**Robert Allyson Cavalcante Pinto**

# GeoGebra como andaime: uma experiência na resolução de problemas de Geometria

**Recife PE**
**2019**

**Universidade Federal Rural de Pernambuco**

**Unidade Acadêmica de Educação a Distância e Tecnologia**

**Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação**

**Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância**

# GeoGebra como andaime: uma experiência na resolução de problemas de Geometria

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância como exigência parcial à obtenção do título de Mestre em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância.

**Linha de Pesquisa:** Tecnologia

**Orientador:** Prof. Dr. Rodrigo de Souza

**Recife PE**
**2019**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P659g PINTO, ROBERT
GEOGEBRA COMO ANDAIME: UMA EXPERIÊNCIA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRI / ROBERT PINTO. - 2019.
125 f.

Orientador: Rodrigo de Souza.
Inclui referências e apêndice(s).

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância, Recife, 2019.

1. Ensino de Matemática. 2. Tecnologias Educacionais. 3. Zona de Desenvolvimento Proximal. 4. GeoGebra. I. Souza, Rodrigo de, orient. II. Título

CDD 371.39442

**Universidade Federal Rural de Pernambuco**

**Unidade Acadêmica de Educação a Distância e Tecnologia**

**Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação**

**Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância**

# GeoGebra como andaime: uma experiência na resolução de problemas de Geometria

Robert Allyson Cavalcante Pinto

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância, defendida e aprovada por unanimidade em 28/08/2019 pela Banca Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Rodrigo Nonamor Pereira Mariano de Souza
Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância - UFRPE

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Sônia Virgínia Alves França
Membro Interno – Programa de Pós-Graduação em Tecnologia e Gestão em Educação a Distância - UFRPE

Prof. Dr. Jorge da Silva Correia Neto
Membro Externo – UAEADTEC UFRPE

Dedico este trabalho a minha esposa, Eloane Coimbra Lima, pelo sincero amor paciência e apoio aos meus sonhos.

Aos meus pais, Benedito Pinto (*in memoriam*) e Maria do Rosário, pelo exemplo de luta, honestidade e dedicação. Aos meus irmãos José Messias e Raffael Esdras. Aos meus filhos, Elorrayna Coimbra e Alyson Pinto, pelo amor incondicional e pela espera de mais um dia longe do papai.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me conduzido a mais uma graduação, e por ter me proporcionado um percurso de alegrias e grandes conquistas nesta caminhada de conhecimento, tendo me concedido a graça de concluí-la.

A minha esposa, por seu amor, companheirismo e, principalmente, por sua paciência e apoio durante todo processo acadêmico da graduação. Aos meus filhos, presente de Deus, pela compreensão e amor.

Aos meus pais e irmãos, que sempre me apoiaram, torceram pelo meu sucesso e acreditaram em meu potencial.

A toda minha família, cunhada, tios, sobrinhos, sogra, primos e também aos amigos, pois, nos momentos mais difíceis deste percurso, sempre estiveram presentes para ajudar.

A meu orientador Dr. Rodrigo de Souza pelo sincero compromisso em repassar o que de melhor estava em seu alcance, por ter compreendido o meu momento de fragilidade.

# RESUMO

Apresentamos uma reflexão sobre o uso da ferramenta GeoGebra e da metodologia de resolução de problemas no contexto do ensino de Geometria nos níveis fundamental e médio. Nesse sentido, promovemos experiências com a ferramenta, nas quais enfatizamos a constituição da autonomia do discente. Nossa proposta consiste em estimular a resolução de problemas de Geometria através de atividades implementadas na plataforma, que chamamos de resoluções guiadas. Uma resolução guiada é uma sequência de passos ou construções geométricas apresentadas de forma incremental, e documentadas com indicações elaboradas pelo docente. Sua finalidade é estimular o estudante a construir a prova de forma autônoma, com algum apoio. O principal fundamento teórico dessa proposta é o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, oriundo da teoria sociointeracionista de L. Vygotsky. Realizamos intervenções em laboratório de informática com trinta discentes do 9ª ano do ensino fundamental e do 1ª ano do ensino médio de uma escola particular no município de Teresina – PI. Através da aplicação de questionários e de observação participante, pudemos concluir que ambas as turmas evoluíram na capacidade de resolução das atividades propostas, mesmo em papel, após o uso da ferramenta. Depreende-se que a ferramenta GeoGebra tem grande potencial mediador na relação discente – docente e discente – conteúdo, adequa-se bem à metodologia de resolução de problemas, e pode ser explorado para a construção da autonomia discente.

**Palavras-chave: ensino de Matemática; tecnologias educacionais; zona de desenvolvimento proximal; GeoGebra**

## ABSTRACT

We present a reflection on the use of the GeoGebra tool and the problem solving methodology in the context of teaching of geometry at the fundamental and middle levels. In this sense, we promote experiences with the tool where student autonomy in encouraged. Our proposal is based on the resolution of geometry problems through activities implemented on the platform, which we call guided resolutions. A guided resolution is a sequence of steps or geometric constructions presented incrementally, and documented with suggestions prepared by the teacher. Its purpose is to encourage the student to build the resolution autonomously, with some support. The main theoretical foundation of this proposal is the concept of the Proximal Development Zone, derived from L. Vygotsky's social interactionist theory. We performed interventions in a computer lab with thirty students from the 9th grade of elementary school and the 1st grade of a private school in the municipality of Teresina - PI. Through the application of questionnaires and participant observation, we concluded that both classes evolved in the ability to solve the proposed activities, even on paper, after the use of the tool. It appears that the GeoGebra tool has great mediating potential in the student - teacher and student - content relationship, fits well with the problem solving methodology, and can be explored for the construction of student autonomy.



**Keywords: math teaching; educational technologies; zone of proximal development; Geogebra**

## LISTA DE FIGURAS

# LISTA DE TABELAS

# LISTA DE GRÁFICOS

# LISTA DE SIGLAS

| | |
|---|---|
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| BNCC | Base Nacional Comum Curricular |
| EAD | Educação a Distância |
| FGD | Ferramenta de Geometria Dinâmica |
| GNU | General Public Licence |
| IDEB | Índice de Desenvolvimento da Educação Básica |
| MEC | Ministério da Educação |
| OCDE | Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico |
| PCN | Plano Curricular Nacional |
| PISA | Programa Internacional de Avaliação dos Alunos |
| PROFMAT | Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional |
| RP | Resolução de Problemas |
| SAEB | Sistema de Avaliação da Educação Básica |
| STI | Sistemas de Tutores Inteligentes |
| TIC | Tecnologia de Informação e Comunicação |
| UFRPE | Universidade Federal Rural de Pernambuco |
| ZDP | Zona de Desenvolvimento Proximal |
| OPV | Ângulos Opostos pelo Vértice |
| I.E. ROGERS | Instituto Educacional Rogers |

## SUMÁRIO

# 1. INTRODUÇÃO

A respeito da Educação, Nóbrega e Castro (1980) aduzem:

> Educar não diz respeito a somente transmitir conhecimentos ou soluções culturais acumuladas. Educar, em seu sentido originário e radical diz EX- para fora e DUCERE conduzir. Logo, educar é conduzir para fora o ser humano e não levar para dentro conhecimentos externos. (...) é fazer desabrochar em plenitude cada ser humano (NÓBREGA; CASTRO, 1980, p. 75).

Como a atividade de educar se enquadra na Sociedade da Informação de nossos dias? Hoje quase todos possuem acesso às diversas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), e ao propor esta pesquisa, buscamos compreender até que ponto essas tecnologias melhoram a qualidade do processo de ensino-aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e eficiente, em um contexto fundamental da sociedade contemporânea: o ensino de Matemática.

As inovações no mundo da Ciência têm gerado reflexões sobre a função da escola, seu papel como fio condutor da história, sua relação com o processo produtivo. Assim, atualmente, não se concebe a escola como local de transmissão de conteúdo, mas como espaço onde se trabalha a construção da subjetividade dos alunos, de maneira que os mesmos tenham estratégias e recursos para interpretar e venham a ser sujeitos de sua própria história. A prática docente também não se faz mais individualizada ou isolada, mas através de um ato coletivo entre pessoas. Brandao (1981) afirma que o ator no processo educativo "ensina e aprende", ou ainda "lado a lado se ensina e de lado a lado se aprende".

O ensino da Matemática é um dos mais influenciados por esse cenário. Nessa perspectiva, as TICs são hoje indispensáveis no ambiente educacional, e podem eliminar barreiras no processo da aprendizagem e do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, processo cognitivo que deve ser percebido pela escola e pelo docente como fundamental para relacionar-se com o mundo.

A inovação no contexto do ensino de Matemática, especialmente na educação básica, é, portanto, um tema no centro dos esforços de educadores e líderes das sociedades educacionais brasileiras. Nessa linha, reflexões e estudos acerca da adoção de novas tecnologias digitais voltadas para o ensino de Matemática firmam-se como tópico fundamental na literatura pedagógica.

O desenvolvimento desses recursos tecnológicos vem se intensificando nos últimos anos. Dentre as diversas opções disponíveis, a ferramenta GeoGebra ganhou forte proeminência e vem sendo objeto de estudos e de extensões em razão de sua flexibilidade, estabilidade, riqueza visual, recursos e facilidade de uso. Iniciada em 2001 por Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg, o GeoGebra conta hoje com uma comunidade global de desenvolvedores e usuários. É disponibilizada livremente via navegador ou aplicativo, ambos disponíveis em https://www.geogebra.org/ nos termos da licença GNU General Public Licence.

Segundo Lamas (2017), o GeoGebra aplica-se ao ensino de Matemática em níveis diversos, abordando conteúdos de Geometria, Álgebra, Cálculo, Probabilidade, Estatística e cálculos simbólicos em um pacote único e de fácil manuseio. É um dos mais completos pacotes de Matemática Dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. É, todavia, na Geometria, tópico abordado nesta dissertação, que a ferramenta GeoGebra mostra sua maior vocação, proporcionando a elaboração de atividades dinâmicas e visualmente atraentes.

O GeoGebra vem sendo utilizado por docentes de todas as séries como instrumento de mediação pedagógica, criando um ambiente interativo que proporcione aos discentes uma aprendizagem mais interessante, concreta e investigativa, ajudando-os a superar as principais dificuldades encontradas na aquisição de conceitos abstratos da Matemática. A mediação pedagógica proporcionada pelo GeoGebra no ensino da Geometria potencializa a aquisição do conhecimento geométrico, bem como das motivações que o envolvem. O GeoGebra como apoio ao discente, como *andaime*[1], pode servir também ao docente no desenvolvimento de práticas reflexivas na educação e, consequentemente, na construção de novas estratégias e abordagens de ensino.

Nessa linha, diversas dissertações de mestrado foram produzidas no Brasil, especialmente no programa PROFMAT (http://www.profmat-sbm.org.br/), que exploram o uso do GeoGebra como instrumento de mediação pedagógica para a realização de construções geométricas e assim fixação de conceitos de

[1] O termo *andaime* no contexto da Pedagogia foi proposto por Wood, Bruner e Ross (1976) e é matéria de ampla discussão. Esse conceito, que tem como base a teoria vygotskiana de Zona de Desenvolvimento Proximal, é primordial em nossa proposta. Ele é melhor conhecido na literatura em língua inglesa (“scaffolding”) do que no Brasil, e será discutido mais adiante.

Geometria. Todavia, verifica-se nessas pesquisas uma tendência geral em aplicar testes com roteiros didáticos explícitos, sobre os quais os discentes têm previamente acesso a todas as etapas da construção, além da automatização de etapas através do GeoGebra (como medição de ângulos que, em uma resolução com lápis e papel, deveriam ser deduzidos). Nesse contexto, a prática consistirá em uma reprodução de uma solução completa ao problema considerado.

Certamente, as experiências relatadas somam no processo de ensino da Geometria, mas entendemos que ainda há necessidades de avanços nessas práticas, no sentido de explorar o uso do GeoGebra como uma ferramenta visando o desenvolvimento do raciocínio na resolução de problemas, preservando e estimulando a autonomia do discente na criação de caminhos de solução originais. Nessa perspectiva, postulamos que é legítimo que os discentes recebam indicações sobre as etapas na resolução de um problema; todavia, a preocupação principal deve ser na efetiva articulação do conteúdo para a elaboração de uma resolução, de forma que o discente se habilite a construir suas próprias soluções.

Nesta dissertação, propomos contribuir com esses desenvolvimentos, apresentando, também, uma investigação sobre o uso do GeoGebra para ensino de Geometria Plana. Nossa abordagem baseia-se fortemente na metodologia de resolução de problemas, especialmente problemas que envolvem várias etapas e aplicações de resultados básicos na área da Geometria Plana. Essa metodologia encontra-se muito presente nas recomendações atuais para ensino de Matemática, e é objeto de pesquisa há pelo menos meio século, partindo do livro seminal *How to prove it* publicado em 1945 por G. Polya, e traduzido no Brasil como “A arte de resolver problemas” (POLYA, 1994). Segundo Onuchic (2005), o ensino através da resolução de problemas contribui para transformar a postura passiva em uma postura ativa, já que a prática de raciocinar impulsiona o desenvolvimento do discente através do enfrentamento de desafios. Essa abordagem forma a base das Olimpíadas de Matemática, que vem demonstrando resultados extraordinários na melhoria da relação do discente com a área.

Todavia, buscamos evitar a abordagem de apresentar aos discentes um roteiro didático explícito. Nas experiências que propomos, partimos de um problema geométrico, um enunciado, cuja solução envolve construções e aplicações de propriedades geométricas. O discente é então levado a elaborar a resposta usando o excelente suporte visual do GeoGebra; para isso, ele conta com um roteiro, previamente elaborado pelo docente, que é exibido de forma incremental, diretamente no GeoGebra, apresentando as diversas etapas de uma possível resolução, e contando com um conjunto de sugestões que elucidam os pontos potenciais de bloqueio (de acordo com a experiência do docente).

Pretendemos, com essas experiências, não somente evidenciar o caráter de mediação pedagógica da ferramenta GeoGebra, mas também fundamentar nossas práticas no conceito de *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZDP), que é central no corpo teórico proposto por Vygotsky. Resumidamente, o conceito de ZDP refere-se à distância entre o nível de desenvolvimento real – o conjunto de atividades que a criança consegue realizar sozinha – e o nível de desenvolvimento potencial – o que ela pode fazer com assistência (Zanella 1994). Nesse sentido, as atividades guiadas no GeoGebra funcionam como recursos de apoio na transposição do ZDP dos discentes nos assuntos de Geometria trabalhados.

Nossa principal preocupação, nessa experiência, é desenvolver a autonomia do discente. Assumimos como hipótese que a frustração oriunda de uma dificuldade impeditiva na conclusão de uma resolução pode atentar criticamente contra o aprendizado; por outro lado, a conclusão de uma resolução completa, com o auxílio das sugestões previamente programadas pelo docente, mas de forma autônoma, traz confiança ao discente, influindo em sua relação com o assunto.

Cabe enfatizar que nossa abordagem é fortemente centrada no papel do professor, valorizando sua atuação diante de uma ferramenta tecnológica. De fato, a experiência do docente, que identifica os prováveis pontos de dificuldade na resolução de um problema, as etapas de resolução onde o discente pode deixar de progredir, e possivelmente se frustrar, é crucial para a elaboração de soluções guiadas efetivas, que permitirão ao discente concluir a atividade. Contrasta-se a essa perspectiva o uso de Sistemas de Tutores Inteligentes (STI), onde técnicas de Inteligência Artificial dão suporte à atuação do docente (PAPPAS; DRIGAS, 2016).

Também discutimos as possibilidades de uso de nossa proposta na modalidade da Educação a Distância (EAD). A Base Nacional Comum Curricular tem sua relevância no sentido de construir uma prática educacional a partir da regionalização de cada estado, trazendo para o discente a contextualização das teorias apresentadas nas escolas. Porém percebe-se que a mesma não compreende a metodologia EAD como uma forma de ensino-aprendizagem significativa à educação básica. Assim, reflexões acerca dessa modalidade, em franco crescimento, são também necessárias.

Como produto desta dissertação, apresentamos problemas e suas soluções guiadas que exemplificam nossa proposta, bem como um protocolo de construção de atividades guiadas, que o docente pode utilizar para elaborar seus próprios problemas na plataforma sem a necessidade de aprender a linguagem de script nativa do GeoGebra (Apêndice C). Isso, além de buscar trazer respostas à pergunta: como a ferramenta GeoGebra pode funcionar como um recurso mediador na implementação do processo vygotskiano de andaime, no contexto de resolução de problemas de Geometria Plana?

## 1.1. Justificativa da pesquisa

Segundo Borba e Skovsmose (2001), o estudo da Matemática é inquestionável na formação do indivíduo, e há várias razões para que um país esteja alinhado com as tendências internacionais de crescimento e desempenho em Matemática. Em primeiro lugar, em uma economia competitiva global, a Matemática é um indicador confiável do progresso econômico e social. Em segundo lugar, o alto desempenho em Matemática aumenta as chances de muitos jovens continuarem com estudos adicionais nos mais diversos setores de ciência e tecnologia, que são considerados indispensáveis na produção do conhecimento na sociedade contemporânea. Em terceiro lugar, a aprendizagem de Matemática é substancial para a cidadania e para democracia, porque cidadãos maduros matematicamente terão maiores habilidades para participar ativamente tanto na política econômica como nas atividades econômicas de um país.

Tais razões valem especialmente para países protagonistas como o Brasil, atualmente uma das maiores economias mundiais. Todavia, há farto material estatístico e avaliativo que demonstra uma necessidade premente de avanços no ensino de Matemática no Brasil. Seguem exemplos representativos recentes.

O Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA, da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE, tornou-se referência global na avaliação de sistemas educacionais. A fim de elucidar em que medida os discentes conseguem aplicar os conhecimentos curriculares em situações diárias, o exame PISA, além da aplicação de testes, levanta informações das características dos estudantes, tais como gênero, *status* socioeconômico, atitudes frente à

Matemática e pretensões profissionais. Busca também contribuir com as metodologias de ensino utilizadas pelos docentes, na perspectiva de entender quais fatores influenciam o desempenho dos estudantes em matemática. A última avaliação, de 2015, delineou um quadro de fiasco no Brasil no que se refere ao conhecimento dos conteúdos da Matemática, o que foi reconhecido pelo Ministério da Educação como uma "tragédia" (Resultados do PISA 2015, Volume I (2016)). Entre outras coisas, esse resultado mostra que o conhecimento de 70% dos discentes brasileiros entre 15 e 16 anos está abaixo de um nível básico. A média dos países membros, em Matemática, é de 490, a do Brasil é 377. Nesse relatório, nosso país ocupa a 66ª colocação em Matemática dos 72 países participantes.

O Ministério da Educação (MEC) divulgou em janeiro de 2018 relatório do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP que traz informações sobre o censo escolar da educação básica do país. O Brasil conta com 184,1 mil escolas, das quais 28,5 mil oferecem o Ensino Médio, com 8,5 milhões de matrículas na Educação Infantil, 27,3 milhões no Ensino Fundamental e 7,3 milhões no Ensino Médio. Do total de discentes do Ensino Médio, cerca de 2 milhões estão matriculados na última série, e de acordo com o Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb[2], 70% desses discentes são deficientes em Português e Matemática, e somente 4% são aptos a interpretarem essas disciplinas.

É assim indiscutível que as falhas no ensino da Matemática são um dos problemas mais sérios da educação brasileira. Em resposta, a pesquisa em Educação Matemática é intensa, e aponta que fatores diversos influenciam os resultados mencionados, demonstrando a complexidade do problema e a necessidade de uma abordagem em múltiplas frentes: o sistema educacional; fatores individuais, como tempo disponível para estudar; as metodologias de ensino; o currículo; o ambiente social do discente; a desvalorização do professor, etc.

A proposta de nossa pesquisa alinha-se aos aspectos metodológicos do Ensino de Matemática ao propor práticas e uma reflexão sobre o uso de tecnologias educacionais, o papel mediador das mesmas, seu potencial como mecanismo facilitador da aprendizagem através do contato entre educador e educando dentro do quadro teórico sociointeracionista de Vygotsky e de uma abordagem de aquisição

---

[2] Sistema de avaliação no qual o Governo Federal recolhe a cada dois anos as médias da Prova Brasil e do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB.

do conhecimento através da resolução de problemas. Esses temas, que constituem os pilares teóricos sobre os quais se assentam nossa pesquisa, serão desenvolvidos ao longo do texto. Conforme já dissemos, nossa proposta é baseada na ferramenta GeoGebra, que fornece recursos gráficos diversos que permitem aos discentes criar, construir, transformar, e assim incentivar, estimular e encorajar a si mesmos e aos outros agentes do processo ensino-aprendizagem.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo Geral

Analisar as possibilidades de uso da ferramenta GeoGebra como recurso de mediação pedagógica na implementação do processo *vygotskiano* de andaime no contexto de resolução de problemas com Geometria Plana no ensino básico.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Investigar o estado da arte do uso da ferramenta GeoGebra como recurso de mediação pedagógica no processo de resolução de problemas de Geometria Plana;
- Implementar na ferramenta GeoGebra um protocolo de construção de resoluções guiadas de problemas da Geometria Plana para uso do docente;
- Avaliar o impacto dessa proposta de resoluções guiadas em turmas de Matemática, através da aplicação de problemas selecionados.

## 1.3. Estrutura da dissertação

A pesquisa está estruturada em sete capítulos.

Neste Capítulo introdutório, apresentamos as razões que motivaram este estudo, fazemos uma breve incursão pelo tema a investigar, enunciamos o problema que propomos responder e os objetivos a atingir.

No Capítulo 2 apresentamos os fundamentos teóricos e principais autores que sustentam nossa investigação. Tratamos assim de aspectos do ensino de Geometria, de tecnologias educacionais e da teoria pedagógica de Vygotsky.

No Capítulo 3 apresentamos uma revisão da literatura relacionada com nossa temática. Nessa linha, trazemos alguns relatos de abordagens existentes para ensinar Geometria Plana com a ferramenta GeoGebra, e fazemos um recorte de pesquisas publicadas no Brasil.

No Capítulo 4 apresentamos a ferramenta GeoGebra. Comentamos sobre as Ferramentas de Geometria Dinâmica – FGS, e a utilização da ferramenta tecnológica GeoGebra na aprendizagem da Matemática.

No Capítulo 5 tratamos da metodologia de nossa pesquisa de campo, apresentando caracterização da pesquisa, local de realização das intervenções, população e amostra, instrumentos utilizados e a descrição da pesquisa de campo.

O Capítulo 6 traz os resultados e discussões do levantamento preliminar do perfil dos sujeitos da pesquisa (Questionário A), os resultados da aplicação das resoluções guiadas no GeoGebra (atividades 1, 2 e 3), o resultado da aplicação do questionário pós experiência (Questionário B) e em seguida discorremos sobre o levantamento dos resultados pós-experiência.

Por fim, no Capítulo 7 apresentamos as conclusões. Nosso protocolo de construção de resoluções guiadas é apresentado no Apêndice C.

# 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Apresentamos neste capítulo os principais assuntos e autores que fundamentam nossa investigação. Tratamos assim de educação matemática, tecnologias educacionais e a teoria sociointeracionista de Vygotsky.

## 2.1. Educação matemática e a formação do cidadão

As Ciências Exatas constituem uma área multifacetada e contempla uma gama de possibilidades positivas na formação e nas relações sociais do indivíduo. A humanidade se encontra sob os auspícios e domínios dessa ciência que a cada dia avança proporcionando evoluções nas plataformas tecnológicas. Em contrapartida reforça-se a importância destas discussões e debates nas atividades didáticas em todos os ambientes escolares, avaliando os impactos que fatalmente a ciência e a tecnologia causam e causarão na vida de todos, considerando, ainda, situações irreversíveis a que tais usos nos conduzirão.

A Matemática sempre se constituiu numa atividade extremamente importante no desenvolvimento da humanidade, a saber, na era da pedra, do bronze, do ferro, da revolução industrial e na era do computador. No entanto, apesar de todas as evidências importantes à civilização, a Matemática sempre enfrentou barreiras de aceitação, conhecida como um saber para poucos privilegiados. Em meio a este problema, menciona-se a formação dos docentes, engessados por uma metodologia tradicional. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho, interferindo assim, no aprendizado da matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais em Matemática nos fornecem uma maneira de ensino e de aprendizagem regulada, não só no conteúdo, mas em especial, de que modo ensinar, verificar e metodizar as situações de ensino e de aprendizagem. Segundo as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais em Matemática,

> A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se

> apropriar. A Matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente. A atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (PCN's, 1997, p. 19).

O papel da Matemática no Ensino Fundamental é acentuado, sendo fundamental na constituição intelectual e estrutural do cidadão. Seu conteúdo é aplicado em situações da vida social, política e econômica, em atividades reais do cotidiano, servindo como base para conhecimento em outras áreas curriculares. De fato, a interação social e o progresso intelectual do discente é evolutivo e está diretamente ligado com as escolhas dos conteúdos de um currículo.

Encontramos no Brasil uma diversidade de grupos socioculturais, trazendo às escolas suas vivencias, transformando-as em ferramentas básicas no processo de aprendizagem. Neste contexto a influência da pluralidade sociocultural estabelece comunicação com o currículo diminuindo a distância do ensino realizado pelo docente e a aprendizagem assimilada pelo discente. Pode-se notar que dentro desta pluralidade se desenvolve a tecnologia, assunto revisitado mais à frente.

## 2.2. Objetivos do ensino da Matemática

Aprender Matemática é uma atividade de construção. Essa percepção opõe-se à ideia de "aprender absorvendo conhecimento", que é apresentada ou é transferida de alguém e é “passivamente" capturada pelo discente. A construção de conhecimento é possível desde que o processo de aprendizagem seja baseado em experiências específicas do indivíduo. Este processo de aprendizagem em Matemática é de longo prazo e se move em níveis sucessivos de abstração, o que só é possível porque somos capazes de descobrir propriedades comuns em diferentes situações de vida que armazenamos na memória para uso futuro.

A este respeito, Duval (2011) afirma que sempre que vemos ou ouvimos algo no ambiente, recordamos na nossa memória um conceito que consideramos relevante. Representando os conceitos com símbolos podemos nos lembrar de cada momento sem a necessidade de estimulação externa.

Os discentes, durante a educação Matemática, devem ter a oportunidade de adquirir conhecimentos e habilidades matemáticas básicas (por exemplo, habilidades com algoritmos, projetando formas geométricas, etc.); devem adquirir uma forma científica de pensar, e lidar com as verdadeiras situações matemáticas. Esse pensamento científico significa principalmente a capacidade de desenvolvimento, exploração, avaliação e imaginação.

Por estar presente em todos os momentos da humanidade, segundo os PCN's (1997), no que diz respeito aos objetivos do ensino da Matemática, o discentes deverão ser capazes de usar os ensinamentos de maneira de forma a transformar o mundo à sua volta, estabelecendo relações qualitativas e quantitativas quando postos em situações de resolução de problemas, tornando-se aptos na interpretação da linguagem matemática, estabelecendo conexões matemáticas com outras áreas curriculares, e se munindo de confiança, de tal forma que possam interagir adequadamente com seus pares.

Todos esses objetivos são atrelados ao desenvolvimento dos conteúdos organizados em números e operações (Aritmética e Álgebra), espaço e formas (Geometria), grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria) e tratamento da informação (Estatística, Combinatória e Probabilidade).

## 2.3. Considerações sobre o ensino da Geometria

Lorenzato (1995) afirma que

> sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas, também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano (LORENZATO, 1995, p. 5).

Dessa forma, é justo afirmar que a Geometria faz parte da vivência da humanidade, estabelece relações cotidianas qualitativas e quantitativas quando posta em situações de interpretação da linguagem visual, de resolução de problemas, conectando-se com outras áreas curriculares, mesmo externamente às ciências exatas. Conhecimentos geométricos são dessa forma parte integrante obrigatória da formação como cidadão.

Pavanello (2004) afirma que a Geometria proporciona ao discente a capacidade de absorver, difundir, visualizar e aperfeiçoar o que é instantaneamente percebível. Esse autor também evidencia a relevância da Geometria na prática educacional trazendo metodologias diferenciadas em tempos contemporâneos. A esse respeito, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) preconiza:

> [...] os softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BNCC, 2017, *online*).

A Geometria é um dos pilares da educação e da imaginação capaz de conectar a Matemática ao mundo real; é também um processo de desenvolvimento da capacidade mental, que segundo Piaget (1983) contribui para o desenvolvimento de diferentes tipos de pensamento. Especificamente, o conteúdo de Geometria é adequado para o desenvolvimento de um raciocínio de formas de reconhecimento, e raciocínio matemático avançado, como a descoberta das propriedades de formas e de padrões geométricos.

No desenvolvimento da humanidade, a Geometria aparece como uma ciência capaz de mudar a realidade. Com o passar do tempo, o homem deparou-se com a necessidade de conhecer formas e cálculos. Passos (2000) afirma que foi a partir dessa necessidade que o ser humano desenvolveu a noção de figuras geométricas como retângulo, quadrado e triângulos. A experiência dos discentes em relação à forma e espaço é um problema diretamente relacionado ao fato de que eles vivem e agem todos os dias em um ambiente repleto desses conceitos, de modo que o seu conhecimento é originalmente o resultado da interação com esse mundo.

Assim, a Geometria está diretamente relacionada à realidade física. Todos os tipos de construções são feitas por medições e experimentos com formas, e várias ciências usam a complexidade dos padrões geométricos para apresentar as estruturas do nosso mundo. Na maioria dos livros de Geometria, no entanto, essa relação de Geometria com o mundo é ignorada ou não é suficientemente revelada, e este é um grande problema de ensino que deve ser abordado.

Por exemplo, uma forma geométrica não é um conceito simples e isso ocorre porque ela possui propriedades, como forma, posição e tamanho. De acordo com Duval (2011), as dificuldades encontradas em conexão com as formas geométricas ou conceitos geométricos é devido ao fato de que o espaço de representação não é um espaço realmente visual, mas um espaço que está associado com o corpo e a posição para ele. Em outras palavras, o indivíduo constrói o espaço ao organizá-lo, transferindo-o para conceitos como linhas, cantos, polígonos, poliedros, etc.

É útil perceber a características da Geometria no processo cognitivo. Essas características apontam a visualização da medida, da representação, a dimensão da Matemática e a dimensão do mundo real físico. Ideias não geométricas podem ser e são representadas geometricamente, as casas decimais podem ser representadas como pontos em um plano, as soluções das equações podem ser representadas graficamente por linhas retas e ou curvas.

Duval (2003) ainda apresenta um quadro sob o qual identifica quatro tipos de compreensão cognitiva com relação à Matemática: percepção, compreensão processual, compreensão verbal e trabalhar a compreensão. O autor também afirma que o raciocínio Matemático envolve três tipos de processos cognitivos (representação, estrutura e local), cuja cooperação é necessária para a competência cognitiva da Geometria do indivíduo.

