UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

ANÁLISE DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º E 2º GRAUS INSTRUMENTALIZADA POR UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL: POSSIBILIDADES E DIFICULDADES

Maurício Ademir Saraiva de Matos Filho

Recife, 2010

MAURÍCIO ADEMIR SARAIVA DE MATOS FILHO

ANÁLISE DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º E 2º GRAUS INSTRUMENTALIZADA POR UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL: POSSIBILIDADES E DIFICULDADES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, (PPGEC), da Universidade Federal Rural Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Mestrando: Maurício Ademir Saraiva de Matos Filho

Orientadora: Josinalva Estacio Menezes, Dra.

Recife, 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

ANÁLISE DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º E 2º GRAUS INSTRUMENTALIZADA POR UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL: POSSIBILIDADES E DIFICULDADES

MAURÍCIO ADEMIR SARAIVA DE MATOS FILHO

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora composta pelos seguintes professores:

____
Josinalva Estacio Menezes, Dra
Orientadora

____
José Aires de Castro Filho, PhD
Examinador Externo - UFC

____
Marcelo Brito Carneiro Leão, Dr
Examinador - UFRPE

____
Suely Alves da Silva, Dra
Examinador - UFRPE

Dissertação aprovada no dia 26/02/2010, no Departamento de Educação da UFRPE.

DEDICATÓRIAS:

À minha amada esposa Mônica, pela suas fontes inesgotáveis de incentivo e amor, principalmente, nos momentos mais árduos do desenvolvimento desta pesquisa.

Aos meus queridos filhos, Igor e Júlia, que não só incentivaram, mas apoiaram sendo compreensíveis, e companheiros durante a realização deste trabalho

Aos meus pais, Maurício Saraiva (em memória) e Káthia Saraiva, por terem acreditado em minhas possibilidades e pela preocupação que tiveram em me propiciar condições para estudar.

Aos meus avós, Abderita Gomes e Maurício Cardoso (em memória), por terem contribuído com meus estudos e com minha formação humana.

Aos meus irmãos, Fábio Henrique, Izaura e Pedro, pelo auxílio e incentivo nos momentos adequados.

AGRADECIMENTOS:

À professora Josinalva Estacio Menezes (JÔ), pela sua competência e dedicação com as quais sempre me orientou. Pelo seu exemplo, como educadora e pessoa humana que nos faz sentir orgulho da profissão que abraçamos.

Aos integrantes da banca examinadora, Prof. José Aires de Castro, Prof. Marcelo Carneiro Leão e a Prof.ª Suely Alves da Silva, pelas importantes contribuições que deram a este trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e aos colegas de turma, que tornaram possível a conclusão deste trabalho.

À direção e aos colegas professores da Escola Estadual do Paulista, pelo incentivo e pelas contribuições, diretas ou indiretas, durante o desenvolvimento da pesquisa.

Às professoras Ana Lúcia Lacerda e Adelma Campelo pelas importantes contribuições e sugestões no trabalho de revisão do textual.

Ao diretor, professor José Ferreira de Castro, aos coordenadores, professores e funcionários do Colégio Vera Cruz Recife, pelo apoio e incentivo.

Aos diretores, coordenadores e professores da Faculdade Santa Emília, que contribuíram incondicionalmente para o sucesso deste trabalho.

Aos amigos do Setor de Cursos do Serviço Social do Comércio de Pernambuco (SESC), por compartilharem comigo conhecimentos, alegrias, angústias e vitórias.

RESUMO

Nesta pesquisa, analisa-se uma sequência didática destinada ao ensino de Funções Polinomiais de 1º e 2º graus, mediada pelo uso do *software Winplot*. Este estudo baseou-se nas dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudarem este assunto, na importância do mesmo para a formação de um cidadão e na sua relevância para os estudos futuros no Ensino Superior e, também, nas possibilidades do uso de uma ferramenta computacional como importante recurso para auxiliar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem. O aporte teórico foi direcionado para algumas concepções ligadas a Didática da Matemática (Teoria das Situações didáticas, Transposição Didática e Transposição Informática), que se insere como uma das tendências que compõem a grande área de Educação Matemática. A pesquisa foi desenvolvida segundo as concepções metodológicas da Engenharia Didática, tendo como campo de pesquisa uma Escola Pública Estadual e os sujeitos; inicialmente, trinta e seis alunos que realizaram o teste diagnóstico. Destes, em virtude das limitações do laboratório de informática, foram selecionados quinze e apenas nove participaram do desenvolvimento da sequência didática, todos alunos do 1º ano do Ensino Médio. Inicialmente, foi aplicado um teste diagnóstico, composto por sete questões relacionadas à construção e interpretação gráfica, para levantar os conhecimentos prévios e as dificuldades inerentes aos conceitos de função e, a partir dos resultados obtidos, elaborou-se a sequência didática para ser desenvolvida com o uso do programa *Winplot*. Esta foi constituída de sete questões produzidas a partir dos subsídios apresentados no teste diagnóstico. Os resultados do teste diagnóstico apontaram para dificuldades relacionadas à plotagem de pontos no plano cartesiano e sobre os eixos, aos problemas em reconhecer a leitura gráfica como um elemento importante para encontrar soluções de problemas e as dificuldades na construção gráfica. A partir destas dificuldades estabeleceu-se a sequência didática para ser desenvolvida apoiada ao *software Winplot*. Os seus resultados evidenciaram certo favorecimento aos alunos na construção, leitura e interpretação gráfica.

