

RAGUIARA PRIMO DA SILVA

**MODELAGEM DA COMPACTAÇÃO POR TRÁFEGO AGRÍCOLA APÓS O  
PREPARO DO SOLO EM TABULEIRO COSTEIRO**

Recife, PE  
Agosto de 2021

RAGUIARA PRIMO DA SILVA

MODELAGEM DA COMPACTAÇÃO POR TRÁFEGO AGRÍCOLA APÓS O  
PREPARO DO SOLO EM TABULEIRO COSTEIRO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Federal Rural de Pernambuco como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Agrícola

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Mario Monteiro Rolim

CO-ORIENTADOR

Dr. Djalma Eusébio Simões

Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes

Recife, PE

Agosto de 2021

S586m da Silva, Raguiera Primo  
MODELAGEM DA COMPACTAÇÃO POR TRÁFEGO AGRÍCOLA APÓS O PREPARO DO SOLO EM  
TABULEIRO COSTEIRO / Raguiera Primo da Silva. - 2021.  
83 f.

Orientador: Mario Monteiro Rolim.  
Coorientador: Djalma Eusebio .  
Inclui referências.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola,  
Recife, 2021.

1. Modelo 3D. 2. modelo pseudo-analítico. 3. MEF. 4. compactação, . 5. fator de concentração. I. Rolim, Mario  
Monteiro, orient. II. , Djalma Eusebio, coorient. III. Título

RAGUIARA PRIMO DA SILVA

Tese apresentada em 18 de agosto de 2021 ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Federal Rural de Pernambuco como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor.

**MODELAGEM DA COMPACTAÇÃO POR TRÁFEGO AGRÍCOLA APÓS O  
PREPARO DO SOLO EM TABULEIRO COSTEIRO**

Tese defendida em 18 de agosto de 2021 pela Banca Examinadora:

Orientador:

---

Prof. Dr. Mário Monteiro Rolim  
DEAGRI/UFRPE

Examinadores:

---

Prof. Dr. Djalma Eusébio Simões Neto  
EECAC/UFRPE

---

Dr. Renato Paiva Lima  
PGEA/UFRPE

---

Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes  
CTG/UFRPE

---

Profa. Dra. Cecília Maria Mota Silva Lins  
UACSA/UFRPE

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), através do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola (PGEA), pela oportunidade e estrutura disponibilizada para realização do curso de doutorado; À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE), pela concessão da bolsa de estudos.

Primeiramente agradeço à Deus e aos espíritos amigos que me auxiliam nesta vida. Agradeço ao professor Dr. Mário Rolim, pela idealização deste trabalho, seu comprometimento como orientador e amizade sempre. Gratidão a todos que colaboraram para a melhor implementação desta tese durante qualificação, Prof. Cecília, Prof. Djalma, sempre com muita boa vontade me fizeram ver de forma diferente este trabalho. Gostaria de deixar registrado todo meu agradecimento ao Dr. Renato, colega de Laboratório por toda ajuda, boa vontade e profissionalismo. Gostaria de agradecer imensamente ao Professor Igor e Bruno (UFPE), pela parceria neste trabalho, sem a qual não seria possível.

Agradeço ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola da UFRPE, que com certeza foi determinante para minha formação, em especial Professor Ênio, Abelardo, Elvira. Como uma tese de Doutorado, não se faz só, agradeço meus colegas de Laboratório Roberta, Pedro Francisco, Davi por facilitar meu entendimento em programação, análises de laboratório e todo conhecimento trocado. Agradeço a minha colega Keila pelo seu excelente trabalho, que serviu como base para esta tese.

Agradeço eternamente aos meus pais Cintia e Raguia, por nunca medirem esforços para que eu pudesse trilhar este caminho. Gratidão por todo apoio e companheirismo do meu marido Humberto. Os últimos anos que tive o prazer de conviver com colegas que me ajudaram durante minha formação Juliana, Diego, José Neto, Diorgenes, muito obrigada.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO GERAL .....</b>	<b>1</b>
Objetivos .....	3
Objetivo geral .....	3
Objetivos específicos .....	3
Hipóteses .....	3
Revisão Bibliográfica .....	4
Cana-de-açúcar e sua compactação .....	4
Modelos de compactação para solos agrícolas .....	6
Área de contato.....	9
Modelagem numerica.....	11
Tensões em solos.....	14
Modelo Cam Clay Modificado .....	17
Referências bibliográficas.....	22
<b>CAPÍTULO II: Aplicação de modelagem numérica e pseudo-analítica de propagação de tensões induzidas pelo tráfego agrícola</b>	
Introdução .....	33
Materiais e Métodos .....	35
Área de estudo .....	35
Amostragem do solo .....	30
Ensaio de laboratório .....	32
Carregamento e veículos utilizados para simulação e condições de contorno .....	33
Condição de contorno.....	38
Descrição do modelo numérico.....	40
Resultados e Discussão .....	45
Conclusões.....	52
Referências bibliográficas.....	52
<b>CAPÍTULO III: Modelagem numérica tridimensional da compactação do solo após o tráfego de máquinas na cultura da cana-de-açúcar</b>	
Introdução .....	60
Materiais e Métodos .....	62
Amostragem do solo.....	62

Análises laboratoriais.....	63
Carregamento e veículos utilizados para simulação e condições de contorno.....	63
Modelagem 3D .....	65
Relação constitutiva de tensão-deformação.....	65
Variáveis avaliadas a partir do modelo.....	65
<b>Resultados e Discussão .....</b>	<b>71</b>
Tensão vertical .....	71
Tensão de pré-consolidação .....	75
Porosidade.....	76
Conclusões.....	78
Referências bibliográficas.....	78



## RESUMO GERAL

A passagem do tráfego após o preparo convencional do solo, causa efeitos negativos por todo o ciclo produtivo da cultura da cana-de-açúcar. Para entender este processo de transmissão de tensões dos veículos para o solo e suas consequências na compactação do solo, faz-se o uso dos modelos de simulação. Dentre eles temos os modelos pseudo-analíticos, derivados de Fröhlich e Boussinesq, e os numéricos como o método dos elementos finitos (MEF). O objetivo deste estudo foi *i*) realizar análises pseudo-analíticas usando diferentes fatores de concentrações de Fröhlich (3, 4, 5 ou 6) e comparar os resultados de tensão vertical com modelos bidimensional (2D) e tridimensional (3D) em MEF; e *ii*) simular um caminhão e um trator pelo MEF (3D) e analisar as propriedades do solo que se alteram após a passagem dos veículos. No primeiro capítulo, para as simulações em MEF foram determinados todos os parâmetros requeridos pelo modelo Cam Clay Modificado bem como foi gerada a geometria do perfil de solo, com a estratificação de cinco tipos de materiais num gerador de malha de elementos finitos. Para o modelo pseudo-analítico foi utilizado o modelo *Soilflex*, em ambas as áreas de contato pneu/solo foram simuladas pelo modelo da super-elipse. Resultados revelaram que os modelos pseudo-analíticos e numéricos 3D mostraram semelhanças entre si para a propagação de tensão vertical. A análise de deformação plana 2D superestimou a propagação de tensão, induzindo a sobreposição de bulbos entre pneus de um mesmo eixo, concentrando e propagando a tensão vertical em profundidades do solo muito além do que foi observado para os demais. Os resultados recomendam atribuir um fator de concentração de 3 para simulações pseudo-analíticas. Para o segundo capítulo, foi simulado a passagem de um trator e um caminhão canavieiro em um solo, após preparo convencional. Com os parâmetros requeridos pelo modelo Cam Clay Modificado foi gerada a geometria do perfil de solo, semelhante ao primeiro capítulo. O trator foi o que aplicou as menores tensões verticais na interação pneu-solo e ao longo do perfil, enquanto os pneus do caminhão atingiram tensões de 750 e 880 kPa na superfície do solo, correspondendo ao eixo dianteiro e traseiro, respectivamente. A maior tensão de pré-consolidação obtida após a simulação dos veículos, foi encontrada no tráfego do caminhão, exclusivamente na primeira camada (0,0-0,20). Abaixo das rodas de todos os veículos houve redução da porosidade.

**Palavras-chave:** Modelo 3D, modelo pseudo-analítico, MEF, compactação, fator de concentração.

## **ABSTRACT**

The passage of traffic after conventional soil preparation causes negative effects throughout the sugarcane production cycle. To understand this process of transmission of tensions from vehicles to the ground and its consequences on soil compaction, simulation models are used. Among them we have the pseudo-analytical models, derived from Fröhlich and Boussinesq, and the numerical models such as the finite element method (FEM). The aim of this study was to i) perform pseudo-analytical analyzes using different Fröhlich concentration factors (3, 4, 5 or 6) and compare the vertical stress results with two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) FEM models; and ii) simulate a truck and a tractor by the FEM (3D) and analyze the soil properties that change after the vehicles pass. In the first chapter, for the FEM simulations, all the parameters required by the Modified Cam Clay model were determined and the geometry of the soil profile was generated, with the stratification of five types of materials in a finite element mesh generator. For the pseudo-analytical model, the Soilflex model was used, in both tire/ground contact areas were simulated by the super-ellipse model. Results revealed that 3D numerical and pseudo-analytical models showed similarities to each other for vertical stress propagation. The 2D plane strain analysis overestimated the stress propagation, inducing the overlapping of bulbs between tires of the same axle, concentrating and propagating the vertical stress in soil depths far beyond what was observed for the others. The results recommend assigning a concentration factor of 3 for pseudo-analytical simulations. For the second chapter, the passage of a tractor and a sugarcane truck was simulated in a soil, after conventional preparation. With the parameters required by the Modified Cam Clay model, the geometry of the soil profile was generated, similar to the first chapter. The tractor applied the lowest vertical stresses in the tire-soil interaction and along the profile, while the truck tires reached stresses of 750 and 880 kPa on the soil surface, corresponding to the front and rear axles, respectively. The highest pre-consolidation stress obtained after vehicle simulation was found in truck traffic, exclusively in the first layer (0.0-0.20). Below the wheels of all vehicles there was a reduction in porosity.

**Keywords:** 3D model, pseudo-analytical model, 2D model, superellipse, concentration factor

**CAPÍTULO I**  
**INTRODUÇÃO GERAL**

## Introdução Geral

A compactação do solo é um dos problemas que vem se acentuando na agricultura nas últimas décadas, principalmente pelo crescente peso dos maquinários usados nas lavouras em todo o mundo. No Brasil a cana-de-açúcar é uma das culturas mais importantes da economia brasileira, mas a mecanização intensa durante todo o ciclo produtivo torna esta cultura, umas das mais atingidas pelo processo de compactação do solo.

No final do ciclo produtivo muitos solos canavieiros encontram camadas compactadas, necessitando não apenas de um preparo do solo, mais um processo de descompactação, que deixa a produção final da cultura com um custo elevado. Durante, e logo após o preparo do solo, é o momento em que o solo está mais susceptível a uma nova compactação, então entender seu comportamento neste momento é de fundamental importância para prevenir a perda de qualidade do solo e a compactação que vai repercutir negativamente durante todo o ciclo produtivo.

Para entender o processo de transmissão das cargas dos pneus ao solo, que causa a compactação, tem crescido o uso de modelos de simulação da compactação do solo, com o objetivo de prever danos possíveis ao solo, facilitando a tomada de decisão dos usuários, sem gastos excessivos ao campo. Dentre os modelos existentes de compactação em solos agrícolas pode-se dividir em duas vertentes: os modelos Pseudo-analíticos que se derivam da equação de Boussinesq (1885), sendo modelos mais fáceis para o usuário comum, porém possuem diversas limitações muitas vezes por idealizar o solo como material elástico e homogêneo e não representando o pneu de forma realista. A outra vertente são os modelos numéricos que utilizam métodos aproximados, como o Método dos Elementos Finitos (MEF), que possibilita empregar camadas heterogêneas do solo, fazendo uso de modelos constitutivos elastoplásticos, tornando as simulações mais realistas, porém mais complexas pela maior quantidade de parâmetros de entrada, não sendo tão prática como a modelagem pseudo-analítica.

O fator de concentração ( $\xi$ ), utilizado nos modelos Pseudo-analíticos foi introduzido na equação de Boussinesq (1885) por Fröhlich (1934) para distinguir a distribuição de tensões em diferentes tipos de solo, reduzindo seu valor com a dureza do solo. Atualmente, o  $\xi$  é frequentemente um input requerido para realização de simulações pseudo-analíticas. Muito tem se discutido esses valores de  $\xi$  e sua real ligação com características do solo, como a densidade.

Uma das grandes limitações dos modelos das duas vertentes atuais que simulam a propagação de tensão em solos agrícolas é utilizar um ambiente uni ou bidimensional, não representando o pneu de forma realista, ou seja, com a área de contato pneu/solo, sua distribuição de tensões heterogênea nesta área e as deformações do pneu. Dependendo do peso e da pressão de insuflagem do pneu e do tipo de solo, cada pneu toma uma forma diferente na superfície do solo, modificando conseqüentemente a propagação nesta área e a distribuição de tensão no perfil do solo.

## **Objetivos**

### **Objetivo geral**

O objetivo deste trabalho foi realizar modelagem via MEF após a passagens de maquinário agrícola, em dois estágios: *i*) avaliar o comportamento mecânico do solo após o preparo e da passagem do caminhão canavieiro, através do modelo pseudo-analítico, e via elementos finitos 2D e 3D; e *ii*) avaliar as tensões e deformações após a passagem do trator e um caminhão canavieiro via modelagem 3D.

### **Objetivos específicos**

1. Comparar as tensões no solo após a passagens do caminhão para análise numérica 2D, 3D e modelagem pseudo-analítica.
2. Analisar alteração mecânica na região entre rodas na modelagem via MEF 2D e 3D.
3. Avaliar a influência do fator de concentração na modelagem pseudo-analítico na propagação de tensão no solo.
4. Analisar o efeito da propagação das tensões verticais no perfil do solo recém preparado pelo tráfego do trator e caminhão através da modelagem via MEF 3D.
5. Comparar as tensões verticais, tensão de pré-compactação e porosidade para o trator e o caminhão.

### **Hipóteses**

1. Modelagem pseudo-analítico se difere da modelagem 2D e 3D.
2. Veículos com maior carga por roda compactam mais e há maiores profundidades.
3. O fator de concentração só altera a região logo abaixo do pneu.
4. A propagação de tensão na modelagem 2D e 3D são semelhantes, por usar o MEF.

5. Não há diferença aparente nos diversos fatores de concentração estudados.

## **Revisão Bibliográfica**

### **A Cana-de-açúcar e a compactação**

O Brasil há décadas lidera o ranking de maior produtor mundial de cana-de-açúcar, a estimativa para a safra 2021/2022 é de aproximadamente 592 milhões de toneladas (CONAB, 2021), levando a cultura a se tornar uma das *commodities* mais representativas da agroindústria brasileira. O crescimento das áreas de produção canavieira se deu pelo aumento do preço do petróleo, a poluição do ar, a exaustão previsível das fontes não renováveis que gerou uma enorme busca por combustíveis de fontes renováveis (Silva et al., 2018; Lourenzani e Caldas, 2014).

Com a dinâmica para exportação da cana-de-açúcar e seus derivados e as questões sociais envolvendo a colheita manual da cultura, surgiu a proposta para substituição da colheita manual pela mecanizada (Pryor et al., 2017). A colheita sem a tradicional queima, reduz a produtividade pois deixa partes do colmo no talhão, em contrapartida, deixa as folhas verdes no campo, que são utilizadas como cobertura do solo reduzindo a evaporação (Cherubin et al., 2017).

Neste contexto surgiu as colhedoras, tratores e diversos equipamentos, cada vez mais modernos e pesados, que visam facilitar a colheita da cana-de-açúcar. Estes veículos que circulam dentro do canavial, muitas vezes em condições inadequadas de umidade leva os solos a receber toda essa carga dos veículos, que são transmitidas através dos pneus (Fountas et al., 2013).

Para diversos autores (Severiano et al. (2008); Braunack et al. (2006); e Raper (2005)) veículos como o caminhão canavieiro e outros de colheita, trazem maior risco de compactação, pois há aumento do peso dos mesmos, além de muitas vezes serem utilizados em condições desfavoráveis de umidade. De acordo com Norris et al. (2000) a compactação do solo na primeira colheita de cana-de-açúcar reduziu o rendimento em 20 t ha<sup>-1</sup>, que corrobora com diversos autores como Faroni (2004) que mostram que a maior perda de produtividade e qualidades físicas do solo acontece após a primeira colheita da cana-de-açúcar. O que mostra que os veículos responsáveis pela colheita são os maiores violões da compactação.

A área de contato pneu-solo e a distribuição das tensões nesta interface são os parâmetros principais na avaliação da compactação do solo. A superfície de contato pneu-solo e movimento da massa do solo são parâmetros altamente dependentes da carga nos

pneus, a pressão de inflação do pneu, o tipo de pneu e os parâmetros relacionados ao solo, incluindo o teor de umidade, a textura e sua estrutura física (Hallonborg, 1996).

Após o tráfego dos veículos, são encontradas camadas compactadas, que possuem maior densidade e menor porosidade do que o solo acima ou abaixo delas e apresentam grande variabilidade em profundidade e espessura (Gorucu et al., 2006). Neste caso o solo se encontra compactado e não está apto ao crescimento de novas mudas. A compactação é uma das responsáveis pela baixa produtividade da cultura (Morgado e vieira, 1999).

Entender e prevenir a compactação do solo é algo extremamente complexo e oneroso, pois os solos de regiões diferentes, tem comportamentos distintos, sendo preciso ter conhecimento prévio da granulométrica, histórico de tensões e diversos dados físicos para prever e assim facilitar a tomada de decisão nesses processos (Besson et al., 2013).

A maior parte dos solos cultivados com cana-de-açúcar no Nordeste, estão na zona da mata, denominados solos de tabuleiro costeiro, os quais assim chamados por possuírem caráter coeso, decorrente da atração eletrostática entre a superfície de partículas próximas, ou por materiais (Fredlund e Rehardjo, 1993). O caráter coeso do solo influencia negativamente os atributos físicos, tais como: densidade em massa elevada, baixa permeabilidade e alta resistência à penetração das raízes, facilitando assim a compactação do solo (Tang et al., 2011).

Após diversos fatores que favorecem e levam a compactação do solo, é necessário descompactar o mesmo e, preparar o solo para um novo ciclo produtivo, criando um ambiente propício para o desenvolvimento radicular (aumento da porosidade). Existem diferentes tipos de implementos disponíveis para o preparo do solo, o que tem por objetivo desestruturar as camadas compactadas, provocando assim alterações nas suas propriedades químicas, físicas e biológicas (Rocha et al., 2014).

O preparo de solo traz grandes vantagens para o cultivo da cana-de-açúcar, pois é onde ocorre o rompimento das camadas de solo compactadas, favorecendo o desenvolvimento inicial da cultura e criando boas condições ao crescimento das raízes visando assim, o aumento da produtividade (Chamen et al., 2015).

Segundo Scarpate et al. (2019) o sistema de preparo do solo representa 25% do custo total na produção de cana-de-açúcar, o que torna fator determinante para um bom desenvolvimento da planta. O sistema de preparo realizado de forma correta é garantia de retorno econômico por vários anos, o insucesso requer custos adicionais no replantio (Baracat Neto et al., 2017).

O preparo inadequado do solo desestrutura as camadas superficiais, deixa o solo mais suscetível ao processo de erosão e assim propicia a formação de impedimentos físicos logo abaixo das camadas movimentadas pelos equipamentos. A desestruturação do solo e a redução nos teores de matéria orgânica são consideradas os principais indutores da degradação dos solos agrícolas. Tal degradação, com todas as suas implicações e consequências facilitam o processo de compactação (Kluthcouski et al., 2000).

A umidade do solo em qualquer momento de tráfego no canavial é de extrema importância para o sucesso da operação. Quando o solo é preparado em umidades acima da ideal, haverá a produção de torrões maiores devido as deformações plásticas encontradas nesta umidade e um dano na estrutura do solo. Da mesma forma, se o solo está com umidade abaixo da ideal, grandes torrões poderão ser produzidos porque há pouca fragmentação do solo e ainda haverá um maior gasto de energia por parte dos tratores (Myrbeck et al., 2012).

### **Modelos de compactação para solos agrícolas**

O'Sullivan e Simota (1995) classificaram no início da década de 90, os modelos de compactação de solos agrícolas em mecanicistas e empíricos. Os modelos mecanicistas, assumiam o solo como homogêneo, isotrópico e podem calcular a propagação de tensões no solo pelo método numérico ou analiticamente. Os Modelos mecanicistas de compactação sob uma única roda foram revisados por Schafer et al. (1992) e Gupta e Raper (1994). Já os modelos empíricos utilizam dados experimentais e ferramentas estatísticas para prever a compactação.

Os primeiros modelos empíricos foram modelo logarítmico de Bailey e Vanden Ber (1967) e o estatístico de Raghavan e McKyes (1978), que se baseavam na umidade do solo e diferentes configurações de pneus. Na década de 80, Bolling (1986) elaborou modelos em termos de porosidade, conteúdo de água e índice de cone do teste de compressão confinada e teste triaxial modificado. Posteriormente Salokhe et al. (1993) dando segmento aos modelos experimentais usou dados de veículos de rodas em seu modelo. Estes modelos empíricos precisavam de uma quantidade enorme de dados experimentais e não obtiveram bons resultados na época.

Defossez e Richard (2002) eliminando os modelos empíricos, dividem os modelos de compactação em solos agrícolas em pseudo-analíticos e em modelos que empregam

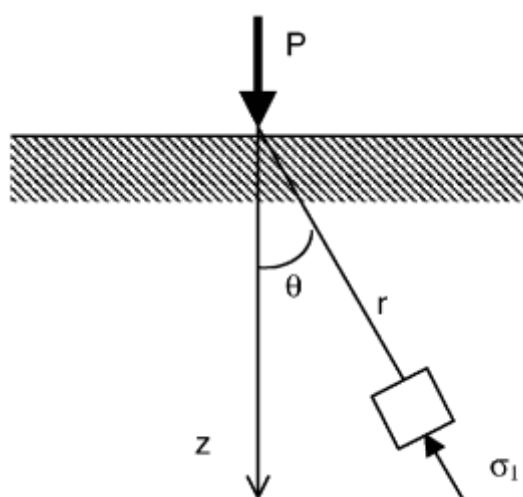


soluções via métodos aproximados, como o método de elementos finitos (MEF). Os modelos pseudo-analíticos se derivam da fórmula de Fröhlich (1934), que foram adaptadas da solução analítica de Boussinesq (1885).

Segundo Defossez e Richard (2002) os modelos existentes de compactação para solos agrícolas podem ser também divididos em duas partes. A primeira parte determina a propagação de tensões no solo, resultantes das forças exercidas pelos veículos agrícolas. As tensões na interface roda-solo são descritas pela área de contato e as tensões sobre ela (sub-modelo de força aplicada à superfície). A segunda parte trata da modelagem do comportamento tensão-deformação, ou seja, as relações entre mudanças no volume do solo e as tensões aplicadas (Defossez e Richard, 2002).

Uma solução analítica para propagação da tensão radial ( $\sigma$ ), sob um ponto de carga  $P$ , agindo sobre uma camada semi-infinita, homogênea, isotrópica e ideal elástico-médio espaço, foi dada por Boussinesq (1885): onde  $r$  é a distância radial do ponto de carga ao ponto desejado,  $\theta$  é o ângulo entre o vetor de carga normal e o ponto desejado, como mostra a Figura 1 e na equação 1.

Uma vez que a distribuição de  $\sigma$  sobre área de contato não é uniforme, para calcular a  $\sigma$ , Söhne (1953) dividiu a área de contato,  $A$ , em pequenos elementos,  $i$ , de área  $A_i$ , e carregou cada pequena área com uma carga  $P_i = A_i \sigma_i$ , a qual é tratada como um individual ponto de carga. A  $\sigma$  em uma dada profundidade,  $z$ , foi calculada por somar a contribuição de cada  $P_i$ , como mostra equação 2.

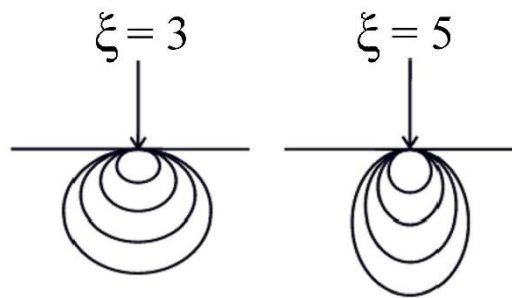


**Figura 1.** Esforços atuando sobre um volume quando aplicada uma carga pontual  $P$ .  
Modificada de Défossez e Richard (2002).

$$\sigma_1 = \frac{\xi P}{2\pi r^2} \cos^{\xi-2} \theta \quad (1)$$

$$\sigma_z = \sum_{i=0}^{i=n} \frac{\xi \cdot P_i}{2\pi \cdot r_i^2} \cos^{\xi-2} \theta_i \quad (2)$$

O fator de concentração ( $\xi$ ) foi introduzido porque a taxa de decrescimento da tensão conforme previsto pela teoria clássica da elasticidade foi considerada em desacordo com dados experimentais observados de distribuições verticais de tensões no solo como mostra a Figura 2 (Söhne, 1953). Com isto, Fröhlich (1934) considerou que o fator de concentração assume valores de 3, 4, 5, e 6 em função da rigidez do solo, sendo, portanto, correspondente a muito duro, duro, firme e solto, respectivamente. O fator de concentração 3, de Fröhlich (1934) torna-se a mesma equação dada por Boussinesq (1885) (Keller, 2004).



**Figura 2.** Influência do fator de concentração ( $\xi$ ) proposto Frolich (1934) (Keller 2004)

Tantos os modelos pseudo-analítico como os numéricos ainda não abordam de forma precisa as cargas estáticas de eixo e roda pois durante operações em campo, a distribuição de pesos pode variar facilmente entre eixos e rodas no mesmo eixo (Alakukko et al., 2003). Outras limitações dos modelos existentes é a distribuição desigual de tensão abaixo de um pneu que corre no sulco, que podem ser decorrência do material de fabricação dos pneus podendo introduzir altas tensões de pico no subsolo (Cueto et al., 2013)

Trautner, (2003), Van Den Akker, (2004), Keller et al. (2007) Keller e Lamandé, (2010), Rücknagel et al. (2015) desenvolveram modelos pseudo-analíticos com boa aceitação. Esses modelos requerem uma condição de contorno que descreva a tensão no

solo na interface do pneu. A propagação de tensão através do perfil do solo é calculada de forma analítica e, por fim, a deformação do solo é então calculada em função da carga aplicada (De Pue e Cornelis, 2019).

### **Área de contato**

Sharma e Pandey (1996) afirmaram que a propagação de tensões em solos, e as características de eficiência de um trator dependem, em grande parte, não somente da pressão de contato, mas também do tamanho e da forma da área de contato, então será discutido a área de contato e sua evolução, bem como a forma da área de contato e da distribuição de tensão.

Soëne (1953) foi o primeiro a descrever a distribuição da tensão em uma área, não mais em uma dimensão, via função-potência. Johnson e Burt (1990) descreveram diferentes distribuições de tensão por função-potência e polinômios, respectivamente. No entanto, nenhuma dessas abordagens leva em consideração a pressão interna dos pneus e características de carregamento.

Até os anos 70 os modelos existentes sugeriam a forma da área de contato da interface solo-pneus de forma não usual nos dias de hoje, como Mikkonen e Wuolijoki (1975) que descreveram uma modelo onde a área de contato é igual ao raio da roda multiplicado pela largura da roda, e modelos como os de Inns e Kilgour (1978) que propuseram cálculos simples da área de contato para solos firmes e soltos, respectivamente, onde se relacionam a largura e o diâmetro do pneu. Para Van den Akker (2004), os modelos acima consideram apenas o tamanho dos pneus para um solo definido produzem valores da área de contato com grandes erros variando entre 40 e 70%.

A área de contato circular, embora assumida por diversos autores como Kirby et al. (1997) e Poodt et al. (2003), não se mostrou posteriormente adequada, pois parte do pressuposto da distribuição uniforme de tensão. No entanto, isso está em conflito direto com as conclusões de vários pesquisadores, incluindo Gysi et al. (2001) e Way e Kishimoto (2004), que mostraram que a tensão no contato área não é uniformemente.

As distribuição uniforme de tensão nem aquelas que podem ser descritas por funções de potência aproximam-se das inúmeras distribuições observadas abaixo dos pneus reais nos trabalhos de Arvidsson et al. (2004) e Keller et al. (2014). As distribuições de tensões verticais na interface pneu-solo não são uniformes onde os picos de tensão podem exceder a pressão de inflação dos pneus e que a distribuição da tensão é afetada

pelo tipo de pneu, pelas características de carga e pelas condições do solo (Gysi et al., 2001; Way e Kishimoto, 2004; Keller, 2005).