Para Nogueira e Andrade (2004), os PCN's têm instigado o docente a começar a trabalhar a Geometria pela percepção, experimentação e exploração do espaço, desenvolvendo significados para explanação do conteúdo, representando espaço e apontando as abstrações dos conteúdos. Nesta perspectiva, o ensino da Geometria é apresentado aos discentes de maneira que o seu dia a dia seja contemplado por completo, com exemplos e situações cotidianas.

Em conformidade com os Referenciais Curriculares Nacionais para a Educação Infantil Brasil (1998), sabendo que as formas espaciais estão por toda parte e em cada lugar, o primeiro contato do estudante com a Geometria deve ser iniciada na forma espacial, e posteriormente com a ideia de faces, arestas e vértices, levando a uma capacidade mais aguçada para abstrair e compreender entes geométricos como ponto e reta.

A Geometria é baseada em imagens, diagramas e indução ao raciocínio. Um dos fatores mais importantes no ensino da Geometria é a capacidade dos alunos em ler as formas em nível de pensamento geométrico. O estudo da Geometria pode ser puramente formalista, isto é, depender exclusivamente da Lógica Matemática; por outro lado observa-se a importância das relações dos discentes com o mundo à sua volta, o que conceituamos de Geometria Informal. Essas atividades informais devem incluir o reconhecimento geométrico, a hierarquia de formas geométricas e a compreensão gradual dos mesmos com suas propriedades.

Os PCN's de Matemática (2000) enfatizam o ensino da Geometria nos anos iniciais como sendo marcante, pois através desses ensinamentos o estudante fortalece o pensamento de forma a compreender o mundo em que vive, relatando-o e retratando-o de maneira sistematizada. Além disso, aguça a observação, a percepção e a identificação de regularidades, contribuindo para a aprendizagem de números e medidas.

A história continua apontando a Geometria como parte imprescindível no crescimento da sociedade. Sendo assim, percebe-se que a Geometria pode criar condições no avanço de novas habilidades e novos conhecimentos sempre que se fizer uso de diferentes tecnologias e linguagens. A respeito das diferentes abordagens no ensino da geometria, Fonseca (2001) afirma que

> A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino (FONSECA, 2001, p. 91).

Conforme Filho e Brito (2006), a inteligência prática amadurece no momento em que os discentes encontram soluções de problemas relacionando-as com sua vivência, contextualizando a Geometria no seu cotidiano. Dessa forma, percebe-se a presença formal e informal da Matemática. Neste sentido, a escola tem como função sistematizar de maneira mais científica esse conhecimento que o discente já traz desde o início de sua existência, sistematizando-a de maneira mais apaixonante que leve o discente a viajar com prazer nesse universo chamado Matemática.

## 2.4. Resolução de problemas

Evoluindo de uma prática de memorização, típica do início do século XX, o ensino de Matemática viu, na década de 1980, florescer o uso de *resolução de problemas* (RP) como ferramenta metodológica inovadora, trazendo um aspecto de materialidade a essa disciplina eminentemente abstrata, instigando e desafiando o discente, criando significados e vínculos entre os conteúdos da Matemática. A resolução de problemas é atualmente uma metodologia muito frequentada como caminho para a aprendizagem de conceitos da Matemática. Seu estudo científico sério teve como marco o livro seminal *How to prove it,* publicado em 1945 por G. Polya, e traduzido no Brasil como "A arte de resolver problemas" (POLYA, 1994). Polya desde então deu importantes contribuições para essa metodologia. Um histórico sobre o desenvolvimento do tema no Brasil e no mundo é feito por Morais (2015).

Segundo Polya (1981), quando os discentes são levados a resolver problemas, compartilham e discutem suas ideias, promovendo conhecimento matemático, fazendo comparações entre diferentes estratégias e conectando conceitos. Isso ocorre, em particular, entre discentes com diferentes idades e diferentes graus de conhecimento. Importante ressaltar que se evidencia aqui uma prática sociointeracionista, na linha do pensamento de Vygotsky.

Durante a resolução de problemas, cada etapa vencida significa para o discente um progresso no processo de aprendizagem. Com o processo de resolução de problemas matemáticos, os discentes poderão adquirir e compreender os conteúdos matemáticos (conceitos, raciocínio, etc.), descrever os problemas por ocasião de situações diárias ou matemáticas, desenvolver e implementar uma variedade de estratégias de resolução de problemas, repetir e interpretar os resultados em relação ao problema original, criar roteiros de soluções e estratégias para encontrar aplicação em novas situações, construir confiança em suas habilidades matemáticas, etc.

A resolução de problemas não é uma atividade que deve se restringir à mera seleção e aplicação de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados (MEC, 2013, p. 5). Polya (1994) descreve quatro etapas para se resolver um problema: compreender o problema; construir uma estratégia de solução; realizar o plano; revisar o processo, examinando a solução obtida. Ou seja, a resolução de problemas é um processo metodológico não-trivial e de caráter desafiador, para o qual não se dispõe de um procedimento que garanta obter a solução de imediato e que, portanto, requer o desenvolvimento de uma estratégia.

Para Schoenfeld (1996), a capacidade de resolver problemas matemáticos pode ser considerado um entendimento matemático. Existem quatro categorias de conhecimentos de acordo com esse autor, que influenciou o desenvolvimento dessa metodologia. Primeiro é a fonte, que é o conhecimento básico da Matemática dos discentes. Em segundo lugar, a heurística, envolvendo extensas habilidades de resolução de problemas. O terceiro é o controle da fonte, ou seja, a capacidade dos discentes em escolher as informações de que necessitam. O próximo é o sistema de confiança do discente em situações problemáticas.

De acordo com Pacto Nacional para Alfabetização na Idade Certa (Brasil, 2014),

> Uma proposta pedagógica pautada na Resolução de Problemas possibilita que as crianças estabeleçam diferentes tipos de relações entre objetos, ações e eventos a partir do modo de pensar de cada uma, momento em que estabelecem lógicas próprias que devem ser valorizadas pelos professores. A partir delas, os alunos podem significar os procedimentos da resolução e construir ou consolidar conceitos matemáticos pertinentes às soluções. Brasil (2014, p.8).

Para Dante (2005), um problema é qualquer situação que exija a maneira Matemática de pensar e de encontrar conhecimentos específicos para solucioná-la, envolvendo a construção de uma estratégia de solução, a realização de cálculos e a comprovação das respostas. O autor afirma que, embora tão valorizada, a resolução de problemas é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados na sala de aula.

Assim, para criar um ambiente propício ao ensino e aprendizagem com resolução de problemas, o docente deve usar abordagens, métodos, técnicas e estratégias apropriadas para criar situações de aprendizagem significativas. Assim, organizar situações-problema em que os discentes deem significados ao problema é elaborar um plano de estratégias organizadas para atingir metas ou sucesso. Segundo Micotti (1999),

> Cabe ao professor organizar situações problemáticas (com sentido, isto é, que tenha significado para os estudantes) e escolher materiais que sirvam de apoio para o trabalho que eles realizaram nas aulas. Atividades que propiciem a sua manifestação sobre os dados disponíveis e possíveis soluções para os problemas que desencadeiam suas atividades intelectuais. Nas situações voltadas para a construção do saber matemático, o aluno é solicitado a pensar - fazer inferência sobre o que observa, a formular hipóteses – não necessariamente a encontrar uma resposta correta (MICOTTI, 1999, p. 165).

Daí depende-se como sinal da importância da RP o surgimento em escala mundial das Olimpíadas de Matemática, que são aplicadas nos mais diversos níveis de formação. No Brasil, os níveis fundamental e médio são contemplados com a OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (que também envolve escolas privadas), projeto realizado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e promovido com recursos do Ministério da Educação. Informações sobre o projeto estão disponíveis em http://www.obmep.org.br/.

## 2.5. Tecnologias e Educação contemporânea

A tecnologia surgida após 1980 e adotada amplamente após a popularização do computador pessoal veio para facilitar, tornar mais rápido e melhorar o cotidiano. Com o atual desenvolvimento da tecnologia com suas transformações intensas, surge uma nova sociedade, sofisticada tecnologicamente. De fato, a tecnologia permeia e define a atual era de informação, atingindo virtualmente todos os campos da atuação humana. Em particular, Moran (2012) observa que as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), quando aplicadas na Educação, oferecem variedades de modelos de aprendizagem, adicionam criatividade aos discentes, estimulam a inteligência psicomotora, facilitam o processo de ensino-aprendizagem, tornam mais fácil encontrar informações além de serem uma mídia de aprendizagem.

Nessa era digital, onde a informação está em constante crescimento, atender às nossas necessidades de aprendizado requer uma transição de práticas tradicionais para outras inovadoras. De acordo com Papert[3] (1986), o computador tem grande potencial de se tornar a mais básica ferramenta para expressão e investigação de conceitos. No mesmo pensamento, Matta (2002) enfatiza que o computador é um aliado no processo cognitivo da mente humana, dizendo que,

> (...) os meios informatizados são como ambientes nos quais a mente humana encontra espaço para dialogar consigo mesma, assim como para facilitar a organização e sistematização do processo de construção do conhecimento. Os computadores são então meios nos quais se desenvolve o pensamento crítico e reflexivo, na forma concebida por Vygotsky. É possível, portanto considerar os conceitos de mediação da aprendizagem e de zona proximal nestes ambientes (Matta, 2002, p.8).

Assim, a tecnologia fornece recursos poderosos que possibilitam novos patamares de atuação dos diversos atores na Educação, sendo decisiva na

[3] S. Papert foi um dos fundadores do laboratório de inteligência artificial do *Massachussetts Institute of Technology* (MIT). Foi pioneiro no estudo do uso de computadores na educação.

sociedade moderna, em muitos aspectos e em muitos campos e atividades humanas. Ela transforma os processos de produção e os métodos de comunicação. Alteram-se assim os procedimentos de acesso à informação e aquisição de conhecimento, propiciando a criação de ambientes ricos, motivadores, interativos, colaborativos e cooperativos Moran (2011).

A tecnologia proporciona interligações, unindo as fronteiras da ciência, levando à criação de novas competências que demandam novos conhecimentos. As TIC são até mesmo um dos principais recursos para abordar o problema da dependência tecnológica, da necessidade de atualização em tempo real.

O computador, juntamente com a Internet, segundo Moran (2011), é um recurso e um meio. É um recurso porque é usado para organizar, armazenar e pesquisar. É também um instrumento porque funciona como o "mercado moderno", ou um lugar digital onde pessoas com interesses ou interesses comuns se encontram. Segundo dados do IBGE 2017, estima-se que mais de 145 milhões de pessoas estão conectadas à Internet, cerca de 70% de toda a população brasileira.

Assim, no ambiente educacional tecnológico, o computador e a Internet contribuem de forma catalítica e crucial com cálculos rápidos e precisos, trazendo vantagens que fortalecem a elaboração de novas práticas educativas. Essas vantagens beneficiam o aprendizado, pois diariamente surgem novas oportunidades de comunicação evidenciando interfaces dinâmicas, interatividade, empatia, usabilidade, velocidade, capacidade de armazenamento, comunicação síncrona e assíncrona, envio automáticos arquivos, entre outros benefícios. A eficácia dessas novas ferramentas de ensino tem sido amplamente demonstrada.

Sampaio (2016, p. 858) sustenta sobre as TIC que,

> A utilização das TIC pode criar, “um ambiente de aula com mais movimento, mais ruído, mais sobressaltos e receios para o professor”, o que implica um acréscimo das decisões que o professor deverá tomar quer na planificação das tarefas quer na sua implementação.

Azevedo, Aglaé e Pitta (2010, p.18), por sua vez, afirmam que,

> A educação, como sistema responsável pela reprodução e construção cultural, passa a submergir características emergentes do âmbito social. Dentre essas, um fator determinante de mudança é o aparecimento das Tecnologias da Informação e Comunicação, as denominadas TIC’s nas instituições escolares. Assim, a incorporação dos valores tecnológicos, bem como o seu entendimento crítico na educação, passa a ser condição precedente para inserção e compreensão do mundo contemporâneo, industrializado ou em desenvolvimento.

De fato, não pode ser ignorado que as novas gerações nascem em meio a essas novas tecnologias e novas linguagens, e as entendem como parte do cotidiano. Por isso, Azevedo, Aglaé e Pittal (2010, p.18) afirmam que “A escola precisa estar em consonância com a sociedade emergente, não podendo permanecer com as mesmas funções através do tempo e do espaço.” O desafio de atender a esse novo público vem sendo objeto de reflexão de escolas e docentes, que precisam se preparar cada vez mais para uma nova realidade.

Levy (1994) alerta que a contribuição da educação para a inclusão do aprendiz na cibercultura exige um aprendizado prévio por parte do educador, uma vez que estar *on-line* não significa estar incluído na cibercultura. Green e Bigum (2011) defendem que se faz necessário compreender a emergência desse novo tipo de estudante, um estudante com novas necessidades e novas capacidades, considerando uma nova configuração social; também questionam se as escolas e as autoridades educacionais estão desenvolvendo currículos baseados em pressupostos inadequados e até obsoletos sobre a natureza dos estudantes. Mattar (2013) observa que o discente se conforma cada vez menos com uma posição de passividade. Destaca também que os ambientes de aprendizagem devem ser focados no discente, de modo que os educadores precisam introduzir pedagogicamente ferramentas tecnológicas no processo de aprendizagem.

Nessa linha, Schlemmer (2006, p. 34) afirma que,

> Poderíamos pensar que estamos presenciando o surgimento de um novo sujeito da aprendizagem, o “nativo digital”, pelo fato de ter nascido nesse mundo altamente ‘tecnologizado’, em rede, dinâmico, rico em possibilidades de informação, comunicação e interação? É evidente para quem convive com os “nativos digitais” perceber a forma diferenciada com que se comunicam e se relacionam com a informação.

Por isso, Schlemmer (2006) está certa quando afirma que é “fundamental nos articularmos nessa rede, constituída de espaços de aprendizagem híbridos, representados ora por situações presenciais físicas, ora por situações presenciais virtuais.” Há que se identificar as metodologias mais eficientes nesse processo de ensino e aprendizagem, como afirma Kenski (2003, p. 77):

> É necessário, sobretudo, que os professores se sintam confortáveis para utilizar esses novos auxiliares didáticos. Estar confortável significa conhecê-los, dominar os principais procedimentos técnicos para a sua utilização, avaliá-los criticamente e criar novas possibilidades pedagógicas, partindo da integração desses meios com o processo de ensino.

Carmo (2013, p. 35) concluiu que,

> [...] ao estarmos inseridos na realidade da complexa sociedade de informação, promovida pela revolução informática, é fundamental que os professores reconheçam a necessidade de aprender conhecimentos dentro desta área e que se mantenham sempre informados, para poderem fazer uso de algumas aplicações de caráter geral e possam, assim, inserir o computador como uma nova prática pedagógica e como um ambiente de aprendizagem alternativo. Trata-se de um novo desafio à educação que pretende dar resposta às sociedades atuais, permitindo, paralelamente, formar alunos tecnologicamente alfabetizados.

Outro aspecto importante dessas novas tecnologias é a Robótica. A Robótica na Educação possibilita uma atividade envolvente entre os alunos, e que favorece o trabalho em equipe, “[...] desenvolvendo a responsabilidade, a disciplina, o senso de organização, a descoberta, a interação, a autoestima, a paciência, a persistência, a iniciativa, a socialização, a autonomia, a troca de experiências, entre outros”, segundo Zilli (2004, p. 77). Esse também é o entendimento de Azevedo, Aglaé e Pitta (2010, p. 30) ao afirmarem que,

> Através deste trabalho em equipe, é possível socializar alunos antes isolados de seus colegas por causa de fatores como timidez, diferenças sociais, desnivelamento escolar, buylling, deficiências físicas ou neurológicas entre outras. Estimulando o respeito, a compreensão e a amizade entre os discentes.

O teórico da educação S. Papert é um dos introdutores da utilização da Robótica como ferramenta educacional para as crianças. Silveira (2012) discute o seu posicionamento otimista com relação à utilização de computadores na aprendizagem, e essa utilização é defendida já para os primórdios da vida escolar, naquilo que chama de “cyberpedagogia”. Segundo Silveira, um

> [...] ambiente de interação criança-computador, como forma de desenvolvimento cognitivo e aprendizagem útil, pode ser uma realidade positiva em países do primeiro mundo, mas pode também não render os frutos desejados em países emergentes ou do terceiro-mundo, com realidades educacionais e econômicas menos privilegiadas, sem falar em culturas familiares distintas (SILVEIRA, 2012, p. 121).

Enfim, em linhas gerais, Ribeiro, Coutinho e Costa (2011, p. 441) sintetizam as características educativas nos seguintes pontos:

> Cria ambientes de aprendizagem interessantes e motivadores;
> Coloca o papel do professor como facilitador da aprendizagem e o aluno como construtor activo da aprendizagem;
> Promove a transversalidade curricular, onde diversos saberes permitem encontrar a solução para o problema em que se trabalha;
> Permite estabelecer relações e representações.

Em todos esses aspectos, aplicações diversas das TIC podem ser identificadas.

## 2.6. Tecnologias e Educação Matemática

Conforme Valente (1999), tecnologia é um conjunto de práticas ligadas a uma técnica particular e específica para cada situação em que se possa utilizar *softwares*, constituindo um instrumento na consecução de novos conhecimentos no processo de ensino e aprendizagem. Uma ferramenta de aprendizagem interativa na forma de programa de computador que pode ser um aliado na aprendizagem da Geometria é o GeoGebra. A ferramenta GeoGebra pode ser utilizada para melhorar a compreensão de um conceito bem como um meio para introduzir, construir ou solucionar problemas que envolvem a Geometria.

Segundo a BNCC (2017), as ferramentas tecnológicas educacionais são capazes de fazer os discentes raciocinarem matematicamente de forma natural, onde os mesmos exploram e constroem um pensamento crítico a respeito dos conteúdos trabalhados. Observa-se que a utilização de *sites* e das ferramentas educacionais vêm transformando o trabalho em sala de aula

De acordo com Borba (1999), o surgimento e a implantação das ferramentas tecnológicas no ambiente escolar e/ou no dia a dia dos discentes tem fomentado a prática de ensino da ciência exata. O computador, com o seu bom uso na sala de aula, foi a ferramenta propulsora implementada na educação contemporânea, alavancando a entrada de outras mídias.

No entanto, percebe-se que a escolha certa de ferramentas caracteriza esse bom uso na sala de aula. Dessa forma, o uso da ferramenta GeoGebra pode despertar o interesse dos discentes de maneira significativa no processo de ensino e de aprendizagem da Geometria, fornecendo instrumentos para que o discente seja parte integrante da construção e sistematização do conhecimento.

O uso da ferramenta GeoGebra na aprendizagem da Geometria torna o discente autônomo, pois na medida em que o discente a utiliza, ganha experiência visual e de movimento das figuras geométricas. Ele se torna capaz de construir figuras aplicando as propriedades corretas, consegue escrever matematicamente e se torna apto a resolver problemas de matemática.

## 2.7. A construção do conhecimento nas perspectivas de Piaget e Vygotsky

Jean William Fritz Piaget foi pioneiro no desenvolvimento da teoria do *Construtivismo*. Essa teoria explica a gênesis do conhecimento e a evolução da inteligência em um processo evolutivo “de dentro para fora”. Ela afirma que o conhecimento nasce no elo que o ser humano estipula ativamente com o meio, tendo como característica a entrada de um artificio, objeto, que possibilite um ambiente de construção e reconstrução de erros, denominado momento de aprendizagem do sujeito.

Os estudos de Piaget (1983) mostram o desenvolvimento cognitivo como algo dinâmico, a gênese da inteligência é uma evolução que acontece seguindo um mecanismo de processos com transformações e mudanças numa sucessão de estágios, trazendo modificações nas estruturas do desenvolvimento cognitivo. Piaget (1983) explica que não existem estruturas inatas, as mudanças das estruturas supõem uma construção e constituem os estágios do desenvolvimento cognitivo. O estudo do desenvolvimento cognitivo avançou enfatizando os fatores endógenos, enveredando pelo caminho interacionista resultante da interação entre ações externas numa organização lógica que envolva os objetos e o indivíduo no ambiente.

Uma preocupação de Piaget quando explicita sua teoria é quanto ao espaço escolar. Em sua visão, os modelos pedagógicos devem promover a ação dinâmica do aluno sobre o ambiente e a ação sobre os objetos, permitindo ao discente uma ação reflexiva sobre o ambiente escolar (PIAGET, 2017).

Nessa linha, o Construtivismo instiga o discente a pensar, desenvolver o senso crítico, descobrir o conhecimento, podendo até mesmo envolver a utilização de mecanismos tradicionais como a memorização. Nesse contexto, a figura do docente não é excluída, e sim, vista como um mediador do sujeito e o objeto, procurando promover o trabalho em grupos, de modo a que a troca seja feita de modo harmonioso.

Em linhas gerais, o *Construcionismo* visa uma aprendizagem na qual haja o mínimo de ensino, no sentido de fazer a criança buscar as respostas por si, um descobrimento por si mesmas. É um posicionamento contrário a atos mecânicos na escola, que transformam “[...] o docente em um mero técnico, embora este tente resistir, desenvolvendo relacionamentos humanizados, naturais, afetuosos, em sala de aula. Isso coloca o professor em permanente estado de tensão", (SILVEIRA, 2012, p. 130).

Todavia, o educador, enquanto articulador do ensino, deve levar em consideração as condições concretas e a realidade com a qual vai trabalhar. É necessário esclarecer que a ação docente não pode hoje ser relacionada somente ao "como ensinar", e sim, com as mudanças ocorridas no contexto educacional como agentes de transformação da ação. Citando Acre (2000, p. 41), "O Construtivismo no Brasil vem sendo considerado por boa parte dos educadores um grande avanço como concepção sobre o processo educativo".

No ato de ensinar e aprender, o docente deve conduzir, partido da possibilidade de inovação nas instituições educativas, romper com inércias e práticas passivas do passado, de forma que a profissão deve ser pensada e refletida a partir das práticas dos professores. A teoria e a prática são ferramentas importantes na atuação docente, pois se pode concretizar uma prática sem a teoria, como também não se pode teorizar a educação sem uma prática que favoreça o desenvolvimento e a aprendizagem do aluno.

Sobre isso, de acordo com Goulart (1995, p. 17), para Piaget, "o conhecimento não é uma qualidade estática e sim uma relação dinâmica". A prática possibilita a dinamização na educação a forma do indivíduo abordar a realidade; a educação deve ser compreendida como um processo transformador, de criação autônoma, no qual o professor orienta seus alunos através do pensar e de se auto questionar, numa ação direta com o mundo através de objetos. Essa linha de pensamento deve estar presente devido aos esquemas que a criança já possui. Sobre isso, Piaget enfatiza em sua teoria o processo de adaptação do momento que permite o indivíduo vivenciar o aprendizado através da assimilação e acomodação. Segundo Goulart,

> Piaget explica esta interação valendo-se dos conceitos de assimilação, acomodação e adaptação [...] A assimilação é a incorporação de um novo objeto ou ideia ao que já é conhecido, ou seja, ao esquema que a criança já possui. A acomodação, por sua vez, implica na transformação que o organismo sofre para poder lidar com o ambiente. Assim, diante de um objeto novo ou de uma ideia, a criança modifica seus esquemas adquiridos anteriormente, tentando adaptar-se a nova situação (GOULART, 1995, p. 17)

O conhecimento, segundo Piaget, acontece a partir da adaptação, processo que permite o contato do indivíduo na ação direta com o mundo. Para esse conhecimento existem dois passos na perspectiva do autor; o primeiro se refere à assimilação, momento que permite a incorporação dos dados da experiência assimilada, implicando dizer que é o primeiro contato com o novo. Nos casos educacionais o ensino passa pela assimilação, que é o primeiro contato do professor ministrando ao aluno um conteúdo novo. O segundo momento, chamado de acomodação, são modificações ocorridas no funcionamento cognitivo, são as transformações que acontecem quando o indivíduo consegue garantir o aprendizado, quando há uma significação. As estruturas cognitivas conseguem assimilar, conhecer o novo e se modificar, trazendo uma significação e conseguintemente o aprendizado.

Segundo Piaget, a significação é indispensável no ato de aprender, pois assimilar e acomodar são esquemas que estão interligados. O professor deve, portanto, desenvolver uma postura de cuidar, incentivar, estimular, encorajar, trazer representações presentes da vida para a prática educacional.

Sobre as teorias e práticas dos professores, além do modelo construtivista de Piaget, desponta a figura de Vygotsky, um autor interacionista que mesmo falecendo muito cedo deixou relevantes contribuições para a Educação.

Lev Semenovich Vygotsky se apresentou como um crítico das concepções que afirmam que a evolução do homem é predeterminada, e defende que o processo evolutivo da criança se faz de maneira social, de “fora para dentro”. Nessa perspectiva, o aprendizado ocorre através da incorporação inconsciente de certos conhecimentos proveniente do contexto, ou seja, a interação dialética com o meio sociocultural é predominante no desenvolvimento, pois sua relação com o outro permite ao indivíduo incorporar experiências e vivenciá-las, gerando assim o aprendizado (VIGOTSKY, 1991).

A escola, nessa perspectiva, deverá ser um espaço sociocultural, levando em conta o fazer, a ação e a construção de valores no seu cotidiano pelos sujeitos sociais e históricos que a compõem e fazem do docente o mediador no processo ensino-aprendizagem. Rego (1995 p. 50) afirma que “Compreender a questão da mediação, que caracteriza a relação do homem com o mundo e com os outros homens, é de fundamental importância justamente por que é através deste processo que as funções especialmente humanas se desenvolvem”. Sendo assim, é possível afirmar que o indivíduo se constitui pela relação do sujeito com o mundo, onde o ser transforma o mundo e a si mesmo.

Segundo Vygotsky (1998), a interação dialética com o meio sociocultural é um fator predominante no aprendizado. Segundo Bock (2002), no aspecto sócio histórico, o homem é um ser ativo, social e histórico, que se constrói ao longo de sua vida a partir de sua intervenção no meio e da relação com os outros homens.

A fim de descrever as trocas e o processo dialógico de auxílio mútuo durante o processo de ensino-aprendizagem, Vygotsky propõe o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Para o autor, a aprendizagem sempre integra relações entre as pessoas, em um processo sistematizado que se dá de fora para dentro, contemplando as potencialidades (VIGOTSKY, 1991).

Rogoff (1998) diz que a ZDP é o desempenho da potencialidade da criança, pois se faz entre indivíduos na troca de informação valorizando as potencialidades. Em outras palavras, é a distância entre o que o discente faz sozinho e o que ele poderá fazer mediado por um sujeito ou uma ferramenta auxiliadora. Rego (1995) identifica esses dois níveis de desenvolvimento como segue: um se refere as conquistas já efetivadas, que se chama desenvolvimento real, e o outro desenvolvimento potencial. Estes conceitos são importantes porque nos possibilitam direcionar a criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, possibilitando ao docente uma nova visão do seu discente, desenvolvendo o planejamento conjuntamente entre pessoas.

A ZDP é um conceito central na teoria sociocultural, e envolve o papel medianeiro dos docentes no processo do desenvolvimento. Dessa maneira, Vygotsky enfatiza a importância de um processo avaliativo dinamizado, fornecendo dicas dirigidas quando observada deficiência no processo de cognitivo da criança.

A teoria sociocultural de Vygotsky e de seus seguidores encara as atividades socialmente compartilhadas como forças motrizes da internalização dos processos de desenvolvimento cognitivo. Aos docentes, fica a tarefa de organizar, planejar e executar atividades com nossos discentes que tenham como foco encontrar instrumento que capacite os discentes a desenvolver o raciocínio objetivando o processo da aprendizagem. Atuar na ZDP é uma maneira de operacionalizar o conceito de Vygotsky sobre mediação. É um trabalho essencialmente colaborativo.

Vygotsky defende que, mesmo com o passar do tempo e com as interferências externas, não somos detentores de um desenvolvimento pronto a ponto de não se desenvolver mais. Mello (2004) comenta que a pessoa nasce com um único potencial cognitivo, o potencial que serviria para progressão de novas potencialidades, ou seja, a habilidade de aprender a aprender.

Na aprendizagem, o progresso, quando nos referimos ao conhecimento, não é congênito e muito menos objeto exclusivo do sazonamento da estrutura do sujeito, sendo assim um meio iniciado na interação da humanidade e no elo social.

Para Vygotsky (1998), o homem é parte integrante do mundo. O indivíduo se desenvolve, segundo ele, pelo processo resultante de uma ação integrada no processo sócio histórico. Costa (2007), considerando a teoria vygotskiana, afirma que os homens constroem e são construídos pelo mundo material, que cristaliza suas habilidades desenvolvidas com a própria ação sobre o mundo e são eles que, ao atuarem novamente sobre o mundo para transformá-lo, internalizam as habilidades ali deixadas pelas gerações anteriores. Sobre isso, Rego (1995, p. 55) explica que,

> A partir de sua inserção num dado contexto cultural, de sua interação com os membros de seu grupo e de sua participação em práticas sociais historicamente construídas, a criança incorpora ativamente as forças de comportamento já consolidadas na experiência humana.

Nesse contexto, Vygotsky (1998) enfatiza que a relação do homem com o mundo acontece de forma direta, é uma relação mediada pelo outro. Nesta perspectiva de pensamento, a escola, e em especial o professor, tem um papel relevante: mediar o objeto a ser conhecido ao mesmo tempo em que precisa desenvolver no aluno a responsabilidade pela construção autônoma do seu conhecimento. Todavia, o educador, enquanto articulador do ensino deve levar em consideração as condições concretas e a realidade com a qual vai trabalhar. É necessário esclarecer que a ação docente não pode hoje ser relacionada somente ao “como ensinar”, e sim também com as mudanças ocorridas no contexto educacional das políticas sociais que estão presentes como agentes de transformação da ação docente.

A escola, nessa perspectiva, deveria ser um espaço sociocultural, levando em conta o fazer, a ação e a construção de valores no seu cotidiano pelos sujeitos sociais e históricos que a compõem e fazem do professor o mediador no processo ensino-aprendizagem. Na educação, é permitido afirmar que o indivíduo se constitui pela relação do sujeito com o mundo, onde o ser transforma o mundo e a si mesmo.

Esse processo de aprendizagem mediada também recebeu mais recentemente a denominação de *andaime*. Essa metáfora ilustra a ideia de construção, na qual os andaimes são oferecidos com vistas a possibilitar que o discente possa avançar na resolução de problemas e aquisição de conceitos de forma colaborativa. Bortoni e Ricardo (2008) conceituam *andaime* como uma medida representativa visível ou audível em que o docente ajuda o discente. No senso comum, andaime é um apoio fornecido ao iniciante com a finalidade de fazer com que ele desenvolva suas potencialidades. Embora a caracterização desse termo seja ainda objeto de discussão, em nosso trabalho os conceitos de andaime e de ZDP serão identificados. Ou seja, entendemos o termo *andaime* como sinônimo do *processo mediado que levará o educando a transpor sua ZDP*.