Palavras-chave: educação matemática, *software Winplot*, situação didática, transposição informática, função.

ABSTRACT

In this research, a didactic sequence is analyzed in order to develop techniques for the teaching of functions of 1st and 2nd degrees, mediated by the use of the software Winplot. This study is based on the difficulties presented by the students as they were studying this subject, on its importance for a citizen's formation and in its relevance for the future studies during Higher Education course and, also, in the usage possibilities of a software as important resource to aid teachers and students in the teaching and learning process. The theoretical support was directed by some conceptions related to the Didacticism of the Mathematics (Theory of the Didactic Situations, Didactic Transposition and Transposition Computer Science), which is inserted interferes as one of the tendencies that compose the great area of Mathematical Education. The research was developed according to the methodological conceptions of the Didactic Engineering. The research field was State Public School and the subjects; initially, thirty six students that accomplished the test. Because of the limitations of the computer science laboratory, fifteen were selected and only nine took part on the development of the didactic sequence, all students of the 1st year in secondary Teaching. Level Initially, a diagnostic was applied, composed by seven subjects related to the construction and graphic interpretation, to check the previous knowledge and the inherent difficulties about function concepts. From the results, the didactic sequence was elaborated to be developed by the usage of the *Winplot* program. This new sequence was constituted of seven subjects produced from the subsidies presented in the test. The result of the test showed for difficulties related to the draw of points in the Cartesian plan and on the axes, to problems in recognizing the graphic reading as an important element to find solutions of problems and, also, the difficulties in the graphic construction. From these difficulties, we settled down the didactic sequence to be developed with the support of the software Winplot and their results evidenced clear benefits to the students in the construction, reading and graphic interpretation.

Key Words: mathematical education, software Winplot, didactic situation, transposition computer science, function.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O conceito de função possui relevância na formação matemática de qualquer cidadão atuante na sociedade contemporânea. Além de estar ligado a situações que envolvem abstrações, interpretações e resolução de problemas relativos a diversos fenômenos estudados em várias áreas do conhecimento humano, possui também importância científica e social. A exemplo pode-se destacar Receita, Custos Fixos e Variáveis, Lucro Bruto, Margem de contribuição, Ponto de Equilíbrio etc. que são conceitos importantes para a formação de um gestor (Administração de Empresas) e relacionam-se com as funções.

O conceito de função também tem sido apontado por diversos pesquisadores como sendo de difícil assimilação, tanto por parte dos alunos do Ensino Médio quanto pelos alunos universitários. Esta premissa tem sido evidenciada pelas pesquisas de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995), Oliveira (1997), Chaves e Carvalho (2004), Zuffi (2004), Andrade e Dias (2005), Pedroso e Búrigo (2007), Couy e Frota (2007), Rezende (2007), e Nogueira Júnior e Laudares (2008), divulgadas em eventos científicos. Nelas, estes autores mostram as dificuldades dos alunos ao se depararem com as ideias de variável, domínio, contradomínio e imagem, leitura e construções de gráficos e conversão do registro de representação gráfica para o registro de representação algébrica.

No Ensino Superior, o estudo das funções, dentre outros, é um pré-requisito para a disciplina de Cálculo I estudada nos cursos de graduação (Licenciatura em Matemática, Física, Química, nas Engenharias, Agronomia etc.). Nascimento et al (2006) destacam, em sua pesquisa, alguns obstáculos apresentados no processo de ensino e de aprendizagem desta disciplina. Esses pesquisadores verificaram muitos entraves relacionados ao ensino do Cálculo e entre esses a falta de base dos alunos em relação ao estudo das funções.

Para Santos, Silva e Almeida (2007) o conceito de função é o que mais se destaca dentre os diversos conceitos da Matemática abordados no Ensino Médio. Eles acreditam que o *status* ocupado por esse conteúdo está vinculado à necessidade do ser humano explicar fenômenos relacionados à natureza e à sociedade através das regularidades existentes. Esse pensamento é complementado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), que afirmam: “Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la.” (BRASIL, 1998, p. 39).

Zuffi (2004) destaca que o tema “funções” apresenta-se muito fértil, não unicamente pelas diversas possibilidades de notação simbólica existentes, mas pelos aspectos particulares de sua gênese na História da Matemática, o que será discutido mais adiante.

Além dos argumentos até aqui descritos, apontando a necessidade do ensino do conceito de função, vale ressaltar que o mesmo faz emergir diversos outros elementos da Matemática, também de grande importância, como os pares ordenados, gráficos cartesianos, tabelas, expressões algébricas, sequências e diagramas, dentre outros. Neste sentido, segundo os PCNEM:

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1998, p. 43).

Ardenghi e Igliori (2007) realizaram um mapeamento das pesquisas desenvolvidas no Brasil acerca do ensino e aprendizagem de função no período de 1970 a 2005. Segundo esses pesquisadores, nesse período foram realizados quarenta e cinco trabalhos entre teses e dissertações nos programas de pós-graduação do país. Eles destacam que a região Norte do Brasil não produziu nenhum trabalho ligado ao tema e que os programas da região Sudeste produziram trinta e quatro pesquisas (75,6%), ao passo que o Sul do país desenvolveu seis trabalhos (13,3%), a região

Centro-Oeste, três (6,7%) e a região Nordeste apresentou um trabalho que foi desenvolvido na Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Zuffi (2004) destaca a relevância do conceito de função para as ciências, descrevendo que a ideia de função ultrapassa os domínios da Matemática há um bom tempo, oferecendo-se às áreas de conhecimento de Física, Química, Biologia, Economia, Medicina, Engenharia e etc., particularmente em virtude da explosão tecnológica iniciada na segunda metade do século XX, que propiciou uma nova dinâmica para as diversas áreas do conhecimento, inclusive para a matemática.

