade de interação com o meio, que pode ser utilizado como referência. Assim, no Nível -1 pode ocorrer a validade dos resultados, sendo assim obtido no contexto da situação de aprendizagem.

No presente trabalho manteremos nosso olhar para todos os Níveis da atividade do professor (+3, +2, +1, 0, -1). Entretanto, acreditamos que o Nível +1 de planejamento, o Nível

0 da situação didática e o Nível -1 considerado adidático pode nos apresentar os elementos mais relevantes para a construção da nossa tese, uma vez que, em nosso estudo procuramos analisar as inter-relações com o contrato didático nas fases de tomada de decisão do professor.

De forma mais explícita, ressaltamos que nossa pesquisa procura se situar fundamentalmente no *Nível 0* do quadro teórico de Margolinas (2002), ou seja, no momento em que o professor realiza a interação direta com seus alunos e o saber em jogo por meio da situação didática. Dada a escolha que elucidamos acima, abordaremos a seguir os fatores que influenciam a tomada de decisão do professor.

2.3 A TOMADA DE DECISÃO DO PROFESSOR

Em diversos momentos os professores podem tomar suas decisões, geralmente influenciados por fatores relevantes encontrados nos Níveis da sua atividade profissional. Além disso, em relação ao ensino, podemos considerá-lo como uma sequência de tomadas de decisões realizadas pelo professor em diversos momentos na sua prática. Assim sendo, para um melhor entendimento sobre a “decisão”, buscaremos refletir sobre tais influências a partir das ideias apresentadas por Margolinas (2002, 2005) e Bessot (2018, 2019), no campo da Didática da Matemática.

De acordo com Margolinas (2005), o ato que representa a decisão didática é um momento de extrema relevância da atividade do professor. Essas decisões podem ocorrer no Nível das macrodecisões, aquelas tomadas pelo professor durante a atividade de preparação do planejamento mais amplo dos blocos de conteúdos, durante a elaboração de uma sequência didática, ou no Nível das microdecisões, que são tomadas pelo professor em interação com os alunos e com o saber em jogo. Essas últimas são as que mais estão relacionadas ao contrato didático e aquelas que mais nos interessam no âmbito desse estudo.

Para aprofundar a compreensão do processo de decisão didática do professor, temos por base teórica as ideias que surgiram por meio do modelo para o entendimento das decisões didáticas, que foi proposto no grupo de estudos composto por Catherine Bonnat, Patricia Marzin, Vanda Luengo, Jana Trgalová, Hamid Chaachoua e Annie Bessot. Nesse sentido, a partir das discussões realizadas com a participação dos pesquisadores citados, Bessot (2018, 2019) apresenta esse modelo que engloba os fatores de decisão do professor abrangendo três grandes categorias de fatores decisoriais denominadas como: fatores do tipo *externo*, fatores

do tipo *epistêmico* e fatores do tipo *história didática*. Apresentaremos, nos parágrafos abaixo, uma breve introdução sobre tais fatores, em seguida nos próximos tópicos, temos uma discussão visando caracterizar cada um deles.

Os fatores do tipo *externo* dizem respeito às restrições sobre as quais o professor não tem o controle e que, entretanto, influenciam sua atividade. Nessa categoria, o docente pode receber direcionamentos, por meio de esferas superiores que gerenciam a educação (Secretarias de educação, gestores, coordenadores, dentre outros), que interferem em seu ato de decidir, uma vez que são restrições gerais, normas das instituições de ensino. Por exemplo, na escola selecionada para a realização desta pesquisa pode haver condições específicas que estão acima das decisões didáticas do professor participante. A pesquisadora A. Bessot, também destaca as restrições circunstanciais, que representam os acontecimentos imprevisíveis que podem modificar a ação didática do professor durante o andamento da aula.

Os fatores do tipo *epistêmico* são aqueles que englobam tudo o que possa promover a relação pessoal do professor com a disciplina ensinada, bem como com o objeto do saber em jogo. Além disso, segundo Espíndola e Trgalová (2015), dentro desta categoria existem aspectos institucionais como, por exemplo, o planejamento ofertado pela escola, a formação continuada do docente, as orientações pedagógicas sugeridas para abordagem de determinados conteúdos, dentre outros. Também devem ser levados em consideração os aspectos epistemológicos, nos quais estão incluídos os conhecimentos matemáticos relativos ao saber em jogo. Por fim, destacamos os didáticos, onde é possível encontrar as concepções de aprendizagem, domínio de ferramentas digitais para o ensino de matemática, ou os chamados pedagógicos, que são os conhecimentos dos métodos de ensino.

Ainda segundo Bessot (2018), podemos considerar inicialmente o professor como um sujeito *epistêmico*, isso implica dizer que reduzimos as decisões do professor à sua dimensão cognitiva. A pesquisadora também chama atenção para a relação pessoal do professor com a pedagogia, isto é, refletindo sobre como ensinamos e como aprendemos. Portanto, os *fatores epistêmicos* dizem respeito ao que sustenta a relação subjetiva do professor com o saber a ensinar.

Por último, apresentamos os fatores do tipo *história didática*. Tais fatores representam o que o professor adquire e traz consigo, elementos da história que ele dividiu com os alunos sobre o saber em jogo, bem como suas experiências em um determinado ano (série). Desta forma, podemos sintetizar que os fatores dessa categoria são relativos à história compartilhada entre aluno e professor sobre um saber que é foco do ensino. Conforme Bessot, a história

didática é descrita principalmente no modelo de estruturação do meio pelos níveis S+1 (situação de projeto), S0 (situação didática) e S-1 (situação de aprendizagem).

Para Espíndola e Trgalová (2015), os fatores da *história didática*, são ligados ao conhecimento do professor de um aluno em particular, dos seus alunos de uma turma, ou até dos alunos de forma geral de um dado nível. As pesquisadoras apresentam como exemplo o conhecimento das dificuldades recorrentes dos alunos sobre uma noção matemática, na maior parte do tempo, ligados aos conhecimentos da experiência do professor. Portanto, os fatores da *história didática* estão relacionados à história construída por meio da interação entre professor e alunos no que se refere ao saber em jogo, na sala de aula, durante o processo de ensino.

Isto posto, acreditamos que as categorias dos fatores decisoriais do tipo *externo*, do tipo *epistêmico* e do tipo *história didática*, apresentados por A. Bessot servem como bases para analisarmos as tomadas de decisões dos professores durante as fases da sua atividade, em especial nos Níveis (+1, 0, -1).

Conforme já mencionado, o nosso interesse é o de encontrar as zonas de intersecção entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático, bem como as interferências de um sobre o outro. A discussão que travamos nesse capítulo, por si só, já possibilita que levantemos muitas hipóteses acerca dessas inter-relações. Conforme apontamos inicialmente nas hipóteses, arriscamo-nos a dizer que as decisões didáticas são profundamente condicionadas pelo contrato didático, e vice-versa.

Portanto, a seguir, para refletirmos melhor sobre as decisões didáticas do professor, que são tomadas diante de todos os níveis da sua atividade, vamos aprofundar a discussão envolvendo os fatores decisoriais apresentados por Bessot (2018, 2019), no campo da Didática da Matemática.

2.3.1 Fatores do tipo externo

Nos fatores do tipo externo, podemos encontrar as *Restrições Genéricas* e as *Restrições circunstanciais*. Ressaltamos que ambas são extremamente determinantes para as decisões do professor, pois, como elas estão em uma escala superior à prática de ensino, é

bastante comum essas restrições ficarem também acima da sua tomada de decisão. A seguir, vamos acompanhar as principais características de cada uma delas.

Começamos com as **Restrições Genéricas**, que são caracterizadas na literatura como as restrições e condições mais gerais, outro aspecto fundamental é a interpretação apresentada por Bessot (2018) que faz uma relação com os conceitos propostos por Chevallard na Teoria Antropológica do Didático – TAD por meio da escala dos níveis superiores da escala de codeterminação, Chevallard (2002).

De acordo com Chevallard (2002), os níveis de codeterminação estão ligados às praxeologias de tipo global, regional, local e pontual. Conforme o pesquisador citado, outro ponto estrutural na sua teoria é que esses níveis de codeterminação dialogam entre si e com o meio didático a que estão submetidos.

Devido ao propósito que temos em manter o foco voltado para o objeto central do presente estudo (que é analisar a relação entre as decisões didáticas e o contrato didático por meio de um modelo que estamos propondo), não teremos a pretensão de aprofundar, nesse momento, a reflexão sobre a escala de codeterminação didática encontrada na TAD de Chevallard (2002). Apenas ressaltamos que na literatura da Didática da Matemática são apresentados nove níveis que se inter-relacionam mutuamente. Eles correspondem aos níveis mais genéricos (que são os níveis denominados pela numeração na escala apresentada por Chevallard), bem como os mais específicos suas identificações ocorrem da seguinte forma: os de civilização, da sociedade, da escola, da pedagogia, da disciplina, do domínio, do setor de estudo, do tema e da atividade (assunto).

Sobre os fatores externos, segundo Bessot (2018) bem como Bessot e Bittar (2019), os tipos de restrições genéricas podem ser encontrados, por exemplo, no Collège, na França (equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental) quando é solicitado que é preciso tentar abordar uma sequência pertencente a um determinado capítulo em uma data específica, visando à participação de um grupo de alunos, e levando em consideração suas particularidades locais. Neste caso, os níveis de codeterminação estão ligados à *Escola e sociedade*.

Aqui no Brasil podemos observar que os fatores decisoriais externos que se referem à categoria das restrições genéricas, podem ocorrer nas instituições escolares por meio da determinação de semanas avaliativas, inserção do conteúdo programático vinculado a datas comemorativas, evento cultural realizado envolvendo a escola e a comunidade local, dentre outros.

Já no caso das **Restrições circunstanciais**, de acordo com Bessot (2018), elas representam os acontecimentos imprevisíveis, em grande parte de forma imediata, e assim podem modificar o tempo didático. Visando refletir sobre tais restrições, elaboramos o seguinte pensamento: Durante o andamento das aulas do ano letivo, caso ocorra uma mudança inesperada (falta de transporte escolar, enchente na cidade, dentre outros) é possível observar que as escolhas do professor e as regras contratuais ficam em segundo plano, e ao mesmo tempo superior à relação didática, então isso se caracteriza como uma restrição circunstancial, ou seja, os elementos humanos (professor e alunos) ficariam diante de uma situação não recorrente, sobreposta à atividade do professor.

Assim, consideramos que as restrições circunstanciais representam um momento não recorrente que pode ocorrer na sala de aula, por exemplo, quando outros sujeitos (um diretor, um coordenador pedagógico, etc.) participam da aula sugerindo algum tipo de mudança imediata devido à realização de um evento externo, de forma inesperada pelo professor e sua turma, esse tipo de situação fica acima, momentaneamente, do planejamento e das situações didáticas.

Deste modo, a seguir, temos um quadro resumo adaptado do modelo proposto por Bessot (2018), ele sintetiza a discussão apresentada neste tópico.

Quadro 4 - Fatores de decisão do professor: Fatores do tipo externo

Humanidade Civilizações Sociedades Escolas	Fatores do tipo externo	
	Restrições genéricas	Restrições circunstanciais

Fonte: Adaptado de Bessot (2018)

Portanto, podemos observar que existe um elo estabelecido entre os fatores do tipo externo e os níveis de codeterminação da Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard (2002), e que, por meio dela, é possível perceber que fica determinada uma conexão do fator decisional com a sociedade e a escola.

Desta forma, no caso dos fatores decisoriais do tipo externo, tanto as restrições genéricas, como também as restrições circunstanciais, estão ligadas a aspectos como Humanidade, Civilizações, Sociedades e Escolas, os quais podem ser interpretados também em uma escala de níveis que mantém essa relação com tais fatores. Lembrando que esse nível

apontado no quadro 4 é denominado como superior, ele é considerado o mais geral e trata, por exemplo, das questões relacionadas à organização curricular.

A seguir, abordaremos a próxima categoria de fatores decisoriais, que são definidos na literatura como os fatores do tipo epistêmico.

2.3.2 Fatores do tipo epistêmico

Os fatores do tipo epistêmico são divididos em quatro categorias: *Como aprendemos; Como ensinamos; Relação pessoal do professor à disciplina; Relação pessoal do professor ao saber a ser ensinado*. Além disso, de acordo com Espíndola e Trgalová (2015), podemos ressaltar que, de maneira geral, os fatores epistêmicos dizem respeito ao que nutre a relação pessoal do professor com o saber a ensinar.

O primeiro fator decisoriais do tipo epistêmico que abordaremos é **Como aprendemos** - "*Knowledge of Content and Student*", que está ligado, segundo Bessot e Bittar (2019), a diferentes ideologias circulando em uma dada sociedade em um dado momento e podendo refletir diferentes teorias de aprendizagem. De acordo com Bessot (2018), podemos destacar que a compreensão e apropriação dos conhecimentos matemáticos repousam sobre a atividade particular do aluno, portanto, entendemos que as situações que proporcionam sua participação ativa devem ser privilegiadas sempre que possível.

Nesse sentido, do ponto de vista epistêmico, a maneira como o professor acredita que seu aluno aprende pode influenciar uma tomada de decisão futura, por isso, durante uma atividade proposta, torna-se interessante promover um ambiente em que os alunos façam suas construções próprias, não recebendo as respostas/soluções "*prontas e acabadas*" pelo docente.

A segunda categoria referente aos fatores decisoriais do tipo epistêmico é **Como ensinamos** - "*Knowledge of Content and Teaching*". Para Bessot e Bittar (2019) a forma como o docente pratica seu ensino também aparece ligada às diferentes ideologias ou teorias sobre o ensino circulando na sociedade. Assim, podemos considerar que o exercício prático do professor, seja quando passa pelo levantamento de tarefas para abordagem de um determinado conteúdo matemático bem como os caminhos para resolução das atividades propostas, também atende ao um caráter epistêmico. Deste modo, o fator decisoriais do tipo

epistêmico considera, essencialmente, as práticas de ensino e os saberes dos docentes, quando se trata da forma como ensinamos.

Já o terceiro fator decisional, do tipo epistêmico, é **Relação pessoal do professor à disciplina** – “*Subject Matter Knowledge*”. Bessot (2018) apresenta esse tipo epistêmico como uma relação codeterminada pela sociedade onde o professor vive, ou até mesmo à própria civilização. Nessa perspectiva, um professor de matemática pode, por exemplo, manter uma concepção pessoal com a modelagem matemática, a história da matemática, a resolução de problemas, o uso das novas tecnologias digitais de informação e comunicação, dentre outros. Assim, cada docente carrega uma relação própria com a disciplina que ele trabalha, essa construção ocorre no decorrer da sua carreira.

Por último, temos a **Relação pessoal do professor ao saber a ser ensinado** – “*Knowledge of Content and*” que é o quarto fator decisional do tipo epistêmico. Nesse caso, o olhar fica voltado para o currículo escolar. Bessot (2018) coloca que essa relação promove os conhecimentos profissionais do professor sobre como o saber a ensinar é oficialmente estabelecido.

Podemos destacar os programas curriculares nacionais e/ou regionais como sendo as fontes oficiais em circulação na Educação, além disso, tem as secretarias municipais de educação que podem atuar de forma local. Por último, ressaltamos que essas indicações (sejam em forma de recomendação ou, principalmente, em caráter de obrigatoriedade) acabam servindo como fortes fatores influenciadores nas decisões didáticas dos professores quando direcionadas para sua pedagogia (sobre como ensinar).

Um exemplo desse tipo de fator decisional é quando o professor, no exercício da sua prática pedagógica, demonstra dúvida sobre a tomada de decisão entre duas ou mais atividades sobre um determinado conteúdo matemático abordado. Ou seja, inicialmente ele pode ter segurança que uma primeira atividade funcionaria, mas fica querendo experimentar uma segunda ou terceira opção projetada para sua turma, devido às recomendações externas (pode ser alguma orientação metodológica de uma regional de ensino ou da própria escola) sobre como ensinar o saber visado.

Nesse sentido, apresentamos a síntese desta discussão, a seguir, por meio do quadro resumo da presente categoria decisional estudada.

Quadro 5 - Fatores de decisão do professor: Fatores do tipo epistêmico

Pedagogias Disciplina Domínios Setores Temas	Fatores do tipo epistêmico	
	Relação pessoal do professor à	
	Como aprendemos	Como ensinamos
	Disciplina	
	Saber a ser ensinado	

Fonte: Adaptado de Bessot (2018)

Portanto, a partir do quadro 5, podemos observar que os níveis apresentados são representados pelas pedagogias, disciplina e de forma específica nos níveis inferiores que dizem respeito ao tema, ao setor e o domínio, todos eles mantêm uma relação com os fatores decisoriais do tipo epistêmico.

Assim, seguindo nossa discussão, apresentamos a seguir os fatores decisoriais do tipo história didática.

2.3.3 Fatores do tipo história didática

Conceituando de forma objetiva, a partir de Bessot e Bittar (2019), podemos destacar que os fatores decisoriais do tipo **história didática** são relativos à história compartilhada entre o professor e seus alunos de uma determinada turma (ou um aluno específico), seja ela no presente ou uma turma com a qual o docente trabalhou anos atrás, bem como sobre suas relações diante de um saber que é foco do ensino.

Com base no modelo de estruturação do meio de Guy Brousseau, que posteriormente foi sistematizado por Margolinas, a história didática é retratada principalmente pelos níveis S+1 (situação de projeto), S0 (situação didática) e S-1 (situação de aprendizagem). As posições assumidas pelo professor são P+1, P0 e P-1 (professor projetor, professor e professor

observador). Já no caso dos discentes, o modelo aponta as posições de reflexivo, aluno e aprendiz, ou seja, E+1, E0 e E-1 respectivamente.

Deste modo, percebemos que os fatores decisoriais do tipo história didática têm uma representação fundamentalmente nos níveis S0, P0, E0 e M0. Ou seja, nessas posições estabelecidas no modelo de estruturação do meio, temos as relações entre o professor, o aluno, o meio de aprendizagem e a situação didática. Então, eles tendem a ser bastante abrangentes nesta tese, uma vez que a concentração principal do nosso estudo está voltada para as interações reais entre o professor, aluno(s) e o saber em jogo na sala de aula que ocorrem no Nível 0 da atividade docente e seus Níveis mais próximos N+1 (projeto da aula) e N-1 (nível Adidático).

De acordo com Bessot (2018), no estudo dos fatores decisoriais do tipo história didática, consideramos o papel do aluno somente em suas relações e interações com o professor, isto é, podemos apontar que o foco desse tipo de estudo é o ponto de vista do professor. Acrescentamos ainda que o projeto da aula, as escolhas possíveis, a tomada de decisão e a observação da atividade do aluno são aspectos inteiramente centrados na atividade docente.

A história didática é composta por três categorias distintas: *História inter-aluno de uma classe genérica*, *História inter-aluno de uma classe visada* e a *História intra-aluno*. A seguir, discorreremos sobre cada uma delas.

A primeira que destacamos é a **História inter-aluno de uma classe genérica**. Ela está relacionada a uma sala de aula genérica, ou seja, baseada na experiência vivenciada em uma turma, em particular, porém, muitas vezes, pode não ser revelada. Segundo Bessot (2018), essas referências ocorrem devido à existência de determinados episódios que permanecem na memória do professor, sobre um nível escolar no qual ele ensinou em um passado recente ou distante. Para a pesquisadora citada, o professor se lembra de certos comportamentos observados (S-1), sejam recorrentes ou inesperados, de alunos em relação ao conteúdo matemático a ser ensinado.

Além disso, o professor se lembra de algumas de suas decisões e de efeitos dessas decisões sobre os resultados de abordagens de um assunto, um determinado tema ou até mesmo de situações que chamaram sua atenção de alguma forma. Isso nos remete ao que é abordado na literatura por Almeida (2016), sobre a existência de um “núcleo duro do contrato didático”, fundamentalmente marcado pelas experiências contratuais vivenciadas no passado, tanto por professores, quanto por alunos, que estarão, em larga medida, na raiz dos novos contratos didáticos, quando do estabelecimento de uma nova relação didática.

Podemos refletir sobre o seguinte exemplo: quando o professor toma a decisão de adotar alguns procedimentos (anotações das fórmulas matemáticas, valor padrão de medidas, dentre outros...) durante sua prática, visando à aprendizagem dos seus alunos, baseado nas experiências de sucesso com outras turmas do mesmo nível escolar. Portanto, nesse caso, o fator decisivo para a tomada de decisão do professor é denominado como a história didática, em especial a história compartilhada entre o docente e seus alunos de uma determinada turma anterior.

A segunda categoria que destacamos pertencente à história didática, é a **História inter-aluno de uma classe visada**. De acordo com Bessot e Bittar (2019), essa categoria refere-se à percepção do professor sobre os comportamentos observados dos alunos nas aulas precedentes, diante das escolhas possíveis objetivando a turma que ele ensina atualmente.

Nessa perspectiva, o professor pode tomar suas decisões atuais com base na lembrança de algumas de suas decisões passadas, além disso, devido à experiência recente das consequências que essas decisões tomadas tiveram sobre o comportamento e a aprendizagem dos alunos desta turma visada.

Para exemplificar esse tipo de categoria, podemos imaginar a seguinte situação: quando o professor toma a decisão de criar uma lista de exercícios para reforçar uma determinada técnica de resolução de uma equação do primeiro grau, pois, a história compartilhada revelou que diversos alunos manifestaram uma enorme dificuldade na tentativa de resolução de uma equação. Pode ser que essa dificuldade tenha sido construída nas séries anteriores e acabou sendo revelada por meio da história didática durante a relação didática atual.

Para finalizar, temos a categoria da história didática denominada como **História intra-aluno**. Sua principal característica, segundo Bessot e Bittar (2019), é a percepção do professor sobre os comportamentos observados de um aluno em particular no decorrer das atividades propostas em sala de aula. Destacamos também que a história intra-aluno pode ser constatada por meio do “estatuto” do educando, isto é, trata-se do perfil educacional apresentado, referente ao histórico de reprovação, participação passiva ou ativa nas atividades realizadas, a criatividade, a indisciplina, dentre outros.

Nesse caso, o professor se lembra de algumas de suas decisões tomadas em situações anteriores e dos efeitos causados por elas, tendo em vista um aluno em particular. Isso acaba colaborando para as futuras decisões a serem tomadas nas situações seguintes, envolvendo o mesmo educando.

Podemos inferir que tal marca histórica também possa produzir efeitos de contrato, quando não considerada e analisada adequadamente, pois, ao tomar decisões que estão vinculadas a experiências (e contratos) anteriores que foram exitosas, o professor, em virtude do *desejo* de que a situação novamente dê certo, pode criar expectativas em relação à aprendizagem dos alunos que não se cumpram, numa nova situação. Embora ainda não tenhamos discutido de forma aprofundada o contrato didático, não queremos deixar de, nos momentos oportunos, já apontar para algumas aproximações e inter-relações.

De acordo com Bessot (2018), essas categorias citadas permitem ao professor se projetar no futuro para tomar decisões didáticas em situação S+2 (situação de construção), S+1 (situação de projeto). Nessa perspectiva, destacamos o estudo de Espíndola e Trgalová (2015), que apresenta um olhar para os fatores ligados à história didática a partir de duas importantes etapas, a primeira buscando informações do estado de conhecimento do(s) aluno(s) e a segunda etapa propõe intervenções, do professor junto aos alunos, apoiadas nessa história.

Deste modo, a maioria das lembranças que surgiram por meio da vivência escolar é revelada nos três fatores decisórios da História didática (História inter-aluno de uma classe genérica, História inter-aluno de uma classe visada e a História intra-aluno), além disso, tais fatores se referem à história compartilhada entre professor e um ou mais alunos da turma, considerando a abordagem do saber em jogo.

Para uma melhor reflexão sobre a discussão dos conceitos levantados neste tópico, temos a seguir o quadro 6, apresentando o resumo, a partir de uma adaptação do modelo proposto por Bessot (2018).

Quadro 6 - Fatores de decisão do professor: Fatores do tipo história didática

<p>Fatores do tipo história didática</p> <p>História compartilhada entre aluno(s) e professor</p> <p>Sobre um saber que é foco do ensino: memória didática</p>		
História inter-aluno de uma classe genérica	História inter-aluno de uma classe visada	História intra-aluno

Fonte: Adaptado de Bessot (2018)

A partir das informações presentes no quadro 6, entendemos que se situa o nosso tema de pesquisa, que diz respeito à análise da relação entre os fenômenos “Decisões Didática e o Contrato Didático”. Acreditamos fortemente na predominância desse fator decisional nos níveis principais investigados em nossa tese (Níveis N+1, N0 e N-1 da atividade do professor), pois são momentos decisoriais que envolvem fundamentalmente o professor, seus alunos e o saber visado.

Vale ressaltar o papel indispensável da história didática como fator decisional no Nível 0, por ele aparecer como uma base para o docente tomar decisões no momento da situação didática. Nesse sentido, com a interação real entre os sujeitos, nesse contexto decisional, pode-se encontrar as chamadas “microdecisões”.

Portanto, é interessante destacar que os fatores decisoriais estudados neste tópico (fatores do tipo externo, fatores do tipo epistêmico e fatores do tipo história didática) mantêm uma relação clara com o que Chevallard (2002) postula sobre os níveis de codeterminação, o que sugere que há, também, importantes questões a serem tratadas, versando sobre as inter-relações entre as decisões didáticas e os níveis de codeterminação, na Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Conforme Bessot (2018), alguns estudos já começam a ser propostos nessa direção. Isso aponta, no nosso entendimento, para a ideia de que as decisões didáticas são um campo que permite estabelecer interlocução com outros campos teóricos e de pesquisa em Didática da Matemática, assim como esse estudo se propõe a fazer com o contrato didático.

Deste modo, para aprofundar a reflexão sobre a tomada de decisão do professor na sala de aula, diante dos alunos e do saber visado, apresentamos, a seguir, uma discussão envolvendo as Microdecisões Didáticas.

2.4 DECISÕES DIDÁTICAS: AS MICRODECISÕES DIDÁTICAS

As decisões didáticas são caracterizadas na literatura como fundamentais na prática docente. De forma geral, podemos destacar que elas objetivam a construção da aprendizagem dos alunos diante de um saber a ensinar, sob os vários ângulos da atuação do professor. Dessa forma, é natural que a tomada de decisão ocorra antes da realização da aula, durante a sua execução, e até depois, pensando nas aulas futuras.

O professor, ao planejar a construção em grandes linhas de um determinado tema ou de um projeto da aula, se depara com as possíveis escolhas diante de um cenário macro para desenvolver suas abordagens pedagógicas. Além disso, ele encontra a necessidade de tomar as decisões de caráter imediatista quando está na sala de aula, com o contato direto com seus alunos.

Reforçando essas colocações iniciais, conforme apresentamos no início deste capítulo, as decisões didáticas podem ocorrer no âmbito das “macrodecisões”, isto é, aquelas tomadas pelo professor durante a atividade de preparação do plano de trabalho mais amplo (um exemplo seria os conteúdos algébricos a serem trabalhados no primeiro semestre escolar) ou da sequência didática, construída como o projeto para a próxima aula, por meio das atividades de um conteúdo específico abordado. Assim, entendemos que as macrodecisões normalmente aparecem nos momentos acima da situação didática, por meio dos Níveis (+3, +2 e +1) da atividade do professor.

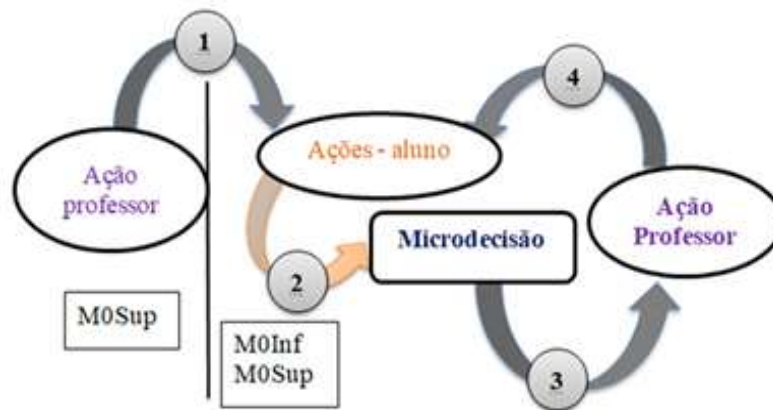
Por outro lado, em nosso trabalho, além das decisões tomadas pelo docente, temos também o foco no contrato didático, por isso acreditamos que durante os Níveis (0 e -1), na situação didática e na situação adidática, encontramos de fato a relação entre os fenômenos estudados. Portanto, na parte referente às decisões didáticas do professor, ressaltamos que nosso olhar está voltado, fundamentalmente, para as “microdecisões”, ou seja, as decisões interativas tomadas durante a ação didática.

Para aprofundar nossos estudos sobre essas interações existentes na sala de aula, ou seja, diante dos níveis que promovem os contatos reais entre o professor, seus alunos (ou um aluno em particular), o saber em jogo e o *milieu*, foram considerados como referências as microdecisões didáticas do professor.

Para isso, quando nos depararmos com essas situações nos Níveis (0 e -1) da atividade docente, vamos utilizar o modelo proposto por Brassat (2017), como um componente integrante da análise da nossa tese no que se refere a identificação precisa das microdecisões didáticas, pois ele revela a “ação” docente e discente na situação didática (S0). Reafirmando de forma mais clara, o modelo apresenta a posição e a participação do professor e do aluno durante esse tipo de tomada de decisão.

Assim, na figura a seguir, temos o modelo de microdecisões apresentado na literatura por Brassat (2017):

Figura 2 - Modelo de microdecisões



Fonte: Brassat (2017, p. 52)

Podemos acompanhar a partir do modelo apresentado na Figura 2, que a primeira ligação (círculo 1, correspondente à primeira flecha) representa a interação docente (Ação do professor) em relação ao conjunto composto pelo discente e suas ações (sistema aluno-meio). De acordo com Brassat (2017, 52), o conjunto “Ações-aluno” corresponde ao educando agindo sobre o meio por meio de diferentes ações. Ressaltamos também que o professor da situação de aprendizagem (M0inf) pode observar o andamento de tais ações, pois no interior desse conjunto existem as ações que proporcionam ao aluno fazer o exercício, bem como chegar a uma solução de um problema.

Já no caso da segunda ligação (círculo 2, na figura 2), a partir de Brassat (2017), destacamos que esse momento corresponde ao diagnóstico realizado pelo professor. Essa etapa fica concretizada por meio da observação do professor (M0Inf), resultante da situação de aprendizagem, bem como dos conhecimentos docente. Portanto, com base no diagnóstico realizado (M0Inf) e do seu projeto didático local (M0sup), o professor toma as microdecisões didáticas.

A terceira ligação, apresentada na figura 2 (flecha 3), também propõe que as microdecisões didáticas surgem a partir de uma ação do professor na sala de aula. Então, por meio dessa nova “ação do professor”, segundo Brassat (2017), “fica observável para o pesquisador das decisões didáticas que resultam da confrontação entre o projeto didático local (M0sup), a observação da situação de aprendizagem (M0inf) e os conhecimentos do professor.” (BRASSET, 2017, P. 52)

Por último, na quarta ligação, do modelo de microdecisões apresentado por Brassset (2017), encontramos o mesmo significado da primeira ligação, ou seja, conforme podemos observar na figura 2, temos a indicação de que um novo ciclo é promovido, assim caracterizando o fenômeno estudado.

As decisões didáticas, tomadas nos Níveis (0 e -1) da atividade docente, remetem à existência de interações diretas entre os elementos da relação didática, por isso, entendemos que as chamadas “microdecisões didáticas”, que são tomadas nessas condições, carregam características menos programadas em comparação com os demais níveis, uma vez que o docente, na posição P0 (professor) e P-1 (observador da atividade do aluno), deve atuar de forma imediata aos desdobramentos que podem ocorrer na sala de aula, pois ele precisa interpretar rapidamente os acontecimentos, atento à atividade dos alunos nas situações propostas e, posteriormente, na reflexão dos resultados encontrados.

Dessa forma, podemos refletir sobre o fato de que o docente não tem o controle total dos episódios que ocorrem, paralelamente, em uma sala de aula, isto é, devido à maneira simultânea desses acontecimentos nas interações existentes (relação professor/turma, professor/aluno específico e aluno/aluno). Por outro lado, percebe-se que o professor necessita inevitavelmente, em algum momento da sua prática, exercer o ato de “decidir”, visando a melhor forma de conduzir os alunos à aprendizagem, diante das possibilidades de escolhas que surgem em sua frente.

De acordo com Brassset (2017), no campo conceitual das decisões didáticas, as microdecisões didáticas são representadas de forma geral pelos seguintes elementos: o aluno, o erro diagnosticado, a estratégia malsucedida, uma nova estratégia, por fim, a dinâmica de ações dos alunos e do professor.

Deste modo, ressaltamos também que tais decisões são tomadas durante a ação do professor, durante sua interação com os alunos (grande parte delas ocorrem no Nível 0 do modelo da atividade do professor, embora acreditamos também na existência das microdecisões no Nível -1 (adidático)). Nesse sentido, podemos exemplificar esse tipo de situação no momento em que o docente faz um trabalho com fichas de exercícios em sala de aula, bem como observa o desenvolvimento discente em tais atividades, ou seja, em outras palavras, entendemos que as microdecisões podem surgir no “calor da ação” durante a abordagem do professor.

Tomando como base a estrutura proposta por Brassset (2017), destacamos a pesquisa desenvolvida por Espíndola, Silva e Brito Júnior (2020) que apresenta um estudo voltado para as microdecisões didáticas tomadas por um professor de Matemática, analisando a situação

didática (S0), sobre o ensino do tema: Volume de Sólidos Geométricos. Ela revelou o registro de microdecisões didáticas do professor que foram sendo concretizadas em suas ações e retroações, motivadas pelas dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de exercícios na sala de aula.

2.5 O CAMPO DE ESTUDOS DAS DECISÕES DIDÁTICAS

Com base em Margolinas (2002, 2005) os pesquisadores em Didática da Matemática podem ter acesso a uma ferramenta de análise da atividade profissional docente que organiza os momentos da atuação que determinam sua tomada de decisão. Em relação às decisões didáticas, enquanto temática para a realização de estudos, apresentaremos a seguir algumas pesquisas relevantes nesse campo de conhecimento que tiveram como suporte teórico e metodológico o modelo dos níveis de atividade do professor.

Por meios dos estudos a seguir, procuramos ressaltar suas propostas fundamentais, alguns conceitos bases discutidos, os modelos teóricos elaborados e os resultados principais encontrados. A partir desse levantamento, buscamos realizar também, paralelamente, uma reflexão sobre as construções presentes na nossa tese.

O estudo apresentado por Espíndola e Trgalová (2015) promoveu uma articulação entre a abordagem documental do didático (apresentada por Gueudet e Trouche (2010)) com o estudo de decisões didáticas para analisar as práticas de um professor de matemática. O saber matemático adotado foi Função Exponencial, a investigação ocorreu em uma turma do 1º ano do Ensino Médio. As pesquisadoras tiveram como base teórica o modelo dos níveis da atividade do professor (Margolinas 2002) e a categorização de fatores que influenciam as decisões didáticas (Bessot e colaboradores).

Os resultados das análises, em Espíndola e Trgalová (2015), destacaram os episódios relevantes encontrados nas práticas do professor que acabaram refletindo em uma repetição de algumas decisões tomadas. As pesquisadoras ressaltaram os fatores epistêmicos e os fatores relacionados à história didática como determinantes para tais decisões. Ou seja, para elas, o professor participante recebeu algumas influências com as concepções de aprendizagem ou as interpretações das expectativas institucionais, bem como os conhecimentos da experiência referentes às dificuldades dos alunos. Ressaltamos ainda que nessa investigação foram

abordadas Etapas metodológicas baseadas nos seguintes Níveis da atividade do professor: Nível +2 (Construção do tema), Nível +1 (Projeto da aula), Nível 0 (Situação didática) e o Nível -1 (Observação da atividade do aluno ou devolução).

Utilizando também as decisões didáticas como foco do seu estudo, Lima (2011) apresentou uma pesquisa desenvolvida na área da Didática da Matemática. A pesquisadora adotou uma problemática voltada para a modelização de conhecimentos do professor de matemática, por meio do modelo de níveis da atividade do professor que serviu como referencial teórico e metodológico.

Uma característica interessante, sobre essa pesquisa, foi que ela ocorreu fundamentalmente no Nível +1 (momento do planejamento) na elaboração das sequências didáticas. Nessa investigação, a pesquisadora realizou uma análise de duas sequências didáticas elaboradas por dois professores para um aluno que resolveu problemas de simetria de reflexão (axial).

Na pesquisa de Lima (2011), que teve como tema: “Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas”, os resultados obtidos indicaram as propriedades matemáticas que os professores consideram fundamentais para a aprendizagem do conceito em jogo na sala de aula, também apontaram os elementos das concepções de ensino que eles adotaram. Por último, outro resultado importante abordado nesse estudo apresentou a forma como os professores consideraram os conhecimentos prévios apresentados pelo aluno. Além disso, a pesquisadora concluiu que as sequências didáticas mostraram a importância da identificação dos erros do aluno e do reinvestimento dos conhecimentos construídos.

Outra pesquisa realizada por Lima (2011) teve como título “Uma sequência didática: escolhas e decisões de um professor de matemática”, nela ficou constatado que as decisões tomadas pelos professores participantes foram apoiadas nos conhecimentos que eles têm dos programas escolares, do conteúdo matemático, bem como no conhecimento que o aluno tenha ou não sobre o conteúdo estudado, segundo seu ponto de vista. Dentre os resultados apresentados em sua pesquisa, a pesquisadora ainda apresenta a seguinte conclusão: “No entanto, a mobilização deste ou daquele conhecimento ou concepção variou de professor para professor.” (LIMA, 2011, p. 32).

Destacamos que as pesquisas sobre as decisões didáticas, tanto o estudo de Espíndola e Trgalová (2015), como também as investigações promovidas por Lima (2011), tomaram como referências teóricas e metodológicas o modelo dos níveis da atividade do professor de Margolinas (2002). Em relação ao foco estabelecido em determinados Níveis desse modelo

teórico (porque nem sempre é necessário aprofundar o estudo em todos os níveis), ressaltamos que eles podem ser investigados com maior ou menor ênfase, dependendo do objeto principal de cada pesquisa. Destacamos, por exemplo, que as pesquisadoras Espíndola e Trgalová (2015) investigaram em seu estudo os Níveis (+2, +1, 0, -1).

Já no caso da nossa tese, como também pretendemos analisar o contrato didático, focaremos fundamentalmente no Nível 0 do modelo da atividade de Margolinas (2002), porque nele temos uma maior predominância de tal fenômeno, no entanto, além dele também consideramos em nossa análise que o fenômeno contratual reflete, inevitavelmente, nos Níveis (+1 e -1) que são os mais próximos da situação didática. Portanto, em relação ao modelo citado, nossa base teórica está apontada, fundamentalmente, para os níveis de Planejamento (N+1), das situações didáticas (N0) e das situações adidáticas (N-1), por meio da observação do aluno em atividade, durante a prática docente.

Seguindo nossa imersão nesse campo de conhecimento, apresentamos, a seguir, algumas pesquisas atuais sobre decisões didáticas. Começamos com a pesquisadora Nathalie Brassat (2017), que desenvolveu recentemente, na França, um estudo que acreditamos ter sido de imensa relevância no campo das Decisões Didáticas. A temática da sua pesquisa foi “Decisões didáticas de um professor em um EIAH (Environnement Informatique pour l’Apprentissage Humain): Estudo de fatores do tipo história didática.”

A pesquisa de Brassat (2017) aborda determinados aspectos referentes às decisões didáticas de um professor em sala de aula, mas o fator principal de interesse dessa abordagem foi, especificamente, a maneira como o professor toma suas decisões didáticas em contato direto com os educandos, bem como os fatores que influenciam essas tomadas de decisão. Além disso, ressaltamos que o objetivo principal foi projetar um modelo de decisões didáticas em um ambiente de TI para aprendizado humano, (para esse ambiente de TI, Brassat utiliza o termo EIAH, em Francês: Environnement Informatique pour l’Apprentissage Humain).

Na pesquisa de Brassat (2017), destacamos um resultado encontrado que consideramos relevante para nosso estudo, porque por meio dele ficou constatado que os fatores da história didática também influenciam as microdecisões didáticas do professor. Essa verificação pode ocorrer por meio de alguma situação existente em sala de aula, que possa ser explorada de forma investigativa, usando o modelo proposto como ferramenta. Então, a pesquisadora optou por integrar o conhecimento do aluno na ferramenta de orquestração, também abordada no decorrer do seu estudo.

Brassat considera os vários fatores que permitem ao professor o exercício de tomar decisões didáticas em sala de aula. Os aspectos adotados são o conhecimento do professor (a

história epistêmica e didática), seu projeto didático local, bem como suas observações da atividade do aluno.

Por fim, conforme as conclusões disponibilizadas em Brassat (2017), destacamos que a engenharia construída pela pesquisadora citada, por meio do seu modelo teórico, permite levar em consideração o ponto de vista do professor na construção do dispositivo e ter acesso a seus conhecimentos, para poder interpretar suas “Ações” em sala de aula, em termos de decisões didáticas.

Percebemos vários pontos relevantes na pesquisa de Nathalie Brassat, quando pensamos em relação à construção do nosso trabalho, pois além da investigação envolvendo as microdecisões didáticas e os fatores decisoriais, em especial a história didática, pretendemos, assim como a pesquisadora, propor um modelo teórico. Entretanto, no nosso caso, o modelo elaborado busca revelar uma possível relação entre as decisões didáticas e o contrato didático nos Níveis 0 e -1, correspondentes a atividade do professor em interação real com os educandos.

Apesar de elencarmos esses estudos, que foram e continuam sendo de inegável relevância para o aprofundamento teórico e de pesquisa sobre as Decisões Didáticas, não podemos deixar de destacar que no Brasil ainda existem poucos estudos voltados para esse campo. De acordo com nosso levantamento de pesquisas nessa área de conhecimento, acreditamos que o nosso estudo será, então, um dos primeiros conduzidos no Brasil, no âmbito de um doutoramento, e já propõe, não apenas um olhar sobre as Decisões Didáticas, mas o estabelecimento de relações com outro campo fecundo (esse já bastante explorado no Brasil), que é o Contrato Didático.