Grechenko (1995) sugeriu que a área de contato pneu-solo tem uma forma elíptica e pode ser obtida multiplicando o produto do comprimento e largura da área de contato por um coeficiente com valores entre 0,8 e 0,9.

$$A = \frac{ab\pi}{4} \quad (3)$$

Sharma e Pandey (1996) concluiu com trabalhos de campos de diversas técnicas para impressão do pneu agrícola de autores como Upadhyaya e Wulfsohn (1990) e Plackett (1984) que, para um pneu agrícola a aproximação elíptica é o melhor estimador para a área de contato pneu-solo.

No entanto, na prática, pneus largos e modernos tendem a criar áreas de contato muito quadradas, a baixa pressão dos pneus ou alta carga pode levar a pneus sobrecarregados e solos macios proporcionam, maiores flexas, maiores profundidades de deformação. Ambas as condições fornecem áreas de contato que não são mais elípticas e a parte central da área de contato tende a ser retangular (Hallonborg, 1996). Muitos autores como como Beker (1983), Saarilahti (2002), Lyasko tentaram corrigir a equação da elipse com fatores de correção para resolver a limitação da elipse.

A super elipse descrita por Hein (1964) e Gardner (1965) foi uma alternativa para este problema. A super elipse pode assumir uma ampla variedade de formas, variando de duas linhas retas para um retângulo.

$$\left(\frac{x^n}{a^n}\right) + \left(\frac{y^n}{b^n}\right) = 1 \quad (4)$$

O expoente  $n$ , é um número real positivo que determina a forma e os parâmetros  $a$  e  $b$  determinam o comprimento da metade dos eixos principais e, portanto, as proporções da superfície. Esses parâmetros indicam a distância da origem até os pontos em que a curva intercepta o eixo  $x$  e o eixo  $y$ , respectivamente. Quando  $n = 2$ , a curva é uma elipse.

Hallonborg (1996) utilizou um modelo de super elipse para a área de contato pneu-solo; o valor do expoente positivo na equação definiu a forma do adesivo de contato. Schjøning et al. (2008) avaliou a área de contato por dois pneus para reboques agrícolas

de camada em um solo arenoso, com teor de água um pouco menos que capacidade de campo sob o efeito de três diferentes pressões de inflação (50, 100 e 240 kPa) de forma aleatória design de bloco com três repetições, o modelo proposto (FRIDA) descreveu a pegada do pneu por uma super elipse.

Keller (2005) avaliou 29 combinações de carga das rodas e características dos pneus, a área de contato e a distribuição da tensão vertical foram medidos, sendo o formato da área de contato encontrado uma super elipse. Teimourlou e Taghavifar (2014) comparado com valores de formas reais com a super elipse, indica coeficiente de correlação igual a 0,96, que mostra a capacidade promissora do modelo proposto e a conveniência de descrever a área de contato com geometria de super elipse.

O'Sullivan et al. (1999) e Schjønning et al. (2008) propuseram modelos de distribuição de tensões sobre a área de contato baseados em Hallonborg (1996), o qual descreve a área de contato como uma super-elipse. Além de uma moderna forma de descrição geométrica da área de contato, o modelo de Keller (2005) destaca-se por ser estimado com base em parâmetros de máquina-pneu, os quais podem ser facilmente obtidos.

### **Modelagem numérica**

Os modelos numéricos permitem uma análise mais completa, se comparada aos modelos pseudo-analíticos, pois possuem uma abordagem física mais realista e com a possibilidade de se considerar geometrias, heterogeneidade e anisotropia, bem como diferentes situações de carregamento do solo (Silva et al., 2018). Os modelos numéricos contemplam a formulação de diversas ferramentas matemáticas, envolvendo equações diferenciais governantes, e como uso de modelos constitutivos diversos (Heidemann, 2015).

O MEF e método de elementos discretos (DEM) são exemplos de modelos numéricos para este tipo de estudos. O MEF considera o solo como um meio contínuo, já o DEM o modelo é uma montagem de elementos e forças granulares, que são transmitidos como interações entre partículas discretas. O MED ainda não possui dados tão confiáveis como o MEF para propagação de tensões em solo. Segundo De Pue e Cornelis (2019) o método de elementos discretos não conseguem representar bem camadas mais profundas do solo e assemelham-se muito aos resultados de modelos pseudo-analíticos (De Pue e Cornelis, 2019).

O método dos elementos finitos descrito em Zienkiewicz (1994) consiste em um método aproximado de solução numérica de problemas, no qual se realiza a discretização de equações diferenciais e integrais sobre um domínio, o solo é discretizado, a tensão volumétrica é calculada em cada nó (Defosse e Richard, 2002). Esse método permite acoplar modelos mecânicos e hidráulicos (Schrefler e Scotta, 2001) e para projetar configurações de modelos mais complexos por exemplo com distintas camadas do solo (Chi et al., 1993) e simula explicitamente a interação com uma roda (deformável) (Cueto et al., 2016).

Na área de estudo de compactação de solos agrícolas, pode ser observado o emprego do MEF nos trabalhos de Jimenez et al (2021), Silva et al (2018), Poodt et al. (2003), Berli et al. (2003), Sorin-Stefan e Valentin (2012), Keller et al. (2010) e Cueto et al. (2016) e Mion et al. (2017). Sorin-Stefan e Valentin (2012) empregaram o método dos elementos finitos com o modelo de Drucker-Prager para a análise de compactação de solo agrícola devido a tráfego de diferentes tipos de tratores em secções bidimensionais na direção do tráfego e para secções transversais das camadas de solo. Em seus resultados os autores indicaram que a distribuição das tensões equivalentes no interior do solo é fortemente dependente da distribuição da carga na superfície.

Poodt et al. (2003), também empregando o modelo constitutivo Cam Clay, via MEF para um perfil de solo calcáreo fluvial sob a ação do tráfego durante a colheita de beterraba, considerando quatro tipos de pneus, verificaram através da simulação numérica que a existência de uma camada superficial relativamente rígida promove uma proteção das camadas inferiores quanto à compactação.

Silva et al. (2018), empregando o modelo Cam Clay Modificado, via MEF (2D) simulou a passagem de diversos veículos em um solo canavieiro após preparo, foi identificada compactação adicional em todos os cenários, nas camadas de 0-20 cm do solo, para todos os veículos e umidades analisadas.

A principal limitação da maioria desses modelos, tanto numérico como pseudo-analítico é que o pneu não está representado corretamente, apenas um efeito uniforme do pneu sobre o solo é simulado, em uma área de contato com uma forma pré-definida. Isto constitui uma simplificação excessiva do problema e produziria condições de contato errôneas, porque a tensão no solo e sua distribuição é o resultado da deformação simultânea de pneus e solo (González, 2011).

O primeiro a trabalhar uma modelagem 3D para prever compactação em solos agrícolas foi Chi et al. (1993), porém seu modelo apresentava diversas limitações como

a área de contato, que era retangular e a modelagem era puramente elástica. Cueto et al. (2019) ainda chegou a desenvolver um modelo tridimensional, com modelo constitutivo Drucker Prager mas apresentou resultados somente até 0,20 m de profundidade de solo. Existem alguns modelos como, como Gysi et al. (2001), Kirby et al. (1997), porém apresentam algumas limitações. Defossez e Richard (2002) crítica a maioria destes modelos por não contemplam o pneu ou são um bidimensional aximétrico, não possuindo malha tridimensional.

Embora exista na literatura modelos de interação pneu-solo como Biris et al. (2009), Cui et al. (2007), Gysi et al. (2001), Kirby et al. (1997), os objetivos deles não é a propagação de tensão no perfil do solo, então, ainda falta informações precisas para veículos canavieiros em solos brasileiros. Além disto, nestes modelos citados acima a distribuição de tensão no solo pelo pneu ainda é de forma homogênea.

Para Zhao e Zang (2014) o método de elementos finitos (MEF) via 3D é o método mais promissor para lidar com a interação pneu-solo, pois capta melhor o volume de solo deslocado pela passagem. Nasiri (2013) afirma que o espaço bidimensional não é adequado para a investigação pneu-solo, pois o solo ao lado do pneu, tem um movimento para cima, que precisa ser investigado. Para Farhadi et al. (2018) o volume de contato é um parâmetro muito melhor do que a área de contato, para analisar a interação pneu-solo. Para prever o volume de contato uma geometria tridimensional (3D) da pegada do pneu é importante (Zhao e Zang, 2014)

Para Zhao e Zang (2014) a previsão do volume compactado do solo é essencial para vincular os modelos de compactação aos aspectos agrônômicos e ambientais. Avanços recentes nos modelos em elementos finitos, possibilitam prever zonas de deformação 3D e não apenas perfis de profundidade de sulco ou densidade de massa seca 1D (Defossez e Richard, 2002).

A espacialidade é importante para observação da área de contato dos diversos pneus, tanto de caminhão quanto de trator e a distribuição das tensões nesta área, lembrando que o método da super elipse permite assumir uma ampla variedade de formas, onde cada pneu terá uma forma específica na interface pneu-solo. A espacialidade também permite observação do deslocamento de volume do solo na interação pneu-solo.

Segundo Cueto et al. (2019) os modelos de interação pneu-solo em elementos finitos podem ser classificados em dois grupos. O primeiro inclui os modelos relacionados à compactação do solo e os efeitos do equipamento agrícola sobre o solo

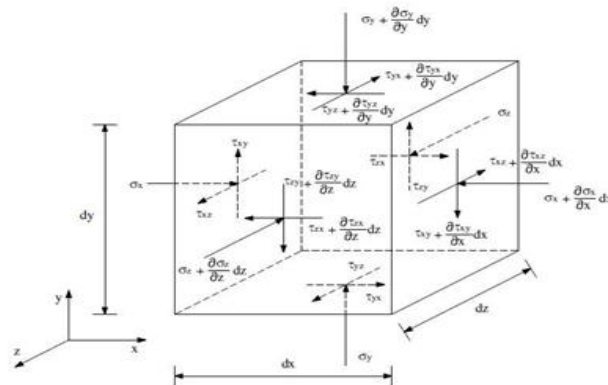
(Biris et al., 2009; Cui et al., 2007; Gysi et al., 2001; Kirby et al., 1997; Poodt et al., 2003) o qual será mais amplamente abordado neste trabalho.

O segundo grupo inclui os modelos de elementos finitos utilizados em desenvolvimento de pneus, trafegabilidade, dinâmica e desenvolvimento de veículos fora de estrada (Gruber et al., 2008; Hall et al., 2004; Shoop, 2001). A maioria destes modelos fazem uma representação detalhada dos pneus que inclui todos os elementos de sua estrutura (cordão de aço, correias, dobras e borracha, entre outros), mas esses modelos não incluem de forma incisiva os efeitos do tráfego no solo (Cueto et al., 2016).

A tensão do maquinário aplicado ao solo é obtida da divisão de carga por roda pela área de contato pneu-solo. O resultado desta tensão não tem uma distribuição uniforme no solo devido à deformação do pneu e ao padrão da garra, o que torna muito complexo o estudo da distribuição de tensões no solo (Alakukku et al., 2003).

### Tensões em Solos

O conhecimento das tensões atuantes é de vital importância no entendimento do comportamento mecânico do solo (Alonso et al., 1990), pois há uma necessidade de conhecer o comportamento de tensões num perfil de solo para evitar a intensificação da compactação. O estado de tensão no solo resulta em estados de tensão normal ( $\sigma$ ) e cisalhante ( $\tau$ ), que variam em função do plano considerado. Em qualquer ponto da massa do solo como mostra de forma simplificada na Figura 3 (Potts e Gens, 1985).



**Figura 3** Tensões atuantes em um volume de controle diferencial.

Fonte: Rodrigues, 2007

No elemento representado na Figura 3, há tensões verticais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) e tensões de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$ ). Nota-se que em cada fase do quadrilátero há uma tensão normal e duas cisalhantes, sendo um total de nove componentes, os quais



descrevem o completo estado de tensão, conhecida como matriz de estado de tensão ou tensor de tensões. Para as condições estáticas, o estado de tensões em um ponto, é definido pelo tensor de tensões ( $\sigma$ ), que é dado pelas invariantes (Potts e Gens, 1985).

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Sob condições cinemáticas, o estado de deformação em um ponto, será dado pelo tensor de deformação ( $\varepsilon$ ):

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Onde  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  são as deformações normais e  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$ ,  $\gamma_z$  as deformações cisalhantes respectivamente. As deformações ( $\varepsilon$ ) estão ligadas aos deslocamentos ( $\gamma$ ).

As tensões principais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) podem ser combinadas para formar três invariantes, o quais são necessários para determinar a magnitude das tensões pelo critério de ruptura: a tensão média efetiva ( $p$ ), como mostra Equação 5, utilizada para descrever o estado de tensão normal na ausência de tensão cisalhante; a tensão desviadora ( $q$ ), responsável pelo cisalhamento do solo e o ângulo de Lode ( $\Theta$ ), é a invariante desviatória que ajuda a quantificar as regiões de rupturas pelas tensões principais (Potts e Gens, 1985; Potts e Zdravković, 1999).

$$p = \frac{1}{3}I_1 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (5)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} \quad (6)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \right) \right] \quad (7)$$

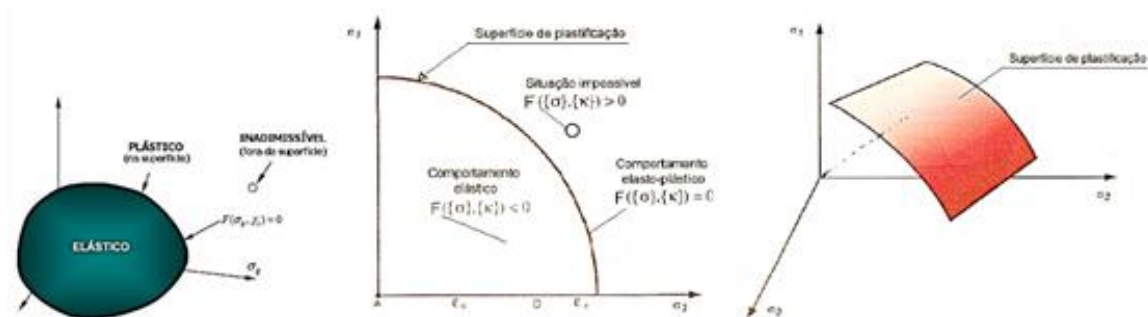
## Elastoplasticidade

O solo apresenta uma resposta elástica enquanto a tensão não excede o valor de limite elástico. Uma vez que o estado de tensões continue aumentando, este limite é superado e o material responde de forma plástica. Ao descarregar-se o solo, haverá uma

parcela de deformação residual ou plástica ( $\epsilon_p$ ) que é permanente, havendo apenas a recuperação parcial das deformações, ou seja, a deformação total ( $\epsilon$ ) será composta por uma parcela de deformação elástica ( $\epsilon_e$ ) e outra plástica ( $\epsilon_p$ ).

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p$$

Existem diferentes tipos de comportamento da deformação do solo para caracterizar a plastificação, é necessário considerar o critério de escoamento (yield criterion), um ponto ou uma região limite, que consiste em definir uma função das tensões que nos permita conhecer se o material está no estado plástico ou elástico (Jiménez, 2019). A plastificação no ensaio uniaxial corresponde simplesmente à condição  $\sigma < \sigma_y$  (um único ponto), no entanto, num estado triaxial de tensões, deve-se avaliar uma combinação das tensões e comparar com algum valor que defina o limite elástico, ou “yield criterion”, para o 3D corresponde a uma superfície como mostra a figura 4, a tensão não atinge mais um ponto, mais uma superfície (Jiménez, 2019).



**Figura 4.** Superfície de fluência e curva de plastificação.

Fonte: Gens e Prat, 2003

Há modelos matemáticos para parte elástica e plástica dos solos, e os modelos constitutivos elastoplásticos, que englobam a uma parcela elástica e outra plástica do material, destacam-se os pioneiros, de Mohr- Coulomb e Drucker Prager (Potts e Zdravković, 1999). Os modelos de Mohr- Coulomb e Drucker Prager consistem em modelos mais realistas na representação do comportamento elástico-plástico de solos, uma vez que são definidos em termos das tensões efetivas e empregam propriedades mecânicas efetivas do material que podem ser obtidas diretamente através de experimentos laboratoriais (Silva, 2016).

Os modelos de Mohr Coulomb e Drucker Prager são mais apropriados, em sua formulação clássica, a problemas envolvendo cisalhamento do solo. Alguns problemas

envolvendo o estudo da compressão dos solos podem ser melhor analisados ao se adotar um modelo elastoplástico que consiga reproduzir o comportamento mecânico do meio sob qualquer trajetória tridimensional de tensão (tração, cisalhamento e compressão). Neste caso o modelo de Cam-Clay Modificado é um que atende a esta situação. O modelo Cam-Clay descrito por Schofield e Wroth (1968) e Potts e Gens (1988) entre outros.

### **Modelo Cam Clay Modificado**

Embora existam na literatura vários modelos elastoplástico para solos como Lade (Lade, 1977), Lade-Kim (Lade e Kim, 1988) e BBM (Alonso et al., 1990), para Oliveira (2011) O modelo Cam Clay Modificado é o mais aceito e na modelagem em solos pela sua facilidade de obter parâmetros de entrada. O modelo Cam Clay Modificado capta melhor o adensamento do solo, envolvendo previsões numéricas de estabilidade e comportamento de deformação de materiais compressíveis do solo, como argilas macias (Munda et al., 2014)

O modelo unificou o comportamento mecânico em termos de deformações volumétricas e cisalhamento a partir de cinco parâmetros mecânicos e três parâmetros físicos do solo (Potts et al., 2001). Os quais são: índice de vazios ( $e$ ), inclinação da LEC ( $M$ ), parâmetros de compressibilidade ( $\lambda$  e  $\kappa$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), índice de vazios ( $e$ ), densidade de partícula e porosidade.

A plastificação do solo no modelo está em função do Estado Crítico em termos da tensão efetiva. Refere-se estado crítico à deformação plástica com Hardening (características das areias fofas e argilas moles) e Softening (pelas rochas, areias densas e argilas), o que significa que no incremento da tensão, o solo tende a endurecer ou amolecer até a falha ou ruptura (Coulomb, 1776).

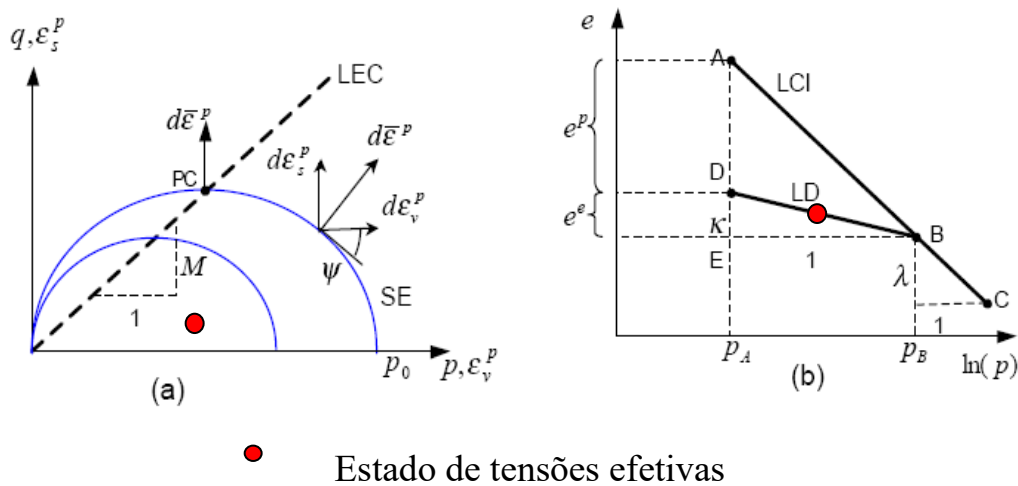
O modelo constitutivo Cam Clay Modificado (Potts e Zdravković, 1999) é representado por uma superfície de fluência na forma de uma elipse no espaço  $p$ - $q$  (tensões média e desviadora, respectivamente), definida através da projeção de uma linha de estados críticos (LEC) passando pela origem do espaço  $p$ - $q$  e com inclinação  $M$ . O tamanho da superfície de fluência é dado pela tensão de pré-adensamento  $p_0^*$ , que é a maior tensão efetiva à qual a solo já foi submetida.

A superfície de fluência, no plano  $J$ - $p$ , é definida por uma elipse limitada pela tensão de pré-adensamento  $p_0^*$ , definida pela Equação 8.

$$F(\boldsymbol{\sigma}, p_0^*) = F(p, J, \theta, p_0^*) = 3J^2 - \left( \frac{g(\theta)}{g(-30^\circ)} \right)^2 M^2 p(p_0^* - p) = 0 \quad (8)$$

$$g(\theta) = \frac{\text{sen}\phi}{\cos\phi + 0,577\text{sen}\theta\text{sen}\phi} \quad (\text{Função de Lode}) \quad (9)$$

Onde  $\phi$  é o ângulo de atrito do material. A declividade da LEC é o parâmetro  $M$  que é definido em termos da Função de Lode e é variável no estado multiaxial de tensões onde o ângulo de Lode é variável e a LEC varia. Do ponto de vista de laboratório, a LEC não é alterada tendo em vista que neste caso o estado de tensões é triaxial e  $\theta = -30^\circ$ . A Função de Lode corrige a função de fluência para estados de tensões diferentes dos triaxiais.



### Estado de tensões efetivas

**Figura 5.** Estado inicial de tensões no modelo Cam Clay Modificado: (a) superfície de fluência; (b) curva de carga-descarga do ensaio edométrico.

O modelo baseia-se no comportamento de um material submetido a um carregamento de compressão drenada isotrópico ( $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ ), que se move com inclinação  $\lambda$  ao longo da linha de adensamento isotrópico (LCI) no espaço índice de vazios versus tensão média:

$$e + \lambda \ln(p) = e_1 \quad (10)$$

Onde  $e_1$  é o índice de vazios para  $p=p_A$  na Figura 5b.

A variação volumétrica ao longo da linha de adensamento isotrópico (compressão virgem), LCI, é irreversível ou plástica, enquanto a variação de volume ao longo da linha

de descompressão (LD) é reversível ou elástica, ao descarregar-se o material, o mesmo segue a trajetória da linha de descompressão (LD) de inclinação  $\kappa$ , recuperando as deformações elásticas  $\varepsilon^e$ .

A deformação volumétrica elástica  $\varepsilon_v^e$  é definida por:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e} \frac{dp}{p} \quad (11)$$

A Lei de Endurecimento/Amolecimento é isotrópica e é controlada pela tensão de pré-adensamento  $p_0^*$ , sendo definida em termos da deformação volumétrica plástica  $\varepsilon_v^p$  através da seguinte expressão:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = d\varepsilon_v^p \cdot \frac{1+e}{\lambda - \kappa} \quad (12)$$

O modelo se completa com a definição do módulo elástico volumétrico  $K$  (parâmetro não-linear obtido no ensaio edométrico):

$$K = \frac{1+e}{\kappa} p \quad (13)$$

A direção da deformação plástica  $\varepsilon^p$  é definida através da Regra de Fluxo Plástico (Equação 14) que relaciona o módulo plástico  $\Lambda$  com o vetor normal  $\mathbf{n}$  à superfície de potencial plástico (Equação 15). Esta superfície fornece a real direção da plastificação e é definida pelo ângulo de dilatância  $\alpha$  do material que mobiliza a superfície de fluência de forma que a deformação plástica muda de direção (vetor normal à superfície de potencial  $\mathbf{n} = \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$  é diferente do vetor normal à superfície de fluência  $\mathbf{n} = \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ ). No caso de plasticidade associada, as funções de fluência e potencial são iguais, tendo em vista que o ângulo de dilatância é igual ao ângulo de atrito e com isso a deformação plástica é a mesma para ambas as superfícies (Equação 16).

$$\varepsilon^p = \Lambda \mathbf{n} = \Lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{n} = \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial G}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial G}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial G}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (14)$$

$$G(\boldsymbol{\sigma}, p_0^*) = G(p, J, \theta, p_0^*) = 3J^2 \alpha - \left( \frac{g(\theta)}{g(-30^\circ)} \right)^2 M^2 p (p_0^* - p) = 0 \quad (15)$$

$$\varepsilon^p = \Lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \Lambda \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma}, P_0^*)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (16)$$

O efeito da plastificação é controlado pela tensão de pré-adensamento do solo, que é a máxima tensão média efetiva já sofrida pelo mesmo, sendo a variável de história do modelo Cam Clay Modificado que controla o tamanho da superfície de fluência. O solo apresenta comportamentos distintos a partir do ponto PC (ponto no qual a LEC intercepta a superfície de fluência) da Figura 19, a partir do qual a deformação plástica muda de direção e sentido (no sentido do eixo  $q$ ). Se o estado de tensões toca a superfície de fluência à esquerda do ponto PC ocorre o aumento do volume do solo por cisalhamento, observado através da deformação plástica volumétrica  $\varepsilon_v^p$  (negativo). Caso contrário, ou seja, se o estado de tensões toca a superfície à direita do ponto PC ocorre o fenômeno de compactação do solo com  $\varepsilon_v^p$  (positivo).

A partir da condição de consistência do modelo é possível obter o módulo plástico (Potts e Zdravković, 1999) cuja expressão final pode ser vista na Equação 17. Ao substituir o valor desta variável na resposta elástica do material (Equação 18) determina-se o tensor constitutivo elastoplástico (Equação 19).

$$\Lambda = \frac{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e d\boldsymbol{\varepsilon}}{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \mathbf{n}_G + H} \quad \rightarrow \quad H = -\lambda \frac{\partial F}{\partial P_0^*} \frac{(1+e)P_0^*}{\lambda - \kappa} \quad \text{e} \quad \mathbf{n}_G = \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (17)$$

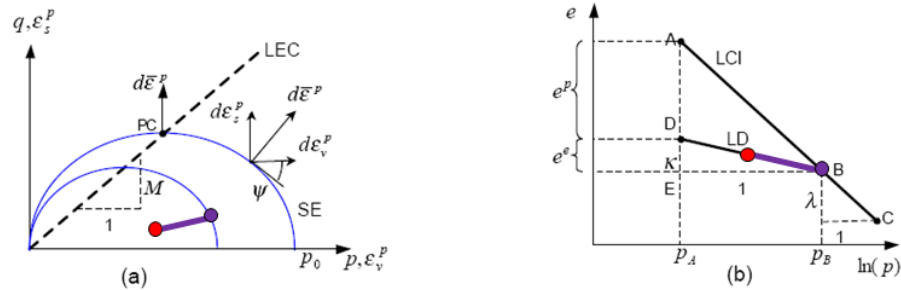
$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_e (d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^p) = \mathbf{D}_e (d\boldsymbol{\varepsilon} - \lambda \mathbf{n}_G) \quad (18)$$

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_e \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \mathbf{n}_G + H} \mathbf{n}_G \mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \right] d\boldsymbol{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad \mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_e \left[ \mathbf{I} - \frac{1}{\mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \mathbf{n}_G + H} \mathbf{n}_G \mathbf{n}^T \mathbf{D}_e \right] \quad (19)$$

Este modelo é interessante para reproduzir o fenômeno de compactação do solo, pois sua superfície de fluência fechada limita os estados de compressão de maneira que, atingida a superfície de fluência, o material começa a deformar-se mais e de maneira irreversível. O estado de compressão é gerado no interior do solo justamente devido ao aumento da tensão efetiva causada pelo recorrente tráfego de veículos no solo.

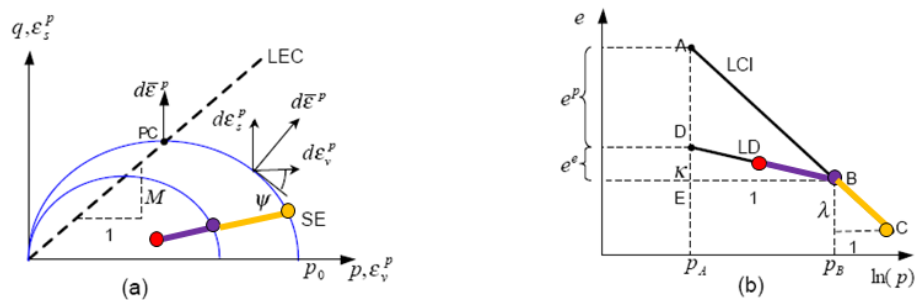
A partir do momento que o solo recebe o carregamento dos veículos as tensões efetivas aumentam levando à compressão e deformação do solo, caracterizando assim um comportamento de compressão elástica (reversível), pois ainda não atingiu a superfície

de fluência. Isto é representado pelo incremento de tensão, a partir do estado inicial de tensões (Figura 6), na direção da superfície de fluência (Figura 7) e a partir deste ponto o solo passa a deformar-se plasticamente, levando à compressão plástica (irreversível).



- Estado de tensões efetivas inicial
- Abre-se o poço: pressão de fluido cai  $\rightarrow$  tensões efetivas aumentam e solo se comprime
- Compressão elástica (reversível)
- Compressão plástica (irreversível)

**Figura 6.** Compressão elástica no modelo Cam Clay Modificado: (a) superfície de fluência; (b) curva de carga-descarga do ensaio edométrico



- Estado de tensões efetivas inicial
- Abre-se o poço: pressão de fluido cai  $\rightarrow$  tensões efetivas aumentam e solo se comprime
- Compressão elástica (reversível)
- Compressão plástica (irreversível)

**Figura 7.** Compressão elástica no modelo Cam Clay Modificado: (a) superfície de fluência; (b) curva de carga-descarga do ensaio edométrico.