Houve uma constelação de grandes avanços tecnológicos nas duas últimas décadas do século XX, quando Castells (2006) destaca as tecnologias da informação, da microeletrônica, da computação, das telecomunicações e da optoeletrônica, com atenção especial para a informática, o computador e a Internet. Todo esse processo traduz a necessidade do homem dominar os mecanismos da natureza e os modos de vida existentes.

O mundo em que vivemos está permeado de técnicas e de recursos tecnológicos que, segundo Castells (2006), passam por um processo de transformação e rápida expansão em uma linguagem digital comum, na qual a informação é gerada, armazenada, recuperada, processada e transmitida. Estamos vivendo em um mundo que se tornou digital, na era dos computadores, nos tempos da nanotecnologia.

O final dos anos 80 e o início dos anos 90 marcaram a chegada dos computadores pessoais no mercado de trabalho e no lazer. Desse período até os dias atuais, essa tecnologia tem estado cada vez mais presente no cotidiano de boa parte da população. Essa nova relação das pessoas com os computadores tem se refletido não apenas no ambiente de trabalho, mas também nas relações familiares e na escola. Dessa forma, a inserção dessa tecnologia na escola tem suscitado debates sobre suas reais possibilidades e contribuições como uma ferramenta didática em diversas partes do mundo e no Brasil. Diversos pesquisadores tais como Litwin et al (1997), Menezes (1999), Oliveira (2006) e Miranda (2006) têm discutido sobre o papel dos computadores no processo de ensino e aprendizagem.

No ensino de Matemática, o computador pode ser um importante recurso para o professor e um elemento de motivação para os alunos. Atualmente, vários pesquisadores, como Menezes (1998, 2001, 2002), Bittar (2006), Gladcheff, Zuffi e Silva (2001), Bellemain, Bellemain e Gitirana (2006), Santos, Silva e Almeida (2007) e Freire, Castro Filho e Fernandes (2008) têm evidenciado as importantes contribuições que o uso do computador tem dado às aulas de Matemática.

Neste sentido, convém destacar os estudos de Baldini (2004) sobre geometria plana, mais especificamente área e perímetro das figuras planas, utilizando o *software* Cabri-Géomètre II[1], onde esta pesquisadora indica este *software* como uma alternativa para o ensino da geometria; as pesquisas de Leite (2006) com uso do objeto de aprendizagem (OA)[2], Balança Interativa[3], que teve como objetivo trabalhar as noções de equação, inequação e incógnita por meio da simulação de uma balança de dois pratos na tela do computador e as investigações de Richit e Tomkelski (2004) relacionadas à utilização do *software* Graphmática[4] na sala de aula, com o objetivo de auxiliar os alunos na superação das dificuldades apresentadas no estudo das funções.

Diante das possibilidades apresentadas nas pesquisas aqui descritas, a utilização de *softwares* como uma ferramenta no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos parece poder favorecer o aluno. Isto posto, a Matemática tem sido uma área bastante agraciada com o grande número de *softwares* educativos, gratuitos e não gratuitos, destinados ao ensino de seus conceitos. Dentre esses *softwares* destaca-se: *Cabri-Géomètre* I e II, *Graphequation*, *Graphmática*, *Winplot*, *Aplusix*, *Winfun*, *Modelus*, Régua e Compasso, *Poly*, Thales e *WinMat*.

---

[1] É um software de geometria dinâmica que foi desenvolvido na França, no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática do Instituto de Informática e Matemática Aplicada de Genoble.
[2] Recursos digitais (vídeo, animações ou software) que possibilitam, professores e alunos, estudarem conceitos específicos em diversas áreas do conhecimento, a exemplo Matemática, Ciências e etc.. Diferem de *softwares* educativos pelo tamanho ocupado nos computadores e por serem focados em um objetivo especifico de aprendizagem (CASTRO FILHO, 2007).
[3] Disponível em www.proativa.virtual.ufc.br
[4] Software destinado à construção gráfica de funções de qualquer grau como: funções exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas etc. O graphmática está disponível em www.graphmatica.com.

Sendo assim, o uso de um *software* adequado parece poder auxiliar a prática docente, e criar um ambiente favorável ao estudo de conceitos matemáticos que possibilitem a superação das dificuldades e tornem a aprendizagem mais estimulante.

Diante do exposto surge um questionamento: O uso de um *software* voltado para a construção gráfica (*Winplot*) pode beneficiar os alunos do Ensino Médio na construção e interpretação de gráficos de funções de 1º e 2º graus?

Portanto, a partir da argumentação relacionada à importância do estudo das funções para a formação Matemática de qualquer cidadão, das dificuldades encontradas nesse estudo, na carência de pesquisas encontradas em programas de pós-graduação no país que respondam as questões relacionadas às funções e nas possibilidades apresentadas pelos *softwares* como mais uma das diversas tecnologias possíveis de serem utilizadas na sala de aula, nessa pesquisa será construída uma sequência didática destinada ao ensino de alguns conceitos relacionados às funções polinomiais de 1º e 2º graus utilizando o *software Winplot*[5].