Para finalizar nossas reflexões sobre este tópico referente ao campo de estudos envolvendo as decisões didáticas, trazemos o estudo apresentado por Annie Bessot, na segunda edição do LADIMA (Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática), que foi realizado no ano de 2018.

Os temas principais discutidos por Bessot (2018) foram os seguintes: conhecimentos do professor como elementos influenciando as decisões do professor; a Teoria das Situações Didáticas e estruturação do meio; a Teoria Antropológica do Didático e escala dos níveis de Codeterminação; a Escala dos níveis e estruturação do meio; e por fim, o Modelo para a compreensão das decisões didáticas do professor: fatores de decisão. Deste modo, o modelo poderia oferecer novas perspectivas para a concepção de ambientes informatizados para a aprendizagem humana, para tanto, a pesquisadora ressalta três tipos de uso: acompanhar um

professor na fase de elaboração da sequência, produzir retroações para o aluno, e acompanhar o professor no processo de interação durante as sessões.

Em relação às decisões didáticas, destacamos também Bessot (2019), que busca compreender tais decisões, a partir da articulação entre dois quadros teóricos: a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Consideramos que os conceitos abordados por Bessot (2018, 2019) apresentam um grande significado nas discussões atuais que trazem as decisões didáticas como temática principal, contribuindo bastante para o desenvolvimento de novas propostas que podem emergir nessa área de estudo.

Além disso, destacamos que o modelo elaborado por Annie Bessot expõe os três tipos de fatores de decisão didática, existentes nos níveis da atividade docente. A partir de Bessot (2018), tais fatores foram denominados como: os fatores do tipo externo, que englobam as restrições sobre as quais o professor não tem poder, entretanto que influenciam sua atividade; os fatores do tipo epistêmico, que dizem respeito a tudo que alimenta a relação pessoal do professor em relação à disciplina ensinada e ao objeto do saber em jogo. Por fim, Bessot (2018) destaca os fatores do tipo história didática, ou seja, aqueles que o professor retém da história que ele dividiu com seus alunos em sala de aula, sobre o saber em jogo na atividade docente.

O estudo proposto por Bessot (2018) apresenta diversos elementos que servem como base teórica para a construção da nossa pesquisa. Ressaltamos, por exemplo, os fatores decisoriais do tipo história didática que têm uma grande abrangência nos Níveis +1, 0 e -1 da atividade do professor. Sendo assim, podemos considerá-los extremamente necessários para analisarmos as decisões didáticas e o contrato didático, bem como a relação existente entre ambos nesses respectivos níveis.

Nessa perspectiva, destacamos também o estudo apresentado por Bessot e Bittar (2019) que surgiu a partir da realização de uma oficina associada à conferência denominada como: *“As decisões didáticas do professor: um modelo para tentar compreendê-las”* proferida pela pesquisadora Annie Bessot. Este trabalho teve como objetivo levar os participantes a trabalharem com base no modelo proposto para o estudo de decisões didáticas do professor a partir de dados já produzidos.

Portanto, a partir de Bessot e Bittar (2019), podemos encontrar o modelo para a compreensão das decisões didáticas do professor: fatores de decisão. Assim como em Bessot (2018), por meio desse modelo são apresentadas as principais características dos três tipos de

fatores decisoriais que direcionam a tomada de decisão do professor: Fatores do tipo externo, fatores do tipo epistêmico e os fatores do tipo história didática.

O capítulo a seguir versará sobre o Contrato Didático e nos permitirá refletir sobre aspectos fundamentais dessa noção teórica, que são essenciais para que possamos travar o diálogo pretendido entre esses dois campos.

3 CONTRATO DIDÁTICO

A noção de contrato didático tem apresentado, no decorrer das últimas décadas, um grande significado para diversos estudos pertencentes à área da Didática da Matemática. Essa noção foi estudada e teorizada, inicialmente, por Guy Brousseau, tendo, posteriormente, interessado a vários pesquisadores (SARRAZY, 1995; SCHUBAUER-LEONI, 1988; JOANNERT E BORGHT, 2002), que avançaram as discussões sobre seu estudo, consolidando, assim, as reflexões teóricas acerca desse relevante campo. A partir dos estudos de Brousseau (1985, 1990, 1996, 2008), percebemos a importância e a abrangência do Contrato Didático em relação à Teoria das Situações Didáticas, bem como é possível observar suas relações com outros fenômenos estudados nesse campo de conhecimento.

Com base em Guy Brousseau, idealizador das ideias referentes à teoria estudada neste capítulo, bem como nos trabalhos de autores como Henry (1991), Jonnaert (1994), Silva (1999), Pais (2001), Brito Menezes (2006), Almouloud (2007), D'Amore (2007), Almeida (2016), Silva (2016), Figueroa e Almouloud (2018), Borba (2018), dentre outros, buscamos refletir profundamente sobre a presença e a funcionalidade do contrato didático na sala de aula, destacando suas características marcantes, sua epistemologia, bem como a sua participação expressiva diante de alguns níveis atividade docente.

Deste modo, apresentaremos uma discussão, a seguir, sobre a construção do conceito do contrato didático na Didática da Matemática. Em seguida, vamos abordar o contrato didático e seus aspectos epistemológicos, o culturalismo didático, bem como sua relação com o implícito. Para refletirmos sobre sua relevância e abrangência na literatura, no final deste capítulo, faremos uma discussão acerca do campo de pesquisas envolvendo o contrato didático, buscaremos também observar os principais pontos de convergência entre esses estudos com a presente tese.

3.1 CONCEITUANDO O CONTRATO DIDÁTICO

Primordialmente as ideias referentes ao contrato didático carregam suas bases a partir das contribuições de Jean-Jaques Rousseau (1712-1778) idealizador do conceito de *contrato social*. Ele afirma que a vida social pode ser pensada a partir de perspectiva que carrega a base de um contrato, em que cada contratante condiciona sua liberdade ao bem da comunidade, ou seja, através de um conjunto de acordos, os participantes procuram se comportar de acordo com as aspirações da maioria.

De acordo com Jonnaert e Borghet (2002), uma característica marcante do contrato social, apresentado por Rousseau, é que sua construção se baseia fundamentalmente na ideia de uma associação, ou seja, um pacto estabelecido em comum acordo, de tal modo que nenhuma das duas partes possa submeter-se à outra.

Outra grande influência na construção do conceito de contrato didático surgiu por meio dos estudos de Filloux, que desenvolvendo o conceito de contrato social de Rousseau, destacou a noção do *contrato pedagógico*. Tal noção propõe que, a partir desse tipo de contrato, os alunos, os professores e a sociedade devem cumprir obrigações recíprocas. Para deixar claro suas diferenças em relação ao contrato didático, no final desta discussão falaremos de forma específica sobre contrato pedagógico.

Após as contribuições desses conceitos apresentados por Rousseau e Filloux, as ideias de “contrato” avançaram até a sala de aula, através de Brousseau, buscando responder a questões de natureza “didáticas”. Ou seja, no ambiente educacional, além dos indispensáveis elementos humanos, professor e alunos, temos a presença do “saber”, elemento não humano, mas fundamental para a existência e a compreensão do contrato didático.

Neste sentido, no intuito de avançarmos na discussão acerca dessa noção, questionamos, de partida, de que forma ocorrem as relações contratuais no processo de ensino-aprendizagem na sala de aula? Em uma sala de aula a relação professor-aluno apresenta grande importância na construção de novos conhecimentos acerca do saber em cena no jogo didático. Por outro lado, essa relação também pode levar ao desinteresse ou gerar enormes dificuldades para a aprendizagem dos alunos.

Nesse ambiente de construção do saber, o Contrato Didático pode assumir um papel de destaque no processo de ensino-aprendizagem. Desta forma, em relação às situações presentes na escola, Brousseau afirma que

Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso a essa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático (BROUSSEAU, 1980, p. 127).

Para Brousseau, esse sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. O fator de interesse nessa relação é o contrato didático, isto é, a parte do contrato que é específica ao conteúdo: O conhecimento matemático visado. Assim, vale ressaltar que esse fenômeno didático não se caracteriza quando o professor estabelece as regras gerais com seus alunos, por exemplo, ao final de cada aula entregar um exercício resolvido. Nesse sentido, o conceito de contrato didático se estabelece quando a relação professor-aluno mantém um vínculo com o saber matemático, representado pelo terceiro elemento da tríade.

Além disso, vale ressaltar que esses comportamentos estabelecidos de forma contratual regulam o funcionamento da aula, fazendo com que as relações entre professor, aluno e saber fiquem coordenadas, ou seja, procurando definir explícita ou implicitamente os papéis de cada um, diante de um processo de ensino-aprendizagem.

Buscando deixar mais clara a construção do conceito de contrato didático, recorreremos a Brousseau (1998), que estabelece sua definição da seguinte forma:

Uma relação que determina explicitamente por uma pequena parte, mas sobretudo, implicitamente, o que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e à qual ele será de uma maneira ou de outra, responsável, diante do outro (BROUSSEAU, 1998, p. 61).

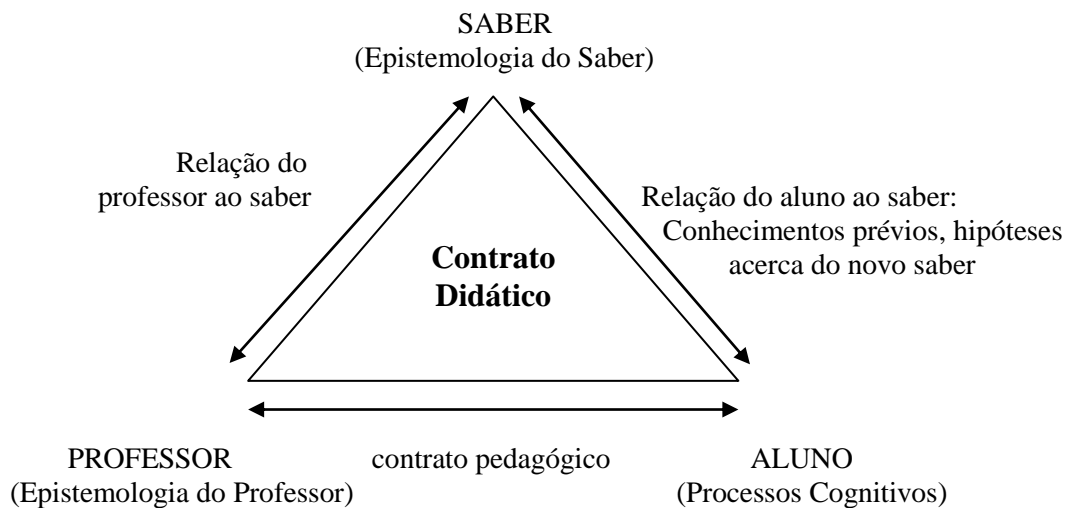
As regras do contrato didático, que na maioria das vezes são implícitas, podem ser rompidas por um dos elementos humanos: o professor ou os alunos. Assim sendo, é possível que após uma ruptura por um dos elementos envolvidos, as cláusulas do contrato sejam externalizadas, sendo, em seguida, renegociadas. Tal renegociação é fundamental e inerente ao próprio conceito de contrato didático: na ausência do contrato não existe relação didática.

Para facilitar o entendimento sobre de que forma o contrato didático gerencia as interações entre os elementos fundamentais nas situações didáticas, retornaremos às ideias acerca da relação triangular que envolve professor-aluno-saber. Segundo Brousseau (1986), podemos considerar que a sala de aula deve ser um ambiente que promova as relações interativas envolvendo os elementos participantes da relação didática, com a finalidade de concretizar um espaço dinâmico, podendo assim facilitar a aquisição do conhecimento pelos educandos.

Nesta perspectiva, de acordo com Brousseau (1986), é possível interpretar a relação didática como uma comunicação interativa de informações, de modo que a atividade do professor não pode restringir-se apenas à informação de um saber. Assim, recorreremos à definição proposta por Brousseau (1996), que propõe a relação didática tomada no sentido mais estreito, ou seja, através da representação do triângulo didático, que comporta os três elementos da relação ternária (o professor, o aluno e o saber), que são considerados partes constitutivas dessa relação dinâmica e complexa.

Partindo do que Brousseau apresenta como sendo o *Triângulo das Situações Didáticas*, e acrescentando o papel do contrato didático em tal esquema, assim podemos representá-lo:

Figura 3 - Triângulo das situações didáticas e o contrato didático.



Fonte: Adaptado de Brito Menezes (2006).

No contrato didático o papel do professor está diretamente voltado à estratégia de ensino adotada, a qual pode variar bastante dependendo das suas concepções, já a partir do planejamento, através das escolhas de abordagens pedagógicas, dos objetivos do ensino, do tipo de trabalho que é solicitado e desenvolvido com os alunos, dos processos avaliativos aplicados, enfim, da construção ideológica de cada professor.

De acordo com Brousseau (1996), o professor é um ator. Ou seja, ele atua se baseando em um texto escrito, carregando uma necessidade de liberdade para exercer a sua criatividade. Para Brito Menezes (2006), o professor, nessa perspectiva, seria um dos atores

fundamentais nesse palco, pois caberia a ele “organizar a cena”, propor situações onde os significados fossem instituídos e negociados.

As práticas docentes fazem parte dos determinantes essenciais do contrato didático, que deverá ser adaptado a diferentes contextos. Neste sentido, Pais (2001), afirma que, em uma perspectiva de prática pedagógica, espera-se que o professor planeje as atividades que serão propostas para facilitar a elaboração do conhecimento pelo aluno. Além disso, compete ao professor verificar em que condições essa elaboração foi efetivada pelo aluno. Por outro lado, a aquisição do conhecimento, por parte dos alunos, é a motivação fundamental do contrato didático.

Visando fortalecer o entendimento da construção conceitual do contrato didático, vamos acompanhar, a seguir, os principais fatores históricos e epistemológicos que contribuíram para tal desenvolvimento.

3.2 CONTRATO DIDÁTICO: ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS

Discutiremos neste tópico os aspectos epistemológicos referentes à construção da noção de contrato didático, levando em consideração alguns fatos históricos relevantes. Para isso, iniciamos recorrendo ao passado, abordando o movimento que rompeu, de certo modo, a perspectiva estruturalista predominante na Didática e que foi considerado como um dos principais pontos de partida para a construção da noção do fenômeno contratual proposto por Brousseau. Desta forma, abordaremos, ao longo dessa discussão, as características marcantes de uma “nova” perspectiva que surgiu na literatura e ficou denominada como movimento “interacionista”.

O movimento interacionista se desenvolveu a partir da década de 70, principalmente na França, conforme o estudo apresentado por Sarrazy (1995). Nesse sentido, essa mudança na perspectiva estruturalista pode ser explicada por influência de duas correntes que emergiram como fortes tendências: o interacionismo e a sociologia das organizações. (SARRAZY, 1995). Em seguida, esse ideário acabou avançando para outros países, motivando novos pesquisadores a desenvolverem suas pesquisas investigando a perspectiva representada na linha interacionista.

Vale ressaltar que o próprio Guy Brousseau fez parte dessa construção quando adotou como referência a abordagem interacionista, ao elaborar a Teoria das Situações Didáticas (TSD), bem como ao propor a noção de contrato didático que serviu como sustentação fundamental para os estudos posteriores nesta área de conhecimento. Desse modo, ele contribuiu de forma valiosa para expansão dessa maneira de pensamento, porque de fato inseriu tal perspectiva como uma base para a realização das suas pesquisas.

Além disso, segundo Sarrazy (1995), outro momento também significativo para tal construção foi a “sociologia das organizações”, ou seja, a partir dela surgiram temas importantes discutidos na área, como por exemplo, a teoria dos jogos como modelo da relação didática, a noção de incerteza, a negociação e a aprendizagem por ruptura. Os estudos envolvendo esses temas foram considerados como pilares para o desenvolvimento da noção do contrato didático.

De acordo com Sarrazy (1995) podem existir diferentes interpretações na relação entre o professor e o aluno na sala de aula, ou seja, nas suas interações. “Isto não é um mal-entendido passageiro, mas, reais diferenças de leituras da situação” (SARRAZY, 1995, p. 90). Em relação, especificamente, à noção de contrato didático, podemos observar sua dinâmica no campo interacionista no momento que ele foi colocado como o principal responsável na revelação das diferenças de funcionamento da relação didática, isto é, servindo assim como uma ferramenta de coordenação e gerência das ações dos sujeitos.

Por outro lado, com os avanços da perspectiva interacionista tanto entre os sujeitos, como também com o sujeito diante de uma determinada situação, ressaltamos uma tendência que aponta para a sociologia das organizações, fixando um movimento que esteve voltado para a relação didática, e que ficou representado pela interação do sujeito com o meio.

Segundo Figueroa e Almouloud (2018), o *milieu* (meio) é um conceito central na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), pela proposta de representar um fator de dificuldades, de contradições e de desequilíbrio. Dessa forma, na perspectiva da teoria apresentada por Brousseau, o *milieu* é um conjunto que revela a participação e o desenvolvimento do sujeito nele contido. Então, a partir da situação didática, o *milieu* pode proporcionar um ambiente propício a gerar condições externas para a adaptação e o crescimento evolutivo.

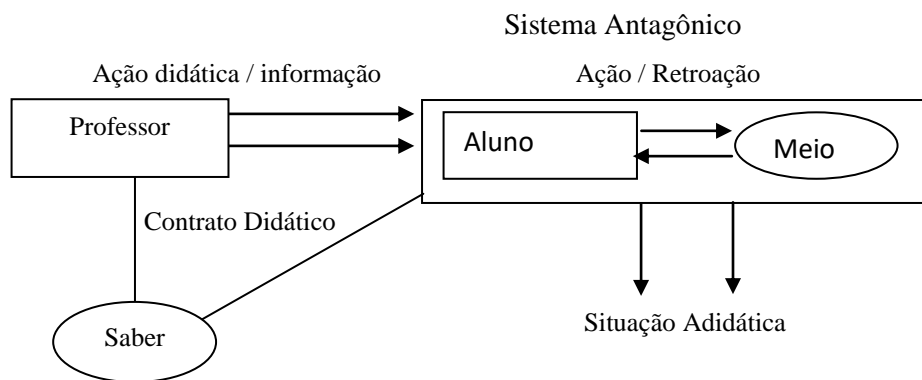
Além disso, conforme Brousseau (2008) a Modelagem da Situação Didática quando se refere às interações sociocognitivas presentes no triângulo didático (o professor, o aluno e o saber em jogo) recebem o “*milieu*” como um componente “novo”, que pode interagir no âmbito da relação didática. Segundo Almouloud (2007, p.32), essas interações existentes

entre o aluno, o saber e o *milieu* são possíveis a partir de situações didáticas e/ou situações adidáticas.

Visando sistematizar essas ideias, fizemos uma adaptação do triângulo didático e o *milieu* proposto por Brousseau, acrescentamos a presença do contrato didático coordenando os elementos integrantes da relação didática, bem como propusemos a representação de um conjunto envolvendo as interações do aluno com o meio (as ações e retroações podem surgir), com isso, por meio desse sistema, temos a caracterização da situação adidática.

Deste modo, acompanharemos essas conexões existentes entre os conceitos abordados por meio da figura 4.

Figura 4 - O triângulo das situações e o *milieu* (meio)



Fonte: Adaptado de Brousseau (2008, p. 54).

Para conferir a primeira ilustração que representa a interação entre os elementos apresentados por Brousseau, recomendamos retornar ao capítulo anterior, sobre as decisões didáticas, pois nele apresentamos a Figura 1 - O triângulo das situações e o *milieu* (meio), sem modificações, na página 23 deste trabalho. Vale lembrar que o *modelo dos níveis da atividade do professor* foi apresentado, no campo da Didática da Matemática, por Margolinas (2002, 2005) e é fundamentado essencialmente na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau, tendo, portanto, um foco central nas interações que se estabelecem entre a relação didática (composta pelo professor, seus alunos e um saber em jogo) e o *milieu*.

Além disso, conforme Margolinas (2002) e Lima (2011), podemos considerar que a própria estruturação do meio serviu como a principal base teórica para a construção do modelo para análise da tomada de decisão docente. Portanto, o *milieu* aparece ao longo do

nosso trabalho como sendo um ponto de encontro fundamental entre o contrato didático e as decisões didáticas.

Por outro lado, retomando as articulações propostas na figura 4, segundo Brousseau (1986) o meio representa a criação de um subsistema antagônico que faz o aluno se tornar um sujeito autônomo na construção do saber matemático. Além disso, ele coloca que o meio deve ser organizado para a aprendizagem em uma interação feita de desequilíbrios, assimilações e acomodações. Isso acaba permitindo que o aluno faça algumas reflexões importantes sobre suas ações e retroações.

Nesse sentido, de acordo com o estudo apresentado por de Jonnaert e Borghet (2002), estamos diante de uma situação que lembra bastante a do construtivismo de Piaget, pois nessa perspectiva o sujeito aprende organizando o seu mundo ao mesmo tempo em que se organiza por meio dos processos de adaptação, de assimilação e de acomodação.

Dessa forma, a teoria piagetiana, denominada na literatura como "epistemologia genética", propõe o conceito de que o professor não ensina, porém arranja modos de a própria criança descobrir. Ou seja, nessa perspectiva o que ocorre é a criação de situações-problema para o desenvolvimento cognitivo, que por sua vez é construído por meio da passagem de um estágio de desequilíbrio, que naturalmente pode gerar conflitos, para um estágio de equilíbrio, que condiciona uma das formas de obtenção de um conhecimento novo.

Vale ressaltar que diante das situações propostas na sala de aula, que de certa forma acabam compondo um ambiente propício à realização das interações, pode haver algumas desigualdades notáveis, porém elas serão utilizadas como fonte impulsionadora para o surgimento de possíveis “negociações”, pois, de acordo com Sarrazy (1995), a “incerteza” que pode ocorrer nas situações a partir da proposta realizada pelo professor, que é o sujeito responsável por gerir a situação, termina produzindo um envolvimento maior dos participantes no jogo didático e isso pode de fato ampliar as possibilidades para encontrar as respostas referentes ao problema.

Entretanto, destacamos que Almeida (2016), ao concluir a discussão teórica em seu estudo, propõe que podemos observar que o ato de aprender não consiste apenas em cumprir ordens e seguir as regras do professor nem tampouco em copiar apenas as soluções dos problemas que foram propostos em sala de aula. Para o pesquisador citado, o aluno, durante sua participação no jogo didático, deve concordar em se envolver na busca pela resolução do problema, mesmo que ele não tenha o conhecimento necessário para resolvê-lo. Assim, para um melhor entendimento da importância do aluno nessa dinâmica, Almeida (2016) afirma que:

Esse é precisamente o desafio da relação didática, estabelecido pelo professor por meio da situação didática. O aluno, ao se envolver nessa situação, deverá produzir seus próprios conhecimentos em um *processo autônomo*, particular com a *situação*. (ALMEIDA, 2016, p. 43)

Nessa perspectiva, a partir das construções de pesquisadores como Sarrazy (1995) e Almeida (2016), podemos, então, pensar as relações contratuais de uma forma bastante provocativa bem como reflexiva, ou seja, essa concepção constituída aponta que **para a aprendizagem ocorrer implica que o aluno recuse o contrato e aceite resolver o problema**. Deste modo, para uma melhor reflexão sobre essa proposição, podemos pensar a partir de Brousseau (1986) que coloca a seguinte afirmação: “A aprendizagem vai repousar, não sobre o funcionamento do contrato, mas sobre suas rupturas” (BROUSSEAU, 1986), nessa perspectiva, a aprendizagem do aluno está ligada a uma ruptura do contrato didático, neste caso, é possível que o aluno “recuse” o contrato (em algum momento ele deixa de aderir a uma negociação), por outro lado, destacamos que nesse contexto pode ocorrer a concretização de uma situação de “devolução”, pois o aluno aceita a responsabilidade do problema.

Em relação às situações didáticas, para Sarrazy (1995), temos a incerteza como a grande aliada de uma situação a ser explorada em sala de aula, isto é, nesse contexto o professor “transfere” a responsabilidade da aprendizagem ao aluno que, por sua vez, interage com o meio, ocasionando um momento especial da prática pedagógica, chamado na literatura de didático. Nesses momentos, a incerteza proporciona o despertar do interesse do aluno em participar do jogo, gerando assim um ambiente propício ao surgimento da reflexão sobre seus resultados encontrados, bem como sobre suas ações futuras.

Nesse sentido, de acordo com Borba (2018) o professor se coloca de forma intencional ao “recusar-se” a ensinar, a priori, tirando sua responsabilidade com a aprendizagem do aluno, e repassando-a para ele. No entanto, segundo a pesquisadora citada, para ocorrer essa devolução o aluno precisa aceitar a renúncia do professor e tomar para si a responsabilidade de aprender, deste modo, a devolução didática é apresentada como um tipo de renúncia voluntária ou proposital. Vale lembrar que no caso da situação não caminhar dessa maneira, ou seja, assumindo essas características, a função de ensinar retorna, naturalmente, para o professor.

Em relação às negociações do contrato e ao processo de devolução, diante de uma situação didática, os pesquisadores Jonnaert e Borght (2002) afirmam que a devolução deve ser uma regra explícita do contrato didático. Por outro lado, o aluno precisa ter de alguma

forma, uma motivação para entrar no jogo da devolução no interior da relação didática. No entanto, os pesquisadores ressaltam que não há como o aluno se antecipar ao momento em que ocorrerá uma possível renúncia.

Segundo os conceitos estabelecidos na literatura por Brousseau (1986) e analisados por Figueroa e Almouloud (2018), podemos constatar que o contrato didático é um fenômeno que promove uma negociação entre professor e aluno no decorrer de uma situação didática, sendo que na maioria das vezes isso tende a ocorrer de forma implícita, ou seja, ela pode não ficar exposta para ambos, entretanto, as negociações podem possibilitar a regulação das expectativas recíprocas sobre o saber em jogo.

Portanto, entendemos que a noção de contrato didático ficou representada na literatura como um dos elementos centrais nas discussões envolvendo a Teoria das Situações Didáticas (TSD) proposta por Brousseau, bem como revolucionou a maneira de olhar o funcionamento didático no campo educacional. Deste modo, percebemos, de maneira geral, que o movimento interacionista e a sociologia das organizações foram concepções que serviram como fortes inspirações para a construção da noção de contrato didático, uma vez que elas retrataram uma busca pela melhoria da aprendizagem da matemática, rompendo perspectivas dominantes que estavam sendo executadas na área da didática.

Assim, vamos acompanhar a perspectiva, a seguir, que aborda o surgimento de alguns olhares profundos sobre o contrato didático, os quais promoveram interpretações distintas sobre a construção da sua noção e, ao mesmo tempo, foram extremamente pertinentes nas reflexões sobre o processo de ensino-aprendizagem da matemática na literatura, formando com isso o *culturalismo didático*.

3.3 O CULTURALISMO DIDÁTICO

A partir dos movimentos apresentados anteriormente (o interacionismo e a sociologia das organizações), no campo da Didática, chegamos ao culturalismo didático, que é uma perspectiva que também contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento do conceito de contrato didático.

Nesse sentido, após o movimento interacionista apresentado por Sarrazy (1995), a Didática da Matemática, por meio de Brousseau (1980), discute os aspectos voltados para o

“culturalismo didático”. Este movimento representou, na Didática da Matemática, um momento de grande relevância para a busca de um melhor entendimento das relações contratuais, pois sua consolidação na literatura contribuiu fortemente para a compreensão das possíveis maneiras de desenvolver interpretações sobre o contrato didático.

A formação de alguns hábitos encontrados na sala de aula surge, naturalmente, a partir da prática do professor e tendem a possibilitar ao aluno identificar sua participação nas atividades didáticas propostas. Por meio desse contexto, de acordo com Bessot (2003), podemos entender o contrato didático como um condicionador das exigências habituais do professor sobre uma situação particular. Nesse sentido, ressaltamos o aspecto culturalista do contrato didático, caracterizado por padrões gerados na ação do professor que se repetem no decorrer da prática de ensino.

Para Almeida (2016), o aspecto culturalista do contrato didático além de aparecer como um mecanismo gerador de contrato, também diz respeito às repetições de hábitos específicos do professor. Nessa direção, observamos que tal aspecto ficou constatado por Sarrazy (1995, p. 93) quando afirmou que o docente os “reproduz, conscientemente ou não, de forma repetitiva na sua prática de ensino”. Logo, é possível sugerir que os resultados encontrados por meio das atividades didáticas que são ofertadas aos alunos dependem em grande escala das ações repetidas pelo professor.

A partir dessas primeiras interpretações voltadas para o contrato didático, baseados em Sarrazy (1995) e Almeida (2016), percebemos que o fenômeno contratual pode aparecer como o produto de um modo específico de comunicação didática, ou seja, por meio das repetições em larga escala, podemos observar que ele está ligado principalmente à epistemologia do professor.

Por outro lado, o contrato didático também se apresenta como um fenômeno que se assemelha ao sistema de expectativa entre o aluno e o professor. Nessa perspectiva, do ponto de vista da aprendizagem do educando, diante da sua posição no contrato vigente na sala de aula, destacamos a colocação de Brousseau (1986) de que a aprendizagem vai repousar, não sobre o funcionamento do contrato, mas sobre suas rupturas.

Continuando nessa direção, Almeida (2016) segue a perspectiva apresentada, pois também afirma que a aprendizagem está ligada à ruptura do contrato didático, isto é, “o ato de aprender implica para o aluno recusar o contrato (recusar uma negociação), mas, aceitar a responsabilidade do problema, o que caracteriza uma situação de devolução.” (ALMEIDA, 2016, p. 49). Além disso, ressaltamos que, diante da relação didática, a ruptura pode ser provocada também pelo professor.

Por fim, visando estabelecer um olhar atento para as rupturas do contrato didático, podemos refletir que elas aparecem como as principais ferramentas na dinâmica de uma relação didática, ou seja, elas tendem a impactar as formas de interação entre os sujeitos, servindo como um “combustível” para o contrato didático que, por sua vez, gerencia o triângulo didático. Dessa forma, convergimos para o pensamento de Jonnaert; Borght, (2002), quando eles afirmam que: “se o contrato didático é a turbina da relação didática, essa turbina é alimentada essencialmente pelas rupturas de contrato” (JONNAERT; BORGHT, 2002, p. 194).

Então, seguindo esse pensamento, a aprendizagem não seria mais considerada como o resultado da satisfação das condições estabelecida entre os parceiros da relação didática, as quais ocorrem em grande parte de forma implícita, por meio do cumprimento das condições impostas pelo contrato didático encontrado em uma determinada sala de aula. Por outro lado, podemos refletir que ela estaria ligada aos momentos que as rupturas do contrato didático ocorrem.

No decorrer das situações didáticas, o momento da devolução pode aparecer como um componente especial na interação do sujeito com o *milieu*, por outro lado, pode também surgir um processo denominado como “contra devolução”. Assim, retomando as ideias de Sarrazy (1995), a característica principal da devolução é a aceitação dos alunos das responsabilidades contratuais de gerenciar as situações propostas, ou seja, assumindo a responsabilidade da aprendizagem.

Entretanto, pode ocorrer um movimento contrário, isto é, os alunos podem romper com o contrato didático, e com isso acabam não participando da forma esperada, então, o professor se vê obrigado a tomar para si essa responsabilidade adaptando a situação. Logo, podemos concluir que um processo de contra devolução pode ser motivado pelas rupturas do contrato didático (SARRAZY, 1995).

Por fim, diante dos aspectos discutidos neste tópico, propomos uma consideração baseada também nos estudos de Brousseau (1985, 2008), de que o contrato didático existe, sempre, independente se for identificado ou não. Nesse sentido, além dele aparecer como um pilar fundamental para o entendimento das relações didáticas presentes na sala de aula, pode também representar um elemento de grande significado no processo de construção da aprendizagem do educando, mantendo uma ligação estreita com outros conceitos propostos pela Didática da Matemática. Deste modo, percebemos a relevância das investigações que buscam aprofundar cada interpretação pertencente ao contrato didático, refletindo sobre suas características enquanto fenômeno didático.

Nessa direção, podemos apontar que o contrato didático é uma ferramenta essencial nas relações envolvendo as situações didáticas, diante das situações adidáticas, bem como durante o processo de devolução. Portanto, percebemos que a constituição da noção do contrato didático passa pela forma de conexão entre os principais elementos da Teoria das Situações Didáticas.

Uma das características mais marcantes do fenômeno contratual idealizado por Guy Brousseau é, sem dúvida, sua natureza predominantemente implícita. Acreditamos que isso acaba dificultando bastante sua compreensão no contexto escolar. Portanto, para facilitar a identificação e promover um melhor entendimento do contrato didático, vamos apresentar, a seguir, uma discussão acerca da sua relação com o implícito.

3.4 O CONTRATO DIDÁTICO E SUA RELAÇÃO COM O IMPLÍCITO

Partiremos do princípio de que ninguém *faz* o contrato didático. A relação didática é, por excelência, contratual. No momento em que é instituída uma divisão de responsabilidade, que são definidos papéis a serem cumpridos, negociações em torno do saber a ser ensinado e aprendido, o jogo do contrato didático se constitui.

Uma característica marcante do contrato didático é o fato de todo seu funcionamento ocorrer na maioria das vezes de forma implícita. Isso pode acabar dificultando a identificação do contrato didático vigente, bem como pode gerar conflitos para tentativas de buscar compreender com profundidade o ambiente educacional, que carrega um notável grau de complexidade, especificamente, em relação às situações de ensino-aprendizagem na sala de aula.

Brousseau (2008) além de apontar que as regras do contrato didático são na maioria das vezes implícitas, também destaca que o conhecimento será justamente o que resolverá as crises surgidas nos momentos de rupturas dos acordos envolvendo os elementos humanos (professor-alunos) da tríade didática. Assim, podemos considerar que a sala de aula carrega, em vários momentos, uma predominância dos comportamentos implícitos esperados pelos sujeitos participantes, isto é, os momentos em que é externada alguma condição contratual podem acontecer de forma pontual, ou nem ocorrer durante a realização de uma aula. Por isso,

destacamos que a compreensão do contrato didático vigente e suas características podem promover um entendimento melhor do ambiente escolar.

Vale ressaltar que o fenômeno contratual, proposto por Brousseau, apresenta características próprias, como destaca D'Amore (2007), o contrato didático é uma realidade em processo evolutivo, que acaba acompanhando a história existente em uma determinada sala de aula. Ou seja, os eventos que surgem a partir da dinâmica contida no contrato didático são imprevisíveis e particulares, inerentes à relação entre os elementos participantes. Sobre tais eventos, podemos considerar como representantes principais o próprio surgimento de um contrato, suas rupturas e negociações.

De acordo com as ideias de Jonnaert (1994), o contrato didático exige de cada um dos pares a elaboração de uma zona de encontro entre eles, criando, assim, um espaço de diálogo. Além disso, esse pesquisador afirma que a manutenção do contrato didático pode representar um sistema fechado e imutável que ocorre enquanto os participantes procurarem manter seus comportamentos esperados. Após qualquer mudança no comportamento de algum elemento humano, tal sistema passa a ser repensado.

Conforme Almeida (2016), diferentemente do que se pode imaginar, a partir de uma leitura mais superficial sobre a ideia de contrato didático, o *bom contrato* não é aquele que permanece inalterado, e que tem em seu bojo regras rígidas e inalteráveis. Muitas vezes, é justamente na negação do contrato, na ruptura das regras negociadas, que se dão os grandes saltos de aprendizagem. Aprender é, em certo sentido, negar o contrato, superá-lo.

A partir dos estudos de Jonnaert (1994) destacaremos três elementos essenciais presentes no contrato didático, que estão na esteira de sua instituição: a ideia de divisão de responsabilidades; a consideração do implícito e a relação ao saber:

A divisão das responsabilidades: A relação didática não está sob o controle exclusivo do professor, ou seja, a responsabilidade do aluno é levada em consideração, assim ele deverá aceitar seu ofício de aluno para saber aprender. Esta ideia da divisão das responsabilidades é importante para compreender nosso propósito relativo à ideia de devolução didática.

A consideração do implícito: A relação didática funciona tanto, senão mais, sob o “não dito” do que sob as regras formuladas explicitamente. Tal natureza implícita suscita pensarmos sobre as questões ligadas à subjetividade do professor e do aluno, às marcas de outros contratos já vivenciados, as condições e restrições que se estabelecem na instituição de uma relação didática.

A relação ao saber: Consiste em tomar em consideração a relação que cada um dos participantes mantém com o saber, que tem um caráter fortemente implícito e dificilmente identificado, mas que vai dizer, em larga medida, como as relações contratuais serão estabelecidas. O contrato didático deverá então ter em conta a assimetria entre os parceiros dessa relação: professor e aluno ocupam lugares diferentes e têm papéis bem distintos na relação didática.

Então, a partir da discussão apresentada nesse tópico, observamos que a relação com o implícito é uma característica fundamental do contrato didático. Além disso, acreditamos que no decorrer de uma aula a relação didática, condicionada pelo contrato implícito, gera uma ligação particular entre o professor e seus alunos diante do saber, ou seja, representando um universo único.

Conforme discutimos reiteradamente nos parágrafos anteriores, as regras do contrato são predominantemente implícitas. Segundo Jonnaert (1996), as regras, por serem em sua maioria implícitas, podem gerar conflitos na relação didática, quando transgredidas.

Assim sendo, quando os elementos humanos, o professor e seus alunos ou professor e um aluno da turma, entram em desacordo no cumprimento do seu papel em relação ao saber em jogo, torna-se inevitável, bem como necessário, rever as condições do contrato didático vigente, e, com isso, surge uma “nova” negociação que servirá para direcionar o comportamento dos integrantes da relação didática, dando novas características ao fenômeno contratual para haver o avanço do aprendizado.

Nesta mesma direção, Brito Menezes (2006) destaca que as regras numa relação contratual, embora possam ser duradouras, não são absolutamente estáveis e perenes, ou seja, ao longo do processo de ensino e aprendizagem, umas são abandonadas e outras são geradas. A pesquisadora também destaca que isso implica dizer que o contrato didático passa por um processo contínuo de negociação e renegociação; e que a cada novo saber ou novo grupo de alunos em jogo, um novo contrato se estabelece.

Diante desse processo de transgressão, é necessário um cuidado minucioso com a renegociação do “novo” contrato ou com as novas cláusulas, pois, segundo Silva (1999), o processo de readaptação às novas regras de comportamento entre os envolvidos podem gerar algumas dificuldades.

O que propusemos acima, a partir da visão dos diversos pesquisadores, aponta para a ideia de que o *bom contrato* não é, necessariamente, aquele cujas regras são aceitas plenamente e onde não haja rupturas. Ao contrário, conforme Almeida (2016) são as rupturas

e renegociações que possibilitam o avanço do ensino. Dito de forma direta: é preciso que o contrato seja rompido para que se dê a aprendizagem.

Nessa perspectiva, Brousseau (1986) observa que o mais importante não é tentar explicar a totalidade das regras que constituem o contrato didático e, sim, delinear alguns de seus possíveis pontos de ruptura.

Nos próximos parágrafos, vamos pontuar algumas ideias sobre outro tipo de contrato existente na sala de aula. Contudo, ressaltamos que o foco principal deste estudo, acerca dos fenômenos contratuais, é de fato somente o contrato didático. Assim, nossa pretensão será apresentar brevemente o conceito e algumas características relevantes de outro tipo de contrato, no sentido de externar as diferenças entre eles, para assim fortalecer ainda mais o entendimento sobre o próprio contrato didático.

Em seguida, apresentaremos os principais conceitos elaborados por Brousseau voltados para as ações “perversas” geradas a partir do contrato didático, isto é, as ideias referentes aos efeitos de contrato, contudo, ressaltamos que esses aspectos também não representam o foco fundamental da nossa pesquisa (nossa ênfase está na relação estabelecida entre as decisões didáticas e o contrato didático), porém acreditamos que seja interessante registrá-los, uma vez que tais efeitos do contrato didático têm uma forte abrangência durante as aulas, bem como nas expectativas que as antecedem, diante da preparação do planejamento da aula (Nível +1 da atividade docente).

3.4.1 O contrato pedagógico

No campo de pesquisas da Didática da Matemática podemos encontrar outro tipo de fenômeno contratual. Nesse sentido, destacamos que Filoux (1974) apresentou e discutiu o conceito do contrato pedagógico. A pesquisadora descreve a ideia de *contrato pedagógico* buscando definir alguns tipos de relações entre professor e alunos, tendo em vista um contrato geral, que atende mais o aspecto social que o cognitivo, diferentemente dos estudos sobre o contrato didático, discutido por Brousseau (1986), que visam manter um elo com o saber que está em jogo. Também vale ressaltar que esse contrato é em parte explicitado, mas também pode apresentar um caráter implícito. Com isso, acreditamos que seja necessário trazer para

nosso estudo esta reflexão sobre as características desse tipo de contrato, para mostrar suas diferenças e semelhanças em relação ao contrato didático.

Nesse sentido, no ambiente escolar existe uma considerável predominância das relações de poder. Essa ideia, também discutida por Filloux (1974), aborda a noção de Contrato Pedagógico, destacando a inconveniência de predominar indevidamente, no sistema didático, uma “certa” superioridade do professor em relação à posição do aluno. Ou seja, o contrato pedagógico traz relações de poder cujas negociações em determinados momentos podem ser realizadas de forma implícitas, pois já estão previamente estabelecidas no contrato institucional, que já tem definido a atuação do professor e as participações dos alunos durante o processo educacional.

Segundo Brito Menezes (2006), o contrato pedagógico é em parte explícito e em parte implícito. A ele subjaz a concepção que um professor tem do que é ensinar e do que é aprender. E, aqui, compreende-se ensinar e aprender no sentido *intransitivo*: não se refere a ensinar e aprender *aquela saber específico* (como no contrato didático), mas ensinar e aprender no *sentido lato*.

Sobre as relações entre o contrato didático e o pedagógico, Almeida (2016), discute que as diferenças entre ambos podem ser caracterizadas a partir da entrada do saber na relação entre professor e aluno, pois, se no pedagógico eram apenas dois, no didático são três: o professor, o aluno e o saber matemático. Assim sendo, para esse pesquisador, o saber matemático é que caracteriza a mudança do pedagógico para o didático.

Deste modo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) afirmam que “O contrato pedagógico estabelece a forma de acompanhamento das atividades, a organização do espaço da classe, a distribuição do tempo em sala de aula, os momentos de trabalho em grupo, etc.” (BRASIL, 1996, p. 82). Então, no Contrato Pedagógico, fica determinado o papel do professor e dos alunos, que representam os elementos humanos da situação didática, não existindo articulações com o saber em jogo, objeto essencial no processo de ensino-aprendizagem.