## 2.8. Teorias pedagógicas e tecnologia

A crítica de S. Papert em relação ao Construtivismo, que o fez elaborar a concepção de *Construcionismo* – uma espécie de reconstrução do Construtivismo, em grande sintonia com as tecnologias digitais – está no fato do

> [...] estabelecimento de tarefas/atividades que a criança deve fazer/aprender/desenvolver em determinada faixa etária. Ele condena, por exemplo, os piagetianos que acham que uma criança de 7 anos deve aprender X, na velocidade Y, com instrumentos Z, sem levar em conta a formação mental desse menino, se ele tem um certo retardo de aprendizagem ou se é superinteligente com essa idade (SILVEIRA, 2012, p. 122).

Ana de Fátima Souza (apud SILVEIRA, 2012) aguça ainda mais a crítica ao sistema de ensino linear, aquele que determina os conteúdos que devem ser aprendidos nas respectivas idades, lembrando um sistema de produção em série das indústrias. No entanto, o Construtivismo não pode ser desprezado, no sentido de que coloca o sujeito como construtor ativo e não passivo na aprendizagem. O que se pretende, com o Construcionismo, é enfatizar as construções particulares de cada um, e as TICs oferecem campo fértil para a elaboração de construções.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais, faz sentido o uso das novas tecnologias, desde que as mesmas contribuam efetivamente para o processo de ensino-aprendizagem, ressalvando-se que sua adoção, como recurso de mediação pedagógica, não garante por si a concretização desse processo. Porém, é inegável o ganho pedagógico, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte dos atores envolvidos.

Para Vygotsky (1991, 1998), o desenvolvimento humano se dá a partir do pensamento, que se forma na concretude histórico-cultural. O autor defende que “A internalização das atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas constitui o aspecto característico da psicologia humana [...]” ((VIGOTSKY, 1991, p. 65). A criança internaliza as ações ocorridas no mundo à sua volta, não de forma passiva, mas interativa, mediada pelo outro, e esse processo de internalização constitui a reconstrução interna de uma operação externa.

A teoria socio cultural de Vygotsky é fundamental na elaboração do processo de ensino e aprendizagem a partir do uso de ferramenta tecnológica. As TIC’s têm propiciado mudanças relevantes e positivas para a educação. Com os benefícios proporcionados pela tecnologia, as TIC’s surgem como um meio de aprendizagem; isso significa que o computador e o software, juntamente com as mais variadas ferramentas educacionais, podem ser usadas como uma ferramenta para construir conceitos matemáticos. Na perspectiva de Moran (2012), há contentamento na interatividade da mídia com a pessoa, não existindo uma obrigatoriedade, mas sim satisfação e afetividade.

As TIC agregam-se ao pensamento vygotskiano por funcionarem como ferramentas poderosas de mediação pedagógica à disposição do docente. O conceito de andaime estende-se a ferramentas tecnológicas enquanto objetos mediadores da aprendizagem. De fato, as múltiplas possibilidades oferecidas pelas TICs fornecem ao docente campo aberto de elaboração de atividades e roteiros de aprendizagem, e são amplamente exploradas.

Todavia, diversos autores defendem que a tecnologia, *per se*, é inócua sem a atuação propositiva do docente. De acordo com Zanatta e de Brito (2015), a mediação ocorre entre sujeitos, e não entre meios tecnológicos. Dessa forma, cabe ao docente escolher e configurar os usos potenciais de uma ferramenta tecnológica como canal de interação com o discente. De acordo com Tajra (2012), a escolha e utilização de um *software* está relacionada à percepção que o docente possui em associar a tecnologia envolvida na execução dos conteúdos trabalhados. A experiência do docente é, assim, primordial.

Santos (2007) discute como a tecnologia usada nas aulas de Matemática pode se distanciar do cotidiano dos discentes. Dessa forma, faz-se necessário que o docente busque constantemente estratégias tecnológicas para sua aplicação no dia-a-dia. Perrenoud (2000) destaca que os recursos computacionais utilizados por docentes se configuram como possibilidades fundamentais, cabendo aos docentes atualizar-se constantemente, buscando práticas educativas que possam contribuir para um processo educacional qualificado.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017), das dez competências formuladas à educação básica, duas discutem a importância da inclusão da inovação tecnológica no ambiente educacional. São elas:

> Competência 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
> Competência 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BNCC, 2017, p. 9)

Percebe-se a preocupação do MEC com a implementação da tecnologia no ambiente educacional, visto que as inovações ocorrem continuadamente e em paralelo a este avanço, a sociedade acompanha esta evolução. Embora as diretrizes da BNCC ultrapassem os aspectos tecnológicos, o documento reconhece que essas ferramentas podem ser grandes aliadas no desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais com os discentes.

# 3. ESTUDOS RELACIONADOS

A presente revisão da literatura tem como objetivo somar-se às reflexões sobre as metodologias utilizadas no ensino da Geometria Plana no Brasil. Nossa contribuição é uma revisão da literatura brasileira recente sobre ensino de Geometria Plana com o uso da ferramenta GeoGebra.

Nossa revisão considera a produção dos últimos quatro anos, e, embora não seja exaustiva, em razão da enorme quantidade de relatos de experiência e resumos que vem abordando o tema nos últimos anos – sinal da importância do mesmo – é, no melhor de nosso entendimento, um recorte representativo do estado da arte na produção da pós-graduação do país. Nessa revisão, destacamos em particular o uso dessa ferramenta no contexto da EAD, aspecto que não é coberto por outras revisões da literatura que consultamos.

Nossa revisão vem acompanhada de uma descrição da metodologia utilizada em nossa pesquisa, e de uma crítica a respeito dos trabalhos encontrados. Por fim, apresentamos algumas considerações finais.

## 3.1. Metodologia e achados

Optou-se por uma pesquisa que aborda a Geometria Plana no Brasil nos programas de pós-graduação (dissertações e teses). Primeiramente, fez-se uma pesquisa no banco de dados do Google Scholar, do tipo avançada com os termos “Geometria Plana”, “GeoGebra”, “resolução de problemas” e “mediação” com intervalos de 2014 a 2017, excluindo o termo “função” (verificamos que há muita literatura voltada ao uso do GeoGebra para ensino de funções, enquanto que nossa revisão concentra-se no ensino de Geometria Plana). A pesquisa quantitativa apontou 303 trabalhos de pesquisa (artigos em periódicos, artigos em conferências, dissertações e teses). Este processo nos mostrou que o assunto está bastante aquecido e muito abordado.

Após leitura crítica dos resultados e aplicação de critérios de exclusão, nove pesquisas de pós-graduação foram selecionadas como representativas desse corpo de produção científica. Todas tratam da resolução de problemas de Geometria com auxílio do GeoGebra como ferramenta mediadora no processo da aprendizagem.

Optamos por manter somente os trabalhos centrados no uso efetivo do GeoGebra para ensino de Geometria Plana, e que contribuam trazendo uma discussão sobre a prática de resolução de problemas, mais do que apresentar demonstrações técnicas das funcionalidades da ferramenta. Trabalhos centrados em outras áreas da Matemática (por exemplo, ensino de funções, probabilidades, geometria analítica, etc) foram eliminados, de forma a obter um conjunto que exponha a real diversidade dos trabalhos realizados.

O quadro 1 apresenta os trabalhos selecionados. Nele indicamos as instituições de ensino e os temas em que foram realizadas as pesquisas, considerando o intervalo compreendido entre os anos de 2014 a 2018.

| | **Título da Pesquisa** | **Instituição de Ensino** | **Autor** | **Ano de Publicação** |
|---|---|---|---|---|
| 01 | A utilização do software GeoGebra no processo de ensino -aprendizagem da Geometria plana | Universidade Federal de Alagoas | Manoel Roberto Alves da Silva | 2017 |
| 02 | Uso do GeoGebra no Ensino de Geometria Plana no Ensino Básico | Universidade Federal de Goiás | Wecsley Fernando Marçal Alves | 2017 |
| 03 | Aprendendo por meio de experiências com situações problema | Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho | Rosangela dos Santos Belo | 2016 |
| 04 | Algumas técnicas utilizando o software GeoGebra no processo de resolução de problemas geométricos do ensino básico: situações de máximos e mínimos e lugares geométricos | Universidade Federal de Roraima | Reginaldo da Silva Beltrami | 2016 |
| 05 | O software GeoGebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da Geometria plana no ensino fundamental | Universidade Federal de Goiás | Leonlívier Max Garcia Pereira | 2015 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 06 | Constituição de zona de desenvolvimento proximal na aprendizagem de conceitos geométricos em alunos de anos iniciais tendo o GeoGebra como instrumento mediador | Universidade Federal de Santa Maria – UFSM | Siméia Tussi Jacques | 2015 |
| 07 | Resolução de Problemas de Congruência de Triângulos com auxílio do Software GeoGebra | Universidade Federal do Ceará | Francisco Ricardo Nogueira de Vasconcelos | 2015 |
| 08 | Tópicos de Geometria plana com o software GeoGebra: proposta de sequências didáticas | Universidade Federal do Espírito Santo | Luciana Bahiense Fiorotti | 2014 |
| 09 | Teorema de Pitágoras: algumas extensões/generalizações e atividades com o Software GeoGebra | Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho | João Evangelista Brito da Silva | 2014 |

Quadro 1 - Pesquisas selecionadas após critério de exclusão

Na primeira dissertação, intitulada Software GeoGebra no processo de ensino–aprendizagem da Geometria Plana", Silva (2017) investigou as dificuldades enfrentadas pelos discentes de nível fundamental no discernimento de definições geométricas envolvendo triângulos e quadriláteros, bem como nas suas construções. Teve como finalidade apresentar uma proposta, que foi baseada em métodos de comparações de aplicações do conteúdo no âmbito tradicional e utilizando o GeoGebra para a construção de figuras geométricas.

Alves (2017), em sua dissertação "Uso do GeoGebra no Ensino de Geometria Plana no Ensino Básico", teve como proposta mostrar a dinâmica do *software* GeoGebra, apresentando suas funcionalidades voltadas para o ensino da Geometria. O autor ministrou conteúdos com o uso do GeoGebra através da construção e visualização dos conceitos apresentados, mostrando as definições e as situações de problemas envolvendo triângulos, sem explorar um esboço para as construções das resoluções dos problemas. O autor se utilizou de levantamentos bibliográficos, percebendo a necessidade de mostrar ao docente a importância do acesso e a utilização das tecnologias em sala de aula.

Na terceira dissertação, Belo (2016) teve como objetivo expandir as experiências com a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas relacionados com perímetro, áreas e figuras, visando o aprimoramento da prática do professor e a motivação no uso dessa estratégia metodológica. Em sua dinâmica de aula, propôs a discussão de como os discentes podem aprender por meio da utilização de experiências com situações problema, a fim de promover a superação de suas dificuldades e enganos, contribuindo no aperfeiçoamento de seus argumentos e na validação de suas respostas.

Beltrami (2016), na quarta dissertação, desenvolveu um estudo que trata das “Técnicas utilizadas com software GeoGebra no processo de resolução de problemas geométricos do ensino básico: situações de máximos e mínimos e lugares geométricos”. Em seu trabalho, observou-se que o pesquisador elaborou algumas técnicas para eliminar as barreiras existentes no que diz respeito à construção de figuras geométricas e na movimentação das mesmas. O autor esboça um roteiro para a construção das figuras, na intenção de trazer uma reflexão do problema utilizando o software GeoGebra.

Na quinta dissertação, Pereira (2015), tratando “O Software GeoGebra como Proposta Facilitadora do Processo de Ensino-Aprendizagem da Geometria Plana no Ensino Fundamental”, trouxe uma proposta avaliativa, investigando se a utilização do *software* como ferramenta pedagógica teria efetivamente relevância nas aulas de Geometria Plana. Ou seja, pautou seus estudos na ferramenta em si, onde mais uma vez se observou o método da construção na assimilação dos conceitos e propriedades do ponto, reta e plano, posições relativas de duas retas no plano e ângulos. Sua pesquisa buscou apresentar as motivações existentes tanto pelos discentes como pelos docentes na inserção de tecnologia em sala de aula.

Na sexta pesquisa, Jacques (2015), em sua dissertação “Constituição de zona de desenvolvimento proximal na aprendizagem de conceitos geométricos em alunos de anos iniciais tendo o GeoGebra como instrumento mediador”, teve como problema investigar como se caracteriza a ZDP entre discentes do 5º ano do ensino fundamental, interagindo com o *software* GeoGebra na apropriação dos conceitos geométricos. Desta forma, um dos diferenciais de sua pesquisa encontra-se na relação existente entre a ZDP e práticas pedagógicas que utilizam tecnologias de informação. Sua proposta teve como base as considerações metodológicas da escola histórico-cultural vygotskyana, mediação pedagógica, as tecnologias de informação e por último a potencialização do *software* GeoGebra na adequação de conceitos geométricos, apontando o crescimento do conhecimento conceitual dos discentes ao interagir com o docente com uma ferramenta educacional.

No sétimo trabalho, Vasconcelos (2015) trabalhou com a temática "Resolução de Problemas de Congruência de Triângulos com auxílio do Software GeoGebra", baseando-se nos alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática por serem futuros professores de Geometria. Em seu objetivo, o autor procurou fazer conhecido o software através de minicursos e por meio de atividades de resolução de problemas envolvendo a Geometria e o GeoGebra.

Com a oitava pesquisa, Fioritti (2014) elaborou a dissertação intitulada "Tópicos de Geometria Plana com o Software GeoGebra: proposta de sequências didáticas". A proposta foi fazer com que cada discente assimilasse as definições e propriedades através de construções geométricas, usando o GeoGebra em sequências didáticas no Ensino Médio. Para isso, mostrou alguns recursos da ferramenta nas construções geométricas e propriedades envolvidas.

Silva (2014), sendo a nona pesquisa selecionada, elaborou uma pesquisa sobre "Teorema de Pitágoras: algumas extensões/generalizações e atividades com o Software GeoGebra", na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Em sua pesquisa, o autor se propôs a demonstrar o Teorema de Pitágoras utilizando o GeoGebra fazendo uma análise com o que é feito em sala de aula tradicional.

Em seguida, realizou-se mais uma busca, investigando o uso da GeoGebra em ambientes de ensino em EAD. Novamente buscou-se os dados do Google Scholar, do tipo avançada com os termos "Geometria Plana; GeoGebra; EAD" com intervalos de 2015 a 2018, excluindo a palavra função. Foram encontrados 48 trabalhos (artigos, dissertações e teses) dentre os quais foram separadas 5 pesquisas depois da análise dos títulos e resumos dos trabalhos. Apresentamos no quadro 2 os artigos selecionados e no quadro 3 as dissertações e as teses.

| | Título da Pesquisa | Instituição de Ensino | Autor | Ano de Publicação |
|---|---|---|---|---|
| 01 | Diminuindo a distância transacional: mediando a aprendizagem de conteúdos da geometria plana na educação a distância com o software GeoGebra | Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri | Débora Pelli; Flávio César Freitas Vieira | 2018 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 02 | O uso do GeoGebra em um ambiente virtual de aprendizagem | Universidade de Ribeirão Preto | Enir da Silva Fonseca; Magda de Oliveira Fernandes Fonseca | 2017 |

Quadro 2 - Artigos selecionados em EAD após critério de exclusão

Pelli e Vieira (2018) em seu artigo citado no quadro 2, apresenta o GeoGebra como uma ferramenta eficaz na comunicação de tutores e alunos. Para tanto, realizou construções e demonstrações geométricas com o GeoGebra no ambiente virtual de aprendizagem trabalhando com triângulos, ângulos opostos pelo vértice, teorema do ângulo externo e retas paralelas cortadas por uma transversal.

No segundo artigo, Fonseca e Fonseca (2017) tratam de estudos sobre a implementação do GeoGebra no *Moodle*, ensinando as etapas da instalação da ferramenta no AVA, orientando os docentes na criação de exercícios envolvendo triângulos e os inserindo no ambiente virtual, propondo assim um ambiente interativo e capacitando os docentes com a ferramenta utilizada.

O quadro 3 apresenta as dissertações e teses encontradas em EAD a partir da busca realizada.

| | **Título da Pesquisa** | **Instituição de Ensino** | **Autor** | **Ano de Publicação** |
|---|---|---|---|---|
| 01 | Proposta de abordagem do teorema do ângulo externo na formação continuada de professores de matemática da educação a distância (ead) com o uso do GeoGebra | Universidade Federal do Ceará | Marciano Araújo Santana | 2015 |
| 02 | Formação de professores de matemática para o uso de tecnologia: uma experiência com o GeoGebra na modalidade EAD | Universidade Federal do Rio Grande do Sul | Vandoir Stormowski | 2015 |
| 03 | Funcionamento e efetividade do laboratório virtual de ensino de matemática na formação inicial de professor de matemática na modalidade EAD | Universidade Estadual de Campinas | Lialda Bezerra Cavalcanti | 2014 |

Quadro 3 - Dissertações e teses selecionadas em EAD após critério de exclusão

Santana (2015), em sua pesquisa, aborda o teorema do ângulo externo na formação continuada dos docentes em um curso de especialização em Matemática da Universidade Vale do Acaraú. Sua proposta envolveu a educação a distância, buscando avaliar o desempenho dos estudantes/docentes em suas práticas de sala de aula com o ensino de geometria.

Stormowski (2015) em sua tese defende a relevância do uso da tecnologia na formação do professor de matemática na modalidade EAD, como uma maneira de capacitar os docentes utilizando o potencial da ferramenta GeoGebra como representação semiótica na educação.

Já Cavalcanti (2014) trata a respeito do laboratório virtual na formação do professor de matemática no EAD. Teve, como proposta, a realização de uma pesquisa com 53 discentes do curso de matemática da disciplina “Instrumentação para o Ensino de Matemática I” no ambiente virtual do Moodle, fazendo com que os participantes desenvolvessem atividades utilizando o GeoGebra com objetivo de construir conhecimento especifico na área.

## 3.2. Conclusões

De maneira geral, percebe-se que todos os trabalhos que abordam a temática preocupam-se em demonstrar as vantagens fornecidas com o uso da ferramenta GeoGebra, com suas aplicações em modelagens, nos conceitos, nas construções, nas demonstrações de teoremas, nas propriedades. Também abordam a atuação do professor na sala de aula, ou ainda, o desenvolvimento de estratégias para promover com sucesso a resolução de problemas.

Em todos os casos, o objetivo é o mesmo, qual seja, o ensino de Geometria através de um recurso tecnológico inovador, no sentido de não se restringir os esforços ao ensino dos conteúdos curriculares, mas também de permitir que o discente participe ativamente do processo de ensino-aprendizagem.

Nossa pesquisa é fortemente centrada no controle docente do GeoGebra como instrumento mediador, com base em sua experiência de ensino, e concentra-se na resolução de problemas. O objetivo é fazer do discente um construtor de seu raciocínio lógico. Com efeito, com essa metodologia buscamos alcançar um processo ativo, construtivo e crescente, pois o discente pode trabalhar seus caminhos para chegar à solução. A princípio percebemos que na interpretação de um conceito ou na resolução de um problema, a ferramenta GeoGebra poderá possibilitar a exploração, em uma mesma situação, de diversos aspectos, tamanhos e posições, explicitando propriedades e características de uma determinada figura geométrica. Esses aspectos serão discutidos de forma mais concreta nos próximos capítulos.

# 4. A FERRAMENTA GEOGEBRA

## 4.1. Ferramentas de Geometria Dinâmica – FGS

No que se refere às tecnologias, Borba (2004) aduz que

> As tecnologias são produtos humanos, e são impregnadas de humanidade, e reciprocamente o ser humano é impregnado de tecnologia. Neste sentido, o conhecimento produzido é condicionado pelas tecnologias e, em particular, pelas tecnologias da inteligência, denominadas mídias por mim para enfatizar o aspecto comunicacional. (BORBA, 2004, p. 305)

Nesse sentido, o uso de tecnologias educacionais é atualmente indissociável da atividade de ensino, e traz muitos benefícios, em comparação ao ensino clássico em sala de aula. O seu uso promove: aprendizagem exploratória; o desenvolvimento da compreensão conceitual; resolução de problemas; experimentação; *feedback* direto (permite que os alunos controlem diretamente suas ações e compreendam seus erros). Segundo Moran (2011), essas ferramentas agem como reorganizadores cognitivos e não apenas como intensificadores de habilidades humanas. Elas fornecem um ambiente adequado para o desenvolvimento da experimentação, exploração, criatividade na aprendizagem dos discentes, mas também no desenvolvimento do seu pensamento.

Relativamente ao ensino de Geometria, o termo *Geometria Dinâmica* foi originalmente concebido para destacar a característica básica das ferramentas educacionais nesse contexto: a transformação contínua e em tempo real de objetos geométricos, muitas vezes chamada de "arrastamento". Esse recurso permite que os usuários, depois de fazer uma construção, possam mover livremente determinadas figuras para observar como as figuras respondem dinamicamente a essas mudanças. À medida que essas figuras mudam, a ferramenta mantém todos os relacionamentos definidos como restrições essenciais da construção original e todas as relações que são consequências matemáticas deles.

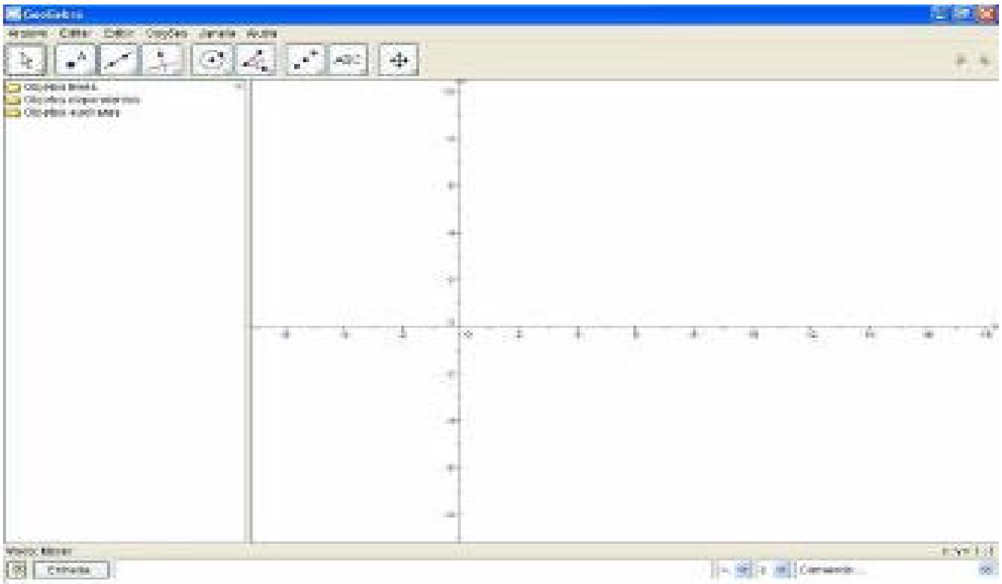
A esse respeito, Pais (2002) escreve que o ensino por meio de ferramentas instaladas em um computador é um suporte audacioso, pois compreende a dinâmica do movimento das figuras, sintetizando os conceitos geométricos.

Dentre as diversas ferramentas de Geometria Dinâmica existentes, três opções populares são o *Geometer Sketchpad* (https://www.dynamicgeometry.com/), Cabri II (https://cabri.com) e o GeoGebra. A interface nessas ferramentas de alguma forma simula a Geometria Euclidiana e, nesse aspecto, pode ser uma ferramenta apropriada para ensiná-la. Algumas dessas ferramentas também podem ser utilizadas no ensino de outros ramos da Matemática, como Álgebra, Análise, Geometria Analítica, Estatística e Probabilidades.

## 4.2. Visão geral da ferramenta GeoGebra

A figura 1 apresenta a tela inicial do GeoGebra, na qual encontramos a área de trabalho, a barra de menu e a barra de ferramentas.

Figura 1 - Tela Inicial do GeoGebra



Fonte – tela inicial do GeoGebra online – https://www.geogebra.org/classic

A tela inicial é dividida em duas partes; à esquerda da figura, encontra-se a zona algébrica e na parte direita, a zona gráfica. O menu principal do GeoGebra está localizado na tela da direita e consiste nos itens: Arquivos, Editar, Calc Matemática, Visualização, Opções, Ferramentas e Ajuda. O menu Arquivo permite criar, abrir, salvar e exportar arquivos. O menu Editar traz opções comuns para edição de objetos. O menu Math Calcs apresenta calculadora gráfica, calculadora CAS, calculadora de probabilidade. O menu Visualizar traz recursos para definir áreas de visualização. O menu de opções permite definir e ajustar vários recursos, ou seja, configurações como tamanho de letras, rotulagem, arredondamento, etc. O menu

Ferramentas permite a criação e configuração de objetos. Finalmente, o menu Ajuda fornece instruções técnicas para usar o programa GeoGebra.

A figura 2 destaca os principais elementos da tela inicial.

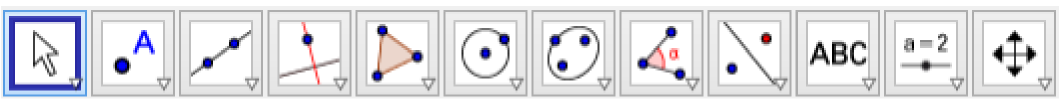
Figura 2 - Zonas de Trabalho do GeoGebra


Fonte - Manual Oficial da Versão 3.2

Na zona gráfica o usuário pode construir figuras geométricas usando as ferramentas disponíveis na barra de ferramentas. Cada figura criada na zona gráfica tem também uma representação na zona algébrica. A zona algébrica é reservada para que se possa digitar na caixa de texto expressões algébricas que, por conseguinte, são representadas de forma gráfica na zona gráfica. Todas as expressões algébricas do tipo livres ou dependentes podem ser modificadas. A zona de cálculo, que é conhecida como “folha de cálculo”, permite inserir não só números, como também a simbologia matemática suportadas pelo GeoGebra.

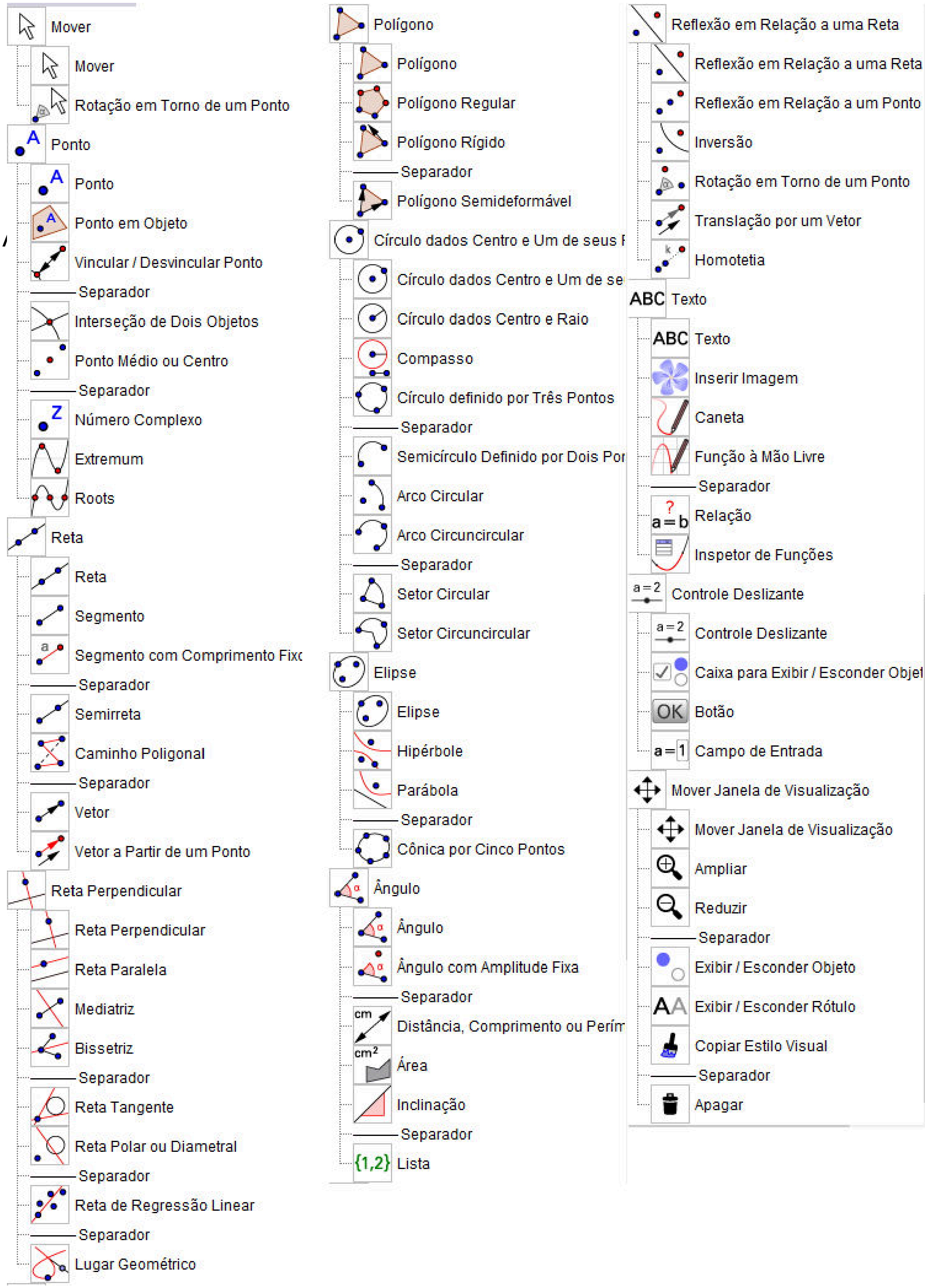
Apresentamos na figura 3 e na figura 4 a barra de ferramentas do GeoGebra, que permite encontrar rapidamente construções geométricas comuns.

Figura 3 - Barra de ferramenta do GeoGebra




Fonte - Manual Oficial da Versão 3.2

Figura 4 - Todas as funções da barra de ferramenta do GeoGebra




Fonte - Manual Oficial da Versão 3.2

A ferramenta GeoGebra é um artefato escrito na linguagem Java, reunindo recursos geométricos, algébricos e de cálculos. De acordo com Araújo e Nóbrega (2008), apresenta-se como uma ferramenta dinâmica com aplicações e representações em diversas áreas. Por exemplo, as coordenadas de pontos, de equações de retas e circunferências, a movimentação de figuras planas, etc. podem ser manipuladas dinamicamente. Assim, os recursos tecnológicos dessa ferramenta podem potencializar o ensino e a aprendizagem de conteúdos em Geometria Plana.