A opção pela utilização do *software Winplot*, dentre tantas outras opções de *softwares* já descritas, deve-se à sua acessibilidade. Esta ferramenta computacional é de domínio público, ou seja, é um *software* gratuito disponível na Internet e sem implicações legais para o seu uso. Constitui-se como um programa muito pequeno, com cerca de 600 kb na sua forma compactada e pode ser executado em qualquer sistema operacional da família *Windows* (95/98/ME/XP etc.). O *Winplot* está sempre com atualizações disponíveis e existe uma versão traduzida para o português. Além disso, permite trabalhar em duas ou três dimensões e com gráficos de diversas funções. Em outras palavras, o *Winplot* é um *software* destinado à construção gráfica de funções Matemáticas.

Neste sentido, o interesse desta pesquisa está voltado à investigação de como uma sequência didática destinada ao ensino de funções, instrumentalizada por um *software*, pode favorecer os alunos de Ensino Médio no estudo desses conceitos. Esta pesquisa será desenvolvida com base nos estudos da Didática da Matemática.

[5] O *software Winplot* (*Peanut*) pode ser encontrado em http://math.exeter.edu/rparris

Desta forma, este estudo terá como base teórica a Teoria das Situações Didáticas proposta por Guy Brousseau, a Transposição Didática por Chevallard, a Transposição Informática de Nicolas Balacheff e, como metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática proposta por Michele Artigue.

OBJETIVO GERAL

Analisar uma sequência didática para o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus instrumentalizada por um *software*.

Objetivos específicos

Identificar as respostas utilizadas pelos alunos na construção e na interpretação de gráficos das funções polinomiais de 1º e 2º graus utilizando o lápis e papel;

Verificar, a partir de uma sequência didática, como o *software Winplot* pode favorecer os alunos na construção e na interpretação de gráficos das funções polinomiais de 1º e 2º graus.

Assim, para estruturar a dissertação, os capítulos foram organizados da seguinte forma: No primeiro capítulo apresenta-se a Fundamentação Teórica, discutindo alguns aspectos da utilização dos computadores no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, o ensino-aprendizagem de função instrumentalizada por tecnologias, uma breve abordagem sobre a evolução histórica do conceito de função e considerações sobre algumas Teorias da Didática da Matemática (Teoria das Situações Didáticas, Transposição Didática e Transposição Informática). No capítulo seguinte (capítulo II) corresponde a abordagem metodológica. Nele expõem-se os aspectos teóricos da metodologia utilizada (Engenharia Didática), os sujeitos participantes da pesquisa, os instrumentos de coletas de dados e as características do *softwar Winplot*, bem como, as etapas da investigação. No terceiro capítulo divulga-se os resultados encontrados, na pesquisa empírica, à luz do aporte teórico discutido no primeiro capítulo. Por fim, no quarto capítulo as considerações finais da pesquisa. Nesse momento, destacam-se os principais resultados obtidos na análise dos dados e indicam-se algumas reflexões para pesquisas futuras.

CAPÍTULO I
FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste tópico, desenvolvem-se ideias básicas à utilização dos computadores no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e às considerações de alguns pesquisadores sobre os rumos do ensino dessa disciplina diante dessas novas tecnologias. Aborda-se, também, a trajetória histórica do conceito de função e os aspectos relevantes para a pesquisa relacionados à Teoria das Situações Didáticas, à Transposição Didática e à Transposição Informática.

1.1 O uso do computador nas aulas de matemática

Atualmente, os documentos oficiais defendem o uso dos recursos tecnológicos, especialmente dos computadores, uma vez que estes são considerados como grandes aliados para o desenvolvimento cognitivo dos alunos e ferramenta fundamental para os professores. A informática tem sido apontada como uma das possibilidades de mudança da prática pedagógica. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, 1996), no artigo 32, propõe como objetivo para a formação básica de um cidadão a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), na sua parte introdutória, mencionam que a inclusão das inovações tecnológicas só faz sentido se colaborar para uma melhor qualidade de ensino. Mais ainda, que a utilização de novas tecnologias na escola não garante, por si só, um aumento de qualidade, visto que a aparente modernidade pode esconder um ensino tradicional, fundamentado na reprodução e na memorização de informações. Desta forma, a tecnologia deve ser utilizada para promover um ambiente educacional que propicie a construção do conhecimento por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa de educandos e de educadores.

Dentre as tecnologias que fazem parte do ambiente escolar, o computador, em especial, pode promover novas formas de trabalho, tornando possível a criação de um espaço privilegiado de aprendizagem favorável à pesquisa, à realização de simulações e antecipações, à validação de ideias prévias, à experimentação, à criação de soluções e à construção de novas formas de representação mental (BRASIL, 1998).

Para Borba e Penteado (2003), o acesso à tecnologia da informática deve ser encarado como um direito. Desta forma, os educandos das escolas públicas e particulares devem usufruir de uma educação que atualmente inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”, e que não se entenda essa alfabetização como sendo um curso de informática, mas, sim, como parte do processo aprender a ler, escrever, compreender textos, contar e desenvolver noções espaciais com a inserção de instrumentos tecnológicos usuais. Em outras palavras, o computador deve ser inserido em atividades voltadas para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem.