Portanto, o professor e os alunos, durante a passagem pelo processo educacional, mantêm um grande número de regras e de adaptações. Por outro lado, suas posturas nem sempre se relacionam, necessariamente, com o conhecimento. Assim, quando o saber não está em jogo, o contrato fica sem o terceiro elemento da relação didática, pois se baseia, essencialmente, na relação humana do triângulo didático, isto é, na interação estabelecida entre professor-aluno. Esse tipo de contrato é chamado na Didática da Matemática de contrato pedagógico.

3.4.2 Os Efeitos do Contrato Didático

A partir da discussão realizada sobre o contrato didático, podemos destacar o surgimento dos seus *efeitos*, considerados na literatura como efeitos “*perversos*” do contrato didático. Eles foram discutidos inicialmente por Brousseau (1986, 1990) e retomados, em diversos momentos, por outros pesquisadores.

Os efeitos do contrato didático podem ser identificados já no próprio cumprimento da relação didática, diante das expectativas que os parceiros têm uns com os outros. Então, começaremos destacando o “fenômeno de expectativas” denominado como *Efeito Pigmalião*. Segundo Brousseau (1986, 1996), esse efeito está relacionado a um fenômeno que não pode ser evitado, pois a relação contratual carrega, naturalmente, expectativas entre os parceiros, elemento central do contrato didático. Para Brito Menezes (2006), esse efeito não pode ser incluído entre os outros por não ser um efeito *perverso*, propriamente.

Conforme Henry (1991), a origem desse nome está ligada a história do Rei lendário de Chipre, Pigmalião, que se apaixonou por uma estátua que ele mesmo havia esculpido. Ele consegue que a Deusa Afrodite dê vida à estátua e casa-se com ela. Esse mito ilustra bem o que os psicólogos educacionais chamam de fenômeno das expectativas.

No contexto educacional, o fenômeno das expectativas pode mostrar que o fracasso ou o sucesso dos alunos dependem da expectativa que os professores têm deles. Ou seja, o professor pode limitar suas cobranças à medida que acredita na incapacidade do aluno. Por outro lado, o aluno também pode limitar seus interesses e suas participações nas atividades propostas, em sala de aula, à imagem de si próprio que os professores lhe atribuíram.

Por exemplo, quando o professor encontra, em seu caminho profissional, jovens que são considerados alunos exemplares (através de fatores como comportamento, participação, dedicação, entre outros), a tendência é que ele apresente uma expectativa positiva diante de sua tomada de decisões, que pode acabar influenciando de forma significativa a relação contratual com esse aluno específico. Isso remete ao que Schubauer-Leoni (1988) chamou de contrato diferencial.

Schubauer-Leoni (1988) apresentou aspectos relevantes em suas pesquisas acerca do contrato diferencial. Nessa direção, ela observou que o professor não estabelece o contrato da mesma forma com cada grupo de alunos ou com cada aluno de um mesmo grupo. Brito Menezes (2006, p. 55) afirma que “A maneira como este contrato se delineia está intimamente relacionada às representações que o professor constrói de seus alunos”.

Tendo como base os estudos de Guy Brousseau, idealizador da noção de contrato didático e dos efeitos do contrato didático, Henry (1991), destaca que a primeira cena da célebre peça “Topázio”, de Marcel Pagnol, ilustra um dos processos fundamentais da origem de um importante efeito: Topázio faz um ditado com um mau aluno. Não podendo aceitar uma quantidade grande de erros muito grosseiros, e não podendo também dar diretamente a ortografia da palavra, ele “sugere” a resposta, dissimulando-a sob codificações didáticas cada vez mais transparentes. O problema é completamente modificado, assim diante das falhas repetidas, Topázio mendiga uma marca de adesão e negocia por baixo as condições nas quais o aluno terminará por colocar a resposta correta. Pode-se adivinhar que poderia continuar exigindo que o aluno recite a regra, fazendo-o depois copiá-la durante um determinado número de vezes.

Nessa perspectiva, o professor emite “códigos” e “sinais”, e sua turma acaba compreendendo. Assim, o aluno termina escrevendo as palavras de forma correta, seguindo as pistas dadas pelo professor, no entanto, sem a compreensão necessária do conhecimento que está em jogo. Então, quando um aluno encontra uma dificuldade, o *efeito* Topázio consiste, de uma maneira ou de outra, em superar essa dificuldade em seu lugar, dessa forma, o professor termina assumindo e executando a realização essencial do trabalho.

De acordo com Brousseau (1986), o *efeito* Topázio significa que a resposta do estudante em sala de aula é geralmente mais ou menos pré-determinada, e o professor negocia as condições em que serão produzidas, e que vai dar-lhe significado. Assim, o professor tenta garantir que esse significado seja tão importante e preciso quanto possível, e para isso acaba oferecendo as perguntas mais abertas. Um exemplo destacado por Brousseau em relação ao efeito Topázio, é que o professor simplifica sua tarefa, certificando-se que o aluno recebe a resposta lendo suas perguntas banais, e não por uma verdadeira atividade matemática específica.

Brousseau (1986) descreve que o resultado de uma degeneração do efeito Topázio é chamado de *efeito Jourdain*. Ele nomeia esse efeito pela analogia feita a uma cena de um romance francês (*Bourgeois Gentilhomme*), que envolve Jourdain e um professor de filosofia. Dessa forma, a falta de controle pedagógico da situação faz com que o professor reconheça uma resposta ingênua do aluno como expressão de um conhecimento escolar válido. Um comportamento do aluno, entendido como normal, é interpretado pelo professor como uma manifestação de um grande conhecimento. Assim, não se trata apenas de uma antecipação do professor em responder algo para o aluno.

Conforme Henry (1991) o efeito Jourdain permite que se evite a aprendizagem desse conhecimento que se acredita ter sido aprendido, cada elemento dessa relação didática (professor-aluno) fica satisfeito em conseguir se “safar”, ou seja, terminar escapando de suas responsabilidades em relação ao saber. Além disso, ele acredita que existe aí uma ruptura de contrato da parte do professor e isso termina por desviar a aprendizagem do conhecimento visado.

Em relação às características do efeito Jourdain, podemos destacar a seguinte situação: quando um professor de matemática afirma que seu aluno tem o conhecimento necessário sobre os conteúdos da matemática financeira (porcentagem, juros simples, juros compostos, dentre outros), apenas pelo fato desse aluno ter relatado, na sala de aula, que economizou ao fazer compras na padaria. “Assim, esse efeito está ligado à realização de atividades cotidianas dos educandos, bem como um conhecimento usual, sendo atribuído a um importante valor de conhecimento científico” (SILVA, 2016, p. 40). Então, percebemos que tal episódio pode representar o surgimento desse efeito de contrato didático.

Brousseau (1986) afirma que o *efeito Jourdain* é uma forma de efeito Topázio, isto é, para evitar um debate de conhecimentos com o aluno e, possivelmente, um fracasso, o professor concorda em aceitar como prova de conhecimento ou abordagem autêntica, uma produção ou um comportamento dos alunos que são de fato apenas respostas com causas banais dessa forma inúteis e às vezes sem sentido.

O *Deslize metacognitivo* pode acontecer quando o professor adota uma técnica, baseada em suas experiências ou senso comum, que acredita ser útil para resolver um problema. Entretanto, perdendo de vista o verdadeiro conhecimento a ser desenvolvido no processo de ensino-aprendizagem.

Nesta perspectiva, esse efeito mostra que se o professor substituir o discurso científico por um discurso essencialmente ligado às suas próprias concepções e ao seu conhecimento do cotidiano, ele pode promover um deslize metacognitivo. Vale destacar que essa substituição de um objeto de ensino por outro pode acontecer frequentemente durante a prática docente. De acordo com Brousseau (2008), esse efeito não deve ser considerado pelo professor como um “erro didático”, desde que seja temporário e não volte a acontecer.

Na sala de aula, é comum a utilização das metáforas no ensino da matemática para explicar e/ou relacionar com o saber científico, mas, quando há exageros, pode acarretar problemas. Assim sendo, o *uso abusivo de Analogia* é também um efeito relacionado aos fenômenos didáticos discutidos por Brousseau (1986).

Esse efeito se caracteriza por substituir o estudo de uma noção complexa do conhecimento científico pelo estudo de uma analogia que acaba afastando do objeto de estudo. Segundo Silva (2016), esse efeito banaliza o saber científico e escolar, através do abuso das metáforas que podem levar à limitação do conceito em questão.

Brousseau (1986) destaca que embora a analogia venha a ser um excelente meio heurístico, quando realizada adequadamente por quem a utiliza, pode, de maneira fácil, produzir o efeito “Topázio”. Por outro lado, caso a aprendizagem inicial não se concretize, é necessário oportunizar um novo momento de aprendizagem, e as metáforas são sempre úteis para ajudar na compreensão, assim sendo, a analogia é considerada também uma prática natural no ensino. No entanto, a atenção deve estar voltada para o uso da analogia quando feito de forma demasiada, o que pode limitar o conceito em questão.

3.5 O CONTRATO DIDÁTICO ENQUANTO CAMPO DE PESQUISA

A partir dos estudos apresentados por Brousseau (1985, 1990, 1996), na Didática da Matemática, ressaltamos que a noção de contrato didático tem motivado a realização de diversos estudos nas últimas décadas. Sob a ótica de algumas importantes pesquisas desenvolvidas na área, buscaremos expor uma reflexão sobre as propostas principais, bem como os resultados encontrados nessa área de conhecimento. Assim, apresentamos a seguir estudos que consideramos relevantes e que tiveram o contrato didático como elemento base em suas análises.

Inicialmente, destacamos a pesquisa de Brito Menezes (2006) que teve como foco a relação do contrato didático com outro fenômeno didático. Nesse sentido, a pesquisadora promoveu uma discussão acerca da inter-relação do Contrato Didático com a Transposição Didática. Por meio do saber matemático abordado no estudo, foi realizada uma investigação sobre a álgebra elementar desde a sua introdução até a iniciação dos alunos no trabalho com equações do 1º grau.

Em Brito Menezes (2006), os resultados apontaram para a existência de uma estreita relação entre o Contrato Didático e a Transposição Didática. Por fim, em seu estudo, a pesquisadora destacou que os efeitos do contrato didático aparecem estreitamente relacionados ao fenômeno de transposição didática, com isso, existindo momentos que podem

indicar a existência de certos efeitos de transposição, intimamente relacionados ao contrato didático.

Encontramos na literatura outro estudo que buscou relacionar fenômenos didáticos distintos, trata-se da pesquisa apresentada por Almeida (2016). Seu objetivo principal foi analisar as relações entre o contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita. O pesquisador destacou que no que se refere à relação entre o contrato didático e as tecnologias, foi observada a existência tanto de regras explícitas como implícitas nas aulas coletadas. Além disso, por meio das aulas dos dois professores participantes, o pesquisador afirmou que as negociações envolvendo o contrato didático em alguns momentos foram rompidas, precisando de uma renegociação.

Nessa perspectiva, na pesquisa de Almeida (2016), os resultados encontrados apontaram para um encontro entre o Contrato didático, as Organizações Matemáticas e as Organizações Didáticas que ocorreu na resolução das equações do segundo grau, segundo o pesquisador, quando o professor negocia regras de contrato e, essas, se confundem com a realização da técnica matemática. Dessa forma, um aspecto observado nessa pesquisa se refere à relação que existe entre as regras contratuais, as técnicas (Organizações Matemáticas) e a elaboração da técnica e trabalho da técnica (Organizações Didáticas). Segundo Almeida (2016, p. 295) “Essas inter-relações acontecem de forma simultânea e dinâmica, potencializado, no nosso entendimento, pela própria natureza do contrato didático”.

Ressaltamos que tanto a pesquisa de Brito Menezes (2006), como também a pesquisa de Almeida (2016), visaram estabelecer uma reflexão sobre a relação existente entre fenômenos distintos. Desta forma, com inspiração em ambos, tivemos uma possibilidade real de investigar uma possível relação do contrato didático com outro fenômeno didático, em nosso caso, objetivamos abordar as decisões didáticas por meio dos Níveis +1, 0, e -1 da atividade do professor.

Os diversos estudos sobre o contrato didático comprovaram sua abrangência durante todo o processo de ensino-aprendizagem de um saber em jogo. Avançando as discussões para o processo avaliativo. O estudo de Bessa de Menezes e Câmara dos Santos (2015) teve como objetivo identificar indícios da existência de um contrato exclusivo para a avaliação, o Contrato de Avaliação. Os pesquisadores recorreram aos conceitos de contrato didático de Brousseau e de transposição didática de Chevallard.

Na análise dos dados da pesquisa de Bessa de Menezes e Câmara dos Santos (2015), ficou evidenciado que o professor sinaliza o que será cobrado em suas avaliações por meio de “dicas” emitidas aos alunos. Os pesquisadores apresentaram os resultados obtidos no estudo

ressaltando que pode existir um contrato que é específico para a verificação da aprendizagem dos alunos, isto é, um tipo de contrato que se apresenta regularmente durante o período de avaliações. Por isso, conforme os pesquisadores, esse contrato não seria uma simples ruptura do contrato didático vigente.

Ainda sobre a presença do contrato didático na sala de aula, bem como acerca dos efeitos que podem surgir a partir do seu cumprimento, ressaltamos a pesquisa de Silva (2016) que teve como objetivo analisar os efeitos do Contrato Didático discutido por Guy Brousseau em uma sala de aula de matemática do Ensino Fundamental no conteúdo de geometria, nesse contexto, o saber matemático abordado nesse estudo foi circunferências e círculos. A metodologia adotada teve a realização de observação das aulas e o acompanhamento da abordagem de um professor de matemática com seus respectivos alunos diante do saber em jogo.

Os resultados apresentados na pesquisa de Silva (2016), por meio da análise dos dados, identificaram a existência de efeitos do contrato didático vigente. Segundo o pesquisador, os resultados indicaram a necessidade de reflexão sobre as relações estabelecidas no contrato didático e seus efeitos na sala de aula, pois ficaram evidenciados elementos que comprovaram o surgimento de efeitos com o cumprimento das regras de comportamento, regidas pelo contrato didático.

Portanto, ressaltamos que além dos estudos de Guy Brousseau, as pesquisas apresentadas por Brito Menezes (2006), Bessa de Menezes e Câmara dos Santos (2015), Almeida (2016) e Silva (2016) foram fundamentais para adotarmos o contrato didático como um dos fenômenos centrais estudados na nossa tese. Assim, a seguir, vamos acompanhar como o contrato didático vem sendo abordado atualmente no campo de pesquisas.

3.5.1 Pesquisas atuais envolvendo o contrato didático

Atualmente, o campo de pesquisas da Didática da Matemática tem revelado o contrato didático de Guy Brousseau como um tema cada vez mais abrangente e fundamental para a compreensão do ambiente escolar, em especial a sala de aula. Nesse sentido, podemos observar, a partir dos periódicos publicados nos últimos anos nesse campo de conhecimento, que a quantidade de pesquisas que adotaram o contrato didático como fonte principal em seus

referenciais teóricos se mantêm de forma constante, inclusive com algumas pesquisas atingindo outras áreas de conhecimento como a Física, a Química, a Biologia, bem como em áreas afins como a Estatística.

Outra característica crescente envolvendo as investigações sobre o contrato didático, em relação à realização dos percursos metodológicos e as análises dos dados, são os diversos níveis educacionais, sejam no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e/ou no Ensino Superior. Portanto, percebemos que se trata de um fenômeno didático bastante significativo, uma vez que mesmo consolidado com o passar do tempo, ainda desperta bastante interesse de diversos pesquisadores.

Nessa perspectiva, como exemplo de investigação abordando o contrato didático no Ensino Superior, porém, não ocorrendo necessariamente na licenciatura em matemática, destacamos o estudo realizado por Nóbrega e Da Rocha Falcão (2019), que buscou investigar aspectos presentes na estruturação da sala de aula de uma disciplina de Estatística ministrada em um curso de Psicologia, sob a ótica do contrato didático. Nessa direção, para essa pesquisa, eles utilizaram o contrato didático como seu caminho teórico, ressaltando a referência que tal fenômeno didático pode apresentar na relação didática:

ao eleger o contrato didático como “lente” através da qual se vai olhar as dificuldades de ensino-aprendizagem, o contexto de sala de aula deixa de ser um fator externo e passa a ser um componente de destaque no processo ensino-aprendizagem. (NÓBREGA E DA ROCHA FALCÃO, 2019, p. 1171).

Deste modo, a pesquisa de Nóbrega e Da Rocha Falcão (2019) buscou identificar, por meio do contrato didático, aspectos que pudessem estar relacionados às dificuldades do processo ensino-aprendizagem. Foram usados como recursos metodológicos os registros audiovisuais das aulas analisadas e também a realização de entrevistas com as professoras das disciplinas envolvidas. Dentre os principais resultados encontrados, o estudo apontou diversos fatores de diferenciação entre as duas disciplinas investigadas, entre eles a dinâmica de funcionamento das aulas e o sistema de avaliação.

Encontramos na literatura a pesquisa de Borba (2018), que além de ser bastante atual também carrega o contrato didático como seu foco teórico. Pois o objetivo principal da sua investigação foi propor uma tipologia de contrato didático, considerando elementos da didática, da psicanálise e da relação ao saber do professor de matemática, no contexto da sala de aula de matemática. Ressaltamos que o trabalho desenvolvido pela pesquisadora foi voltado para o ensino superior.

O estudo de Borba (2018) apresentou como resultado principal a existência de diferentes tipos de contrato presentes na sala de aula, subordinados à relação ao saber matemático do professor, às representações acerca dos alunos, e as questões inerentes à intersubjetividade que se configura no cenário didático.

Deste modo, percebemos que a sala de aula pode representar um espaço bastante complexo em diferentes aspectos, com isso é possível observar que o processo de ensino e da aprendizagem de um determinado saber em jogo ocorre diante de um ambiente desafiador para os elementos constitutivos da relação didática.

Outra pesquisa recente na Didática da Matemática, envolvendo o contrato didático, foi proposta por Eloi e Andrade (2020). O trabalho citado teve por objetivo desenvolver discussões sobre um novo tipo de contrato, que os pesquisadores denominaram como o “Contrato Didático Potencial”. Vale ressaltar que, segundo os pesquisadores, esse tipo de contrato não se encontra, originalmente, definido na área da Didática da Matemática, sendo que a apresentação da sua definição foi uma contribuição do estudo realizado.

Ainda com base em Eloi e Andrade (2020), segundo a proposição desse olhar para o contrato didático, os resultados apontaram para enaltecer a relevância das discussões acerca da noção do Contrato Didático Potencial, visando à compreensão de possíveis influências do Livro Didático nas negociações estabelecidas sob a ótica da relação didática. Deste modo, os elementos de Contrato Potencial são as expectativas, regras explícitas potenciais, regras implícitas potenciais, indícios de rupturas e indícios de efeitos de contrato.

Para finalizar, destacamos o estudo apresentado por Figueroa e Almouloud (2018). O objetivo principal do trabalho, desses pesquisadores, foi apresentar a importância de uma determinada análise do ponto de vista da Teoria das Situações Didáticas a fim de obter a compreensão dos fenômenos de ensino, as interações *milieu*, saber, aluno e professor. Os pesquisadores também buscaram entender a prática do professor, incluindo suas escolhas, bem como as suas decisões, elementos do contrato didático.

Dentre as principais conclusões expostas por Figueroa e Almouloud (2018), destacamos o questionamento levantado em relação ao contrato didático, assim sendo, o estudo apontou que o modelo de interação aluno, saber, professor e *milieu* pode apresentar uma ruptura do contrato, em relação a este tipo de interação. Outro resultado discutido pelos pesquisadores surgiu a partir de uma aula analisada, na qual ocorreu um tipo de negociação do contrato para desenvolver uma atividade inserida em um contexto. Com isso, eles enfatizaram que é importante refletir sobre os efeitos do contrato didático.

Fazendo um paralelo com nosso estudo, iremos apresentar uma perspectiva de que as interações entre professor, aluno, saber e *milieu* ocorrem, fundamentalmente, nos Níveis (+1, 0, -1) sob a regência do contrato didático vigente, assim teremos um olhar direcionado para as decisões didáticas tomadas em tais situações, para isso vamos considerar as possíveis rupturas e negociações contratuais que podem ocorrer.

Além disso, ressaltamos que o outro centro analítico da nossa pesquisa estará voltado para os momentos que surgem as ações e retroações ocasionadas pela interação entre o aluno e o *milieu*, pois neles a situação passa a ser denominada como adidática, ficando assim estabelecida no Nível -1 da atividade do professor.

Portanto, os resultados apresentados nas pesquisas envolvendo o contrato didático como temática central para composição das análises realizadas, seja relacionando com outros fenômenos didáticos, explorando suas características ou aprofundando sua noção, revelaram concepções interessantes que fortalecem ainda mais as hipóteses levantadas inicialmente em nosso estudo.

Nesse sentido, tendo em vista o nosso foco na análise das inter-relações entre duas noções, destacamos que as discussões propostas nessas pesquisas possibilitaram o surgimento de articulações envolvendo fenômenos didáticos distintos, como por exemplo, o Contrato Didático e a Transposição Didática, bem como o Contrato Didático e as Organizações Matemáticas e Didáticas (conceitos pertencentes à TAD). Além disso, observamos o desenvolvimento de reflexões sobre novas variações conceituais baseadas na noção de contrato didático, por exemplo, o Contrato de Avaliação, a tipologia de contrato didático, dentre outros.

Consideramos também que as pesquisas apresentadas neste tópico, inspiraram as construções teóricas propostas em nosso trabalho, porque entendemos que seus resultados contribuem para seguirmos em busca dos nossos objetivos que estão voltados para desenvolver uma compreensão de forma detalhada sobre como são estabelecidas as conexões entre o fenômeno contratual e a tomada de decisão do professor, para isso elaboramos alguns esquemas teóricos que serão discutidos a seguir.

Continuando nossa fundamentação, no próximo capítulo, vamos apresentar uma discussão teórica envolvendo as decisões didáticas e o contrato didático, pois acreditamos que pode existir uma relação estreita entre ambos em determinados Níveis da atividade do professor.

4 AS RELAÇÕES ENTRE AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO

O capítulo ora proposto pode ser entendido tanto como um capítulo de cunho teórico, quanto como o resultado central do nosso estudo: a nossa Tese. Visando a construção deste estudo, partimos inicialmente da hipótese de que existe uma relação entre as decisões didáticas e o contrato didático nos Níveis (+1, 0, -1) durante a atividade docente. Também acreditamos que as decisões didáticas do professor podem interferir, de forma contundente, no contrato a ser negociado com os alunos. Por fim, temos a hipótese de que o contrato didático pode atuar durante as decisões tomadas pelo professor no momento em que ele fica diante das escolhas possíveis que surgem, em determinados momentos, no decorrer do seu exercício profissional.

Nessa perspectiva, esse tópico se refere a uma primeira articulação, de base teórica, sobre as relações entre as decisões didáticas e o contrato didático, objeto de nossa tese. Tais questões serão investigadas mais a fundo no estudo empírico por nós proposto. Todavia, algumas incursões teóricas já podem ser realizadas, com base nas discussões dos diversos pesquisadores que investigaram ambas as temáticas, bem como pelos estudos que são encontrados acerca de um e de outro campo teórico.

No presente trabalho, acompanhamos anteriormente uma discussão realizada sobre as decisões didáticas, por meio dela, pudemos perceber as atividades habituais do professor que são realizadas em ambientes distintos, ou seja, sua atuação dentro e fora da sala de aula, na etapa de planejamento e de execução da aula. Com base nessas discussões desenvolvemos um olhar direcionado para todas as fases da tomada de decisão desse profissional. Vale ressaltar que tais decisões ocorrem de forma momentânea e em diferentes Níveis. Assim sendo, chegamos a essas considerações tendo como referência o modelo teórico da atividade do professor, proposto por Margolinas (2002, 2005).

Verificamos que o Nível 0 corresponde aos momentos de interação real (direta) entre os elementos humanos da relação didática, quando eles têm como foco um saber explorado na sala de aula. Assim, essa fase da atividade representa um momento importante para o professor tomar suas microdecisões didáticas. Desse modo, acreditamos fortemente que nesse Nível da atividade docente, a tomada de decisão tem uma ligação relevante com o contrato didático, uma vez que aponta para a interação mais direta entre os sujeitos envolvidos na sala de aula.

Nessa perspectiva, no terceiro capítulo deste estudo, percebemos o papel de destaque do contrato didático na área de conhecimento abordada, tivemos como base principal os estudos de Guy Brousseau, apresentados na literatura, bem como as contribuições de diversos pesquisadores como Schubauer-Leoni (1988), Henry (1991), Jonnaert (1994), Sarrazy (1995), dentre outros, que avançaram a discussão envolvendo a noção desse fenômeno. Assim, no campo da Didática da Matemática, no que se refere ao ambiente escolar, observamos a predominância da realização de investigações com foco na relação didática presente na sala de aula, local onde emerge o contrato didático. Uma vez que o fenômeno contratual é responsável por coordenar tal relação.

Percebemos, por meio de Brousseau (1986, 1990, 2008), que o contrato didático é idealizado como um elemento relevante, praticamente central, da Teoria das Situações Didáticas. Ele representa a regra do jogo, que confere a dinamicidade da relação didática, ou seja, é por meio do contrato que os comportamentos dos sujeitos participantes de tal relação são coordenados.

Assim sendo, acreditamos que, no Nível 0, no momento da interação na sala de aula, a atuação do professor pode ser modificada pelas regras do contrato didático negociadas com sua turma, na medida em que estiver diante das escolhas possíveis. Desse modo, conforme indicamos inicialmente neste capítulo, temos a hipótese de que a tomada de decisão do docente pode ter uma relação estreita com tal contrato, ou seja, condicionada ao perfil encontrado na sala de aula. De maneira complementar, as decisões do professor afetarão sobremaneira o contrato a ser negociado com os alunos.

Além disso, o Nível +1, momento que representa o planejamento da aula, pode apresentar uma relação com as expectativas do professor em relação à sua turma (é possível que também ocorra no Nível 0, pois a divisão de responsabilidades no momento da negociação, na sala de aula, também passa pelas expectativas).

Embora Brousseau postule que o contrato didático se estabelece quando a tríade professor-aluno-saber efetivamente é instituída, podemos pensar, como já foi proposto por Brito Menezes (2006) e Almeida (2016) que o contrato já existe, ao menos *em semente*, quando o professor planeja a aula para alunos que, embora não sejam ainda concretos, já existem em suas expectativas, inclusive a partir de experiências de contratos didáticos anteriormente vividos. Almeida (2016) chama isso de “núcleo duro do contrato”, além disso, é possível pensar na existência de uma espécie de culturalismo didático, algo que o professor viveu na sua formação básica e inicial. Nesse contexto, ele tende a carregar essas marcas de contratos didáticos que já foram vivenciados em outros momentos.

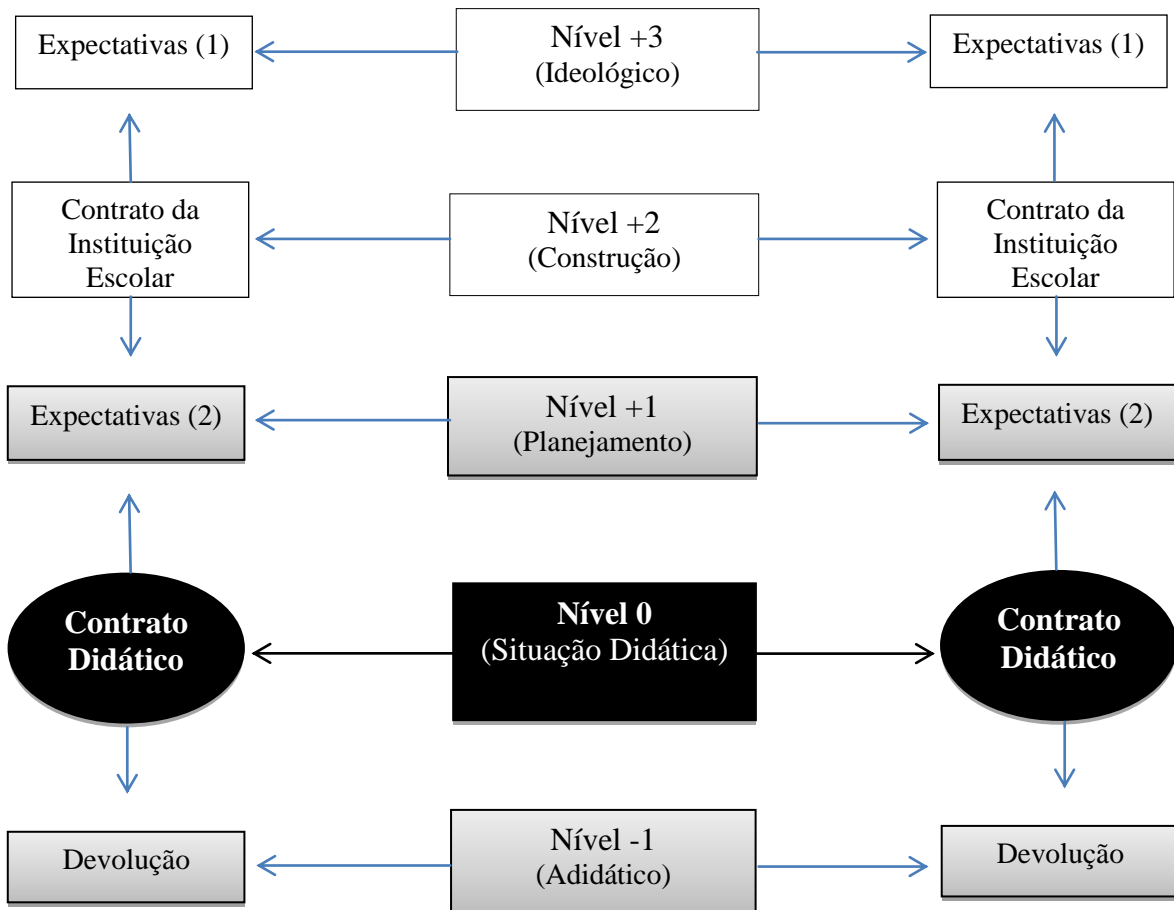
Já no Nível -1, a expectativa do professor pode ser revelada no momento adidático, assim sendo, quando o discente interagir com a atividade proposta, o professor assumirá a posição de observador. Isso nos remete ao que Brousseau (1996) chamou de devolução didática, aquele momento em que o aluno toma para si a responsabilidade frente ao saber e assume a tarefa como sua.

Neste momento, faremos uma reflexão sobre as possíveis relações existentes entre as decisões didáticas e o contrato didático. Para tanto, tomamos como base a figura 5, a seguir, para estruturar nossa reflexão sobre as conexões estabelecidas entre o momento da tomada de decisão do professor, em diferentes níveis da sua atividade, e outros fenômenos presentes, em especial, o contrato didático.

Construímos a figura 5 visando esquematizar nossas reflexões acerca da relação de proximidade que pode existir entre as noções estudadas em nossa tese. Assim, acreditamos que elas se encontram em determinadas fases, ou seja, a partir da representação dos fenômenos didáticos predominantes em cada Nível da atividade do professor, que remetem, em nossa concepção, a uma conexão entre as decisões didáticas a serem tomadas e o contrato existente.

Diante desses fatores, propomos nesta tese um esquema teórico que serve como base para analisar a forma que podem ocorrer tais relações entre os fenômenos didáticos investigados. Deste modo, conforme a estrutura apresentada na figura 5, observamos que as inter-relações podem ocorrer em momentos decisoriais distintos durante a atividade do professor (Ideológico / Construção / Planejamento / Situação Didática / Adidático). Vejamos a figura a seguir:

Figura 5 - As relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Inicialmente, a partir das informações que apresentamos na figura 5, destacamos que as Expectativas (1) representam o momento que o professor carrega suas reflexões sobre a educação de forma ampla (global), pois durante sua vivência acadêmica e profissional ele acaba construindo ideias por meio de estudos envolvendo temáticas voltadas para o ensino e a aprendizagem. Isto é, o docente carrega suas expectativas mais gerais sem necessariamente especificar uma determinada instituição de ensino. Essas expectativas estão ligadas ao caráter ideológico localizado no Nível +3 da atividade do professor, nível também considerado como noosférico, caracterizado pela atividade do professor diante da sua reflexão ampla sobre o ensino da matemática.

Observamos no modelo teórico de Margolinas (2002) que o Nível +2 é o momento de *construção*. Nesse nível a atividade do professor é organizar o ensino de um conteúdo matemático, de forma geral, ligado a uma determinada instituição escolar, que por sua vez

normalmente carrega suas exigências particulares em relação aos programas adotados, horários bem como as regras de convivência entre docentes, discentes e funcionários. Para tal, o professor mobiliza conhecimentos relativos à situação de ensino e de aprendizagem, que nos remete à ideia de um contrato institucional, tal qual abordado na literatura por Brito Menezes (2006) e Almeida (2016).

Entendemos que as instituições de ensino produzem um “certo” condicionamento na atividade dos elementos envolvidos, isso tende a influenciar o professor e os alunos que acabam se comportando sob o regimento de um contrato institucional. Nesse sentido, Almeida (2016, p. 93) afirma que: “em toda instituição existem os mecanismos próprios que a definem, e estes são considerados como regras que dão vida às instituições.” Então, no Nível +2, as decisões didáticas do professor geralmente mantêm uma ligação com o contrato que carrega as regras gerais de uma determinada instituição (ressaltamos que nesse caso não é o contrato didático).

Sobre esse contrato que remete a uma instituição escolar, Chevallard, Bosch e Gascón (2001) discutem que cada instituição de ensino tende a apresentar uma determinada organização, estabelecendo os horários, programação curricular e extracurricular (realização de eventos), infraestrutura própria, dentre outros. Tendo como finalidade a formação escolar do aluno e a preparação para o mercado de trabalho. Deste modo, conforme os pesquisadores citados, o ambiente escolar é, por natureza, contratual.

Em relação a esse contrato da instituição escolar, vale ressaltar um possível elo envolvendo os fatores decisoriais do tipo externo, que representam as Restrições Genéricas e as Restrições circunstanciais, mencionados por Bessot (2018, 2019). Conforme discutimos no capítulo referente às decisões didática, ambas as restrições são extremamente determinantes para as decisões do professor, pois elas estão em uma escala superior à sala de aula, dessa forma, é bastante comum essas restrições ficarem também acima da tomada de decisão do professor.

As Expectativas (2), destacadas por nós na figura 5, mantém uma relação com o Nível +1, considerado o *planejamento*. Nesse momento do modelo teórico de Margolinas (2002), o professor constrói o planejamento da aula, carregando suas expectativas sobre os alunos e as atividades a serem propostas. Além das expectativas também podemos identificar alguns elementos relativos à divisão de responsabilidade. Ao planejar a aula, o professor já pensa naquilo que lhe caberá e no que caberá ao aluno; se o docente conseguir promover uma situação que faça o aluno aceitar a tarefa como sua e entrar na devolução didática, quando for o caso, então pode haver o surgimento de uma situação adidática.

Vale destacar que o professor observa um cenário futuro, tanto sobre o conhecimento do aluno quanto sobre as dificuldades de aprendizagem em relação ao conteúdo trabalhado em sala de aula. Consideramos que isso representa as Expectativas (2), que ilustramos na figura 5. Então, quando o professor prepara a aula, geralmente busca antecipar o que pode acontecer quando estiver de fato em interação com os alunos da sua turma. A preparação da aula é, em certo sentido, uma *antecipação* do contrato didático. Tal caracterização, conforme já mencionamos, remete à ideia de núcleo duro de contrato didático, bem como ao que Sarrazy (1995) propõe sobre culturalismo didático, construído a partir das marcas de contratos didáticos anteriores, conforme Almeida (2016).

O Nível 0 do modelo da atividade do professor apresentado por Margolinas (2002) remete ao momento da situação didática, sendo caracterizado pela ação do professor na sala de aula, durante a interação real entre o professor e seus alunos diante de um saber em jogo. Portanto, acreditamos que esse talvez seja o Nível em que haja uma relação mais estreita entre a tomada de decisão do professor e o contrato didático, uma vez que este é o local primordial do contrato didático.

Nesse momento, o professor mobiliza conhecimentos que têm origem nas concepções que ele carrega sobre seus alunos e que vão subsidiar suas decisões mais imediatas, porém, acreditamos que tais decisões são condicionadas às regras do contrato didático que coordenam as ações na sala de aula.

Na Devolução, conforme nosso esquema teórico apresentado na figura 5, o professor observa a participação do aluno diante da situação proposta, dessa forma o docente tanto carrega suas expectativas em relação à interação entre o aluno e o meio, como também obtém resultados, com isso formando suas novas ideias para atividades futuras. Nas decisões didáticas, isso ocorre no Nível -1 que promovem conhecimentos que permitem ao docente distinguir no trabalho do aluno, verificando os possíveis erros bem como as dificuldades de aprendizagem que estão relacionadas com o saber em jogo. Logo, a Devolução está ligada ao Nível -1, considerado como o momento adidático, nele a validade dos resultados pode ocorrer por meio do contexto da situação de aprendizagem.

Além disso, acerca da relação da Devolução com o Nível adidático, vale ressaltar que nesse momento, o controle é da situação, ou seja, o surgimento do sistema antagônico no qual o sujeito age. Nessa perspectiva, quando o aluno se encontra diante de uma situação de aprendizagem para que este elabore conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta e faça-os funcionar ou modifique-os como resposta às exigências do meio, e não apenas porque deseja (BROUSSEAU, 1996, p. 49). Portanto, a partir da situação didática pode surgir o

momento que caracteriza a ligação entre a devolução e a situação adidática, localizado no Nível -1 da tomada de decisão do professor. Nesse momento da atividade, do ponto de vista do contrato didático, quando o professor toma alguma decisão existe uma ruptura, mesmo que consciente, por parte do docente.

Deste modo, acreditamos que as Expectativas (1), o Contrato Institucional, as Expectativas (2), o Contrato Didático e a Devolução mantêm, respectivamente, uma relação com cada um dos Níveis da tomada de decisão do professor (Níveis +3, +2, +1, 0 e -1). Além disso, destacamos que os fenômenos contratuais apresentados na figura 5 coexistem e mantêm um tipo de relação com seu respectivo Nível de decisão do professor. Por exemplo, acreditamos que a presença do contrato didático torna-se extremamente relevante para uma tomada de decisão, porém essencialmente durante a atividade desenvolvida em seu Nível correspondente, isto é, no momento decisional referente à situação didática (Nível 0), apesar da sua influência maior ou menor nos outros Níveis mais próximos.

Portanto, com base no objeto central do nosso estudo, que foi destacado por meio da figura 5, apresentamos, a seguir, um olhar para a relação entre as decisões didáticas e o contrato didático nos Níveis (+1, 0, -1) da atividade do professor. Depois disso, para concluir este tópico, vamos direcionar nossa atenção para as relações existentes na interação real entre professor, aluno e o saber em jogo, isto é, na situação didática (S0), em especial para o *milieu*, porque consideramos sua presença como sendo o ponto de encontro entre as decisões didáticas vinculadas ao Nível 0 e o contrato didático.

4.1 AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO: ANALISANDO SUAS RELAÇÕES NOS NÍVEIS (+1, 0, -1)

A partir das discussões apresentadas anteriormente, vamos aprofundar nosso olhar para os níveis decisoriais essenciais para a construção da nossa investigação. Nesse sentido, podemos considerar que as decisões didáticas e o contrato didático mantêm uma relação de proximidade, fundamentalmente, no Nível 0 da atividade do professor, uma vez que nessa fase esses fenômenos têm uma conexão por meio das interações estabelecidas na sala de aula. Percebemos também que existe uma participação do contrato didático tanto no nível de planejamento de aula (Nível +1), como no momento adidático (Nível -1), que também são

considerados como estruturas importantes nas etapas presentes no modelo teórico de Margolinas (2002).

Além disso, quando fazemos uma reflexão sobre a parte referente ao fenômeno contratual proposto por Guy Brousseau, podemos destacar que na literatura vigente foram apresentados diversos estudos ao longo dos anos que revelaram algumas construções históricas e epistemológicas que serviram de base para buscarmos uma melhor compreensão do contrato didático no ambiente educacional.

Deste modo, temos a impressão de que o fenômeno contratual não está totalmente contemplado apenas por meio da observação da dinâmica existente na sala de aula, mas também pelas marcas dos elementos que antecedem as aulas, como também em relação às reflexões sobre as situações didáticas futuras.

Deste modo, vamos acompanhar, a seguir, de que forma podemos refletir sobre como a participação do contrato didático ocorre diante das decisões tomadas durante o Nível +1 da atividade docente.

4.1.1 As Decisões Didáticas e o Contrato Didático no Nível +1

Tomando como base teórica o esquema que propomos neste trabalho, que visa verificar as relações entre os fenômenos didáticos investigados, bem como ancorados nas discussões promovidas até o momento, constatamos que durante o Nível +1 o professor faz a elaboração do plano da próxima aula ou das aulas seguintes. Esta etapa decisional foi apresentada na literatura inicialmente por Margolinas (2002), e desta maneira denominada como a fase de planejamento. Nesse sentido, fica contemplado como um momento particular, reservado para que ele possa tomar suas decisões tendo em vista suas interações futuras com os alunos e o saber a ser ensinado.

Nesse momento da atividade docente, acreditamos que existe uma expectativa gerada a partir da experiência contratual construída pelo professor e os alunos da sua turma, à medida que também ocorre uma mobilização do professor em relação aos conhecimentos mais gerais tanto sobre o conhecimento do aluno quanto sobre as dificuldades de aprendizagem sobre um conteúdo específico estudado.

Outras características próprias da elaboração do planejamento, no Nível +1, podem ser representadas por aspectos como a definição dos principais objetivos de ensino, assim como

destaca Lima (2011), a escolha dos meios necessários, a organização das ações futuras em termos da escolha de problemas e dos recursos que o docente julga necessários para desenvolver a situação de ensino, determina o tempo necessário para vivenciá-la e organiza o trabalho dos alunos, por fim, tem a escolha dos instrumentos de avaliação.