## Referências bibliográficas

- Alakukku, L., Weisskopf, P., Chamen, W. C. T., Tijink, F. G. J., Van der Linden, J. P., Pires, S., Sommer, C., Spoor, G. (2003). Prevention strategies for field traffic-induced subsoil compaction: a review Part 1. Machine/soil interactions. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 145-160.
- Alonso, E. E., Gens, A., Josa, A. (1990). A Constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, v. 40, p. 405-430.
- Arvidsson, J., Keller, T., Gustafsson, K. (2004). Specific draught for mouldboard plough, chisel plough and disc harrow at different water contents. *Soil and Tillage Research*, v. 79, p. 221-231.
- Baracat Neto, J., Scarpore, F., Araújo, R., Scarpore-filho, J. A. (2017). Desenvolvimento inicial e produtividade em cana-de-açúcar a partir de diferentes propágulos. *Pesquisa Agropecuária Tropical*, v. 47, p. 273-278.
- Bailey A. C., Vanden Ber, G. E. (1967). Yielding by compaction and shear in unsaturated soils. *American Society of Agricultural and Biological Engineers*, v. 11, p. 307-311.
- Berli, M., Kirby, J. M., Springman, S. M., Schulin, R. (2003). Modelling compaction of agricultural subsoils by tracked heavy construction machinery under various moisture conditions in Switzerland. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 57-66.
- Bekker, M. G. (1983). Prediction of design and performance parameters in agro-forestry vehicles: methods, Tests, and Numerical Examples (v. 22880). National Research Council of Canada.
- Besson, A., Seger, M., Giot, G., Cousin, I. (2013). Identifying the characteristic scales of soil structural recovery after compaction from three in-field methods of monitoring. *Geoderma*, v. 204, p. 130-139.
- Biris, S. S., Vladut, V., Ungureanu, N., Paraschiv, G., Voicu, G. (2009). Development and experimental testing of a FEM model for the stress distribution analysis in agricultural soil due to artificial compaction. *Agriculturae Conspectus Scientificus*, v. 74, p. 21-29.
- Braunack, M. V., Arvidsson, J., Hakansson, I. (2006). Effect of harvest traffic position on soil conditions and sugarcane (*Saccharum officinarum*) response to environmental conditions in Queensland, Australia. *Soil and Tillage Research*, v. 89, p. 103-121.
- Bolling, I. (1986). Zyklodische scherversuche (Cycloidal shear tests). *Grundlagen der Landtechnik* v. 36, p. 104-115.



- Boussinesq, J. (1985). *Application des Potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Paris: Gauthier-Villars.
- Chamen, T. W. C., Moxey, A. P., Towers, W., Balana, B., Hallett, P. D. (2015). Mitigating arable soil compaction: a review and analysis of available cost and benefit data. *Soil and Tillage Research*, v. 146, p. 10-25.
- Cherubin, M. R., Franco, A. L., Guimarães, R. M., Tormena, C. A., Cerri, C. E., Karlen, D. L., Cerri, C. C. (2017). Assessing soil structural quality under Brazilian sugarcane expansion areas using Visual Evaluation of Soil Structure (VESS). *Soil and Tillage Research*, v. 173, p. 64-74.
- Chi, L., Kushawaha R., Shen, J. (1993). An elasto-plastic constitutive model for agricultural cohesive soil. *Canadian Agricultural Engineering*, v. 35, p. 245-251.
- CONAB - Companhia Nacional de Abastecimento. (2021). Acompanhamento de safra brasileira: cana-de-açúcar, quarto levantamento. p. 82.
- Cueto, O. G., Coronel, C. E. I., Bravo, E. L., Morfa. (2019). Three dimensional finite element model of soil compaction caused by agricultural tire traffic. *Soil and Tillage Research*
- Cueto, O. G., Coronel, C. E. I., Bravo, E. L., Morfa, C. A. R., Suárez, M. H. (2016) Modelling in FEM the soil pressures distribution caused by a tyre on a rhodic ferralsol soil. *Journal of Terramechanics*. v. 63, p. 61-67.
- Cueto, O. G., Coronel, C. E. I., Morfa, C. A. R., Sosa, G. U., Gómez, L. H. H., Calderón, G. U., Suárez, M. H. (2013). Three dimensional finite element model of soil compaction caused by agricultural tire traffic. *Computers and Electronics in Agriculture*, v. 99, p. 146-152.
- Cui, K., Defosse, P., Richard, G. (2007). A new approach for modelling vertical stress distribution at the soil/tyre interface to predict the compaction of cultivated soils by using the PLAXIS code. *Soil and Tillage Research*. v. 95, p. 277-287.
- Defosse, P., Richard, G., Boizard, H., O'Sullivan, M. F. (2003). Modeling change in soil compaction due to agricultural traffic as function of soil water content. *Geoderma*, v. 116, p. 89-105.
- Defosse, P., Richard, G. (2002). Models of soil compaction due to traffic and their evaluation. *Soil and Tillage Research*, v. 67, p. 41-64.
- De Pue, J., Cornelis, W. M. (2019). DEM simulation of stress transmission under agricultural traffic Part 1: Comparison with continuum model and parametric study. *Soil and Tillage Research*, v. 195, p. 104408.

- Drucker, D. C., Prager, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, v.10, p.157-165.
- Farhadi, A., Pezeshk, S., Khoshnevis, N. (2018). Assessing the applicability of ground-motion models for induced seismicity application in central and eastern North America. *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 108, p. 2265-2277.
- Faroni, C. E. (2004). Sistema radicular de cana-de-açúcar e identificação de raízes metabolicamente ativas. Dissertação (Mestrado em Agronomia). Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- Fredlund, D. G., Rahardjo, H. (1993a). Soil mechanics for unsaturated soils. John Wiley e sons, New York, p. 517.
- Fröhlich, O. K. (1934). Pressure transmission in foundation soil. In *Druck verteilung im Baugrunde*. Julius Springer Vienna.
- Fountas, S., Parafouros, D., Cavalaris, C., Karamountais, C. A. (2013). Five-point penetrometer with GPS for measuring soil compaction variability. *Computers and Electronics in Agriculture*, v. 96, p. 109-116.
- Gardner, M. (1968). The "superellipse". *Scientific American*, p. 222.
- Gens, A., Potts, D. M. (1988). Critical state models in computational geomechanics. *Engineering Computations*.
- Grečenko, A. (1995). Tyre footprint area on hard ground computed from catalogue values. *Journal of Terramechanics*, v. 32, p. 325-333.
- Gysi, M., Maeder, V., Weisskopf, P. (2001). Pressure distribution underneath tires of agricultural vehicles. *Transactions of the American Society of Agricultural and Biological Engineers*, v. 44, p. 1385.
- González, O. (2011). Modelación de la compactación provocada por el tráfico de neumáticos, de los vehículos agrícolas, en suelos en condiciones de laboratorio. PhD. Thesis, Universidad Agraria de la Habana, San José de las Lajas, Cuba.
- Gruber, P., Sharp, R. S., Crocombe, A. D. (2008). Friction and camber influences on the static stiffness properties of a racing tyre. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, v. 222, p. 1965-1976.
- Gorucu, S., Khalilian, A., Han, Y. J., Dodd, R. B., Smith, B. R. (2006). An algorithm to determine the optimum tillage depth from soil penetrometer data in coastal plain soils. *Applied Engineering in Agriculture*, v. 22, p. 625-631.
- Gupta, S. C., Raper, R. L. (1994). Prediction of soil compaction under vehicles. In *Developments in Agricultural Engineering*, v. 11, p. 71-90.

- Gupta, S. C., Larson, W. E. (1982). Modeling soil mechanical behavior during tillage. *The American Society of Agronomy*, v. 44, p. 151-178.
- Keller, T., Berli, M., Ruiz, S., Lamandé, M., Arvidsson, J., Schjønning, P., Selvadurai, A. P. (2014). Transmission of vertical soil stress under agricultural tyres: Comparing measurements with simulations. *Soil and Tillage Research*, v. 140, p. 106-117.
- Keller, T., Defossez, P., Weisskopf, P., Arvidsson, J., Richard, G. (2007). SoilFlex: A model for prediction of soil stresses and soil compaction due to agricultural field traffic including a synthesis of analytical approaches. *Soil and Tillage Research*. v. 93, p. 391.
- Keller, T., Lamandé, M. (2010). Challenges in the development of analytical soil compaction models. *Soil and Tillage Research*, v. 111, p. 54-64.
- Keller, T. (2005). A model to predict the contact area and the distribution of vertical stress below agricultural tyres from readily available tyre parameters. *Biosystems Engineering*, v. 92, p. 85-96.
- Kirby, J. M., Blunden, B. J., Trein, C. R. (1997). Simulating soil deformation using a critical state model: II. Soil compaction beneath tyres and tracks. *European Journal of Soil Science*, v. 48, p. 59-70.
- Kluthcouski, J., Fancelli, A. L., Dourado-Neto, D., Ribeiro, C. M., Ferraro, L. A. (2000). Manejo do solo e o rendimento de soja, milho, feijão e arroz em plantio direto. *Scientia Agricola*, v. 57, p. 97-104
- Hall, W., Mottram, J. T., Jones, R. P. (2004). Finite element simulation of a rolling automobile tyre to understand its transient macroscopic reaviou. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, v. 218, p. 1393-1408.
- Hallonborg, U. (1996). Super ellipse as tyre-ground contact area. *Journal of Terramechanics*. v. 33, p. 125-132.
- Heidemann, M. (2015). Estudo dos solos de uma encosta instável em São José-SC: intemperismo e comportamento geotécnico. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Hein, P. (1964). Superellipsen, en enkel losning pa ett allmint problem. *Dansk Kunsthåndværk*, v. 97.
- Inns, F. M., Kilgour, J. (1978). *Agricultural tyres*. London: Dunlop, p. 69.

- Jimenez, K. J., Rolim, M. M., Gomes, I. F., de Lima, R. P., Berrio, L. L. A., Ortiz, P. F. (2021). Numerical analysis applied to the study of soil stress and compaction due to mechanised sugarcane harvest. *Soil and Tillage Research*, v. 206, p. 104847
- Jimenez, K. J. Simulação numérica do tráfego de máquinas na colheita de cana-de-açúcar através do Método dos Elementos Finitos. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.
- Johnson, C. E., Burt, E. C. (1990). A method of predicting soil stress state under tires. *Transactions of the American Society of Agricultural and Biological Engineers*, v. 33(3), p. 713-0717.
- Lade, P. V., Kim, M. K. (1988). Single hardening constitutive model for frictional materials III. Comparisons with experimental data. *Computers and Geotechnics*, v. 6, p. 31-47.
- Lade, P. V. (1977). Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. *International journal of solids and structures*, v. 13, p.1019-1035.
- Lourenzani, W. L., Caldas, M. (2014). Mudanças do uso da terra decorrentes da expansão a cultura da cana-de-açúcar na região oeste do estado de São Paulo. *Ciência Rural*, v. 44, p. 980-987.
- Myrbeck, A., Stenberg, M., Arvidsson, J., Rydberg, T. (2012). Effects of autumn tillage of clay soil on mineral N content, spring cereal yield and soil structure over time. *European Journal of Agronomy*, v. 37, p. 96-104.
- Mikkonen, E., Wuolijoki, E. (1975). Pikatestausten suoritusmekaniikka. The technique of short term testing. *Metsätieteiden tutkimuskeskus*, v. 9 p. 5.
- Mion, R. L., Holanda A. S., Barroso S. H., Silva, S. A. T. (2017). Tensões aplicadas no solo pelas diferentes pressões do pneu de um trator agrícola. *Journal of the Brazilian Association of Agricultural* v. 36, p. 63-77.
- Morgado, I. F., Vieira, J. R. (1999). Tecnologias canavieira nas regiões Norte Fluminense e sul do Espírito Santo. *Boletim técnico*. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Campos dos Goytacazes.
- Munda, J., Pradhan, P. K., Nayak, A. K. (2014). Review on the performance of Modified Cam Clay Model for fine grained soil. *Journal of Civil Engineering and Environmental Technology*, v. 1, p. 65-71.
- Nasiri, M., Mahmoud, S., Modarres, A. M. (2013). Determination of agricultural soil compaction affected by tractor passing using 3D finite element. *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, v. 15, p. 11-16.

- Norris, C. P., Robotham, B. G., Bull, T. A. (2000). High density planting as an economic production strategy: c) A farming system and equipment requirements. In Proceedings of the 2000 Conference of the Australian Society of Sugar Cane Technologists held at Bundaberg, Queensland, p. 113-118.
- O'Sullivan, M. F., Simota, C. (1995). Modelling the environmental impacts of soil compaction: a review. *Soil and Tillage Research*, v. 35, p. 69-84.
- O'sullivan, M. F., Henshall, J. K., Dickson, J. W. (1999). A simplified method for estimating soil compaction. *Soil and Tillage Research*, v. 49, p. 325-335.
- Oliveira, C. P. D. (2011). Comportamento mecânico de um solo residual naturalmente cimentado. Tese (Doutorado em engenharia civil). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- Plackett, D. V., Chittenden, C. M., Preston, A. F. (1984). Exterior weathering trials on *Pinus radiata* roofing shingles. *Journal of forestry science*, v. 14, p. 368-81.
- Pryor, S. W., Smithers, J., Lyne, P., Antwerpen, R. (2017). Impact of agricultural practices on energy use and green house gas emissions for South African sugarcane production. *Journal of Cleaner Production*, v. 141, p. 137-145.
- Poodt, M. P., Koolen, A. J., Van Der Linden, J. P. (2003). Analysis of subsoil reaction on heavy wheel loads with emphasis on soil preconsolidation stress and cohesion. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 67-76.
- Potts, D. M., Zdravković, L., Addenbrooke, T. I., Higgins, K. G., Kovačević, N. (2001). *Finite element analysis in geotechnical engineering: application (v. 2)*. London.
- Potts, D. M., Gens, A. (1985). A critical assessment of methods of correcting for dirt from the yield surface in elastoplastic finite element analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 9, p. 149-159.
- Potts, D. M., Zdravković, L. (1999). *Finite Element Analysis. Geotechnical Engineering*, v. 34.
- Raghavan, G. S. V., McKyes, E. (1978). McKyes, Statistical models for predicting compaction generated by off-road vehicular traffic in different soil types. *Journal of Terramechanics*, v. 15, p. 1-14.
- Raper, R. L. (2005). Agricultural traffic impacts on soil. *Journal of Terramechanics*, v. 42, p. 259-280.
- Roscoe, K., Burland, J. B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. *Engineering plasticity*, p. 535-609.

- Rocha, K. F., Cassol, L. C., Piva, J. T., Minato, E. A., Faverson, J. C. (2014). Caracteres morfológicos e componentes de rendimento de milho sob diferentes sistemas de preparo de solo e plantas de cobertura de inverno. *Synergismus Scientifica*, v. 9, p. 1-5.
- Rücknagel, J., Hofmann, B., Deumelandt, P., Reinicke, F., Bauhardt, J., Hülsbergen, K. J., Christen, O. (2015). Indicator based assessment of the soil compaction risk at arable sites using the model REPRO. *Ecological Indicators*, v. 52, p. 341-352.
- Saarilahti, M. (2002). Soil interaction model. Appendix Report No 5. Modelling of the wheel and tyre 1. Tyre and soil contact. Survey on tyre contact area and ground pressure models for studying the mobility of forest tractors.
- Salokhe, V. M., Miah, M. H., Hoki, M. (1993). Effect of blade type on power requirement and puddling quality of a rotavator in wet clay soil. *Journal of Terramechanics*, v. 30, p. 337-350.
- Schafer, R. L., Johnson, C. E., Koolen, A. J., Gupta, S. C., Horn, R. (1992). Future research needs in soil compaction. *Transactions of the American Society of Agricultural and Biological Engineers*, v. 35, p.1761-1770.
- Scarpare, F. V., van Lier, Q. D. J., de Camargo, L., Pires, R. C. M., Ruiz-Correa, S. T., Bezerra, A. H. F., Dias, C. (2019). Tillage effects on soil physical condition and root growth associated with sugarcane water availability. *Soil and Tillage Research*, v. 187, p. 110-118.
- Schofield, A. N., Wroth, P. (1968). *Critical state soil mechanics*. London, v.310.
- Schrefler, B. A., Scotta, R. (2001). A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 190, p. 3223-3246.
- Severiano, E. D. C., Oliveira, G. C. D., Dias Júnior, M. D. S., Oliveira, L. F. C. D., Castro, M. B. D. (2008). Pressão de pre-consolidação e intervalo hídrico ótimo como indicadores de alterações estruturais de um Latossolo e de um Cambissolo sob cana-de-açúcar. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, v. 32, p. 1419-1427.
- Sharma, A. K., Pandey, K. P. (1996). A review on contact area measurement of pneumatic tyre on rigid and deformable surfaces. *Journal of Terramechanics*, v. 33, p. 253-264.
- Silva, R. P., Rolim, M. M., Gomes, I. F., Pedrosa, E. M. R., Tavares, U. E., Santos, A. N. (2018). Numerical modeling of soil compaction in a sugarcane crop using the finite element method. *Soil and Tillage Research*, v. 181, p. 1-10.

- Silva, R. P. (2016). Modelagem numérica do comportamento mecânico do solo após preparo sob tráfego de veículos na cultura de cana-de-açúcar. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola da Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife).
- Swinford, J. M., Boevey, T. M. C. (1984). The effects of soil compaction due to infield transport on ratoon cane yields and soil physical characteristics. In Proceedings of the South African Sugar Technologists Association, v. 58, p. 198-203.
- Schjønning, P., Lamandé, M., Tøgersen, F. A., Arvidsson, J., Keller, T. (2008). Modelling effects of tyre inflation pressure on the stress distribution near the soil-tyre interface. Biosystems Engineering, v. 99, p. 119-133.
- Söhne, W. (1953). Distribution of pressure in the soil and soil deformation under tractor tires. Landtech, v. 5, p. 49-59.
- Sorin-Stefan, B., Valentin, V. (2012). Use of finite element method to determine the influence of land vehicles traffic on artificial soil compaction. Water Stress. InTech. Croatia, p. 179-198.
- Shoop, S. A. (2001). Finite element modeling of tire-terrain interaction. Dissertations University of Michigan, Michigan.
- Tang, J., Wang, M., Wang, F., Sun, Q., Zhou, Q. (2011). Eco-toxicity of petroleum hydrocarbon contaminated soil. Journal of Environmental Sciences, v. 23, p. 845-851.
- Trautner, A., Arvidsson, J. (2003). Subsoil compaction caused by machinery traffic on Swedish Eutric Cambisol at different soil water contents. Soil and Tillage Research, v. 73, p. 107-118.
- Upadhyaya, S. K., Wulfsohn, D. (1990). Relationship between tire deflection characteristics and 2-D tire contact area. the American Society of Agricultural and Biological Engineers, v. 33, p. 25-30.
- Way, T. R., Kishimoto, T. (2004). Interface pressures of a tractor drive tyre on structured and loose soils. Biosystems Engineering, v. 87, p. 109-120.
- Van den Akker, J. J. H. (2004). SOCOMO: a soil compaction model to calculate soil stresses and the subsoil carrying capacity. Soil and Tillage Research, v. 79, p. 113-127.
- Zhao, C., Zang, M. (2014). Analysis of rigid tire traction performance on a sandy soil by 3D finite element–discrete element method. Journal of Terramechanics, v. 55, p. 29-37.
- Zienkiewicz, O. C. (2004). The birth of the finite element method and of computational mechanics. International journal for numerical methods in engineering, v. 60, p. 3-10.

## **CAPÍTULO II**

**Aplicação de modelagem numérica e pseudo-analítica de propagação de tensões  
induzidas pelo tráfego agrícola**



## **Resumo**

O presente trabalho tem como objetivo comparar as tensões no solo provocadas pela passagem de um caminhão canavieiro, usando uma modelagem elastoplástica em elementos finitos (MEF) 3D e 2D, e um modelo pseudo-analítico. O estudo foi realizado na Usina São José, Município de Igarassu, em uma área recém renovada para cultivo. As simulações numéricas foram realizadas empregando um código numérico em elementos finitos, onde, foram geradas malhas bidimensionais e tridimensionais, com estratificação de cinco camadas ao longo do perfil de solo. As tensões de transmissão de carga dos pneus do caminhão ao solo foram computadas através do programa Soilflex e traduzidas em condições de contornos para modelos numéricos 2D e 3D. Resultados revelaram que os modelos pseudo-analíticos e numéricos se mostraram semelhantes para a propagação de tensão vertical. A análise de deformação plana 2D superestimou a propagação de tensão, induzindo tensão vertical em sobreposição de bulbos na região entre rodas de um mesmo eixo, concentrando e propagando tensão vertical em profundidades muito além do nível que foi observado para o pseudo-analítico ou modelo numérico 3D. Os resultados mostraram ser viável atribuir um fator de concentração igual a 3 para simulações do modelo pseudo-analítico. Do ponto de vista prático, simulações numéricas com abordagem de deformação plana 2D pode causar alguma inconsistência na interpretação da tensão no campo.

**Palavras chaves:** Modelagem 3D, Elementos Finitos, Modelo pseudo-analítico, Fator de concentração, Área de contato.

## **ABSTRACT**

The present work aims to compare the soil stresses caused by the passage of a sugarcane truck, using 3D and 2D elastoplastic finite element (FEM) modeling and a pseudo-analytical model. The study was carried out at Usina São José, Municipality of Igarassu, in an area recently renovated for cultivation. Numerical simulations were performed using a numerical code in finite elements, where two-dimensional and three-dimensional meshes were generated, with stratification of five layers along the soil profile. The load transmission stresses from the truck tires to the ground were computed using the Soilflex program and translated into boundary conditions for 2D and 3D numerical models. Results revealed that the pseudo-analytical and numerical models were similar for vertical stress propagation. The 2D plane strain analysis overestimated stress propagation, inducing vertical stress in overlapping bulbs in the region between wheels of the same axle, concentrating and propagating vertical stress at depths far beyond the level that was observed for the pseudoanalytical or numerical model. 3D The results showed that it is feasible to assign a concentration factor equal to 3 for simulations of the pseudo-analytical model. From a practical point of view, numerical simulations with a 2D plane strain approach may cause some inconsistency in the interpretation of field stress.

**Keywords:** 3D Modeling, Finite Element, Pseudo-analytical model, Concentration factor, Contact area.

## Introdução

Apos o avanço da modernização dos veículos e máquinas agrícolas, a compactação do solo se tornou um grande problema ambiental, com o aumento ao longo dos anos do peso das máquinas que levam ao solo tensões não antes aplicadas. Diversas técnicas de modelagem da compactação têm sido usadas para prever a resposta do solo ao tráfego de veículos agrícolas. Modelos de compactação do solo permitem a previsão da distribuição de tensões no perfil do solo e da mudança na densidade aparente, ou outras variáveis (Horn et al., 2019; de Lima et al., 2020a).

Defossez e Richard (2002) apresentaram uma série de modelos comumente aplicados a estudos de compactação, os quais se baseiam fundamentalmente na caracterização da relação tensão-deformação. Segundo Defossez e Richard (2002), os modelos que analisam a tensão-deformação podem ser classificados em pseudo-analíticos (Keller et al., 2014; Keller et al., 2007; Defossez et al., 2003, Lamandé e Schjønning, 2010); e aqueles que empregam métodos aproximados, como o método dos elementos finitos (MEF), para a resolução da resposta da tensão deformação dos solos (Silva et al., 2018; Jimenez et al., 2021).

Os modelos pseudo-analíticos derivam do pioneiro trabalho de Sohne (1953) sobre distribuição de tensões por veículos agrícolas, e consiste na modelagem da distribuição dos esforços na área de contato e cálculo das tensões no solo. Os cálculos de propagação de tensões no solo apresentados por Sohne (1953) são baseados na solução fundamental de Boussinesq (1885) para um solo homogêneo, isotrópico e elástico, acrescido da introdução de um fator de concentração ( $\xi$ ) (dependente da rigidez do solo) derivado do estudo de Fröhlich (1934).

Fröhlich (1934) introduziu na equação de Boussinesq (1885) um fator que varia de 3 a 6, que altera a distribuição de tensão de acordo com a rigidez do solo, quanto menor mais rígido o material e mais as tensões se concentram na superfície e assim vice-versa. O fator de concentração ( $\xi$ ) ainda é frequentemente um input requerido para realização de simulações em modelos pseudo-analíticos como O'Sullivan et al. (1999) e Keller (2007). O  $\xi$  caracteriza o estado de rigidez do solo, e, portanto, no momento do tráfego, esta poderia ser alterada e verificada através da variação de propriedades físicas básicas que conferem resistência ao solo, como por exemplo, densidade e conteúdo de água no solo.

Com o tempo os modelos pseudo-analíticos foram se aprimorando para suprir necessidades e complexidade do solo, como o cálculo da variação de volume do solo após

a tensão aplicada como é o caso do SoilFlex (Keller et al., 2007), modelos que comparam a tensão do solo decidindo sobre o risco de compactação, como Terranimo (Stettler et al., 2014), Johnson e Burt (1990), O'Sullivan et al. (1999), Keller et al. (2007), Stettler et al. (2014). Modelos como SoilFlex (Keller et al., 2007) incluíram a área de contato pneu-solo de forma mais realistas.

Os modelos pseudo-analíticos vêm sendo largamente aplicados em estudos de compactação em escala de campo. Lozano et al. (2013) aplicou o modelo *SoilFlex*, apresentado por Keller et al. (2007), na avaliação da compactação de solo sob o efeito de veículos utilizados na colheita da cana-de-açúcar. Segundo Lozano et al. (2013), Vennik et al. (2019) e Lima et al. (2020), os modelos pseudo-analíticos, particularmente do *SoilFlex*, têm mostrado boa performance em aproximar compactação em escala de campo.

Embora haja uma série de estudos reportando a boa performance de modelos pseudo-analíticos em estudos de compactação (Keller et al., 2014, 2016), limitações na descrição geométrica dos cenários de contato solo-pneu (Keller et al., 2013), falta de estratificação do perfil com propriedades mecânicas distintas (Keller e Lamandé, 2010) e a necessidade de introdução do  $\xi$  (Horn e Fleige, 2003; Keller et al., 2014), são algumas das limitações desses modelos.

Para tanto, modelos numéricos têm sido introduzidos para superar algumas das limitações encontradas por modelos pseudo-analíticos, e aplicações em estudos de compactação de solos agrícolas já são largamente encontradas (Poodt et al., 2003; Berli et al., 2003; Sorin-Stefan e Valentin, 2012; Hemmat et al., 2012; Keller et al., 2014, 2016; Cueto et al., 2016; Mion et al., 2017; Silva et al., 2018; Jimenez et al. 2021).

A modelagem numérica consiste na aplicação de métodos aproximados para resolver, no domínio do problema, equações diferenciais que descrevem fenômenos em um meio contínuo para os quais soluções analíticas são inexistentes ou limitadas (Keller et al., 2013). Exemplos de modelos numéricos são as soluções via o método dos elementos finitos (FEM). Keller et al. (2014) descrevem que limitações desses modelos residem na *i*) necessidade de caracterização das propriedades mecânicas (ensaios uni- e triaxial), os quais envolvem a aquisição de parâmetros compressividade e de cisalhamento do solo, *ii*) limitada representação de espaços porosos em solos bem-estruturados e; *iii*) o desafio computacional da representação de modelos em geometria 3D. Em cenários 3D, a geometria do elipsoide da área de contato pneu-solo (Hallonborg, 1996; Keller, 2005) e a não-uniformidade da distribuição de tensões sobre essa área (Schjønning et al., 2008)

se configura como um desafio adicional para o arranjo espacial e formatação realista do modelo.

Alternativamente, a aplicação de tensões de contato em modelos numéricos tem sido simplificada para uma geometria 2D (Silva et al., 2018; Jimenez et al., 2021) em estado plano de deformação, simplificando a espacialidade da condição de contorno definida pela transmissão do carregamento do pneu ao solo, que efetivamente consiste em uma configuração particularmente tridimensional.

O uso de modelos numéricos tem representado um avanço na modelagem da propagação de tensões induzidas por veículos agrícolas (Hemmat et al., 2012; Keller et al., 2014, 2016; Jimenez et al., 2021), mas pela simplicidade, modelos pseudo-analíticos ainda são largamente utilizados (Horn e Fleige, 2003; Keller e Lamandé, 2010; Keller et al., 2013; Lima et al., 2021). Entretanto, comparações da performance desses modelos ainda são escassas (Keller et al., 2014, 2016).