A Matemática tem sido uma área muito privilegiada em relação às diversas tecnologias presentes no mundo moderno. Sejam as calculadoras, os jogos virtuais, os computadores e os diversos *softwares*, todos esses recursos tecnológicos estão sendo propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais com o intuito de melhorar o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Em especial, as tecnologias da informática, com um conjunto de ferramentas – computador, *softwares*, *internet*, etc. - podem auxiliar o ensino da Matemática, criando ambientes de aprendizagens que possibilitem o surgimento de novas formas de pensar e de agir, que valorizem o experimental e que tragam significados para o estudo da Matemática.

> um interessante aspecto do desenvolvimento dos computadores é o modo como esta tecnologia vem modificando o panorama científico, em particular o da Matemática, reduzindo as diferenças metodológicas entre esta e as ciências experimentais. Os computadores são tão poderosos que podem lidar com simulações numéricas e representações de modelos matemáticos complexos (EMMER, 1995, p.407).[6]

[6] Tradução livre do autor

Segundo McConnell (1995) a tecnologia deveria trazer mudanças ao ensino de Matemática e, em particular, de álgebra. Estas incluem uma redução na ênfase das manifestações algébricas, a exemplo: a fatoração, resolver expressões e equações racionais complicadas, resolver analiticamente equações polinomiais e simplificar expressões com radicais.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM, dos Estados Unidos, em 1980, apresentou uma série de recomendações para o ensino de Matemática, em que foi destacada a resolução de problemas como sendo o foco principal para o ensino de Matemática daquele período. Também houve destaque para a importância de aspectos sociais, antropológicos, lingüísticos e cognitivos na aprendizagem da Matemática. Essas recomendações tiveram importante influência nas reformas que aconteceram em todo o mundo. Neste sentido, diversos países elaboraram propostas entre 1980 e 1995, que apresentavam vários pontos convergentes. Dentre eles destaca-se, nesse contexto, a necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação.

Diversas pesquisas, já descritas na parte introdutória deste trabalho, evidenciam o uso dos computadores como uma importante ferramenta nas aulas de Matemática, o que é corroborado pelos PCN (BRASIL, 1998), quanto à referência de que essa tecnologia pode ser usada como fonte de pesquisas, importante auxílio para o processo de ensino aprendizagem; como recurso no processo de construção do conhecimento; como ferramenta para exercer autonomia dos educandos através do uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções e, também, como instrumento para realizar determinadas atividades – uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados e outros aplicativos. Além do mais, indica que o computador pode ser um importante cúmplice no desenvolvimento cognitivo dos educandos, principalmente por possibilitar um desenvolvimento de trabalho que respeite os distintos ritmos de aprendizagem, viabilize a individualização da aprendizagem e permita que o aluno aprenda com seus erros.

Diante das possibilidades apresentadas para o uso de *softwares* no ensino de matemática, no item seguinte será apresentada uma breve abordagem sobre o *software Winplot*.

1.2 Programas destinados a construção gráfica

Nesse tópico, desenvolve-se uma breve descrição do *software Winplot* e suas possibilidades para ensino das funções. Para isso, toma-se como referência o trabalho de Jesus, Peixoto e Mascarenhas (2002). Também se apresenta algumas características do *Graphmatica* e do *GraphMat*.

O *software Winplot* é um programa gratuito desenvolvido pelo professor Richard Parris, da Philips Exeter Academy. Escrito inicialmente na linguagem de programação C, chamava-se PLOT e funcionava com antigo sistema operacional DOS (Disk *Operating System* ou sistema operacional em disco). Com o surgimento do sistema operacional Windows o programa foi rebatizado de *Winplot*. A versão deste software para o português foi traduzida pelo professor Adelmo Ribeiro de Jesus e sua equipe, na Universidade Federal da Bahia.

Através do *Winplot*, é possível gerar, dentre outros objetos da matemática, gráficos em duas e ou três dimensões, a partir de funções ou equações, de modo simples, rápido e direto. Outro aspecto relevante é que o *Winplot* utiliza quase a mesma simbologia que é utilizada nas aulas de matemática, ou seja, o aluno, ao utilizar este software, empregará a mesma notação matemática das suas aulas. Além disso, como já mencionado na parte introdutória desta pesquisa, este software se constitui como um programa muito pequeno, com cerca de 600 kb na sua forma compactada, não requerendo computadores muito sofisticados para sua execução e, ainda, pode ser implementado em qualquer sistema operacional da família *Windows* (95/98/ME/XP etc.). E possui, também, uma diversidade de atividades destinadas ao seu uso, disponíveis na Internet.

Segundo Jesus, Peixoto e Mascarenhas (2002), os softwares mais robustos, como o MAPLE V, MATHEMATICA ou MATLAB, precisam de computador Pentium III, com uma memória de, no mínimo, 32MB, para um bom desempenho. Além disso, eles utilizam uma sintaxe mais formal para a maioria dos seus comandos. Este fato é um dos pontos preponderantes para a escolha do *Winplot* para esta pesquisa.