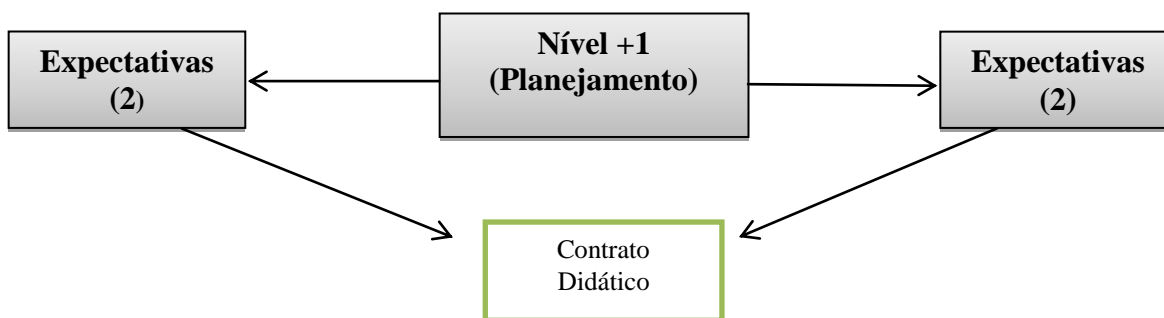
Deste modo, durante essa construção, o iminente encontro com um contrato didático em sala de aula, pode representar uma ligação bastante próxima com tais escolhas que são tomadas. Podemos refletir sobre a seguinte situação hipotética: o professor, no momento que precisa decidir sobre qual instrumento avaliativo utilizar, pode carregar pensamentos (memória) dos contratos didáticos passados em suas turmas já prevendo as próximas interações (resultados) nas aulas seguintes, assim a ligação entre a decisão didática tomada e as Expectativas (2) geradas a partir do contrato didático são evidenciadas, podendo manter uma inter-relação.

Para compreender melhor o surgimento desses fenômenos existentes nessa etapa apresentada, destacamos também os fatores decisoriais propostos por Bessot (2018, 2019), nesse sentido, acreditamos que no Nível +1 temos a presença dos fatores do tipo epistêmicos e principalmente do tipo história didática, pois nesse momento da atividade, o professor geralmente procura antecipar os acontecimentos que podem ocorrer na interação com os alunos durante as aulas futuras.

Nessa perspectiva, ressaltamos que a partir das experiências construídas nas aulas anteriores, o professor pode considerar determinados episódios vivenciados, assim como as regras contratuais negociadas com seus alunos, durante a elaboração das futuras aulas.

Deste modo, para identificar a relação das decisões didáticas que ocorrem no Nível +1 com as Expectativas (2) que surgem devido à iminente existência do contrato didático da turma visada, apresentamos como base a figura 6. Vale destacar que procuramos elaborar esse recorte a partir do esquema teórico proposto nesta tese, para assim especificar a possível inter-relação existente nessa fase decisoriais.

Figura 6 – Decisões Didáticas no Nível +1 e as Expectativas (2)



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Portanto, o Nível +1 é caracterizado pela atividade do professor que determina o cenário futuro das relações didáticas. Desta forma, com base na figura 6, percebemos que nesse momento que antecipa a realização de uma aula podemos encontrar uma ligação estreita entre as Expectativas (2) e as decisões didáticas tomadas nesta etapa.

Em relação ao contrato didático, na figura 6, ele aparece apenas para referenciar o surgimento das Expectativas (2), tendo em vista que o professor carrega suas vivências em contratos passados e constrói expectativas visando às situações futuras na sala de aula. Deste modo, no próximo nível decisional, durante a realização da aula, é possível encontrar de fato o surgimento e a abrangência do contrato didático.

A seguir, vamos aprofundar nosso olhar para as interações presentes no Nível 0 da atividade docente.

4.1.2 As Decisões Didáticas e o Contrato Didático no Nível 0

Observamos na discussão teórica desta pesquisa que o ponto fundamental da nossa reflexão está voltado para as relações existentes no Nível 0 da atividade docente, conforme as características do nosso objeto de estudo. Por meio deste momento da atuação profissional do professor, encontramos tanto o surgimento e a manifestação mais abrangente do contrato didático, bem como a tomada de decisão do professor na ação, isto é, em contato direto com os educandos e o saber visado.

Segundo Brousseau (1986), o contrato didático é o fenômeno didático responsável pela coordenação geral da situação didática, ele foi denominado por esse pesquisador como sendo a “*regra do jogo*”, para nós o elemento central nas interações existentes em busca do saber que está sendo abordado. Além disso, na literatura, outros pesquisadores contribuíram com essa corrente de pensamento ao desenvolverem seus estudos, destacamos os estudos de Sarrazy (1995), Brito Menezes (2006), Almeida (2016), Silva (2016), Figueroa e Almouloud (2018) e Borba (2018) que o consideraram um fenômeno de enorme abrangência, bem como dominante nas relações existentes na sala de aula. Portanto, acreditamos que ele seja extremamente predominante no Nível 0.

Por outro lado, de acordo com Margolinas (2005), Espíndola e Trgalová (2015), Brassat (2017) e Bessot (2018, 2019), em relação às decisões didáticas, percebemos que as interações *reais* (o contato direto do professor com sua turma ou com um aluno específico) que ocorrem nas situações didáticas, representam um grande significado para a realização das investigações sobre a tomada de decisão, sendo assim podemos apontar que se trata de um nível decisional de bastante interesse dos pesquisadores.

Nesse sentido, em relação às microdecisões didáticas, conforme o estudo de Brassat (2017), é possível considerarmos que os aspectos referentes às decisões didáticas do professor em sala de aula podem ser apresentados como o foco central na tomada de decisão no Nível 0. Isto é, as ações docentes ficam constatadas, especificamente, pela análise da forma como o professor toma suas decisões didáticas em contato direto com um aluno específico ou diante de todos os alunos de uma determinada turma. Uma vez que ocorrem tais interações, envolvendo também o saber em jogo, inevitavelmente temos em vista a tomada de decisão estabelecendo uma relação contundente com o fenômeno contratual.

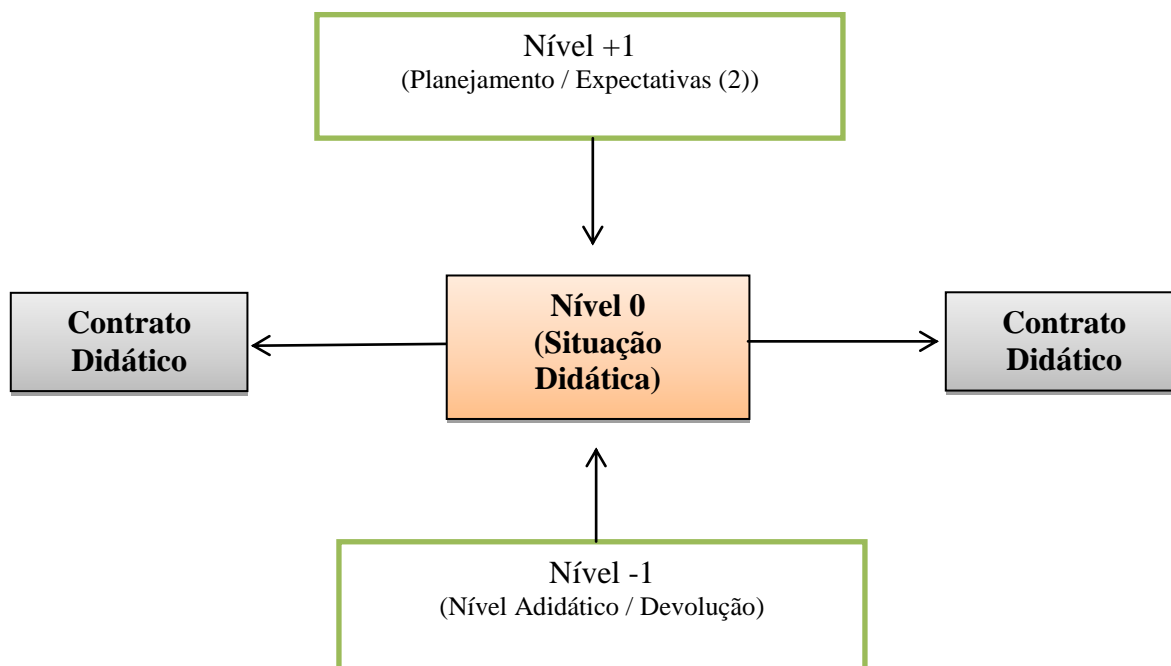
Sobre os fatores que são responsáveis pela condução dessas tomadas de decisão, destacamos os conceitos propostos por Bessot (2018, 2019), que abordam os fatores de decisão do professor distribuídos em três grandes categorias de fatores decisoriais. Como vimos no capítulo referente às decisões didáticas na fundamentação teórica desta tese, tais fatores são caracterizados pela pesquisadora como: fatores do tipo externo, fatores do tipo epistêmico e fatores do tipo história didática. Esses fatores serão nossa referência para verificar o processo de tomada de decisão do professor durante sua atuação nos Níveis (+1, 0, -1).

Então, considerando tanto a tomada de decisão do professor quanto o contrato didático encontrado na sala de aula, levaremos como referência a figura, a seguir, para analisar o núcleo fundamental do nosso modelo proposto que envolve a ligação entre os fenômenos

estudados. Desse modo, as informações apresentadas de forma sintetizada, revelam o momento que pretendemos analisar a interação real entre os sujeitos participantes da relação didática.

Vejamos, a seguir, a figura 7 elaborada com base no nosso esquema teórico de análise, que representa as relações estabelecidas entre as noções estudadas no Nível 0 da atividade do professor.

Figura 7 – Decisões Didáticas no Nível 0 e o Contrato Didático



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Segundo nossas considerações, por meio da figura 7, as decisões didáticas e o contrato didático estão intimamente ligados durante o Nível 0 da atividade docente. Nessa perspectiva, entendemos que a situação didática promove esse encontro inevitável entre tais fenômenos, bem como acreditamos na possibilidade de ser uma conexão íntima entre ambos, podendo até se tornar conflituosa apenas em situações específicas, por exemplo, algum momento de ruptura das regras contratuais diante de alguma decisão didática tomada, fazendo com que os fenômenos não fiquem, momentaneamente, de forma coordenada.

Outro fator relevante que também devemos considerar, ao investigarmos o Nível 0, é que podem haver condições específicas em uma sala de aula que estão acima das decisões didáticas do professor. Ou seja, seguindo as colocações de Bessot (2018), vale destacar que

podemos nos deparar com as restrições circunstanciais, que geralmente estão ligadas a outros níveis decisoriais, entretanto podem promover alguns acontecimentos imprevisíveis na sala de aula (S0), quando ocorre esse tipo de caso, isso pode acabar modificando o “tempo didático” das relações estabelecidas entre os elementos humanos. Assim, uma vez voltando às interações na tríade didática, os fenômenos se reestabelecem e seguem sua relação.

Dentre os fatores decisoriais apresentados por Bessot (2018, 2019), ressaltamos que os fatores do tipo história didática podem ser predominantes na tomada de decisão do professor durante os Níveis +1, 0 e -1, dessa forma podendo impactar a atividade decisória docente dentro e fora da sala de aula.

A seguir, continuando nossa reflexão sobre a atividade do professor, vamos fazer uma discussão acerca das decisões didáticas e do contrato didático durante o Nível Adidático, última fase da atividade do professor.

4.1.3 As Decisões Didáticas e o Contrato Didático no Nível -1

A etapa final do esquema teórico, apresentado nesta pesquisa, propõe que pode ser realizada uma análise das relações entre as decisões didáticas e o contrato didático no Nível -1, porque para entendermos melhor essa parte precisamos direcionar nosso olhar para as “ações dos alunos”. Dessa forma, durante o acompanhamento da abordagem do conteúdo em jogo, é possível que possam emergir possíveis dificuldades que são reveladas a partir do processo de resolução das atividades propostas.

Destacamos que no Nível -1, encontramos o momento que ocorre a observação do professor sobre como os alunos respondem as tarefas que são aplicadas no Nível 0. Seguindo nesse contexto, podem aparecer questionamentos que necessitam da seguinte verificação: *De que forma o professor toma suas microdecisões didáticas, e como se manifesta o contrato didático em tal processo?*

Ressaltamos inicialmente que, de acordo com Brousseau (1996), o professor precisa propor ao aluno uma situação de aprendizagem, assim ao primeiro contato, o discente pode elaborar conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, para em seguida fazer funcionar ou modificar tais conhecimentos como resposta às exigências do meio. Portanto, podemos observar que o aluno pode sair de uma aquisição pessoal, aparentemente já

satisfatória para ele, e acabar passando a utilizar e/ou interpretar os conhecimentos adquiridos em função do meio.

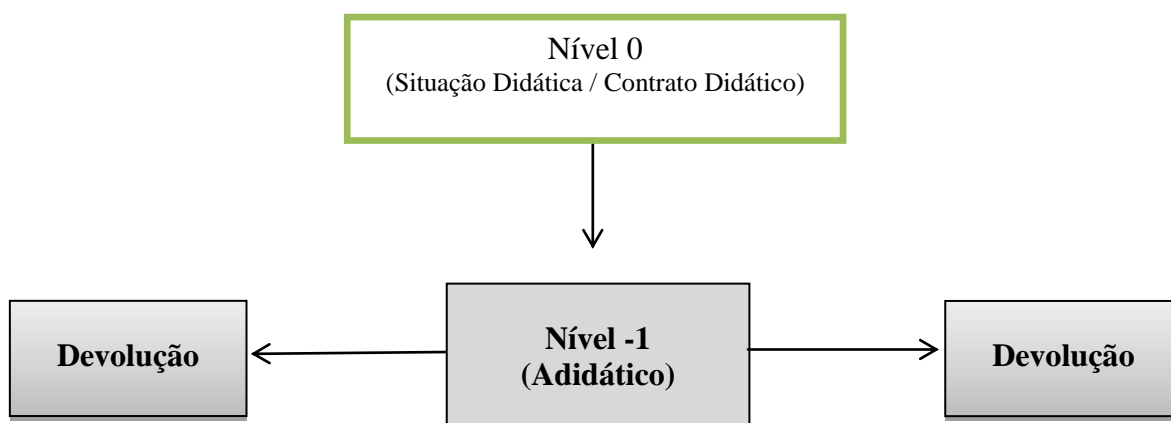
Nessa perspectiva, com base na relação estabelecida no esquema teórico deste trabalho, destacamos que por meio do Nível -1 (adidático) torna-se possível encontrar o caso da “devolução do problema”. Sobre a devolução, de acordo com Almeida (2016), é necessário que o professor desenvolva estratégias com a finalidade de fazer o outro jogador, nesse caso o aluno, apropriar-se de toda a história da situação adidática, que seria o próprio jogo, e responsabilizar-se por ela, para que a devolução se concretize.

Segundo Brousseau (1996), o processo de devolução precisa de uma indicação intencional do professor (informação, orientação, mediação, dentre outros), do ponto de vista didático, sendo necessário um menor “controle” explícito do professor, sempre que possível, porque o aluno tende a necessitar cada vez menos da ajuda do professor diante da situação proposta.

Deste modo, entendemos que, ao ser iniciado por meio de uma a situação didática, o processo de devolução depois de estabelecido fica indubitavelmente ligado ao Nível adidático. Conforme Brousseau (1996) apresenta, é a partir da situação didática que surge a situação de devolução e, posteriormente, a situação adidática.

Assim, temos uma figura 8 que elaboramos, a partir do esquema base deste estudo, para resumir as informações específicas que foram discutidas neste tópico.

Figura 8 – Decisões Didáticas no Nível -1 e o Contrato Didático



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Portanto, percebemos que tanto as relações das decisões didáticas com o contrato didático no Nível 0, como também as situações adidáticas com a devolução no Nível -1, apresentam o *milieu* (meio) um componente fundamental. Deste modo, a seguir, apresentamos uma discussão sobre esse elemento que funciona como elo de grande relevância entre os dois fenômenos estudados nesta pesquisa.

4.2 DECISÕES DIDÁTICAS, *MILIEU* E CONTRATO DIDÁTICO

Antes de entrarmos de fato na discussão envolvendo as decisões didáticas, o *milieu* e o contrato didático, ressaltamos que, no presente estudo, optamos por não fazer a tradução do termo *milieu* (embora já tenhamos colocado como representação do meio/ambiente visando uma melhor compreensão da discussão anterior), resolvemos deixar essa denominação em seu sentido original, o francês, conforme foi proposto por Brousseau, pois reconhecemos sua importância como suporte estrutural nas teorias estudadas em nosso trabalho, assim, entendemos que a utilização no formato original apresenta fielmente seu sentido primordial nas construções teóricas que foram surgindo na literatura.

No campo de estudo da Didática da Matemática, o *milieu* é um elemento central na Teoria das Situações Didáticas idealizada por Brousseau (1986). O *milieu* representa um ambiente propício à interação autônoma do educando, consiste em um sistema que promove o processo de assimilação, desequilíbrios e acomodação, nele as dificuldades e as contradições tendem a aparecer. Assim sendo, a partir desse pesquisador, pensando na sala de aula, podemos definir o *milieu* como o conjunto de condições geradas externamente dentro das quais um aluno se inquieta, se adapta, e se desenvolve.

Além disso, segundo Brousseau (1998) esse *milieu* é criado e organizado pelo professor com uma intencionalidade didática, tendo como seu principal objetivo favorecer a aprendizagem pelo aluno. Assim, com suas origens ancoradas na teoria piagetiana, essa teoria aponta que a partir da situação didática o aluno aprende pela interação proporcionada por uma situação adidática, com o *milieu* presente, funcionando como sistema antagonista do aluno interno à situação.

Conforme Almouloud (2007), embora o *milieu* (meio) seja um elemento fundamental para desenvolver a aprendizagem, devemos entender que ele, por si só, sem intenções

didáticas, é insuficiente para permitir a aquisição do conhecimento matemático desejado. “É necessária a presença do professor para criar e organizar um meio no qual serão desenvolvidas as situações favoráveis a essas aprendizagens” (ALMOULOUD, 2007, p.32). Assim, entendemos que a situação didática (S0) é fundamental para promover a interação entre o aluno e o meio, pois a partir dela temos a interação real entre os componentes fundamentais.

Nesse sentido, a partir dos estudos da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau e sua estrutura do *milieu* (meio), a pesquisadora Margolinas idealizou uma estrutura teórica que funciona como um modelo para aprofundar a reflexão sobre os Níveis de atuação do professor em momentos fundamentais da sua profissão. Assim sendo, a pesquisadora apresentou suas ideias no campo da Didática da Matemática, revelando uma teoria que permite especificar os diferentes momentos da tomada de decisão do professor, em cenários macro e micro que ocorrem tais decisões.

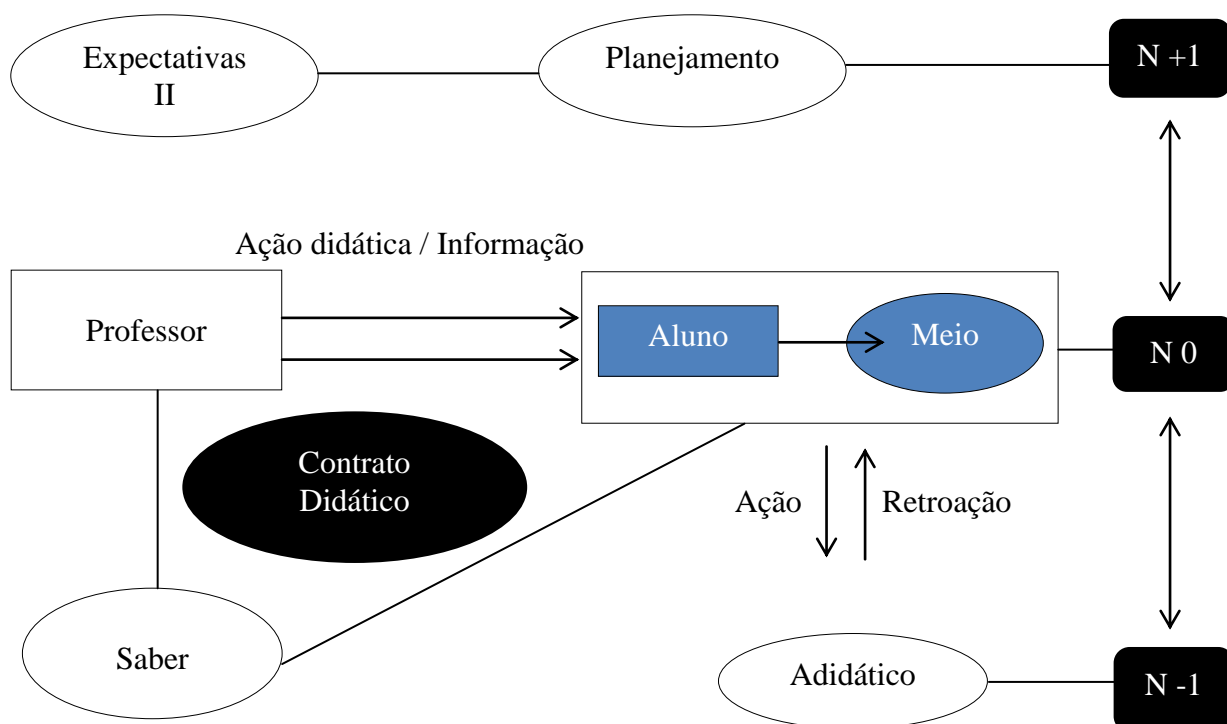
Margolinas (2002, 2005) propõe uma análise da atividade docente, a partir das posições P3 (noosférico), P2 (construtor) e P1 (projetor) no modelo de estruturação do meio, isto é, colocando destaque no papel do professor na relação didática. Na literatura, a estruturação do meio, apresentada pelo pesquisador Guy Brousseau, além de ter sido o ponto de partida dos estudos de Margolinas (2002) relativos ao seu modelo teórico, contribuiu com a identificação do encontro de: (M0, E0, P0 e S0), isto é, o momento que engloba o meio de aprendizagem, o aluno, o professor e a situação didática.

Além disso, ressaltamos que nessas fases apresentadas no modelo teórico, envolvendo o meio, o aluno e o professor, tem a relevante presença do contrato didático como gerenciador da situação didática (S0). Desse modo, as regras do contrato, que ocorrem na maioria das vezes implícitas, acabam coordenando o comportamento dos elementos humanos da relação didática, e assim, esse fenômeno didático pode ter uma influência bastante considerável nas decisões tomadas no decorrer de uma aula.

Nesta perspectiva, motivados pelas diversas inspirações que foram surgindo a partir das estruturas teóricas apresentadas na literatura por Brousseau (2008) e Margolinas (2002), propomos na presente tese um segundo modelo teórico, dessa vez apresentamos um olhar específico para as interações que podem ser estabelecidas nos Níveis (+1, 0, -1), nesse caso com a presença do *milieu*, com isso podemos ter um melhor entendimento sobre sua posição em relação ao contrato didático e à situação didática, bem como diante dos níveis da tomada de decisão do professor.

Buscamos representar uma síntese das nossas reflexões por meio da elaboração da figura 9 que destaca as relações que ocorrem entre as decisões didáticas e o contrato didático, principalmente, no Nível 0 (situação didática) do modelo da atividade do professor, tendo o *milieu* (meio) como elemento interno à situação, bem como essencial para o entendimento da conexão entre eles.

Figura 9 - As relações entre as decisões didáticas e o contrato didático por meio do *milieu*



Fonte: Adaptado do triângulo didático de Brousseau (2008) e do modelo dos Níveis da atividade do professor de Margolinas (2002).

A partir da construção apresentada, na figura 9, podemos observar que todas as interações que ocorrem na situação didática, no Nível 0 da atividade do professor, são regidas pelo contrato didático. Dessa forma, é possível refletir sobre a possibilidade de que a tomada de decisão, neste momento da atuação docente, pode variar de acordo com as características contratuais encontradas em cada relação didática.

Nessa perspectiva, acreditamos que nessa interação entre os sujeitos, o contrato didático coordena o comportamento do professor em relação à sua turma e com isso entendemos que quando o docente fica diante das escolhas possíveis, antes da tomada de

decisão, podem considerar fortemente as condições contratuais, peculiares do contrato encontrado na sala de aula.

Ainda com base na figura 9, percebemos que diante de um saber em jogo, o professor realiza a ação didática e as informações para o aluno, que por sua vez, interage com o meio. Essas interações entre os pilares do triângulo didático são regidas pelo contrato didático vigente que acaba regulando as interações dos elementos humanos frente ao saber abordado em sala de aula.

Esse fenômeno ocorre no momento em que o professor toma sua decisão no Nível 0, que representa a situação didática, podendo ainda ocasionar efeitos nas decisões nos Níveis (+1 e -1). Uma vez que, entendemos que as expectativas carregadas pelo docente tanto no planejamento (Nível +1) quanto nos momentos adidáticos (Nível -1) podem ter suas origens nas condições estabelecidas no contrato didático, com isso afetando de alguma forma a participação dos sujeitos envolvidos na relação didática.

De acordo com Brousseau (1986, 2008), a Modelagem da Situação Didática em relação às interações sociocognitivas adotou o “meio” (*milieu*) na literatura como sendo um novo componente na relação triangular (o professor, o aluno e o saber). Então, no Nível adidático (N -1), apresentado na figura 9, o meio permite criar um subsistema antagônico que faz o aluno se tornar um sujeito autônomo na construção do saber matemático, a partir das ações e retroações existentes na interação entre ambos.

Assim, levamos em consideração que as “ações” ocorrem na participação ativa do aluno com o meio em busca de respostas (sejam elas positivas ou negativas) e as “retroações” representam uma informação gerada a partir do meio. Conforme Bessot (2003), com a retroação, a informação é recebida pelo aluno como uma resposta para a sua ação, isso acaba proporcionando uma reflexão sobre a ação, bem como seus possíveis ajustes, dessa maneira fica composta a interação entre o aluno e o meio.

Portanto, acreditamos que o ponto de encontro entre as decisões didáticas do professor e o contrato didático que condiciona seu comportamento na situação didática, pode ocorrer através de um *milieu*, diante de uma determinada situação. Com base no que foi exposto, podemos concluir que o *milieu* é considerado um conceito central na Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (1986), assim como essa teoria (TSD) apresentou o contrato didático como elemento gerenciador das situações didáticas. Ressaltamos que as discussões envolvendo a Teoria das Situações Didáticas continuam sendo desenvolvidas por outros pesquisadores, fortalecendo o seu referencial teórico objetivando responder novas questões de pesquisa.

Além disso, encontramos a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a partir de Brousseau (1986), como sendo a base fundamental para o desenvolvimento dos estudos das decisões didáticas, propostos por Margolinas (2002, 2005), pois o modelo teórico dos Níveis da atividade do professor foi construído a partir da estruturação do meio, tendo como ênfase as posições do professor em tal estrutura teórica.

5 O SABER MATEMÁTICO: A ÁLGEBRA

A partir da História da Matemática, podemos considerar que a Álgebra constitui um dos grandes campos de conhecimento da Matemática. No Brasil, atualmente, ela tem um lugar de destaque no currículo da Educação Básica, presente nos programas do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Nesse sentido, mesmo diante de períodos de mudanças nos programas educacionais, como as recentes reformulações curriculares no Ensino Básico, apresentadas pela BNCC - Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), a Álgebra permanece incorporada na formação escolar dos alunos, propiciando o enfoque no desenvolvimento de competências já em funcionamento em forma de orientação para a maioria dos Estados e Municípios brasileiros.

Com isso, entendemos que deve haver uma constante reflexão sobre a realidade encontrada no ambiente escolar, bem como sobre os saberes algébricos e suas características, para assim avançar as discussões acerca dessa área de conhecimento, em especial, em relação ao ensino da Álgebra e ao pensamento algébrico.

Além disso, podemos constatar a importância da Álgebra, enquanto campo de estudo, devido ao enorme interesse dos pesquisadores no decorrer dos anos. Assim, destacamos algumas pesquisas que contribuíram fortemente para o avanço das discussões na Educação Matemática, como Brito Menezes (2006), Bessa de Menezes (2010), Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), Ponte, Branco e Matos (2009), Lins e Gimenez (1997), Usiskin (1995), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Araújo (2008), Ramos de Almeida (2017), Almeida (2016), Da Rocha Falcão (1997), dentre outros.

Portanto, neste capítulo, buscamos fazer uma reflexão sobre aspectos referentes ao desenvolvimento histórico da Álgebra, as diferentes perspectivas da Álgebra, o pensamento algébrico, bem como abordaremos um olhar voltado para a Álgebra escolar, discutindo visões sobre seu ensino.

A escolha por propor um capítulo sobre o saber algébrico diz respeito ao fato de que, tanto no que tange às decisões didáticas, quanto ao contrato didático, todas as “decisões” e “negociações” numa sala de aula, dão-se, fundamentalmente em torno de um saber, e da mudança da relação ao saber do aluno. Em virtude dessa compreensão, esse capítulo serve como base para o nosso estudo empírico, que se deu numa sala de aula cujo saber envolvido era o saber algébrico. Todavia, entendemos que as reflexões essenciais das relações que se

estabelecem entre as decisões didáticas e o contrato didático podem ser pensadas tomando qualquer Saber, inclusive de outros campos, para além da matemática.

5.1 BREVE HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

A álgebra contribuiu de forma fundamental para o desenvolvimento da matemática ao longo da história, desse modo, consideramos necessário para nosso estudo apresentar esta breve análise da sua trajetória histórica, para compreender melhor os aspectos referentes ao surgimento e ao desenvolvimento de conceitos matemáticos importantes. Destacamos também que temos o propósito de investigar características do saber matemático pensando na sua estruturação e exploração no ambiente escolar, isto é, no decorrer deste capítulo vamos direcionar nosso olhar para os temas centrais desta pesquisa, dentre eles temos o ensino de um conteúdo algébrico, por isso vamos observar de que forma esses conceitos são organizados, apresentados e trabalhados na escola.

Assim, de maneira geral, pretendemos entender as características do saber visado da nossa tese, bem como verificar de que forma esse conteúdo matemático se encontra organizado no currículo escolar. Nesse contexto, ressaltamos que não pretendemos fazer um resgate aprofundado da história da matemática, isso é, trazendo passagens de forma detalhada, porque nosso foco principal é buscar os elementos históricos desse campo de conhecimento que carrega o conteúdo matemático trabalhado na sala de aula, observando as ideias essenciais sobre tal saber.

Nessa direção, buscamos levantar alguns elementos da história da álgebra baseados em Lins e Gimenez (1997), Da Rocha Falcão (1997), Brito Menezes (2006), Araújo (2008) e Ponte, Branco e Matos (2009). De acordo com esses pesquisadores, em relação à história da matemática, podemos considerar que as origens da Álgebra estão ligadas à formalização e sistematização de certas técnicas de resolução de problemas que foram utilizadas em diversas civilizações antigas, como no Egito, na Babilônia e na Índia.

Uma característica que prevalece nesse campo de conhecimento é a construção histórica de uma linguagem própria. Nesse sentido, Araújo (2008) aponta que quando recorremos à história, esse estágio da linguagem algébrica pode ser encontrado já no ano 2000 a.C., período em que o povo egípcio sentiu necessidade da superação do número natural.

Além disso, um fato marcante é que nessa época aparecem as primeiras palavras, como, por exemplo, a palavra “*aha*”, que aparece no papiro de *Rhind* (século XVIII a.C.), para representar um número desconhecido.

Ainda conforme Araújo (2008), destacamos as relevantes contribuições de Diofante, filósofo grego, que durante o domínio da metafísica, aproximadamente no século III a.C., concebia o número como elemento fundamental do pensamento matemático. Nesse período, ele usou as letras para representar a “fluência” e determinou regras para abreviar potências, relações e operações.

Outras passagens históricas pertinentes foram registradas por papiros egípcios datados aproximadamente de 1700 a 1600 a.C., escritos por um sacerdote e que atualmente podem ser encontrados em um museu britânico. Segundo Brito Menezes (2006), eles representam os mais antigos documentos que podem ser considerados como se referindo a um conteúdo algébrico, denominadas como as TÁBUAS DE AHMES, que apresentam soluções para equações algébricas.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o termo “Álgebra” só surge alguns séculos mais tarde, com a realização de um trabalho do matemático árabe de al-Khwarizmi (790-840), para designar a operação de “transposição de termos”, o estudo no formato de manual proposto por ele é considerado como o primeiro manual em álgebra. Este manual foi escrito no século IX, com o título *Al-Kitab-al-muhtasar-fi-hisabal- d'jabra-l-muqabala*, que pode ter sua tradução literal como “O livro da concatenação e do equilíbrio”.

Deste modo, Da Rocha Falcão (1997) coloca que a álgebra poderia passar a ser considerada como um campo de conhecimento em que ela estaria direcionada à resolução de problemas cotidianos, bem como servindo como base para a realização de um trabalho teórico, podendo gerar “modelos algébricos”. Para Brito Menezes (2006), é nessa perspectiva que podemos observar a natureza da álgebra como ferramenta na geração de equações e na resolução de problemas.

Após muito tempo de construção histórica, o campo da álgebra acabou criando uma linguagem simbólica, considerada na literatura como uma linguagem matemática própria, que expressa o pensamento matemático por meio das suas respectivas representações. Nesse contexto, Araújo (2008) afirma que:

Uma das maiores contribuições nesse sentido foi dada por François Viète (1540-1603) ao introduzir as vogais para representar uma quantidade supostamente desconhecida ou indeterminada (variável), e consoantes para representar números supostamente conhecidos (parâmetros). A humanidade, então, criou e deu uma notação para a variável. Pela característica de quebrar a permanência, a variável

representa o pensamento sob a ótica do movimento, permitindo assim um expressar próprio – a do pensamento algébrico –, um pensar que quebra o estático, o fixo, transpõe o numérico, o imutável, abrindo assim as portas para um novo tempo, possibilitando o desenvolvimento da ciência de um modo geral. Assim, o pensamento algébrico ganha nova forma de expressão. (ARAÚJO, 2008, p. 341)

Portanto, no século XVI, com François Viète (1540-1603), foi apresentada uma transformação fundamental para o desenvolvimento da matemática. Nesse momento foi inserida uma nova etapa na matemática, chamada de Álgebra simbólica. Vale ressaltar que ainda nesse momento histórico, ou seja, no final deste mesmo século, tivemos a importante contribuição do matemático Leibniz e a introdução da *lógica simbólica*.

A partir desse desenvolvimento histórico da matemática, o conceito de função como uma correspondência entre os valores de duas variáveis também foi explorado. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), as primeiras funções consideradas são naturalmente as algébricas, ou seja, as funções polinomiais e racionais (que resultam da divisão de um polinômio por outro). No entanto, rapidamente, conforme os pesquisadores destacam, os estudos passaram a considerar as funções mais complexas, denominadas de transcendentais, nas quais intervêm operações como radiciação e exponencial, logaritmos e razões trigonométricas, bem como condições de natureza geométrica e mecânica, por exemplo, relativas a movimentos.

Já no século XIX, de acordo com Brito Menezes (2006), houve o aprimoramento da resolução de problemas, das equações e dos cálculos relativos às variáveis, dando subsídios para o desenvolvimento da *álgebra moderna*, livre da aritmética e da geometria, partindo para o domínio da abstração pura. Então, podemos destacar que a partir de meados do século citado, a Álgebra acaba passando por uma evolução profunda.

Os pesquisadores Ponte, Branco e Matos (2009) colocam que, a partir desse momento, a atenção dos matemáticos estava voltada cada vez mais para o estudo de equações não algébricas. Ou seja, para eles, o foco passou a ser o estudo de equações diferenciais, tanto ordinárias como com derivadas parciais e o estudo de equações envolvendo objetos matemáticos como funções. A partir disso, outros matemáticos seguiram o desenvolvimento dos estudos voltados para as estruturas abstratas como grupo, espaço vectorial, anel e corpo, deste modo, esses temas passaram a constituir o núcleo central da Álgebra moderna.

Nessa perspectiva, com a apresentação dessa breve reflexão sobre os momentos históricos relevantes que contribuíram significativamente para o desenvolvimento da álgebra, visamos alcançar um melhor entendimento do seu desenvolvimento dentro da área da matemática, entretanto, também buscamos ampliar nosso olhar para a influência de tal

desenvolvimento quanto à estruturação da álgebra escolar. Deste modo, a seguir, vamos discutir algumas perspectivas da álgebra presentes na literatura vigente.

5.2 ALGUMAS PERSPECTIVAS DA ÁLGEBRA

Apresentaremos, nos parágrafos a seguir, algumas perspectivas sobre a álgebra, buscando uma melhor compreensão das suas características específicas. Dessa forma, acreditamos que teremos uma noção da sua dimensão, bem como do seu potencial na área da matemática. Como ponto de partida, buscamos refletir sobre as seguintes questões: Qual a definição geral da álgebra? Quais são as principais características da álgebra? Quais são os conceitos fundamentais da álgebra?

Inicialmente, mesmo diante de diversas pesquisas realizadas, pertencentes à literatura vigente, ressaltamos que não é uma tarefa das mais simples encontrar uma definição para a álgebra, por ela ser uma área de conhecimento complexa e abrangente. Nesse sentido, como afirma o pesquisador Zalman Usiskin:

Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também é mais, ela é mais que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (USISKIN, 1995, p. 21).

Por isso, buscando refletir sobre as particularidades diversas que acompanham esse campo de conhecimento, recorreremos a algumas ideias e características a partir de estudos sobre as diferentes concepções envolvendo essa área fundamental da matemática.

Deste modo, à medida que discutimos a construção de cada uma das abordagens apresentadas, vamos verificar as características de perspectivas distintas envolvendo a álgebra. Acreditamos que assim podemos obter uma melhor visão desta área pertencente ao imenso universo matemático.

Para alcançar esse entendimento das ideias voltadas para a álgebra, seguimos com Usiskin (1995), que aponta a existência de quatro concepções básicas acerca da álgebra, todas elas ligadas, sobretudo, ao papel atribuído às variáveis, assim o pesquisador citado apresenta a

álgebra das seguintes formas: como aritmética generalizada, a álgebra como procedimento para resolver problemas, a álgebra como estudo das relações entre grandezas e como estudo das estruturas. A seguir, discutiremos algumas perspectivas a partir de cada uma das concepções apresentadas.

A primeira concepção diz respeito à *álgebra como aritmética generalizada*. Nesse sentido, o que diferencia a aritmética da álgebra, é que nesta última, além de se operar com números, opera-se, também, com letras. É a introdução de letras que caracteriza, então, a entrada no domínio algébrico. A álgebra é entendida, assim, como a *matemática das letras* Usiskin (1995). Segundo esse pesquisador, as operações a serem realizadas são as mesmas efetuadas em aritmética, portanto essa concepção se aproxima do desenvolvimento inicial da álgebra, que historicamente ainda estava vinculada ao um domínio mais “concreto”, desse modo, ainda ligada à aritmética.

Refletindo sobre essa primeira concepção, conforme Almeida (2016), temos o entendimento de “*traduzir e generalizar*”, considerando essas características como sendo a informação mais importante que deve chegar ao aluno. O pesquisador citado ainda coloca que se trata de técnicas importantes, não só para a álgebra como para a aritmética.

A segunda concepção apresentada por Usiskin (1995) é a de *álgebra como ferramenta de resolução de problemas*. O procedimento algébrico de resolução é potente, no sentido de nos permitir resolver problemas que não seriam possíveis de serem resolvidos no domínio da aritmética, ou que sua resolução aritmética seria longa e enfadonha, baseada, quase sempre, no mecanismo de *tentativas e erros*. Para o pesquisador, a lógica inerente ao algoritmo de resolução de um problema algébrico faz com que o indivíduo possa gerar uma equação, manipular os dados do problema, seguindo uma ordem hierárquica de ação, até encontrar a sua resolução.

Já na terceira concepção abordada por Usiskin (1995), a álgebra também pode ser concebida como *a expressão de relações entre grandezas*. O pesquisador adota como exemplo a fórmula $A = bh$, ressaltando que nessa expressão temos a relação entre três grandezas: **A**, **b** e **h**. Para descobrir o valor desconhecido de uma dessas grandezas, isso dependerá, necessariamente, do valor das outras duas.

Na quarta concepção apresentada por Usiskin (1995), encontramos um olhar mais avançado, no que se refere a sua complexidade: “*a álgebra como estudo das estruturas*”, é considerada uma concepção mais relacionada à álgebra superior. O seu estudo envolve grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, que dizem respeito a um domínio algébrico mais sofisticado, com pouca semelhança com ensino básico.

De acordo com Bessa de Menezes (2010), a segunda e a terceira concepção, apresentadas por Usiskin, estão relacionadas, em um segundo momento, ao desenvolvimento da álgebra, à geração de equações e à resolução de problemas. Nesse sentido, destacamos que Da Rocha Falcão (1997) denomina como modelização em álgebra, o que podemos observar por meio das concepções mencionadas, uma vez que através das relações estabelecidas e na resolução de problemas, geram, a princípio, modelos algébricos.

Na literatura, podemos também refletir sobre a temática abordada a partir da proposta apresentada por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), que considerando o desenvolvimento histórico deste campo de conhecimento, apontaram as seguintes concepções da álgebra: *a processológica, a linguístico-estilística, a linguístico-sintático-semântico e a linguístico-postulacional*.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) sugerem, ainda, que a concepção algébrica processológica representa as técnicas operatórias para resolver problemas; já a concepção linguístico-estilística está ligada a linguagem para expressar procedimentos; no caso da concepção algébrica denominada como linguístico-sintático-semântico aponta que os signos representam não apenas quantidades (discretas e contínuas), mas são símbolos que representam quantidades genéricas; por último, temos a concepção linguístico-postulacional, destacando que a álgebra é a ciência das estruturas, em que os símbolos podem representar entidades matemáticas não sujeitas a tratamento quantitativo.

Assim sendo, durante muito tempo as respostas dos questionamentos, propostos inicialmente, poderiam surgir em torno das características representadas por meio das “expressões e equações”, até nos dias atuais temos esse olhar persistindo sobre o trabalho com conteúdos pertencentes à Álgebra. Dessa forma, esses pensamentos retratam uma perspectiva que apresenta esse saber como diversas expressões matemáticas regidas por um conjunto de regras de transformação. Tal perspectiva se estende na ideia predominante do cálculo, denominado como o “cálculo algébrico”.