Geometrias 2D ou 3D, assim como a variação do  $\xi$  são algumas das diferenças que poderiam causar discrepância na propagação de tensões entre esses modelos. Para tanto, esse estudo foi designado para examinar a hipótese de que tensões induzidas por veículos agrícolas são igualmente descritas por modelos numéricos (2D e 3D). O objetivo desse estudo foi comparar a propagação de tensões no solo induzidos pelo caminhão canavieiro usado na cultura da cana-de-açúcar via modelo pseudo-analítico e numéricos (método dos elementos finitos, em 2D e 3D).

## **Material e Métodos**

### **Local e caracterização da área de amostragem**

Amostras de solo para caracterização das propriedades mecânicas foram coletadas na Usina São José, Município de Igarassu, Estado de Pernambuco, Brasil, altitude de 180 m e conforme a classificação de Köppen clima do tipo Aw, com temperatura média de  $\sim 25 + 0,31$  °C, com máximos e mínimos de 33,1 e 18,6 °C, umidade relativa média de  $\sim 77 + 0,95\%$ , com máximas e mínimas de 95 e 42%, e precipitação anual de  $\sim 1487 + 63$  mm variando entre  $\sim 1304$  e 1583 mm ano, situada em área de tabuleiro costeiro, dentro da microrregião da zona da mata norte.

A área experimental consistiu em um talhão após renovação do canavial, com preparo convencional do solo. O preparo do solo foi realizado em sistema convencional utilizando as operações de subsolagem, grade aradora, grade niveladora e por último a sulcagem para realização do plantio.

### Amostragem do solo

Na área experimental foi aberta uma trincheira com profundidade de 1,00 m para a coleta de amostras do solo, as coletas foram realizadas em cinco camadas, nas seguintes profundidades: 0,00-0,20; 0,20-0,40; 0,40-0,60; 0,60-0,80 e 0,80-1,00 m. Para cada profundidade, foram coletadas amostras deformadas e indeformadas para determinação das propriedades físicas e mecânicas do solo. No total, oito amostras indeformadas foram coletadas para cada camada, sendo quatro usando anéis de 0,05 m de altura e 0,05 m de diâmetro, e mais quatro amostras usando anéis de 0,025 m de altura e 0,065 m de diâmetro, as quais foram usadas para determinação das propriedades físicas e mecânicas com estrutura preservadas. Amostras deformadas de solo foram coletadas em cada camada para caracterização física do solo, a qual incluiu análises granulométricas e de densidade de partículas.

**Tabela 1.** Caracterização física do solo na área experimental cultivada com cana-de-açúcar.

Camadas (m)	Areia	Silte g kg <sup>-1</sup>	Argila	D <sub>s</sub> * Mg m <sup>-3</sup>	D <sub>p</sub> **	θ <sub>100</sub> *** g g <sup>-1</sup>
0,00-0,20	900	20	80	1,60	2,69	0,13
0,20-0,40	850	70	80	1,69	2,71	0,13
0,40-0,60	700	80	220	1,65	2,70	0,15
0,60-0,80	730	50	220	1,70	2,71	0,15
0,80-1,00	740	50	210	1,65	2,71	0,14

\*D<sub>s</sub>: densidade do solo; \*\*D<sub>p</sub>: densidade de partículas; \*\*\*θ<sub>100</sub>: conteúdo de água volumétrico em -100 hPa.

### Análises laboratoriais

Amostras deformadas de solo foram utilizadas para determinação das frações granulométricas e densidade de partícula. As frações de areia, silte e argila foram quantificados de acordo com o método do densímetro (Gee e Or, 2020), e a densidade de partículas pelo método do balão volumétrico, de acordo com o procedimento descrito por Teixeira et al. (2017).

### Ensaio de compressibilidade Uniaxial

As amostras indeformadas foram previamente saturadas por capilaridade por 24h e equilibradas em potencial mátrico equivalente a -100 hPa usando a câmara de Richard. Após o equilíbrio, as amostras foram pesadas para quantificação do peso de solo úmido

e submetidas a ensaio de compressão uniaxial. O ensaio da compressibilidade uniaxial foi realizado no equipamento convencional SOLOTEST que permite o controle das tensões verticais, submetido a cargas de 12,5; 25; 50; 100; 200; 400; 800 e 1600 kPa, com duração de aplicação de carga de 30, 60 e 120 segundos, conforme descrito em Macedo et al. (2010). Após o ensaio, as amostras foram secas em estufa à 105°C e massa seca usada para determinação da densidade do solo via relação massa/volume, conforme EMBRAPA (2017). O conteúdo de água no solo retida no potencial mátrico correspondente foi quantificada pela relação de massa de solo úmido e massa de solo seco (EMBRAPA, 2017).

Para cada curva de compressibilidade, foram obtidas a tensão de pré-consolidação ( $p_0$ ), o índice de recompressão ( $C_s$ ) e o índice de compressão ( $C_c$ ), usando a função  $\sigma P$ , disponível no R pacote *soilphysics* (Silva e Lima; R Core Team, 2020). A  $p_0$  foi calculada pelo método de Pacheco Silva (1970), enquanto a  $C_s$  e  $C_c$  foram extraídos da reta de recompressão e da reta de compressão virgem, respectivamente, conforme Silva e Lima (2015).

### Carregamento e veículos utilizados para simulação e condições de contorno

Para simulação da compactação do solo, tomou-se como referência para o carregamento um caminhão tipo cavalo mecânico extra-pesado, utilizado para transporte de cana-de-açúcar com tração 6×4 (referência AXOR 3344, plataforma Mercedes-Benz) com pneu sugerido pelo fabricante 11.00R 22. As configurações das rodas e eixos, requeridas para estimativas da distribuição de tensão sobre a área de contato foram adquiridas via catálogo do fabricante. As medidas de peso e pneu do caminhão foram então usadas no modelo *SoilFlex* (Keller et al., 2007) para cálculo da distribuição de tensões sobre a área de contato, conforme o modelo proposto por Keller (2005). Os parâmetros de entrada de pneus usados no modelo *SoilFlex* são dados na Tabela 2.

**Tabela 2.** Parâmetros de entrada de pneu usados no modelo *SoilFlex* para estimativa da distribuição de tensões sobre a área de contato.

Caminhão		Largura da roda (cm)	Diâmetro da roda (cm)	Pressão de insuflagem (kPa)	Carga por roda (kg)	Comprimento do eixo (cm)	Distância entre rodas duplas (cm)
Eixos	Dianteiro	24	100	655	3000	223	-
	Traseiro	24	100	517	2125	243	11

### Condição de contorno

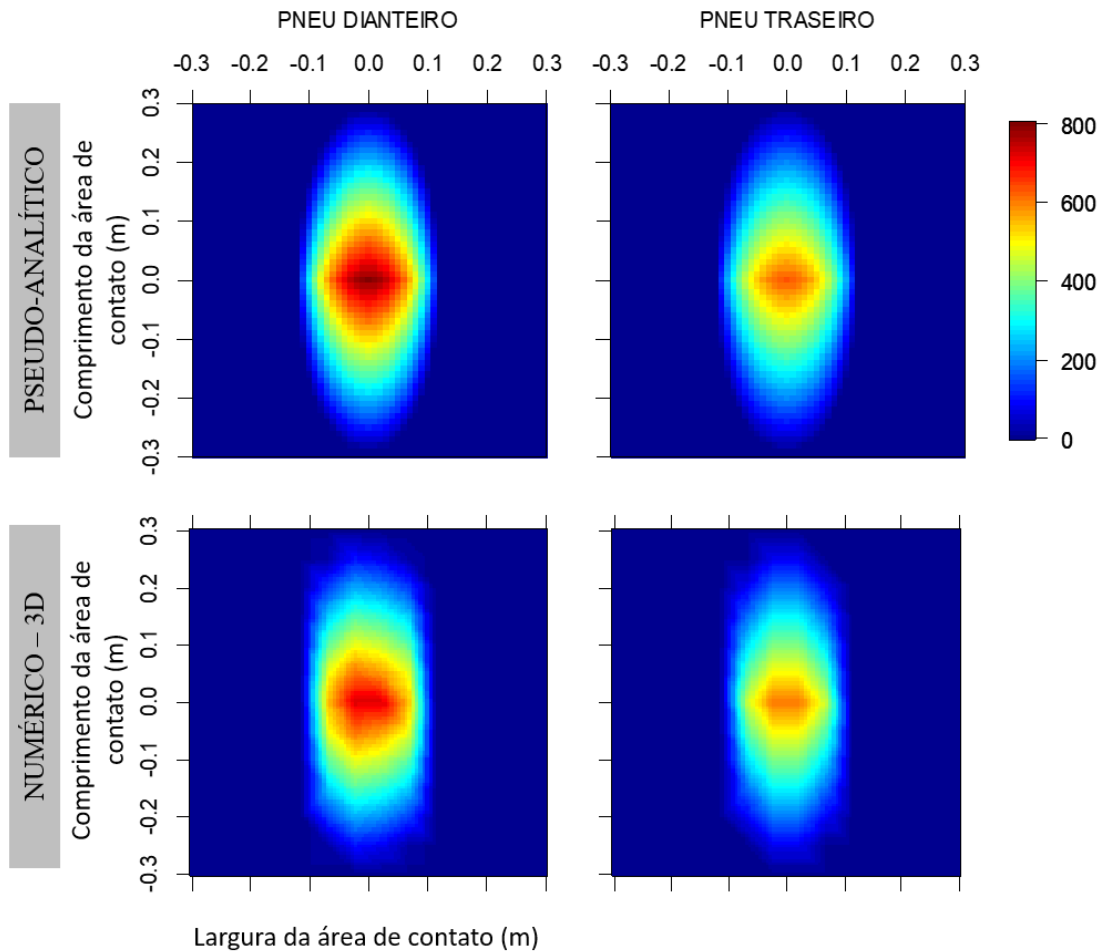
A propagação de tensões induzidas pelos pneus dianteiros e traseiros do caminhão foram modelados por meio do emprego de modelos numérico e pseudo-analítico. A partir da definição da área de contato e das tensões aplicadas à superfície pelo contato pneu-solo quantificadas pela adoção do modelo *SoilFlex*, foi realizada a modelagem da propagação de tensões ao longo da profundidade das camadas de solo. Para isso, as medidas de distribuição de tensão foram calculadas usando a abordagem pseudo-analítica, primeiramente descrita por Söhne (1953), bem como via método dos elementos finitos, aplicada ao mesmo cenário, porém considerando análises bi- e tridimensionais.

A Figura 1 mostra a distribuição de tensões estimadas referentes à transmissão dos pneus dianteiro e traseiro do caminhão a partir do emprego do modelo *SoilFlex*. Estes valores de tensão de contato pneu-solo foram considerados para o estudo de tensões na camada de solo via abordagem pseudo-analítica também realizada via *SoilFlex*. Adicionalmente, o modelo *SoilFlex* requer o fator de concentração ( $\xi$ ), conforme Fröhlich (1934). A influência do fator de concentração na propagação de tensões do modelo pseudo-analítica foi realizada, usado o  $\xi$  de 3 (equivalente a solução de Boussinesq, 1885), 4, 5 e 6, conforme O'Sullivan et al. (1999).

A propagação de tensões no perfil do solo foi avaliada numericamente via método dos elementos finitos em duas (2D) e três (3D) dimensões. Para isto, foi delimitada a região (domínio) de análise e construídas malhas de elementos finitos. A transmissão do carregamento dos pneus ao solo é representada na forma de condições de contorno de Neumann (tensões prescritas) impostas na região da malha de elementos finitos que compreende o contato dos pneus no domínio.

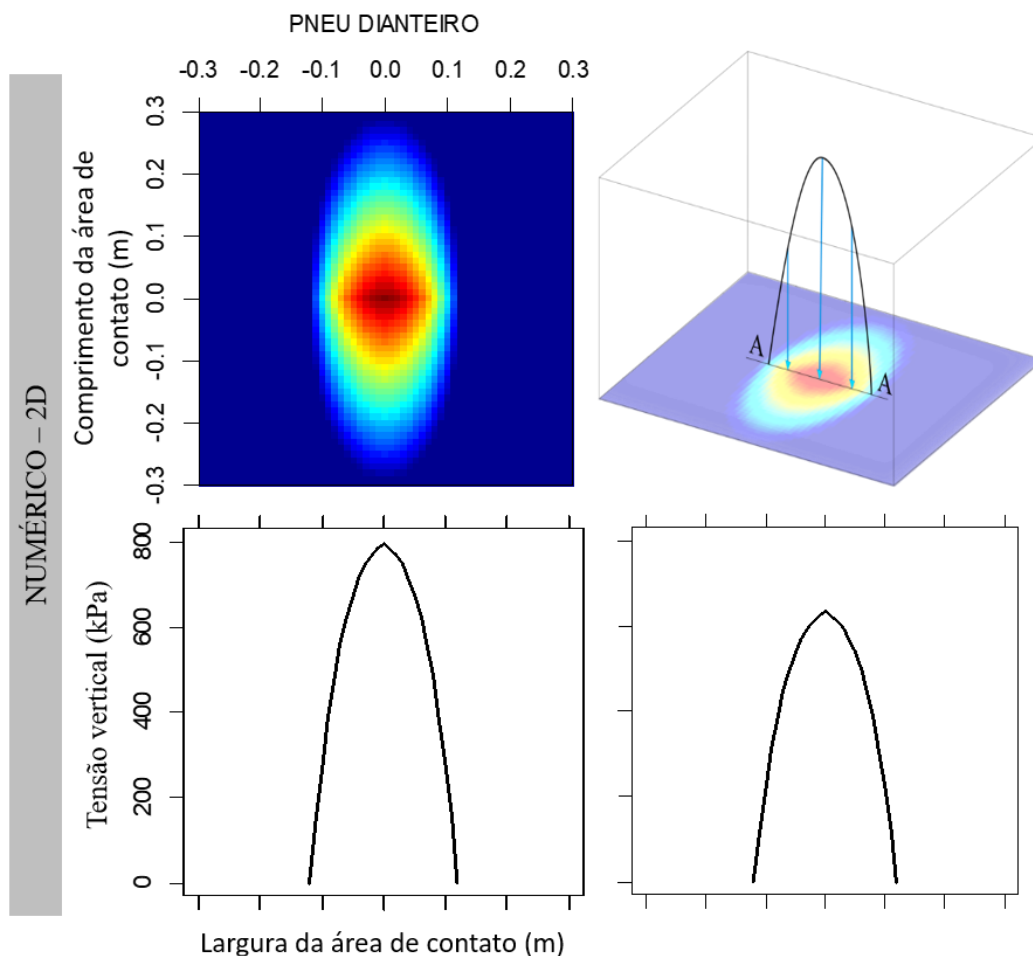
No modelo 2D, a fronteira pneu-solo é definida por uma linha composta pela junção de arestas e nós de elementos finitos delimitados pela dimensão transversal dos pneus. As tensões de contorno consistem então em um diagrama de tensões não linear definidos pelos valores de tensão ao longo da seção transversal do pneu, equivalente à sua largura. A Figura 2 mostra a distribuição de tensões ao longo da largura do pneu obtidas pelo modelo *SoilFlex* e usadas como condição de contorno para o carregamento no modelo 2D. É possível notar que a distribuição das tensões é realizada para o alcance da largura do pneu, com pico de tensão no centro do pneu.





**Figura 1.** Áreas de contato e distribuição das tensões (kPa) para os pneus dianteiro e traseiro do caminhão usadas como condição de contorno para o carregamento no contato pneu-solo no modelo pseudo-analítico e modelo numérico em 3D.

Para o modelo 3D, uma distribuição de tensões, equivalente ao modelo pseudo-analítico, ao longo da largura e comprimento do pneu (Figura 1), foi usada para a aplicação das tensões no contato pneu-solo. Para tanto, a matriz de distribuição de tensões (com o carregamento discretizado nas dimensões de  $0,01 \times 0,01 \text{ m}^2$ ) sobre a área de contato obtida no *SoilFlex* foi posicionada na interface de contato pneu-solo sobre o domínio numérico dimensionado no modelo 3D. Para se ajustar à malha dimensionada ao modelo 3D, os valores foram interpolados e ajustados às faces dos elementos finitos tetraédricos na região delimitada pelo contato pneu-solo, conforme apresentado na Figura 1. Nessas condições, a área de contato em 3D no modelo numérico aproxima a abordagem de área de contato e distribuição de tensões espacial reproduzidas no modelo pseudo-analítico (Figura 1).

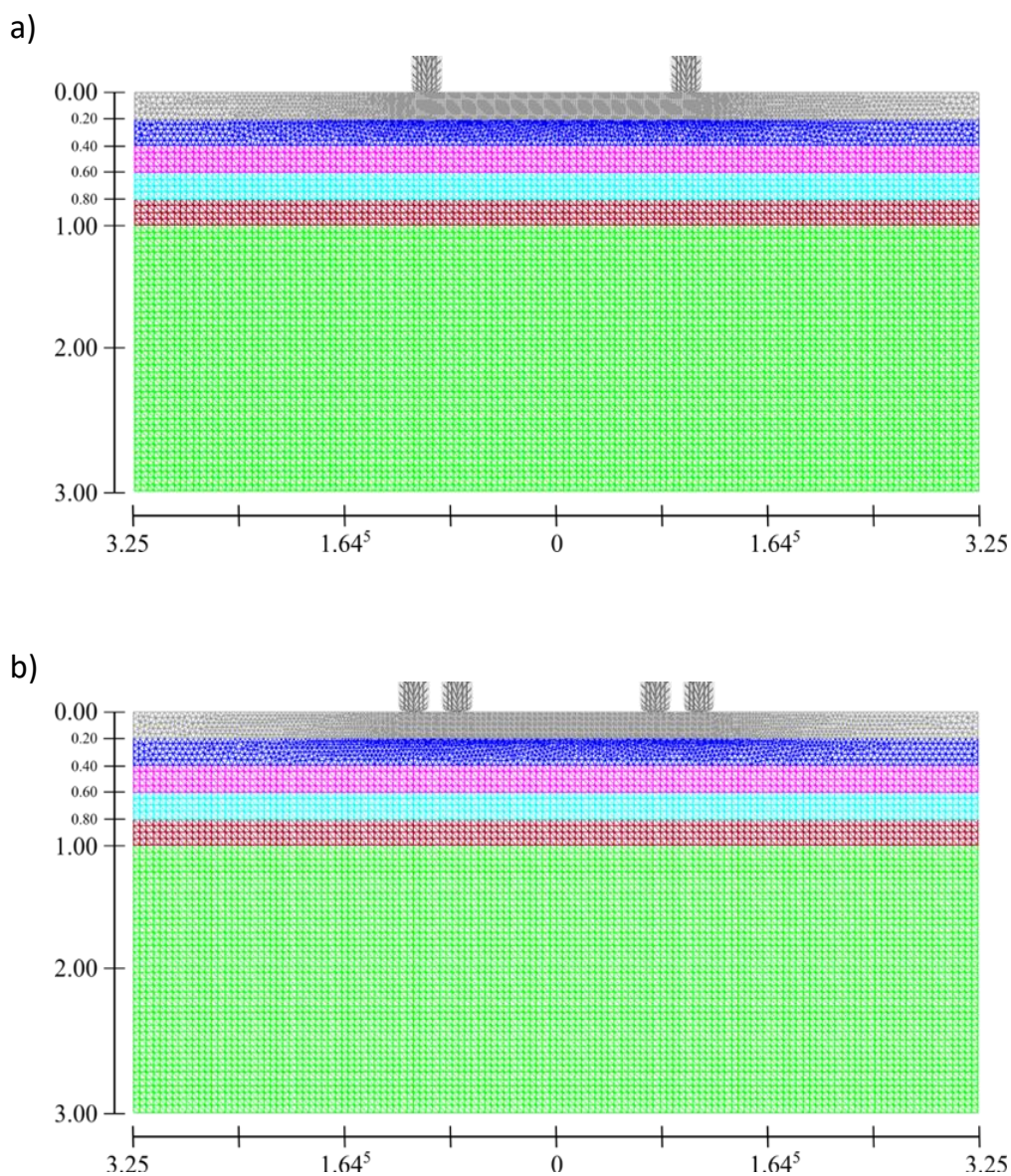


**Figura 2.** Áreas de contato e distribuição das tensões (kPa) para os pneus dianteiro e traseiro do caminhão usadas como condição de contorno para o carregamento no contato pneu-solo do modelo numérico em 2D.

### Descrição do modelo numérico

Para as simulações numéricas foram considerados um domínio com dimensões de  $6,50 \times 3,00$  m (largura  $\times$  profundidade) para o modelo 2D, Figura 3, e um domínio dimensionado com  $10,5 \times 3,00 \times 6,5$  m (comprimento  $\times$  profundidade  $\times$  largura) (Figura 4) para a análise tridimensional (3D). Para ambos os modelos, os domínios foram estratificados em profundidade para as camadas 0,0-0,2, 0,2-0,4, 0,4-0,6, 0,6-0,8 e 0,8-3,0 m, alcance para qual a propagação de tensões foi examinada. Os modelos e as respectivas malhas de elementos finitos foram construídas usando um pré-processamento via software *gmesh* (Geuzaine e Remacle, 2009), em que as restrições de deslocamento foram prescritas (condições de contorno de Dirichlet) nas fronteiras laterais e na base dos domínios.

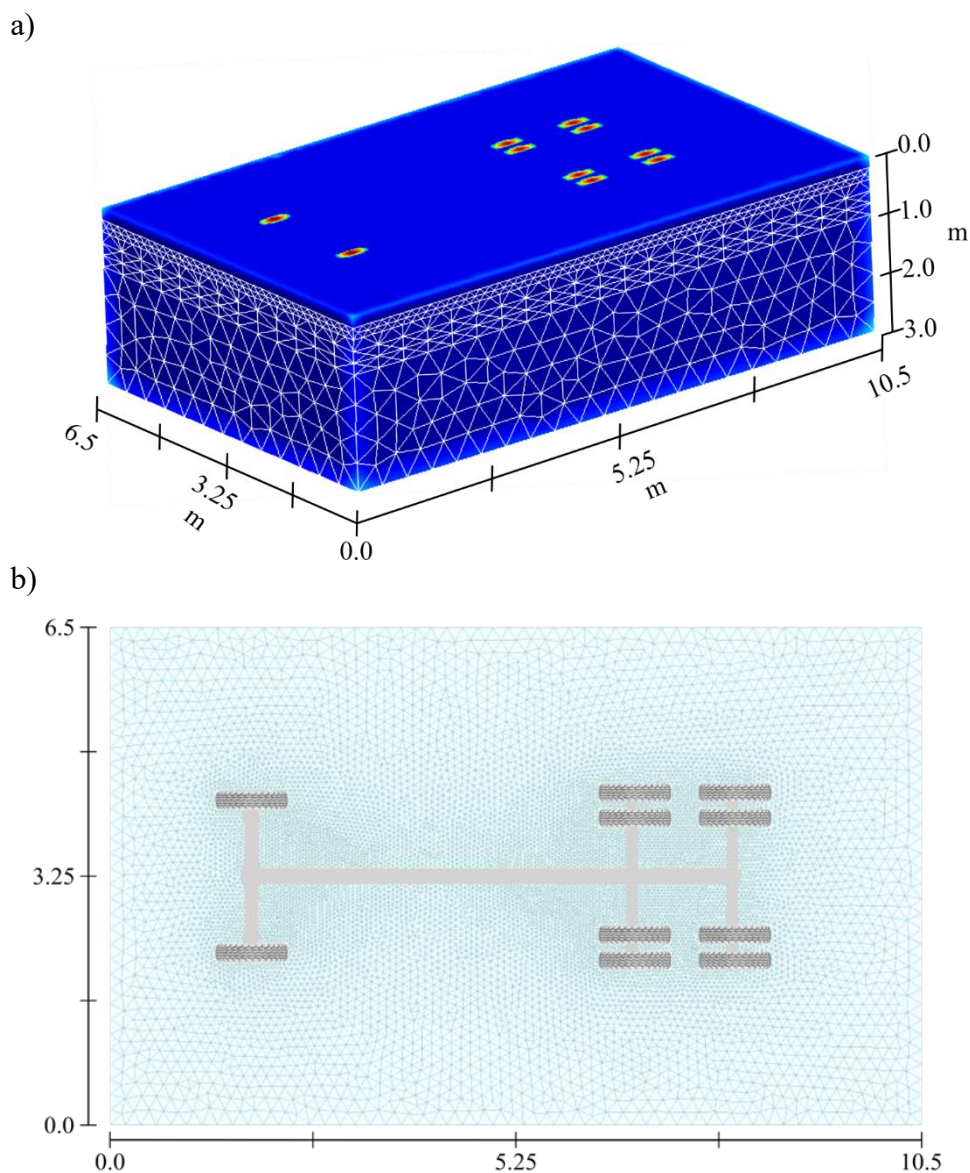
No topo do domínio dimensionado, as interfaces de carregamento foram definidas de acordo com a largura dos pneus dianteiros e traseiro para o modelo 2D (Figura 2), com magnitude de carregamento correspondente as tensões descritas na Tabela 2. Para o modelo 3D, a área de carregamento e a magnitude das tensões aplicadas foram correspondentes as dimensões de áreas de contato apresentadas na Figura 4.



**Figura 3** Malha e condições de contorno do domínio do solo estratificadas em camadas (propriedades mecânicas das camadas na Tabela 2) em um plano 2D para o eixo a) dianteiro e b) traseiro do caminhão.

Para ambos os cenários (2D e 3D), foram construídas malhas de elementos finitos não estruturadas, empregando elementos do tipo triângulo linear para o modelo 2D e

elementos tetraédricos de 4 nós para a malha 3D. Para ambos os modelos, foram considerados um refinamento da malha de elementos finitos, em especial nas camadas superficiais (0,0-0,2 m e 0,2-0,4 m), dado que as respostas de compactação tendem a ser mais relevantes.



**Figura 4.** Malha refinada e condições de contorno do domínio do solo estratificados em camadas; a) e distribuição do carregamento dimensionado no contato pneu-solo, e b) para o modelo 3D considerando as dimensões dos eixos do caminhão.

O grau de refinamento foi sendo atenuado fazendo uma transição às camadas inferiores. Este tipo de refinamento é especialmente importante para o modelo 3D, uma vez que contempla elementos tetraédricos em uma malha não estruturada que demanda

interpolação dos resultados de tensões dos pontos de Gauss para os nós de intersecção da linha de medidas de tensões com as arestas e faces dos elementos finitos interseccionadas.

### **Relação constitutiva de tensão-deformação**

A simulação numérica realizada envolve a resolução do comportamento tensão-deformação do domínio sob a ação de esforços externos (tensões no contato pneu-solo) promovidos pelo carregamento do veículo. O problema mecânico contempla a solução da equação de equilíbrio, relação cinemática (deformação e deslocamentos) e relação tensão deformação elastoplástica na qual os vetores de tensões e deformações se relacionam através de um tensor constitutivo elastoplástico. Este tensor é compreendido pelo tensor constitutivo elástico que envolve as propriedades elásticas do material, ou seja, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. O tensor elastoplástico também contempla os parâmetros do modelo constitutivo elastoplástico empregado e as relações da teoria da plasticidade.

Para as simulações foi empregado o modelo elastoplástico Cam Clay Modificado (Roscoe e Burland, 1968), validado para solos agrícolas por Silva et al. (2018). A metodologia adotada foi a mesma apresentada por Silva et al. (2018) e Jimenez et al. (2021). Os valores de  $C_c$  e  $C_s$ , extraídos da curva de compressão do solo, foram usados para calcular os parâmetros  $\lambda$  (inclinação da linha de compressão virgem) e o  $\kappa$  (inclinação da reta de recompressão), usando as relações  $\lambda = C_c/2.3$  e  $\kappa = C_s/2.3$ , respectivamente. A partir de  $\varphi$  (ângulo interno atrito), foi calculada a inclinação da linha de estado crítico  $M$  (Eq. 1), enquanto o coeficiente de Poisson ( $v$ ), foi calculado com a Eq. 2 (Federico e Elia, 2009). O  $\varphi$  foi assumido como  $30^\circ$  para as camadas de 0,0-0,2 e 0,2-0,4 m, enquanto para as camadas mais profundas (0,4-0,6; 0,6-0,8; 0,8-3,0), como  $35^\circ$ , usando como referência os estudos de Poodt et al. (2003) e Schjønning et al. (2021).

$$M = \left( \frac{6 \times \sin(\varphi)}{3 - \sin(\varphi)} \right) \quad (1)$$

$$v = \frac{1 - \sin \varphi}{2 - \sin \varphi} \quad (2)$$

**Tabela 3.** Parâmetros do Modelo Cam Clay Modificado utilizados na simulação com elementos finitos.

Camadas (m)	Parâmetros do modelo Cam-Clay								
	$\varphi$ (°)	$\kappa$ (-)	$\nu$ (-)	$\lambda$ (-)	$M$ (-)	$p_o$ (kPa)	$e$ (-)	$N$ (m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> )	$\rho_s$ (Mg m <sup>-3</sup> )
0,00-0,20	30	0,015	0,3326	0,04	1,20	57	0,67	0,40	2,69
0,20-0,40	30	0,039	0,3326	0,04	1,20	85	0,60	0,37	2,71
0,40-0,60	35	0,069	0,2963	0,07	1,43	75	0,57	0,45	2,70
0,60-0,80	35	0,073	0,2963	0,07	1,43	93	0,55	0,33	2,71
0,80-1,00	35	0,082	0,2963	0,08	1,43	100	0,59	0,32	2,71

$\varphi$ : ângulo de atrito interno;  $\kappa$ : inclinação da curva de recompressão;  $\nu$ : coeficiente de Poisson;  $\lambda$ : inclinação da reta de compressão virgem;  $M$ : inclinação da linha de estado crítico;  $p_o$ : tensão de pré-consolidação;  $e$ : índice de vazios;  $n$ : porosidade total;  $\rho_s$ : densidade de partículas.