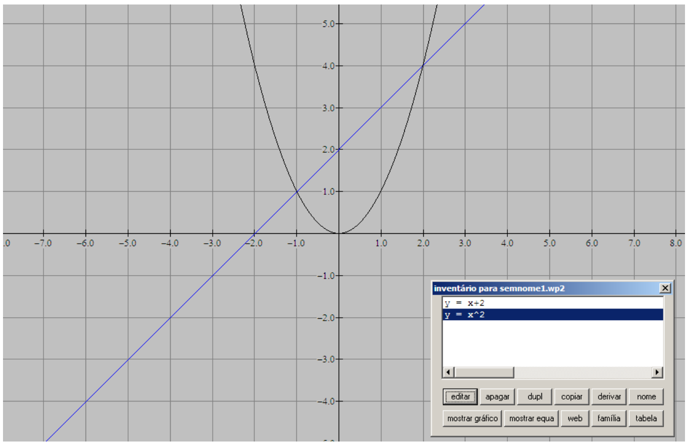
Ainda de acordo com estes pesquisadores, o nome *Winplot* (Win de *Windows* e plot de plotagem) significa um programa destinado a plotar gráficos de funções em Matemática, de uma ou duas variáveis, utilizando o *Windows*. Além disso, executa uma série de outros comandos. Na mesma família deste software encontram–se também o *WINGEOM* (geometria plana e espacial), *WINFEED* (para visualizar fractais), *WINMAT* (para operar com matrizes e sistemas de equações), *WINLAB*, *WINDISC*, e *WINCALC*, todos do mesmo autor R. Parris.

Para Palis (2004), programas destinados à construção gráfica podem produzir rapidamente esboços de gráficos de funções difíceis de serem desenhadas à mão, como por exemplo, as funções definidas no conjunto dos números reais. Essa facilidade na construção permite uma importante ampliação no universo de funções estudadas. Ou seja, a ferramenta computacional permite maior liberdade na escolha das funções a serem estudadas não sendo mais necessário levar em consideração as limitações do cálculo e do desenho realizado à mão. Sobretudo, em virtude das considerações de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995) ao afirmarem que

> A representação gráfica é mais visual; o domínio, o contradomínio e a regra de correspondência são dados simultaneamente; e se tem uma impressão visual do comportamento da função. Mas, em quase todos os currículos, a representação algébrica é ensinada antes da representação gráfica. Sugerimos que se trabalhe muito mais a forma gráfica nos passos iniciais do desenvolvimento do conceito de função (p.65).

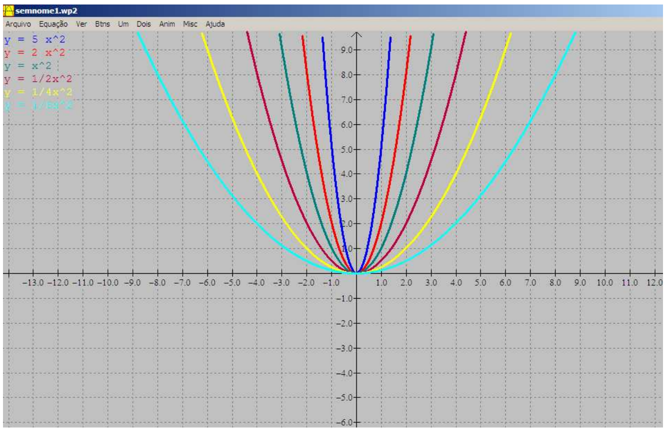
A construção de gráficos de funções polinomiais, a partir do *Winplot*, pode ser realizada de forma muito simples e precisa. A figura 1 a seguir mostra a construção do gráfico de uma função polinomial do 1º grau do tipo $f(x) = x + 2$ e uma do 2º grau do tipo $f(x) = x^2$ em um mesmo plano cartesiano.

Figura 1: Plano cartesiano do *Winplot*



O *Winplot* também pode ser uma ferramenta muito útil no estudo da taxa de variação (crescimento ou decrescimento) da função polinomial do 2º grau, pois permite analisar a abertura da parábola através da variação do valor do coeficiente de x^2. A figura 2 mostra a construção do gráfico das funções $f(x)=5x^2;\ f(x)=2x^2;\ f(x)=x^2;\ f(x)=\frac{1}{2}x^2;\ f(x)=\frac{1}{4}x^2;\ f(x)=\frac{1}{8}x^2$ através do *Winplot*.

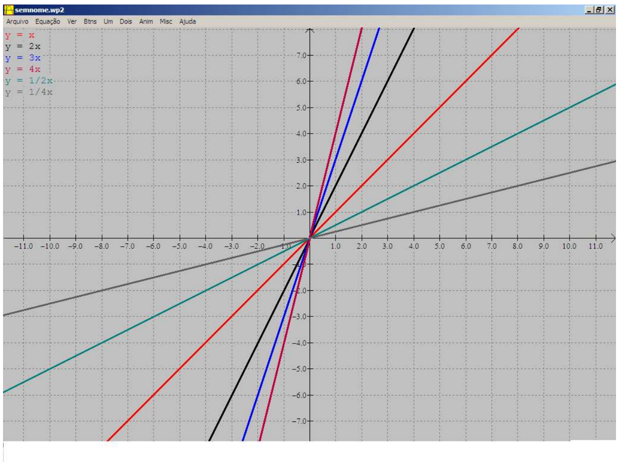
Figura 2: Plotagem de funções polinomiais de 2º grau



Este tipo de construção pode ser realizado, utilizando o software, de forma mais rápida do que quando comparado ao uso do quadro (de giz ou pincel) e com qualquer valor real para o coeficiente de x^2. Acredita-se que uma construção gráfica como essa pode favorecer os alunos na interpretação do significado da taxa de variação (LIMA et al, 2006) e na construção dos próprios gráficos.