Entretanto, acreditamos que essa perspectiva apresenta uma visão que pode reduzir bastante as potencialidades e a abrangência da Álgebra, porque ela desconsidera vários aspectos relevantes da área da Matemática em relação à sua rica história através das suas origens na resolução de problemas, bem como o desenvolvimento conceitual histórico através das relações e as estruturas algébricas e no estudo de funções.

Atualmente, esse pensamento redutor não retrata a amplitude da álgebra na matemática, assim sendo, a partir do que observamos sobre as quatro concepções apresentadas por Usiskin (1995), podemos considerar o fato de que no centro da Álgebra

estão as relações matemáticas abstratas, que tanto podem ser expressas por equações, inequações ou funções como podem ser representadas por outras estruturas definidas por operações ou relações em conjuntos.

Além disso, uma característica específica pertencente a esse saber, tomando como base o surgimento e a evolução dos conceitos matemáticos, revela que o objeto central da Álgebra são os *símbolos*. Neste contexto, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o entendimento seria que esta área da matemática poderia ser compreendida pelo uso que faz de uma linguagem própria, isto é, a chamada linguagem algébrica.

Nessa direção, em relação às características da álgebra escolar, de acordo com os pesquisadores Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), essa perspectiva apresentada pode reduzir a álgebra, de certo modo, para uma linguagem simbólica algébrica, ou seja, uma linguagem formada essencialmente por símbolos e letras para representar valores, muitas vezes desconhecidos.

Então, torna-se inevitável desenvolver, em algum momento, um olhar para uma característica da Álgebra que pode permanecer voltada exclusivamente para a manipulação dos símbolos e das expressões algébricas. Um possível problema desta perspectiva seria quando ela passa a apresentar um campo da matemática focado essencialmente em um jogo de símbolos sem a necessidade de buscar algum tipo de significado.

Por outro lado, podemos considerar que a álgebra possui uma característica própria, com isso, não podemos descartar sua relevância apresentada através dos símbolos. Pois, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), a linguagem algébrica gera a possibilidade de distanciamento em relação aos elementos semânticos que os símbolos representam. Deste modo, para esses pesquisadores, a simbologia algébrica e a respectiva sintaxe ganham vida própria e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas.

Por fim, uma perspectiva mais recente promoveu um novo olhar para a álgebra, isso tem despertado o interesse de vários pesquisadores na atualidade. Assim sendo, a partir das reflexões sobre as características conceituais da álgebra e com as discussões do processo cognitivo de aprendizagem, acabou surgindo o interesse pela caracterização do *pensamento algébrico*.

Nesse sentido, ressaltamos que o foco dessa perspectiva aponta para a álgebra que se ensina na escola básica, isso tem provocado várias discussões buscando consolidar os pensamentos voltados para este campo de conhecimento.

Portanto, a seguir vamos acompanhar uma discussão específica sobre o pensamento algébrico, por se tratar de um tema que propõe a reflexão sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

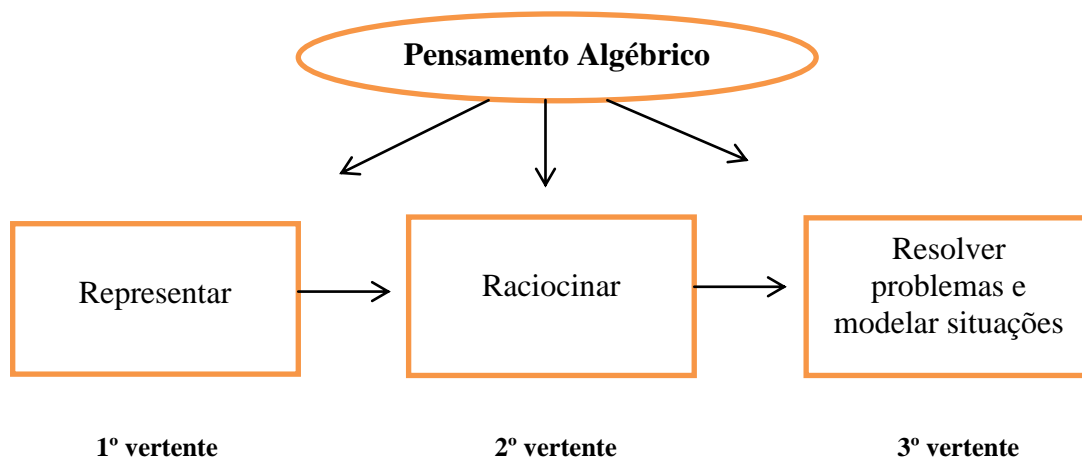
5.3 O PENSAMENTO ALGÉBRICO

A literatura que versa sobre a aprendizagem do saber matemático contempla o desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), como o que está na base da aprendizagem de álgebra pelos alunos. Pensando no contexto escolar, devido à complexidade envolvendo os saberes matemáticos visados na sala de aula (especificamente pertencentes ao bloco de conteúdos da álgebra), podemos observar que o educando precisa ser motivado a pensar algebricamente em meio a uma diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação, visando à aprendizagem dos conteúdos pertencentes à Álgebra.

Segundo as reflexões propostas pelos pesquisadores, Ponte, Branco e Matos (2009), podemos considerar que as perspectivas apresentadas anteriormente sobre a Álgebra, bem como os estudos sobre o pensamento algébrico, fazem uma provocação no sentido de que esta temática não pode ser reduzida apenas ao trabalho voltado para o simbolismo formal. Isto é, acreditamos que não devemos desconsiderar as potencialidades da álgebra em nenhum nível educacional, pelo contrário, é necessário que ela seja apresentada buscando sempre promover significados relevantes durante a formação escolar dos educandos.

Em relação ao pensamento algébrico, percebemos uma dificuldade enorme em tentar estabelecer um conceito pronto e acabado, assim, para um entendimento inicial, partiremos da observação de três vertentes fundamentais do pensamento algébrico que foram apresentadas pelos pesquisadores, Ponte, Branco e Matos (2009). Deste modo, conforme a figura a seguir, temos as seguintes informações:

Figura 10 - Vertentes fundamentais do pensamento algébrico.



Fonte: Adaptado de Ponte, Branco e Matos (2009)

A partir da figura 10, proposta pelos pesquisadores citados, podemos verificar que o pensamento algébrico é composto por três vertentes: Representar, Raciocinar e Resolver Problemas. Deste modo, baseados no estudo de Ponte, Branco e Matos (2009), vamos discutir cada uma delas a seguir.

Nessa perspectiva, em relação à primeira vertente (representar) podemos apontar que ela aparece como o ponto de partida, ou seja, diz respeito à capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação, utilizando um conjunto de ações regidas por uma natureza simbólica.

Nesse primeiro momento, o educando precisa desenvolver de maneira preliminar um manuseio dos símbolos, seja escrevendo ou fazendo operações matemáticas coordenadas por regras, para posteriormente tentar encontrar um significado para as construções simbólicas, ou seja, buscar de alguma forma encontrar um sentido para os símbolos.

Ainda conforme Ponte, Branco e Matos (2009), a segunda vertente, denominada como Raciocinar, carrega a importância de relacionar e de generalizar. Primeiramente, “relacionar” está ligado a um caso particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos. Já sobre “generalizar”, indica a busca para estabelecer relações válidas para uma determinada classe de objetos tanto dedutiva como indutivamente.

Vale ressaltar que o processo de generalizar na matemática representa um desafio fundamental para a construção da aprendizagem do educando, nele o aluno busca sair do campo quantitativo e pontual de uma situação, ou seja, usando apenas valores específicos para

resolução e passa a utilizar seu conhecimento visando verificar qualquer valor na situação, bem como em situações similares, assim buscando sempre que possível obter passagem para a generalização.

Por último, a terceira vertente, chamada de Resolver Problemas, é a arte de modelar situações. Ou seja, trata-se de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios. Nessa fase final da construção do pensamento algébrico, o educando utiliza o conhecimento adquirido através dos conteúdos matemáticos para solucionar diversas situações problemas em diferentes contextos.

Deste modo, entendemos que a passagem por essas três fases abordadas pode promover uma autonomia do pensamento algébrico do aluno de forma considerável durante sua formação escolar.

Sobre as características presentes no pensamento algébrico, os pesquisadores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) consideram que elas são representadas a partir do levantamento de hipóteses, ao fazer afirmações e justificativas, identificar regularidades, variáveis e constantes, estabelecer relações entre grandezas, generalizar as regularidades, usar variáveis e pensar em totalidades.

Em relação ao ensino da álgebra, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), tradicionalmente ele se sustenta na crença de que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve a partir do cálculo literal ou através da manipulação da linguagem simbólica da álgebra. No entanto, para esses pesquisadores, “tanto do ponto de vista histórico quanto cognitivo, a linguagem algébrica é também resultado de uma forma especial de pensamento.” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 4).

Por outro lado, embora esses conceitos e as vertentes apresentadas sejam interessantes para termos uma noção essencial sobre a perspectiva abordada neste tópico, ressaltamos que ainda é possível encontrar outros olhares distintos no campo de pesquisas sobre uma provável definição que contemple o pensamento algébrico.

Nesse sentido, segundo Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), apesar de existir um consenso entre os pesquisadores da área de educação matemática sobre a relevância das investigações realizadas com foco no desenvolvimento do pensar algebricamente dos educandos, esse consenso não existe quando colocamos como meta estabelecer um conceito de pensamento algébrico.

Deste modo, conforme os pesquisadores, Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), isso acaba retratando que temos uma dificuldade em encontrar de fato, na literatura, uma caracterização definitiva referente ao pensamento algébrico.

Diante do desafio para definir o conceito do pensamento algébrico, Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), apresentam uma análise teórica abordando três perspectivas diferentes (de Rômulo Lins, de James Kaput e de Luis Radford), chegando a considerações que apontam para o “pensar” algebricamente caracterizado a partir de cinco pontos fundamentais a serem observados: “estabelecer relações”; “generalizar”; “modelar”; “operar com o desconhecido”; e “construir significado”.

Além disso, percebemos que os pesquisadores sustentam a tese de que no centro dessas características apresentadas sobre o pensamento algébrico está a capacidade de estabelecer relações como sendo um aspecto primordial e, subjacentes a ela, consideradas também como fundamentais, as outras características (generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado) pertencentes a essa perspectiva tendem a surgir.

Então, dentre essas propriedades citadas, podemos indicar que o pensamento algébrico carrega naturalmente um tipo de “habilidade” de criar regras para representar tais relações, assim como a habilidade de fazer generalização sobre as propriedades de operações aritméticas.

Portanto, percebemos a complexidade na construção de conceitos que possam definir o pensamento algébrico. Por outro lado, consideramos notória a relevância que estes estudos apresentam na área educacional, oferecendo um amplo campo de discussões para as produções futuras sobre a álgebra, envolvendo o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula, em especial as construções de conhecimentos matemáticos pelos estudantes.

5.4 O ENSINO DA ÁLGEBRA

Durante várias décadas o ensino de álgebra no Brasil ficou focado na manipulação de símbolos, denominada como um modo repetitivo, no qual a ênfase se encontra na linguagem simbólica algébrica, sem apresentar significados para tais construções. No entanto, com o avanço das pesquisas em Educação Matemática, principalmente a partir da década de 90, foi

possível verificar que o ensino dos conteúdos algébricos necessitava de reflexões constantes e profundas.

Segundo Bessa de Menezes (2010), em relação ao ensino, a álgebra marca a introdução de um domínio mais sofisticado na matemática. Deste modo, o pesquisador citado afirma que: “até então, professor e alunos trabalhavam na aritmética, em que os objetos são mais concretos, e as operações eram, dessa forma, mais *reais*.” (p.63). Assim, podemos perceber a relevância desta área de conhecimento para a formação dos educandos.

Além disso, conforme Fiorentini, Miguel, e Miorim (1992) a álgebra, apesar de ocupar boa parte dos livros didáticos atuais no Brasil, não tem recebido a devida atenção nos debates, estudos e reflexões a respeito do ensino da matemática. Em relação ao ensino da álgebra, esses pesquisadores afirmam que: “a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões” (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1992, p. 40).

De acordo com os estudos de Fiorentini, Miguel, e Miorim, (1992) e Ramos de Almeida (2017), podemos destacar que os resultados discutidos na literatura essencialmente comprovam que o modelo de ensino em grande parte utilizado nas escolas, definido como “mecânico”, não é suficiente para que os alunos aprendam de forma significativa os conceitos algébricos.

Deste modo, entendemos que é possível observar a necessidade de refletirmos sobre novas abordagens pedagógicas e/ou recursos específicos à medida que exista o envolvimento com os conteúdos pertencentes à álgebra, durante o trabalho na sala de aula, devido à complexidade peculiar de tais saberes.

Atualmente, essa discussão sobre o ensino da álgebra ainda continua pertinente. Ressaltamos o número crescente de pesquisadores na área da Educação Matemática, bem como o surgimento das propostas apresentadas nas orientações curriculares presentes nos documentos oficiais da educação, seja com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1998) do final dos anos 1990, ou com a recente inclusão da Base Nacional Comum Curricular - BNCC, (BRASIL, 2017).

De acordo com Usiskin (1995), podemos observar que o desenvolvimento do conhecimento algébrico dos alunos tem relação com o que se passa no ensino escolar. Isto é, para o pesquisador citado, a álgebra pode começar no momento em que ocorre a arte de manipular somas, produtos e potências de números. “As regras para essas manipulações

valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representem os números.” (USISKIN, 1995, p. 9).

Entretanto, mesmo que durante o trabalho numérico realizado pelo professor, em uma determinada sala de aula, já seja possível encontrar alguns elementos que caracterizam o pensamento algébrico, ressaltamos que é extremamente complicado fazer a identificação do momento exato que ocorre essa passagem.

Por outro lado, em todos os níveis educacionais, que envolvem a matemática, o ensino da álgebra sempre despertou o interesse de vários pesquisadores ao longo dos anos. Nesse sentido, percebemos que o grande desafio dos professores de matemática, em especial no Ensino Fundamental, quando abordam os saberes algébricos, é tentar não reduzir a álgebra exclusivamente à sua vertente simbólica.

Por se tratar de métodos de ensino utilizados durante várias décadas, esse tipo de reprodução simbólica pode ter origem na própria formação que o professor teve enquanto era discente. Os pesquisadores Rómulo Lins e Joaquin Giménez denominam que esta corrente corresponde à *visão letrista*, ou seja, eles acreditam que esse olhar simplifica o conhecimento algébrico e que o objetivo seria aprender a manipular os símbolos apenas por meio de exercícios repetitivos.

Assim sendo, em relação ao ensino da álgebra, Lins e Gimenez (1997) questionam como alguém que acredita que a atividade algébrica se resume a um “cálculo com letras”, pode propor alguma abordagem didática para sala de aula? Os pesquisadores apresentam uma reflexão sobre essas abordagens letristas em sala de aula, e respondem da seguinte forma: “Talvez adote, seguindo algumas péssimas ideias encontradas em propostas para educação aritmética, a prática de utilizar a “sequência” técnica (algoritmo) / prática (exercícios)” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 105).

Podemos observar que o ensino usualmente praticado nas escolas, quando tem como foco um saber algébrico, está relacionado à apresentação das principais definições, das regras para manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações.

Levando em consideração essas colocações bem como baseados em pesquisas como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Ponte, Branco e Matos (2009) e Ramos de Almeida e Câmara dos Santos (2017), ressaltamos que uma proposta interessante sobre o ensino da álgebra, teria como objetivo principal promover o *desenvolvimento do pensamento algébrico*, seguindo fundamentalmente a perspectiva apresentada no tópico anterior, para assim explorar mais as características particulares deste campo de conhecimento.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), esse olhar para o ensino da álgebra procura promover uma ênfase aos significados que podem ser representados por símbolos levando os alunos a “pensar genericamente”, dessa forma eles podem observar regularidades, bem como explicitá-las através de estruturas ou expressões matemáticas e a “pensar funcionalmente”, estabelecendo relações entre variáveis.

Além disso, para Ramos de Almeida (2017), o ensino de álgebra voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico não representa uma redução das suas potencialidades ou algum tipo de menosprezo da sua linguagem. Nesse sentido, esse pesquisador defende que, por meio do pensamento algébrico, a linguagem algébrica deve ser trabalhada com significado.

Portanto, ressaltamos que as reflexões sobre o ensino da álgebra, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, durante o processo de ensino-aprendizagem, podem promover a busca pela valorização da linguagem algébrica como meio de representar ideias construídas com significados.

Deste modo, temos que contribuir com esse debate para que o docente não busque apresentar esse importante campo de conhecimento matemático apenas como um conjunto de regras de transformação de expressões simbólicas. Pois as práticas de ensino adotadas nas escolas têm revelado um cenário que nos conduz a um entendimento equivocado de que a Álgebra representa apenas um conjunto de procedimentos, distante da realidade dos educandos e dos outros conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula.

Para que seja possível adotar a perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico, colocando-a como um objetivo fundamental a ser alcançado pelos docentes de matemática, nosso entendimento é de que o ensino da álgebra deve começar tentando desconstruir essa visão do aspecto automático, denominado como “mecânico”.

5.4.1 As Orientações Curriculares para o Ensino da Álgebra

A construção deste tópico teve como objetivo apresentar algumas considerações sobre o ensino de álgebra, levando em consideração as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017). Nesse sentido, acreditamos que seja interessante fazer uma reflexão acerca do documento oficial que aponta uma direção para o ensino da

matemática. Ressaltamos que ele está disponível para toda a comunidade educacional, em especial para os professores encontrarem um apoio didático para desenvolverem suas atividades profissionais. Para atender as discussões realizadas em nosso estudo, vamos nos concentrar principalmente nas orientações referentes à álgebra.

Ao longo do tempo, o ensino de álgebra passou por algumas modificações marcantes na sua organização curricular tendo como foco as modalidades do Ensino Básico no Brasil. Dentre os principais movimentos apresentados e discutidos por vários estudos na literatura, destacamos a trajetória da álgebra escolar em momentos relevantes na história da educação brasileira: “antes do Movimento da Matemática Moderna”, “durante o Movimento da Matemática Moderna” e “depois do Movimento da Matemática Moderna”, os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (BRASIL, 1998) e atualmente a Base Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017).

Pretendemos observar algumas características do documento que atualmente tem apresentado as diretrizes do ensino escolar. De acordo com BRASIL (2017, p.5), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Tendo como objetivo principal direcionar a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Vale destacar que a estrutura organizacional desse documento sugere, em vários momentos, características similares a um manual a ser colocado em prática pelos docentes, ressaltamos que aqui no Brasil ele foi apresentado com um caráter de obrigatoriedade, diferentemente do que ocorria nos PCN. Dessa forma, seu funcionamento surge a partir de estruturas curriculares que são representadas como forma de parâmetros na Educação, entretanto ocorrendo no formato de orientações para o exercício dos sujeitos envolvidos na área.

Em relação ao campo de estudo da Álgebra, a BNCC apresenta este objetivo: desenvolver o pensamento algébrico e suas ideias fundamentais: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Conforme BRASIL (2017), em síntese, deve-se enfatizar o desenvolvimento da linguagem algébrica, o estabelecimento de generalizações, análise da interdependência entre grandezas distintas, bem como a resolução de problemas com equações ou inequações.

Scremin e Righi (2020) destacam que quando comparamos os dois últimos documentos oficiais, temos uma posição reservada para os conteúdos algébricos. Entretanto,

percebe-se uma significativa alteração dos PCN à BNCC, deste modo, as pesquisadoras afirmam que: “no primeiro, os conteúdos algébricos pertenciam ao bloco *Números e Operações*, ainda muito envolvido com a Aritmética, e no segundo, formam um bloco exclusivo, intitulado de *Álgebra*.” (SCREMIN E RIGHI, 2020, p. 428)

Nossa pesquisa coloca em ênfase um saber algébrico pertencente ao oitavo ano escolar, parte final do Ensino Fundamental. Nessa direção, de acordo com BRASIL (2017), as habilidades previstas para os anos finais dessa modalidade educacional devem considerar as experiências e os conhecimentos matemáticos já produzidos pelos alunos, buscando utilizar situações que os levem a observações sistemáticas dos aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, tecendo relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas.

Nessa perspectiva, a seguir, vamos acompanhar o quadro disponibilizado pela BNCC, referente à álgebra para o 8º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 7 - Álgebra para o 8º ano do Ensino Fundamental

Objetos de Conhecimento	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> • Valor numérico de expressões algébricas 	Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
<ul style="list-style-type: none"> • Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano 	Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
<ul style="list-style-type: none"> • Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano 	Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
<ul style="list-style-type: none"> • Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ 	Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Objetos de Conhecimento	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> • Sequências recursivas e não recursivas 	<p>Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.</p> <p>Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais 	<p>Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.</p> <p>Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.</p>

Fonte: Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017, p. 313).

Com base nas informações apresentadas no quadro 7, podemos observar a descrição dos objetos de conhecimento e suas respectivas habilidades, servindo como parâmetro para o desenvolvimento das atividades no oitavo ano do Ensino Fundamental. Destacamos que uma característica relevante apresentada por meio da BNCC foi o foco nos aspectos relativos à aprendizagem da álgebra, agora considerando mais elementos das discussões acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Além disso, entendemos que a sequência proposta no quadro 7 revela uma organização dos conteúdos matemáticos voltada para as particularidades dessa área, propondo o objeto de ensino que busca favorecer a linguagem algébrica. Ou seja, de acordo com (BRASIL, 2017), a linguagem algébrica permite traduzir uma situação dada em outras linguagens, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.

Em relação às práticas docentes, a preocupação com essas aquisições de competências tem surgido como objetos de estudo nas reflexões sobre as novas metodologias de ensino que podem ser aplicadas nas aulas de Matemática. Isso pode ser justificado devido à busca pelo

desenvolvimento do “pensamento computacional”, que cada vez mais vem assumindo um papel de destaque na atual sociedade tecnológica.

Nessa perspectiva, em convergência com pesquisadores como, por exemplo, Ponte, Branco e Matos (2009), a BNCC (BRASIL, 2017) também ressalta a necessidade da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, que é uma característica peculiar do campo algébrico, assim como a representação e a argumentação.

Sobre as orientações de caráter pedagógico, a BNCC orienta a utilização de diferentes recursos didáticos e materiais de apoio, na parte tecnológica, a recomendação é o uso de planilhas eletrônicas e softwares. Ainda sobre as orientações, segundo BRASIL (2017), a História da Matemática também é indicada como recurso a ser utilizado, pelo fato dela despertar interesse do educando, com isso facilitando o processo de aprendizagem dos conteúdos trabalhados.

Deste modo, podemos observar que a indicação de alguns recursos que faziam parte dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) permanece nas orientações atuais. De acordo com Scremin e Righi (2020), no que se refere à finalidade do ensino de Álgebra para os anos finais do Ensino Fundamental, a priori, podemos perceber uma mudança de objetivos, a qual nos PCN visava o desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização para resolução de problemas, já no caso da BNCC, as orientações passam a priorizar o desenvolvimento do pensamento algébrico. Entretanto, é possível considerar que esses objetivos mantiveram suas essências de forma similar.

Ainda seguindo Scremin e Righi (2020), a partir das recentes recomendações, a diretriz apresentada pela BNCC indica que a Álgebra passe a ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conciliando esse contexto significativo de aprendizagem com o exercício da abstração. Para essas pesquisadoras, baseadas nos resultados do seu estudo realizado, essa regência atual reforçou a importância da reflexão sobre as futuras formações dos professores de matemática, no sentido de passarem a reconhecer essa nova diretriz, buscando aderir às novas metodologias e abordagens que venham a contribuir com a melhoria do processo de ensino.

Por fim, destacamos que neste trabalho não pretendemos fazer uma análise profunda sobre os documentos oficiais. No entanto, acreditamos que as considerações apresentadas são necessárias no intuito de registrar bem como refletir sobre o documento que apresenta as orientações curriculares que atualmente regem a Educação Básica no Brasil.

Levando em consideração as características do campo algébrico apresentadas até o momento, abordaremos a seguir, algumas reflexões sobre o ensino do conteúdo matemático investigado em nosso estudo.

5.4.2 Algumas considerações sobre o Ensino das Expressões Algébricas e Polinômios

Neste capítulo, nosso interesse está ligado às concepções fundamentais da álgebra, bem como ao seu ensino. Quando pensamos na possibilidade de investigar os fenômenos predominantes presentes na sala de aula, estamos inevitavelmente mantendo um elo com as características de um saber específico. Portanto, especificamente para a elaboração desta pesquisa, durante o levantamento e a discussão dos dados que foram realizados, o saber matemático abordado em sala de aula foi o seguinte: Expressões Algébricas: os Polinômios.

Temos acompanhado no decorrer deste capítulo que a simbologia é uma característica essencial no estudo dos conteúdos pertencentes à área da álgebra. Então, antes de qualquer coisa, ressaltamos que o trabalho do professor nas aulas investigadas, abordando as expressões algébricas, representa um momento fundamental para a formação matemática dos educandos, em especial para o entendimento dos conceitos iniciais (monômios, polinômios, dentre outros) que podem servir como base para os próximos objetos de conhecimento (por exemplo, o conteúdo de funções e das equações), objetivando a construção da aprendizagem da Álgebra.

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), quando o ensino atual procura promover a aprendizagem das expressões algébricas em simultâneo com a aprendizagem das sequências, das funções e das equações, provavelmente não vai apresentar sentido para os educandos, pois é equivocado pensar que, automaticamente, o aluno vai aprender a lidar com expressões algébricas, simplesmente por trabalhar com sequências, funções e equações.

Nessa direção, para os pesquisadores citados, o trabalho com expressões algébricas, na maioria das vezes, precisa de uma atenção específica na sua abordagem. Assim sendo, os alunos devem perceber as características referentes ao objeto estudado, buscando reconhecer as operações matemáticas que podem ser realizadas, bem como as equivalências possíveis em relação ao saber visado.

Com isso, entendemos que a própria educação algébrica precisa de uma reflexão constante. A partir das contribuições propostas por Lins e Gimenez (1997), percebemos que a produção de significados no ensino praticado durante a formação escolar é um aspecto extremamente relevante na educação algébrica. Nesse sentido, para esses pesquisadores, é necessário que a educação algébrica passe por uma reformulação.

Por outro lado, consideramos relevante uma atenção específica em relação às abordagens envolvendo os polinômios. Nesse sentido, na Educação Básica no Brasil, o início do ensino de polinômios ocorre nos anos finais do Ensino Fundamental. De acordo com Lauteschlager e Ribeiro (2017), nesse momento também começa a sistematização do pensamento algébrico e são ministrados os seguintes conteúdos: expressões algébricas, equação polinomial do 1º grau, sistemas de inequação, polinômios, produtos notáveis, fatoração, função, dentre outros.

A formação matemática na fase escolar pode ser pensada como um momento de grande significado na construção intelectual do indivíduo, servindo como base para as atividades futuras de cada educando. Conforme Ibrahim (2015), podemos considerar “os polinômios” como um importante conceito trabalhado nos anos finais do Ensino Fundamental nas escolas brasileiras, no campo da Álgebra. Em seu estudo realizado em uma escola pública, com uma professora de matemática que atuava na oitava série (9º ano), a pesquisadora, identificou um trabalho algébrico voltado principalmente para a resolução das atividades sugeridas pelo livro didático, além de algumas propostas elaboradas pela própria professora investigada, com ênfase na operação técnica dos polinômios.

Percebemos que o processo de elaboração do plano da aula, assim como nos dias da realização das aulas de matemática, o livro didático aparece como um recurso bastante presente, podendo impulsionar, de alguma maneira, as decisões do professor. Além disso, é possível que o livro didático, muitas vezes, seja utilizado como sendo uma única diretriz para a elaboração e a aplicação das abordagens dos conteúdos algébricos, durante o exercício da atividade docente.

Por outro lado, é possível observar que a formalização do conceito de polinômio adotado no Ensino Fundamental tem tido um enfoque diferente do apresentado no Ensino Médio. De acordo com Ibrahim (2015), no Ensino Fundamental, o conteúdo dos polinômios é abordado considerando, essencialmente, as estruturas algébricas como sendo somente uma soma de monômios, no campo das expressões algébricas. Já no Ensino Médio, esse saber algébrico é formalizado a partir do conceito de função.

De forma geral, ressaltamos que nos livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental, encontrados na escola pública em que realizamos o levantamento dos dados, o conceito de polinômio é abordado como sendo uma expressão algébrica formada pela adição algébrica de monômios, sendo cada monômio um termo do polinômio.

Inicialmente, é apresentada a definição de um monômio como sendo uma expressão algébrica formada por um único termo. Esse termo é constituído por duas partes. Uma letra representa a variável, chamada de parte literal, por outro lado temos o número, que é denominado coeficiente.

Portanto, no próximo capítulo, com base nos referenciais teóricos discutidos, vamos descrever nosso percurso metodológico. Por meio dele, iremos apresentar a nossa pesquisa qualitativa, os objetivos e os sujeitos participantes do estudo, as etapas da pesquisa e os critérios da discussão dos resultados encontrados.

6 METODOLOGIA

Neste capítulo, visando expor a construção do caminho percorrido para a realização dessa pesquisa, apresentaremos nossa abordagem metodológica. O presente capítulo foi dividido em quatro partes: na primeira parte, abordamos as características da pesquisa qualitativa; na segunda parte, retomamos os objetivos centrais e apresentamos os sujeitos participantes da pesquisa; na terceira parte, procuramos apresentar as etapas necessárias para a construção dos dados da nossa pesquisa; por fim, na quarta parte, buscamos expor os critérios adotados para uma melhor execução da discussão dos resultados encontrados, ressaltamos também que, neste momento, iremos apontar os critérios que foram utilizados na realização da análise das conexões entre o contrato didático e as decisões didáticas.

6.1 UMA PESQUISA QUALITATIVA

Inicialmente, ressaltamos que o percurso metodológico desenvolvido teve como foco principal refletir sobre a problemática apresentada nesta investigação. Nessa perspectiva, para alcançar os objetivos predefinidos, destacamos que a presente pesquisa foi constituída a partir da realização de duas construções fundamentais: uma de natureza *teórica* e a outra de natureza *empírica*.

Na primeira construção, por meio do capítulo 4, apresentamos uma discussão de caráter teórico abordando as inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático. Através dessa primeira parte, propomos nosso esquema teórico que foi a base principal para as reflexões apresentadas na discussão dos dados. Na segunda parte deste estudo, apresentamos nossa construção que representa o caráter empírico deste trabalho. A partir da sua realização, foi possível desenvolver uma ilustração da aplicação do nosso esquema teórico. Deste modo, nos próximos parágrafos vamos discorrer algumas considerações sobre as principais características da nossa pesquisa.

Nesse sentido, utilizamos preferencialmente a abordagem qualitativa na pesquisa educacional, não como oposição ao quantitativo, mas como um tipo de pesquisa na qual se

busca refletir sobre o cotidiano escolar. Além disso, visando alcançar nossos objetivos elaborados, elegemos uma abordagem de cunho etnográfico.

Na área da Educação Matemática, a pesquisa qualitativa tem apresentado um papel de destaque nas últimas décadas, percebemos sua predominância em virtude dos vários estudos desenvolvidos voltados para a produção do conhecimento. Por outro lado, consideramos como sendo uma característica marcante da pesquisa qualitativa na educação o fato dela possibilitar ao pesquisador a oportunidade de vivenciar a realidade escolar, ao mesmo tempo que o ambiente real é colocado como fonte direta para o levantamento dos dados. Assim, o pesquisador acaba sendo, sem dúvida, um instrumento fundamental para a realização desse tipo de pesquisa.

De acordo com Araújo e Borba (2004) é possível apontar que a pesquisa qualitativa deve carregar fundamentalmente uma visão de conhecimento que esteja em convergência com procedimentos descritivos como entrevistas, análises de vídeos, interpretações, dentre outros. Deste modo, no contexto escolar, as pesquisas denominadas qualitativas têm como propósito investigar o ambiente natural por meio da observação e análise do mundo empírico.

Para sintetizar essas características citadas, recorreremos a Ludke e André (1986), que definem pesquisa qualitativa como sendo aquela que envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com as situações estudadas, que enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. Nesse tipo de abordagem, ressaltamos que o pesquisador tem um papel determinante no levantamento dos dados durante cada etapa realizada.

Além disso, cabe salientar os motivos que nos levaram a optar pelo uso da terminologia “pesquisa etnográfica”. Chegamos a essa denominação com base na sua finalidade que é compreender vivenciando de perto os fenômenos educacionais. Ou seja, este tipo de pesquisa busca entender uma realidade a partir das participações dos sujeitos envolvidos, por isso identificamos essas características marcantes quando pensamos na realização do nosso trabalho.

Então, consideramos que a imersão realizada no cotidiano escolar pode revelar detalhes imperceptíveis quando vistos de maneira superficial. Isso acaba proporcionando resultados relevantes, a partir do momento que adotamos como prioridade a discussão dos fenômenos investigados. Nessa direção, de acordo com Ludke e André (1986), a pesquisa etnográfica representa a descrição de um sistema de significados culturais de um determinado grupo.

Acreditamos que as características apontadas nesse tipo de estudo podem promover uma pesquisa voltada para a compreensão dos fenômenos didáticos presentes dentro e fora da sala de aula (no sentido das atividades que precedem o estabelecimento da relação didática), dessa forma, podendo gerar uma constante reflexão sobre as teorias estudadas, bem como proporcionando possíveis aquisições de novos olhares. Portanto, acreditamos que essas características favorecem a consolidação dos conceitos, assim como tendem a produzir novos conhecimentos.

Por outro lado, em relação às características particulares do nosso estudo, observamos o desenvolvimento, em especial, de duas pesquisas qualitativas na Didática da Matemática que procuraram relacionar fenômenos didáticos distintos em seus respectivos estudos. Nessa direção, consideramos a pesquisa apresentada por Brito Menezes (2006), que investigou as Inter-relações entre o Contrato Didático e a Transposição Didática; destacamos, também, a pesquisa desenvolvida por Almeida (2016) que adotou em seu trabalho uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico, no qual analisou as relações entre o contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas.

Além disso, vale ressaltar que acreditamos que as pesquisas pertencentes a esse campo de conhecimento (Didática da Matemática) devem ser realizadas, primordialmente, de forma qualitativa.

Portanto, nossa preocupação, ao adotarmos a abordagem etnográfica na pesquisa qualitativa, foi sempre tentando buscar retratar a complexidade de uma situação particular, mantendo o foco no problema em seu aspecto total, com base nas características metodológicas, bem como procurando enfatizar o processo de construção e a relevância do papel de cada sujeito envolvido. Deste modo, colocamos a escola, os docentes, os alunos, as situações e os saberes como instrumentos fundamentais na construção dos dados da presente pesquisa.

6.2 OS OBJETIVOS E OS SUJEITOS PARTICIPANTES

Como já discutimos anteriormente, por meio desta pesquisa apresentamos um esquema teórico para analisar as relações entre as decisões didáticas e o contrato didático no ensino de um saber matemático pertencente ao campo algébrico. Para contemplar nosso objetivo geral, selecionamos cinco objetivos específicos.

O primeiro objetivo visou categorizar as decisões didáticas, com base no modelo dos Níveis da atividade do professor proposto por Margolinas (2002), durante o ensino de um saber matemático algébrico. O segundo objetivo específico pretendeu caracterizar o contrato didático vigente, contemplando sua negociação, rupturas, renegociações e efeitos, no ensino do saber matemático em jogo. O terceiro objetivo buscou investigar a adequação do modelo teórico proposto, a partir da realização de um estudo empírico. O quarto objetivo específico procurou analisar em que medida as decisões didáticas do professor, tanto no planejamento quanto na aula, interferem no contrato didático, no que tange às negociações, rupturas, renegociações e efeitos. Por último, o quinto objetivo, foi investigar em que medida o contrato didático, particularmente a sua ruptura, interfere nas decisões didáticas do professor, no curso da aula.

Desta forma, vamos discorrer sobre os aspectos da construção da nossa pesquisa empírica. Assim, nos próximos parágrafos, apresentamos os elementos principais que serviram como pilares para a elaboração do desenho metodológico proposto para alcançarmos nossos objetivos.

Nessa perspectiva, podemos considerar esta investigação caracterizada como um estudo de caso. Uma vez que selecionamos como sujeito participante da nossa pesquisa um professor com formação em licenciatura em Matemática e com especialização na área de ensino da Matemática. Os critérios utilizados para essa escolha foram: a formação na área do estudo (a Matemática), a experiência na sala de aula (exerce a profissão durante muitos anos) e, principalmente, a disponibilidade do docente (contribuir com informações e aceitar a gravação das aulas observadas).

Nesse sentido, o docente participante se encontra em efetiva atuação no Ensino Fundamental, e dessa forma escolhemos uma das suas turmas, com seus respectivos alunos, para participar da nossa investigação. Ressaltamos que a aleatoriedade na seleção da classe se justifica pelo fato de que em cada sala de aula podemos encontrar um contrato didático

próprio, nesse contexto também foi possível observar como ocorreram as decisões didáticas em um ambiente bastante complexo e ao mesmo tempo dinâmico.

Em relação à experiência na sala de aula, destacamos que o professor selecionado leciona há onze anos na Educação Básica da Rede Pública, sendo seis anos no Ensino Fundamental e Médio mediante contrato temporário, bem como mais cinco anos exercendo suas atividades somente no Ensino Fundamental, após aprovação em concurso público.

É importante registrarmos que ele foi fundamental para a construção dos dados do nosso estudo, uma vez que contribuiu cedendo sua sala de aula para acompanharmos as aulas de matemática, através do recurso da *videografia*. Além disso, o docente também foi extremamente prestativo ao disponibilizar as informações necessárias, sempre que o solicitamos durante nossa caminhada para cumprir as etapas preestabelecidas.

Seguindo com o levantamento dos dados, escolhemos uma Escola pública, localizada no Cariri Ocidental no estado da Paraíba. Essa escolha se justificou pelo fato de que nessa região encontramos uma escola que nos recebeu e, em seguida, permitiu a realização do nosso estudo.

Ressaltamos que sempre que procuramos escolas pertencentes a essa região, percebemos a vontade dos responsáveis (Secretaria de Educação, gestores e professores) de contribuir com a realização de estudos acadêmicos. Acreditamos que a boa receptividade, da escola e dos professores em geral, ocorreu de alguma forma devido à presença na região tanto do Centro de Desenvolvimento Sustentável do Semiárido (CDSA) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), bem como do Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Além disso, justificamos essa escolha, também, pelo fato dela dispor de todos os anos (séries) do Ensino Fundamental, nível este que desde o início do trabalho tivemos a pretensão de selecionar uma turma para pesquisar. Deste modo, destacamos que a escola ofereceu materiais de apoio para auxiliar nossa pesquisa, como informações sobre seu funcionamento, consulta a livros didáticos, dentre outros. Por fim, chegamos a essa escolha, por termos um fácil acesso à escola, já que temos residência no cariri paraibano isso acabou facilitando as visitas necessárias no contexto escolar.

Em relação aos alunos escolhidos, procuramos selecionar uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Justificamos essa escolha pelo fato de precisarmos acompanhar o ensino do saber matemático visado em nosso estudo, o conteúdo matemático foi expressões algébricas – Introdução a polinômios.

Vale ressaltar que acompanhamos a disponibilidade do professor participante (horários, sequência de conteúdos a serem ministrados, dentre outros) em conjunto com os procedimentos explorados neste trabalho (por exemplo, o acompanhamento por vídeo da abordagem do conteúdo ministrado), para assim chegarmos a uma convergência que determinou a escolha da turma observada. Por fim, acreditamos que esse nível educacional, bem como seu currículo referente à área da álgebra, pode ser considerado estrutural na formação do educando.

Em relação à escolha do saber matemático, acreditamos que a importância, a abrangência e a complexidade da álgebra motivaram nossa investigação, percebemos isso por meio de seus diversos conteúdos em livros de matemática, em qualquer nível de ensino, ao mesmo tempo que nos deparamos com as dificuldades de seu ensino e da aprendizagem dos estudantes.

Observamos que nas pesquisas utilizadas como referências para nosso estudo (em relação às realizadas na área da Didática da Matemática com foco na Álgebra), o conteúdo de expressões algébricas, em especial a introdução a polinômios, não aparece com frequência entre os saberes matemáticos que foram investigados, assim consideramos interessante analisar de que forma os fenômenos didáticos se relacionam durante sua abordagem.

Após as reflexões sobre os resultados encontrados na nossa pesquisa, acreditamos que pudemos promover uma contribuição para a literatura, em relação ao surgimento de outras discussões sobre tal saber algébrico.

Deste modo, ressaltamos que a partir das visitas na Rede pública de Ensino, obtivemos um contato direto com o cotidiano escolar, no qual nosso foco foi constituído no desenvolvimento de uma descrição e reflexão transparente sobre as situações presentes na sala de aula de matemática.

No que diz respeito aos procedimentos adotados nesta pesquisa, vamos acompanhar, no tópico a seguir, as etapas que fizeram parte da construção dos dados. Assim, podemos salientar que esses elementos foram coletados a partir de um “retrato”. Nesse contexto, buscamos retratar a realidade em um dado momento, dentro de uma lente pertencente a um pesquisador com determinadas características, portanto, procuramos apresentar uma construção tirada da realidade educacional.

Ou seja, a partir do esquema teórico apresentado na nossa pesquisa, evidenciamos os fenômenos didáticos investigados, procurando identificar e, posteriormente, fazer a discussão

das suas relações, isso tudo ocorrendo de forma transparente por meio das visitas ao cotidiano escolar, acompanhando as atividades realizadas pelo professor.

6.3 AS ETAPAS DA PESQUISA

Antes de apresentarmos as etapas que fizeram parte da presente pesquisa, é fundamental que registremos uma breve consideração sobre os impactos causados pela pandemia de Coronavírus que afetou a população mundial, desde o início deste ano. Esse acontecimento mudou rapidamente as vidas das pessoas em geral, em todos os setores, isso acabou afetando fortemente as atividades da comunidade escolar.

Em relação ao nosso trabalho, tivemos que rever o número de aulas observadas, porque não foi possível fazer novas visitas na escola investigada, em especial para a realização de gravações de mais aulas de matemática, uma vez que todas as atividades escolares presenciais foram paralisadas, seguindo as orientações de segurança da Organização Mundial Saúde (OMS).

Tivemos uma enorme surpresa diante desse fato de grandes proporções, pois foi constatada uma situação emergencial e sem precedentes na nossa geração. Entretanto, seguindo nossos objetivos elaborados, conseguimos realizar o levantamento de dados, principalmente devido às aulas de matemática que foram filmadas em 2019, o que possibilitou o cumprimento de todas as etapas preestabelecidas no nosso trabalho.