### Variáveis avaliadas a partir dos modelos

Com as simulações usando os modelos pseudo-analíticos, numérico 2D e 3D, foi avaliada a propagação de tensões verticais ao longo do perfil do solo. Primeiramente, uma análise comparativa do fator de concentração na variação de propagação de tensão é realizada abaixo do centro dos dois pneus do caminhão, usando o modelo pseudo-analítico. Também, uma análise comparativa foi feita entre os modelos pseudo-analíticos e numéricos 2D e 3D realizadas abaixo do centro de cada pneu. Por fim, uma comparação entre os modelos numéricos 2D e 3D é realizada através do bulbo de propagação de tensões no domínio de solo.

### Resultados e discussão

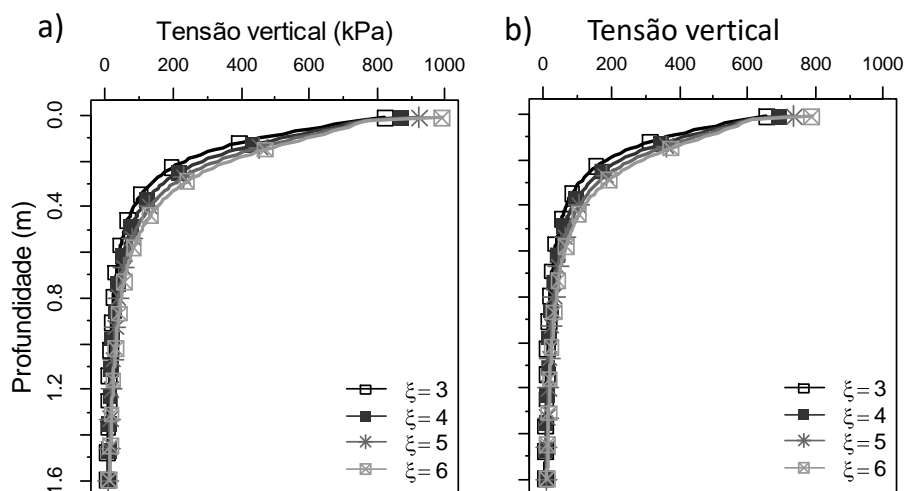
A propagação de tensões simuladas usando o modelo pseudo-analítico *Soilflex* (Keller et al., 2007), provocadas pelos pneus dianteiro e traseiros do caminhão usando valores de fator de concentração ( $\xi$ ) de 3, 4, 5 e 6 é apresentado na Figura 5, lembrando que o  $\xi$  é inversamente proporcional a densidade do solo. É possível notar que os valores de propagação de tensões aumentam em função do acréscimo do  $\xi$ . Para simulações com  $\xi = 6$ , os valores de tensão foram próximos a 992 kPa em superfície para o pneu dianteiro do caminhão; enquanto para simulações com  $\xi = 3$ , a tensão transmitida foi reduzida para próximo de 824 kPa. Para o pneu traseiro do caminhão, simulações com  $\xi = 6$  induziram tensões de aproximadamente 790 kPa, próximo à superfície do solo, as quais foram reduzidas para aproximadamente 656 kPa para  $\xi = 3$ . O  $\xi$  diminuem com o aumento da



dureza ou densidade do solo, que de acordo com Alakukku et al. (2003), a propagação de tensão aumenta em solos mais fofos, com menores densidades.

Para profundidade de 0,40 m, onde para diversos, autores como Otto et al. (2011) e Vasconcelos et al. (2003), se encontra a maior parte do sistema radicular da cana-de-açúcar, entre 70 e 80%, temos para o pneu dianteiro do caminhão as tensões de 84, 109, 131 e 153 kPa, respectivamente para  $\xi = 3, 4, 5, 6$ ; enquanto para o pneu traseiro temos 67, 86, 105 e 121 kPa, respectivamente. Observa-se que a partir desta profundidade não há uma variação significativa das tensões para os diferentes  $\xi$  nos dois casos estudados (Figura 5).

As simulações mostram que o aumento de  $\xi = 3$  para  $\xi = 6$ , com parâmetros de máquinas equivalentes, variam somente as tensões em superfície, na região de interação pneu/solo que chega a diferenças de até 200 kPa, aproximadamente, mas em profundidade o valor da tensão, sua diferença entre os modelos torna-se insignificante. Keller et al (2014) diz que a alteração do  $\xi$  altera a distribuição de carga superficial e na área sobre a qual a carga atua e assim vice-versa.



**Figura 5** Influência do fator de concentração ( $\xi$ ) na propagação de tensões no solo simuladas para pneu dianteiro (a) e traseiro (b) do caminhão usando o modelo pseudo-analítico.

A diminuição do fator de concentração está diretamente ligada ao aumento da densidade do solo, pois é a variável que mede a dureza do solo. Então os resultados obtidos estão de acordo como Lozano et al. (2013), Silva et al. (2018), Trautner e Arvidsson (2003), He et al. (2016) que concluíram que as maiores compactações e deformações ocorrem em densidades mais baixas (Schjønning e Lamandé, 2010; Schjønning et al., 2008; Keller, 2005). Schjønning (2011) explicam que o incremento da

pressão de contato aumenta o risco de compactação na camada superficial, mas que esse aumento terá pouca influência na compactação do solo nas camadas mais profundas, como constatado (Figura 5). He et al. (2016) conclui em seu trabalho que o  $\xi$  transfere a tensão de carregamento para camadas mais profundas com mais facilidade, levando a maior compactação do solo, potencial agravado de danos à estrutura do solo.

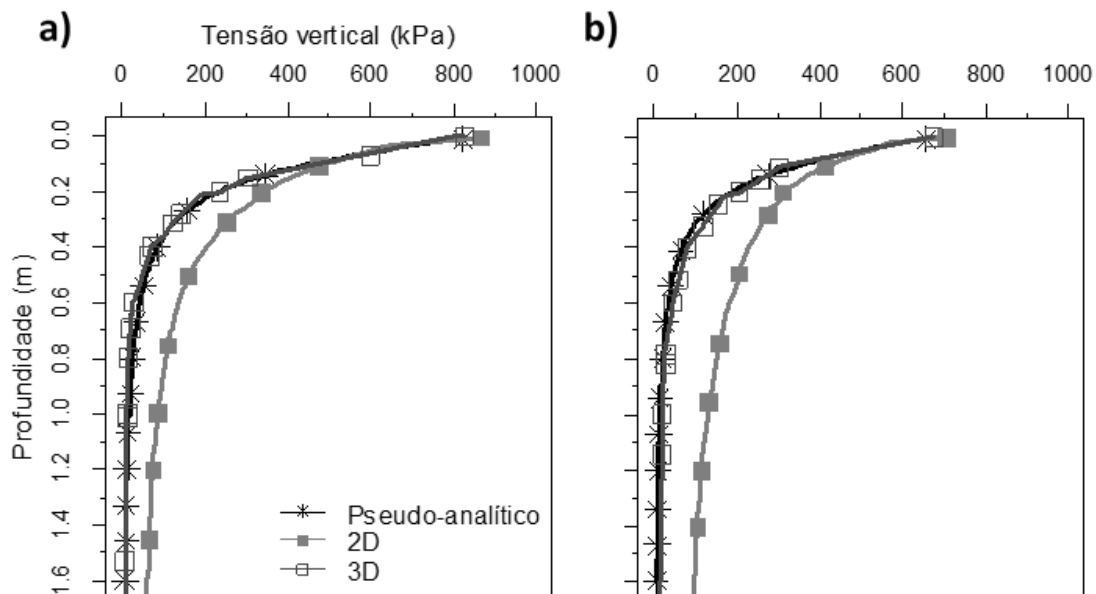
A partir dos resultados da simulação das tensões provocadas pelos pneus dianteiro e traseiro do caminhão utilizando os diversos fatores de concentração do modelo pseudo-analítico, optou-se pelo fator de concentração ( $\xi = 3$ ) por ser o que mais se aproximou dos simulados nos mesmos pneus do caminhão no modelo via método dos elementos finitos 3D. Portanto, o modelo pseudo-analítico apresentado na Figura 6 foi calculado com o  $\xi = 3$ .

De acordo com as simulações (Figura 6), a propagação de tensões foi bastante similar entre o modelo pseudo-analítico, com  $\xi = 3$ , e o numérico 3D, tanto para o pneu dianteiro como para o traseiro; enquanto o modelo numérico 2D superestimou os valores da propagação de tensão, tanto em relação ao pseudo-analítico como também para o numérico 3D em superfície e em profundidade.

Para o pneu dianteiro do caminhão, valores de tensão em superfície foram de aproximadamente 824, 866 e 827 kPa, respectivamente para o pseudo-analítico, 2D e 3D. Observa-se que a 0,40 m de profundidade as tensões foram 84, 207 e 71 kPa, para respectivamente o modelo pseudo-analítico, numérico 2D e 3D. Portanto, os valores das tensões provocadas pelo pneu dianteiro do caminhão, simuladas pelo modelo pseudo-analítico se aproximam mais ao numérico 3D. Pela concepção do cálculo da área de contato, tanto no pseudo-analítico como o 3D há uma melhor distribuição das cargas dos pneus em toda a área de contato, enquanto no numérico 2D (Figura 2) as cargas são obtidas na área de contato mais no centro do pneu onde ocorre as maiores tensões transmitidas.

Na profundidade de 0,40 m, o modelo 2D superestimou os modelos pseudo-analítico e numérico 3D em aproximadamente 50 kPa para o pneu dianteiro. Para o pneu traseiro do caminhão, nota-se que as diferenças são ainda maiores em torno de 80 kPa, mas o padrão de superestimação do modelo numérico 2D em relação ao pseudo-analítico e numérico 3D se mantem. Deve-se lembrar que na malha 2D, não há representação do pneu pela super-elipse, deixando a simulação simplificada e não há representação dos outros pneus no caso do eixo traseiro do caminhão (Figura 6b), podendo ter levado a superestimação dos valores de tensão vertical.





**Figura 6.** Propagação de tensões para pneu dianteiro (a) e traseiro (b) do caminhão usando o modelo pseudo-analítico, numérico 2D e numérico 3D.

A propagação de tensões entre os modelos pseudo-analítico ( $\xi = 3$ ) e numérico 3D foram bastante similares, fato também observado por Keller et al. (2014) e Keller et al. (2016), que comparou a performance de propagação de tensões de modelos pseudo-analíticos (*SoilFlex*) e numéricos (elementos finitos). Hamza e Anderson (2005) recomendam em seu trabalho que à medida que a densidade do solo diminui a pressão de contato máxima permissível dos veículos agrícolas também deve diminuir para não gerar compactação do solo, tensões máximas de contato superam os valores de pressão de insuflagem. Este fato pode ser observado que o maior  $\xi$ , leva a tensões bem mais altas na interface pneu-solo.

A utilização do cálculo de tensões no solo fazendo uso de modelos pseudo-analíticos derivados dos trabalhos de Sohne (1953) sobre distribuição de tensões por veículos agrícolas, baseados na solução de Boussinesq (1885), são estabelecidos como condição, um solo homogêneo, isotrópico e elástico, acrescido do fator de concentração (dependente da rigidez do solo) dos estudos de Frohlich (1934), no caso  $\xi = 3$ ; tem como premissa a consideração de uma única camada, ao contrário dos modelos aproximados, MEF, no qual o perfil do solo é discretizado em cinco camadas levando-se em conta as suas propriedades obtidas dos ensaios realizados. A utilização do fator de concentração, mesmo  $\xi = 3$ , implica no cálculo das tensões sem levar em conta as propriedades do perfil do solo, apenas a densidade e a profundidade são consideradas.

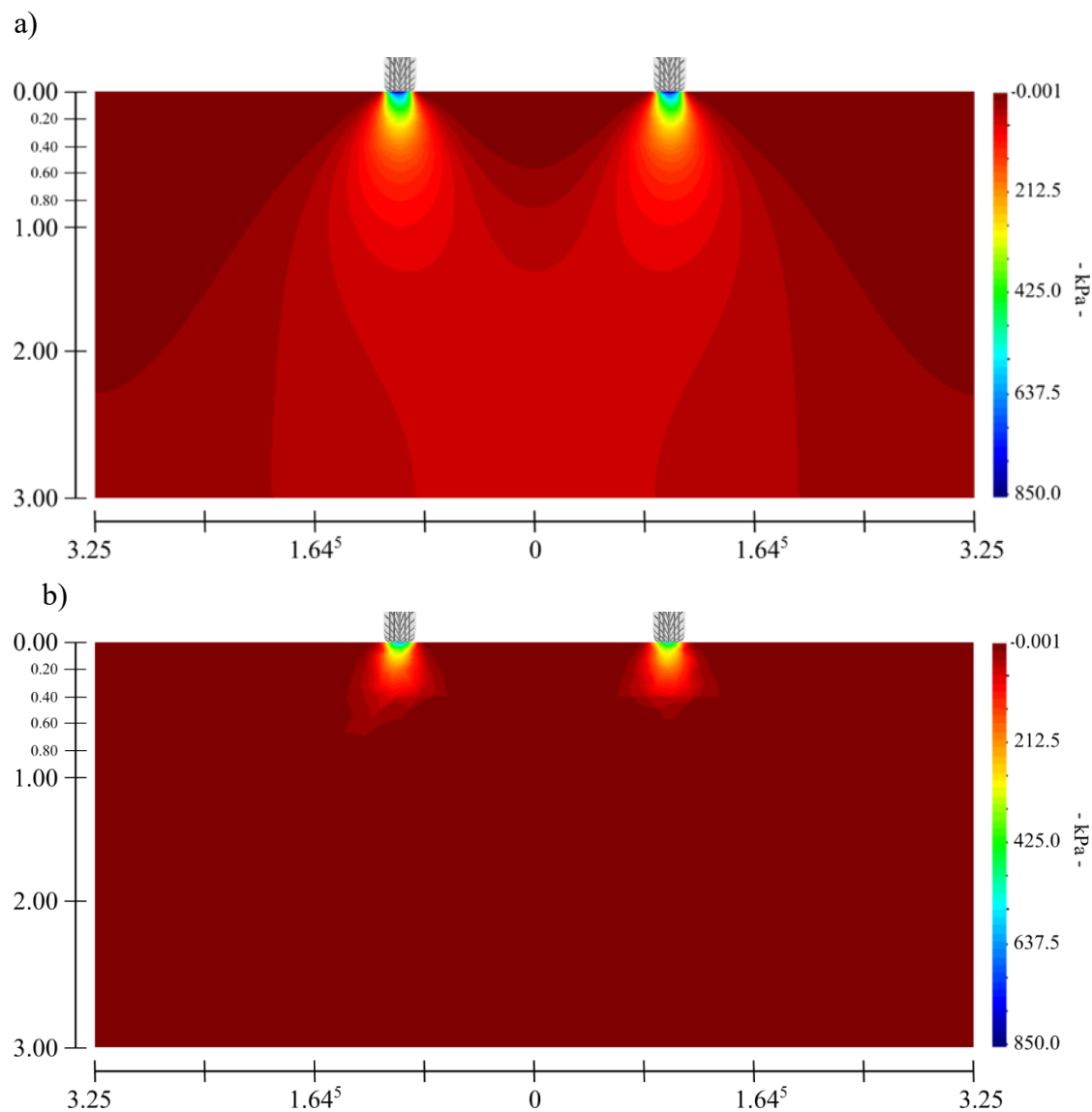
Talvez a boa correlação da modelagem pseudo-analítica ( $\xi=3$ ) e 3D, esta pelas características do solo em estudo pois Goldenberg e Goldhirsch (2005), Koolen e Kuipers (1983), que afirmam que solos com pouca fração argila, possui maior densidade (Tabela 2), diminuindo assim o  $\xi$ . Os mesmos autores afirmam que solos mais arenosos, são mais granulares e possuem uma parcela elástica maior, não causando tanta discrepância do modelo pseudo-analítico, o qual não contempla plasticidade do solo e calcula as deformações através de funções de pedo-transferência (Schjønning, 1999).

A Figura 7 mostra uma comparação da propagação de tensões no espaço largura e profundidade do domínio de solo entre o modelo numérico 2D e 3D. É possível notar que para o modelo 3D, a propagação de tensões alcança um máximo de profundidade de 1,0 m, mas com tensões relevantes ( $> 150$  kPa) até 0,40 m de profundidade.

Para o modelo 2D, a propagação de tensões alcança o limite do domínio de solo gerado no modelo numérico, de 3,0 m de profundidade, com tensões significativas ( $>100$  kPa) alcançando 1,50 m de profundidade. Adicionalmente, o modelo 2D induz a sobreposição de tensões no centro do eixo do veículo, a partir de 0,60 m, enquanto essa sobreposição não é observada no modelo 3D.

Pode-se observar também que pela geometria não linear da malha tridimensional no modelo 3D a formação do bulbo é descontínua (Figura 7b), o que pode se assemelhar ainda mais ao solo que possui granulometria não linear. As rodas tandem duplas do caminhão (Figura 8) transmitem menores tensões do que as simples nas duas modelagens. O fato das cargas por roda (Tabela 2) serem menores faz com que a pressão de insuflagem recomendada diminua e, conseqüentemente, as pressões de contato também, diminuindo assim o risco de compactação (Arvidsson et al., 2004). Porém Horn et al. (2003) alertam que rodas na configuração em tandem carregam o solo várias vezes (por exemplo, duas vezes no caso das rodas tandem duplas do caminhão), podendo causar uma compactação adicional.

Para Keller e Arvidsson (2004) e Lozano et al. (2013) a utilização de veículos com rodas duplas é uma ótima estratégia para diminuir a compactação porque serve para diminuir as cargas por roda, levando assim a um menor risco de compactar o solo. Porém, a área potencialmente compactada é maior em rodas duplas, do que quando utilizadas rodas simples devido a área trafegada aumentar.

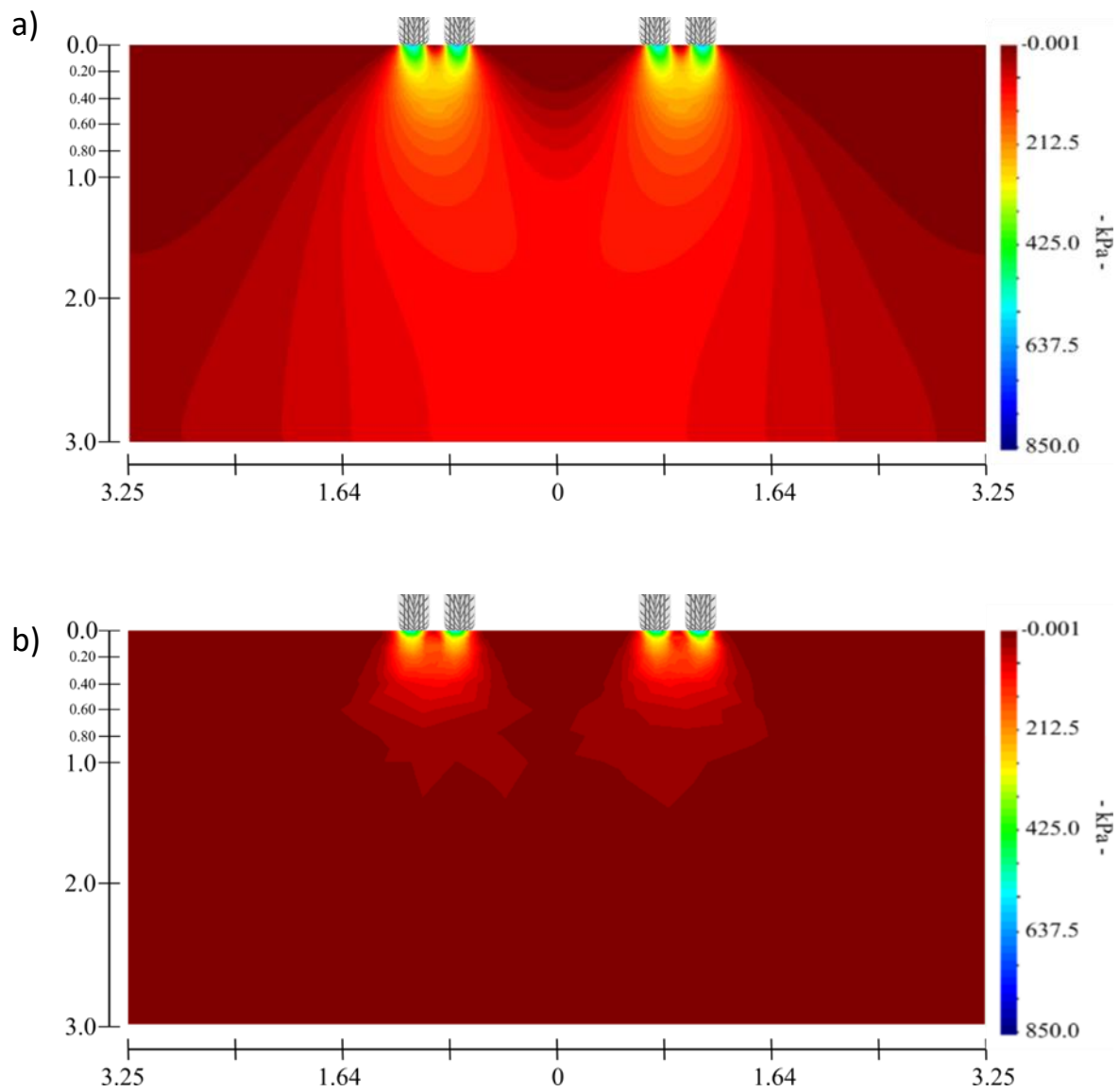


**Figura 7.** Propagação de tensões do modelo numérico 2D (a) e 3D (b) para os pneus dianteiros do caminhão.

O trabalho de Diserens (2009) aponta que o contato pneu-solo em duas dimensões não é condizente com as medições de tensões e deformações em campo, pois o contato entre um pneu flexível e um solo deformável é de fato tridimensional e não bidimensional. As medições de modelos atuais podem subestimar a área real de contato em solo mole, que tornam as previsões menos realistas, levando assim a importância de uma modelagem 3D (Wulfsohn e Upadhyaya, 1992).

Souza (2019) argumentam que a indisponibilidade de ferramentas computacionais via MEF pode dificultar a propagação do conhecimento entre os pesquisadores e limitar o cálculo de mais complexas problemas no campo físico e mecânico do solo; e que estratégias, quando nestes resultados mostra uma boa resposta do modelo pseudo-

analítico resolve este problema. A crítica também atribuída as modelagens pseudo-analíticas estava na não captura de tensões na região entre roda, onde precisava de um domínio maior, como a modelagem 2D ou 3D não mostrou interferência na região entre roda, ou seja, região de plantio da cultura, pode concluir mais uma vez que o modelo pseudo-analítico é uma ótima ferramenta para prever propagação de tensão em solos agrícolas.



**Figura 8.** Propagação de tensões do modelo numérico 2D (a) e 3D (b) para os pneus traseiros do caminhão.

### Conclusões

O fator de concentração que mais se aproximou do modelo em MEF 3D foi igual a 3, o que demonstra a boa aplicação do modelo pseudo-analítico e da equação de

Boussinesq. Modelos pseudo-analíticos podem ser extremamente viáveis e mais simples para simular a compactação.

O modelo 2D superestimou as tensões em profundidade, o que demonstra que ambientes bidimensionais não são adequados para modelagem via MEF.

Para a primeira camada do solo até 10 cm todos os modelos se mostraram satisfatório.

Uma modelagem 3D é extremamente importante para evitar erros como as superestimativas de tensão e demais variáveis estudadas. A representação do pneu deve ser levada em consideração da forma mais realista possível, as modelagens que representam o pneu da forma mais original (super-elipse) se assemelharam.

### **Referências bibliográficas**

- Alakukku, L., Weiskopf, P., Chamen, W. C. T., Tijink, F. G. J., Van der Linden, J. P., Pires, S., Sommer, C., Spoor, G. (2003). Prevention strategies for field traffic-induced subsoil compaction: a review Part 1. Machine/soil interactions. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 145-160.
- Arvidsson, J., Keller, T., Gustafsson, K. (2004). Specific draught for mouldboard plough, chisel plough and disc harrow at different water contents. *Soil and Tillage Research*, p. 79, v. 221-231.
- Bailey A. C., Vanden Ber, G. E. (1967). Yielding by compaction and shear in unsaturated soils. *Trans. ASAE*, v. 11, p. 307-311.
- Berli, M., Kirby, J. M., Springman, S. M., Schulin, R. (2003). Modelling compaction of agricultural subsoils by tracked heavy construction machinery under various moisture conditions in Switzerland. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 57-66.
- Boussinesq, J. (1885). *Application des Potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Paris: Gauthier-Villars.
- Casagrande, A. A. (1991). Tópicos de morfologia e fisiologia da cana-de-açúcar. Jaboticabal, FUNEP, p. 157.
- Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB). Acompanhamento da safra brasileira: Safra 2021/22. Cana de açúcar. Segundolevantamento, Brasília. v. 5, p. 1-62, 2021.
- Cueto, O. G., Coronel, C. E. I., Bravo, E. L., Morfa, C. A. R., Suárez, M. H. (2016). Modelling in FEM the soil pressures distribution caused by a tyre on a rhodic ferralsol soil. *Journal of Terramechanics*, v. 63, p. 61-67.

- Defosse, P., Richard, G., Boizard, H., O'Sullivan, M. F. (2003). Modeling change in soil compaction due to agricultural traffic as function of soil water content. *Geoderma*, v. 116, p. 89-105.
- Defosse, P., Richard, G. (2002). Models of soil compaction due to traffic and their Evolution. *Soil and Tillage Research*, v. 67, p. 41-64.
- De Lima, R. P., de Lima, T. Keller, N. B., Giarola, C. A., Tormena, A. R., da Silva, Rolim M. M. (2020a). Measurements and simulations of compaction effects on the least limiting water range of a no-till Oxisol Arid. *Soil Research*, v. 58, p. 62-72.
- Diserens, E. (2009). Calculating the contact area of trailer tyres in the field. *Soil and Tillage Research*, v. 103, p. 302-309.
- Federico, A., Elia, G. (2009). At-rest earth pressure coefficient and Poisson's ratio in normally consolidated soils. In 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. New castle University.
- Frohlich, O. K. (1934). *Druckverteilungim Baugrunde (Pressure Distribution in Soil Foundation)*. Springer, Wien, p. 178.
- Gee, G. W., Or, D. (2002). Particle size analysis In: dane, J. H. Topp, G.C. *Methods of soil analysis. Physical methods*. Madison, Soil Science Society of America, v. 599, p. 255-293.
- Geuzaine, C., Remacle, J. F. (2009). Gmsh: athree-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 79, p. 1309-1331.
- Goldenberg, C., Goldenberg, I. (2005). Friction enhances elasticity in granular solids. *Nature*, v. 435, p. 188-191.
- Hallonborg, U. (1996). Super ellipse as tyre-ground contact area. *Journal of Terramechanics*, v. 33, p. 125-132.
- Hamza, M. A., Anderson, W. K. (2005). Soil compaction in cropping systems: A review of the nature, causes and possible solutions. *Soil and tillage research*, v. 82, p.121-145.
- He, S., Feng, Y., Ni, J., Sun, Y., Xue, L., Feng, Y., Yang, L. (2016). Different responses of soil microbial metabolic activity to silver and iron oxide nanoparticles. *Chemosphere*, v. 147, p. 195-202.
- Hemmat, A., Nankali, N., Aghilinategh, N. (2012). Simulating stress–sinkage under a plate sinkage test using a viscoelastic 2D axisymmetric finite element soil model. *Soil and Tillage Research*, v. 118, p. 107-116.