## 4.3. Ferramenta GeoGebra na aprendizagem matemática

Com relação ao uso do computador, os PCN (1997) de Matemática afirmam que

> O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as (PCN, 1997 p.48).

A incorporação desta prática como complemento ou apoio da ação docente em sua interação pessoal e direta com os discentes tem como objetivo trabalhar as informações transformando-as em conhecimento para que se possa superar os problemas propostos, o que chamamos de criação de condições de aprendizagem. O GeoGebra proporciona um ambiente de comunicação computacional onde, concluídas as construções, os discentes têm a oportunidade de modificar a figura, observando ao mesmo tempo as mudanças ocorridas nos outros elementos da figura.

Para Mizukami (1986), a interação que o discente desenvolve com a ferramenta pode viabilizar situações de aprendizagem em que os mesmos expõem suas concepções. Esta exposição potencializa a criatividade que é fruto de um pensamento autônomo na realização da atividade mais simples até alcançar um nível mais elevado. Sobretudo, é importante mencionar que o GeoGebra proporciona condições em que o discente constrói seu próprio conhecimento, mas sem a mediação de um indivíduo esta ferramenta não produzirá efeitos positivos, pois o mesmo não cria condições didáticas de ensino. Neste sentido, entende-se que o GeoGebra é apenas um mecanismo utilizado para criação e obtenção do conhecimento.

Com relação a se sentir criativo, uma das grandes vantagens do GeoGebra é na questão do imaginável, como a ilimitação da reta e da semirreta, a limitação dos segmentos de reta, propriedades de polígonos, teorema fundamentais como o de Tales e o de Pitágoras, e condição de existência de triângulos, entre outros. Mas, a ferramenta em si não pode, sozinha, estimular a criatividade do discente; o docente deve trabalhar como intermediador, produzindo desafios e suscitando a proximidade entre o discente e o GeoGebra.

Nossa proposta consiste em uma investigação do uso da ferramenta GeoGebra como andaime no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Plana. Buscamos enfatizar o caráter mediador do uso dessa ferramenta dentro da metodologia de Resolução de Problemas, ao propor a incorporação de roteiros guiados de resolução. De posse de um dispositivo com acesso à Internet, o aluno recebe problemas propostos pelo docente, que deve resolver com construções geométricas e aplicação de teoremas de Geometria. Cada resolução envolve, assim, a elaboração de uma estratégia. Todavia, a visualização completa dessa estratégia pode não estar clara ao discente, por este desconhecer, por exemplo, algum teorema a ser usado na resolução. À medida que encontra barreiras, entra em cena o papel mediador dos roteiros de resolução previamente elaborados pelo docente, com base em sua experiência sobre as dificuldades comuns de resolução do problema em questão; o educando faz então uso desses roteiros guiados, que não são modelos de respostas terminadas, mas sim indicações de como encontrar os próximos passos da resolução. Na medida que o discente avança em seus conhecimentos, os roteiros descobertos anteriormente servem de embasamento teórico para o enfrentamento dos novos desafios. Acabamos assim evidenciando a importância da Resolução de Problemas no processo de assimilação dos conteúdos.

# 5. METODOLOGIA

## 5.1. Caracterização da pesquisa

Considerando que a relevância da pesquisa qualitativa está na pluralização dos estilos de vida e de padrões de interpretação, e a das quantitativas em descrever o fenômeno através de métodos de medição, optou-se por uma abordagem qualitativa e quantitativa, tomando-se como base empírica uma experiência de resolução de problemas de Geometria através da plataforma GeoGebra em uma escola. Trata-se de uma prática construtivista, na qual o computador é utilizado como objeto mediador de aprendizagem.

Para Lakatos e Marconi (2001), a pesquisa explicativa objetiva ajustar o elo de causa e efeito com base da utilização direta das variáveis relativas ao tema estudado, identificando as causas do fenômeno. A pesquisa exploratória objetiva descobrir fenômenos ou novas explicações, com pesquisas teóricas, experimentações e práticas. Já a pesquisa descritiva tem como objetivo reunir e analisar dados levantados. Nessa linha, a presente pesquisa é descritiva, pois observamos, registramos e analisamos as informações coletadas.

As intervenções em ambiente escolar, nas quais avaliamos a aplicação de atividades com o GeoGebra, constituem uma pesquisa de campo, um estudo de caso e uma pesquisa experimental. Utilizamos como instrumentos de avaliação dois questionários, aplicados antes e depois dessas intervenções.

Na sequência, detalhamos os aspectos metodológicos dessa pesquisa, descrevendo instrumentos, sujeitos, enquadramento espacial e temporal, procedimentos e atividades realizadas. Resultados dessa pesquisa são discutidos no próximo capítulo.

## 5.2. Local de realização da pesquisa

A intervenção ocorreu no Instituto Educacional Rogers, que daqui em diante chamaremos de I. E. Rogers; trata-se de uma escola particular, situada em um bairro de classe média baixa na cidade de Teresina PI.

O contato inicial com o gestor responsável pela instituição ocorreu nos primeiros dias do mês de janeiro de 2019, quando apresentamos a proposta para aplicação da pesquisa. Três critérios práticos orientaram a escolha dessa escola: acesso do pesquisador aos gestores; disponibilidade de turma do 9º ano do ensino fundamental e do 1ª ano do ensino médio; aceitação da aplicação da pesquisa por parte da direção e do docente da disciplina de Matemática. Quesitos socioeconômicos não foram considerados nessa escolha.

Em reunião prévia, discutimos com a coordenadora e o docente o desenvolvimento das intervenções. Tomamos conhecimento dos conteúdos já trabalhados pelo docente em Geometria, o que serviu de subsídio à seleção de problemas para abordagem no GeoGebra. Apresentamos nossa proposta baseada na Resolução de Problemas, com objetivo de levar os discentes a construírem um raciocínio geométrico autônomo, com base na ferramenta GeoGebra. Tivemos apoio da coordenação e do docente para a realização dessa proposta.

A realização da atividade dependeu de um laboratório com computadores disponíveis aos discentes. A escola possuía três computadores na sala dos docentes, que poderiam ser usados também pelos discentes; assim surgiu a necessidade de criação de um espaço exclusivo destinado a aulas com multimídia, bem como a incorporação de novos computadores. Coube ao pesquisador e ao docente a instalação desse espaço, tarefa que culminou na disponibilização de um laboratório de informática com sete computadores para as atividades.

## 5.3. População e amostra

O cenário educacional escolhido para aplicação das intervenções foi inicialmente o 9º ano do ensino fundamental, turma composta por dezoito discentes. Por sugestão do docente, agregou-se a essa atividade, ainda no início, a turma do 1º primeiro ano do ensino médio, composta por doze discentes. Desse público, como mostrado no gráfico 1, participaram efetivamente vinte e seis discentes, dezessete do 9º ano do ensino fundamental e nove do 1º ano do ensino médio, representado no gráfico 1.

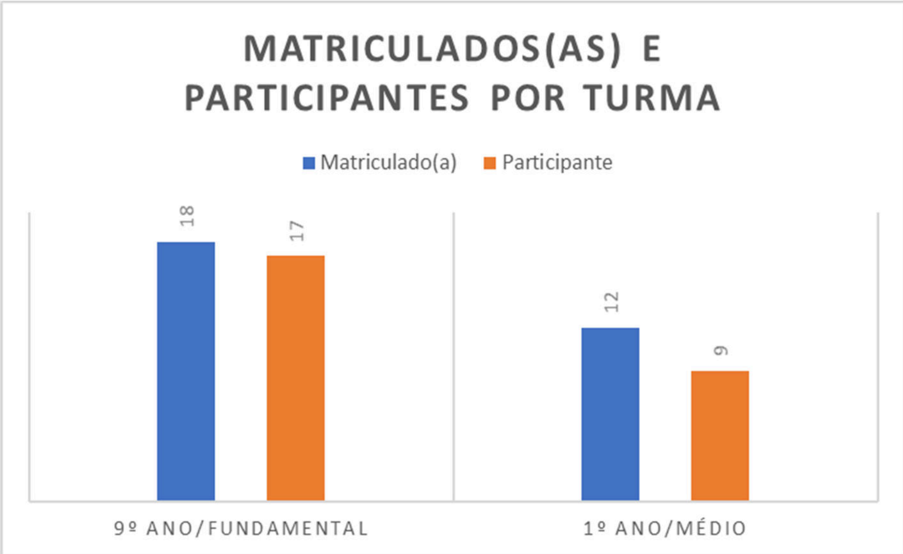



Gráfico 1 - Matriculados e participantes por turma

As intervenções começaram a ser realizadas no início de maio de 2019, logo após a aplicação da 3ª avaliação escolar, e foi dividida em cinco etapas (conforme descrevemos mais adiante), estendendo-se até o mês de junho de 2019. Cada etapa constituiu-se de duas visitas na escola em dois dias da semana, na terça-feira com duração de duzentos minutos e na quinta-feira com duração de cem minutos. As atividades selecionadas nas experiencias estiveram em consonância com os conteúdos trabalhados na época na disciplina de Matemática.

## 5.4. Instrumentos

Os instrumentos utilizados em nossa pesquisa de campo foram os seguintes:

- Questionário preliminar abordando representação dos sujeitos participantes / percepção do software GeoGebra – QUESTIONÁRIO A;
- Atividades de resolução de problemas de Geometria no caderno e no GeoGebra;
- Questionário pós-experiência dos sujeitos da pesquisa – QUESTIONÁRIO B;
- Protótipo de criação de resoluções guiadas no GeoGebra (executado pelo docente da disciplina);

- Protocolo de elaboração de atividades guiadas – APENDICE C.

Esses instrumentos podem ser encontrados nos anexos desta dissertação.

Os conteúdos trabalhados nas intervenções com o GeoGebra foram conceitos geométricos básicos: pontos no plano cartesiano, retas no plano cartesiano, retas paralelas, retas perpendiculares, intersecção de retas, ponto médio de um segmento, mediatriz de um segmento, ângulos, classificação de um ângulo, comprimento de um ângulo, bissetriz de um ângulo, circunferência, figuras geométricas. Ao estudar as relações métricas no triângulo retângulo tivemos a aplicação do Teorema de Pitágoras em algumas construções. E ainda fizemos um estudo mais geral sobre polígonos, culminando com os polígonos regulares.

## 5.5. Descrição da pesquisa de campo

A pesquisa de campo, que envolveu duas turmas do I. E. Rogers e o docente de Matemática das mesmas, desenvolveu-se como segue.

No primeiro encontro, que ocorreu em dias distintos, um dia para cada turma, fizemos uma apresentação da pesquisa, sua finalidade, instituição de origem, disciplina abordada, conteúdo programático e proposta geral do uso de uma ferramenta tecnológica. Apresentamos também a ferramenta GeoGebra, e ao final aplicamos o questionário inicial – perfil dos sujeitos participantes (QUESTIONÁRIO A; Apêndice A). Esses encontros ocorreram na presença do docente de Matemática.

As intervenções seguintes aconteceram no laboratório. Nelas, realizamos as atividades de resolução de problemas; elencamos três problemas para essa etapa, em nível crescente de dificuldade. Em cada um, apresentamos o enunciado e começamos solicitando aos discentes uma tentativa de resolução no caderno, sem suporte tecnológico; somente depois utilizamos as resoluções guiadas no GeoGebra. Este protocolo é explicado em 5.5.2.

Finalmente, no último encontro, aplicamos o questionário pós-experiência (QUESTIONÁRIO B; Apêndice B).

Para organizar nossa exposição, dividimos as atividades com os discentes em cinco etapas: 1ª etapa, executada dias sete e nove de maio de 2019, dedicada à ambientação com a ferramenta e aplicação do questionário inicial; 2ª etapa, dias quatorze e dezesseis de maio de 2019, 3ª etapa, dias vinte e um e vinte e dois de maio de 2019 e 4ª etapa, dias vinte e oito e trinta de maio de 2019, consistiram na prática de resoluções guiadas de problemas com o GeoGebra; a 5ª e última etapa, dias quatro e seis de junho de 2019, consistiu na aplicação do questionário final pós experiência.

Em todas as etapas, as turmas foram separadas em dias diferentes; para cada etapa, primeiro realizamos a experiência com a turma do 9º ano, e em seguida com a turma do 1ª ano do ensino médio.

Na sequência (seções 5.5.1 a 5.5.6), detalhamos essas etapas. Na Seção 5.6, apresentamos os problemas de Geometria escolhidos e a descrição das resoluções guiadas, que elaboramos previamente no GeoGebra. No Capítulo 6, apresentamos comentários e discussões sobre os resultados dessas práticas.

### 5.5.1. 1ª etapa

Como tínhamos duas turmas, separamos o dia sete de maio de 2019 para trabalhar com a turma do 9ª ano do ensino fundamental e o dia nove de maio de 2019 para trabalhar com os discentes do 1ª ano do ensino médio. Dividimos a 1ª etapa em dois momentos, para ambas as turmas. Como mencionado em 5.4, em todas as etapas as turmas foram separadas em dias diferentes; para cada etapa, primeiro realizamos a experiência com a turma do 9º ano, e em seguida com a turma do 1ª ano do ensino médio.

O primeiro momento foi desenvolvido na sala de aula utilizando o *datashow* e o notebook. Na aula, fizemos uma explanação sobre a importância do projeto, bem como sua temática, os objetivos e a proposta do GeoGebra como ferramenta de auxílio no processo do ensino. Informamos que o projeto faz parte de uma pesquisa de mestrado desenvolvida na UFRPE.

Ao final dessa apresentação, aplicamos o QUESTIONÁRIO (Apêndice A), “Perfil do Participante”. Buscamos com esse questionário:

- delimitar o nível de conhecimento do conteúdo de Geometria de suas séries respectivas;
- avaliar o nível de conhecimento de Informática, seu letramento digital, destacando a frequência, o local e a finalidade que os discentes participantes destinam à utilização de computadores;

- indagar quanto à aplicação de tecnologias como meio na aprendizagem, buscando levantar percepções sobre o uso desses recursos como apoio às atividades desenvolvidas em sala de aula;
- descobrir contatos prévios com a ferramenta GeoGebra.

O questionário compõe-se de perguntas abertas e fechadas, e sua análise (feita no próximo capítulo) deu-se de modo quantitativo e qualitativo. Na sequência, e seguindo nosso planejamento para a 1ª etapa, apresentamos ainda em sala de aula a ferramenta GeoGebra, as diversas funções disponíveis, o que se configurou para os discentes como um primeiro contato com um recurso tecnológico voltado a melhorar o processo de aprendizagem da Matemática.

Em seguida, os discentes foram encaminhados ao laboratório, para uma primeira experiência prática com o GeoGebra. Nela, foi requisitado aos discentes, com ajuda do docente da disciplina e do pesquisador, a construção de pontos no plano cartesiano, retas no plano cartesiano, retas paralelas, retas perpendiculares, intersecção de retas, ponto médio de um segmento, mediatriz de um segmento, figuras planas, ângulos, bissetriz de um ângulo e uma circunferência.

### 5.5.2. 2ª, 3ª e 4ª etapas

Nas três etapas seguintes, realizamos as intervenções de resolução dos problemas utilizando os guias de roteiro na ferramenta GeoGebra e no laboratório. Como mencionado em 5.5, em todas as etapas as turmas foram separadas em dias diferentes; para cada etapa, primeiro realizamos a experiência com a turma do 9º ano, e em seguida com a turma do 1ª ano do ensino médio.

Como mencionado na seção 5.2. o I. E. Rogers não possuía um laboratório específico para atividades dos discentes. Com apoio da direção, o pesquisador e o docente de Matemática promoveram a disponibilização de um laboratório de informática com sete computadores para as atividades dessas etapas.

A alocação dos vinte e seis discentes nesses sete computadores foi organizada através da formação de três grupos: dois grupos para o 9ª ano do ensino fundamental e um grupo para o 1º ano do ensino médio. Os dezessete discentes da turma do 9º ano foram divididos como segue: no 1º grupo, com nove discentes, dois computadores foram utilizados por dois discentes para cada computador, e os cinco computadores restantes foram utilizados somente por um discente em cada computador; no 2º grupo, com oito discentes, tivemos seis discentes utilizando seis computadores e dois discentes utilizando o computador restante. Já na turma do 1º ano do ensino médio (grupo único), dois computadores foram utilizados por dois discentes para cada computador, e os cinco computadores restantes foram utilizados somente por um discente em cada computador. A divisão dos grupos por turma está representada na figura 5.

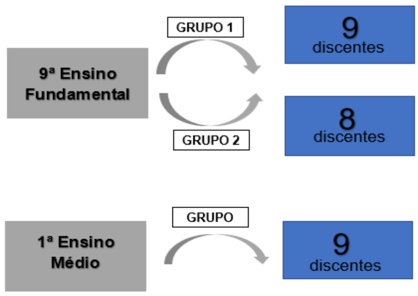



Figura 5 - Quantidade de discentes por grupo

A turma do 9ª ano do ensino fundamental, mesmo com dois grupos, trabalhou em um único dia e separadamente da turma do 1ª ano do ensino médio, que trabalhou em um outro dia.

Cada uma dessas etapas iniciou-se com o seguinte protocolo:

- Cinco minutos de apresentação do GeoGebra, nas quais continuamente destacamos as principais barras de ferramentas de construção, sempre utilizando nas demonstrações o *datashow* e também vídeos selecionados no YouTube;
- Cinco minutos de ambientação, nos quais os discentes estiveram livres para criar figuras à vontade e descobrir o potencial da ferramenta;
- Vinte minutos para resolver o problema de Geometria proposto da atividade. Esta resolução se dava de forma individual e utilizando somente o enunciado do problema, caderno, lápis e borracha, sem ajuda dos guias no GeoGebra;
- Quarenta minutos entre explicação do processo de resolução do problema proposto e a efetiva construção da mesma, utilizando os guias inseridos no GeoGebra;

- Intervalo de cinco minutos para descanso;
- Vinte minutos para nova tentativa de resolução no caderno, individualmente, sem contato com os guias no GeoGebra;
- Por fim, cinco minutos para considerações finais.

Um resumo é apresentado na figura 6. Esse protocolo se repetiu para cada um dos três problemas selecionados.

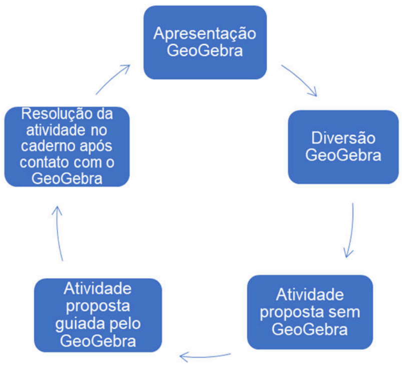



Figura 6 - Protocolo das sequências das intervenções

Na Seção 5.6, descrevemos os exercícios selecionados e os roteiros de sua resolução no GeoGebra. Nessa experiência, as resoluções foram previamente preparadas pelo pesquisador, usando para isso código *script* nativo da plataforma para ocultar e exibir objetos de acordo com ações executadas pelo discente.

Cumpre ressaltar que, embora as atividades tenham sido elaboradas pelo pesquisador, entendemos que o docente de Matemática é o especialista competente para desenhar caminhos pedagógicos que possam levar à aquisição de um conteúdo (em outras palavras, à transposição da ZDP referente a esse conteúdo). O conjunto de recomendações apresentado no Apêndice C propõe fornecer subsídios para que o docente possa elaborar suas próprias resoluções guiadas.

### 5.5.3. 5ª etapa

Na 5º e última etapa aplicamos o questionário pós experiência (QUESTIONÁRIO B) a fim de avaliar a eficácia da metodologia empregada e ganhos pedagógicos obtidos com o uso da ferramenta GeoGebra. O questionário aborda a impressão dos discentes ao usarem a ferramenta GeoGebra como mediadora no processo de ensino, buscando avaliar os seguintes elementos:

- Se os discentes passaram a considerar o GeoGebra uma ferramenta importante no processo de ensino;
- Se durante as intervenções houve dificuldades no uso da ferramenta;
- Se a ferramenta GeoGebra pode tornar as aulas de Geometria mais proveitosas e dinâmicas, a ponto de tornar o entendimento dos conceitos mais eficiente.

Uma discussão sobre as respostas também é feita no Capítulo 6.

## 5.6. Resoluções guiadas

Nesta seção apresentamos as etapas de resolução no GeoGebra de cada um dos três problemas selecionados. Para isso, apresentamos as telas de cada etapa, e uma discussão sobre a mesma. As implicações dessa experiência no processo de ensino-aprendizagem e na construção do conhecimento da disciplina de Geometria são discutidas no Capítulo 6.

Em linhas gerais, uma resolução guiada consiste na exibição sucessiva das etapas da resolução, ocultando ao mesmo tempo objetos das etapas anteriores. Esses objetos envolvem construções geométricas e caixas de texto com explicações e sugestões do docente. O discente pode então "executar" a resolução de forma autônoma, até uma etapa em que possa prosseguir sozinho, clicando, em cada passo, em um botão que faz uma transição para uma nova etapa. Veremos (Capítulo 6) que essa prática permitiu que parte dos discentes atingisse condições de resolver um problema no caderno sem apoio da ferramenta, resultado que se alinha à nossa proposta de utilizar a plataforma GeoGebra como andaime.

Conforme mencionamos, as atividades foram apresentadas em nível crescente de complexidade, com exercícios oriundos das seguintes fontes: a dissertação de mestrado profissional de Fiorotti, (2014), que trata de sequências didáticas para ensino de Geometria com o GeoGebra, e que discutimos em nosso Estudos Relacionados; ENEM 2011; Concurso Público de Admissão ao Colégio Naval CPACN/2017. Para cada atividade, apresentamos seu enunciado, o *link*

GeoGebra com a resolução guiada que preparamos, e um comentário sobre os diversos passos do percurso dessa resolução.

### 5.6.1. Atividade 1 (14/05/2019 e 16/06/2019)

**(Fiorotti, 2014)**

Na figura a seguir, as retas r e s são paralelas. Calcule o valor de x.

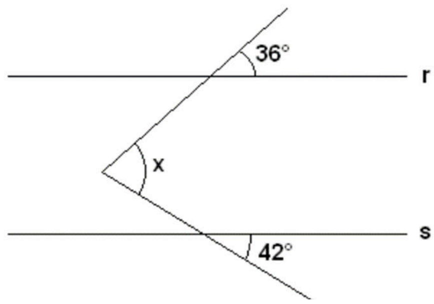



Figura 7 - Imagem inicial da atividade 1

Primeiramente pedimos aos discentes que resolvessem essa atividade no caderno, sem ter contato com o GeoGebra, usando somente papel (construção), lápis e uma borracha. Em seguida os mesmos puderam acompanhar a resolução guiada no GeoGebra.

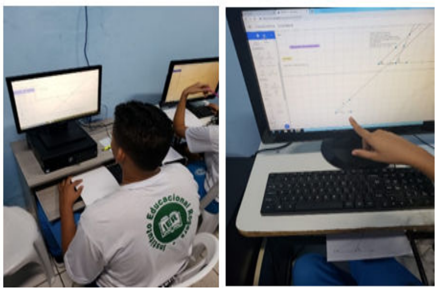


Figura 8 - Intervenção no laboratório

**Guia 1:** “Por onde começo?”

A primeira tela apresentada ao discente no GeoGebra mostra a figura do enunciado já desenhada, acompanhada de dois botões: “Recomeçar” e “Por onde começo?”. O primeiro botão tem uma finalidade meramente operacional, ele permite retornar a essa primeira tela, a partir de qualquer etapa da atividade. O segundo botão vincula-se à resolução guiada elaborada previamente, conforme figura 9.

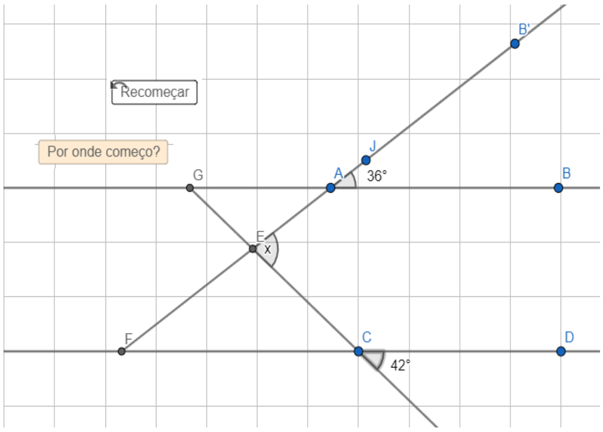



Figura 9 - Construção da figura da atividade 1

Depois que o discente lê o enunciado e vai para a figura interpretar o problema, surgem as dúvidas. O que eu devo fazer, por onde eu começo? Ao clicar no botão “Por onde começo?”, o discente é convidado a observar o ΔFEC e é feita uma pergunta a ele com relação aos ângulos: será que conseguimos calcular os ângulos internos de um triângulo? Com isso o discente pode observar que para ele começar a responder o problema, ele tem que fazer com que apareça um triângulo na figura original e calcular os ângulos internos de um triângulo, como na figura 10.

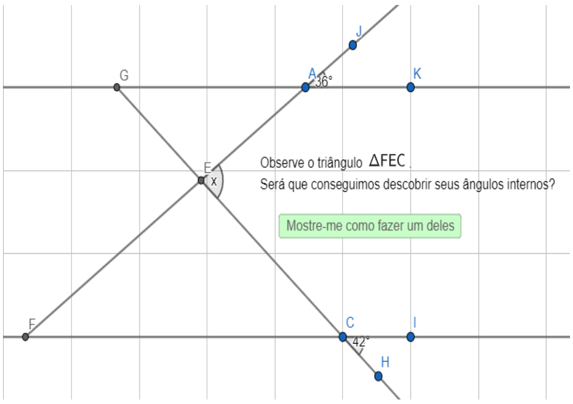



Figura 10 - Guia 1 da construção da figura da atividade 1

**Guia 2:** “Mostre-me como fazer um deles”

Sabendo que precisa encontrar o valor dos ângulos o discente se pergunta: existem três ângulos, por qual eu devo começar a encontrar o valor? A segunda sugestão direciona o discente a encontrar o valor do ângulo ECF ao clicar no botão “Mostre-me como fazer um deles”. Fazendo-se isso, é exibida uma mensagem sobre a relação dos ângulos opostos pelo vértice: dois ângulos são OPV quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro; os ângulos OPV são congruentes, como segue no exemplo mostrado na figura 11.

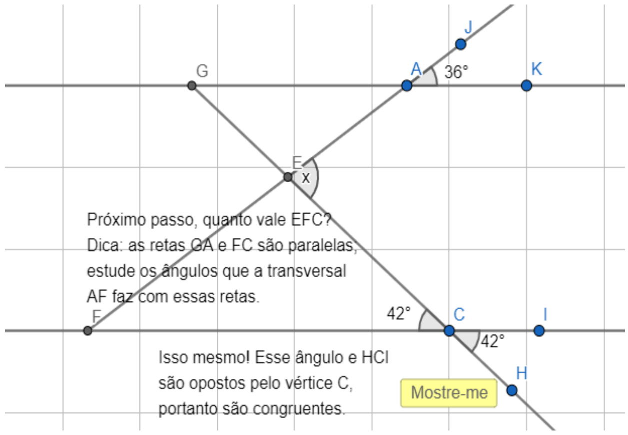



Figura 11 - Guia 2 da construção da figura da atividade 1

**Guia 3:** encontrar o valor do ângulo EFC

Trata-se de encontrar o ângulo EFC. Observe que na figura 11 o discente recebe uma informação a respeito das retas GA e FC, que são paralelas, e pede para que os discentes estudem a respeito sobre o que uma reta AF que é transversal forma com essas duas retas GA e FC que são paralelas.

Ao clicar em “Mostre-me” o discente recebe a informação de que os ângulos EFC e JAK são congruentes porque são formados por duas retas paralelas entre si e são cortadas por uma mesma transversal formando ângulos correspondentes, mostrado na figura 12.

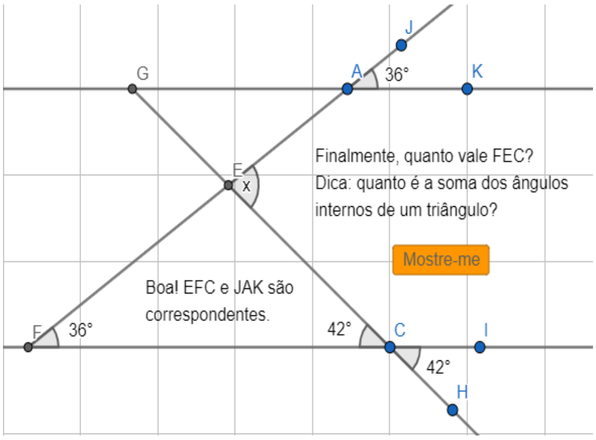



Figura 12 - Guia 3 da construção da figura da atividade 01

**Guia 4**: encontrar o ângulo FEC

Trata-se de descobrir quanto vale o ângulo FEC. Nesta etapa da resolução do problema o discente é convidado a responder quanto vale a soma dos ângulos internos de um triângulo. Ao clicar em “Mostre-me”, o discente é informado que o último ângulo vale 102º, pois a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, conforme se vê na figura 13.

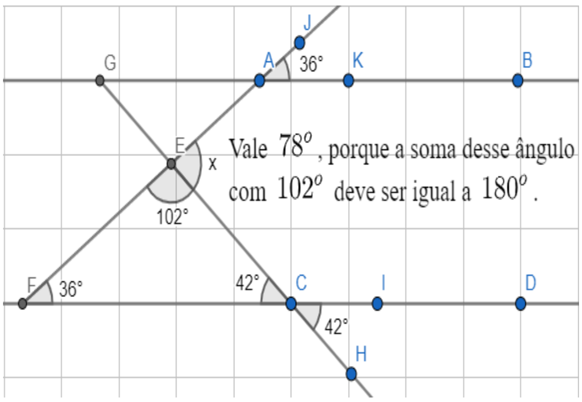



Figura 13 - Guia 4 da construção da figura da atividade 01

Finalmente, podemos encontrar o valor de “x” sabendo que 102º + x é um ângulo raso, também conhecido como meia volta: mede o mesmo que 180º, conforme figura 14.