Deste modo, podemos colocar que os momentos de coleta de dados foram contemplados, apesar de termos executado algumas adaptações necessárias. Portanto, nos próximos parágrafos, vamos descrever como ocorreu a construção do levantamento dos dados do nosso trabalho.

As etapas apresentadas em nossa abordagem metodológica foram pensadas levando em consideração nosso objetivo central que é analisar a relação entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático. Para alcançarmos esse objetivo, acreditamos que foi necessário, inicialmente, identificar fatores relevantes que podem ocorrer até o momento da decisão didática.

Nessa direção, entendemos que se torna relevante fazer um acompanhamento durante a realização da atividade do professor, para assim, caracterizar os níveis da tomada de

decisão. Após esse levantamento, procuramos refletir sobre o contrato didático por meio da observação das aulas na abordagem do conteúdo matemático, à medida que as decisões ocorreram no Nível 0.

Ressaltamos que todos os momentos do levantamento dos dados desse estudo ficaram caracterizados por um percurso predeterminado (buscamos sempre estabelecer a importância de cada etapa), em resumo, eles representaram um processo de construção objetivando atender as particularidades que este estudo carrega (devido à necessidade da reflexão sobre os níveis investigados na atividade do professor e o fenômeno contratual), envolvendo duas temáticas abrangentes. Além disso, tais etapas tiveram bastante significado sob a ótica dos conceitos estudados nessa pesquisa, formando assim uma estrutura fundamental para nossa experimentação do modelo, para a identificação e para a discussão dos resultados.

Na *primeira etapa*, de natureza pedagógica e epistemológica, procuramos fazer um levantamento inicial dividido em três momentos: O primeiro momento foi sobre o perfil do professor investigado, com a aplicação de uma entrevista; o segundo momento foi o acompanhamento do planejamento das aulas, visando identificar características do saber matemático abordado por meio dos recursos de apoio didático, com a elaboração do plano das aulas e a aplicação de um questionário; no terceiro momento coletamos informações por meio dos registros do Diário de bordo, aplicados antes e depois das aulas investigadas.

Nesse sentido, no *primeiro momento*, procuramos realizar algumas conversas abertas com o docente, iniciando esse levantamento já durante as primeiras visitas à escola e seguimos até o encerramento da coleta. Os diálogos ocorreram em horários vagos do professor, antes e depois das aulas. Assim, optamos por fazer uma *entrevista*, no formato semiestruturada. Isso nos permitiu conhecer o perfil profissional do professor, a trajetória da sua formação acadêmica, alguns fatos importantes da sua experiência na docência, bem como seu olhar sobre temas relevantes que estamos abordando em nossa pesquisa, como por exemplo, a álgebra. A entrevista completa com todas as respostas do professor se encontra nos anexos deste trabalho.

Dentre os aspectos que foram levantados nesse momento, ressaltamos que as questões elaboradas foram reduzidas e adequadas à pesquisa em construção, atendendo aos critérios preestabelecidos. Dessa forma, procuramos realizar um desenvolvimento voltado para os princípios da clareza (perguntas claras e concisas), da coerência e da neutralidade. Assim, acreditamos que nossas perguntas seguiram de forma coerente com a proposta temática e o andamento desta pesquisa, ao mesmo tempo em que permitiu ao docente fazer suas reflexões abertamente, sem nenhum tipo de indução.

Além disso, optamos pela aplicação de questionamentos “abertos” e “fechados” que funcionaram como pontos de partida para a realização da entrevista sobre o ambiente escolar. Para as questões que promovem as respostas abertas, em nossa pesquisa, consideramos aquelas que permitem ao sujeito participante construir a resposta com as suas próprias palavras, proporcionando um ponto de vista, assim sendo, à liberdade de expressão. Por outro lado, em relação às questões que promovem as respostas fechadas, visando nosso estudo, podemos destacar aquelas nas quais o sujeito apenas nos relata os fatos, as quantidades, enfim, que ocorrem de forma objetiva.

A seguir, apresentamos as perguntas que direcionaram a entrevista realizada com o professor de matemática que participou do nosso estudo.

Quadro 8 - Entrevista realizada com o professor de matemática

- *Qual a sua formação profissional? Há quantos anos atua na Educação? Em quais níveis?*
- *Qual a sua visão sobre a escola e os seus recursos didáticos disponíveis?*
- *De que forma é feito o planejamento das aulas de matemática?*
- *Quais as orientações institucionais para o trabalho dos professores de matemática na escola?*
- *O que você considera mais importante quando vai iniciar um conteúdo novo com sua turma?*
- *Quais os motivos que direcionam a escolha dos exercícios que são trabalhados em sala?*
- *Como geralmente ocorrem as interações com sua turma?*
- *Essa forma predominante na interação muda de acordo com o conteúdo abordado?*
- *Na área da Matemática, como você descreve a relevância da álgebra?*
- *Qual a importância do estudo das expressões algébricas nos anos finais do Ensino Fundamental?*

Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Com base nas informações que foram disponibilizadas pelo docente (que podem possibilitar a reflexão sobre fatores decisoriais em determinados níveis da sua atividade),

ressaltamos que a realização desse levantamento inicial nos permitiu desenvolver uma apresentação geral do perfil do professor.

No *segundo momento*, coletamos informações relativas ao planejamento das aulas. Buscamos informações sobre o saber matemático por meio do livro didático bem como dos manuais de apoio adotados pelo professor participante da pesquisa. Dessa forma, foi possível verificar as características referentes aos conteúdos pertencentes ao capítulo de expressões algébricas, que foi bloco investigado neste trabalho. Para isso, o professor disponibilizou o plano das aulas que foram observadas, destacando *o tema, o objetivo, os conteúdos, a metodologia, os recursos didáticos, a avaliação e a referência*.

A partir dessa verificação inicial, como já estávamos inseridos no contexto educacional, foi possível ratificar que o livro didático escolar pode ser considerado um instrumento fundamental para ajudar na compreensão das possíveis construções didáticas envolvendo o saber em jogo, o professor e seus alunos. Vejamos no quadro 9 os questionamentos que foram respondidos pelo professor participante durante a construção do planejamento das aulas observadas nesta pesquisa.

Quadro 9 - Questionamentos sobre o plano das aulas

- *Quais atividades foram selecionadas para serem aplicadas nas aulas sobre expressões algébricas?*
- *Como ocorreu a escolha dos exercícios?*
- *Qual foi o livro didático utilizado na construção do seu plano e nas suas aulas da turma do 8º ano?*
- *Esse livro didático foi adotado pela escola?*
- *Em que circunstâncias o livro didático foi adotado?*

Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Nesse sentido, acompanhamos a atividade do professor em suas projeções das aulas futuras e, por seguinte, nos momentos da intervenção realizada na sala de aula. Portanto, abordaremos no próximo capítulo, referente à discussão dos resultados deste trabalho, alguns elementos que surgiram nessa etapa e serviram para impulsionar a tomada de decisão do professor no Nível de planejamento (+1), bem como nas atividades realizadas em sala de aula, nos Níveis (0) e (-1).

Nesse sentido, ressaltamos que essa etapa teve o propósito de buscar elementos que pudessem revelar as possíveis características apontadas pelos fatores decisoriais do tipo externo, do tipo epistêmico, e principalmente do tipo história didática, porque eles podem direcionar bastante a tomada de decisão durante as interações nos Níveis da atividade que foram investigados.

No *terceiro momento*, realizamos a construção do *Diário de bordo*. Por meio desse instrumento, buscamos fazer um acompanhamento geral das atividades do professor, ou seja, diante de cada nível da atuação, o docente foi registrando suas ações e/ou reflexões. Sobretudo expondo suas justificativas, bem como registrando seu olhar, em momentos diversos.

Nas fichas de acompanhamento, foram preenchidas as datas, a atividade realizada, o local onde ocorreu a decisão, as fontes utilizadas (ou não utilizadas) e suas respectivas justificativas e comentários. Portanto, podemos observar que a presente etapa proporcionou um espaço particular para o docente apontar suas ações. O nosso objetivo com a aplicação desse recurso foi levantar elementos relacionados aos fatores decisoriais, bem como sobre a tomada de decisão do professor.

A seguir, podemos observar o quadro 10, denominado como “Diário de bordo”, que proporcionou o acompanhamento das atividades do docente. Nessas fichas ficaram registrados alguns detalhes que ocorreram nos momentos que representam os pontos de discussão sobre a atuação profissional do professor.

Vale ressaltar que o próprio docente participante da pesquisa ficou comprometido com todo o preenchimento das informações levantadas, desse modo, podemos considerar que foi um momento de reflexão sobre sua atividade.

Quadro 10 - Diário de bordo

Data do registro	Atividade docente	Local	Fontes utilizadas (ou não utilizadas)	Justificativa da atividade realizada	Comentários
(O dia da ação do professor)	(O que foi feito? Todas as ações relativas à atividade realizada)	(Sala de aula, sala dos professores, laboratório, casa, outros locais)	(Indicar as fontes e se elas foram modificadas; indicar que não foi utilizada nenhuma fonte)	(O Porquê da(s) escolha(s))	(Espaço para informações adicionais pelo docente pesquisado)

Fonte: Adaptado de Bessot (2018)

Deste modo, utilizando o recurso do diário de bordo, coletamos o preenchimento de duas fichas de acompanhamento da atividade docente. A primeira ficha foi preenchida antes da realização das aulas, durante a construção do planejamento, no Nível +1. Já a segunda teve como foco a realização das aulas, isto é, esse registro foi coletado após o professor ministrar suas aulas, porque estávamos visando identificar as decisões didáticas que foram tomadas no Nível 0.

Na *segunda etapa*, de natureza etnográfica, realizamos as observações das aulas de matemática durante a atividade docente, podemos considerar essa etapa como fundamental para a construção dos dados da nossa pesquisa, uma vez que, por meio dela, pudemos acompanhar as aulas do professor, vivenciando o Nível 0 da atividade docente. Deste modo, foram analisadas as abordagens realizadas em sala de aula em relação à interação do professor com os discentes e com o saber algébrico visado.

Na presente etapa, nosso recurso para o levantamento dos dados foi a videografia, assim, todas as aulas observadas foram filmadas com o auxílio de uma câmera de vídeo. Esse recurso nos ajudou a observar os detalhes, as posturas e as manifestações presentes na sala de aula, ressaltamos que dessa forma foi possível retornarmos às aulas, sempre que necessário

para verificar o surgimento e abrangência dos fenômenos didáticos que ocorreram durante os níveis da atividade do professor, que foram investigados em nossa pesquisa.

Ressaltamos que diante do cenário que surpreendeu todo o sistema educacional, conforme destacamos anteriormente, adotamos uma reorganização na etapa da observação das aulas, devido à impossibilidade do funcionamento das atividades presenciais na escola. Assim, em consequência dessa situação não pudemos gravar outras aulas durante o presente ano letivo. Portanto, de forma prudente, concluímos o levantamento desta etapa com as aulas que tinham sido gravadas antes da pandemia.

Objetivando a realização da nossa análise, inicialmente, foram filmadas duas aulas ininterruptas em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, em seguida realizamos as transcrições dessas aulas. Consideramos essa etapa como sendo um momento bastante simbólico para nosso estudo, pois por meio dele observamos as decisões didáticas e o contrato didático, bem como suas relações estabelecidas, diante da interação real dos sujeitos participantes que estão inseridos diariamente na realidade escolar. A transcrição completa das aulas realizadas pelo professor se encontra nos anexos desta pesquisa.

Por fim, na *terceira etapa*, buscamos realizar uma discussão sobre os elementos referentes às decisões didáticas e ao contrato didático, tomando como base o esquema teórico que propomos na presente tese. Nesta etapa, procuramos fazer a análise do material levantado nas etapas anteriores, em especial nas transcrições das aulas de matemática que foram gravadas, incluindo também todos os registros coletados durante o acompanhamento do professor participante.

Ressaltamos que essas informações serviram como amostra em nossa pesquisa, com caráter puramente acadêmico, bem como experimental do nosso modelo teórico. Dessa forma, buscamos durante a extensão desse processo respeitar o sigilo de identificação de todos os envolvidos na construção dessa investigação.

Para um melhor entendimento das etapas selecionadas para a construção da nossa pesquisa, apresentamos, a seguir, um quadro resumo identificando a sequência dos momentos utilizados para o levantamento dos dados.

Quadro 11 - As etapas da pesquisa

As etapas realizadas na pesquisa	
1º Etapa	<p>Levantamento inicial:</p> <p><i>Primeiro momento</i> - Entrevista: conhecendo o perfil acadêmico e profissional do professor, sua experiência na docência e sua opinião sobre alguns temas relevantes abordados neste estudo.</p> <p><i>Segundo momento</i> - Acompanhamento do planejamento das aulas: elaboração do plano das aulas e aplicação de um questionário, buscando refletir sobre a abordagem do saber matemático por meio dos recursos adotados como apoio didático.</p> <p><i>Terceiro momento</i> - Diário de bordo: acompanhamento das atividades do professor por meio de registros.</p>
2º Etapa	<p>Observações das aulas: filmagem e transcrição literal das aulas de matemática com o recurso da Videografia.</p>
3º Etapa	<p>Discussão dos dados: reflexão sobre elementos referentes aos fenômenos didáticos estudados.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Acreditamos que a partir da execução das etapas da nossa abordagem metodológica, expostas no quadro 11, conseguimos alcançar o levantamento de elementos suficientes para realizarmos a discussão dos resultados, refletindo sobre a forma como ocorre a relação entre as decisões didáticas e o contrato didático, com base no nosso esquema teórico, que consideramos fundamental para tal investigação.

Para que fosse possível realizar uma discussão sobre os resultados encontrados, nosso olhar ficou direcionado para o alcance dos objetivos traçados anteriormente nessa pesquisa, bem como ficamos sempre em busca de responder às problemáticas propostas. Então, os parâmetros seguidos por meio do modelo apresentado em nossa tese foram os instrumentos

que nos possibilitaram tais reflexões, isto é, a partir dele buscamos apresentar os critérios de análise que foram seguidos.

Assim, podemos considerar que esta pesquisa apresenta dois tipos de análises: uma teórica e outra empírica. Primeiramente, a análise de caráter teórico, que reflete sobre as inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático. Ela foi necessária para a composição deste estudo, servindo como suporte para a realização da segunda análise que foi de caráter empírico. Ou seja, por meio da análise teórica (capítulo 4) propomos nosso esquema teórico, que é o foco principal desta tese. Ressaltamos que ele foi estabelecido como a base central para discussão dos dados levantados. Deste modo, a análise empírica deste trabalho aparece, fundamentalmente, como uma ilustração da aplicação do nosso esquema.

No tópico a seguir, apresentamos nosso quadro teórico com as diretrizes para a construção das análises realizadas desse estudo. A partir disso, buscamos identificar as principais características do contrato didático vigente durante as aulas de matemática realizadas no ensino Fundamental da escola pública participante, verificando em paralelo, as decisões tomadas nos Níveis (+1, 0 e -1) da atividade do professor.

Portanto, refletindo sobre os conceitos apresentados neste estudo, tanto de forma teórica como também de forma empírica, buscamos fazer as análises fundamentais para a discussão da inter-relação do contrato didático, presente na tríade (professor-aluno-saber), com as decisões didáticas do docente.

6.4 OS CRITÉRIOS DA DISCUSSÃO DOS DADOS

O levantamento dos dados da presente pesquisa foi construído em etapas distintas, embora exista o fato de que à medida que elas foram sendo realizadas se tornaram complementares, servindo como base para buscarmos alcançar os objetivos estabelecidos antecipadamente.

Por meio do levantamento inicial sobre o perfil docente, envolvendo a identificação do livro didático e o saber matemático, passando pelo acompanhamento do diário de bordo, tivemos os dados necessários para estabelecer alguns pontos de reflexão. Em seguida, com a ferramenta da videografia (filmagem e transcrição), fizemos nossa imersão na sala de aula, encontrando fundamentalmente os elementos investigados em seus momentos interativos. Diante disso, a partir dos resultados encontrados, acreditamos que foi possível levantar os

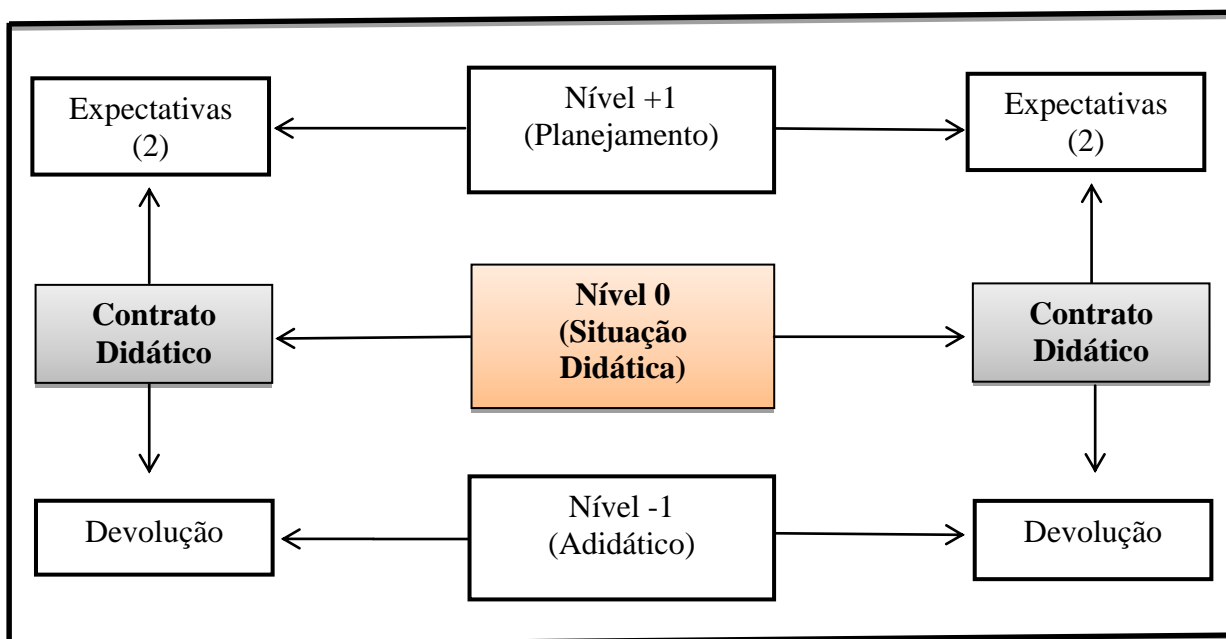
dados necessários para a realização da nossa discussão, que será abordada no próximo capítulo.

Nossas considerações centraram-se fundamentalmente no planejamento e nas aulas observadas, uma vez que o nosso objetivo era identificar os elementos referentes às decisões didáticas e ao contrato didático, procurando manter um olhar aprofundado para os indícios que apontaram suas relações.

A seguir, apresentamos o quadro por nós construído que representa o esquema teórico de análise dos fenômenos investigados no presente trabalho. Com base na discussão apresentada no capítulo anterior, indicamos, em nosso estudo, que as decisões didáticas tomadas em diferentes níveis da atividade do professor podem manter uma relação de proximidade com o fenômeno contratual vigente.

Como nossa pesquisa foi realizada em uma única sala de aula, acreditamos que pode haver mudanças nas características dessa relação quando o docente necessita tomar suas decisões em outras salas de aulas, pois nesses possíveis casos ele tenderia a encontrar contratos didáticos distintos, ou seja, específicos de cada relação didática.

Quadro 12 - As relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Conforme a proposta apresentada no nosso quadro 12, percebemos que os níveis da tomada de decisão do professor mantêm uma relação com o contrato didático presente em

uma determinada sala de aula. Essa ligação que ocorre no Nível 0 (situação didática), não seria de forma isolada, pois no Nível +1 (planejamento) encontramos um elo com as Expectativas (2) que dão uma “cara” ao contrato didático, ou seja, é também por meio das expectativas que o contrato é instituído e formatado. Do mesmo modo, o Nível -1 (adidático) tem uma ligação com a Devolução que também é construída em um contexto que carrega a regência do contrato didático vigente, porque com a participação dos elementos envolvidos na situação didática, podem aparecer os momentos adidáticos.

Nesse sentido, além dos fenômenos que antecedem a prática assim como aqueles que surgem durante a realização de uma aula, podemos observar, ainda com base no quadro 12, que as Expectativas (2) e a Devolução surgem ancoradas no contrato didático presente na relação didática. Com isso, acabou surgindo nosso interesse, por meio desta investigação, em observar atentamente e de forma específica os Níveis (+1, 0 e -1) da atividade do professor. Apesar de entendermos que a abrangência do contrato didático ocorreu fundamentalmente no Nível 0, momento central na conexão entre os fenômenos investigados.

Diante dos Níveis citados, acreditamos que em cada atuação profissional docente, pode existir uma relação das suas decisões didáticas com o contrato didático, porque as “decisões” acompanham o exercício profissional do professor, assim como o fenômeno “contratual” que também, inevitavelmente, faz parte de tal atividade, pois ele gerencia as interações dos elementos humanos diante do saber matemático visado.

Visando identificar as características do contrato didático vigente, por meio das transcrições das aulas, focamos nosso olhar para as expectativas e a divisão de responsabilidades/papéis, ou seja, o que o professor espera dos seus alunos e o que os alunos esperam do seu professor, diante de um saber em jogo; as regras contratuais explícitas e implícitas; a negociação, que são os acordos entre os envolvidos na relação didática; as rupturas do contrato didático, quando umas das partes quebrar os acordos estabelecidos; a renegociação do contrato, quando após uma ruptura nas regras contratuais, um acordo surge formando novas regras. A questão da ruptura de contrato muito nos interessou, também, porque acreditamos que nesse momento pode haver uma mudança significativa em relação às decisões didáticas no nível das microdecisões.

Por fim, ressaltamos que para refletir sobre as decisões didáticas do professor, diante dos Níveis da atividade docente que foram explorados nesta pesquisa, levamos em consideração os fatores de decisão, proposto por Bessot (2018, 2019), por meio do modelo que apresenta os fatores decisoriais (fatores do tipo *externo*, fatores do tipo *epistêmico* e fatores do tipo *história didática*) que interferem na tomada de decisão. Além disso, focamos,

essencialmente, na análise do Nível 0 da atividade, isto é, nas decisões didáticas realizadas durante a interação entre os sujeitos na sala de aula, observando as chamadas *microdecisões didáticas*, que ocorrem no calor da ação pedagógica.

Deste modo, vamos acompanhar, no próximo capítulo, a discussão dos resultados encontrados por meio do levantamento dos dados. Assim, ancorados no modelo teórico proposto no presente estudo, apresentaremos como as relações das decisões didáticas ocorreram frente ao contrato didático, a partir dos fatores decisoriais, das microdecisões didáticas e das características dos fenômenos contratuais que regem uma relação didática na sala de aula.

7 DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo, vamos apresentar uma discussão acerca dos pontos relevantes que surgiram a partir dos dados levantados. Tomamos o esquema teórico proposto neste estudo como instrumento base para promover tal discussão, aliado aos conceitos propostos no capítulo da fundamentação teórica. Além disso, buscamos seguir, como parâmetro para identificação dos fenômenos, os critérios construídos no capítulo metodológico objetivando a realização da discussão.

Para contemplar a discussão dos dados, começaremos expondo como foi realizado o levantamento dos dados, apresentando os pilares da discussão, em seguida teremos dois blocos relevantes do exercício profissional do professor.

Nessa perspectiva, primeiramente, vamos apresentar um olhar direcionado para a relação entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático, que realizamos no Nível +1, sob a ótica do planejamento do professor. Já no segundo momento da discussão, teremos as considerações com foco na relação das Decisões Didáticas com o Contrato Didático no Nível 0, ressaltamos que esse nível representa nosso principal foco analítico.

Para concluir nossa discussão, buscamos apresentar uma reflexão sobre alguns aspectos envolvendo as Decisões Didáticas e o Contrato Didático enfatizando os fatores decisoriais do tipo “história didática”.

Deste modo, neste momento, procuramos centrar nossa discussão voltada para o estudo empírico do nosso trabalho. Entretanto, ressaltamos que a presente tese tem uma análise teórica e uma análise empírica.

Nesse sentido, vale destacar que a análise teórica foi apresentada no capítulo 4. Com isso, pudemos acompanhar as reflexões e a incursão teórica referente às inter-relações entre as decisões didáticas e o contrato didático.

Por meio das discussões realizadas no nosso estudo teórico, propomos o esquema principal da nossa tese que buscou representar uma intermediação entre a teoria e a realidade. Sua construção foi baseada, fundamentalmente, em teorias consolidadas na área, em seguida foi sendo constituído com caráter específico para analisar uma realidade específica. Então, acreditamos que futuramente ele será considerado como um *modelo*, à medida que for sendo aplicado como base teórica nas análises de outros estudos empíricos realizados na área da Didática da Matemática.

Nessa perspectiva, entendemos que sua validação como “modelo teórico” começa a partir da análise do estudo empírico desta tese.

7.1 APRESENTANDO OS ELEMENTOS PRINCIPAIS DA DISCUSSÃO DOS DADOS LEVANTADOS

A discussão apresentada neste capítulo teve como objetivo principal fazer uma aplicação do esquema teórico que foi elaborado na presente tese. A partir dele, buscamos desenvolver um olhar reflexivo para a relação existente entre as decisões didáticas e o contrato didático no ensino de um saber algébrico, em nosso caso, o conteúdo abordado foi o seguinte: Introdução das expressões algébricas: Polinômios.

Segundo apontamos no decorrer deste trabalho, nosso olhar analítico esteve sempre concentrado na atividade docente em seu exercício prático durante as aulas observadas, bem como na atividade que visa essa mesma sala de aula. Dessa forma, atingindo, especificamente, alguns determinados Níveis de atuação (N+1, N0 e N-1).

Por outro lado, destacamos que neste capítulo não pretendemos, em nenhuma hipótese, fazer algum tipo de avaliação, assim ressaltamos que não estamos julgando o trabalho do professor (se é bom, regular ou ruim) ou de qualquer outro sujeito integrante da nossa pesquisa (por exemplo, a escola, a turma, um aluno específico, dentre outros).

Nosso caminho foi pautado visando alcançar todos os objetivos propostos inicialmente nesta tese, entretanto, mantendo nosso compromisso puramente acadêmico, ao mesmo tempo, buscamos sempre preservar a identidade de todos os sujeitos participantes. Portanto, estivemos focados essencialmente em testar nosso esquema teórico, promovendo uma análise dos fenômenos didáticos que antecedem e estão presentes nas aulas de matemática observadas, verificando como ocorrem suas relações.

Conforme foi apontado no capítulo anterior, referente à metodologia, nossa construção dos dados consistiu na aplicação de três etapas: o levantamento inicial (com a realização de uma entrevista), observação das aulas (filmagem/transcrição) e discussão dos dados, deste modo seguimos uma caminhada preestabelecida. Acreditamos que a partir dessa construção, tornou-se possível desenvolver uma produção articulando a discussão teórica realizada na

fundamentação, com a realidade encontrada a partir dos dados levantados no cotidiano escolar.

Nesse sentido, acreditamos que o cumprimento de cada etapa foi importante para a identificação dos fenômenos investigados, para buscar responder os questionamentos inicialmente elaborados em nossa pesquisa, bem como para alcançar os resultados finais desse estudo.

Portanto, podemos acompanhar, a seguir, que a discussão dos dados foi formada por dois momentos fundamentais da atividade do professor, que são o processo de planejamento das aulas a serem ministradas e a prática de ensino, isto é, a ação docente durante o contato direto com os educandos e o saber em jogo. Então, no próximo tópico, abordaremos a discussão realizada com foco no Nível +1 da atividade do professor.

7.2 DISCUSSÃO DA RELAÇÃO ENTRE AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO NO NÍVEL +1

Para tentar compreender melhor os aspectos relevantes que acompanham o exercício profissional do professor, não devemos permanecer apenas na ótica interna da sala de aula, porque conforme temos refletido no decorrer deste trabalho, pudemos perceber, diversas vezes, que a atividade docente se expande em diferentes momentos da sua atuação. Da mesma forma, o esquema teórico proposto nesta tese contribui com essa perspectiva, promovendo uma reflexão sobre os fenômenos didáticos que surgem com grande significado durante os níveis da atividade docente, nos quais de fato ocorrem as decisões didáticas.

Nesse sentido, vamos discutir, nesse momento, os fenômenos didáticos presentes no Nível +1, apontado no modelo proposto por Margolinas (2002) como o mais próximo da realização da aula de matemática. Essa proximidade acarreta no recebimento de alguns vestígios da experiência em situações passadas, assim, eles acabam gerando as expectativas para as aulas futuras. Uma vez que essas expectativas são resultados provocados a partir dos fenômenos didáticos que podem surgir no Nível 0.

Isto é, mesmo considerando a definição de Brousseau (1986) de que o contrato didático se estabelece quando a relação didática (professor-aluno-saber) ocorre efetivamente em sala de aula, portanto se consolida como um fenômeno presente no Nível 0, podemos considerar a existência de uma interferência do contrato, antes da realização da aula.

Na literatura, conforme as discussões desenvolvidas por Brito Menezes (2006) e Almeida (2016), nesse caso citado, seria o contrato didático, ao menos “em semente”. Então, durante o planejamento das aulas, o professor visualiza situações envolvendo seus alunos, porque existe um fenômeno que engloba suas expectativas, embora ainda não tenham ocorrido as interações concretas na sala de aula.

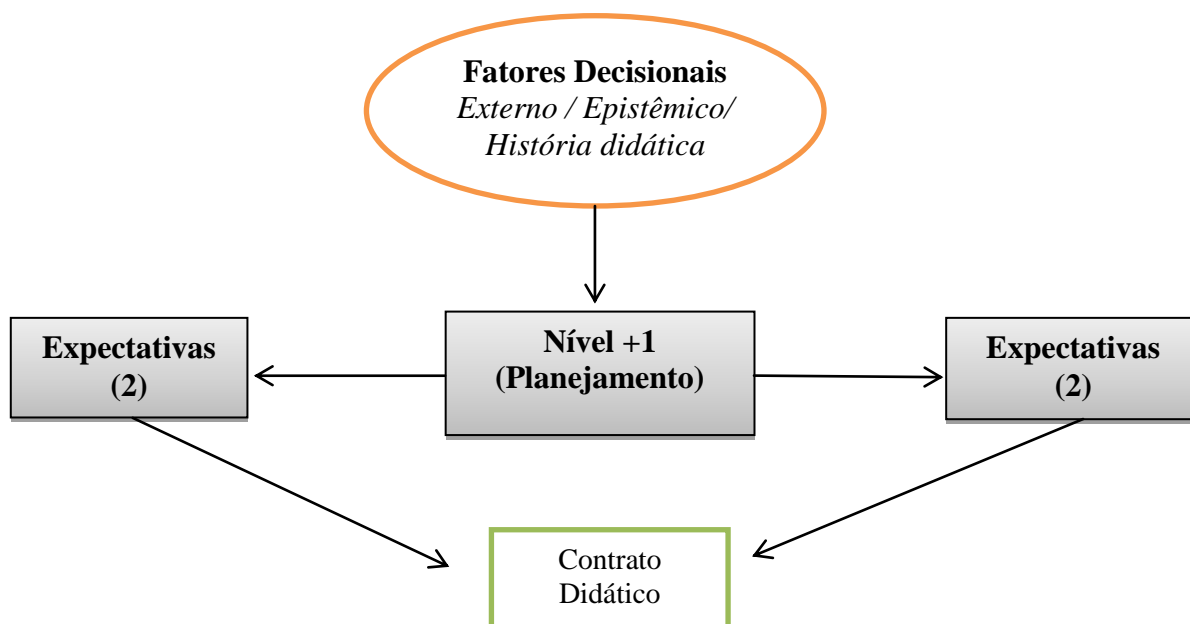
Já em relação à tomada de decisão, os fatores decisoriais podem também apresentar alguma direção na construção do planejamento, de acordo com as experiências vividas na sala de aula ou as concepções pedagógicas que o professor carrega, isto é, aspectos que emergem quando ele estabelece o foco na turma visada.

Diante dessas considerações iniciais, seguimos nossa discussão fazendo algumas observações sobre os elementos que surgiram durante o planejamento das aulas, isto é, no Nível +1. Levamos como referência o esquema base proposto em nossa tese apresentado no Quadro 12, nomeado como “As relações entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático”. Dessa forma, percebemos que nesse momento que antecipa a realização de uma aula podemos encontrar uma ligação entre as Expectativas (2), aquelas que consideram a próxima aula de uma turma específica, e as decisões didáticas tomadas na elaboração de um projeto.

Ancorados no nosso esquema teórico, podemos considerar, na figura a seguir, que a representação denominada como “contrato didático”, que aparece interligado com as Expectativas (2), ocorre devido às experiências contratuais anteriores do professor com a turma visada, isto é, seu surgimento só aparece de fato, em forma de fenômeno contratual vigente, quando houver as interações na tríade didática na sala de aula.

Nessa perspectiva, para identificar a relação das decisões didáticas que ocorrem no Nível +1 com as Expectativas (2) que surgem devido à vivência do docente, adquiridas com o contrato didático de uma determinada turma, tomaremos como base a figura 11, a seguir, que foi recortada da estrutura teórica proposta nesta tese.

Figura 11 – Decisões Didáticas no Nível +1 e o Contrato Didático



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

Buscando entender melhor a atividade docente no Nível +1, procuramos seguir as etapas do nosso percurso metodológico, assim acompanhamos e conversamos com o professor sobre a construção do planejamento das aulas observadas, além disso, utilizamos como recurso o diário de bordo preenchido por ele. Nessa perspectiva, vale ressaltar que o plano elaborado para as aulas observadas, os questionamentos com as respostas do professor e o diário de bordo estão nos anexos deste estudo.

Dessa forma, durante essa análise inicial que antecede a realização da aula, percebemos a coexistência dos fenômenos didáticos, isto é, o professor tem a presença dos fatores decisórios motivando sua tomada de decisão, ao mesmo tempo, que carrega suas expectativas geradas a partir de um contrato didático “em semente”.

Com base nas informações apresentadas na figura 11, observamos a influência das Expectativas (2) em tal elaboração, quando o professor escolhe os exercícios do livro didático a serem explorados nas aulas considerando o perfil dos seus alunos, percebemos uma indicação do que ele espera encontrar na sala de aula. Na literatura discutida em nossa fundamentação teórica podemos encontrar que tais “expectativas” representam um efeito do contrato didático. Para Brousseau (1986, 1996), o efeito gerado está relacionado a um fenômeno que é considerado inevitável, pois a relação contratual carrega expectativas entre os parceiros de forma natural.

Nessa direção, vejamos o quadro 13 que apresenta um recorte contendo algumas perguntas que foram respondidas pelo professor investigado, durante a fase de construção do planejamento das aulas (Nível +1).

Quadro 13 - Questionamentos com as respostas do professor durante o planejamento das aulas

<p>Pesquisador - <i>Quais atividades foram selecionadas para serem aplicadas nas aulas sobre expressões algébricas?</i></p> <p>Professor – Foram escolhidos alguns exercícios do livro didático.</p> <p>Pesquisador - <i>Como ocorreu a escolha dos exercícios?</i></p> <p>Professor - Foi feita a seleção das questões do livro didático de acordo com as aulas anteriores ministradas nessa turma.</p> <p>Pesquisador – <i>Qual foi o livro didático utilizado na construção do seu plano e nas suas aulas da turma do 8º ano?</i></p> <p>Professor – Foi o livro didático de matemática do Projeto Teláris.</p> <p>Pesquisador – <i>Esse livro didático foi adotado pela escola?</i></p> <p>Professor - Sim, foi o livro didático selecionado, mas não tem livro para todos os alunos.</p> <p>Pesquisador - <i>Em que circunstâncias o livro didático foi adotado?</i></p> <p>Professor - Foi organizada uma reunião com todos os professores da escola, na qual foram divididos por área de conhecimento. A direção e os coordenadores da escola apresentaram duas coleções disponíveis de livros didáticos e então ficou decidido o livro didático do Projeto Teláris para os professores de matemática e para os alunos da escola.</p>
--

Fonte: Questionamentos com as respostas registradas pelo professor participante

A partir das respostas do professor apresentadas no quadro 13, percebemos uma interferência dos fatores decisoriais do tipo externo, na categoria das “restrições genéricas”, no momento que ocorreu a seleção do livro didático que foi utilizado pelo professor e os alunos da escola. É possível verificar que após essa decisão tomada, em relação à escolha do livro, outros tipos de fatores decisoriais surgiram durante o processo de construção presente no planejamento das aulas.

Nesse sentido, conforme Bessot (2018, 2019), podemos apontar que os fatores decisoriais do tipo história didática influenciaram a tomada de decisão do professor, diante das possibilidades que apareceram no processo de elaboração (no ato de selecionar) as atividades, uma vez que tais decisões foram originadas a partir das características dos seus educandos. Percebemos isso, quando o professor afirma que: *“Foi feita a seleção das questões do livro didático de acordo com as aulas anteriores ministradas nessa turma.”*, comprovando a interferência dos fatores decisoriais pertencentes à categoria da “História

inter-aluno de uma classe visada”. Vale lembrar que, de acordo com Bessot e Bittar (2019), ela refere-se à percepção do professor sobre os comportamentos dos alunos que foram observados nas aulas precedentes, diante das escolhas possíveis, considerando a turma que ele ensina atualmente.

Em relação ao planejamento das aulas observadas, percebemos que o professor procurou antecipar as situações que poderiam acontecer no momento da interação direta com os alunos da sua turma. Do ponto de vista do fenômeno contratual, essa preparação da aula que ocorreu representa uma antecipação do contrato didático. Conforme discutimos na nossa fundamentação teórica, a partir de Sarrazy (1995), Brousseau (1996) e Almeida (2016), essas características possibilitam a existência de um núcleo duro de contrato didático.

Além disso, consideramos que esse momento da atividade do professor (Nível N+1) carrega as marcas de contratos didáticos anteriores, nesse sentido, podemos apontar para uma possível existência da ideia do “culturalismo didático” (SARRAZY, 1995; ALMEIDA, 2016), que diz respeito às repetições de hábitos específicos do professor.

Nesse sentido, por meio do nosso esquema teórico e das discussões realizadas, sugerimos que as decisões tomadas no Nível +1 estariam ligadas fortemente a essas Expectativas 2, podemos verificar essa conexão de acordo com as respostas preenchidas durante o acompanhamento das atividades registradas no diário de bordo 1, conforme as informações presentes no quadro 14. Por exemplo, acerca da escolha da fonte utilizada para sua atividade, que nesse caso foi o livro didático, assim como a justificativa do professor: *“Estou seguindo uma sequência de conteúdos. Acho que no livro didático o assunto já está bem estruturado.”*. Essa justificativa e os comentários apresentados remetem aos fatores decisoriais epistêmicos, os quais estão representados na categoria denominada “Como ensinamos”. Além disso, Bessot (2018) coloca que os fatores epistêmicos dizem respeito ao que sustenta a relação subjetiva do professor com o saber a ensinar.

Os fatores decisoriais desse tipo podem englobar tudo que promove de alguma forma a relação pessoal do docente com a disciplina ensinada. Aponta também, no nosso entendimento, para o papel e valorização do livro didático no Brasil, como sendo um instrumento de representação do saber transposto (pela Noosfera), que deve ser seguido pelo professor.

A seguir, vamos acompanhar o registro das informações apresentadas pelo professor durante a construção do planejamento das aulas (Nível N+1) que foram ministradas posteriormente. Nesse contexto, por meio do diário de Bordo 1 podemos analisar o registro pessoal do professor durante sua atividade.

Quadro 14 - Diário de bordo 1: Registro das atividades do professor

Data do registro	Atividade docente	Local	Fontes utilizadas (ou não utilizadas)	Justificativa da atividade realizada	Comentários
23/05/2019 (Um dia antes da realização da aula)	Foi elaborado um plano para as duas aulas.	Em casa.	Foi utilizado o livro didático como fonte.	Estou seguindo uma sequência de conteúdos. Acho que no livro didático o assunto já está bem estruturado.	Os alunos ainda não tinham visto o assunto de polinômios, então foi necessário ministrar esses conteúdos.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador a partir das respostas registradas pelo professor participante

Percebemos que a escolha pelo livro didático se apresentou como a fonte base na elaboração do plano promovido no Nível +1. Acreditamos que isso pode ter sido provocado pelos fatores decisoriais do tipo história didática, da experiência com turmas do mesmo nível, uma vez que durante nosso acompanhamento não identificamos nenhum indício que apontasse uma exclusividade para adotar somente diante da turma visada.

Ressaltamos que essa tomada de decisão foi colocada, de acordo com Margolinas (2005), no Nível das macrodecisões, ou seja, aquelas tomadas pelo professor de forma mais ampla, neste caso foi durante a atividade de construção do planejamento, bem como na elaboração de uma sequência didática.

De acordo com Bessot (2018, 2019), os fatores do tipo história didática representam os elementos da história que o professor dividiu com seus alunos sobre o saber em jogo, assim ele acaba adquirindo e carregando esses conhecimentos. Nessa perspectiva, levando em consideração as informações do professor no diário de bordo, identificamos, no Nível +1, uma construção do plano baseada na impressão (intuição) do docente sobre os comportamentos observados dos alunos nas aulas anteriores (caracterizando a categoria *História inter-aluno de uma classe visada*).

Deste modo, podemos apontar que durante a construção do planejamento, diante das escolhas possíveis, o professor toma sua decisão, visando às próximas aulas com sua turma, ancorado fundamentalmente nos fatores decisoriais do tipo história didática.

No diário de bordo 1, o comentário do professor: “*Os alunos ainda não tinham visto o assunto de polinômios, então foi necessário ministrar esses conteúdos.*” revela a decisão pela inclusão de conteúdos que ele acredita serem importantes para o desenvolvimento da formação escolar dos seus alunos, mantendo uma conexão com a expectativa que ele carrega dessa turma, isto é, antecipando-se a possíveis dificuldades que podem surgir no dia das aulas a serem ministradas. Aponta também para a ideia da construção de conceitos matemáticos ancorados em pré-requisitos, ou seja, para se chegar a um nível mais elaborado de um dado saber matemático, é preciso que os alunos tenham domínio dos conceitos e noções que funcionam como pré-requisitos aqueles que se deseja que eles aprendam.