- Horn, R., Holthusen, D., D'orner, J., Mordhorst, A., Fleige, H. (2019). Scale-dependent soil strengthening processes—What do we need to know and where to head for a sustainable environment. *Soil and Tillage Research*, v. 195, p. 104388.
- Horn, R., Fleige, H. (2003). A method for assessing the impact of load on mechanical stability and on physical properties of soils. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 89-99.
- Jimenez, K. J., Rolim, M. M., Gomes, I. F., de Lima, R. P., Berrio, L. L. A., Ortiz, P. F. (2021). Numerical analysis applied to the study of soil stress and compaction due to mechanised sugarcane harvest. *Soil and Tillage Research*, v. 206, p.104847.
- Johnson, C. E., Burt, E. C. (1990). A method of predicting soil stress state under tires. *Transactions of the ASAE*, v. 33, p. 713-717.
- Keller, T., Lamandé, M. (2010). Challenges in the development of analytical soil compaction models. *Soil and Tillage Research*, v. 111, p. 54-64.
- Keller, T. (2005). A model to predict the contact area and the distribution of vertical stress below agricultural tyres from readily available tyre parameters. *Biosystems Engineering*, v. 92, p. 85-96.
- Keller, T., Berli, M., Ruiz, S., Lamandé, M., Arvidsson, J., Schjønning, P., Selvadurai, A. P. (2014). Transmission of vertical soil stress under agricultural tyres: Comparing measurements with simulations. *Soil and Tillage Research*, v. 140, p. 106-117.
- Keller, T., Ruiz, S., Stettler, M., Berli, M. (2016). Determining soil stress beneath a tire: measurements and simulations. *Soil Science Society of America Journal*, v. 80, p. 541-553.
- Keller, T., Defossez, P., Weisskopf, P., Arvidsson, J., Richard, G. (2007). SoilFlex: A model for prediction of soil stresses and soil compaction due to agricultural field traffic including a synthesis of analytical approaches. *Soil and Tillage Research*, v. 93, p. 391.
- Keller, T., Lamandé, M. (2010). Challenges in the development of analytical soil compaction models. *Soil and Tillage Research*, v. 111, p. 54-64.
- Kirby, J. M., Blunden, B. G., Trein, C. R. (1997). Simulating soil deformation using a critical-state model: II. Soil compaction beneath tyres and tracks. *European Journal of Soil Science*, 48, p. 59-70.
- Koolen, A. J., Kuipers, H. (1983). *Agricultural Soil Mechanics Series in Agricultural Sciences*, v. 13, p. 241.
- Lima, R. P., da Silva, A. R., da Silva, Á. P. (2021). soilphysics: An R package for simulation of soil compaction induced by agricultural field traffic. *Soil and Tillage Research*, v. 206, p. 104-824.

- Lima, R. P., Keller, T., Giarola, N. B., Tormena, C. A., da Silva, A. R., Rolim, M. M. (2020). Measurements and simulations of compaction effects on the least limiting water range of a no-till Oxisol. *Soil Research*, v. 58, p. 62-72.
- Lozano, N., Rolim, M. M., Oliveira, V. S., Tavares, U. E., Pedrosa, E. M. R. (2013). Evaluation of soil compaction by modeling field vehicle traffic with SoilFlex during sugarcane harvest. *Soil and Tillage Research*, v. 129, p. 61-68.
- Macedo, V. R. M., Silva, A. J. N., Cabeda, M. S. V. (2010). Compressibilidade de um Argissolo Vermelho fisicamente degradado e recuperado. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 14, p. 812-818.
- Mion R. L., Holanda A. S., Barroso S. H., Silva, S. A. T. (2017). Tensões aplicadas no solo pelas diferentes pressões do pneu de um trator agrícola. *Journal of the Brazilian Association of Agricultura*, v. 36, p. 63-77.
- Otto, R., Silva, A. P., Franco, H. C. J., Oliveira, E. C. A., Trivelin, P. C. O. (2011). High soil penetration resistance reduces sugarcane root system development. *Soil and Tillage Research*, v. 17, p. 201-210.
- Pacheco Silva, F. (1970). A new graphical construction for determination of the preconsolidation stress of a soil sample. *Brazilian Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Rio de Janeiro, v. 2, p. 225-232.
- Poodt, M. P., Koolen, A. J., Van der Linden, J. P. (2003). FEM analysis of subsoil reaction on heavy wheel loads with emphasis on soil preconsolidation stress and cohesion. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 67-76.
- Schjønning, P., Lamandé, M., Tøgersen, F. A., Arvidsson, J., Keller, T. (2008). Modelling effects of tyre inflation pressure on the stress distribution near the soil-tyre interface. *Biosystems Engineering*, v. 99, p. 119-133.
- Schjønning, P., Lamandé, M. (2010). A note on the vertical stresses near the soil-tyre interface. *Soil and Tillage Research*, v. 108, p. 77-82.
- Silva, A. R., Lima, R. P. (2015). Soilphysics: Na R package to determine soil preconsolidation pressure. *Computer e Geosciences*, v. 84, p. 54-60.
- Silva, R. P., Rolim, M. M., Gomes, I. F., Pedrosa, E. M. R., Tavares, U. E., Santos, A. N. (2018). Numerical modeling of soil compaction in a sugarcane crop using the finite element method. *Soil and Tillage Research*, v. 181, p. 1-10.
- Söhne, W. (1953). Distribution of pressure in the soil and soil deformation under tractor tires. *Landtech*, v. 5, p. 49-59.



- Sorin-Stefan, B., Valentin, V. (2012). Use of finite element method to determine the influence of land vehicles traffic on artificial soil compaction. *Water Stress*. In Tech Croatia, p. 179-198.
- Souza, G. D. O. (2019). Análise comparativa entre métodos de análise de estabilidade de taludes. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Stettler, M., Keller, T., Weisskopf, P., Lamandé, M., Lassen, P., Schjønning, P. (2014). Terranimo®—a web-based tool for evaluating soil compaction. *Landtechnik*, v. 69, p. 132-138.
- Teixeira, P. C., Donagemma, G. K., Fontana, A., Teixeira, W. G. (2017). *Manual de Métodos de Análise de Solo*. Embrapa, Brasília, p. 573.
- Trautner, A., Arvidsson, J. (2003). Subsoil compaction caused by machinery traffic on Swedish Eutric Cambisol at different soil water contents. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 107-118.
- Vasconcelos, A. C. M., Casagrande, A. A., Perecin, D., Jorge, L. A. C., Landell, M. G. A. (2003). Avaliação do sistema radicular da cana-de-açúcar por diferentes métodos. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, v. 27, p. 849-858.
- Vennik, K., Kukk, P., Krestein, K., Reintam, E., Keller, T. (2019). Measurements and simulations of rut depth due to single and multiple passes of a military vehicle on different soil types. *Soil and Tillage Research*, v. 186, p. 120-127.
- Wulfsohn, D., Upadhyaya, S. K. (1992). Determination of dynamic three-dimensional soil tyre contact profile. *Journal of Terramechanics*, v. 29, p. 433-464.
- Zhao, C., Zang, M. (2014). Analysis of rigid tire traction performance on a sandy soil by 3D finite element-discrete element method. *Journal of Terramechanics*, v. 55, p. 29-37.

### **CAPÍTULO III**

**Modelagem numérica tridimensional da compactação do solo após o tráfego de máquinas na cultura da cana-de-açúcar**

## Resumo

O preparo do solo é realizado para melhorar a qualidade física do solo na cultura da cana-de-açúcar, fazendo uso de diversos implementos, constituindo-se em uma operação onerosa. Após o preparo convencional, o solo está no momento mais susceptível a compactação pelos pneus dos veículos que circulam no canavial. Para entender este processo de transmissão de tensões dos veículos para o solo faz-se o uso dos modelos de simulação que visam prever o comportamento mecânico do solo, em diversas situações de campo, sendo uma ótima alternativa para monitorar e prever a compactação. Este trabalho tem como objetivo realizar uma simulação numérica computacional tridimensional (3D) pelo método dos elementos finitos (MEF), com isto simular a passagem de um trator e um caminhão canavieiro em um solo, após preparo convencional. Foram determinados todos os parâmetros requeridos pelo modelo elastoplástico Cam Clay Modificado através das análises de laboratório e foi gerada a geometria do perfil de solo, com a estratificação de cinco camadas, gerando diversos tipos de materiais num gerador de malha de elementos finitos. A área de contato pneu/solo, assim como a tensão que chegará na superfície foi determinada pelo modelo da super-elipse, fazendo uso do programa *SoilFlex*. O trator foi o veículo que aplicou as menores tensões verticais na interação pneu-solo e ao longo do perfil, enquanto os pneus do caminhão atingiram tensões de 750 e 880 kPa na superfície do solo, correspondendo ao eixo dianteiro e traseiro, respectivamente. Nenhum dos veículos avaliados conseguiu alguma alteração física na região entre rodas, na qual as plantas se desenvolvem; como também, nenhum dos veículos avaliados produziu compactação em profundidade abaixo de 0,20 m. A maior tensão de pré-consolidação obtida após a simulação dos veículos, foi encontrada no tráfego do caminhão, exclusivamente na primeira camada (0,0-0,20). As rodas de todos os veículos apresentaram redução da porosidade.

**Palavras chaves:** Modelagem 3D, Cam clay Modificado, Pré-compactação, Porosidade, Área de contato.

## **ABSTRACT**

Soil preparation is carried out to improve the physical quality of the soil in the sugarcane crop, making use of various implements, constituting an expensive operation. After the conventional tillage, the soil is at the moment more susceptible to compaction by the tires of the vehicles that circulate in the sugarcane field. To understand this process of transmission of tensions from vehicles to the ground, simulation models are used, which aim to predict the mechanical behavior of the soil, in different field situations, being a great alternative to monitor and predict compaction. This work aims to perform a three-dimensional computational numerical simulation (3D) by the finite element method (FEM), with this to simulate the passage of a tractor and a sugarcane truck in a soil, after conventional preparation. All parameters required by the Modified Cam Clay elastoplastic model were determined through laboratory analysis and the geometry of the soil profile was generated, with the stratification of five layers, generating different types of materials in a finite element mesh generator. The tire/ground contact area, as well as the tension that will reach the surface, was determined by the super-ellipse model, making use of SoilFlex. The tractor was the vehicle that applied the lowest vertical stresses in the tire-soil interaction and along the profile, while the truck tires reached stresses of 750 and 880 kPa on the ground surface, corresponding to the front and rear axles, respectively. None of the evaluated vehicles achieved any physical alteration in the region between wheels, in which the plants develop; as well, none of the evaluated vehicles produced compaction in depth below 0.20 m. The highest pre-consolidation stress obtained after vehicle simulation was found in truck traffic, exclusively in the first layer (0.0-0.20). The wheels of all vehicles showed reduced porosity.

**Keywords:** 3D Modeling, Modified Cam Clay, Pre-compaction, Porosity, Contact area.

## Introdução

Na cultura da cana-de-açúcar o tráfego de máquinas vem promovendo alterações nas propriedades físicas dos solos e intensificando o processo de compactação (Camilotti et al., 2005), trazendo como consequência a queda de produtividade da cultura. A compactação do solo é considerada uma preocupação importante na agricultura moderna devido ao aumento no tamanho e peso do maquinário (Keller et al., 2019) usado rotineiramente para as práticas agrícolas.

Após o solo ser compactado pelo maquinário durante todo o ciclo produtivo da cultura, se faz necessário mudar a sua estrutura física para o desenvolvimento de novas plantas, sendo necessário a realização de um preparo do solo, para a descompactação de camadas e aeração do solo, que gera altos custos para a produção da cana-de-açúcar (Chamem et al., 2015).

A simulação da compactação do solo, permite prever o estado do solo e assim recomendar aos agricultores informações quanto, época de mobilização do solo, os implementos agrícolas a serem utilizados, a fim de reduzir o risco de compactação do solo. Além disso, pode-se determinar a profundidade até a qual ocorre a compactação. Os modelos de simulação para compactação de solo também constitui uma importante fonte de informação para projetistas de pneus e equipamentos agrícolas (Moslem e Hossein, 2014).

Vários são os modelos que analisam a tensão-deformação no solo, podendo ser empregado os pseudo-analíticos (Keller et al., 2014, e Keller et al., 2007, Defossez et al., 2003); e os que empregam soluções via métodos aproximados (Silva et al., 2018; Jimenez et al., 2021), como o Método dos Elementos Finitos (MEF). Os modelos pseudo-analíticos derivam de Sohne (1953), que consiste na modelagem da distribuição dos esforços na área de contato, além do cálculo de tensão vertical no solo. O cálculo da propagação de tensões no solo, baseado na formulação proposta por Frohlich (1934), se dá considerando o solo como uma única camada, homogêneo, isotrópico e elástico, derivados da equação de Boussinesq (1885).

Embora haja uma série de estudos reportando a boa performance de modelos pseudo-analíticos em estudos de compactação (Keller et al., 2014), limitações na descrição geométrica dos cenários de contato solo-pneu (Keller et al., 2013), falta de estratificação do perfil com propriedades mecânicas distintas (Keller e Lamandé, 2010) e a necessidade de introdução do fator de concentração ( $\xi$ ) (Horn e Fleige, 2003) são algumas das limitações desses modelos. Para Lamandé e Schjønning (2017), Moslen e

Hossein (2014) e Xia et al. (2011) os modelos pseudo analíticos existentes simplificam demais a interação pneu-solo e não capturaram com precisão processo de compactação dinâmica. Para Cueto et al. (2016) e Liu e Wong (1996) o método dos elementos finitos (MEF) tem melhor potencial para obter resultados mais precisos, pois um menor número de suposições são introduzidos. Portanto, uma melhor precisão é alcançada nas previsões de tensões de contato, propagação de tensões e deformações volumétricas plásticas no solo (Liu e Wong, 1996).

Os modelos pseudo-analíticos e numéricos, apresentam uma limitação que é a falta de representação do pneu de forma realista nos modelos, não formando a pegada do pneu/solo de forma correta, isto altera a distribuição das tensões verticais logo abaixo, no perfil do solo (Zhao e Zang, 2014). Neste contexto para Naziri et al. (2013) o método de elementos finitos via 3D é o mais promissor para lidar com a interação pneu-solo. Diserens (2009) e Cueto et al. (2016) apontam que o contato pneu-solo em duas dimensões (2D) não é condizente com as medições de tensões e deformações em campo, pois o contato entre um pneu flexível e um solo deformável é de fato tridimensional e não bidimensional. As medições de modelos atuais podem superestimar a área real de contato em solo mole, que tornam as previsões menos realistas, levando assim a importância de uma modelagem 3D (Wulfsohn e Upadhyaya, 1992).

O primeiro a trabalhar uma modelagem 3D para prever compactação em solos agrícolas foi Chi et al. (1993), porém seu modelo apresentava diversas limitações como a área de contato, que era retangular e a modelagem era puramente elástica. Para Chi et al. (1993) a compactação pode ser reduzida usando uma pressão de enchimento dos pneus mais baixa. Cueto et al. (2019) ainda chegou a desenvolver um modelo tridimensional, com modelo constitutivo Drucker Prager mas apresentou resultados somente até 0,20 m do perfil do solo. Existem alguns modelos como, como Gysi et al. (2001), Kirby et al. (1997), porém apresentam algumas limitações, pois embora capturam tensões em solos, foram feitos para interação ferramenta-solo. Defosse e Richard (2002) crítica a maioria destes modelos por não contemplam o pneu ou são um bidimensional aximétrico, não possuindo malha tridimensional.

Embora exista na literatura modelos de interação pneu-solo como Biris et al. (2009), Cui et al. (2007), Gysi et al. (2001), Kirby et al. (1997), o objetivo deles não é a propagação de tensão no perfil do solo, então ainda falta informações precisas para veículos canaviais em solos brasileiros. Além disto, nestes modelos citados acima a distribuição de tensão no solo pelo pneu ainda é de forma homogênea.

Portanto, ainda são escassos na literatura a utilização de modelagem em MEF em malhas 3D na área agrícola, desse modo, objetivou-se analisar a propagação das tensões após a passagem no solo depois do preparo de um trator e um caminhão canavieiro, através do método dos elementos finitos (3D).

## **Materiais e Métodos**

### **Amostragem de campo**

Amostras de solo para caracterização das propriedades mecânicas foram coletadas na Usina São José, Município de Igarassu, Estado de Pernambuco, Brasil, altitude de 180 m e conforme a classificação de Köppen clima do tipo Aw, situada em área de tabuleiro costeiro, dentro da zona da mata norte do estado.

O solo da área cultivada é um solo de textura fraco-arenosa. A área experimental consistiu em um talhão após renovação do canavial, com preparo convencional do solo. O preparo do solo foi realizado em sistema convencional utilizando as operações de subsolagem (~0,40 de profundidade), grade aradora (~0,20 de profundidade), grade niveladora e por último a sulcagem para realização do plantio.

### **Amostragem do solo**

Na área experimental foi aberta uma trincheira com profundidade de 1,00 m para a coleta de amostras do solo, as quais foram realizadas em cinco profundidades: 0,00-0,20; 0,20-0,40; 0,40-0,60; 0,60-0,80 e 0,80-1,00 m. Para cada profundidade, foram coletadas amostras deformadas e indeformadas para determinação das propriedades físicas e mecânicas do solo. No total, oito amostras indeformadas foram coletadas para cada camada, sendo quatro usando anéis de 0,05 m de altura e 0,05 m de diâmetro, e mais quatro amostras usando anéis de 0,025 m de altura e 0,065 m de diâmetro para cada camada, as quais foram usadas para determinação das propriedades físicas e mecânicas com estrutura preservadas. Adicionalmente, amostras deformadas de solo foram coletadas em cada camada para caracterização física do solo, a qual incluiu análises granulométricas e de densidade de partículas.

**Tabela 1.** Caracterização física do solo na área experimental cultivada com cana-de-açúcar.

Camadas (m)	Areia	Silte g kg <sup>-1</sup>	Argila	D <sub>s</sub> * Mg m <sup>-3</sup>	D <sub>p</sub> **	θ <sub>100</sub> *** g g <sup>-1</sup>
0,00-0,20	900	20	80	1,60	2,69	0,13
0,20-0,40	850	70	80	1,69	2,71	0,13
0,40-0,60	700	80	220	1,65	2,70	0,15
0,60-0,80	730	50	220	1,70	2,71	0,15
0,80-1,00	740	50	210	1,65	2,71	0,14

\*D<sub>s</sub>: densidade do solo; \*\*D<sub>p</sub>: densidade de partículas; \*\*\*θ<sub>100</sub>: conteúdo de água volumétrico em -100 hPa.

### Análises laboratoriais

Amostras deformadas de solo foram utilizadas para determinação das frações granulométricas e densidade de partícula. As frações de areia, silte e argila foram quantificados de acordo com o método do densímetro (Gee e Or, 2020), e a densidade de partículas pelo método do balão volumétrico, de acordo com o procedimento descrito por Teixeira et al. (2017).

### Ensaio de compressibilidade uniaxial

As amostras indeformadas foram previamente saturadas por capilaridade por 24h e equilibradas em potencial mátrico equivalente a -100 hPa usando câmara de Richard. Após o equilíbrio, as amostras foram pesadas para quantificação do peso de solo úmido e submetidas a ensaio de compressão uniaxial. O ensaio da compressibilidade uniaxial foi realizado no equipamento convencional SOLOTEST que permite o controle das tensões verticais, submetido a cargas de 12,5; 25; 50; 100; 200; 400; 800 e 1600 kPa, com duração de aplicação de carga de 30, 60 e 120 segundos, conforme descrito em Macedo et al. (2010). Após o ensaio, as amostras foram secas em estufa à 105 °C e massa seca utilizadas para determinação da densidade do solo via relação massa/volume, conforme EMBRAPA (2017). O conteúdo de água no solo retida no potencial mátrico correspondente foi quantificada pela relação de massa de solo úmido e massa de solo seco (EMBRAPA, 2017).

Para cada curva de compressibilidade, foram obtidas a tensão de pré-consolidação (p<sub>0</sub>), o índice de recompressão (C<sub>s</sub>) e o índice de compressão (C<sub>c</sub>), usando a função *sigmaP*, disponível no R pacote *soilphysics* (Silva e Lima; R Core Team, 2020). A p<sub>0</sub> foi calculada pelo método de Pacheco e Silva (1970), enquanto a C<sub>s</sub> e C<sub>c</sub> foram extraídos da

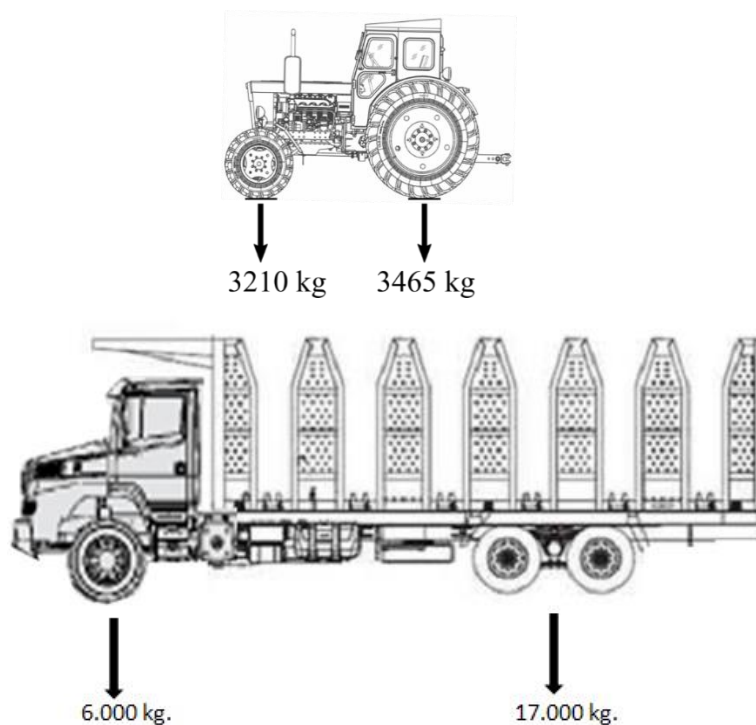


reta de recompressão e da reta de compressão virgem, respectivamente, conforme Silva e Lima (2015).

### Carregamento e veículos utilizados para simulação e condições de contorno

Os veículos escolhidos para simular foram Trator Massey Ferguson 4292 (Goodyear 14,9-26 10 e Dyna 23,1-30), e um Caminhão tipo cavalo mecânico extrapesado, utilizado para transporte de cana com tração 6x4 (referência AXOR 3344, plataforma Mercedes-Benz), como mostra Figura 1, com pneu escolhido 11.00R 22, sugerido pelo fabricante.

As configurações das rodas e eixos, requeridas para estimativas da distribuição de tensão sobre a área de contato, foram obtidas via catálogo do fabricante. As medidas de carga e pneu do Trator e Caminhão foram então usadas no modelo *SoilFlex* (Keller et al., 2007) para cálculo da distribuição de tensões sobre a área de contato, e foram estimadas opcionalmente no *SoilFlex* conforme o modelo proposto por Keller (2005). Os parâmetros de entrada de pneus usados no modelo *SoilFlex* são dados na Tabela 2.



**Figura 1.** Configuração por eixo do Trator e Caminhão utilizados nas simulações.

**Tabela 2.** Configuração de veículos e rodas utilizadas para simulações da área de contato no modelo *SoilFlex*.

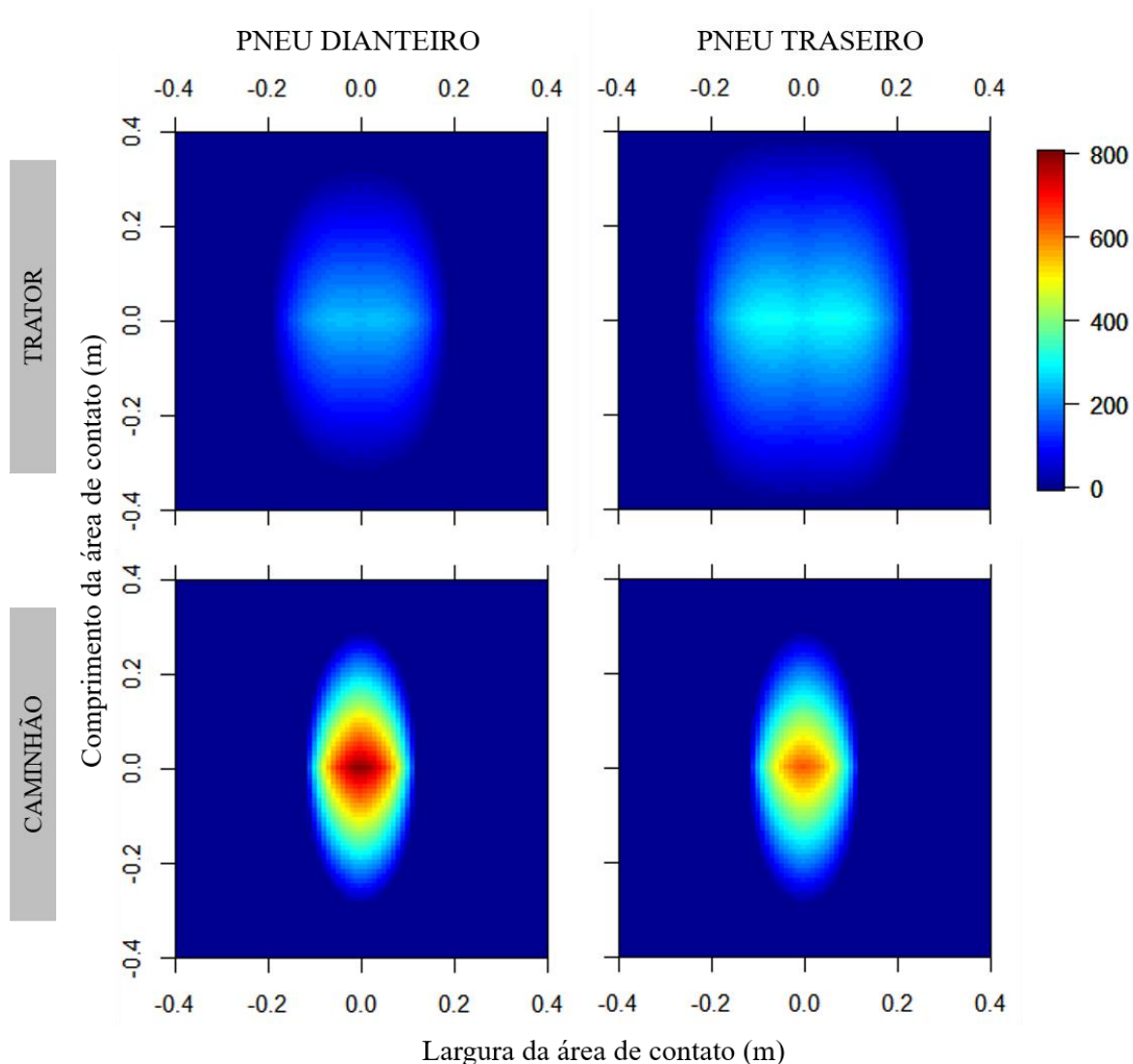
Veículos		Largura da roda (cm)	Diâmetro da roda (cm)	Pressão de insuflagem (kPa)	Carga por roda (kg)	Comprimento do eixo (cm)	Distância entre rodas duplas (cm)
Trator (Eixos)	Dianteiro	37,8	126.5	179	1155	216	-
	Traseiro	46,7	1660	225	1730	233	-
Caminhão (Eixos)	Traseiro	24	100	517	2125	243	11
	Dianteiro	24	100	655	3000	223	-

### Modelagem 3D

A partir da definição da área de contato e das tensões aplicadas em superfície pelo contato pneu-solo quantificadas pela adoção do modelo *SoilFlex*, foi realizada a modelagem da propagação de tensões ao longo da profundidade da camada de solo usando modelo numérico tridimensional. A Figura 2 mostra a distribuição de tensões estimadas referentes à transmissão de tensão dos veículos (trator e caminhão) a partir do emprego do modelo *SoilFlex*.

A matriz de distribuição de tensões (com o carregamento discretizado nas dimensões de  $0.01 \times 0.01$  m) sobre a área de contato (Figura 2) obtida no *SoilFlex* foi posicionada na interface de contato pneu-solo sobre o domínio numérico dimensionado no modelo 3D. Para se ajustar à malha dimensionada ao modelo 3D, os valores foram interpolados e ajustados às faces dos elementos finitos tetraédricos na região delimitada pelo contato pneu-solo. Nessas condições, a área de contato em 3D no modelo numérico aproxima a abordagem de área de contato e distribuição de tensões espacial reproduzidas no modelo pseudo-analítico.

A Figura 3 mostra a espacialização do carregamento realizado para os eixos do trator e do caminhão. Para ambos os modelos, os domínios foram estratificados em profundidade para as camadas 0,0–0,2, 0,2–0,4, 0,4–0,6, 0,6–0,8 e 0,8–1,0 m, alcance para qual a propagação de tensões foi examinada. Os modelos e as respectivas malhas de elementos finitos foram construídas usando um pré-processamento via software *gmesh* (Geuzaine e Remacle, 2009), em que as restrições de deslocamento foram prescritas (condições de contorno de Dirichlet) nas fronteiras laterais e na base dos domínios. No topo do domínio dimensionado, a área de carregamento e a magnitude das tensões aplicadas foram correspondentes as dimensões de áreas de contato apresentadas na Figura 2.