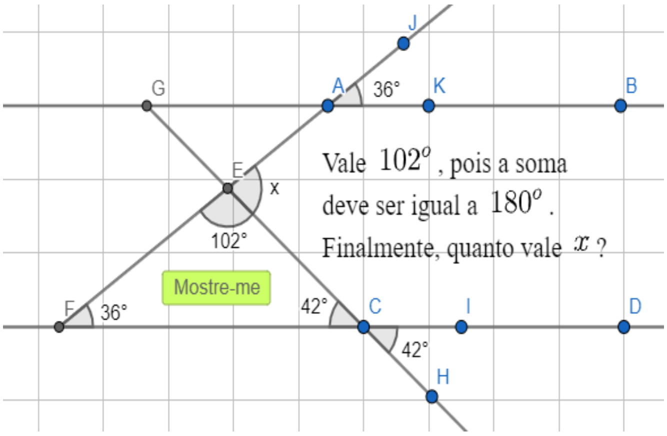
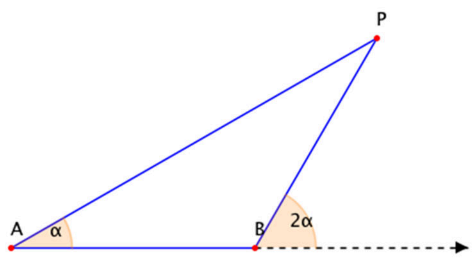



Figura 14 - Construção da figura da atividade 01

### 5.6.2. Atividade 2 (21/05/2019 e 23/05/2019)

**(ENEM, 2011)**

Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. Suponha que o navegante tenha medido o ângulo α= 30º e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, qual é a menor distância do barco até o ponto fixo P? A figura ilustra essa situação:




Resolução guiada: https://www.geogebra.org/geometry/bd2hjn8r

Figura 15 - Imagem inicial da atividade 02

Novamente, todos os discentes tiveram o primeiro contato com a segunda atividade proposta no caderno, sem o auxílio dos guias no GeoGebra, e em seguida passaram para a plataforma.

**Construção da Figura no GeoGebra**

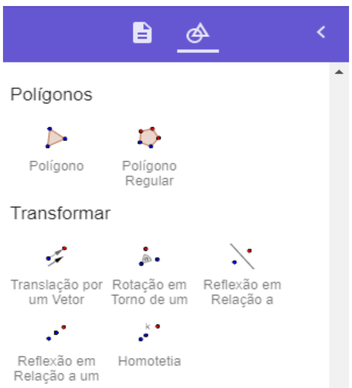
Para esta atividade não entregamos uma figura pronta nos guias do GeoGebra. A proposta foi que, com a leitura do enunciado projetado e utilizando o *datashow*, com a experiência já adquirida pelos discentes e com as possibilidades de construção utilizando as ferramentas do GeoGebra, os discentes estariam em condições de desenhar a figura atrelada ao enunciado, proporcionando aos mesmos um maior controle e tornando a tarefa mais satisfatória e estimulante. As primeiras etapas da resolução orientam na criação dessa figura.

As figuras 16, 17 e 18 ilustram algumas janelas de comandos do GeoGebra necessárias para a construção da figura.

Figura 16 - Janela de Ferramenta do GeoGebra

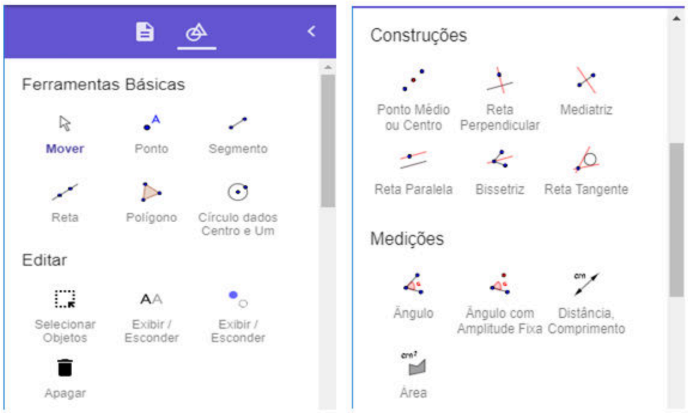

Fonte aplicativo *offline* GeoGebra

Figura 17 - Janela de Ferramenta do GeoGebra




Fonte aplicativo *offline* GeoGebra

Figura 18 - Janela de Ferramenta do GeoGebra




Fonte aplicativo *offline* GeoGebra

**Guia 1: "**Como começo?"

Na tela inicial, em branco, o discente tem a sugestão "Como começo?" Segue-se a sugestão de construir um segmento de reta AB de comprimento 2000 m com a ferramenta "Segmento com". Este segmento AB é onde será feito um ângulo visual mirando em um ponto na praia, conforme figura 19

Tela inicial

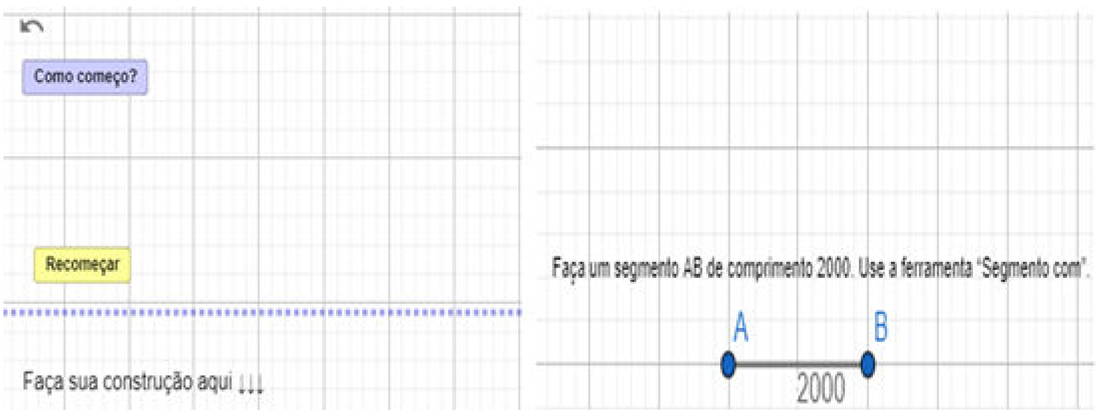



Figura 19 - Guia 1 da construção da figura da atividade 02

**Guia 2:** construir ângulo

A sugestão é a construção de um ângulo. Pede-se que use a ferramenta “ângulo com amplitude fixa”, selecionando no segmento de reta AB os pontos B e A, respectivamente, para criar um ângulo BAB’ com medida de 30º no sentido horário. Em seguida, já criado o ângulo, o discente pode observar que automaticamente foi criado um ponto B’ em que a semirreta AB’ obrigatoriamente é traçada para que o ângulo de 30º, que representa α, seja estruturado, como se vê na figura 20.

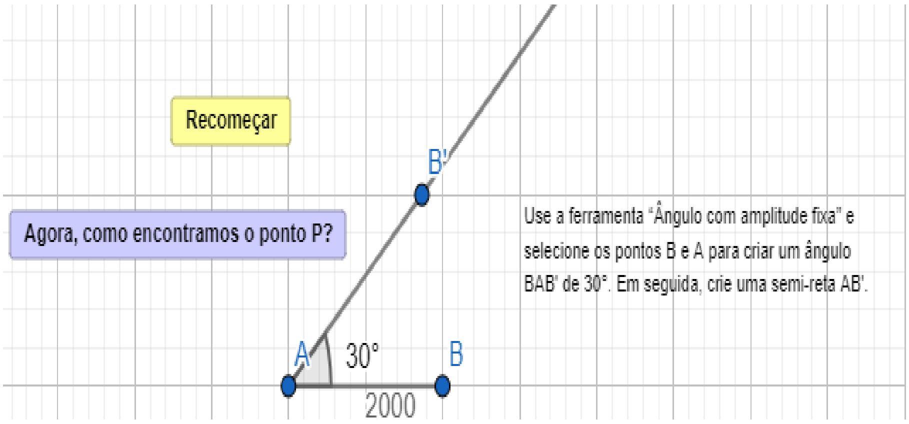



Figura 20 - Guia 2 da construção da figura da atividade 02

**Guia 3**: encontrar o ponto P

Como o problema quer saber a distância do barco até a praia e tem-se um ângulo visual até um ponto na praia, faz-se necessário encontrar o ponto P ilustrado no enunciado. Ao clicar na sugestão tem-se a seguinte instrução: crie uma semirreta AB e nela um ponto C depois de B. Em seguida, com a ferramenta “ângulo com amplitude fixa”, selecione na semirreta AB os pontos C e B, respectivamente, para criar um ângulo CBC’ com medida de 60º no sentido horário. Em seguida, já criado o ângulo, o discente pode observar que automaticamente foi criado um ponto C’ em que a semirreta AC’ obrigatoriamente é traçada para que o ângulo de 60º que representa 2α seja estruturado. Em seguida, para que o triângulo seja determinado, o discente precisa encontrar o ponto de intersecção entre as semirretas AB’ e AC’. Para isso, usando a ferramenta “pontos”, o discente clica em “intersecção de dois objetos” para encontrar o ponto P, como na figura 21 abaixo.

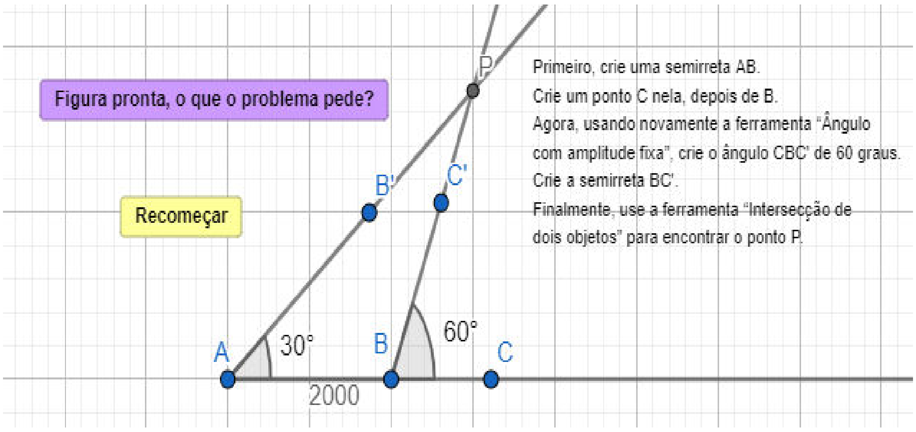



Figura 21 - Guia 3 da construção da figura da atividade 02

**Guia 4**: encontrar a menor distância

A figura 22 mostra a figura pronta, e vamos ao que o problema pede: a menor distância do barco até o ponto P. Essa distância será o comprimento de uma perpendicular que é construída na ferramenta "reta perpendicular".

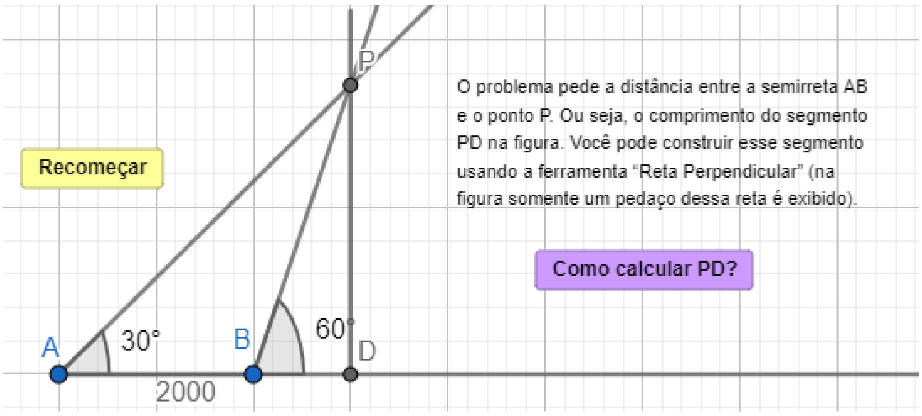



Figura 22 - Guia 4 da construção da figura da atividade 02

Nesta etapa, o discente percebe que o roteiro apresenta a pergunta "como calcular PD?" conforme figura 22, que é uma reta perpendicular à semirreta AB.

**Guia 5**: calculando o valor da menor distância

Clicando na pergunta, o roteiro sugere, como primeiro passo, encontrar o ângulo ABP, que é formado a partir de um ângulo raso 60 + B, representado na figura 23.

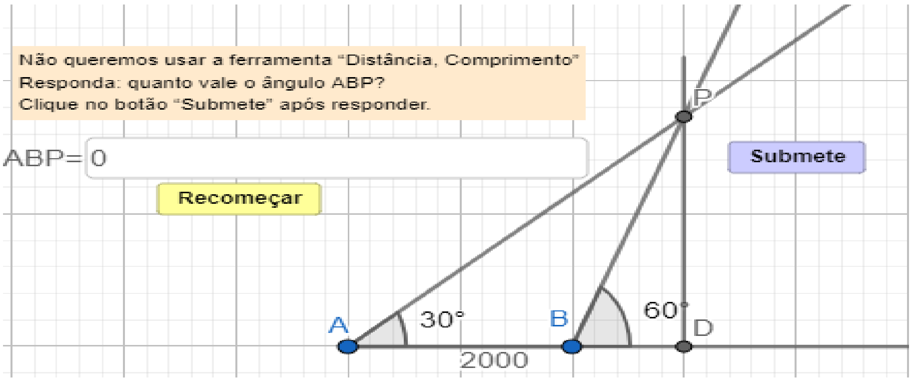



Figura 23 - Guia 5 da construção da figura da atividade 02

Note que o roteiro solicita que o discente não use a ferramenta de medição do GeoGebra para encontrar a distância PD, porém instiga-o a calcular esse valor. Essa instrução se coaduna com o objetivo dessa dissertação, que é inculcar no discente a capacidade de resolver integralmente o problema geométrico, ao invés de instruí-lo a usar ferramentas automáticas para isso.

A fim de encontrar o valor do ângulo ABP, o discente encontra o valor do ângulo raso 180º, e subtrai de 60º, que é suplementar. Logo temos x + 60º = 180º → x = 120º. Ao definir o valor na caixa de texto, o roteiro indica se está ou não correto, como se vê na figura 24.

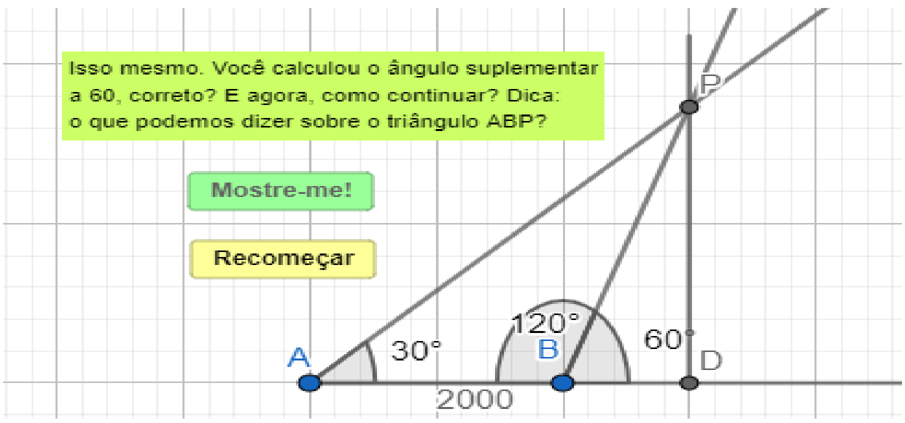



Figura 24 - Guia 5 da construção da figura da atividade 02

**Guia 6**: triângulo ΔABP

"O que podemos dizer sobre o ΔABP?" Neste momento o roteiro direciona o discente a relembrar da classificação dos triângulos: o discente sabe que ΔABP é isósceles e que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, e como o ângulo a = 30º e b = 120º, tem-se que para o ângulo p só faltam 30º. O discente acaba de descobrir que a medida AB é igual à BP, pois os ângulos A e P são iguais, como mostrado na figura 25.

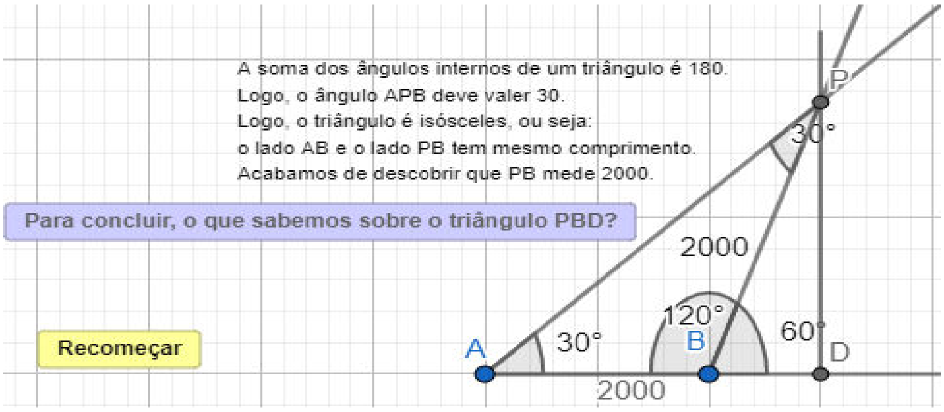



Figura 25: guia 6 da construção da figura da atividade 02

Finalmente para concluir e encontrar a distância desejada, o discente é levado a observar que o ΔPBD é retângulo, pois PD é perpendicular e forma com a semirreta AB um ângulo de 90º (figura 26). Assim, é possível estabelecer as relações existentes entre os lados de um triângulo retângulo. As principais são o seno, o cosseno e a tangente. Utilizamos a relação do seno:

$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

Clicando no último botão – "Para concluir, o que sabemos sobre o ΔPBD" – o discente encontra o valor da distância do barco ao ponto P, segundo a figura 26

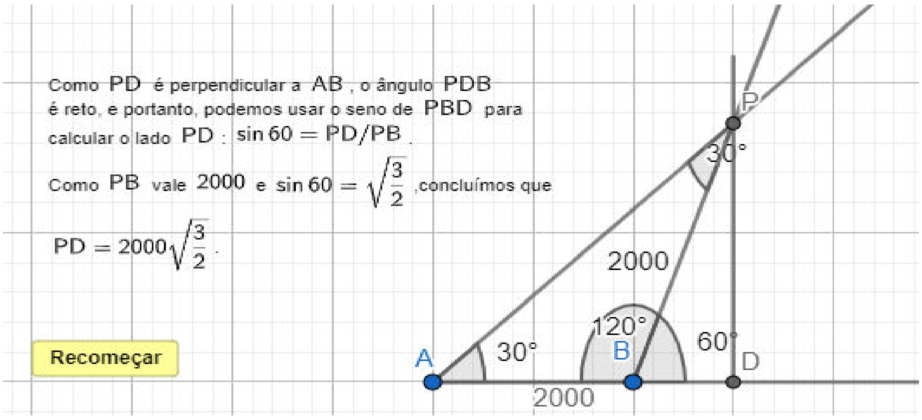
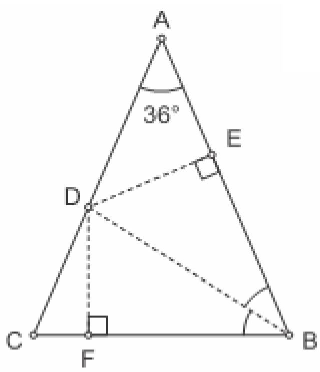



Figura 26 - Construção final da figura da atividade 02

### 5.6.3. Atividade 3 (28/05/2019 e 30/05/2019)

**(Concurso Público de Admissão ao Colégio Naval 2017)**

A figura abaixo mostra um triângulo isósceles ABC, onde BAC = 36º, e AB = AC = 1 m. A bissetriz interna de B corta AC em D. Por D traçam-se as distâncias até AB e até BC determinando os pontos E e F respectivamente. Sendo assim, quanto vale o produto $\frac{DE}{AD} \cdot \frac{DF}{BF}$ ?




Resolução guiada: https://www.geogebra.org/geometry/anmeramz

Figura 27 - Imagem inicial da atividade 03

Seguindo o mesmo protocolo das duas intervenções anteriores, todos os discentes tiveram o primeiro contato com a terceira atividade proposta sem o auxílio dos guias no GeoGebra.

Para esta atividade, utilizamos como recurso de transição entre etapas as setas do protocolo de construção nativo do GeoGebra, ao invés de implementar botões. Com isso, ilustramos as diversas possibilidades de se construir uma atividade guiada. Por outro lado, o uso desse recurso impõe uma limitação, as etapas anteriores não são apagadas da tela, mas permanecem nela. Vamos, na sequência, apresentar somente os recortes das telas contendo os elementos geométricos introduzidos em cada etapa.

De início, o roteiro apresenta a figura e a pergunta a ser respondida: o valor do produto $\frac{DE}{AD} \cdot \frac{DF}{BF}$ O discente de imediato identifica esses segmentos na figura 28.

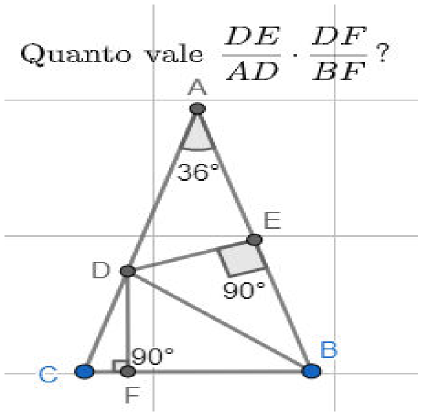



Figura 28 - Tela inicial da atividade 03 no GeoGebra

**Guia 1:** “Vamos falar de ângulos nessa figura.”

É apresentada a mensagem “Vamos falar de ângulos nessa figura. O que se pode concluir sobre os ângulos ACB, ABD e o CDB?”

De posse das informações encontradas no conteúdo que trata da soma dos ângulos internos de um triângulo, da classificação dos triângulos quanto ao lado e ao ângulo e suas relações, bem como o que uma bissetriz faz com um ângulo e o lado correspondente, e o que a altura de um triângulo isósceles faz com o lado correspondente, os discentes podem encontrar os valores dos ângulos e dos lados do triângulo ABC como na figura 29.

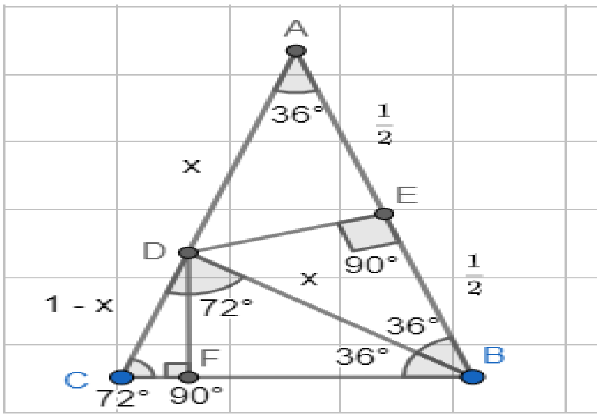



Figura 29 - Guia 1 valor dos ângulos atividade 3

**Guia 2:** “O que se pode dizer sobre o ΔADB?”

Nessa etapa, o roteiro fornece dados em que o discente pode observar que o ΔADB é isósceles. Note que os ângulos “a e b” possuem a mesma medida 36º e que os lados AD e DB possuem mesma medida, mostrado na figura 30.

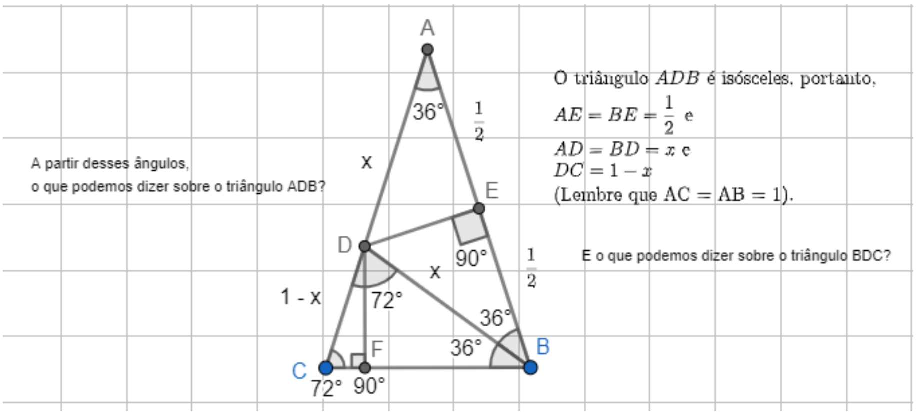



Figura 30 - Guia 2, classificação do triângulo da atividade 3

**Guia 3:** “O que se pode dizer sobre o ΔBDC”?

Nessa etapa, o roteiro fornece dados em que o discente pode observar que o ΔBDC é isósceles. Note que os ângulos “c e d” possuem a mesma medida 72º e que os lados BC e BD possuem mesma medida.

**Guia 4:** “Encontrar o valor de x”

Essa etapa da resolução é crucial pois usa um resultado não-trivial, o Teorema da Bissetriz Interna. O roteiro chama atenção para esse fato, e convida o discente a pesquisar o teorema caso não o conheça. Usando esse resultado, o discente irá perceber que como o triângulo ABC é isósceles, o lado BC está para CD assim como AB está para AD. Essa relação permite montar uma equação do segundo grau, obtendo-se dela o valor de “x”. Essa etapa está ilustrada na figura 31.

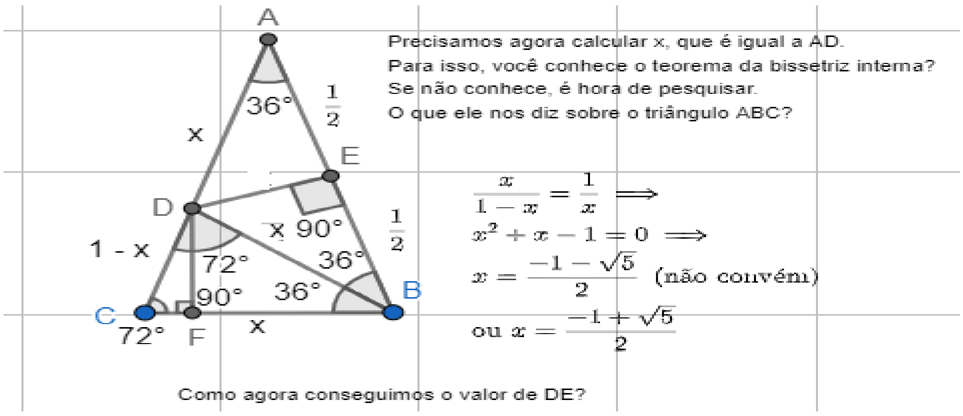



Figura 31 - Guia 4 valor de x da atividade 03

**Guia 5:** “Como encontrar o valor de DE”?

O discente observa que DE é cateto no triângulo retângulo ADE, e conhecendo o valor do outro cateto e da hipotenusa, pode-se usar o Teorema de Pitágoras e encontrar o valor de DE, como mostrado na figura 32.

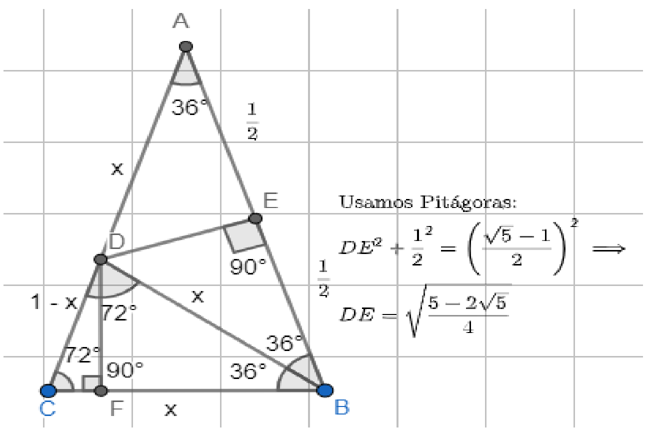



Figura 32 - Guia 5, valor de DE da atividade 3

Encontrado o valor de DE, o discente em seguida é convidado a recordar o objetivo do problema, que é saber qual o produto de:

$$\frac{DE}{AD} \cdot \frac{DF}{BF} ?$$

Fazendo uma análise do que já foi calculado, o discente percebe que já possui o valor de DE, e o de AD é o mesmo que x. Então, deve-se encontrar DF e BF, o que só é possível lembrando da relação existente entre as frações DF/BF e DE/BE.

**Guia 6:** “Qual é a relação existente com a fração DE/BE”

DF e BF são catetos do triângulo retângulo BFD e DE e BE são catetos do triângulo retângulo AED. Verificando seus ângulos, percebe-se que os triângulos retângulos são semelhantes, sendo assim, por semelhança de triângulos, as frações são iguais. Portanto agora é só fazer as contas e chegar ao objetivo que se espera, como mostrado na figura 33.