Portanto, acreditamos que a partir das bases teóricas apresentadas no nosso esquema, após o levantamento dos elementos que emergiram da realidade escolar, percebemos a relação de proximidade existente entre a tomada de decisão e o fenômeno das expectativas durante o Nível +1 da atividade do professor.

Destacamos também que os fatores decisoriais ajudam bastante para reforçarmos nosso entendimento sobre essas inter-relações estabelecidas não apenas no Nível (N+1), mas também na sequência da atividade do professor, ou seja, na interação direta ocorrida no Nível (N0), bem como na observação do professor sobre a participação dos alunos nas tarefas solicitadas, Nível (N-1), conforme discutimos na fundamentação teórica.

Deste modo, a seguir, procuramos discutir as relações estabelecidas na sala de aula, pois consideramos que se trata do momento principal de encontro dos fenômenos investigados, portanto, uma etapa de interações apontada como fundamental em nosso estudo, o Nível 0.

7.3 DISCUSSÃO DA RELAÇÃO ENTRE AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO NO NÍVEL 0

Na fundamentação teórica desta pesquisa apresentamos uma discussão sobre a tomada de decisão do professor. De acordo com Bessot (2018, 2019) e Bessot e Bittar (2019), os fatores de decisão do professor estão distribuídos em três grandes categorias de fatores decisoriais (fatores do tipo externo, fatores do tipo epistêmico e fatores do tipo história didática). Temos acompanhado nesta tese, conforme abordamos no capítulo sobre as decisões

didáticas, que tais fatores podem aparecer com mais ou menos frequência em um determinado nível da atividade do professor.

Ressaltamos que, para a realização da nossa discussão, não descartamos nenhum deles, embora nossa percepção seja de que no Nível 0 os fatores ligados à história didática tenham uma abrangência enorme na tomada de decisão do professor, haja vista que o docente tende a considerar bastante a história compartilhada com seus alunos bem como suas experiências com outras turmas do mesmo ano escolar.

Deste modo, conduzimos nossa discussão enfatizando os fatores decisoriais, porque eles foram nossa referência para verificar as interferências que impulsionam a tomada de decisão do professor. Também destacamos que neste nível da atividade abordado, observamos as microdecisões didáticas, aquelas que ocorrem na prática de ensino.

Por outro lado, quando estamos diante da interação real entre professor-aluno-saber, necessitamos da reflexão proposta por Brousseau (1986), de que o contrato didático é o fenômeno didático responsável pela coordenação geral da situação didática, ele foi denominado por esse pesquisador como sendo a “*regra do jogo*”, para nós o elemento central nas interações existentes em busca do saber que está sendo abordado.

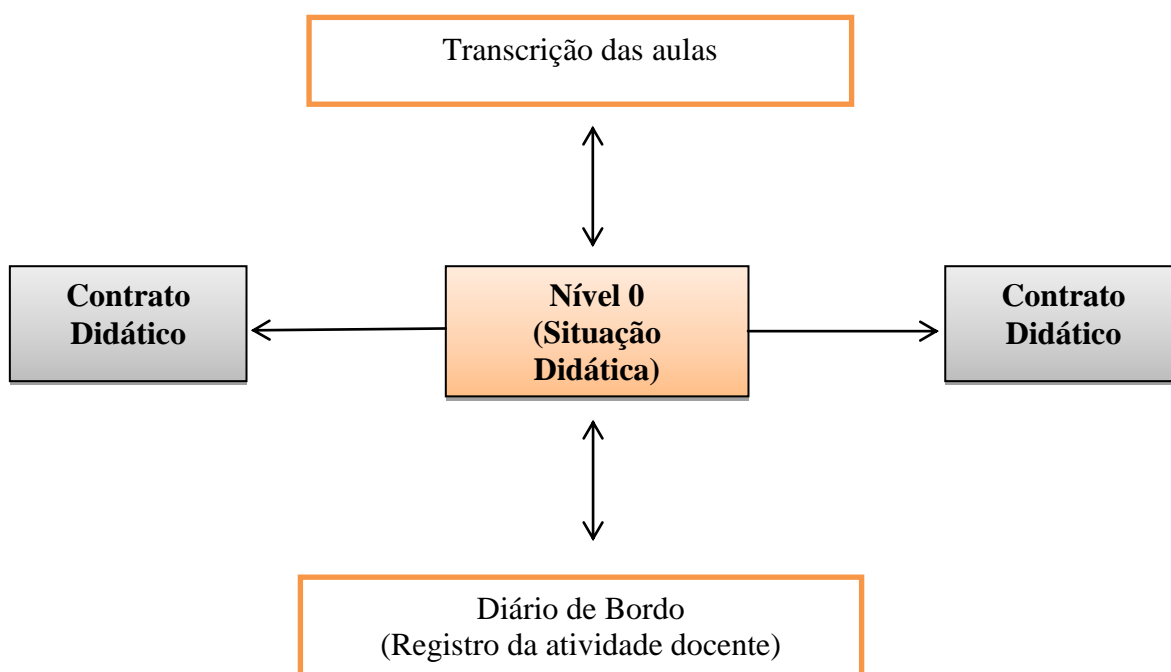
Além disso, na literatura, outros pesquisadores contribuíram com essa corrente de pensamento ao desenvolverem seus estudos, como Sarrazy (1995), Jonnaert e Borghet (2002), Brito Menezes (2006), Almeida (2016) e Silva (2016) que o consideraram um fenômeno abrangente e dominante na sala de aula. Portanto, acreditamos que ele seja extremamente predominante no Nível 0, com isso, fundamentalmente ligado às decisões tomadas no momento da ação docente e discente.

Então, para contemplar nossa discussão, consideramos tanto a tomada de decisão do professor na prática quanto o contrato didático encontrado na sala de aula. Temos como base teórica a figura 12, a seguir, que é um recorte do nosso esquema de análise. Dessa forma, observando sua estrutura e aplicando suas indicações, buscamos analisar o núcleo fundamental que envolve a ligação entre os fenômenos estudados.

A princípio, a partir do levantamento dos dados, encontramos elementos relevantes na realidade educacional, acreditamos que essas informações contribuem de forma significativa para nossa discussão, isto é, podemos afirmar que elas enriqueceram nossa investigação, à medida que testamos nosso esquema teórico. Deste modo, nosso olhar ficou direcionado para a transcrição das aulas e para o diário de bordo 2, contendo os registros e comentários do professor sobre as aulas realizadas.

Nesse momento, pretendemos analisar a interação real entre os sujeitos participantes da relação didática. Vejamos, no esquema a seguir, a figura elaborada com base no esquema teórico principal, que propõe a realização da análise nesta tese. Por meio das informações apresentadas, temos a representação das relações estabelecidas entre as noções estudadas no Nível 0.

Figura 12 – Decisões Didáticas no Nível 0 e o Contrato Didático



Fonte: Elaborado pelo autor da Tese

A partir das considerações apresentadas por meio da figura 12, seguiremos com a discussão, refletindo sobre os fenômenos didáticos a partir de alguns episódios que chamaram nossa atenção.

Segundo Bessot (2018), nos fatores decisoriais externos, pode haver condições específicas em uma escola que influenciam as decisões didáticas do professor. Observamos que no momento em que ocorreu esse tipo de situação, o fenômeno contratual não teve interferência nas decisões a serem tomadas.

Nesse sentido, de acordo com Bessot (2018), vale ressaltar que esses fatores podem ser representados pelas restrições genéricas e as restrições circunstanciais. As restrições genéricas, que são as condições mais gerais, podendo ser consideradas como recorrentes, estão ligadas aos eventos que fazem parte das atividades que ocorrem na escola. Já no caso

das circunstanciais, elas representam os acontecimentos imprevisíveis e podem modificar o tempo didático.

Podemos verificar, a seguir, um episódio ocorrido que representa uma situação não prevista, ficando acima tanto das decisões didáticas do professor como também do fenômeno contratual presente na sala de aula. Neste contexto, trata-se de uma observação feita quando o professor entrou na sala de aula, antes do início da filmagem. Assim, o quadro 15 descreve uma situação que ocorreu quando o diretor da escola e o professor precisaram conversar com a turma, no momento que a aula já tinha iniciado.

Quadro 15 - Recorte da transcrição da aula

Observação: Antes de iniciar a gravação das aulas, o professor e o diretor da escola conversaram com os alunos sobre a segunda etapa da *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP* que se trata de um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras. Eles também informaram outro evento que seria realizado pela escola, motivando para que todos os alunos pudessem participar. Então, ficou combinado que após a aula o professor retomaria essa discussão. Em seguida, começamos a filmagem. Com o início das gravações, apresentamos a transcrição da aula abaixo.

Fonte: Transcrição das aulas observadas

Essa situação apontada no quadro 15 pertence aos fatores decisoriais do tipo externo, podendo ser referente às restrições circunstanciais, caso ela represente um momento não recorrente ocorrido na sala de aula. Vale ressaltar que se houver uma recorrência desse tipo de interferência na sala de aula, é possível caracterizar esse episódio como uma restrição genérica. Como a aula já estava em curso, percebemos que as escolhas do professor e as regras contratuais que condicionam o comportamento dos elementos humanos ficaram em segundo plano durante esse episódio ocorrido. Destacamos que nesse momento o contrato predominante era o pedagógico, porque as interações ocorridas entre o professor e seus alunos ainda não apresentavam uma ligação com o saber em jogo.

No decorrer da gravação, a partir do início das interações entre os elementos da tríade didática (professor-alunos-saber), observamos que o contrato didático coordena as ações do professor e seus alunos, ditando seus comportamentos diante do saber que está em jogo na sala de aula, principalmente de forma implícita. Nesse sentido, o professor segue uma sequência de comportamentos, já esperada pelos alunos, que se repete no andamento da aula, assim podemos resumir da seguinte forma: ele copia as informações no quadro, espera a

confirmação dos alunos que concluíram a escrita no caderno, para então iniciar a explicação do conteúdo abordado.

Ou seja, podemos pressupor que essas interações ocorreram sob o regimento de um contrato particular (único) existente nessa turma investigada, então ficou perceptível que uma tomada de decisão ocorrendo nessas condições pode realmente se manter ligada a ele de alguma maneira, seja influenciando ou sendo influenciada pelo contrato.

Vejamos no quadro 16 as primeiras interações que revelaram as características do contrato didático encontrado na sala de aula.

Quadro 16 – Recorte da transcrição da aula

Narrador – O professor se dirige até o quadro e escreve a data e o tema da aula.
 Aluno – Isso é o quê? É a correção?
 Professor – Não. Novo assunto, certo?
 Aluno – Polinômio.
 Narrador – O professor escreve no quadro o tema da aula: Polinômios; coloca exemplos de monômios; a definição de binômio e coloca exemplos; escreve a definição de trinômio e coloca exemplos; escreve a definição de polinômios. Alguns alunos conversam enquanto copiam.
 Aluno – Professor!
 Professor – Oi!
 Aluno – Eu terminei aquele ali, se quiser pular, deixa linha em cada um desse aí é?
 Professor – Precisa deixar linha não, mas se quiser deixar, não tem problema não.
 Narrador – Os alunos conversam na sala. O professor pede para copiar e fazer silêncio.
 Professor – Terminaram para eu explicar? Vamos!
 Aluno – Espere um pouco.

Fonte: Transcrição das aulas observadas

Podemos observar, com base na transcrição, que a forte presença desse contrato didático na sala acabou gerando vários efeitos no decorrer das aulas observadas. Por isso, apresentamos, a seguir, um exemplo que retrata um efeito Topázio, surgindo a partir do cumprimento do contrato didático, quando o professor faz a seguinte explicação: *“Então, por exemplo, expressões algébricas são formadas por um monômio ou pela adição ou subtração de monômios, denomina-se polinômios. Certo, a gente já viu adição de monômios, subtração de monômios, então de certa forma, a gente já viu o quê? Poli...?”* em seguida os alunos rapidamente respondem *“Polinômios!”*. Dessa forma, quando o professor fez essa colocação sobre conteúdo em jogo, ele direcionou seus alunos até a resposta correta, fornecendo pistas, ou seja, emitindo a resposta antecipadamente.

Além disso, destacamos que esse efeito também aparece, em outros momentos, de forma visual por meio dos códigos enviados pelo professor ao apontar para o quadro indicando a resposta esperada. Vejamos o quadro 17 que apresenta esse episódio completo envolvendo o professor, seus alunos e o saber.

Quadro 17 – Recorte da transcrição da aula

<p>Professor – Terminaram? Vamos! Vou explicar.</p> <p>Professor – Vamos lá, explicação, prestem atenção, certo! Polinômio vem de vários monômios, ok! Então, por exemplo, expressões algébricas são formadas por um monômio ou pela adição ou subtração de monômios, denomina-se polinômios. Certo, a gente já viu adição de monômios, subtração de monômios, então de certa forma, a gente já viu o quê? Poli...?</p> <p>Alunos – Polinômios!</p> <p>Narrador – O professor aponta para o quadro e continua a explicação.</p> <p>Professor – São exemplos de polinômios: cinco x mais oito. Então, aí eu tenho quantos monômios?</p> <p>Aluno – Dois.</p> <p>Professor – Eu tenho dois, olha: cinco x mais oito.</p> <p>Professor – Um monômio tem as duas partes né. O coeficiente e a parte literal, certo, o outro monômio só tem o coeficiente. Então aqui eu tenho dois monômios, que ele chamou de termo, certo, mas é a mesma coisa.</p> <p>Aluno – Binômio.</p> <p>Professor – E quando acontece isso ele é chamado de binômio.</p> <p>Aluno – Binômio.</p>

Fonte: Transcrição das aulas observadas

Como no decorrer das aulas observadas, essas situações envolvendo o contrato didático e seus efeitos ocorreram de modo bastante abrangente tanto de forma verbal quanto visual, então podemos sugerir que as decisões didáticas que emergiram no Nível 0 estiveram inevitavelmente em conexão direta com esse fenômeno contratual, por ele coordenar as ações dos sujeitos envolvidos. Na passagem apresentada no quadro 17, a partir das características do contrato didático encontrado na sala de aula, é possível observar que as colocações do professor: “*Terminaram? Vamos! Vou explicar.*” “*Vamos lá, explicação, prestem atenção, certo!*” podem revelar que as escolhas dele estiveram estritamente alinhadas às condições contratuais existente com sua turma, ou seja, parecendo manter o comportamento esperado por ambos.

De acordo com Margolinas (2005), o Nível 0 é considerado como o nível das microdecisões, ou seja, quando ocorre a tomada das decisões pelo professor em interação direta com os alunos. Dessa forma, entendemos que elas são as que mais estão relacionadas

ao contrato didático. Aprofundando o estudo sobre as microdecisões didáticas, destacamos o modelo proposto por Brassset (2017), como um componente fundamental para a identificação desse fenômeno, pois ele revela a “ação” docente e discente na situação didática S0, evidenciando a posição e a participação do professor e do aluno durante esse tipo de tomada de decisão.

Partindo dessas colocações, percebemos a relação existente entre a microdecisão didática e o contrato didático no episódio abaixo, no qual o professor estava apresentando uma explicação do conteúdo para sua turma sob a regência do contrato didático, iminente à produção de efeito didático, entretanto, inicialmente a indicação não é compreendida: *“Quando eu tenho três monômios, como nesse exemplo aqui ó...”* mesmo com o professor apontando para o exemplo no quadro, os alunos não respondem de forma satisfatória: *“Professor – Aí ele é chamado de? Alunos – Bi... Professor – Trinômio! Certo; Trinômio. Mas não deixa de ser poli...? Nômio.”*, então, os discentes não correspondem as suas expectativas.

Nesse sentido, temos uma breve explicação sobre monômios, trinômios e polinômios, assuntos abordados até o momento na aula. Em seguida, o professor questiona sua turma sobre o entendimento do conteúdo: *“Pessoal... Atenção! Grau de um polinômio. Entenderam aqui?”* assim, alguns alunos afirmam que não estão entendendo o assunto: *“Entendi não. Outro aluno – Eu também não.”*. Deste modo, chegamos a um determinado momento em que surgem algumas possibilidades de escolha, fazendo com que o docente necessite tomar uma decisão imediata.

Vamos acompanhar essa interação entre o professor e seus alunos, por meio do recorte da transcrição da aula, a seguir.

Quadro 18 – Recorte da transcrição da aula

Professor – Quando eu tenho três monômios, como nesse exemplo aqui ó...

Narrador – O professor aponta para o exemplo no quadro.

Professor – Aí ele é chamado de?

Alunos – Bi...

Professor – Trinômio! Certo; Trinômio. Mas não deixa de ser poli...? Nômio. Quando tem de quatro acima, monômios, aqui ó, tem um, dois, três, quatro. Aí chama de polinômio. Certo. Quando tem de quatro acima monômios. Ok. Um monômio é também chamado de polinômio, de quantos termos? De apenas um termo. Por exemplo, olha, se eu coloco aqui quatro x, isso aqui é chamado de polinômio, só que é chamado de um termo só, um monômio. Ok!

Aluno – Ok.

Professor – Pessoal... Atenção! Grau de um polinômio. Entenderam aqui?

Aluno – Entendi não.

Outro aluno – Eu também não.

Professor – Vamos lá, de novo. O que é um polinômio?

Aluno – É um termo...

Professor – Só ali, vamos... Poli vem de vários, vários o quê?

Alunos – Termos... Monômios.

Professor – Vários monômios.

Aluno – Acertei.

Professor – Então, nessa expressão algébrica aqui tem quantos monômios?

Aluno – Dois.

Professor – Dois, então, tem um polinômio. Nessa expressão algébrica aqui tem quantos?

Alunos – Três.

Fonte: Transcrição das aulas observadas

Observamos na literatura, com base em Margolinas (2002) e Lima (2011), que a tomada de decisão será realmente confirmada no momento em que um professor de fato decida por algo, apenas depois de identificar algumas possibilidades. Então, podemos observar no quadro 18 que ao chamar a atenção dos alunos, o professor poderia continuar a sequência do conteúdo, explicar novamente, ou até mesmo deixar os alunos desatentos com conversas paralelas na sala, uma vez que eles confirmaram o entendimento com o “ok”. Inclusive, diante desse cenário contratual poderia surgir naturalmente um efeito Topázio ou Jourdain. Diante dessas possibilidades, ele questiona sobre o entendimento do saber em jogo e toma a decisão didática de reiniciar a explicação.

Seguindo nessa perspectiva, baseados no modelo dos fatores decisoriais de Bessot (2018, 2019), podemos imaginar uma interferência dos fatores decisoriais do tipo história didática, devido à influência das experiências passadas que o professor carrega na memória. Então, nesse contexto, a decisão didática emerge em virtude das escolhas possíveis que surgiram por meio da interação real entre os sujeitos participantes da situação didática.

Percebemos um dado interessante durante essa tomada de decisão, que foi sua relação estreita com o contrato didático.

Com isso, mesmo diante de uma decisão tomada, foi possível verificar que o contrato didático manteve suas características coordenando as ações dos sujeitos na sala de aula. Dessa forma, percebemos que foi devido à reflexão sobre o funcionamento do contrato didático que nos possibilitou observar o dinamismo existente na relação didática (professor-aluno-saber) presente na sala de aula.

Segundo Brousseau (1986), essa relação didática é denominada a partir das múltiplas interações entre si, que é constituída como uma relação dinâmica e complexa. Nesse sentido, no interior da relação didática podemos encontrar o contrato didático com suas características próprias, existindo de forma única (particular). De acordo com Jonnaert e Borght (2002) o dinamismo encontrado nessas interações permite compreender melhor as múltiplas relações com os saberes e com os conhecimentos presentes na sala de aula.

Nesse sentido, é possível verificar que, embora não tenha havido uma ruptura no contrato didático vigente, o professor reestrutura a situação, com base em uma regra implícita de contrato, inerente à ideia de culturalismo didático. Percebemos que depois da decisão tomada pelo docente, o fenômeno contratual continua gerenciando os comportamentos do professor e dos alunos em relação ao saber de forma similar, isto é, apresentando as mesmas características nas condições implícitas que regem a relação didática.

Para uma melhor reflexão sobre essas considerações apresentadas, vejamos o quadro 19, a seguir, revelando a sequência de comportamentos do professor e seus alunos logo após o episódio relatado anteriormente envolvendo a decisão tomada e o contrato didático (interação apresentada no quadro 18). Nesse sentido, percebemos que o professor, inicialmente, faz a explicação do conteúdo, em seguida, apresenta algumas questões: *“Esse monômio aqui, qual o grau dele? Aí como é que a gente faz? Faz assim ó, esse expoente aqui é quanto?”* por fim, ele conduz os alunos até chegar à resposta esperada, indicando as pistas necessárias: *“Professor – Quatro mais um? Alunos – Cinco. Professor – Então esse monômio aqui ele é do quinto? Alunos – Grau. Professor – Grau.”*. A partir dessa interação, registrada no quadro 19, podemos verificar que as características do fenômeno contratual foram mantidas na sequência da aula, inclusive gerando os efeitos de contrato didático.

Quadro 19 - Recorte da transcrição da aula

Professor – Grau de polinômio. O grau de um polinômio é dado pelo termo de maior grau. A gente tem que ver quem é o maior grau entre os polinômios.

Narrador – O professor aponta para o exemplo fixado no quadro.

Professor – Então, vamos lá, exemplo, tem esse polinômio aqui ó: x elevado a quatro y , menos, x elevado cinco, y elevado a três, mais três x ao quadrado, yx . Certo. Aí tem quantos monômios? Quantos?

Aluno – Três.

Professor – Três. Três monômios, só. Esse aqui é um monômio, outro monômio e outro monômio.

Professor – Esse monômio aqui, qual o grau dele? Aí como é que a gente faz? Faz assim ó, esse expoente aqui é quanto?

Alunos – Quatro.

Professor – E o que tem aqui em cima é quanto?

Alunos – Um.

Professor – Quatro mais um?

Alunos – Cinco.

Professor – Então esse monômio aqui ele é do quinto?

Alunos – Grau.

Professor – Grau.

Fonte: Transcrição das aulas observadas

Deste modo, por meio das informações no quadro 19, entendemos que esse episódio expõe que o contrato didático manteve suas principais características antes e depois da decisão didática. Aprofundando ainda mais nosso olhar, visando uma melhor compreensão, podemos colocar que a decisão didática acaba ocorrendo diante do gerenciamento particular desse contrato didático durante o jogo didático, sem anulação ou superação entre ambos, mas sim uma coexistência com extrema proximidade.

Tivemos a produção de um segundo diário de bordo preenchido pelo professor. Entretanto, dessa vez esse recurso metodológico ficou voltado para o Nível 0 da sua atividade, vale ressaltar que o preenchimento foi feito pessoalmente pelo docente, após a realização das aulas, assim, podemos considerar que foi um momento de reflexão da prática realizada. Dessa forma, pudemos observar alguns pontos importantes referentes às decisões didáticas tomadas durante as aulas observadas.

Vamos acompanhar, no quadro 20 a seguir, o registro contendo essas informações disponibilizadas pelo docente.

Quadro 20 - Diário de bordo 2: Registro das atividades do professor

Data do registro	Atividade docente	Local	Fontes utilizadas (ou não utilizadas)	Justificativa da atividade realizada	Comentários
24/05/2019 (no dia da realização das aulas)	Aula expositiva, dialogada. Aplicação de exercícios.	Na sala de aula.	Foi utilizado o livro didático como fonte. Recursos didáticos: quadro, lápis, notebook.	Acredito que, dessa forma, o conteúdo fica bem mais fácil para o entendimento dos alunos.	A falta de livros para os alunos. Pois algumas vezes eu preciso formar grupos para eles fazerem os exercícios. Às vezes falta livro para o aluno estudar em casa.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador a partir das respostas registradas pelo professor participante

Antes de iniciarmos as reflexões sobre o quadro 20, consideramos que, devido à passagem pelos níveis mais elevados da atividade docente, provavelmente os fatores epistêmicos podem influenciar de alguma forma a abordagem do conteúdo ministrado pelo professor, assim como as decisões sobre os recursos didáticos utilizados. Isso pode ocorrer pelo fato de o professor, antes da realização da aula, já ter caminhado pelos Níveis +3 (Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem), +2 (Construção do tema) e +1 (Planejamento da aula).

Entretanto, por meio das reflexões disponibilizadas pelo professor, no quadro 20, foi possível observar indícios de que os fatores do tipo história didática estão presentes predominantemente nas decisões didáticas tomadas no Nível 0, embora essa verificação também revele que, em grande parte, eles direcionam as decisões de forma implícita, por isso, ressaltamos a importância de termos utilizado etapas distintas para o levantamento dos dados. Dessa forma, além da transcrição das aulas, o comentário do professor é fundamental para a identificação dos fatores decisoriais e das decisões didáticas.

Continuando essa perspectiva, no quadro 20, esses fatores ficaram externados quando o professor fez sua reflexão pessoal, por meio do registro destacado, colocando a seguinte afirmação: *“Acredito que dessa forma, o conteúdo fica bem mais fácil para o entendimento*

dos alunos.”. Tal afirmação parece indicar que o professor traz como expectativa, em relação à divisão de responsabilidades, a ideia de que cabe ao professor tornar o conteúdo o mais simples possível, para que seja de fácil compreensão por parte dos alunos. Assim, acreditamos que esses dois fatores, sugeridos a partir das informações presentes no diário de bordo 2, contribuem para revelar suas influências nas decisões didáticas no decorrer das aulas investigadas, inclusive na decisão didática ocorrida no episódio destacado no quadro 18, apresentado anteriormente.

Encontramos alguns fatores decisoriais que podem passar despercebidos quando olhamos apenas para a transcrição literal das aulas. No entanto com o auxílio do diário de bordo 2 foi possível identificá-los, por meio do registro dessa informação: “*A falta de livros para os alunos.*”. Temos nesse caso um problema na instituição de ensino, em particular afetando a turma investigada, que gerou uma sequência de interferências à medida que o professor precisa tomar suas decisões didáticas, assim é natural que em alguns momentos esses fatores acabem se sobrepondo aos comportamentos dos sujeitos diante da relação didática, inclusive pode terminar direcionando as “novas” condições estabelecidas no contrato didático.

Nesse sentido, conforme o quadro 20, quando o professor afirma o seguinte: “*A falta de livros para os alunos. Pois algumas vezes eu preciso formar grupos para eles fazerem os exercícios. Às vezes falta livro para o aluno estudar em casa.*” percebemos que essa situação particular, encontrada na escola investigada, pode ter determinado alguma ação docente na sala de aula. Nesse sentido, esse comentário indica o real motivo que levou o professor a tomar sua decisão didática referente à abordagem dessa atividade que foi aplicada durante a aula. Destacamos, também, novamente a concessão do livro, como representante do saber, e de sua importância no processo de ensino e de aprendizagem.

Podemos observar que tem um momento da aula que o professor toma suas decisões em relação à aplicação dos exercícios que estão no livro didático, sob a vigilância do contrato didático vigente. Então, um fato que chama atenção é que os alunos se juntam em grupos sem a sugestão ou interferência do docente, ou seja, isso remete a um comportamento esperado por ambos, a partir da ação docente referente aos exercícios. A seguir, temos o recorte que registra esse episódio.

Quadro 21 – Recorte da transcrição da aula

Professor – Vocês podem pegar o livro e abrir na página cinquenta e oito.

Aluno – Que página é?

Professor – Cinquenta e oito!

Narrador – Os próprios alunos se dividem em grupos para fazer as questões do livro.

Narrador – O professor vai até os alunos para anotar os exercícios que eles devem fazer. Nesse momento os alunos conversam bastante.

Professor – Vamos lá! Fazendo... Psiu... Agora é responder!

Narrador – Novamente o professor vai até os alunos, agora para explicar as questões. Os alunos ficam tentando responder os exercícios.

Fonte: Transcrição das aulas observadas

Essa sequência apresentada no quadro 21, aparentemente expõe apenas que os parceiros da relação didática seguem o cumprimento das regras contratuais, porém com um olhar mais profundo para as relações que estamos investigando nesta tese, por meio do nosso esquema de análise, percebemos que em alguns casos específicos, o surgimento desse tipo de episódio na sala de aula, pode ser pré-determinado por decisões anteriores que foram tomadas a partir das interferências dos fatores decisoriais, ou seja, que ocorreram antes de chegar ao Nível 0 da atividade docente.

Seguindo nessa perspectiva, pensando nos níveis mais elevados da atividade docente, no momento em que refletimos sobre a situação do caso levantado, supostamente, trata-se, antes de tudo, das restrições genéricas ou circunstanciais pertencentes aos fatores decisoriais do tipo externos, que podem aparecer nas instituições escolares de forma recorrente ou não recorrente. Ou seja, como observamos anteriormente, no diário de bordo, existe a necessidade de mais livros didáticos na escola para atender todos os alunos, isso pode ter contribuído para o momento na sala de aula que ocorreu o seguinte: “*Os próprios alunos se dividem em grupos para fazer as questões do livro*”, dessa forma, percebemos que não teve a participação do docente durante a formação das equipes.

Por outro lado, direcionando nosso olhar para os Níveis da atividade do professor (N+1, N0 e N-1) investigados nesse estudo, que visam uma sala de aula específica, entendemos que a tomada de decisão ocorreu, principalmente, devido à interferência dos fatores decisoriais do tipo história didática, na categoria da *História inter-aluno de uma classe visada*. Assim, acreditamos que ao se deparar com essa nova “realidade” resultante dos outros níveis de atuação, o professor ficou diante de algumas possibilidades de escolhas, e acabou considerando fortemente as experiências construídas e compartilhadas anteriormente

com sua turma, conseqüentemente essa relação de convivência passou a ser negociada em sala de aula com seus alunos por meio do fenômeno contratual.

Vale ressaltar que temos uma hipótese, levantada ao longo da nossa discussão teórica, de que as decisões do professor podem afetar excessivamente o contrato a ser negociado com os alunos. Refletindo sobre o diário de bordo (quadro 20) e esse último episódio (quadro 21), encontramos a seguinte sequência de acontecimentos: inicialmente, fora da sala de aula, surgem os fatores decisoriais influenciando as escolhas do docente, em seguida, a partir das possibilidades apresentadas, o professor tende a seguir uma direção escolhida. Chegando ao Nível 0, durante o jogo didático na sala de aula (considerando as interferências dos fatores do tipo história didática), temos a negociação das regras do contrato didático, que é fenômeno gerenciador do comportamento dos elementos humanos em busca do saber.

Portanto, partindo da estrutura proposta pelo esquema de análise da nossa tese, percebemos que as situações investigadas nas aulas observadas (S0) puderam evidenciar uma inter-relação existente entre as decisões didáticas e o contrato didático, uma vez que a tomada de decisão do professor na ação, em relação à forma específica de abordar o conteúdo em jogo, foi impulsionada pelos fatores decisoriais, e manteve uma relação mútua com o contrato didático que coordenou as ações dos sujeitos na sala.

7.4 AS DECISÕES DIDÁTICAS E O CONTRATO DIDÁTICO: OS FATORES DO TIPO HISTÓRIA DIDÁTICA

Buscando refletir sobre os aspectos referentes aos fenômenos didáticos investigados em nossa pesquisa, considerando também suas relações estabelecidas, percebemos a importância de identificar os fatores que levam o docente a tomar suas decisões, diante de um ambiente regido por regras contratuais que coordenam as ações dos sujeitos envolvidos e que, na maioria das vezes, ocorrem de maneira implícita.

Então, levamos como referência os três fatores decisoriais (fatores do tipo externo, fatores do tipo epistêmico e os fatores do tipo história didática) apresentados na literatura por Bessot (2018, 2019), bem como os elementos que surgiram nas etapas metodológicas. Dessa forma, procuramos identificar possíveis pontos de conexão que identificamos como relevantes no decorrer do trabalho. Isso acabou nos motivando a procurar entender como as

interferências dos fatores decisoriais afetam a relação entre a decisão didática e o contrato didático.

Além disso, vale salientar que a discussão deste tópico se concentra nos Níveis decisoriais, (N+1, N0 e N-1) da atividade docente, Margolinas (2002, 2005), que foram abordados na discussão desta pesquisa, assim como os dados que foram levantados.

Ressaltamos que os fatores do tipo história didática são descritos principalmente pelos Níveis (S+1, S0 e S-1), tomando como base o modelo de estruturação do meio apresentado por Margolinas (2002). Em nossa pesquisa, percebemos que os Níveis da atividade do professor (especialmente no N0 e na sua proximidade com outros Níveis), as decisões didáticas tendem a receber uma base consistente de influências que emergem dos fatores do tipo história didática.

Continuando nessa perspectiva, antes de observar as aulas investigadas, verificamos que o professor participante já indicava que poderia levar em consideração a história compartilhada com sua turma. Haja vista que, na entrevista, quando perguntamos sobre o que ele considerava mais importante no momento inicial da abordagem de um conteúdo novo com sua turma, percebemos que o docente demonstrou bastante relevância nas experiências anteriores e no conhecimento dos alunos, revelando assim seus possíveis aspectos determinantes nas decisões a serem tomadas. Vejamos, a seguir, o quadro 22 com o questionamento e a resposta do docente.

Quadro 22 - Recorte da entrevista com o professor participante

Pesquisador - O que você considera mais importante quando vai iniciar um conteúdo novo com sua turma?

Professor - Eu acho que o mais importante é analisar se a turma está preparada para conhecer o novo conteúdo. Porque o conhecimento matemático é uma construção que se faz com o passar do tempo, em cada aula. Tem outras coisas também, mas acredito que isso é o essencial.

Fonte: Entrevista com o professor participante da pesquisa

De acordo com Bessot (2018, 2019), o fator decisoriais do tipo história didática é relativo à história compartilhada entre aluno(s) e professor sobre um saber que é foco do ensino.

Outro ponto que destacamos é que o fator decisoriais expõe o papel do aluno apenas diante das suas relações e interações com o professor. Portanto, para analisarmos as

interferências e a própria decisão didática tomada no Nível 0, buscamos centralizar o ponto de vista do professor, que na sala de aula representa de fato o sujeito em seu exercício profissional, que, por natureza, dependendo da proposta de ensino, é o responsável pelas decisões na sala de aula.

Uma das categorias apresentadas nos fatores decisoriais do tipo história didática, é denominada como a “*História inter-aluno de uma classe genérica*”. Ou seja, quando as interferências surgem a partir das experiências vivenciadas em turmas, sem que seja revelada a sala de aula particular.

Dessa forma, durante a atividade docente nos Níveis N+1, N0 e N-1, a memória do professor acaba sendo um fator relevante nas escolhas realizadas, tomando como base uma determinada série escolar na qual ele ensinou em um passado recente ou distante. O professor tende a lembrar de algumas de suas decisões didáticas, bem como das consequências dessas decisões na sala de aula. Além disso, ele considera os resultados referentes à aprendizagem do conteúdo visado, o comportamento dos alunos diante das atividades aplicadas, dentre outros aspectos.

A partir da resposta do docente participante do estudo, registrada no quadro 23, temos indicações de fatores que podem interferir nas decisões didáticas do professor durante sua atividade de planejamento das aulas, Nível +1.

Quadro 23 - Recorte da entrevista com o professor participante

Pesquisador - Quais os motivos que direcionam a escolha dos exercícios que são trabalhados em sala?

Professor - Eu prefiro escolher exercícios que façam os alunos pensar. Então, a escolha depende muito da turma que vou ministrar a aula. Também depende do conteúdo que vai ser trabalhado e dos objetivos que eu tenho com uma turma.

Fonte: Entrevista com o professor participante da pesquisa

Com base nas informações do quadro 23, destacamos outra categoria dos fatores decisoriais da história didática, chamada de “*História inter-aluno de uma classe visada*”. Ela revela que as decisões didáticas do professor recebem interferências na turma que ele ensina atualmente, pois o docente considera os comportamentos observados dos alunos nas aulas precedentes.

Nesse caso, o professor se lembra de algumas de suas decisões didáticas tomadas e nos efeitos dessas decisões, resgatando na memória o comportamento dos alunos desta turma visada. Deste modo, entendemos que essa categoria decisional tem uma abrangência nas atividades do Nível (N -1), lembrando as ações dos alunos na sala de aula, no Nível (N+1), no planejamento das próximas aulas com a turma, e, por último, no Nível (N0), quando o docente estabelece a interação direta com os alunos e o saber em jogo.

Podemos observar que, simultaneamente a esses fatores decisoriais, temos o fenômeno das expectativas presente no Nível (N+1) e o contrato didático emergindo na sala de aula Nível (N0). Com isso, acreditamos que o tipo de fatores decisoriais história didática representa a relação mais próxima entre as decisões didáticas e o contrato didático, mantendo assim a coexistência de ambos os fenômenos.

Sobre o Nível (N0), destacamos que ele significa o momento da atividade docente em que ocorre a tomada de decisão caracterizada como as “microdecisões didáticas”, discutidas por Brassat (2017). Assim, vamos acompanhar, a seguir, a resposta do professor descrevendo como, de maneira geral, ocorrem suas interações com uma turma visada.

Quadro 24 - Recorte da entrevista com o professor participante

Pesquisador - Como geralmente ocorrem as interações com sua turma?

Professor - As interações dependem muito dos alunos da turma que estou trabalhando, algumas vezes, preciso mudar a forma de interação por causa da indisciplina, da quantidade de alunos na sala. Em resumo, acho que é de acordo com as características de cada turma. Nas turmas com menos alunos minha interação é bem próxima dos alunos.

Fonte: Entrevista com o professor participante da pesquisa

A partir das informações presentes no quadro 24, percebemos que o professor aponta para algumas condições levando em consideração as possíveis interações que podem ocorrer na sala de aula, revelando uma “certa” dependência dos fatores do tipo história didática, relacionadas com as particularidades encontradas em uma determinada turma, ou seja, considerando as características da sua turma específica, o número de alunos participantes, o comportamento e o histórico de indisciplina. Dessa forma, essas informações adquiridas por meio da experiência do professor, construídas em cada turma, tendem a ficar na sua memória e, posteriormente, influenciar sua tomada de decisão.

Tendo em vista essas situações vivenciadas, a partir da interação entre os sujeitos na sala de aula, é possível refletir que o professor tende a carregar na sua memória o histórico de um aluno específico da sua turma, seja o mais bem comportado, o mais inteligente, o mais indisciplinado, dentre outros.

Nesse sentido, por último, nas categorias dos fatores decisoriais do tipo história didática, apresentamos a “*História intra-aluno*”. Nesse tipo de caso, o professor busca se lembrar dos comportamentos observados de um aluno em particular, assim como o seu perfil estudantil que foi construído com base nas aulas anteriores. O docente também recorre às lembranças antigas sobre algumas de suas decisões tomadas e ao reflexo dessas decisões no comportamento desse aluno específico.

De acordo com Bessot (2018), as lembranças apontadas nas três categorias dos fatores decisoriais do tipo *história didática*, tomando como referência o modelo de estruturação do meio, podem possibilitar também ao professor se projetar no futuro para tomar decisões didáticas em situação S+2, S+1 e S0.

Por outro lado, ancorados no esquema teórico elaborado nesta tese, percebemos que as três categorias pertencentes aos fatores decisoriais do tipo história didática aparecem diretamente ligadas aos Níveis (N+1, N0 e N-1) da atividade do professor, mantendo uma relação estreita com os fenômenos contratuais presentes em cada momento decisional estabelecido no referido quadro de análise.

Portanto, acreditamos que o processo envolvendo a relação das decisões didáticas com o contrato didático pode ocorrer de forma mútua e coordenada, sem contradição entre os fenômenos, uma vez que os fatores decisoriais do tipo história didática sejam identificados como responsáveis por determinar as decisões didáticas tomadas pelo docente. Isto é, sintetizando essas ideias, quando o docente toma sua decisão didática considerando a história compartilhada com seus alunos, ele tem a possibilidade de manter as condições contratuais vigentes em sala de aula.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo procurou apresentar um esquema teórico para análise da relação entre as Decisões Didáticas e o Contrato Didático, durante o ensino das expressões algébricas, especificamente considerando o conteúdo de polinômios. Acreditamos que os fenômenos didáticos que foram estudados nesta tese apresentam um grande significado para as discussões envolvendo o ensino da matemática. Além disso, ressaltamos que tivemos como foco principal a atividade docente, especialmente nos Níveis (+1, 0, -1) da sua atuação, isto é, os quais se referem à fase de preparação e a efetivação das aulas de matemática.

Para fortalecer as discussões realizadas em cada capítulo desta investigação, recorreremos a dois campos teóricos relevantes, buscando esse suporte necessário entre os pesquisadores nacionais e internacionais, pertencentes à área da Didática da Matemática.

No primeiro campo fizemos uma imersão teórica nas Decisões Didáticas, em especial no modelo dos níveis da atividade do professor proposto por Margolinas (2002). Visando aprofundar os aspectos referentes a essa temática, procuramos também discutir os tipos de fatores decisoriais, que interferem na tomada de decisão do professor, conforme as ideias propostas por Bessot (2018, 2019), bem como as microdecisões didáticas discutidas por Brassat (2017).

O segundo campo de estudos que investigamos foi o Contrato Didático. Trata-se de um fenômeno que é apontado na literatura como sendo um dos principais elementos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) (BROUSSEAU, 1996). Além disso, sua noção representa um fenômeno central no gerenciamento das situações presentes na sala de aula, consolidando uma participação efetiva no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Nesse sentido, visando responder os questionamentos levantados, envolvendo as temáticas citadas, buscamos identificar os elementos que surgiram durante o acompanhamento das atividades profissionais do professor, diante do processo de ensino do saber matemático, o conteúdo das expressões algébricas, abordado nesta pesquisa. Assim, tomando como base nosso esquema teórico proposto, começamos a identificação das expectativas II (fenômeno das expectativas a partir do contrato didático), dos fatores decisoriais e das decisões didáticas tomadas no Nível +1.

Em seguida, no momento da atividade prática do professor, focamos no olhar para o contrato didático presente na sala de aula (observando suas regras, negociações, rupturas e efeitos), seguindo nessa perspectiva, procuramos refletir sobre as decisões didáticas do

professor (identificando os fatores decisoriais, as escolhas possíveis e as microdecisões didáticas).

A presente pesquisa ocorreu no Ensino Fundamental, em uma escola pública. Apresentou como sujeitos participantes um professor do 8º ano, em efetivo exercício, e seus alunos. Acreditamos que a participação dos sujeitos foi essencial para a composição desse estudo, uma vez que nos possibilitou refletir sobre os elementos que fazem parte da relação existente entre as decisões didáticas e o contrato didático.