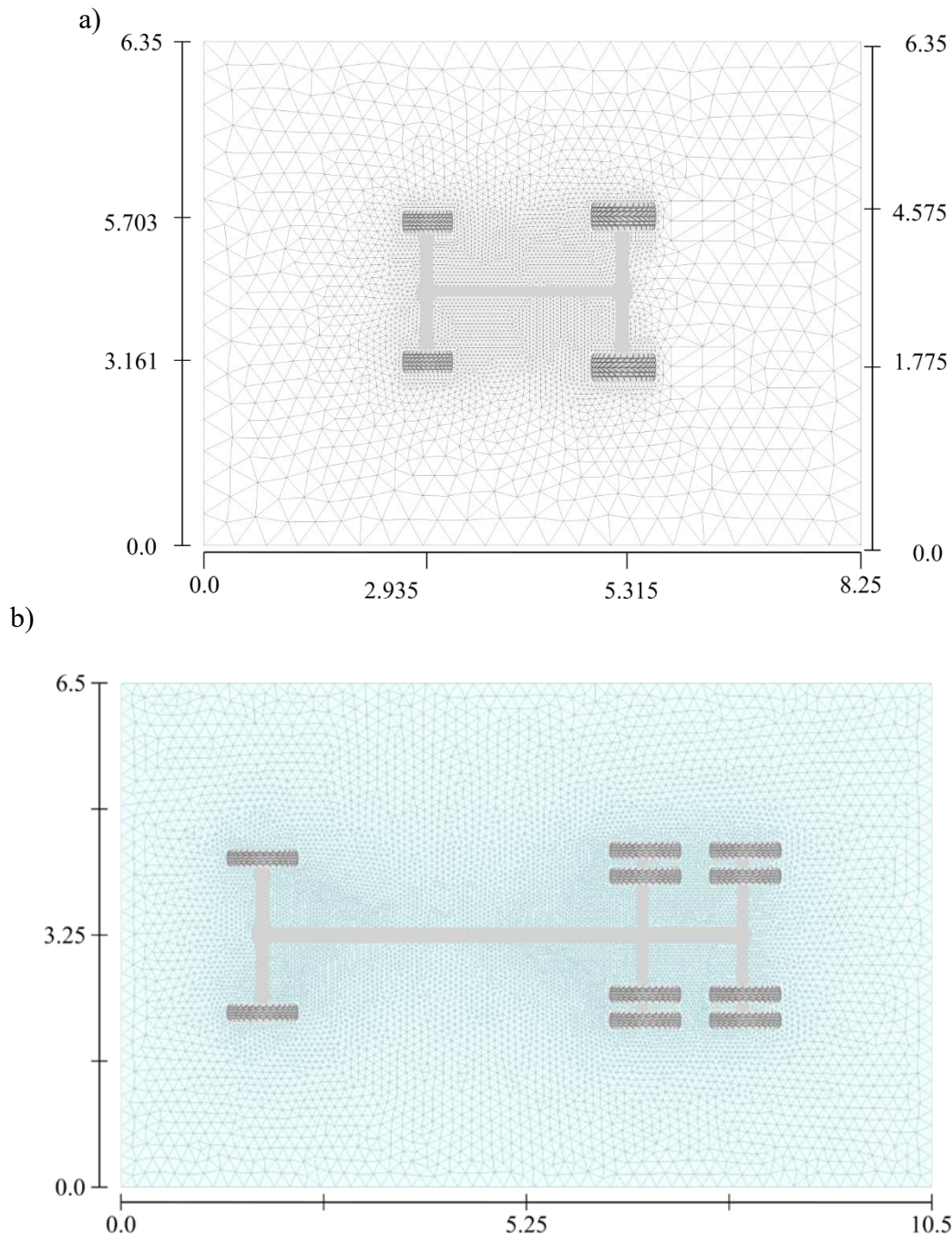


**Figura 2.** Distribuição da tensão de contato (kPa) para os pneus dianteiros e traseiros do trator e caminhão, obtidas através do modelo *SoilFlex* e usadas para o carregamento na interface pneu-solo no modelo numérico tridimensional.

Para as simulações numéricas foram considerados uma malha em elementos finitos com domínios com dimensões de  $8,30 \times 3,00 \times 6,35$  m (comprimento  $\times$  altura  $\times$  largura) para o modelo do trator, e um domínio dimensionado em  $10,50 \times 3,00 \times 6,5$  m (Figura 4) para o caminhão.

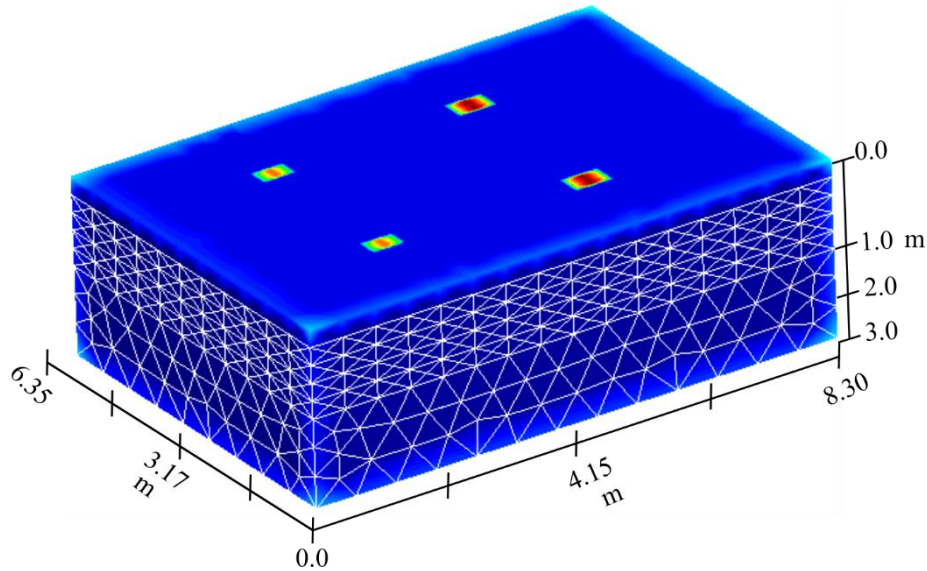
Foram construídas malhas de elementos finitos não estruturadas, empregando elementos tetraédricos de 4 nós para a malha 3D. Para ambos os veículos, foram considerados um refinamento da malha de elementos finitos, em especial nas camadas superficiais (0,0-0,2 m e 0,2-0,4 m), dado que as respostas de compactação tendem a ser mais relevantes, pela distribuição do sistema radicular. O grau de refinamento foi sendo

atenuado fazendo uma transição às camadas inferiores. Este tipo de refinamento é especialmente importante para o modelo 3D, uma vez que contempla elementos tetraédricos em uma malha não estruturada que demanda interpolação dos resultados de tensões dos pontos de Gauss para os nós de intersecção da linha de medidas de tensões com as arestas e faces dos elementos finitos interseccionadas.

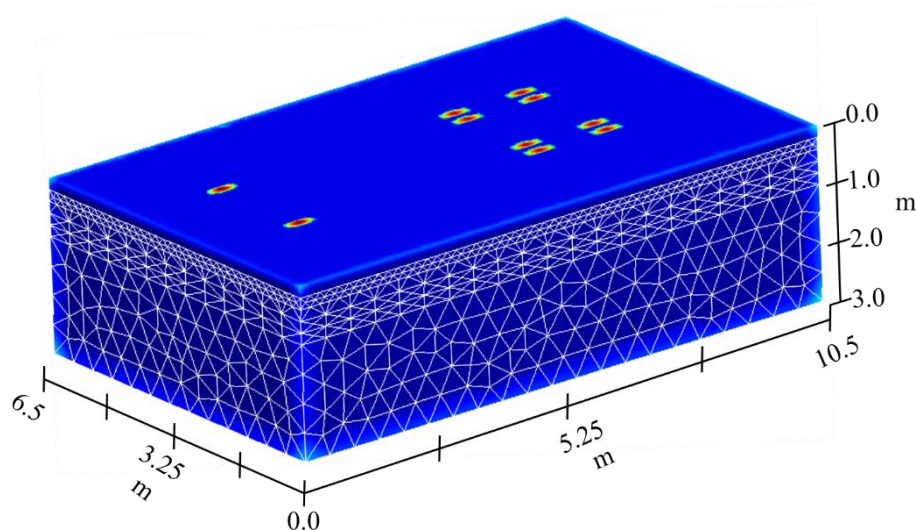


**Figura 3.** Domínio da interface pneu-solo do Trator (a) e Caminhão (b) utilizados nas simulações.

a)



b)



**Figura 4.** Vista da configuração do Trator (a) e Caminhão (b) utilizados nas simulações.

### Relação constitutiva de tensão-deformação

A simulação numérica realizada envolve a resolução do comportamento tensão-deformação do domínio sob a ação de esforços externos (tensões no contato pneu-solo) promovidos pelo carregamento do veículo. O problema mecânico contempla a solução da equação de equilíbrio, relação cinemática (deformação deslocamentos) e relação tensão deformação elastoplástica na qual os vetores de tensões e deformações se relacionam através de um tensor constitutivo elastoplástico. Este tensor é compreendido pelo tensor constitutivo elástico que envolve as propriedades elásticas do material, ou seja, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. O tensor elastoplástico também contempla os



parâmetros do modelo constitutivo elastoplástico empregado e as relações da teoria da plasticidade.

Empregou-se o modelo elastoplástico Cam Clay Modificado (Roscoe e Burland, 1968) e a metodologia adotada foi a mesma apresentada por Silva et al. (2018) e Jimenez et al. (2021). Os valores de  $Cc$  e  $Cs$ , extraídos da curva de compressão do solo, foram usados para calcular os parâmetros  $\lambda$  (inclinação da linha de compressão virgem) e o  $\kappa$  (inclinação da reta de recompressão), usando as relações  $\lambda = Cc/2.3$  e  $\kappa = Cs/2.3$ , respectivamente. A partir do ângulo de atrito interno ( $\varphi$ ) foi calculada a inclinação da linha de estado crítico  $M$  (Eq. 1), enquanto o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), foi calculado com a Eq. 2 (Federico e Elia, 2009). O  $\varphi$  foi assumido como  $30^\circ$  para as camadas de 0,0-0,2 e 0,2-0,4 m, enquanto para as camadas mais profundas,  $\varphi$  foi assumido como  $35^\circ$ , usando como referência os estudos de Poodt et al. (2003) e Schjønning et al. (2021).

$$M = \left( \frac{6 \times \sin(\varphi)}{3 - \sin(\varphi)} \right) \quad (1)$$

$$\nu = \frac{1 - \sin \varphi}{2 - \sin \varphi} \quad (2)$$

**Tabela 3.** Parâmetros do Modelo Cam Clay Modificado utilizados na simulação com elementos finitos.

Camadas (m)	Parâmetros do modelo Cam Clay								
	$\varphi$ (°)	$\kappa$ (-)	$\nu$ (-)	$\Lambda$ (-)	$M$ (-)	$p_o$ (kPa)	$e$ (-)	$n$ (m <sup>3</sup> m <sup>-3</sup> )	$\rho_s$ (Mg m <sup>-3</sup> )
0,00-0,20	30	0,015	0,3326	0,04	1,20	57	0,67	0,40	2,69
0,20-0,40	30	0,039	0,3326	0,04	1,20	85	0,60	0,37	2,71
0,40-0,60	35	0,069	0,2963	0,07	1,43	75	0,57	0,45	2,70
0,60-0,80	35	0,073	0,2963	0,07	1,43	93	0,55	0,33	2,71
0,80-1,00	35	0,082	0,2963	0,08	1,43	100	0,59	0,32	2,71

$\varphi$ : ângulo de atrito interno;  $\kappa$ : inclinação da curva de recompressão;  $\nu$ : coeficiente de Poisson;  $\lambda$ : inclinação da reta de compressão virgem;  $M$ : inclinação da linha de estado crítico;  $p_o$ : tensão de pré-consolidação;  $e$ : índice de vazios;  $n$ : porosidade total;  $\rho_s$ : densidade de partículas.

## **Variáveis avaliadas a partir do modelo**

Com as simulações foram avaliadas a propagação de tensões verticais ao longo do perfil do solo, as alterações das tensões de pré-consolidação e a porosidade total até a profundidade de 100 cm. A propagação de tensões foi avaliada em análise comparativa diretamente abaixo do pneu (gráficos de perfil de propagação), bem como através dos bulbos de tensão nas dimensões paralelas e longitudinais à direção do tráfego (Figura 8). A porosidade total e a tensão de pré-consolidação foram examinadas usando gráficos de propagação de tensão imediatamente abaixo do centro de carregamento dos pneus. Os resultados foram comparados com o estado inicial de porosidade e de tensão de pré-consolidação.

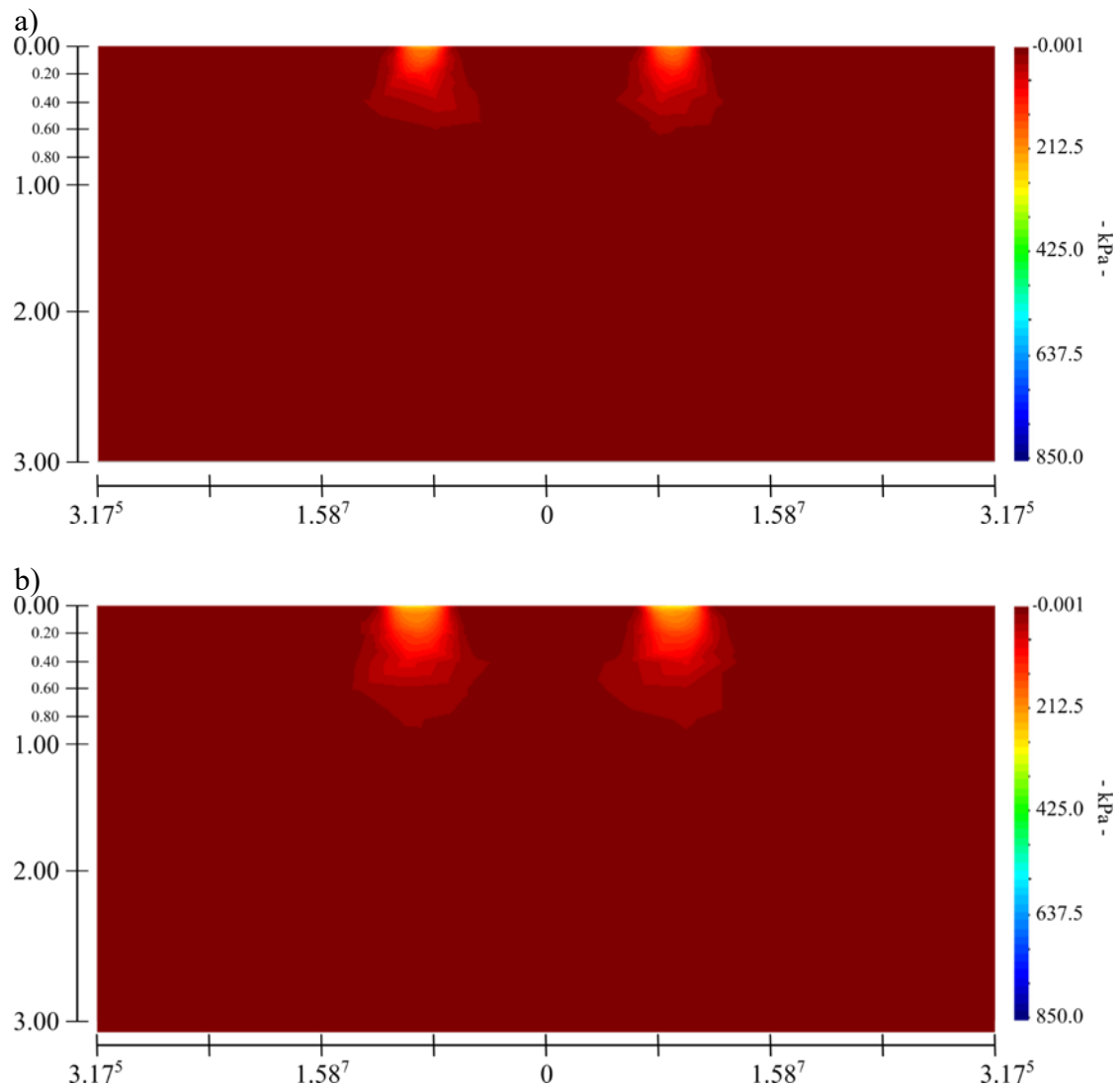
## **Resultados e Discussões**

### **Tensão vertical**

Na Figura 5 são apresentados a distribuição das tensões provocadas pela passagem do eixo dianteiro e traseiro do trator, considerando o solo na umidade na capacidade de campo (Tabela 1). No eixo dianteiro pode-se verificar uma maior concentração de tensões logo embaixo da roda, com tensões na ordem de 240 kPa, com bulbos de tensões se propagando até próximo de 0,60 m de profundidade. Abaixo do centro do eixo dianteiro do trator, região da linha de plantio da cultura não se observa tensões, indicando que neste caso, as tensões se concentram com bulbos de tensões apenas abaixo das rodas.

Para o eixo traseiro do trator, são apresentados a distribuição de tensão vertical, logo embaixo da roda na Figura 5b, com tensões na ordem de 310 kPa na interface pneu-solo, com bulbos de tensões se propagando até próximo de 0,60 m de profundidade. Abaixo do centro do eixo traseiro do trator, região da linha de plantio da cultura não se observa tensões, indicando que neste caso, as tensões se concentram com bulbos de tensões apenas abaixo das rodas.

O pneu traseiro apresenta maior largura que o dianteiro (Tabela 2), porém as tensões se mantiveram maiores que as do eixo dianteiro, pelo aumento da pressão de insuflagem do mesmo, chegando à ordem de 310 kPa na região de interface pneu-solo, isso se dá por carregar 60% do peso do veículo e ser responsável pela tração dos implementos, precisar de uma pressão de insuflagem maior, recomendada pelos fabricantes. A região entre rodas do veículo, onde a planta se desenvolve também não apresentou nenhuma alteração.



**Figura 5.** Variação da tensão vertical no solo das rodas do eixo dianteiro (a) e traseiro (b) do trator até 3,00 m de profundidade.

Jimenez et al. (2021) estudando o mesmo trator Massey Ferguson 4292, também em solos canavieiros, encontrou tensões menores para o pneu traseiro do trator, este fato pode ser explicado pelo aumento da pressão de insuflagem aqui utilizado, 225 kPa (Tabela 2), o que corrobora com diversos autores como Schjønning et al. (2008), Keller Keller (2005) e Way e Kishimoto (2004) que trabalhando com veículos mais leves, obtiveram tensões de até 300 kPa no solo, e também observaram que os pneus transmitiram tensões próximas a pressão de insuflagem (Keller, 2005; Schjønning et al. 2008). Vale lembrar que os fabricantes dos veículos indicam um intervalo de pressão de insuflagem, que pode ser alterado de acordo com a finalidade, implemento a ser utilizado pelo trator.



Silva et al. (2018), Jimenez et al. (2021) estudando o tráfego de veículos utilizados na cultura da cana-de-açúcar, com o mesmo Modelo modelo constitutivo Cam Clay Modificado, em malhas bidimensionais observaram região de encontro de bulbos na linha de plantio na profundidade maiores que 0,40 m, o que provocou aumento da porosidade na região, o que diferencia este trabalho que não foi encontrada tensões em região da entre rodas.

Na Figura 6 são apresentados a distribuição das tensões provocadas pela passagem do eixo dianteiro e traseiro do caminhão tipo cavalo mecânico, considerando o solo na umidade na capacidade de campo (Tabela 1). No eixo dianteiro (Figura 6a) pode-se verificar uma maior concentração de tensões logo embaixo da roda, com tensões na ordem de 820 kPa, com bulbos de tensões se propagando próximo de 0,60 m de profundidade. No centro do eixo dianteiro do caminhão região de plantio da cultura não se observa tensões, indicando neste caso, as tensões se concentram com bulbos de tensões apenas abaixo das rodas.

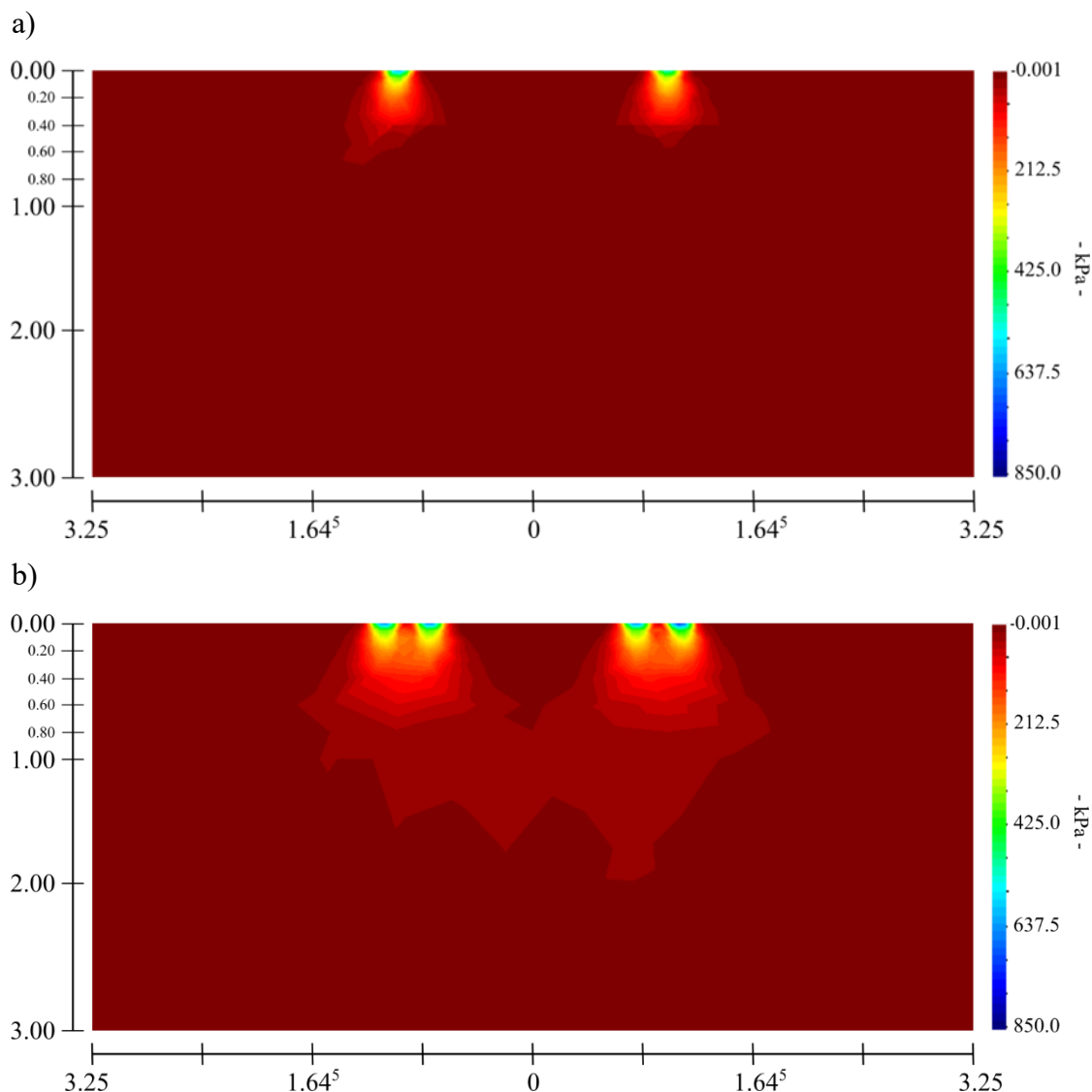
Na Figura 6b são apresentados a distribuição de tensão vertical do eixo traseiro do caminhão, que apresenta rodas em tandem (Tabela 2), que tem a finalidade de diminuir a carga por roda do veículo, as tensões verticais na interface pneu-solo chegam à ordem de 710 kPa na região de interface pneu-solo; na região entre rodas da cultura, onde a planta se desenvolve não apresentou nenhuma alteração na tensão inicial. Embora as tensões provocadas pelo conjunto de pneus traseiros formam um único bulbo se propagando até próximo a 2,00 m de profundidade, essas tensões são extremamente baixas, na ordem de 3 kPa, não alterando nenhuma propriedade do solo, como mostra Figura 8.

O pneu dianteiro do caminhão, apresenta maior carga por roda e maior pressão de insuflagem requerida pelo fabricante, que está de acordo por ser responsável pelas maiores tensões na superfície, em comparação ao pneu traseiro. A maior carga transmite as maiores tensões ao solo o que está de acordo com diversos trabalhos como Keller et al. (2007), Silva et al. (2018) e Jimenez et al. (2019).

Quanto ao centro do eixo traseiro do caminhão não houve qualquer alteração, o que também difere de trabalhos utilizando o MEF 2D realizados por Jimenez et al. (2021) e Silva et al. (2018), onde foram encontradas tensões de tração, o que indica uma expansão do solo na região entre rodas.

A recomendação por diversos autores como Alakukku et al. (2003) e Botta et al. (1999) pode ser aplicada neste caso, que é o controle do peso dos veículos, pois neste estudo, maiores cargas causaram maiores compactações. Diferentes cargas por eixo têm

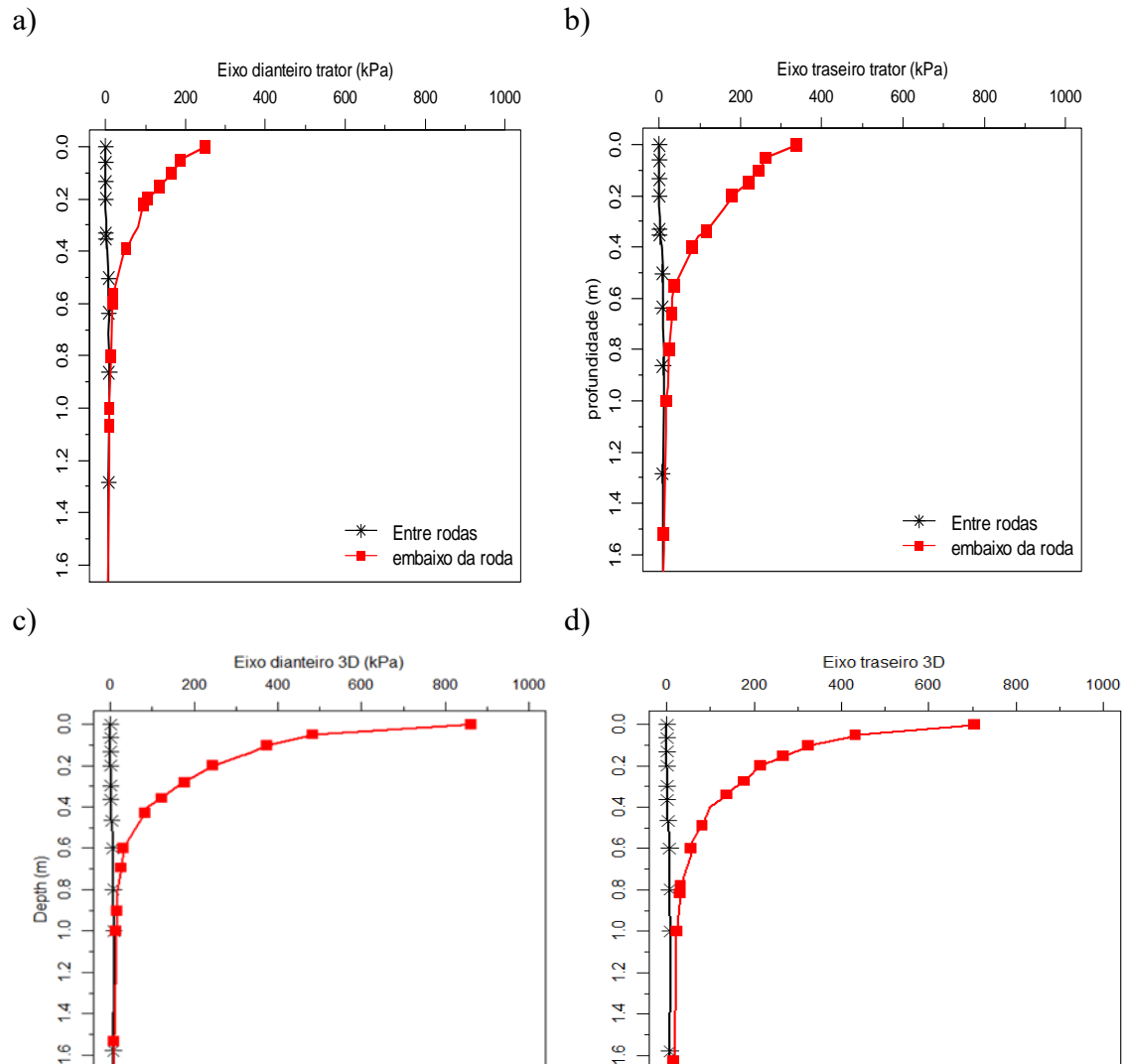
sendo estipuladas para evitar compactação da camada superficial (até 0,3 m), recomendando cargas máximas de 4-6 e 8-10 toneladas para eixos simples e eixos tandem, respectivamente (Alakuko et al., 2003).



**Figura 6.** Variação da tensão vertical no solo das rodas do eixo dianteiro (a) e traseiro (b) do trator até 3,00 m de profundidade.