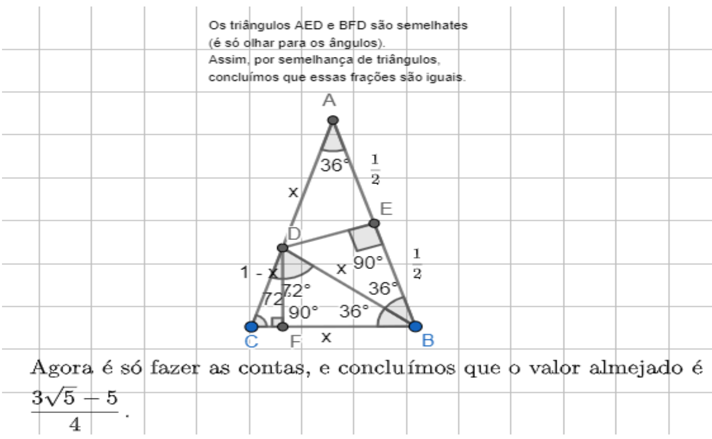



Figura 33 - Guia 6 valor de DE da atividade 3

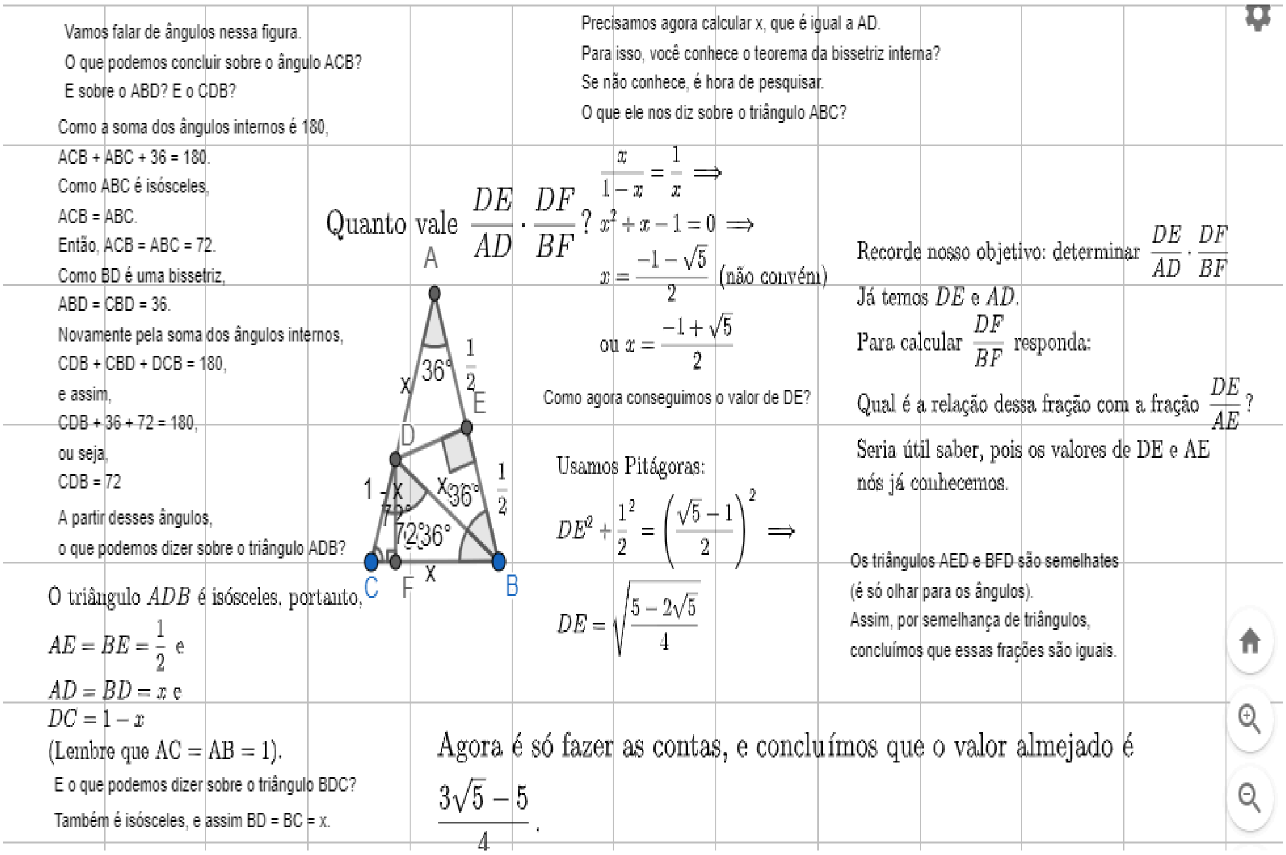



Figura 34 - Tela geral contendo todos os guias fornecidos pelo GeoGebra da atividade 3

# 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

## 6.1 Levantamento preliminar do perfil dos sujeitos da pesquisa (QUESTIONÁRIO A)

Relativamente ao uso do computador e do *smartphone*, constatou-se que 73% dos participantes utilizam computador e 84% utilizam *smartphone* com frequência. Indagados a respeito do local onde utilizam, dos usuários que acessam com frequência o computador 63% utilizam em casa, 31% usam em *lan house* e 6% na escola, e com relação ao *smartphone* 81% utilizam em casa e 19% em outros lugares. E com relação a intervalo de tempo, dos 73% que usam o computador 21% usam todos os dias, 16% utilizam de quatro a seis vezes por semana e 53% acessam de uma a três vezes por semana. Já dos 84% que utilizam *smartphone* 100% acessam todos os dias. Quando perguntado sobre a finalidade do uso dessas ferramentas, e para essa pergunta permitimos que eles marcassem mais de uma opção, com relação ao computador 42% utilizam para pesquisa, 34% utilizam para estudar, 19% para entretenimento e 5% para trabalho. Na questão do *smartphone*, 52% usam para o entretenimento, 27% para pesquisa, 21% para estudo. Como mostrado no gráfico 2.

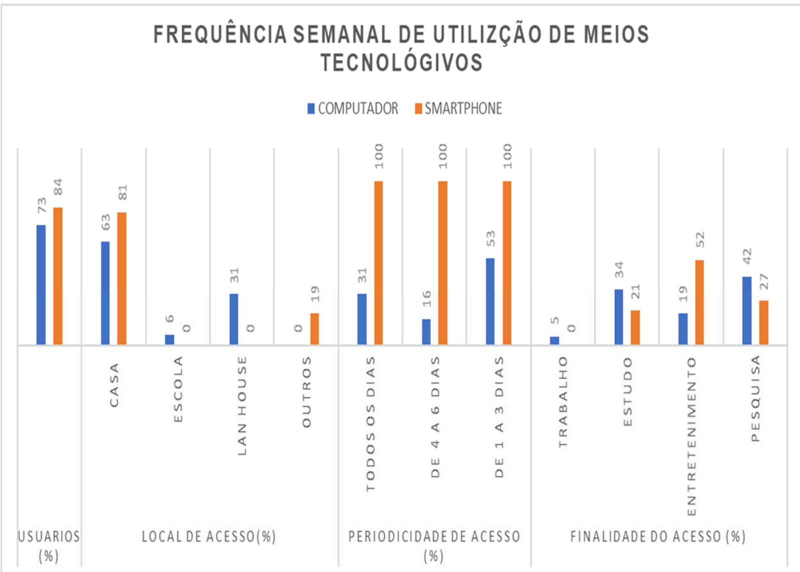



Gráfico 2 - Utilização semanal de meios tecnológicos

Com relação à importância e a utilidade que as tecnologias digitais (computador, internet, *softwares* educativos e outros) representam no processo de ensino em um ambiente escolar, 65% concordam plenamente na utilização, 31% concordam parcialmente e 4% não concordam com a utilização. Com base na afirmação escrita dos discentes em pergunta aberta acerca da utilização de algum *software* em sala de aula, dos vinte e seis participantes, cinco afirmaram desconhecer a utilização dos recursos tecnológicos digitais para pesquisa escolar e vinte e um discentes afirmaram que já utilizaram *Duolingo*, celular e o *Minecraft* em atividades escolares e extraclasse. Em suas respostas percebemos que os discentes desconhecem o uso de ferramentas educativas no ensino da Matemática, bem como a Geometria, pois em uma outra resposta foi unânime o desconhecimento sobre a existência e o uso da ferramenta GeoGebra.

Como já era de se esperar, ao perguntarmos sobre o nível de dificuldade da disciplina de matemática, 31% afirmaram ser muito difícil, 35% afirmaram ser difícil, 27% falaram que é médio o nível de dificuldade e somente 7% disseram ser fácil. Ou seja, dos vinte e seis discentes participantes da pesquisa somente dois afirmaram se sentir confortáveis ao estudarem a disciplina. E esta dificuldade está atrelada muitas vezes à falta de afinidade, em não se sentir capaz em resolver problemas de matemática, pois a disciplina, por ser bastante abstrata, dificulta o raciocínio. Além disso, o material pode ser de difícil interpretação. Como mostra o gráfico 3.

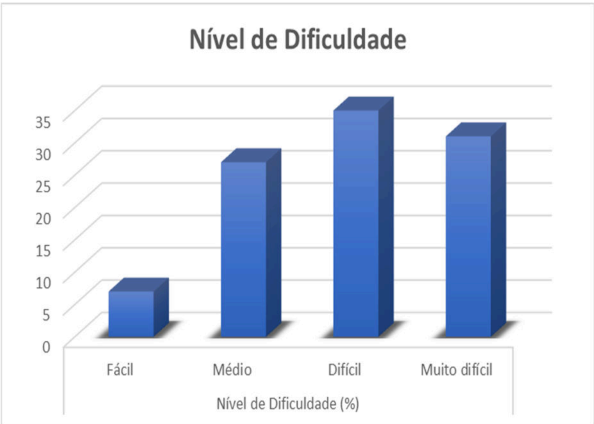



Gráfico 3 - Nível de dificuldade da disciplina por discentes

A maior dificuldade relatada pelos discentes está no fato de que não conseguem manipular as figuras geométricas e, por não enxergarem os próximos passos a serem seguidos, acabam desistindo, gerando desmotivação e insatisfação nos estudos da Matemática. Para estes questionamentos os participantes marcaram mais de uma alternativa e 20,5% desistem quando não manipulam, não visualizam o próximo passo, mesmo que 20,5% dos participantes afirmam se sentirem confortáveis e conseguem resolver os problemas propostos na disciplina de Matemática. Já 13% dos participantes sentem-se incapazes de resolverem problemas de Matemática. E 26% se desmotivam pela falta de satisfação em aprender Matemática.

Com relação à assimilação dos conteúdos trabalhados na disciplina, 54% afirmam entender melhor os conteúdos em sala de aula, 15% já conseguem entender estudando sozinhos e 31% estudando com os colegas. Com relação aos recursos utilizados para estudar os conteúdos de Matemática, e para este quesito eles podiam marcar mais de uma alternativa, dos 26 discentes, 74% utilizam material da Internet, livros e as anotações em sala de aula e somente 16% procuram alguma ferramenta educativa ou outros meios.

Confrontados a respeito sobre o que eles imaginavam que poderia mudar esta situação de incapacidade de aprendizagem nos conteúdos de Matemática, 31% afirmam que os recursos tecnológicos tornam o ensino da Matemática mais dinâmico, 27% declaram que uma orientação no processo de resolução dos problemas envolvendo matemática os motivaria a prosseguir, 24% marcaram a opção em tornar os conteúdos mais visuais e concretos e 17% afirmam que os exemplos ajudam bastante no processo de aprendizagem.

## 6.2 Resultados da aplicação das resoluções guiadas no GeoGebra

Como mencionado em 5.4.2, todas as intervenções seguiram no mesmo modelo descrito no protocolo de intervenção.

### 6.2.1 Atividade 1 (Fiorotti, 2014)

A atividade começou com uma tentativa de resolução no caderno, individualmente, e sem auxílio da ferramenta. Todos os discentes tiveram dificuldades na interpretação da figura. Dos vinte e seis discentes participantes, somente seis conseguiram resolver o problema sem ter acesso aos guias no GeoGebra, como mostra o gráfico 4.


Gráfico 4 - Discentes que conseguiram resolver o problema sem os guias no GeoGebra (Atividade 1)

Terminado a etapa da intervenção no laboratório com a resolução guiada no GeoGebra, verificou-se que quatro discentes tiverem dificuldades no desenvolvimento. Contudo, observou-se que a dificuldade não estava em assimilar as dicas oferecidas pelo GeoGebra, mas sim, em manusear o *mouse* e/ou em encontrar as ferramentas necessárias para poderem construir as figuras no GeoGebra, pois além de receberem as dicas de como encontrar as respostas, os discentes também tiveram que recriar as figuras dos problemas propostos. Acreditamos que com essa proposta de reconstrução das figuras os discentes se familiarizariam mais com o problema, tornando a resolução mais prazerosa e eficaz.

Seguindo a sequência didática proposta, os discentes, depois da experiência com a resolução guiada no GeoGebra, retornaram ao problema para resolverem no caderno novamente, neste momento sem ajuda do guia no GeoGebra. Desta vez dos vinte e seis discentes, seis discentes tiveram maiores dificuldades em encontrar a solução, e percebemos que essas dificuldades são intrínsecas ao comportamento. Mas ao final, somente um não resolveu o problema proposto. Esses resultados encontra-se no gráfico 5 a seguir.

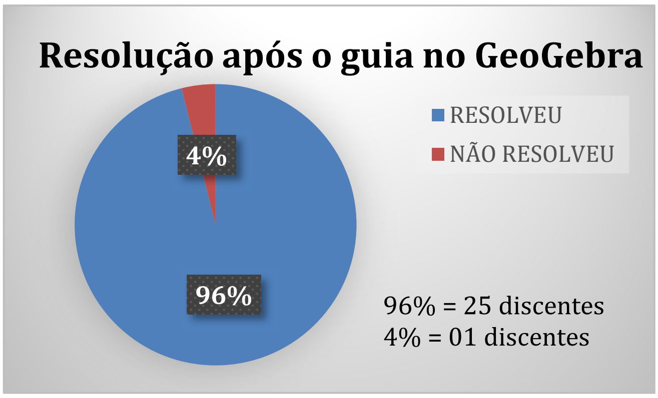



Gráfico 5 - Discentes que conseguiram resolver o problema após os guias no GeoGebra (Atividade 1)

### 6.2.2 Atividade 2 (ENEM 2011)

Conforme dissemos, a atividade 2 é mais elaborada que a anterior, e consequentemente, a resistência dos discentes foi maior. Algumas das reações inicais foram:

> (....) *sei não professor*.
> (....) *sei nem por onde começar*.
> (....) *olha essa aqui eu não consigo fazer*.
> (....) *meus conhecimentos não me habilitam professor*.

Nenhum dos vinte e seis discentes resolveu o problema proposto no caderno, antes do acesso ao suporte no GeoGebra. Então, seguimos o protocolo descrito na seção 5.4.2. Essa foi a atividade mais trabalhosa do ponto de vista da execução.

No laboratório, verificou-se que seis discentes tiverem dificuldades na construção da figura do problema, os demais conseguiram construir a figura com êxito. Para os discentes que tiveram dificuldades, além das dicas da construção, intervimos com explicações. Contudo, observou-se que a dificuldade não estava em assimilar as dicas oferecidas pelo GeoGebra, mas sim, em manusear o *mouse* e/ou em encontrar as ferramentas necessárias para poderem construir as figuras no GeoGebra. O gráfico 6 ilustra esta situação.

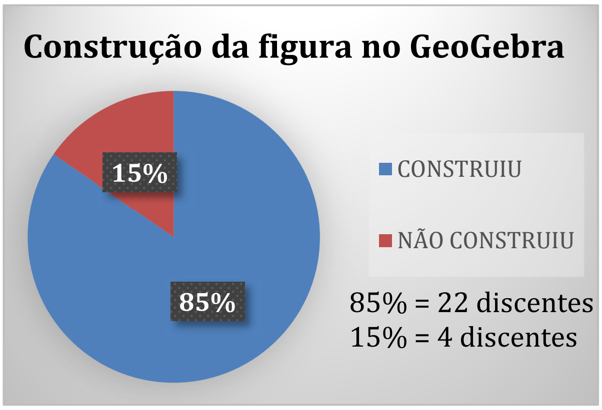



Gráfico 6 - Discentes que conseguiram construir a figura do problema no GeoGebra (Atividade 2)

Seguindo a sequência didática proposta, após a intervenção com a resolução guiada no GeoGebra, os discentes retornaram à resolução no caderno, sem suporte do GeoGebra. Dessa vez, somente quatro discentes não conseguiram encontrar a solução do problema proposto, conforme mostra o gráfico 7. Entre esses quatro, inclui-se o discente que não resolveu a primeira atividade, e que apresentou novamente desinteresse.

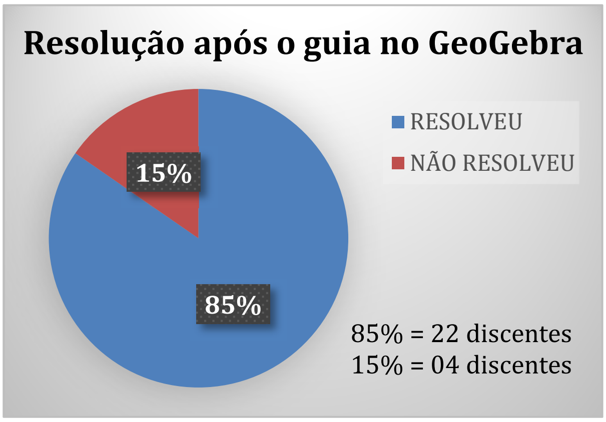



Gráfico 7 - Discentes que conseguiram resolver o problema após os guias no GeoGebra (Atividade 2)

### 6.2.3 Atividade 3 (Colégio Naval, 2017)

Este problema tem nível de complexidade mais elevado do que os anteriores. Mais uma vez, nenhum dos vinte e seis discentes resolveu o problema no caderno. Passamos então para o laboratório.

Verificou-se desta vez que somente dois discentes tiverem dificuldades na construção da figura no GeoGebra. Acredita-se que com o passar do tempo o discente se sinta mais à vontade com a ferramenta GeoGebra e mais familiarizado com seus recursos. Os demais conseguiram construir a figura com êxito. Para os discentes que tiveram dificuldades, além das dicas da construção, intervimos com explicações. Novamente, observou-se que a dificuldade não estava em assimilar as dicas oferecidas pelo GeoGebra, mas sim, em manusear o *mouse* e/ou em encontrar as ferramentas necessárias para poderem construir as figuras no GeoGebra. O gráfico 8 apresenta esses resultados.

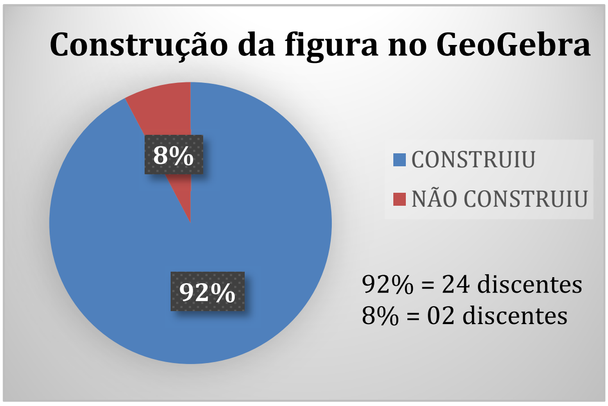



Gráfico 8 - Discentes que conseguiram construir a figura do problema no GeoGebra (Atividade 3)

Seguindo a sequência didática proposta, após a prática na resolução guiada no GeoGebra, os discentes retornaram à resolução no caderno, sem apoio do GeoGebra. Dessa vez, dos vinte e seis discentes, somente um não conseguiu encontrar a solução do problema proposto, o mesmo que não conseguiu fazer suas atividades anteriores. O gráfico 9 nos mostra estes resultados.


Gráfico 9 - Discentes que conseguiram resolver o problema após os guias no GeoGebra (Atividade 3)

## 6.3. Resultado da aplicação do questionário pós experiência: Percepção da Ferramenta GeoGebra (QUESTIONÁRIO B)

Ao final das intervenções da 2ª à 4ª etapas, realizamos com os discentes a avaliação de pós-experiência, que teve como objetivo verificar o nível de aceitação e satisfação da ferramenta GeoGebra como andaime no processo de ensino da Geometria, utilizando a resolução de problemas como processo metodológico. O questionário de pós-experiência compreendeu seis questões abertas e fechadas, abordando os seguintes tópicos:

- A utilidade da tecnologia como recurso educacional: melhorias no aproveitamento das aulas e assimilação do conteúdo;
- A aplicação do GeoGebra no ensino da Geometria;
- Funcionalidade, facilidade de uso;
- Pontos positivos da ferramenta GeoGebra.

### 6.3.1. Levantamento dos resultados pós-experiência

A impressão dos discentes sobre o uso da tecnologia aplicada à educação foi unanimemente positiva: 100% dos participantes das intervenções disseram que a experiencia com o GeoGebra ajudou no processo de ensino dos problemas envolvendo a Geometria. O gráfico 10 traz a percepção da importância do GeoGebra enquanto mediadora no processo de ensino da Geometria.

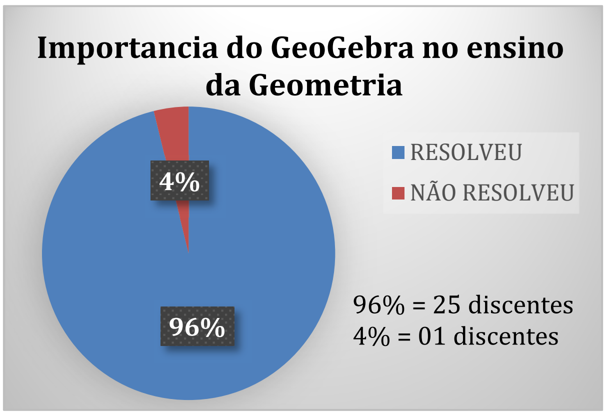



Gráfico 10 - Considera importante o GeoGebra no processo de ensino?

Em suas respostas, os discentes apontam boa aceitação da ferramenta no contexto educacional. O relato a seguir é característico dessa percepção:

> (....) *Pois é muito funcional tanto para o professor quanto para o aluno*;
> (....) *achei muito importante porque eu tinha uma outra opção a não ser o professor para me ajudar*;
> (....) *é importante por que eu me senti criativo pois eu consegui construir as figuras*

Verificou-se que 96% dos discentes participantes asseveraram que a inserção do GeoGebra ajudou na construção da resolução dos problemas propostos através das intervenções no laboratório, sendo assim um recurso de apoio relevante nas aulas de Matemática. Esses resultados positivos foram também observados no estudo realizado por Fiorotti (2014), que relata que os discentes se sentiram igualmente encorajados para se aprofundarem na construção e interpretação das figuras geométricas através do uso do GeoGebra.

O questionário também levantou informações sobre a funcionalidade do GeoGebra, conforme ilustra o Gráfico 11.

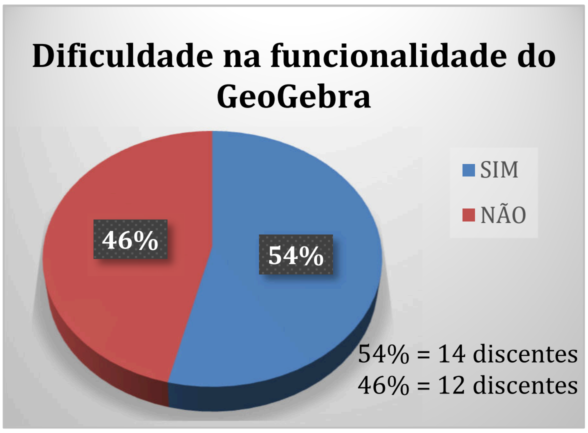



Gráfico 11 - Teve dificuldade para entender o funcionamento do GeoGebra?

Em relação às dificuldades em operar com o GeoGebra, 54% afirmaram que tiveram dificuldades em operar as funcionalidades da ferramenta, e 46% declararam que não encontraram dificuldades.

No que diz respeito à dificuldade de utilização do GeoGebra, a seguinte observação se manifesta na totalidade das respostas:

(....) *pois tem muitas funções e ferramentas, aí a gente se atrapalha*.

Cabe destacar que, para se manusear uma ferramenta tecnológica, antes de mais nada se faz necessário conhecimento básico da mesma. Assim, conforme comentamos, o uso da ferramenta se tornou mais natural ao longo do tempo, e postulamos que com alguma experiência, essa opinião seja abandonada. De fato, o uso dos recursos disponíveis no GeoGebra é bastante intuitivo, quando esses recursos são identificados; mas o GeoGebra apresenta uma interface auto instrutiva, com imagens que identificam seus comandos, com uma prévia mensagem de como executá-los, oferecendo ao usuário a liberdade de fazer e desfazer comandos na zona algébrica e geométrica.

Como especificamos na Seção 5.4.2, fornecemos ao discente vinte minutos para nova tentativa de resolução no caderno, individualmente, sem contato com os guias no GeoGebra, após a intervenção no laboratório. Essa experiência permitiu uma autoavaliação, na qual os discentes puderam perceber o impacto do uso do GeoGebra na compreensão do conteúdo. O gráfico 12 ilustra essa percepção.

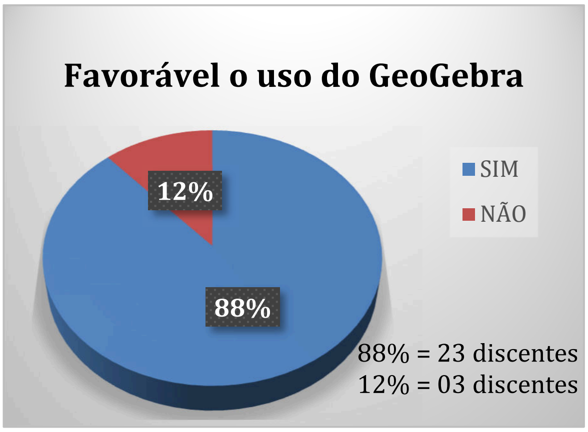



Gráfico 12 - GeoGebra como ferramenta proveitosa na aula de Geometria.

Os discentes foram quase unânimes com relação à utilidade das intervenções de resolução de problemas com a ferramenta GeoGebra. Isso também se manifesta nos comentários seguintes:

(....) *aula informatizada*.

(....) *é dinâmico, utiliza cores e eu era quem criava*.

(....) *o passo a passo nos ensinando qual conteúdo lembrar facilita por que eu já sei onde estudar para resolver os problemas*.

> (....) *gera um interesse por que eu não fico só assistindo ao professor falar e escrever no quadro com pincel*.

Este resultado indica que as intervenções elaboradas com o GeoGebra, utilizando um sistema de execução de etapas, pode levar os discentes a desenvolverem capacidades e estratégias de resolução.

Ainda nesta linha, e concluindo o questionário B, indagamos os discentes a respeito da facilidade na assimilação dos conteúdos utilizando o GeoGebra. O gráfico 13 ilustra o resultado.

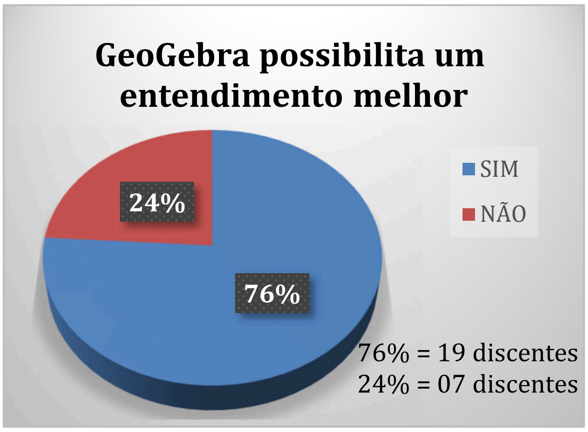



Gráfico 13 - GeoGebra ajuda na compreensão dos conteúdos de Geometria.

Essa percepção é corroborada nos seguintes comentários dos discentes:

> (....) *ajuda por que é objetivo e rápido*.
>
> (....) *o jeito como a gente faz as atividades facilita na pesquisa dos conteúdos certos, e eu gostei muito*.

Embora essas afirmações suscitem pensamentos de que o docente possa ser diminuído utilizando uma ferramenta tecnológica educativa, destacamos que o docente não pode deixar de ser o regente dos conteúdos em sala de aula. O uso da ferramenta GeoGebra possibilitou a compreensão dos conceitos, pois quando se movimenta as figuras não se perdem os vínculos, e os conceitos geométricos são mais fáceis de absorver.

Em um panorama geral, os resultados do questionário pós experiência foram satisfatórios e evidenciam em ambas as turmas que a ferramenta é aceitável e exequível no que diz respeito ao trabalho dos conceitos, na construção das figuras e nas atividades guiadas de resolução de problema.

Quanto aos pontos positivos do GeoGebra, a ferramenta é gratuita, pode ser utilizada em estudos de Geometria, Álgebra e Cálculos, e é dinâmica. Os discentes relataram que a combinação de sua interface com a facilidade de manipulação dos dados transformou o ambiente de aprendizagem em um canteiro de construção do conhecimento, pois os mesmos tiveram liberdade para usar todas as ferramentas para resolverem os problemas propostos nas intervenções.

# 7. CONCLUSÕES

A preocupação com a mudança de atitudes por parte dos discentes frente à resolução de problemas de Geometria Plana norteou a presente pesquisa a investigar de que maneira a ferramenta GeoGebra pode servir como andaime na construção de respostas a exercícios propostos nos níveis do 9ª ano do ensino fundamental e do 1ª ano do ensino médio, contribuindo para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria Plana.

As respostas dos discentes só sintetizam o que muitas outras pesquisas já realizadas afirmam: GeoGebra é uma ferramenta educativa dinâmica utilizada no processo de ensino da Geometria. Seguindo a teoria Construcionista, o discente em condições de relacionar-se com o conteúdo gera uma condição de agente ativo na criação e na investigação dos seus resultados alcançados com o GeoGebra. Ou seja, se o discente aprende por conta própria, sendo capaz de fazer novas descobertas e estudos, a execução da interação, na construção e reflexão das resoluções, é satisfatória, certificando uma das principais premissas das ferramentas educativas, que, conforme Valente (1999b) e Mizukami (1986), é a interação entre discente e conteúdo.

A elucidação científica do assunto abordado por meio das intervenções e discussão dos resultados apontou o desequilíbrio da quantidade de discentes que conseguiram resolver os problemas no caderno antes e depois do acesso aos guias de roteiro no GeoGebra. Essa é a alteração mais importante, pois de fato, buscamos saber se o discente conseguiria desenvolver ideias e estratégias diferenciadas com os guias de roteiro na busca da resolução de problemas enfrentados.

Outro fator positivo foi a avaliação que os discentes fizeram a respeito da ferramenta GeoGebra, na qual os mesmos declararam se sentirem parte da construção das respostas, gerando satisfação na busca do conhecimento.

As análises qualitativas e quantitativas comprovaram que o uso do GeoGebra como ferramenta para o ensino de Geometria produz resultados significativos no processo ensino-aprendizagem, pois o programa reúne elementos que tornam muito dinâmica sua interação com o estudante.

Assim, o uso da ferramenta GeoGebra, aliado aos demais recursos tecnológicos disponíveis, podem melhorar o processo de ensino aprendizagem em

Geometria, transformando o ambiente escolar em um lugar de produção do conhecimento através do experimento e permitindo que o discente construa seu próprio conhecimento com o apoio do docente.

Reconhecemos ainda que o papel docente é fundamental, pois o mesmo é o grande regente deste processo de construção de conhecimento, o que amplia sua responsabilidade. Haja vista que operar com recursos tecnológicos requer do profissional um aprofundamento na área tecnológica para que este tenha domínio pleno do material que está utilizando para com seus discentes.

Nessa linha, consideramos que uma continuação natural deste trabalho, além de aprofundar a proposta de resolução guiada, consistiria em experimentar o protocolo de criação de atividades (apêndice C) com docentes, de forma a refinar nossa solução e permitir que os mesmos possam criar atividades de forma autônoma, sem a necessidade de intervenções detalhadas na plataforma GeoGebra.

Por conseguinte, consideramos que o problema desta pesquisa em buscar informações a respeito da potencialidade educativa do GeoGebra como recurso didático e interativo para o ensino de Geometria, e em especial, na resolução de problemas, foi alcançado.

Embora o tópico esteja cientificamente aquecido, conforme relatado no capitulo três desta pesquisa, não afirmamos que estão esgotadas novas temáticas, considerando que permanentemente são inseridas em nosso meio social novas propostas e ideias tecnológicas educativas, bem como novas metodologias educativas empregadas à ferramenta GeoGebra já existente, assim promovendo um ciclo novo que deve ser novamente estudado.

No entanto, acreditamos que esta pesquisa trouxe uma parcela de contribuição na investigação de possibilidades do uso da ferramenta GeoGebra como mediadora pedagógica, objetivando sempre melhorar as práticas pedagógicas no ensino da Geometria.

## REFERÊNCIAS

ARCE, Alessandra. O construtivismo. In: DUARTE, Newton (org). Sobre o Construtivismo: polêmicas do nosso tempo. Campinas: Autores Associados, 2000.

ALVES, Wecsley Fernando Marçal. Uso do GeoGebra no ensino de geometria plana no ensino básico. 2017. 76 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2017.

ARAÚJO, C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. Explorando tópicos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio através do GeoGebra. Disponível em http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/60.pdf.