A taxa de variação nas funções polinomiais do 1º grau podem, também, ser estudas a partir da construção de seus gráficos, como apresentado na figura 3.

Figura 3: Gráficos de funções polinomiais de 1º grau



Este programa computacional pode, também, ser utilizado com outros objetos matemáticos como equações paramétricas, polares, diferenciais, com cilindros, esferas, etc.

Assim como o *software Winplot*, o programa *Graphmatica* também é um aplicativo destinado à construção gráfica com duas dimensões. Desenvolvido por Keith Hertzer, um bacharel em Engenheira Elétrica e Ciência da Computação, constitui-se, também, como um *software* compacto e que funciona nos sistemas operacionais da família *Windows* (95/98/ME/XP). O *Graphmatica* originalmente é apresentado em inglês, mas é possível encontrar versões traduzidas para espanhol e para português de Portugal. Com ele é possível construir funções de qualquer grau, funções exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas etc. Este programa não é gratuito e pode ser encontrado em www.graphmatica.com. Dois aspectos a considerar em relação ao *Winplot* são: não existe, até a data da publicação desta dissertação, versão do *Graphmatica* em português do Brasil e o programa exige caracteres especiais para a digitação das funções.

Na mesma linha dos *softwares Winplot* e *Graphmatica* encontra-se o programa *GraphMath*, também destinado à construção gráfica em duas dimensões. Um programa de tamanho pequeno (cerca de 670K) que funciona sobre os sistemas operacionais da família *Windows*. Encontra-se disponível na sua versão para uso gratuito por trinta dias ou na sua versão paga em www.graphmath.com. Até a data da publicação desta dissertação, este programa não possuía versão em português. Apenas a sua versão original em inglês. Assim como os demais apresentados, destina-se à construção gráfica de funções de qualquer grau, funções exponenciais, logarítmica, trigonométrica etc. Na sua página na Internet não é possível identificar a autoria do programa. Destaca-se, em relação ao *Winplot*, que o *GaphMath* é um programa que não possui versão para o português, exige uma simbologia especifica para a digitação das funções e não é gratuito.

Os programas *Graphmatica* e *GraphMat* possuem características, em relação a construção gráfica, semelhantes ao *Winplot*, mas deve-se observar as questões ligadas ao custo das licenças de uso e a adequação da simbologia utilizada em cada um destes. Estes aspectos influenciaram na escolha do *software Winplot* para esta pesquisa.

Os recursos computacionais, mais especificamente os *softwares*, parecem poder ajudar o estudo dos diversos objetos matemáticos, porém esses recursos são apenas ferramentas à disposição de alunos e professores. Desta forma, é importante destacar que, certamente, a qualidade do aprendizado depende não apenas da disponibilidade ou utilização das tecnologias computacionais, mas, principalmente, do planejamento das atividades propostas, da qualidade dessas atividades, da forma como o ensino é conduzido na sala de aula e das concepções sobre o que é ensinar e aprender. Neste sentido, apresentam-se, a seguir, algumas pesquisas que discutem as possibilidades do uso dos ambientes computacionais como meios para o processo de ensino e aprendizagem.

1.3 O ensino-aprendizagem de função instrumentalizado por tecnologias

Na Educação Matemática, diversas pesquisas foram e outras estão sendo desenvolvidas, discutindo a inserção das tecnologias da informática (TI) nos ambientes de ensino e aprendizagem. Desta forma, algumas dessas pesquisas neste tópico serão apresentadas, especificamente, os estudos acerca do conceito de função mediado por tecnologias. Na presente discussão, o foco, particularmente, será uma dessas tecnologias: o computador ou os programas que estes utilizam.

As pesquisas evidenciam que a forma de utilização dos computadores no ensino de Matemática vem se modificando, progressivamente, ao logo do tempo, à medida que os estudos produzem novos subsídios, o seu emprego por alunos e professores tem sido alterado. Além disso, os enfoques pedagógicos estão, também, se modificando e os professores têm conhecido momentos de instabilidade em suas práticas (BORBA; PENTEADO, 2003).

Realizando um levantamento acerca de alguns trabalhos que apresentam resultados de pesquisas associado ao estudo de funções à presença das TI, mas especificamente, aos computadores, depara-se com os estudos de Barreto e Castro Filho (2008) que realizam uma pesquisa destinada a investigar de que forma um Objeto de Aprendizagem (OA) denominado “desafio funções” poderia contribuir na aprendizagem do conceito de função. Esses pesquisadores (idem, 2008) discutem a importância dos ambientes computacionais na manipulação simultânea de múltiplas representações de aspectos ligados ao conceito de função, como tabelas, gráficos e equações. Na investigação, os autores realizam uma pesquisa com alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escolha pública de Fortaleza. Utilizou-se para a coleta dos dados o OA “desafio funções” e um teste (que foi aplicado antes da utilização do OA) realizado com lápis e papel. Este teste possuía questões ligadas à localização de pontos no plano cartesiano, crescimento e decrescimento de funções, análise de intervalos constantes e determinação do valor de máximo e mínimo de uma função. As questões apresentadas para os alunos situavam-se em um contexto de despesa de uma empresa. Os resultados obtidos na primeira fase da pesquisa empírica apontam para dificuldades dos alunos na resolução de problemas relativos à interpretação gráfica ao usarem lápis e papel. Os autores da investigação destacam que um *software* (OA) permite que professores e alunos constituam um diálogo entre os conceitos subjacentes à manipulação no ambiente computacional e os resultados apresentados. Nesta pesquisa, Barreto e Castro Filho (2008) destacam a superação dos alunos, após o uso do OA, na localização de pontos no plano cartesiano e na interpretação gráfica. Ressaltam, ainda, que as grandes vantagens do trabalho com o OA “desafio funções” residem na possibilidade de localização de pontos no plano de forma dinâmica, na inserção do aluno em uma situação do mundo real e na característica de viabilizar a negociação de significados entre os alunos e o professor.