A Figura 7 mostra de forma mais específica e detalhada a variação de tensão abaixo dos pneus dianteiros e traseiros do trator e caminhão até a profundidade de 1,60 m, onde abaixo desta profundidade não se encontrou nenhum tipo de alteração na tensão vertical. Pode-se notar que independente da carga por roda, a propagação de tensão foi em torno dos 60 cm para todos os eixos estudados. A roda dianteira e traseira do trator (Figura 7a e 7b), mostra alteração de tensão até profundidade 0,40 m, com tensões da ordem de 100 kPa em 0,30 m, chegando a zero até 0,4 m.

As rodas duplas do eixo traseiro do caminhão (Figura 7d) transmitem tensões até a profundidade de 0,80m, caindo de forma acentuada. A roda dianteira do caminhão (Figura 7c) transmitem tensões até 1 metro de profundidade, caindo de forma bem acentuada novamente.

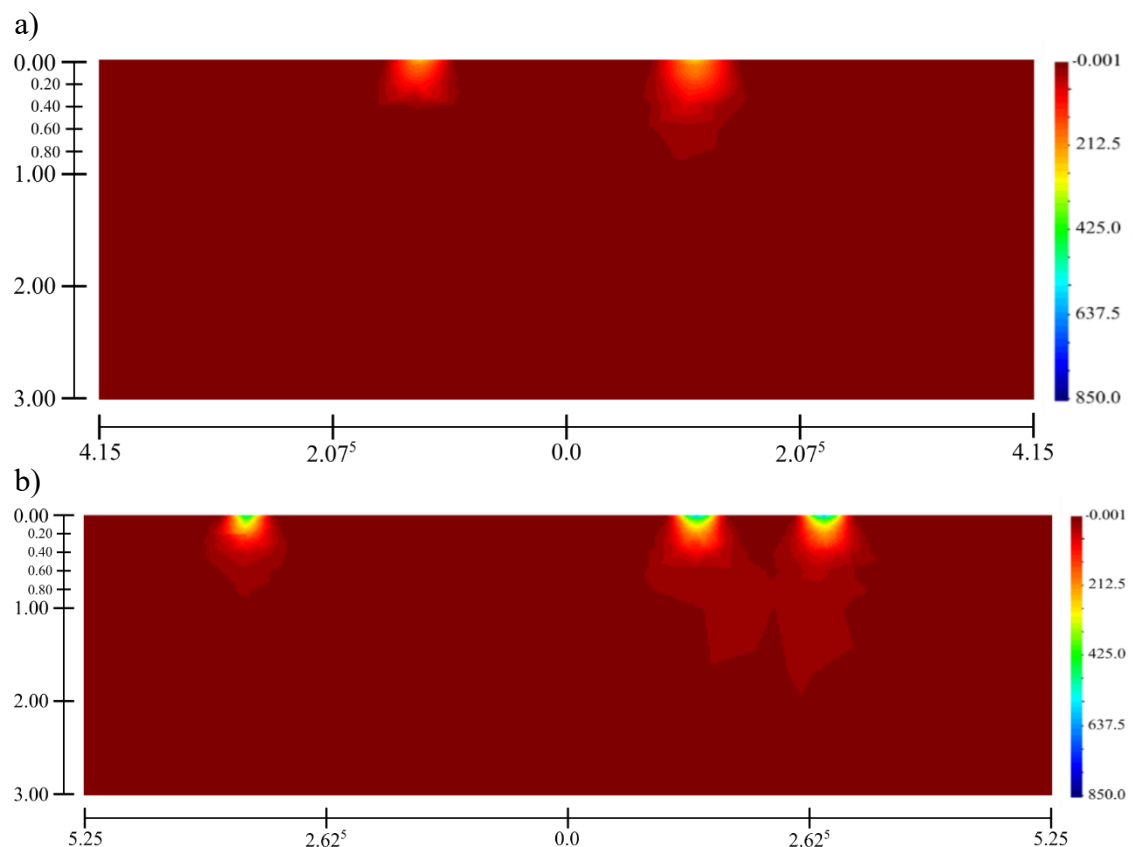


**Figura 7.** Tensões verticais transmitidas ao solo para a roda dianteira (a), e traseira do trator (b), e para a roda dianteira (c), e traseira do caminhão (d), bem como no meio do eixo.

A modelagem 3D aqui apresentadas, difere dos resultados obtidos por Jimenez et al. (2021), Silva et al. (2018) e Lozano et al. (2013) que se encontraram tensões maiores, na ordem de 100 kPa até 1,0 m de profundidade. O fato das cargas por roda (Tabela 3) serem menores no eixo traseiro do caminhão, faz com que a pressão de insuflagem recomendada diminua e, conseqüentemente, as pressões de contato também, diminuindo assim o risco de compactação (Arvidsson et al., 2004).

Mion et al. (2017), Raper et al. (2005), Keller (2005), Schjønning et al. (2008) encontraram tensões na superfície do solo aproximadamente iguais às pressões de inflação dos pneus. As maiores pressões causaram as maiores deformações no solo provocadas pela diminuição da área de contato pneu-solo. A diminuição de pressão interna dos pneus pode ser uma alternativa para evitar a compactação em veículos menores. Keller et al. (2007), afirma que essa alternativa só serve para veículos leves e pequenos como o trator.

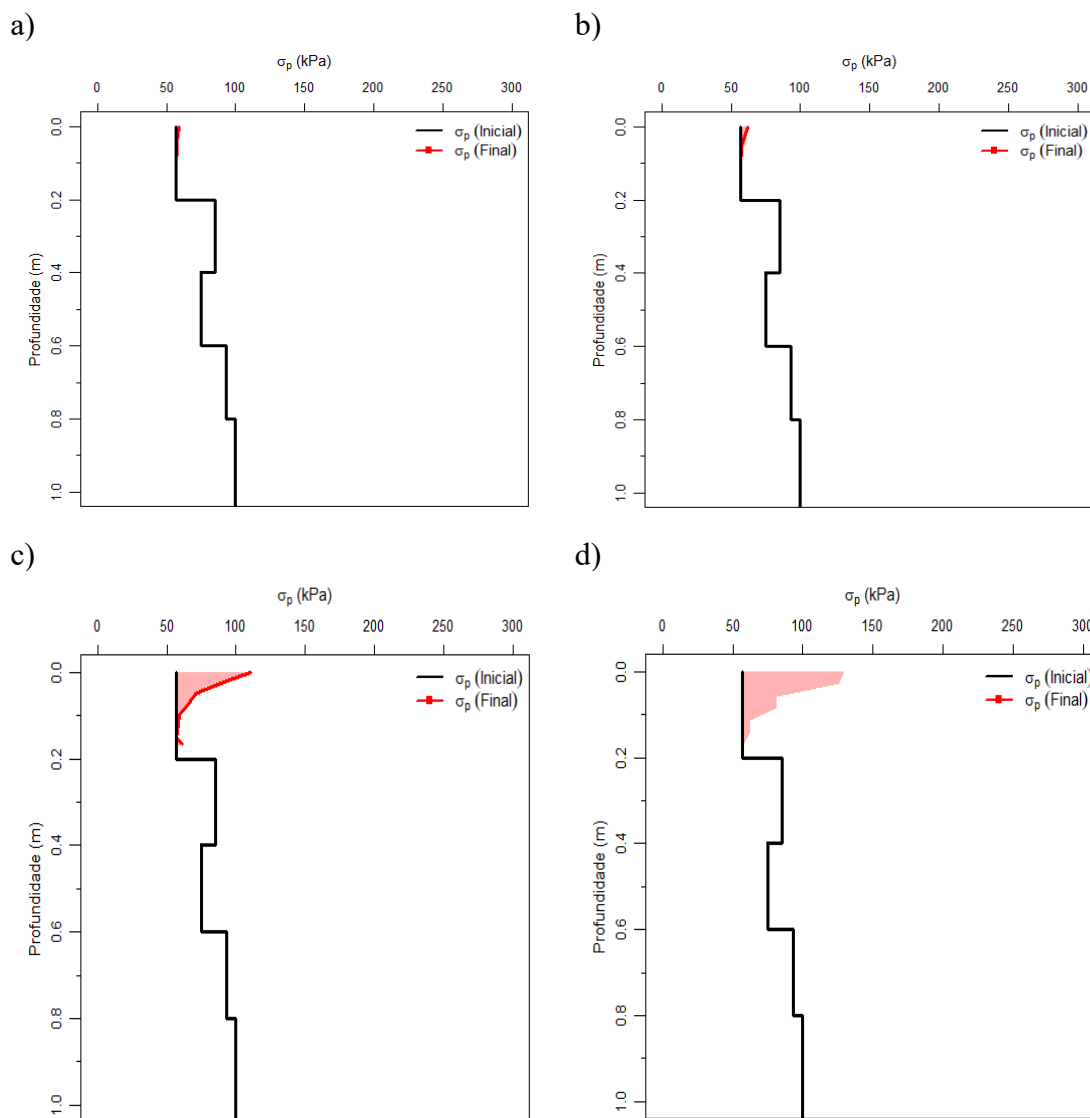
Uma das grandes limitações tanto dos modelos pseudo-analíticos, quanto dos numéricos apontadas por diversos autores como Keller et al. (2007) e Keller et al. (2019) é a suposta interação entre o peso dos pneus dianteiros e traseiros podendo formar um único bulbo de tensões. Com isto a modelagem 3D aqui apresentanda mostrada na Figura 8a observação transversal do trator e e na Figura 8b do caminhão. Foi possível observar na Figura 8 que não há interação entre as rodas dianteiras e traseiras dos veiculos em estudo.



**Figura 8.** Seção longitudinal (do contato pneu-solo) das tensões verticais transmitidas ao solo pelos dois eixos do trator (a) e do caminhão (b), até 3,00 m de profundidade.

### Tensão de pré-consolidação

A Figura 9a mostra a alteração da tensão de pré-consolidação para o eixo dianteiro do trator e a Figura 9b para o eixo traseiro do mesmo veículo. A linha de cor preta representa a tensão de pré-consolidação inicial, de 57 kPa na camada de 0,0-0,20 m, que foi encontrada no solo, em campo e a de cor vermelha sua alteração na passagem dos veículos. A alteração da tensão de pré-consolidação do solo na umidade equivalente a capacidade de campo para o tráfego no eixo dianteiro e traseiro do trator (Figura 9a b) foram muito semelhante e extremamente pequenas, quase imperceptível, o que indica que a compactação adicional para o trator foi quase insignificante.



**Figura 9.** Tensão de pré-consolidação nos eixos dianteiro (a) e traseiro (b) do trator e do traseiro (c) e dianteiro do caminhão.

Na Figura 9c mostra a alteração da tensão de pre-consolidação do eixo traseiro do caminhão. A tensão de pre-consolidação passou de 57 para 110 kPa. A Figura 9d mostra a alteração da tensão de pré-consolidação para a passagem do eixo dianteiro do caminhão, o qual possui o maior peso por roda. No eixo dianteiro a tensão passou de 57 para 130 kPa. Em nenhum caso estudado foi possível notar compactação abaixo da camada de 0-0,20 m do solo, mesmo em veículos mais pesados como o caminhão. Este fato pode ser explicado pelo excesso de areia na camada de 0-20 cm, que para diversos autores dificultam a transmissão de tensão para camadas mais profundas aumentando a densidade aparente ou diminuindo de teor de umidade aumenta a resistência do solo à penetração (Cullet, 1993).

As pequenas alterações da compactação dos pneus do trator, corrobora com o trabalho de Zhao e Zang (2014) utilizando modelos 3D com foco na interação pneu-solo, encontrou deformações extremamente pequenas na ordem de 3,6 mm, os autores entenderam que para materiais mais arenosos e veículos mais leves como o trator a deformação do solo tende a ser menor.

Como o presente estudo não observa alteração na região de plantio, entre as rodas o controle de tráfego seria uma excelente opção para evitar a compactação. Braunack et al. (2006) e Braunack e McGarry (2006) observaram melhorias na qualidade física do solo na região da soqueira, com emprego de sistema de manejo com controle de tráfego agrícola, em área cultivada com cana-de-açúcar na Austrália, em comparação ao manejo sem controle de tráfego.

Verifica-se na Figura 9, que o trator é o veículo que menos compacta o solo, quando comparados com o caminhão. A combinação de menores pressões de insuflagem, menores cargas por roda e maior largura dos pneus do trator tiveram como resultado as menores pressões de contato na superfície do solo. Os resultados de pressões de contato obtidos para os dois veículos simulados serem próximos a pressão de insuflagem estão em concordância com as pesquisas sobre transmissão de tensões ao solo de vários pesquisadores (Alakukku et al. (2003); Schjønning e Lamandé, (2010); Arvidsson e Keller, (2007)).

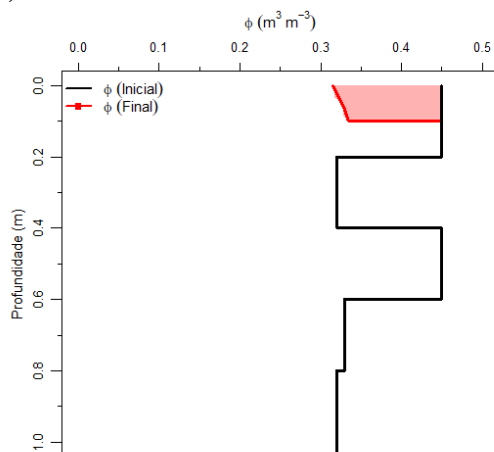
## **Porosidade**

A Figura 10 mostra a alteração de porosidade para todos os eixos estudados, a linha de cor preta representa a porosidade inicial de 45% assim que o solo foi preparado, sendo igual para todos os casos e a linha de cor vermelha sua alteração na passagem do veículo.

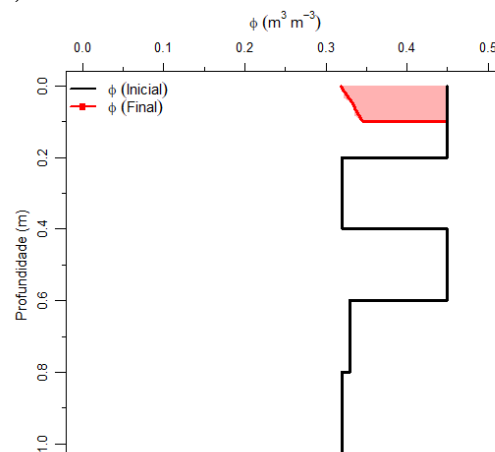
A Figura 10a e 10b mostra a alteração na passagem do eixo dianteiro e traseiro do trato respectivamente. Os dois eixos do trator alteram a porosidade de 45% para em torno de 32% na hora da passagem das rodas. No contato do pneu dianteiro e traseiro do trator houve um decréscimo da porosidade até à profundidade de 0,10 m para ambos. O peso aplicado a cada roda e a largura por roda aparentemente não influenciou a alteração da porosidade no caso do trator, pois na Figura 8, observa-se que a compactação adicional para o trator foi extremamente pequena, em torno de 10 kPa para mais do estado inicial.

A Figura 10 c mostra a alteração de porosidade na passagem do eixo dianteiro do caminhão canavieiro, a alteração da porosidade inicial ocorreu até 0,2 m de profundidade, no qual saiu dos 45% para os 29%, o caminhão, representa maior alteração de porosidade em comparação com o trator, entretanto, na linha do cultivo de, não houve uma alteração da porosidade. A Figura 10d mostra a alteração de porosidade na passagem do eixo traseiro do caminhão canavieiro, a alteração da porosidade inicial ocorreu até 0,17 m de profundidade, no qual saiu dos 45% para os 29%.

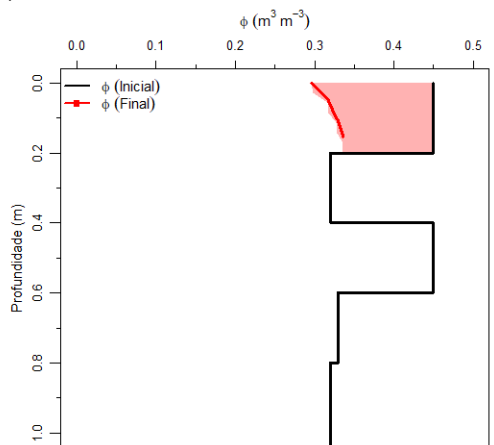
a)



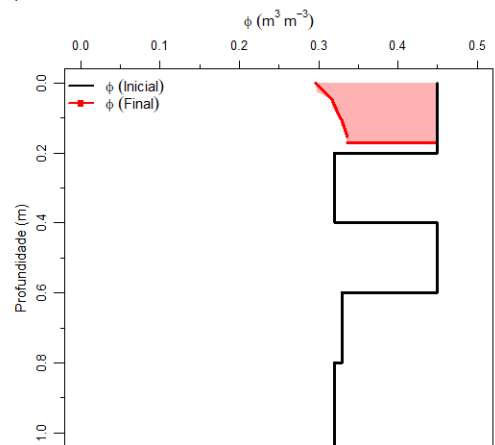
b)



c)



d)



**Figura 10.** Variação da porosidade abaixo do pneu dianteiro (a) e traseiro (b) do trator e abaixo do pneu dianteiro (a) e traseiro (b) do caminhão.

As maiores reduções de porosidade ocorreram nos veículos de maiores cargas por roda, como é o caminhão, estes resultados corroboram com os trabalhos de Laclau e Laclau (2009) e Souza et al. (2014), onde maiores cargas levam a maior redução da porosidade. Estes mesmos autores afirmam que as reduções na porosidade total restringiram severamente o desenvolvimento da raiz da cana-de-açúcar e que os sistemas de gestão com controle de tráfego levaram a um aumento da produtividade da cana-de-açúcar em 18%.

Trabalhos como Silva et al. (2018) e Jimenez et al. (2021) mostram aumento da porosidade na região de plantio o que não é possível observar na modelagem 3D. Trabalhos com malhas bidimensionais superestimam tensões em profundidade e região entre rodas.

## **Conclusões**

A modelagem 3D mostra que independente do peso ou configuração de roda as alterações permanentes do solo não ultrapassam 0,20 m.

Há redução da porosidade em todos os casos estudados.

A alteração de tensão de pré-consolidação foi maior para os pneus dianteiros do caminhão.

O modelo testado não apresenta alteração na região entre rodas.

O caminhão foi o veículo que mais compactou o solo.

As rodas dianteiras e traseiras do trator não aparentam se diferir entre si em nível de comparação.

As tensões produzidas pelo trator se aproximou a pressão de insuflagem

## **Referências bibliográficas**

Alakukku, L., Weisskopf, P., Chamen, W. C. T., Tijink, F. G. J., Van Der Linden, J. P., Pires, S., Sommer, C., Spoor, G. (2003). Prevention strategies for field traffic-induced subsoil compaction: a review. Part 1. Machine/soil interactions. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 45-160.



- Arvidsson, J., Keller, T., Gustafsson, K. (2004). Specific draught for mouldboard plough, chisel plough and disc harrow at different water contents. *Soil and Tillage Research*, v. 79, p. 221-231.
- Arvidsson, J., Keller, T. (2007). Soil stress as affected by wheel load and tyre inflation pressure. *Soil and Tillage Research*, v. 96, p. 284-291.
- Braunack, M. V., Arvidsson, J., Hakansson, I. (2006). Effect of harvest traffic position on soil conditions, and sugarcane (*Saccharum officinarum*) response to environmental conditions in Queensland, Australia. *Soil and Tillage Research*, v. 89, p. 103-121.
- Braunack, M. V., McGarry, D. (2006). Traffic control and tillage strategies for harvesting and planting of sugarcane (*Saccharum officinarum*) in Australia. *Soil and Tillage Research*, v. 89, p. 86-102.
- Botta, G. G.; Jorajuria, C. D., Draghi, T. (1999). Soil compaction during secondary tillage traffic. *Agro-Ciencia*, v. 15, p. 139-144.
- Boussinesq, J. (1885). *Application des Potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Paris: Gauthier-Villars.
- Camilotti, F., Andrioli, I., Dias, F. L., Casagrande, A. A., Silva, A. R. D., Mutton, M. A., Centurion, J. F. (2005). Efeito prolongado de sistemas de preparo do solo com e sem cultivo de soqueira de cana crua em algumas propriedades físicas do solo. *Engenharia Agrícola*, v. 25, p. 189-198.
- Chamen, T. W. C., Moxey, A. P., Towers, W., Balana, B., Hallett, P. D. (2015). Mitigating arable soil compaction: a review and analysis of available cost and benefit data. *Soil and Tillage Research*, v. 146, p. 10-25.
- Chi, L., Tessier, S., McKeyes, E., Lague, C. (1993b). Modelling mechanical behaviour of agricultural soils. *Trans. ASAE* 36 (6), p. 1363-1370.
- Cueto, O. G., Coronel, C. E. I., Bravo, E. L., Morfa, C. A. R., Suárez, M. H. (2016). Modelling in FEM the soil pressures distribution caused by a tyre on a rhodic ferralsol soil. *Journal of Terramechanics*, v. 63, p. 61-67.
- Cullet, J. L. B. (1993). *Density and Compressibility, Soil Sampling and Method of Analysis*, Boca Raton Florida: Canadian Society of Soil Science.
- Defossez, P., Richard, G., Boizard, H., O'Sullivan, M. F. (2003). Modeling change in soil compaction due to agricultural traffic as function of soil water content. *Geoderma*, v. 116, p. 89-105.

- Defosse, P., Richard, G. (2002). Models of soil compaction due to traffic and their evaluation. *Soil and Tillage Research*, v. 67, p. 41-64.
- Diserens, E. (2009). Calculating the contact area of trailer tyres in the field. *Soil and Tillage Research*, v. 103, p. 302-309.
- Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (EMBRAPA). Manual de métodos de análise de solo. 3ª Edição, Brasília, p. 573, 2017.
- Federico, A., Elia, G. (2009). At-rest earth pressure coefficient and Poisson's ratio in normally consolidated soils. In 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Newcastle University.
- Frohlich, O. K. (1934). *Druckverteilung im Baugrunde (Pressure Distribution in Soil Foundation)*. Springer, Wien, p. 178.
- Gee, G. W., Or, D. (2002). Particle size analysis. In: Dane, J. H. Topp, G. C. Methods of soil analysis. Physical methods. Madison, Soil Science Society of America 599 (Part4), p. 255-293.
- Geuzaine, C., Remacle, J. F. (2009). Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 79, p. 1309-1331.
- Gysi, M., Maeder, V., Weisskopf, P. (2001). Pressure distribution underneath tires of agricultural vehicles. *Transactions of the ASAE*, v. 44, p. 1385.
- Hallonborg, U. (1996). Super ellipse as tyre-ground contact area. *Journal of Terramechanics*, v. 33, p. 125-132.
- Hamza, M. A., Anderson, W. K. (2005). Soil compaction in cropping systems: A review of the nature, causes and possible solutions. *Soil and Tillage Research*, v. 82, p. 121-145.
- Jimenez, K. J., Rolim, M. M., Gomes, I. F., de Lima, R. P., Berrio, L. L. A., Ortiz, P. F. (2021). Numerical analysis applied to the study of soil stress and compaction due to mechanised sugarcane harvest. *Soil and Tillage Research*, v. 206, p. 104847
- Lamandé, M., Schjønning, P. (2017). Soil mechanical stresses in high wheel load agricultural field traffic: A case study. *Soil Research*, v. 56, p. 129-135.
- Lamandé, M., Schjønning, P. (2011). Transmission of vertical stress in a real soil profile. Part II: effect of tyre size, inflation pressure and wheel load. *Soil and Tillage Research*, v. 114, p. 71-77.

- Liu, C. H., Wong, J. Y. (1996). Numerical simulations of tire-soil interaction based on critical state soil mechanics. *Journal of Terramechanics*, v. 33, p. 209-221.
- Lozano, N., Rolim, M. M., Oliveira, V. S., Tavares, U. E., Pedrosa, E. M. R. (2013). Evaluation of soil compaction by modeling field vehicle traffic with SoilFlex during sugar cane harvest. *Soil and Tillage Research*, v. 129, p. 61-68.
- Macedo, V. R. M., Silva, A. J. N., Cabeda, M. S. V. (2010). Compressibilidade de um Argissolo Vermelho fisicamente degradado e recuperado. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 14, p. 812-818.
- Mion R. L., Holanda A. S., Barroso S. H., Silva, S. A. T. (2017). Tensões aplicadas no solo pelas diferentes pressões do pneu de um trator agrícola. *Journal of the Brazilian Association of Agricultural*, v. 36, p. 63-77.
- Moslem, N., Hossein, G. (2014). Numerical simulation of tire/soil interaction using a verified 3D finite element model. *J. Cent. South Univ*, v. 21, p. 817-821.
- Nasiri, M., Mahmoud, S., Modarres, A. M. (2013). Determination of agricultural soil compaction affected by tractor passing using 3D finite element. *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, v. 15, p. 11-16.
- Pacheco Silva, F. (1970). A new graphical construction for determination of the preconsolidation stress of a soil sample. *Brazilian Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Rio de Janeiro, v. 2, p. 225-232.
- Poodt, M. P., Koolen, A. J., Van der Linden, J. P. (2003). FEM analysis of subsoilreaction on heavy wheel loads with emphasis on soil preconsolidation stress and cohesion. *Soil and Tillage Research*, v. 73, p. 67-76.
- Raper, R. L. (2005). Agricultural traffic impacts on soil. *Journal of Terramechanics*, v. 42, p. 259-280.
- Laclau, P. B., Laclau, J. P. (2009). Growth of the whole root system for a plant crop of sugarcane under rainfed and irrigated environments in Brazil. *Field Crops Research*, v. 114, p. 351-360.
- Keller, T., Sandin, M., Colombi, T., Horn, R., Or, D. (2019). Historical increase in agricultural machinery weights enhanced soil stress levels and adversely affected soil functioning. *Soil and Tillage Research*, v. 194, p.104293.
- Keller, T., Berli, M., Ruiz, S., Lamandé, M., Arvidsson, J., Schjønning, P., Selvadurai, A. P. (2014). Transmission of vertical soil stress under agricultural tyres: Comparing measurements with simulations. *Soil and Tillage Research*, v. 140, p. 106-117.

- Keller, T., Lamandé, M. (2010). Challenges in the development of analytical soil compaction models. *Soil and Tillage Research*, v. 111, p. 54-64.
- Keller, T., Defosse, P., Weisskopf, P., Arvidsson, J., Richard, G. (2007). SoilFlex: A model for prediction of soil stresses and soil compaction due to agricultural field traffic including a synthesis of analytical approaches. *Soil and Tillage Research*. v. 93, p. 391.
- Keller, T. (2005). A model to predict the contact area and the distribution of vertical stress below agricultural tyres from readily available tyre parameters. *Biosystems Engineering*, v. 92, p. 85-96.
- Kirby, J. M., Blunden, B. G., Trein, C. R. (1997). Simulating soil deformation using a critical-state model: II. Soil compaction beneath tyres and tracks. *European Journal of Soil Science*, 48, p. 59-70.
- Roscoe, K., Burland, J. B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. *Engineering plasticity*, p. 535-609.
- Silva, R. P., Rolim, M. M., Gomes, I. F., Pedrosa, E. M. R., Tavares, U. E., Santos, A. N. (2018). Numerical modeling of soil compaction in a sugarcane crop using the finite element method. *Soil and Tillage Research*, v. 181, p. 1-10.
- Silva, A. R., Lima, R. P. (2015). Soilphysics: Na R package to determine soil preconsolidation pressure. *Computer e Geosciences*, v. 84, p. 54-60.
- Söhne, W. (1953). Distribution of pressure in the soil and soil deformation under tractor tires. *Landtech*, v. 5, p. 49-59.
- Souza, G. S. D., Souza, Z. M. D., Silva, R. B. D., Barbosa, R. S., Araújo, F. S. (2014). Effects of traffic control on the soil physical quality and the cultivation of sugarcane. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, v. 38, p. 135-146.
- Schjønning, P., Lamandé, M., Tøgersen, F. A., Arvidsson, J., Keller, T. (2008). Modelling effects of tyre inflation pressure on the stress distribution near the soil-tyre interface. *Biosystems Engineering*, v. 99, p. 119-133.
- Schjønning, P. (2021). Topsoil shear strength-Measurements and predictions. *Soil and Tillage Research*, v. 212, p. 105049.
- Teixeira, P. C., Donagemma, G. K., Fontana, A., Teixeira, W. G. (2017). *Manual de métodos de análise de solo*. Brasília: Embrapa, p. 573.
- Way, T. R., Kishimoto T. (2004). Interface pressures of a tractor drive tyre on structured and loose soils. *Biosystems Engineering*, v. 87, p. 109-120.

Wulfsohn, D., Upadhyaya, S. K. (1992). Determination of dynamic three-dimensional soil tyre contact profile. *Journal of Terramechanics*, v. 29, p. 433-464.

Zhao, C., Zang, M. (2014) Analysis of rigid tire traction performance on a sandy soil by 3D finite element–discrete element method. *Journal of Terramechanics*, v. 55, p. 29-33.