Além de toda a importância do campo de estudos da álgebra, conforme destacamos ao longo desta pesquisa, percebemos que os saberes algébricos aparecem com frequência nesse momento da formação do educando, ou seja, principalmente nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, inseridos na realidade escolar, encontramos a iniciação do conteúdo de expressões algébricas e polinômios.

Para contemplar o levantamento dos dados da pesquisa, procuramos fazer um contato direto com o contexto educacional. Dessa forma, foi necessário concretizar algumas etapas fundamentais para assim, posteriormente, refletir sobre os conceitos apresentados no nosso quadro teórico.

A primeira etapa foi dividida em três momentos: tivemos uma entrevista com o professor participante, a análise da preparação da abordagem do saber matemático por meio do planejamento docente, por último, o diário de bordo. Já no caso da segunda etapa, a coleta dos dados foi realizada durante as aulas de matemática, por meio da videografia. Para finalizar, a terceira etapa nos proporcionou a discussão dos dados, cabe destacar que as considerações promovidas foram ancoradas nas diretrizes apresentadas no esquema teórico proposto nesta tese.

Vale ressaltar que tínhamos projetado a realização de uma entrevista que serviria como ferramenta de auto-confrontação de forma simplificada, isto é, no formato de uma conversa a partir da visualização de *episódios didáticos*. Todavia, em virtude das questões já aludidas em relação à pandemia de Coronavírus que afetou as atividades escolares, não foi possível realizar esse momento, diante de um cenário desafiador que precisou da adaptação de todos os sujeitos envolvidos na Educação. Entretanto, acreditamos que uma entrevista com o professor objetivando uma reflexão sobre uma situação vivenciada pode trazer outros elementos elucidativos que enriquece ainda mais a análise, principalmente, no que se refere à tomada de decisão do professor.

Ressaltamos também que, para a identificação dos fenômenos didáticos investigados, seguimos os critérios previamente construídos, os quais se encontram no capítulo da metodologia deste estudo.

Deste modo, após a concretização de todas as etapas destacadas no percurso metodológico, acreditamos que foi possível alcançar os objetivos preestabelecidos nesta tese.

Identificamos alguns aspectos importantes durante a fase de planejamento (Nível +1), por meio do questionário respondido pelo professor participante da pesquisa e o preenchimento do diário de bordo verificamos, em alguns momentos, que os fatores do tipo história didática direcionaram bastante sua tomada de decisão durante a preparação da aula, em especial identificamos as interferências dos fatores decisoriais pertencentes à categoria da “História inter-aluno de uma classe visada”. Tivemos essa constatação quando ele ficou diante das escolhas possíveis das atividades que estavam sendo projetadas, inclusive na seleção dos exercícios que foram aplicados nas aulas seguintes.

Além disso, a partir das bases teóricas apresentadas no esquema proposto nesta tese, foi possível observar que as decisões que foram tomadas no Nível +1 estiveram ligadas, intimamente, com as Expectativas (2). Encontramos essa conexão de acordo com os elementos que foram levantados nas etapas metodológicas aplicadas (acompanhamento docente, entrevista e o diário de bordo), isto é, foi possível comprovar essa relação após a discussão dos elementos que emergiram da realidade escolar.

Um motivo que contribuiu para chegarmos a essa conclusão foi o elo estabelecido entre o tipo do fator decisoriais e as experiências contratuais adquiridas em aulas passadas, todos relacionados à turma visada. Isso ajudou bastante para reforçarmos nosso entendimento sobre essas inter-relações estabelecidas no Nível +1. Deste modo, percebemos uma relação de extrema proximidade envolvendo a tomada de decisão e as expectativas decorrentes do fenômeno contratual, durante essa fase da atividade do professor.

Partindo da estrutura proposta pelo esquema teórico apresentado na nossa tese, comprovamos que a relação entre os fenômenos estudados aparece fundamentalmente no Nível 0 da atividade docente. Assim, com o auxílio da videografia, durante a realização das aulas, encontramos um resultado interessante pertencente aos fatores decisoriais do tipo externo, que foi identificado como sendo um tipo de restrições que podem ser caracterizadas como genéricas ou circunstanciais, pois isso depende da constatação de que esta intervenção ocorrida representa um momento recorrente ou não recorrente durante o andamento das aulas de matemática. Entretanto, este resultado indicou que nesse tipo de interferência as escolhas

do professor e o fenômeno contratual tende a ficar em segundo plano, mesmo com a aula já em andamento.

Outro aspecto que encontramos na sala de aula apontou que quando ocorreu uma decisão didática na interação direta entre os sujeitos da relação didática, isso não ocasionou necessariamente uma ruptura no contrato didático vigente. Percebemos que na situação didática (S0), após a tomada de decisão do professor, o contrato didático continuou coordenando a participação, tanto do professor quanto dos alunos, sem apresentar mudanças significativas nas características condicionais. Essa verificação nos revelou que ambos os fenômenos podem caminhar lado a lado, durante a atividade de ensino. Por outro lado, podemos refletir também que uma decisão pode ser tomada pelo professor justamente com a intenção de provocar uma ruptura do contrato didático.

Acreditamos que foi fundamental para nosso entendimento observar o tipo dos fatores decisoriais, verificando o que motivou a tomada de decisão do docente, para assim compreender melhor o fato de uma “decisão” não ter afetado consideravelmente as regras implícitas do contrato didático.

Tomando como base essa situação, porém analisando sob outra ótica, verificamos que o fenômeno contratual manteve suas características principais durante a coordenação dos comportamentos dos sujeitos participantes da relação didática, diante do Nível 0 da atividade do professor. Dessa forma, identificamos esse fenômeno didático gerenciando as ações esperadas pelos elementos humanos da tríade didática, bem como gerando vários efeitos de contrato no decorrer das aulas, antes e depois da decisão didática.

Em relação aos fatores decisoriais do tipo externo, do tipo epistêmico e do tipo história didática, apresentados por Bessot (2018), essa pesquisa ratificou suas relevâncias para entender melhor as decisões didáticas do professor.

Por outro lado, colocando os Níveis investigados em evidência (+1, 0, -1), ressaltamos que as interferências na tomada de decisão ocorreram de forma predominante sob os fatores do tipo história didática, que esteve presente na preparação da aula e com forte participação nas situações didáticas (S0).

Então, por meio das reflexões disponibilizadas pelo professor e das transcrições das aulas observadas, foi possível destacar indícios que apontaram os fatores do tipo história didática fazendo parte de forma indissociável das decisões didáticas do docente na prática, isto é, em meio as interações existentes no Nível 0. Mesmo conseguindo fazer essa verificação, devido aos recursos que utilizamos na investigação, percebemos que essa

identificação é bastante complexa, uma vez que as influências decisórias desses fatores ocorrem em grande parte implicitamente.

Nesse contexto, podemos concluir que as situações didáticas (S0) investigadas na realidade escolar, por meio das aulas observadas, puderam evidenciar a inter-relação existente das decisões didáticas com o contrato didático. Por isso, ressaltamos que outro resultado encontrado, a partir da discussão teórica realizada, bem como em conformidade com os dados levantados no contexto escolar, revelou a própria existência da relação entre os fenômenos didáticos citados.

Além disso, destacamos que a microdecisão didática do professor (aquela tomada na ação, diante da abordagem do conteúdo em jogo), quando impulsionada por fatores decisórias, em especial fatores do tipo história didática, pudemos observar que ela mantém uma relação mútua com o contrato didático, apresentando uma extrema proximidade, haja vista que ele coordena as ações dos sujeitos na sala de aula. Deste modo, nesse tipo de situação não ocorreu interferência ou algum tipo de ruptura entre os fenômenos didáticos, o que percebemos foi uma coexistência que, diante do jogo didático no Nível 0, apresentou uma conformidade entre ambos.

Portanto, consideramos importante destacar que a literatura atual ainda apresenta um amplo espaço para a realização de novas pesquisas envolvendo tanto o campo das decisões didáticas como também do contrato didático. Dada essa importância, entendemos que ao aprofundar esses estudos nesse campo de conhecimento, teremos uma contribuição que pode ser bastante refletida, objetivando a compreensão das conexões e dos conceitos apresentados por tais fenômenos.

Por outro lado, ressaltamos que o nosso estudo apresentou elementos que promovem a reflexão sobre a atividade docente, em seus momentos fundamentais. Nesse sentido, destacamos também que esta tese procurou disponibilizar algumas concepções sobre a atividade docente, procurando apresentar discussões sobre duas temáticas que possuem uma enorme complexidade e abrangência, em especial refletindo acerca da relação existente entre ambas, a partir da estrutura do esquema teórico que foi proposto neste trabalho.

Em relação ao esquema teórico proposto nesta tese, acreditamos que ele pode se consolidar cada vez mais a partir da sua aplicação na realidade, bem como podendo servir como uma estrutura específica que proporciona uma diretriz para a realização de análises específicas de estudos empíricos. Desta forma, a partir da construção e da primeira adequação que foi apresentada e discutida neste estudo, entendemos que nosso esquema base pode passar

por um processo de validação na literatura, para então ser denominado como um *modelo* teórico.

Deste modo, acreditamos que os elementos identificados, a construção teórica, bem como as colocações apresentadas ao longo deste estudo podem contribuir para os debates futuros na área da Didática da Matemática. Além disso, entendemos que a partir desta tese teremos uma abertura para que os novos estudos possam avançar cada vez mais a análise dos conceitos envolvidos.

Então, acreditamos que o esquema teórico proposto em nossa pesquisa proporcionou algumas diretrizes para possibilitar a análise da relação entre fenômenos didáticos coexistentes nos diferentes níveis da tomada de decisão do professor. Nesse sentido, a seguir, vamos apresentar algumas perspectivas para as pesquisas futuras na literatura.

8.1 PERSPECTIVAS PARA PESQUISAS FUTURAS

Ao concluirmos o estudo proposto em nossa tese, percebemos que surgiram diversas possibilidades para a realização de novas investigações. Entendemos que elas podem emergir por alguns caminhos existentes nessa área de conhecimento. Nesse sentido, nos próximos parágrafos vamos apresentar algumas perspectivas que podem ser aprofundadas e, assim, promover resultados interessantes para a Educação.

Destacamos, a princípio, que a própria estrutura teórica proposta em nosso trabalho aponta para a reflexão sobre as possíveis relações estabelecidas nos Níveis (+3 e +2), entretanto, ressaltamos que optamos por não aprofundar essa discussão pelo fato de termos abordado outras fases decisórias que estão próximas a S0. Assim, em nosso estudo, ficamos voltados essencialmente para as interações que antecedem e que ocorrem na sala de aula, desse modo, fizeram parte do nosso foco de análise os Níveis (+1, 0 e -1).

Seguindo nessa direção, apresentamos a primeira possibilidade de pesquisa, com base nas indicações que estão registradas no nosso esquema teórico. Desse modo, uma possível investigação pode aparecer no momento denominado na literatura como “noosférico”, ele é caracterizado pela atividade do professor diante da sua reflexão ampla sobre o ensino da matemática. Assim, conforme nosso esquema teórico existe uma ligação entre o Nível +3 e as “Expectativas (1)”.

Nesse contexto, a reflexão que sugerimos propõe que o docente carrega suas expectativas mais gerais (as quais definimos como Expectativas (1)), ocorrendo em grande escala, isto é, sem necessariamente especificar uma instituição de ensino. Logo, essas expectativas podem apresentar um elo com a fase de caráter ideológico, representado pelo Nível +3 da atividade do professor.

Uma segunda possibilidade para a realização de pesquisa diz respeito aos aspectos encontrados no Nível +2 da atividade do professor. Na literatura, esse momento é apresentado por Margolinas (2002) como sendo o Nível que representa a fase de *construção*. Ou seja, nesse momento da atividade, o professor procura organizar o ensino de um bloco de conteúdos, à medida que ele está ligado a uma determinada instituição escolar.

Então, acreditamos que, diante dessa vinculação, pode haver uma relação existente entre as decisões a serem tomadas (Nível +2) e o contrato da instituição escolar, uma vez que geralmente as instituições de ensino produzem seus próprios condicionamentos durante a atividade cotidiana dos elementos envolvidos nesse contexto. Portanto, a partir da nossa tese, apontamos um possível caminho que pode ser aprofundado no futuro, que é a análise das decisões didáticas do professor, no nível de “construção”, quando elas mantêm uma ligação com “o contrato escolar” vigente de uma determinada instituição. Vale ressaltar que nesse caso não estamos fazendo nenhum tipo de referência ao contrato didático.

A terceira possibilidade de pesquisa que apresentamos está ligada ao Nível -1, considerado adidático, ou seja, acreditamos que o surgimento de novos estudos que busquem estimular as análises específicas visando à atividade do aluno pode contribuir bastante para o debate na Didática da Matemática. Entendemos que nesse tipo de pesquisa além da necessidade do olhar para a “ação do professor”, que nessa fase é muito importante, o foco deve ficar também direcionado para as “ações dos alunos”.

Embora nossa pesquisa tenha realizado uma discussão teórica sobre este nível adidático da atividade, baseado na estrutura teórica proposta, é importante ressaltar que não foi possível realizar outras coletas de dados devido à pandemia que afetou o ano letivo educacional. Isto é, encontramos a impossibilidade de coletar dados específicos na sala de aula, sobre a participação dos alunos durante a resolução de uma determinada sequência didática. Entretanto, o nosso estudo teve como objeto central a aplicação do esquema teórico voltado para analisar, fundamentalmente, o Nível 0.

Para finalizar, ressaltamos a necessidade constante de continuar o aprofundamento das temáticas pertencentes a esta área, principalmente desenvolvendo as novas pesquisas em diferentes esferas, isto é, que estejam voltadas para o dia a dia na sala de aula, como por

exemplo, o ensino e a aprendizagem de um saber matemático, mas também com foco no contexto educacional de forma mais ampla.

Acreditamos que nossa tese promoveu, de alguma forma, uma reflexão sobre as diferentes modalidades da atividade do professor bem como sobre a importância de verificar a tomada de decisão que ocorre em situações distintas. Além disso, consideramos relevante que o esquema teórico elaborado neste estudo seja colocado em prática, servindo como base para a análise de outras investigações, isso contribuirá de forma significativa para avançar as discussões dos fenômenos que envolvem o ensino e a aprendizagem da matemática. Entendemos que tal esquema pode se configurar, com o tempo, como um modelo analítico. Deste modo, foi possível ressaltar algumas características presentes em cada momento do exercício profissional docente, principalmente nos níveis investigados neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, F. E. L. de. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita /** Fernando Emílio Leite de Almeida. Tese (Doutorado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Recife, BR-PE, 2016.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática /** Saddo Ag Almouloud.- Curitiba: Ed. UFPR. 2007.
- ARAÚJO, E. A. de. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), São Paulo, v. 10, n. 2, 2008.
- ARAÚJO, J. de L.; BORBA, M. de C. **Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do Professor e do Aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau.** Tese de Doutorado, UFPE, 2010.
- BESSA DE MENEZES, M.; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Contrato de Avaliação: Uma Análise dos Efeitos da Transposição e do Contrato Didáticos.** In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (VI SIPEM), Goiás, 2015.
- BESSOT, A. **Une Introduction à la théorie des situations didactiques.** Master “Mathématiques, Informatiques” de Grenoble 2003-2004. N° 91. Oct. 2003.
- BESSOT, A. (2018). **Modelo para a compreensão das decisões didáticas do professor: fatores de decisão.** Atas do 2º LADIMA, 03 a 08 de dezembro de 2018. Jarinu, SP 2018.
- BESSOT, A. Les décisions didactiques de l’enseignant : un modèle pour tenter de les comprendre. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 21, n. 5, pp. 001-020, 2019.
- BESSOT, A.; BITTAR, M. **Oficina: Análise de decisões de professor.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 21, n. 5, pp. 021-029, 2019.
- BLOCH, I. Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence, en formation, dans des situations à dimension adidactique? In **Actes du Séminaire National des Didactiques des Mathématiques.** Paris: ARDM et IREM de Paris 7, 2005, p.15-30.
- BORBA, V. M. de L. **A sala de aula como espaço psíquico: articulações entre a didática, a psicanálise e a relação ao saber na proposição de uma tipologia de contrato didático /** Valéria Maria de Lima Borba. Tese (Doutorado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Recife, BR-PE. – 2018.

BRASSET, N. **Les décisions didactiques d'un enseignant dans un EIAH**. Étude de facteurs de type histoire didactique.. Mathématiques [math]. Université Grenoble Alpes, 2017. Français.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental,- Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL.Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. Brasília: MEC, 2017. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192.
 Acesso em: 20 de janeiro de 2020.

BRITO MENEZES, A. P. (2006). **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental**. 2006. 410f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

BROUSSEAU, G. (1986) Fondements e méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, 7(2), 33-115.

BROUSSEAU, G. (1990) Le contrat didactique: le milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. 9/1, 308-336.

BROUSSEAU, G. (1996) Os diferentes papéis do professor. Em: PARRA, C. & SAIZ, I. (orgs.) (1996). **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas. 48-72.

BROUSSEAU, G. **Entre la théorie anthropologique du didactique et la théorie des situations didactiques en mathématiques. Questions et perspectives**. In: Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) / Luiza Ruiz Higuera... et. al.; Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CÂMARA DOS SANTOS, M. **O professor e o tempo**. In: Revista Tópicos Educacionais. v.15. nº 1/2. Recife: Universitária/UFPE, 1997.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos Fundamentais da Didática**: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas / Cecilia Parra [et. al.]; Porto Alegre: Arte médicas, 1996.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. Cours 3 - Structures & Fonctions. **Actes de la XIème Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble, La Pensée Sauvage, 2002.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática** / Bruno D'Amore; [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

D'AMORE, B. **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino**. Trad. Giovanni Giuseppe Nicosia e Jeanine Soares, Revista: Bolema, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007a. pp.179 a 205.

ELOI, Q. C.; ANDRADE, V. L. V. X. de. **Relações entre o Livro Didático e o Contrato Didático: a proposição do Contrato Didático Potencial**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.22, n. 1, 231-252, 2020.

ESPÍNDOLA, E.; TRGALOVÁ, J. **Trabalho documental e decisões didáticas do professor de matemática: um estudo de caso**. EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana - vol. 6 - número 3 - 2015.

ESPÍNDOLA, E.; SILVA, R. de M. da.; BRITO JÚNIOR, J. J. R. T. de. **Microdecisões didáticas em uma aula sobre volume de Sólidos geométricos**. EMR-RS - ANO 21 - 2020 - número 21 - v.2 – p. 37.

FIGUEROA, T. P.; ALMOULOU, S. A. **O Milieu e o Contrato Didático – Análise de uma Aula Demonstrativa do Círculo da Matemática do Brasil**. Acta Scientiae, v.20, n.4, jul./ago. 2018.

FIorentini, D.; MIGUEL, A.; Miorim, M. A. **Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo**. **Pro-Posições**, Campinas, v. 3, n. 1, 1992.

HENRY, M. (1991). Didactique des Mathématiques: **sensibilizations à la didactique en vue de la formation initiale des enseignants de mathématiques**. Laboratoire de Mathématiques – IREM, Besançon.

IBRAHIM, S. A. **A apropriação dos significados de polinômios: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural**. Dissertação (mestrado) – Universidade de Uberaba. Programa de Mestrado em Educação, 2015.

JONNAERT, P.; BORHT, C. V. **Criar Condições Para Aprender: O Sócio Construtivismo na Formação de Professores/Philippe Jonnaert e Cécile Vander Borgh; Trad. Fátima Murad**. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

JONNAERT, P. (1994). À propos du contrat didactique! In: **Cahiers de Recherche en Éducation**. Vol. 1, nº 2, pp. 195-234. Éditions du CRP, Sherbrooke.

JONNAERT, P. Devolução versus contra-devolução! Uma tendência incontrolável para o Contrato Didático. In RAISKY, C & CAILLOT, M. (Orgs) **Au-delà de didactiques, de didactique, lê debat autour de concepts fédérateurs**. De Boeck Université. 1996. (115-144) (tradução livre de Elio Carlos Ricardo)

JOHSUA, S. **Le concept de contrat didactique at l'approche vygotkienne**. In: RAISKY, Claude; CAILLOT, Michel (éds.). **Au-delà des didactiques, le didactique: débats autour de concepts fédérateurs**. Paris: De Boeck, 1996.

LAUTESCHLAGER, E.; RIBEIRO, A. J. **Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.19, n.2, 237-263, 2017.

LIMA, I.; Trgalová, J. (2005). **Diagnóstico de concepções e decisões didáticas: um estudo de caso no contexto da simetria axial.** In Actes du V CIBEM - Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. Juillet, 2005. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto – Portugal.

LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale.** Collection Universitaire. 1^a. ed. Paris: Edilivre Editions. v. 1. 2009.

LIMA, I. **Uma sequência didática: escolhas e decisões de um professor de matemática.** Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación, Vol. 2. 2011.

LIMA, I. **Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de seqüências didáticas1.** Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v.13, n.2, pp.359-385, 2011.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MARGOLINAS, C. **La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe.** In Simmt E. et Davis B. (ed.), Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques, Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005, p.1-12.

MARGOLINAS, C. **Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur.** In Dorier, J.-L. et al. (Eds.) Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques – Corps, août 2001, p. 141-156. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions, 2002.

NÓBREGA, G. M. M.; DA ROCHA FALCÃO, J. T. **Abordagem das Dificuldades de Ensino e Aprendizagem do Domínio da Estatística na Graduação em Psicologia: um olhar através do contrato didático.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 1155-1174, dez. 2019.

PEREZ, G.; COSTA, G. L. M.; VIEL, S. R. **Desenvolvimento Profissional e Prática Reflexiva,** Boletim de Educação Matemática (BOLEMA). Rio Claro, v. 15, n. 17, pp. 59-70, 2002.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática, uma influência francesa.** Belo Horizonte, Editora Autêntica, 2011.

PIAGET, J. (1971). **A Epistemologia Genética.** Petrópolis: Vozes.

PONTE, J. P. **Investigar a prática** (2002). (documento de trabalho) (Ficheiro Word) http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/curso_rio_claro.htm

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. (2009). **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC

RAMOS DE ALMEIDA, J. **Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária**. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 8 - número 1 – 2017.

RAMOS DE ALMEIDA, J.; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Pensamento algébrico: em busca de uma definição**. RPEM, Campo Mourão, Pr, v.6, n.10, p.34-60, jan.-jun. 2017.

SARRAZY, B. **Le contrat didactique**. Revue française de pédagogie. n° 112, 1995. p. 85-118.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. **Le contrat didactique dans une approche psychosociale des situations d'enseignement**. Interactions Didactiques, 1988. p. 63-75.

SCREMIN, G.; RIGHI, F. P. **Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC**. Ensino Em Re-Vista | Uberlândia, MG | v.27 | n.2 | p.409-433 | maio/ago./2020. ISSN: 1983-1730

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of a new reform**. Harvard Educational Review, Cambridge, HGSE Publishing, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. S. Those who understand. In **Knowledge growth in teaching, Educational Resaeacher**, 15 (2), 1986, p.4-14.

SILVA, B. Contrato Didático. In: MACHADO S. (Org.). **Educação Matemática uma Introdução**. São Paulo: PUC-SP, 1999.

SILVA, T. R. F. da. **Investigando os efeitos do Contrato Didático em uma sala de aula de matemática: O caso da circunferência e do círculo**. 2016. 133 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciência e Tecnologia, 2016.

USISKIN, Z. (1995). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. Em: COXFORD, A. & SHULTE, A (orgs.) (1995). **As Idéias da Álgebra**. São Paulo, SP: Atual Editora, 9-22, 1995.

ANEXO 1:
ENTREVISTA COM O PROFESSOR

ENTREVISTA COM O PROFESSOR PARTICIPANTE DA PESQUISA

Pesquisador - *Qual a sua formação profissional? Há quantos anos atua na Educação? Em quais níveis da Educação?*

Professor – Fiz o curso de licenciatura plena em matemática, depois fiz uma especialização na área da matemática. Faz 11 anos que sou professor da Rede pública de Ensino, já atuei no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Nesse tempo, fiquei seis anos trabalhando contratado, depois passei em um concurso público e, nos últimos cinco anos, estou trabalhando efetivo no Ensino Fundamental.

Pesquisador - *Qual a sua visão sobre a escola e os seus recursos didáticos disponíveis?*

Professor - É uma escola organizada, tem uma média de alunos boa por sala de aula, dando condições para trabalhar. São no máximo 25 alunos por turma. A escola tem materiais de apoio para os professores. A estrutura física da escola também é boa, tem um ginásio poliesportivo, as salas de aula são espaçosas, tem um laboratório de informática, mas com alguns problemas para utilizar com a turma, na maioria das vezes. Tem um local reservado para convivência e refeição dos alunos, durante os intervalos. A escola conquistou recursos importantes como vários jogos matemáticos, livros e muitos materiais de apoio devido à boa participação de alguns alunos na OBMEP. Inclusive me sinto feliz e agradecido de ter sido o professor deles, acompanhei e participei com eles durante todas as etapas das olimpíadas.

Pesquisador - *De que forma é feito o planejamento das aulas de matemática?*

Professor – Nesses últimos anos a escola disponibilizou os planos anuais para os professores de matemática, inclusive para os outros professores das demais áreas de conhecimento. Esses planos foram construídos por professores parceiros da escola. Os planos servem como orientação para fazer atividades e também para ajudar nossas aulas práticas. Quando havia questionamentos de alguns colegas professores sobre como seguir os planos, a direção estava ciente de que era apenas um apoio. Porque não era obrigatório seguir. Tem o planejamento quinzenal que é feito na própria escola e também outro planejamento geral com a participação de outras escolas da rede. Esse planejamento geral tem um caráter mais de

formação continuada, ele envolve todos os professores de diferentes áreas, esse planejamento aborda a educação em geral.

Pesquisador - *Quais as orientações institucionais para o trabalho dos professores de matemática na escola?*

Professor - As orientações da escola são para fazer atividades voltadas para a realidade dos alunos. Sempre temos a orientação para realizar um trabalho de forma contextualizada. Outra coisa, as orientações da escola estão mais ligadas a datas comemorativas e eventos, às vezes, fica sugerido que a gente organize uma gincana, ou alguma aula com os alunos de várias turmas, que ficam reunidos para uma revisão de matemática.

Pesquisador - *O que você considera mais importante quando vai iniciar um conteúdo novo com sua turma?*

Professor - Eu acho que o mais importante é analisar se a turma está preparada para conhecer o novo conteúdo. Porque o conhecimento matemático é uma construção que se faz com o passar do tempo, em cada aula. Tem outras coisas também, mas acredito que isso é o essencial.

Pesquisador - *Quais os motivos que direcionam a escolha dos exercícios que são trabalhados em sala?*

Professor - Eu prefiro escolher exercícios que façam os alunos pensar. Então, a escolha depende muito da turma que vou ministrar a aula. Também depende do conteúdo que vai ser trabalhado e dos objetivos que eu tenho com uma turma.

Pesquisador - *Como geralmente ocorrem as interações com sua turma?*

Professor - As interações dependem muito dos alunos da turma que estou trabalhando, algumas vezes, preciso mudar a forma de interação por causa da indisciplina, da quantidade de alunos na sala. Em resumo, acho que é de acordo com as características de cada turma. Nas turmas com menos alunos minha interação é bem próxima dos alunos.

Pesquisador - *Essa forma predominante na interação muda de acordo com o conteúdo abordado?*

Professor - Sim, com certeza, pois dependendo do conteúdo matemático, eu procuro a melhor forma de trabalhar com a turma. Por exemplo, quando vou abordar um conteúdo novo, às vezes, utilizo um vídeo como recurso para melhorar o entendimento. Utilizo jogos matemáticos, gosto muito do xadrez, e também procuro elaborar algumas apresentações de *slides*, entre outros.

Pesquisador - *Na área da Matemática, como você descreve a relevância da álgebra?*

Professor - A álgebra vem para representar valores desconhecidos, assim como generalizar padrões matemáticos, conseqüentemente, as equações surgem para descobrir esses valores desconhecidos. Ela é uma área da matemática que trabalha bastante o abstrato. Acredito que ela é essencial na matemática, pois ela é necessária para o desenvolvimento de conteúdos.

Pesquisador - *Qual a importância do estudo das expressões algébricas nos anos finais do Ensino Fundamental?*

Professor – A expressão algébrica é praticamente o início da álgebra no ensino fundamental, a partir dela é que surgem os demais conceitos algébricos. Ela é importante no sentido de o aluno perceber que existem padrões na matemática, e esses padrões podem ser representados por uma expressão algébrica. A partir daí o aluno vai perceber que as expressões algébricas podem ser a solução para várias situações problemas. Para a matemática ela é importante por que é a base para o conhecimento abstrato no qual é preciso para continuação do desenvolvimento dos outros conteúdos, pois é através dela que se encontra na matemática, por exemplo, as fórmulas, as sequências, as equações, as funções, etc. Ou seja, as expressões algébricas ajudam no avanço desses conteúdos matemáticos.

ANEXO 2:
PLANEJAMENTO DAS AULAS

Registro da atividade do professor: o plano das aulas observadas**ENSINO FUNDAMENTAL II – ESCOLA PÚBLICA****PROFESSOR DE MATEMÁTICA****SÉRIE: 8º ANO****DATA: 23/05/2019****DISCIPLINA: MATEMÁTICA****PLANO DE AULA****TEMA:** Expressões Algébricas: os Polinômios.**OBJETIVO:** Mostrar a importância da álgebra nas diversas áreas de conhecimento através das fórmulas.**CONTEÚDOS:** Expressões algébricas inteiras, Monômios e Polinômios.**METODOLOGIA:** Descrever as definições e alguns exemplos na área da matemática, explicando cada um deles. Em seguida, os alunos praticam as informações nas atividades do livro didático que envolve o assunto abordado.**RECURSOS DIDÁTICOS:** Quadro, Pincel, Notebook e Livro Didático.**AVALIAÇÃO:** Participação nas aulas, disciplina, desenvolvimento na resolução dos exercícios e organização matemática na resolução de questões.**REFERÊNCIA:** DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris/matemática**. 8º ano. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2012.

Questionamentos sobre o planejamento das aulas

Pesquisador - *Quais atividades foram selecionadas para serem aplicadas nas aulas sobre expressões algébricas?*

Professor – Foram escolhidos alguns exercícios do livro didático.

Pesquisador - *Como ocorreu a escolha dos exercícios?*

Professor - Foi feita a seleção das questões do livro didático de acordo com as aulas anteriores ministradas nessa turma.

Pesquisador – *Qual foi o livro didático utilizado na construção do seu plano e nas suas aulas da turma do 8º ano?*

Professor – Foi o livro didático de matemática do Projeto Teláris.

Pesquisador – *Esse livro didático foi adotado pela escola?*

Professor - Sim, foi o livro didático selecionado, mas não tem livro para todos os alunos.

Pesquisador - *Em que circunstâncias o livro didático foi adotado?*

Professor - Foi organizada uma reunião com todos os professores da escola, na qual foram divididos por área de conhecimento. A direção e os coordenadores da escola apresentaram duas coleções disponíveis de livros didáticos e então ficou decidido o livro didático do Projeto Teláris para os professores de matemática e para os alunos da escola.

ANEXO 3:
TRANSCRIÇÃO DAS AULAS

TRANSCRIÇÃO DAS AULAS DE MATEMÁTICA NO 8º ANO ENSINO FUNDAMENTAL

SABER MATEMÁTICO: EXPRESSÕES ALGÉBRICAS – POLINÔMIOS

Foram realizadas duas aulas de Matemática – Tempo total: 2 horas

Observação: Antes de iniciar a gravação das aulas, o professor e o diretor da escola conversaram com os alunos sobre a segunda etapa da *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP* que se trata de um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras. Eles também informaram outro evento que seria realizado pela escola, motivando para que todos os alunos pudessem participar. Então, ficou combinado que após a aula o professor retomaria essa discussão. Em seguida, começamos a filmagem. Com o início das gravações, apresentamos a transcrição da aula abaixo.

Narrador – O professor se dirige até o quadro e escreve a data e o tema da aula.

Aluno – Isso é o quê? É a correção?

Professor – Não. Novo assunto, certo?

Aluno – Polinômio.

Narrador – O professor escreve no quadro o tema da aula: Polinômios; coloca exemplos de monômios; a definição de binômio e coloca exemplos; escreve a definição de trinômio e coloca exemplos; escreve a definição de polinômios. Alguns alunos conversam enquanto copiam.

Aluno – Professor!

Professor – Oi!

Aluno – Eu terminei aquele ali, se quiser pular, deixa linha em cada um desse aí é?

Professor – Precisa deixar linha não, mas se quiser deixar, não tem problema não.

Narrador – Os alunos conversam na sala. O professor pede para copiar e fazer silêncio.

Professor – Terminaram para eu explicar? Vamos!

Aluno – Espere um pouco.

Narrador – O professor vai até um grupo de alunos e pede mais atenção deles. Alguns alunos perguntam sobre a OBMEP; o professor diz que na parte final da aula vai falar sobre a OBMEP.

Professor – Terminaram? Vamos! Vou explicar.

Professor – Vamos lá, explicação, prestem atenção, certo! Polinômio vem de vários monômios, ok! Então, por exemplo, expressões algébricas são formadas por um monômio ou pela adição ou subtração de monômios, denomina-se polinômios. Certo, a gente já viu adição de monômios, subtração de monômios, então de certa forma, a gente já viu o quê? Poli...?

Alunos – Polinômios!

Narrador – O professor aponta para o quadro e continua a explicação.

Professor – São exemplos de polinômios: cinco x mais oito. Então, aí eu tenho quantos monômios?

Aluno – Dois.

Professor – Eu tenho dois, olha: cinco x mais oito.

Professor – Um monômio tem as duas partes né. O coeficiente e a parte literal, certo, o outro monômio só tem o coeficiente. Então aqui eu tenho dois monômios, que ele chamou de termo, certo, mas é a mesma coisa.

Aluno – Binômio.

Professor – E quando acontece isso ele é chamado de binômio.

Aluno – Binômio.

Professor – Mas preste atenção, ele é um polinômio, que é binômio. É um polinômio especial chamado binômio. Mas não deixa de ser polinômio, certo.

Professor – Quando eu tenho três monômios, como nesse exemplo aqui ó...

Narrador – O professor aponta para o exemplo no quadro.

Professor – Aí ele é chamado de?

Alunos – Bi...

Professor – Trinômio! Certo; Trinômio. Mas não deixa de ser poli...? Nômio. Quando tem de quatro acima, monômios, aqui ó, tem um, dois, três, quatro. Aí chama de polinômio. Certo. Quando tem de quatro acima monômios. Ok. Um monômio é também chamado de polinômio, de quantos termos? De apenas um termo. Por exemplo, olha, se eu coloco aqui quatro x, isso aqui é chamado de polinômio, só que é chamado de um termo só, um monômio. Ok!

Aluno – Ok.

Professor – Pessoal... Atenção! Grau de um polinômio. Entenderam aqui?

Aluno – Entendi não.

Outro aluno – Eu também não.

Professor – Vamos lá, de novo. O que é um polinômio?

Aluno – É um termo...

Professor – Só ali, vamos... Poli vem de vários, vários o quê?

Alunos – Termos... Monômios.

Professor – Vários monômios.

Aluno – Acertei.

Professor – Então, nessa expressão algébrica aqui tem quantos monômios?

Aluno – Dois.

Professor – Dois, então, tem um polinômio. Nessa expressão algébrica aqui tem quantos?

Alunos – Três.

Professor – Então tem um polinômio. E aqui nessa expressão algébrica tem quantos monômios?

Alunos – Quatro.

Professor – Então também tem outro polinômio. Certo. Só que tem uns nomes especiais aqui, em cada um desses aqui, certo.

Aluno – Tem o quê?

Professor – Nomes especiais, específicos. Mas são todos polinômios. Olha! Esse aqui é chamado de trinômio, porque tem três. E binômio, porque tem dois. Monômio tem um só. Certo. E mais de quatro, de quatro a mais, é chamado de polinômio. Certo. Só isso.

Professor – Grau de polinômio. O grau de um polinômio é dado pelo termo de maior grau. A gente tem que ver quem é o maior grau entre os polinômios.

Narrador – O professor aponta para o exemplo fixado no quadro.

Professor – Então, vamos lá, exemplo, tem esse polinômio aqui ó: x elevado a quatro y , menos, x elevado cinco, y elevado a três, mais três x ao quadrado, yx . Certo. Aí tem quantos monômios? Quantos?

Aluno – Três.

Professor – Três. Três monômios, só. Esse aqui é um monômio, outro monômio e outro monômio.

Professor – Esse monômio aqui, qual o grau dele? Aí como é que a gente faz? Faz assim ó, esse expoente aqui é quanto?

Alunos – Quatro.

Professor – E o que tem aqui em cima é quanto?

Alunos – Um.

Professor – Quatro mais um?

Alunos – Cinco.

Professor – Então esse monômio aqui ele é do quinto?

Alunos – Grau.

Professor – Grau.

Professor – Vamos saber o desse aqui ó... O expoente desse aqui é quem?

Alunos – Cinco.

Professor – E desse?

Alunos – Três.

Professor – Então, cinco mais três?

Alunos – Oito.

Professor – Então esse monômio aqui é do oitavo grau. Esse monômio aqui tem dois mais um mais um. Ou seja, quarto grau, aí eu pergunto a vocês, qual é o maior grau aqui?

Alunos – Oito!

Professor – Então esse polinômio é do oitavo grau. Certo.

Aluno – Como é esse ali?

Professor – Esse aqui é assim: tem o expoente aqui que é o dois, que tá acima do x, tem o expoente um que tá em cima do y, e tem o expoente um que tá em cima do z. Certo, aí faz dois mais um mais um que dá?

Alunos – Quatro.

Professor – Quatro. Certo. Você faz o grau de cada um, monômio.

Professor – Então, você faz...

Aluno – Por que ficou de oitavo grau ali?

Narrador – O professor segue apontando para o quadro e continua a explicação.

Professor – É o que acabei de explicar, vocês pegam o de maior grau. Qual é o de maior grau desses três aqui ó?

Alunos – Oito!

Professor – Oito. Portanto, ele é de oitavo grau, certo. Para descobrir o grau de um polinômio, eu tenho que fazer isso, descobrir o grau de cada monômio e depois pegar o maior deles. Que deu oito. Certo.

Professor – Vamos ver esse aqui ó...

Aluno – Esse aí é fácil.

Professor – Dois “a” elevado a três, mais cinco “a” elevado ao quadrado, menos seis “ab”. Certo, então o grau desse aqui vai ser três, olha; o grau desse aqui vai ser quem? Dois mais dois...

Alunos – Quatro!

Professor – Quatro. E esse aqui vai ser dois, porque um mais um, que dá quanto?

Alunos – Dois!

Professor – Quem é o maior?

Alunos – Quatro.

Professor – Portanto, esse polinômio é do quarto?

Alunos – Grau.

Professor – Grau. Alguma dúvida aí?

Alunos – Não!

Professor – Então vamos aqui... Eles também podem ser determinados em relação a uma variável, igual a o outro lá que eu expliquei a vocês.

Aluno – Por letras e números.

Professor – Não, por cada letra, por exemplo, x elevado a quatro y , menos x elevado a cinco y elevado a três... Ainda não concluiu? Guarde isso aí!

Aluno – É ele aqui.

Professor – Vamos! Então ó, tem esse polinômio aqui, é do quinto grau em relação à x . Psiu...

Vamos lá! Por que ele falou que é do quinto grau em relação à x ? Porque ele pega só o expoente de x . Por exemplo, x aqui tá elevado a quanto?

Aluno – Quatro.

Professor – E x aqui tá elevado a quanto?

Aluno – Cinco!

Professor – X aqui tá elevado a quanto?

Aluno – Dois.

Professor – Quem é o maior?

Alunos – Cinco!

Professor – É o cinco olha... Certo! Então o grau do x é quanto?

Alunos – Cinco!

Professor – Quinto grau. Aí eu vou fazer em relação à y . Y aqui está elevado a um, aqui está elevado a três, e aqui está elevado a um. No caso o maior é o?

Alunos – Três!

Professor – Então o y é do terceiro grau. Certo! E aí, em relação à z ?

Aluno – Um.

Professor – No caso, só tem um z aqui né.

Aluno – Professor, esse aí é mais fácil do que o outro, né?

Professor – É fácil, sim. É mais fácil que uma questão da OBMEP.

Professor – Vocês podem pegar o livro e abrir na página cinquenta e oito.

Aluno – Que página é?

Professor – Cinquenta e oito!

Narrador – Os alunos se dividem em grupos para fazer as questões do livro.

Narrador – O professor vai até os alunos para anotar os exercícios que eles devem fazer.

Nesse momento os alunos conversam bastante.

Professor – Vamos lá! Fazendo... Psiu... Agora é responder!

Narrador – Novamente o professor vai até os alunos, agora para explicar as questões. Os alunos ficam tentando responder os exercícios.

Narrador – Depois de um tempo percorrido para resolução dos exercícios a gravação é encerrada. O professor termina a aula conversando sobre a OBMEP e fala para os alunos que a correção das questões ocorrerá na próxima aula.

ANEXO 4:
REGISTROS DAS ATIVIDADES DO PROFESSOR

Diário de bordo 1: Registro das atividades do professor

Data do registro	Atividade docente	Local	Fontes utilizadas (ou não utilizadas)	Justificativa da atividade realizada	Comentários
23/05/2019 (Um dia antes da realização da aula)	Foi elaborado um plano para as duas aulas.	Em casa.	Foi utilizado o livro didático como fonte.	Estou seguindo uma sequência de conteúdos. Acho que no livro didático o assunto já está bem estruturado.	Os alunos ainda não tinham visto o assunto de polinômios, então foi necessário ministrar esses conteúdos.

Diário de bordo 2: Registro das atividades do professor

Data do registro	Atividade docente	Local	Fontes utilizadas (ou não utilizadas)	Justificativa da atividade realizada	Comentários
24/05/2019 (no dia da realização das aulas)	Aula expositiva, dialogada. Aplicação de exercícios.	Na sala de aula.	Foi utilizado o livro didático como fonte. Recursos didáticos: quadro, lápis, notebook.	Acredito que, dessa forma, o conteúdo fica bem mais fácil para o entendimento dos alunos.	A falta de livros para os alunos. Pois algumas vezes eu preciso formar grupos para eles fazerem os exercícios. Às vezes falta livro para o aluno estudar em casa.