AZEVEDO, Samuel; AGLAÉ, Akynara; PITTA, Renata. Minicurso: introdução à robótica educacional. 62 Reunião anual da SBPC, UFRN, Natal, Julho 2010. Disponível em: http://www.sbpcnet.org.br/livro/62ra/minicursos/MC%20Samuel%20Azevedo.pdf.Acesso em 10 nov. 2017.

BELO, Rosangela dos Santos. Aprendendo por meio de experiências com situações problema. Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, polo de Presidente Prudente 2016. Disponível em <http://hdl.handle.net/11449/134313>.

BELTRAMI, Reginaldo Silva. Algumas Técnicas Utilizando O Software GeoGebra No Processo De Resolução De Problemas Geométricos Do Ensino Básico: Situações De Máximos E Mínimos E Lugares Geométricos. Universidade Federal de Roraima, 2016.

BLIKSTEIN, Paulo. Viagens em Troia com Freire: a tecnologia como um agente de emancipação. Educ. Pesqui., São Paulo, v. 42, n. 3, p. 837-856, Sept. 2016. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022016000300837&lng=en&nrm=iso. Acesso em 15 nov. 2017.

BOCK, A. M. B. Psicologia: uma introdução ao estudo da psicologia/ 13. Ed. Reforma. E ampl - São Paulo: Saraiva, 2002.

BORBA, M.C. (Orgs.). Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. cap. 5. p. 285-295.

Borba, M. C.; SKOVSMOSE, Ole. A ideologia de certeza em Educação Matemática. In: SKOVSMOSE, Ole. Educação Matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

BORTONI, Ricardo. O professor pesquisador: introdução à pesquisa qualitativa. São Paulo: Parábola, 2008.

BRANDÃO, Carlos Rodrigues (Org.). Repensando a pesquisa participante. São Paulo: Brasiliense, 1999.

BRASIL. MEC. Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa: matemática. Brasília: MEC/SEF, 2014.

_______. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC versão final. Brasília, DF, 2017.

_______. Ministério da Educação e do Desporto. Proposta de Diretrizes do Programa Nacional de Informática na Educação. Brasília: PROINFO, 1997

_______. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

_______. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Referencial curricular nacional para a educação infantil / Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1998.

_______. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília. Cap. Ciclo II: Ensino e Aprendizagem de Matemática no 2º ciclo, 2000.

_______. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARMO, Bruna. Robótica educativa no desenvolvimento do raciocínio matemático. 2013. 76f. Dissertação (Mestrado). Universidade do Algarve. Escola Superior de Educação e Comunicação. 2013. Disponível em: http://hdl.handle.net/10400.1/3625. Acesso em 13 nov. 2017.

CAVALCANTI, Lialda Bezerra. Funcionamento e efetividade do laboratório virtual de ensino de matemática na formação inicial de professor de matemática na modalidade EaD. 2014. 297 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

CARVALHO, Marcelo de Borba. GODOY, Miriam Penteado. Informática e Educação matemática. -5. ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

COSTA, M. C. S. Sentimentos de professores frente as dificuldades na prática da educação inclusiva de alunos com deficiência no ensino fundamental. Dissertação Mestrado. Universidade Católica de São Paulo, Brasil, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 12. ed. São Paulo: Ática, 2005.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In MACHADO, Silvia D.A. de (org). Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. Ver e ensinar matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FILHO, Joaquim Borges de S., BRITO, Kleisy Laiana Vieira de. O aprendizado da Geometria Contextualizada no Ensino Médio, IESGO – Instituto de Ensino Superior de Goiás Pós-Graduação Lato Sensu em Educação Matemática Formosa GO, 2006.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

FIOROTTI, Luciana Bahiense. Tópicos de geometria plana com o Software GeoGebra: proposta de sequências didáticas. Universidade Federal do Espírito Santo, 2014.

FISCHER, Rosa Maria Bueno. Televisão e educação: fruir e pensar a TV. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

FONSECA, Maria da Conceição F.R., LOPES, Maria da Penha, BARBOSA, Maria das Graças Gomes, GOMES, Maria Laura Magalhães, DAYRELL, Mônica Maria Machado S. S. O ensino da geometria na escola fundamental: Três questões para formação do professor de matemática dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

FONSECA, Enir da Silva; FONSECA, Magda de Oliveira Fernandes. O uso do GeoGebra em um ambiente virtual de aprendizagem. Research, Society and Development, ISSN-e 2525-3409, Vol. 7, Nº. 1, 2018.

GREEN, Bill; BIGUM, Chris. Alienígenas em sala de aula. In: SILVA, Tomaz Tadeu da (org.) Alienígenas na sala de aula 9 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

GOULART, Iris Barbosa (org.). A educação na perspectiva construtivista: reflexões de uma equipe interdisciplinar. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

JACQUES, Siméia Tussi. Constitution of the zone of proximal development in the learning of the geometrical concepts in students of elementary school using GeoGebra as the mediation tool. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

KENSKI, Vani Moreira. Tecnologias de Ensino Presencial e a Distância. Campinas: Papirus, 2003.

LAMAS, R. C. P. et al. Materiais concretos na prática escolar: experiências no ensino da geometria. Núcleos de Ensino da UNESP, artigos 2012. Volume 3: Tecnologias da Informação e Comunicação e Material Pedagógico. Cultura Acadêmica. 2012.

LEVY, Pierre. A emergência do cyberspace e as mutações culturais. Palestra realizada no Festival Usina de Arte e Cultura, promovido pela Prefeitura Municipal de Porto Alegre, outubro, 1994. Disponível em: http://caosmose.net/pierrelevy/aemergen.html. Acesso em 28 out. 2017.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. Fundamentos metodologia científica. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2001.

LORENZATTO, S. Por Que Ensinar Geometria? Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, n. 4, 1995.

LUCK. H. Gestão da cultura e do clima organizacional da escola. Petropólis, Rio de Janeiro: Vozes. 2010.

MATTAR, João. Constructivism and Connectivism in Education Technology: Active, Situated, Authentic, Experiential, and Anchored Learning. Boise State University. 2010. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/265622338_Constructivism_and_Connectivism_in_Education_Technology_Active_Situated_Authentic_Experiential_nd_Anchored_Learning. Acesso em 18 out. 2017.

MATTAR, João. Aprendizagem em ambientes virtuais: teorias, conectivismo e MOOCs. Teccogs, n. 7, p. 21-40, 2013. Disponível em: http://www4.pucsp.br/pos/tidd/teccogs/artigos/2013/edicao_7/2 aprendizagem_em_ambientes_virtuais-joao_mattar.pdf. Acesso em 18 out. 2017.

MELLO, S. A. A Escola de Vygotsky. In: CARRARA, K. Introdução à Psicologia da Educação. São Paulo: Avercamp, 2004.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O Ensino e as Respostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (ORG). Pesquisa em Educação Matemática. Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Ensino: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MORAIS, R. dos S. O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática: um inventário a partir de documentos dos ICMEs. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista, 2015. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/132220

MORAN, J. M. A Educação que Desejamos: novos desafios e como chegar lá. Campinas, São Paulo: Papirus, 2011.

MORAN, José Manuel. et. al. Novas tecnologias e mediação pedagógica. 19 ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2012.

NÓBREGA, Francisca; CASTRO, Manuel Antônio. Literatura infantil: questões de ser. In: Letra. Rio de Janeiro: UFRJ, a. 1, n. 1, jan./jul. 1980.

NOGUEIRA, C. M. I.; ANDRADE, D. Você quer discutir com o computador? Educação Matemática em Revista, São Paulo, nº 3. p. 15- 19, 2004.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). Educação matemática: pesquisa em movimento. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

PAIS, Luiz Carlos. Educação escolar e as tecnologias da informática. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAPERT, Seymour. LOGO: Computadores e Educação. São Paulo: Brasiliense, 1986.

PAPPAS, Marios; DRIGAS, Athanasios. Incorporation of Artificial Intelligence Tutoring Techniques in Mathematics. International Journal of Engineering Pedagogy, v. 6, n. 4, p. 12-16, 2016.

PASSOS.C.L.B. Representações, Interpretações e Praticas Pedagógica: A Geometria na Sala de Aula 2000. Tese de Doutorado Unicamp, Faculdade de Educação, São Paulo, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. Por que ensinar/aprender geometria. 2004. Trabalho apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, 2004.

PELLI, Débora. As contribuições do software GeoGebra como um mediador do processo de aprendizagem da geometria plana na educação a distância (EAD) em um curso de licenciatura em pedagogia. 2014. 240 f. Dissertação/Produto Educacional (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Ouro Preto, MG: Universidade Federal de Ouro Preto -UFOP, 2014

PELLI, Débora; VIEIRA, Flávio César Freitas. Diminuindo a distância transacional. Disponível em: http://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2018/article/view/908. Acesso em 31 de julho 2018.

PEREIRA, Leonlívier Max Garcia. O software GeoGebra como proposta facilitadora do processo de ensino-aprendizagem da Geometria plana no ensino fundamental. Universidade Federal de Goiás, 2015.

PERRENOUD, Philippe. Dez novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PIAGET, Jean. A gênese das estruturas lógicas elementares. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

______, Jean. Para onde vai à educação. Rio de Janeiro. José Olímpio, 2007.

PISA. Brasil no PISA 2015: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros / OCDE-Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

POLYA, G. Descoberta matemática: Na compreensão, aprendendo e ensinando a resolução de problemas. Nova Iorque: Wiley, 1981.

_______. A arte de resolver problemas. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

REGO, Tereza Cristina. A função da brincadeira no desenvolvimento infantil. In: ______ Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação/ Teresa Cristina Rego. – Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

RIBEIRO, Célia; COUTINHO, Clara; COSTA, Manuel. A robótica educativa como ferramenta pedagógica na resolução de problemas de matemática no Ensino Básico.

Associação Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação (AISTI). Universidade do Minho, Portugal, 2011. Disponível em: http://hdl.handle.net/1822/12920. Acesso em 30 out. 2017.

ROGOFF, B. Observando a atividade sociocultural em três planos: apropriação participatória, participação guiada e aprendizado. IN.: WERTSCH, James V.; ALVAREZ, Amelia; DEL RÍO, Pablo. Estudos socioculturais da mente. Porto Alegre: ARTMED, 1998

SAMPAIO, Patricia Alexandra da Silva Ribeiro. Conhecimento tecnológico dos professores de Matemática sobre quadros interativos segundo as políticas públicas de formação contínua. Ensaio: aval.pol.públ.Educ., Rio de Janeiro, v. 24, n. 93, p. 845-865, Dec. 2016. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362016000400845&lng=en&nrm=iso. Acesso em 15 nov. 2017.

SANTANA, Marciano Araújo. Proposta de abordagem do teorema do ângulo externo na formação continuada de professores de matemática da educação a distância (ead) com o uso do GeoGebra. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

Santos, L. (2007). A Matemática na formação inicial de professores. Educação e Matemática. Nº 91. Janeiro/Fevereiro, p.94.

SCHLEMMER, Eliane. O Trabalho do Professor e as Novas tecnologias. Revista Textual, Porto Alegre, v. 1, n. 8, p. 33-42, set. 2006. Disponível em: http://www.sinprors.org.br/textual/set06/textual_8_miolo.pdf. Acesso em: 22 out. 2017.

SILVA, João Evangelista Brito da. Teorema de Pitágoras: algumas extensões/generalizações e atividades com o Software GeoGebra. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, 2014

SILVA, Manoel Roberto Alves da. A utilização do software GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem da Geometria plana. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

SILVEIRA, José de Anchieta. Construcionismo e inovação pedagógica: uma visão crítica das concepções de Papert sobre o uso da tecnologia computacional na aprendizagem da criança. Revista Themis, Revista da ESMEC, Fortaleza, Escola Superior da Magistratura do Ceará, v. 10, p. 119 138, 2012. Disponível em: http://revistathemis.tjce.jus.br/index.php/THEMIS/article/view/87. Acesso em 17 out. 2017.

SCHOENFELD, Alan. Mathematical Problem Solving. New York, Academic Press, 1985.

_________________. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P., LEAL, L. C., PONTE, J. P. (orgs.). Investigar para aprender matemática. Lisboa: Grafis, Coop. De Artes Gráficas, CRL, 1996.

Stormowski, Vandoir. Formação de professores de matemática para o uso de tecnologia: uma experiência com o GeoGebra na modalidade EAD. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, 2015.

TAJRA, S. F. Informática na educação, novas Ferramentas Pedagógicas da atualidade, 9º ed, são Paulo. Erica, 2012.

VALENTE, José Armando. Informática na educação no Brasil: análise e contextualização histórica. In: VALENTE, José Armando (org.). O Computador na Sociedade do Conhecimento. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

Vasconcelos, Francisco Ricardo Nogueira de. Resolução de problemas de congruência de triângulos com auxílio do software GeoGebra. 2015. 119 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. A formação social da mente. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

_________________________. A formação social da mente. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ZANATTA, Beatriz Aparecida; DE BRITO, Maria Aparecida Candine. Mediação pedagógica com o uso das tecnologias digitais na Educação. Educativa, v. 18, n. 1, p. 8-23, 2015.

ZANELLA, Andréa Vieira. Zona de desenvolvimento proximal: análise teórica de um conceito em algumas situações variadas. Temas psicol., Ribeirão Preto, v. 2, n. 2, p. 97-110, ago.1994. Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-389X1994000200011&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 09 ago. 2019.

ZILLI, Silvana do Rocio. A Robótica Educacional no Ensino Fundamental: Perspectivas e Prática. 2004. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The Role of Tutoring in Problem Solving. Journal of Child Psychology and Psychiatry. Vol 17. Ed 2, pag 89–100

# APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PRELIMINAR ABORDANDO REPRESENTAÇÃO DOS SUJEITOS PARTICIPANTES / PERCEPÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

PARTE I: REPRESENTAÇÃO DOS SUJEITOS PARTICIPANTES

Pesquisador: Robert Cavalcante (PPGTEG - UFRPE)

1. O presente questionário faz parte de uma pesquisa de Mestrado desenvolvida na Universidade Federal Rural de Pernambuco.
2. Os dados oriundos deste questionário serão analisados em uma dissertação de Mestrado, documento público. Garantimos, todavia, o sigilo de qualquer identificação no decorrer da pesquisa. Ou seja, os dados são anônimos.
3. O preenchimento deste questionário implica na aceitação dessas condições. Responda todas as questões com fidedignidade e serenidade.

Escola: ______________________________________________

Série:_______

Idade:______ Sexo:_______________ Naturalidade (cidade / estado):___________________

1) Sabe utilizar, acessa com frequência:

✔ Computador/notebook? (   ) não(   ) sim
Local (caso SIM): (   ) em casa   (   ) escola   (   ) lan house   (   ) outros

✔ Smartphone? (   ) não(   ) sim
Local (caso SIM): (   ) em casa   (   ) escola   (   ) lan house   (   ) outros

2) Quantas vezes por semana você utiliza o:

✔ Computador/notebook?
(   ) não utilizo (   ) de 1 a 3 vezes (   ) de 4 a 6 vezes (   ) todos os dias da semana

✔ Smartphone?
(   ) não utilizo (   ) de 1 a 3 vezes (   ) de 4 a 6 vezes (   ) todos os dias da semana

3) Quanto ao uso desses equipamentos, diga qual é a finalidade (você pode escolher mais de uma alternativa):

✔ Computador/ Notebook:

( ) trabalho ( ) estudo( ) entretenimento ( ) pesquisa

✔ Smartphone:

( ) trabalho ( ) estudo( ) entretenimento ( ) pesquisa

4) Você acha útil e importante usar tecnologias digitais (computador, Internet, softwares educativos entre outros) no ambiente escolar?

( ) sim ( ) não ( ) parcialmente

5) Você já utilizou no ambiente escolar algum software educativo como forma de apoio às atividades desenvolvidas na sala de aula? ( ) não ( ) sim

Se sim, qual?

________________________________________________________

6) Seus professores em séries anteriores utilizaram recursos tecnológicos para trabalharem algum conteúdo? Em qual disciplina? Qual recurso tecnológico? Qual conteúdo?

________________________________________________________

7) Conhece o software GeoGebra? Já realizou alguma atividade utilizando essa ferramenta?

________________________________________________________

8) Que nível de dificuldade você escolheria para a disciplina de Matemática?

( ) fácil ( ) médio ( ) difícil( ) muito difícil

9) Em sua opinião, o que pode tornar a disciplina de Matemática difícil? (Pode marcar mais de uma opção.)

( ) O material didático é difícil de entender

( ) A disciplina é muito abstrata, não é fácil visualizar os conceitos

(     ) O conteúdo é desconectado de minha realidade
(     ) Não tenho afinidade com o assunto, não gosto
(     ) Não me sinto capaz de resolver problemas
(     ) Nenhum se aplica, gosto e me dou bem com Matemática
(     ) Outro. Especificar:

___________________________________________________________

10) Onde você consegue entender melhor os assuntos estudados de Matemática?
(     ) na aula     (     ) estudando sozinho     (     ) estudando com colegas

11) Que recursos você usa para estudar Matemática? (Pode marcar mais de uma opção)
(     ) livros ou anotações de aula (     ) material da Internet
(     ) software educativo     (     ) outro - especificar

___________________________________________________________

12) Que dificuldades você encontra para resolver um problema de Geometria? (Pode marcar mais de uma opção.)
(     ) Quando não enxergo o próximo passo da resolução, acabo desistindo
(     ) Não vejo como manipular objetos geométricos, eles são muito abstratos
(     ) Sinto-me incapaz de resolver um problema Matemático
(     ) Sinto-me desmotivado(a), não consigo ter satisfação nessa atividade
(     ) Consigo resolver problemas e sinto-me estimulado(a) com essa atividade
(     ) Outro. Especificar:

___________________________________________________________

13) Que ações você imagina que poderia ajudar em seu aprendizado de Matemática? (Pode marcar mais de uma opção)
(     ) Tornar o conteúdo mais visual ou concreto
(     ) Trabalhar mais com exemplos
(     ) Ter acesso a uma orientação, um guia durante a resolução de um problema
(     ) Usar recursos tecnológicos que tornem a Matemática mais dinâmica
(     ) Outro. Especificar:

___________________________________________________________

# APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PÓS-EXPERIENCIA DOS SUJEITOS DA PESQUISA

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA

PARTE II: PÓS EXPERIÊNCIA COM O SOFTWARE GEOGEBRA

Pesquisador: Robert Cavalcante (PPGTEG - UFRPE)

(Aplicam-se as observações preliminares da Parte I)

1) Considerando a experiência que você acabou de passar, sua impressão é de que a tecnologia aplicada à educação ajuda ou atrapalha o processo de ensino e aprendizado?

(   ) Ajuda   (   ) Atrapalha

2) Com relação ao software GeoGebra apresentado, você considera que a proposta é importante no processo de ensino e aprendizagem de Geometria?

(   ) Sim   (   ) Não

Por quê? (Justifique sua resposta)

____________________________________________________________

3) Teve dificuldade para entender o funcionamento do GeoGebra?

(   ) Sim (   ) Não

Comentários/Observações:

____________________________________________________________

4) Em sua opinião, o GeoGebra como ferramenta pedagógica pode tornar as aulas de Geometria mais proveitosas?

(   ) Sim (   ) Não

Comentários/Observações:

____________________________________________________________

5) A utilização do GeoGebra pode facilitar a assimilação dos conteúdos de Geometria?

(   ) Sim (   ) Não

6) Quais os pontos positivos que você pode destacar com relação ao GeoGebra no ensino da Geometria?

______________________________________________________________________

# APÊNDICE C – PROTOCOLO DE ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES GUIADAS

## C.1 Discussão geral

O desenvolvimento de atividades guiadas nos moldes da proposta desta dissertação, definindo pausas com ocultamento / exibição de elementos geométricos, pode, se feito diretamente na plataforma GeoGebra, exigir a incorporação de código na linguagem *script* nativa (e, portanto, uma compreensão mais aprofundada da plataforma). Por outro lado, uma das propostas desta dissertação é apresentar caminhos para que o docente de Matemática elabore suas atividades do ponto de vista do usuário básico da plataforma. Em outras palavras, partimos da premissa de que o docente de Matemática tem a prerrogativa de saber elaborar roteiros pedagogicamente ricos para a resolução de um problema de Matemática, para a construção de conhecimento no aluno, partindo de sua formação e sua experiência, e a incorporação de um recurso tecnológico educacional não deve constituir um ônus ou uma interferência em sua reflexão.

Apresentamos a seguir um conjunto de recomendações para a elaboração dessas atividades. Em linhas gerais, essas recomendações envolvem, além do desenho do roteiro de resposta no GeoGebra, a definição dos pontos de parada (*breakpoints*, na linguagem técnica do GeoGebra) em um arquivo texto separado. As instruções nesse arquivo são então aplicadas no arquivo GeoGebra por intermédio de um *script* na linguagem Perl, que chamaremos `rotgg.pl`, e que desenvolvemos para esse propósito. De forma mais técnica, o docente salva sua atividade em um arquivo com extensão `ggb`, que é um pacote compactado (sua estrutura segue o formato `zip`) contendo os diversos componentes envolvidos na atividade. O mais importante desses componentes é o arquivo `geogebra.xml`. Trata-se de um arquivo no formato XML[4] que esquematiza a construção, através da descrição das propriedades dos objetos envolvidos (que aparecem no arquivo na ordem em que foram inseridos). Nosso *script* Perl aplica as instruções de pontos de parada definidas pelo

---

[4] O formato XML é largamente utilizado na Internet como mecanismo para troca estruturada de dados. Neste texto, utilizamos livremente um mínimo de terminologia técnica para descrever o funcionamento de nossa solução. Mais detalhes sobre esse formato bem como os termos envolvidos podem ser encontrados no site do consórcio W3C, que é uma fonte oficial para definição e descrição dessa tecnologia (https://www.w3.org/XML/). Relativamente à estrutura do formato XML utilizado nos arquivos de atividades do GeoGebra, consulte https://wiki.geogebra.org/en/Reference:XML.

docente no arquivo `geogebra.xml`, alterando *tags* e propriedades desse arquivo, de forma a produzir o comportamento desejado da resolução guiada.

O presente guia, juntamente de nosso *script* Perl, é o produto material desta dissertação. Trata-se de um protótipo de ferramenta automatizada para a construção de resoluções guiadas. No que segue, descrevemos com detalhes nossa solução. Vamos supor que o docente utilizará a ferramenta “GeoGebra clássico”, disponível na página principal do GeoGebra (onde os testes foram realizados).

## C.2 Uso básico da barra de navegação

Uma construção será entendida aqui como uma sequência de inserções de objetos geométricos, caixas de texto ou medições de segmentos/ângulos. O GeoGebra possui dois recursos que permitem “navegar” por uma construção: o *protocolo de construção* e a *barra de navegação*. Um entendimento básico do funcionamento desses recursos será necessário, pois no presente protótipo os botões de navegação fazem o papel dos botões de transição entre etapas de roteiro.

O protocolo de construção é, em linhas gerais, a lista de todos os objetos presentes na construção, na ordem em que os mesmos foram incluídos. A barra de navegação compõe-se de dois ícones – seta à esquerda e seta à direita – e uma caixa de texto, que mostra uma etapa da construção, ou, mais precisamente, a posição de um item do protocolo de construção. Com o uso da seta à direita, o usuário pode refazer o trajeto de inserção dos objetos, a partir da tela vazia, reproduzindo passo a passo a construção original. E pode, utilizando a seta à esquerda, voltar etapas, o que leva à ocultação dos objetos correspondentes.

Esses recursos estão no centro da elaboração de paradas de nossas construções guiadas. Isso se deve ao conceito de *pontos de parada* ou *breakpoints*. *Breakpoints* são posições do protocolo de construção que o usuário pode selecionar à sua escolha. Utilizando-se *breakpoints*, a barra de navegação não salta etapas consecutivas, mas sim *breakpoints* consecutivos. Dessa forma, o usuário pode definir conjuntos de objetos que devem ser exibidos de uma só vez, com o acionamento da barra de navegação. Esse recurso é útil em apresentações.

A elaboração de nossa proposta de atividades guiadas fundamenta-se no uso de *breakpoints*. A principal dificuldade a ser contornada é a necessidade de *exibir certos objetos e, ao mesmo tempo, apagar outros*, quando a seta direita é acionada.

É a execução simultânea dessas duas operações que exige uma utilização mais avançada do GeoGebra. A finalidade de nossa solução é facultar ao docente a possiblidade de definir, no mencionado arquivo de controle, através de uma sintaxe simples, os pontos de parada e os objetos a ocultar em cada etapa da resolução, isso após ter desenhado o roteiro completo da mesma no GeoGebra. Nosso *script* Perl, que discutimos mais abaixo, faz a tarefa de incorporar as indicações oriundas do arquivo de controle diretamente no arquivo da atividade GeoGebra.

### C.3 Preparação do ambiente

Um roteiro guiado de resolução pode ser construído a partir da ferramenta “GeoGebra clássico”, disponível na página principal do GeoGebra. Selecionando-se esse recurso, uma janela com uma atividade em branco é exibida. Um pré-requisito técnico simples deve ser efetuado pelo docente: a exibição da barra de navegação. Essa ação é ilustrada na Figura C-1: trata-se de abrir o menu principal (três barras paralelas no canto superior direito), abrir o item “Exibir” e selecionar “Barra de navegação”. Usando o mesmo menu, devemos definir a linguagem para Inglês: seleciona-se a opção “Configurações”. Essa ação também está ilustrada na Figura C-1. O uso do Inglês é necessário por razões técnicas do atual protótipo.

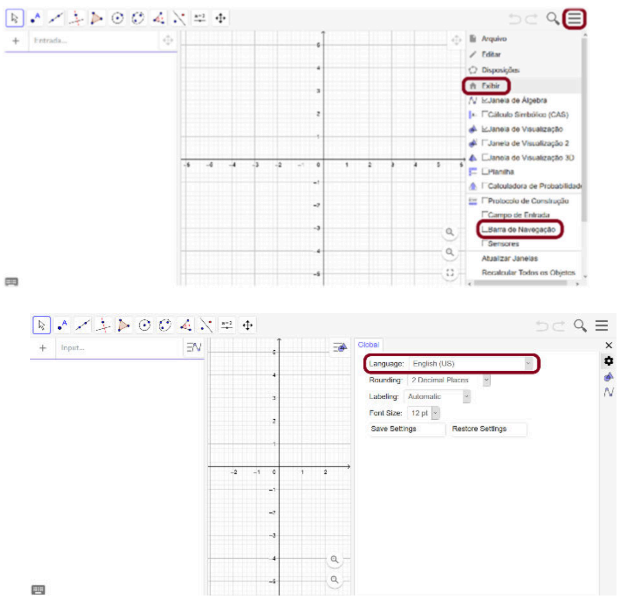

h

Figura C-1

Mencionemos uma justificativa técnica. A definição da barra de navegação é necessária para que a *tag* XML `consProtocol` seja incorporada ao arquivo da atividade salvo pelo docente (mais precisamente, no arquivo `geogebra.xml`). Essa *tag* controla a exibição da barra de navegação, mas, mais importante do que isso, define, através do atributo `showOnlyBreakpoints`, se a transição após o acionamento da seta à direita levará ao objeto inserido na etapa subsequente, ou então ao próximo ponto de parada. Como comentamos, nossas atividades guiadas consistem de saltos entre pontos de parada definidos pelo docente no arquivo de controle, e a execução desses saltos depende da definição desse atributo.

O docente deve também localizar o rótulo dos objetos geométricos, que serão usados no arquivo de controle. Normalmente, esse nome aparece ao lado do objeto; senão, é possível visualizá-lo acionando-se o botão direito do *mouse* sobre o objeto. Uma segunda restrição a se observar, também relacionada a limitações técnicas do protótipo, é evitar que letras gregas sejam usadas como rótulos de objetos (isso pode ocorrer com a introdução de medições de ângulos). Neste caso, é preciso mudar o rótulo do objeto para um nome ainda não utilizado, o que pode ser feito na janela de propriedades do objeto (exiba-a acionando o botão direito sobre o objeto).

### C.4 Elaboração da atividade no GeoGebra e arquivo de controle

Uma atividade de resolução guiada consiste de uma sequência de etapas, cada uma correspondendo a um ou mais passos de uma construção no GeoGebra. Uma etapa envolve duas ações: inserção de novos objetos na construção, e ocultação de objetos já visíveis na mesma. Ou seja, o docente insere, previamente, todos os objetos presentes na resolução do problema, incluindo caixas de texto com sugestões para o estudante; em seguida, define os blocos de objetos que são inseridos e apagados em cada etapa de seu plano de resolução guiada.

Recordamos que implementamos essas atividades através do recurso de pontos de parada (*breakpoints*) no protocolo de construção. Mas, em nossa solução, o docente não precisa fazer as alterações necessárias na janela do protocolo de construção (e, como já dissemos, a necessidade de ocultar partes da construção introduz uma dificuldade adicional na manipulação dos pontos de parada). Propomos que, ao invés disso, o docente construa todos os passos de sua atividade no GeoGebra, e em seguida crie um arquivo texto, que chamamos de *arquivo de* *controle*, no qual deverá identificar os pontos de parada, e os objetos a serem ocultados entre pontos de parada consecutivos. Salvando-se a atividade em um arquivo `ggb`, a execução de nosso *script* aplica no mesmo as modificações necessárias a fim de implementar o comportamento definido no arquivo de controle.

Vamos descrever o funcionamento de nossa solução com mais detalhes. Cada linha do arquivo de controle é o que chamamos de *instrução*, e tem o formato

$$\langle c\rangle\langle l\rangle$$

onde $\langle c\rangle$ é igual ao caractere "*" ou "-", que vamos chamar aqui de *tipo da instrução*, e $\langle l\rangle$ é o rótulo (o nome) de um objeto geométrico da construção. Recorde que cada objeto tem um nome, que é atribuído automaticamente no ato da criação do objeto. Não há espaço separando os dois elementos que constituem uma instrução.

Em linhas gerais, o tipo da instrução "*" é utilizado para indicar um *breakpoint*. Significa neste caso que a execução da resolução deve saltar entre os objetos identificados por esse caractere. Em cada salto, todos os objetos entre os dois pontos de parada consecutivos envolvidos são inseridos. O tipo da instrução "-" indica um objeto que deve desaparecer (ser ocultado, embora não deixe de existir na construção) após o salto ao próximo ponto de parada presente no arquivo. Objetos a serem ocultados devem ter sido inseridos anteriormente na construção (ou seja, antes do último ponto de parada).

Formalmente, suponha que a construção consiste na sequência de objetos

$$o_1, o_2, \dots, o_n$$

e que o arquivo de controle consista na sequência de instruções

$$\langle c_1\rangle\langle r_1\rangle, \langle c_2\rangle\langle r_2\rangle, \dots, \langle c_m\rangle\langle l_m\rangle$$

(aqui, as vírgulas não estão presentes no arquivo, mas indicam um salto de linha). Ou seja, cada $\langle c_s\rangle$ é um tipo de instrução e cada $\langle l_s\rangle$ é um dos (rótulos de) objetos $o_p$. Vamos assumir que essa sequência de instruções tem pelo menos um ponto de parada, e que tanto a primeira quanto a última instruções sejam um ponto de parada (é natural entender o primeiro ponto de parada como um delimitador para os objetos que compõem o enunciado do problema). Vamos escrever essa sequência como

$$\langle c_{j_1}\rangle\langle r_{j_1}\rangle u_1 \langle c_{j_2}\rangle\langle r_{j_2}\rangle \dots u_{t-1}\langle c_{j_t}\rangle\langle r_{j_t}\rangle$$

onde as instruções $\langle c_{j_k} \rangle \langle r_{j_k} \rangle$ são precisamente os pontos de parada (o tipo de instrução $\langle c_{j_k} \rangle$ é "*") e cada $u_k$ é uma sequência de instruções de tipo "-" (ou seja, todos os objetos a serem ocultados no salto entre os pontos de parada $r_{j_k}$ e $r_{j_{k+1}}$). Após a aplicação do arquivo de controle por intermédio de nosso *script*, a atividade aberta no GeoGebra exibe a barra de navegação, sendo $t$ o número de passos (é o número dos pontos de parada no arquivo de controle esquematizado na sequência acima). O primeiro passo na barra de navegação corresponde à exibição dos objetos $o_1, o_2, \dots, o_u$, onde $o_u$ é o primeiro ponto de parada, $r_{j_1}$. Acionando-se a seta à direita, os objetos $o_{u+1}, o_{u+2}, \dots, o_v$ são exibidos, onde $o_v$ é o segundo ponto de parada, $r_{j_2}$; além disso, os objetos designados em $u_1$ (todos da sequência $o_1, o_2, \dots, o_u$) são ocultados. Os demais acionamentos da seta à direita são análogos.

## C.5 Exemplo

Vamos apresentar um exemplo que se baseia em uma sequência didática proposta em (Fiorotti, 2014), detalhada na Seção 4.2 dessa dissertação. Na Figura C-2, observamos uma figura construída no ambiente GeoGebra preparado segundo a Seção C.3. Essa figura foi construída seguindo os passos em (Fiorotti, 2014), e a questão consiste em calcular o valor do ângulo AEC. Alguns rótulos de objetos foram ocultados, a fim de facilitar a visualização dos elementos essenciais do enunciado. Letras gregas representando os ângulos foram renomeadas (veja C.3).

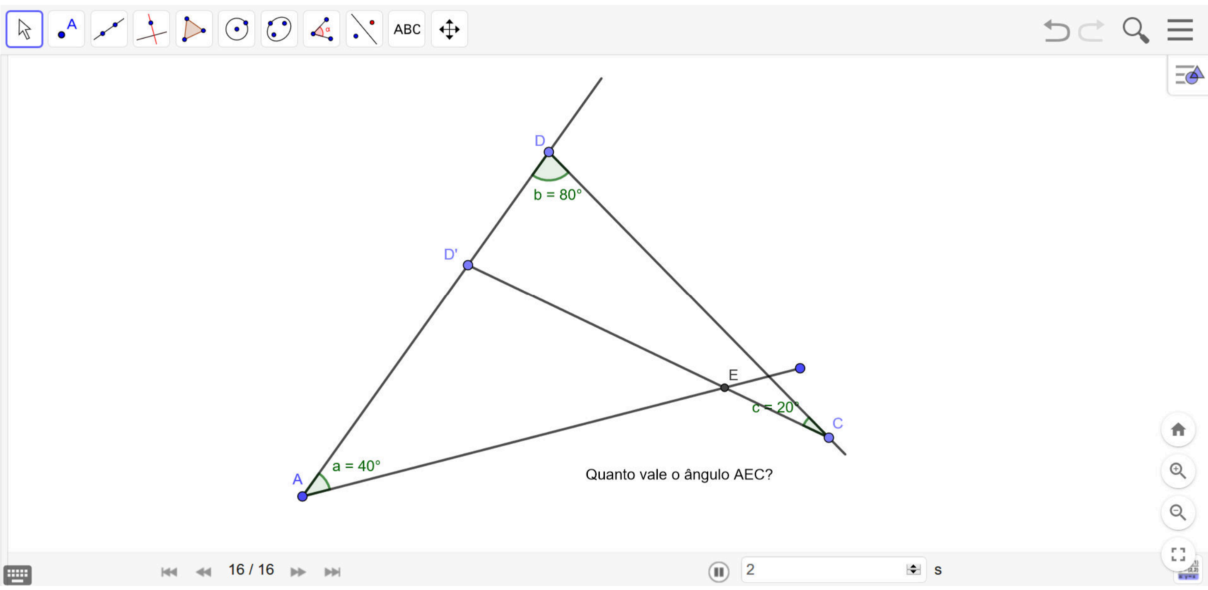



Figura C-2

O último objeto criado nessa figura foi o texto do enunciado: “Quanto vale o ângulo AEC?” Clicando com o botão direito nesse texto, observamos o seu rótulo: `text1`. A figura C-3 ilustra esse procedimento: o rótulo do objeto é o título do menu que é aberto quando se clica sobre o mesmo.

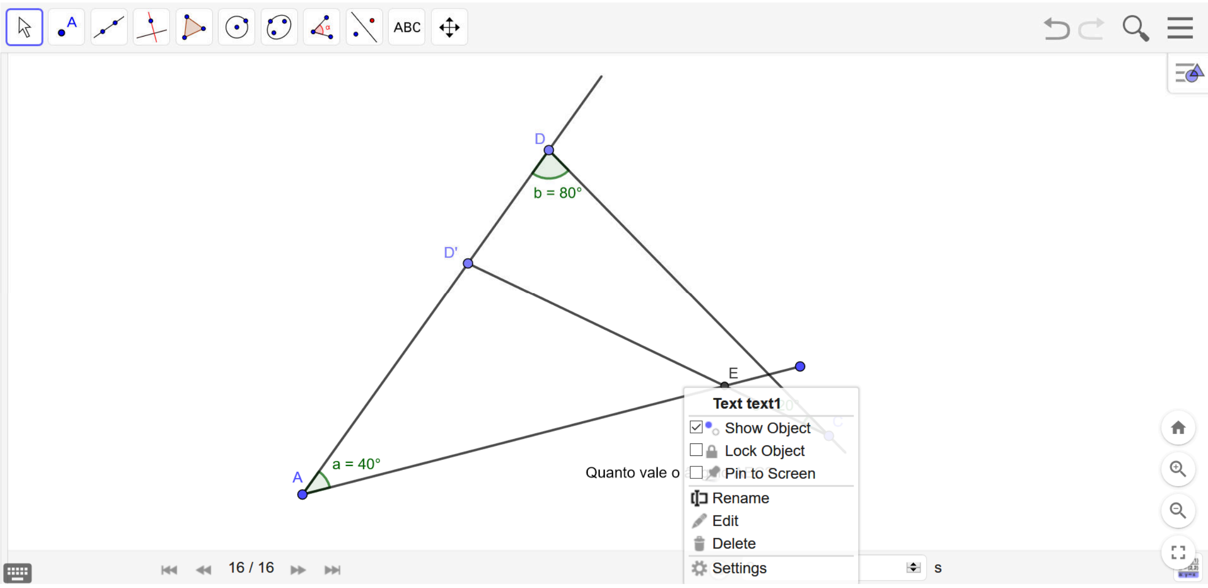



Figura C-3

A inserção desse texto é nosso primeiro ponto de parada, o ponto de parada que corresponde à exibição do enunciado; assim, nosso arquivo de controle tem na primeira linha a instrução

```
*text1
```

Essa linha indica que quando o docente abre o arquivo da atividade, ele verá precisamente a tela ilustrada na figura C-3.

Em (Fiorotti, 2014), a atividade é concluída logo após o desenho da figura, com a estratégia de se medir o valor do ângulo AEC automaticamente, usando o recurso de medição de ângulo do GeoGebra. Aqui evidencia-se nossa proposta, que é conduzir o aluno à capacidade de calcular esse ângulo, ao invés de utilizar uma ferramenta automática. Para isso, o docente elabora um roteiro didático.

Um possível roteiro começa com a sugestão do cálculo do ângulo CD’D. Para isso, o docente insere uma caixa de texto, que recebe automaticamente o rótulo de `text2` (o que pode novamente ser observado clicando-se com o botão direito sobre a caixa de texto). Essa caixa de texto tem uma dupla finalidade: primeiro, aponta um caminho (calcular outros ângulos antes de chegar a AEC); segundo, faz uma pergunta: quanto vale o ângulo CD'D? Nesse ponto, possivelmente alguns alunos em dúvida já se sintam em condições de prosseguir sozinho no caderno. Essa nova caixa de texto está ilustrada na figura C-4.

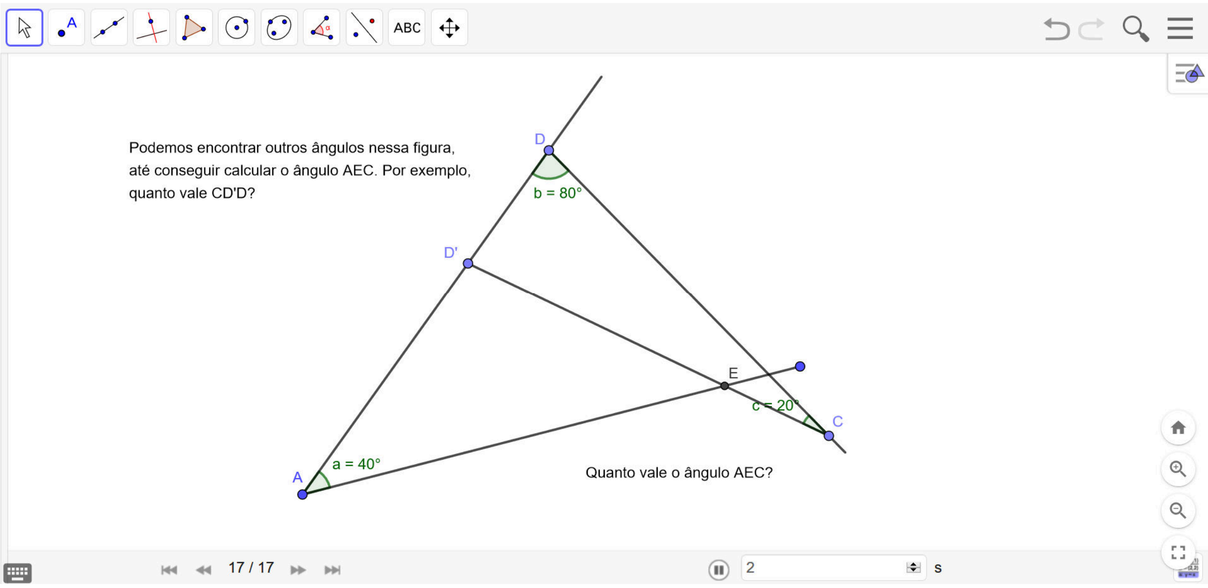



Figura C-4

Como dissemos na Seção C.2, os botões da barra de navegação na atividade aberta pelo discente fazem o papel dos botões de transição entre os passos do roteiro. Assim, ao acionar o botão à direita, na primeira tela, o discente deverá ver a caixa de texto `text2`; ao mesmo tempo, desejamos que a caixa de texto `text1` (enunciado) seja apagada. Acrescentamos dessa forma duas instruções no arquivo de controle: a ocultação de `text1`, e um novo ponto de parada, agora em `text2`:

```
*text1
-text1
*text2
```

O cálculo desse ângulo usa a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo. Caso o aluno ainda não esteja seguro, solicita a próxima sugestão.

Desejamos, nessa próxima etapa, que `text2` seja apagado, e que seja exibido a medição do ângulo CD'D e duas novas caixas de texto. Uma delas, `text3`, explica como o ângulo foi calculado; a outra, `text4`, sugere um novo passo para a resolução do problema, qual seja, o cálculo de CD'A. A fim de construir essa nova etapa, o docente inclui as duas caixas de texto e a medição do ângulo, usando a ferramenta de medição do GeoGebra (figura C-5).

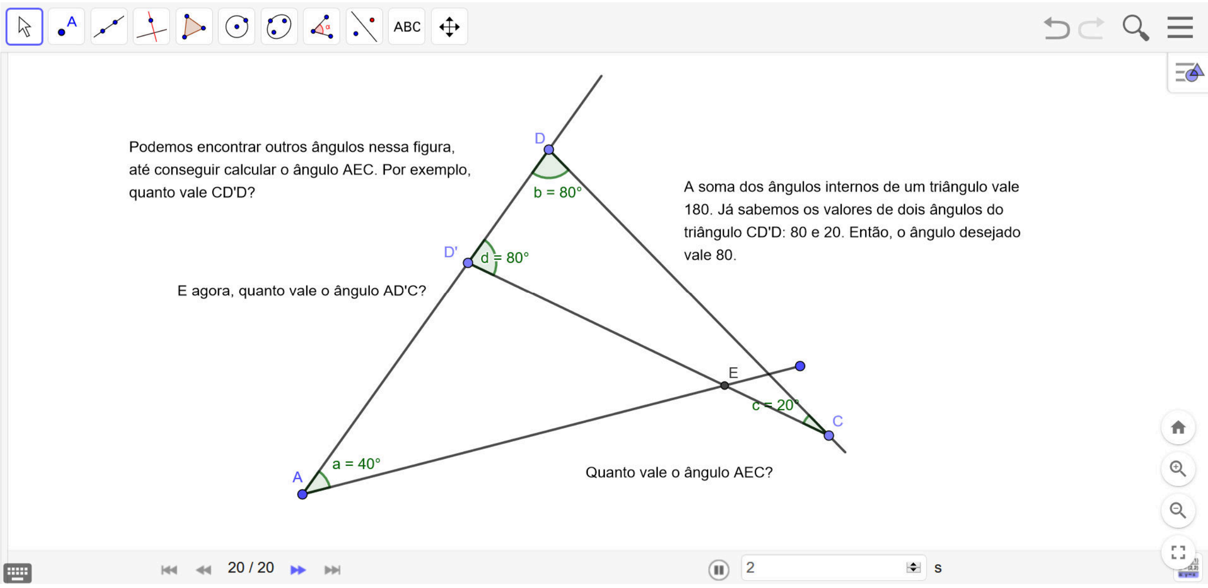



Figura C-5

O novo ponto de parada é o último desses três elementos novos introduzidos: `text3`, `text4`, ou ângulo CD'D, que renomeamos "d". Suponha que o ângulo foi o último elemento introduzido; então, deverá aparecer em uma nova linha do arquivo de controle precedido pelo asterisco. Antes dessa linha, queremos também incluir uma instrução para apagar a caixa de texto `text2`, que agora não tem mais utilidade. Nesse ponto, o arquivo de controle é como segue:

```
*text1
-text1
*text2
-text2
*d
```

Possivelmente o discente saberá calcular o valor do ângulo AD'C, que é suplementar a CD'D que acabamos de calcular, e possa concluir a resolução do problema. Caso contrário, solicita a próxima etapa do roteiro.

Nessa nova etapa, apresentamos o valor do ângulo AD'C e uma nova caixa de texto, `text5`. Essa caixa tem duas finalidades: primeiro, descrever como AD'C foi calculado; segundo, sugerir, como próximo passo, o cálculo do ângulo AED'. Após a inserção dessa caixa de texto e do novo ângulo pelo docente, a tela resultado assemelha-se à figura C-6.

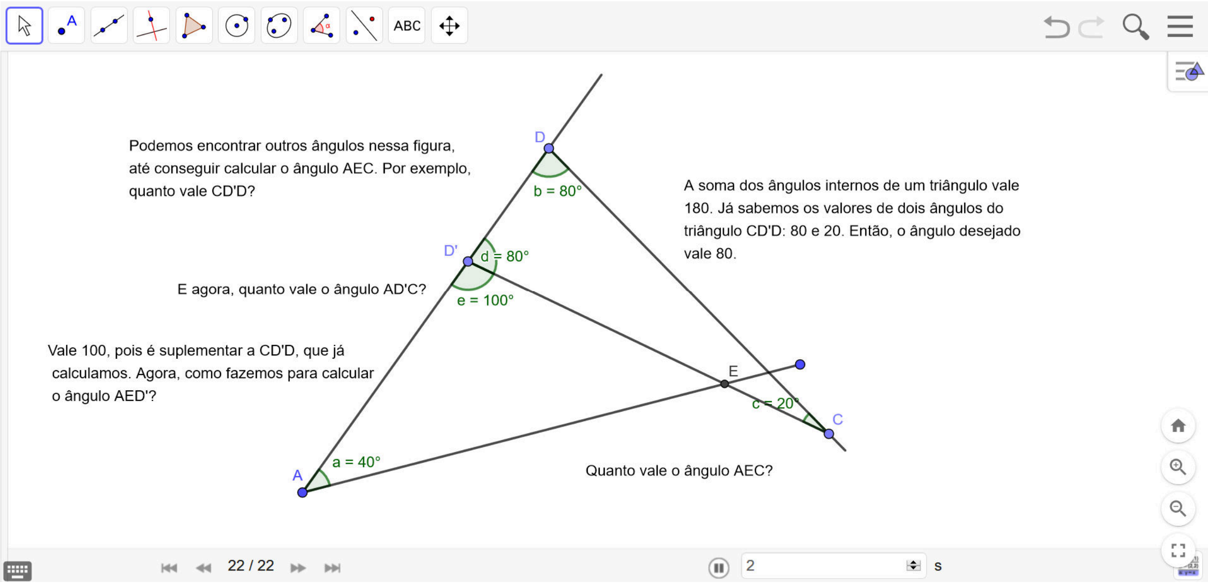



Figura C-6

No arquivo de controle, desejamos incluir instruções para ocultar dois elementos – `text3` e `text4` – e colocar como próximo de parada o último dos novos elementos inseridos (medição do ângulo AD’C ou `text5`). Suponha que o último elemento seja `text5`. Eis a atualização do arquivo de controle:

```
*text1
-text1
*text2
-text2
*d
-text3
-text4
*text5
```

O discente que desejar prosseguir no roteiro aciona o botão direito da barra de controle. Como nova etapa, desejamos incluir a medição do ângulo AED’, e uma nova caixa de texto, `text6`, detalhando a explicação de como isso foi feito (soma dos ângulos internos de um triângulo) e uma sugestão para a conclusão da resolução: o cálculo de um ângulo suplementar a um ângulo que já possuímos. Essa nova caixa de texto está ilustrada na figura C-7, e na sequência da mesma, a inclusão, no arquivo de controle, do novo ponto de parado, e da ocultação da caixa de texto `text5`, que não é mais necessária.

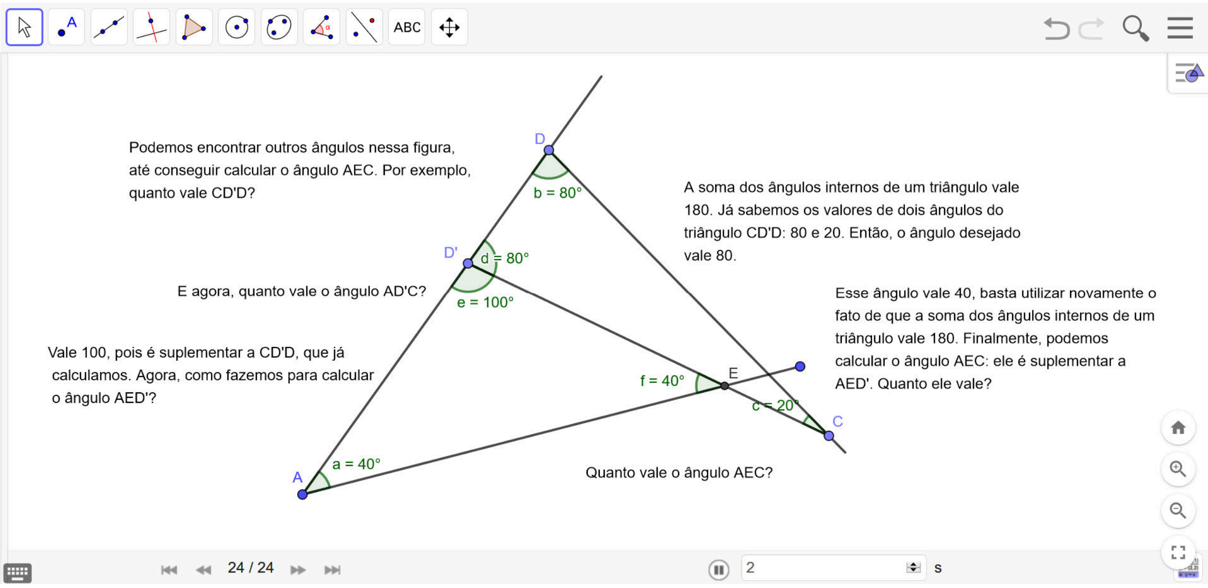



Figura C-7

```
*text1
-text1
*text2
-text2
*d
-text3
-text4
*text5
-text5
*text6
```

O último ponto de parada de nosso roteiro guiado consiste da exibição do valor do ângulo AEC e de uma nova caixa de texto, `text7`, que sugere ao discente resolver novamente o problema, agora com lápis e papel. Essa última tela está ilustrada na figura C-8, que é seguida pela versão final do arquivo de controle.

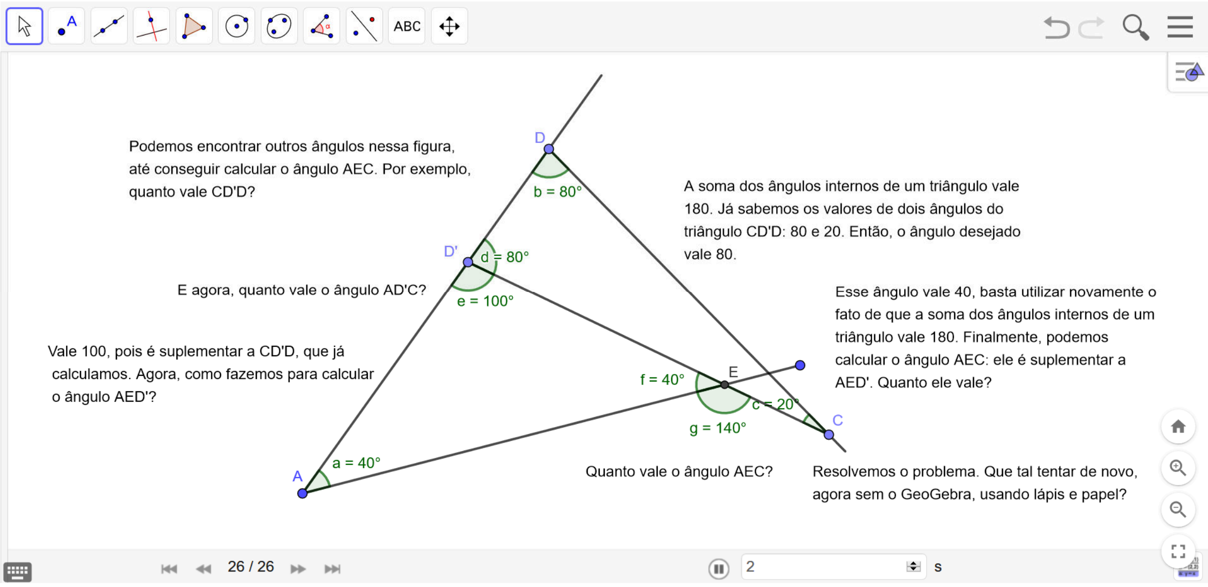



Figura C-8

*text1

-text1

*text2

-text2

*d

-text3

-text4

*text5

-text5

*text6

-text6

*text7

O docente agora salva dois arquivos. Primeiro, salva a atividade GeoGebra que acaba de elaborar em formato `ggb`. Para isso, abre o menu no canto superior direito da tela, e seleciona “Download as”. Essa opção abre um submenu, e o formato `ggb` é a primeira opção. Esse submenu está ilustrado na figura C-9. O docente então escolhe o nome do arquivo e o local onde deseja salvá-lo. O arquivo salvo terá a extensão `ggb`.

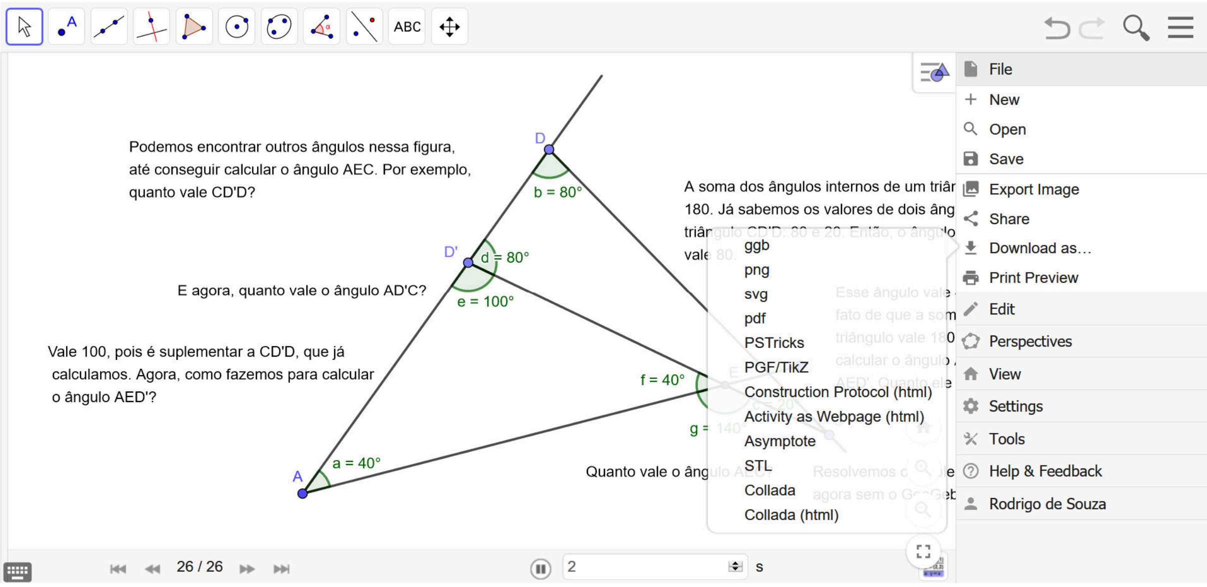



Figura C-9

O segundo arquivo é o arquivo de controle, que é um arquivo em formato texto. O docente pode construir esse arquivo em qualquer editor simples, como o Bloco de Notas. Suponha que os arquivos sejam nomeados, respectivamente, `fiorotti-4_2.ggb` e `fiorotti-4_2.rot` (a extensão `rot` é arbitrária, e faz alusão a "roteiro").

Agora, o docente pode executar nosso *script*, que aplica no arquivo GeoGebra as instruções de pontos de parada contidas no arquivo de controle. Para isso, o docente precisa ter instalado, previamente, a linguagem Perl em seu computador; a instalação é automática, bastando obter o instalador disponível em http://www.perl.org/. A execução é feita na linha de comando, invocando o comando `perl`, seguido pelo nome do *script* – `rotgg.pl` – e dois parâmetros: o nome do arquivo contendo a atividade GeoGebra, e o nome do arquivo de roteiro. Em nosso exemplo, a execução aplica o arquivo de roteiro `fiorotti-4_2.rot` no arquivo GeoGebra `fiorotti-4_2.ggb` e, portanto, deve ser feita como segue (na pasta contendo o *script* e esses arquivos):

```
perl rotgg.pl fiorotti-4_2.ggb fiorotti-4_2.rot
```

Após essa execução, o arquivo ggb estará modificado de acordo com as instruções do roteiro. O discente poderá finalmente carregar esse arquivo no GeoGebra, através do item “Abrir” do menu “Arquivo”.

## C.6 Código do *script* Perl

```
#!/usr/local/bin/perl
use Archive::Zip qw( :ERROR_CODES :CONSTANTS );
use XML::LibXML;


# Language must be set to English
# Labels cannot be special characters (greek letters)
# The navigation bar must be active in XML


# The XML corresponding to the construction is encoded
# in the data structure "dom", elements are extracted
# from this variable.
my $zip = Archive::Zip->new();
unless ( $zip->read( $ARGV[0] ) == AZ_OK ) {
    die 'read error';
}
my $constrxml = $zip->contents( $zip->memberNamed( 'geogebra.xml' ) );
my $dom = XML::LibXML->load_xml(string => $constrxml);

# The attribute showOnlyBreakpoints controls the behaviour of
# the construction navigation button.
# It must be set "true" in order to capture the breakpoints defined
# by the user.
# This attribute belongs to the node consProtocol, which must be
# present in the XML; this requires that the user sets the
# navigation bar as visible in GeoGebra before saving the file.
my ($nodeCP) = $dom->findnodes('/geogebra/gui/consProtocol');
$nodeCP->setAttribute(showOnlyBreakpoints => 'true');

# Next, the script opens the control file.
# This is where the instructor defines the
# breakpoints and the objects to be erased in each
# step of his activity.
# The lines of this file are stored in the array @instrs.
open my $handle, '<', $ARGV[1];
chomp(my @instrs = <$handle>);
close $handle;


# The nodes "element" are retrieved from the XML.
# These nodes are the objects in the construction.
```

```
@elemens = $dom->findnodes( '/geogebra/construction/element' );

# Next, each instruction in array @instrs is processed.
# next_instr retrieves the first element of @instrs
# and shifts left this array.
# This element is broken in the strings $curr_instr_type
# ('*' or '-') and $curr_instr (the label of the current object)
# and the correspondig change is applied in the XML.
while ( next_instr() ) {

# Labels of objects are usually single letters,
# and thus are useless to locate the associated nodes.
# That's why we enrich them with the identifier "label".
my $regexp = "label=" . "\"" . $curr_instr . "\"";

# Now the current object can be located in the XML.
# Some attributes will then be reworked in order to
# produce the desired behaviour.
foreach my $elem ( @elemens ) {
if ( $elem =~ m/$regexp/ ) {
if ( $curr_instr_type eq '*' ) { # breakpoint
$elem->addNewChild( undef, "breakpoint val=\"true\"" );
$curr_break = $curr_instr;
} else { # The object is not visible after $curr_break
$elem->addNewChild( undef, "condition showObject=\"ConstructionStep[] <=
ConstructionStep[$curr_break]\"" );
}
}
}
}

# Save the new XML with breakpoints
open my $out, '>', 'geogebra.xml';
binmode $out;
print {$out} $dom->toString();
close $out;
$zip->removeMember('geogebra.xml');
$zip->addFile('geogebra.xml');
exit($zip->overwrite());


sub next_instr {
if ( !@instrs ) {
return 0;
}
my $instr = shift @instrs;
$curr_instr_type = substr $instr, 0, 1;
$curr_instr = substr $instr, 1;
}
```