Outro estudo relacionado ao conceito de função e as TI é o de Santos, Silva e Almeida (2007). Estes pesquisadores apresentam uma discussão sobre o atual contexto do ensino de função na escola e sua importância para a formação dos alunos e, também, refletem sobre esse ensino associado ao uso dos computadores, mais especificamente à utilização de *softwares* educativos (*Modellus*) que possam permitir variadas formas de representação das funções.

Para os autores (ibid, 2007), uma importante característica dos programas com recursos de simulação é a possibilidade das diversas representações de uma mesma situação. Ou seja, é a capacidade dessas mídias na geração de gráficos, que desloca a ênfase algébrica atribuída ao estudo de funções para uma atenção maior à coordenação entre representações algébricas, gráficas e tabulares. Isso permite, ao aluno avaliar qualitativamente as relações matemáticas mediante o dinamismo das representações visuais oferecidas.

Vale ressaltar que as pesquisas descritas identificam dificuldades dos alunos em relação aos diversos conceitos inerentes às funções e propõem o uso de uma ferramenta computacional, mas elas não se estruturam a partir da construção de um instrumento (a exemplo uma sequência didática) baseado nas dificuldades apresentadas pelos alunos que propicie maior interação com o recurso computacional.

As pesquisas apresentadas ratificam as possibilidades do uso das TI, especificamente, dos computadores (programas) no favorecimento do processo de ensino e aprendizagem da matemática. Não é que os computadores venham a ocupar o lugar das outras mídias, mas que estes, efetivamente, tornem-se possibilidades reais para professores e aluno.

Esta pesquisa tem, como foco principal, o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus instrumentalizado por uma ferramenta computacional gráfica. Sendo assim, para melhor compreender os aspectos relacionados às funções, ou seja, como este conceito evoluiu, se caracterizou e foi ensinado em épocas diversas, e quais as influências para ensino atual, torna-se necessário situar o leitor sobre os aspectos históricos e formais relacionados às funções. Estes aspectos serão desenvolvidos no tópico seguinte.

1.5 Breve abordagem sobre a evolução histórica da ideia de função

O saber matemático formalizado que atualmente é conhecido e divulgado em nossa prática docente não foi construído de uma hora para outra, em um momento único e isolado. Foi construído ao longo da própria história da humanidade, por necessidade de grupos sociais. Esses saberes sofreram, nesta trajetória, transformações, deformações e distorções.

A ideia de função, tal qual é concebida hoje, não fugiu a essa regra. Esse conteúdo revela-se necessário na formação matemática. Para o cidadão contemporâneo atuante é fundamental lidar com situações do cotidiano demonstrando ser capaz de abstrair, interpretar e resolver problemas relacionados aos diversos fenômenos estudados nas várias áreas de conhecimento humano. O conceito de função demonstra, então, importante relevância social e científica. Desta forma, percorrer o caminho histórico de construção desse conceito pode propiciar uma melhor compreensão do mesmo.

Segundo Eves (2004), o aparecimento de novas formas de sociedades ao longo dos grandes rios da África e da Ásia – o Nilo na África, o Tigre e o Eufrates na Ásia Ocidental, o Indo, e depois o Ganges, no sul da Ásia Central e o Howang Ho, e depois o Yangtze, na Ásia Oriental, deram o embasamento prático à matemática primitiva daquela época, onde os trabalhos de drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação impulsionaram o desenvolvimento da matemática e o das tecnologias. Desta forma, esse autor destaca que a matemática primitiva desenvolveu-se em certas áreas do Oriente Antigo, primordialmente como uma ciência prática, destinada a apoiar atividades ligadas à agricultura e à engenharia.

Rego (2000 apud Braz, 2007) relata que a História da Matemática e os estudos de Kleiner (1989) e de Youschkevitch (1976) destacam a funcionalidade como uma das primeiras concepções do conceito de função, dentre os vários estágios desse conceito. A ideia de funcionalidade estava presente nas tabelas formuladas pelos astrônomos babilônicos e em estudos geométricos sobre a determinação de áreas pelos gregos. Neste sentido, pode-se afirmar que, partindo do interesse em resolver problemas de natureza prática, emergiu de forma intuitiva o conceito de função, em seu mais originário sentido.

Este pesquisador ainda destaca os trabalhos de Heráctο, Zenão de Eléa e Aristóteles, relacionados ao estudo de processos de alteração de quantidade e de qualidade. Para ele, esses trabalhos constituíram os primeiros da época, cerca de 20 séculos antes de Cristo até o século XIV, e as relações funcionais contidas neles eram descritas em sua grande maioria, verbalmente ou quando muito, através de relações numéricas expressas em tabelas (REGO, 2000 apud BRAZ, 2007). Saindo da ideia de funcionalidade que era atribuída ao conceito de função na Idade Antiga e chegando à Idade Moderna7 encontra-se o conceito de função mais atrelado a um cenário ligado a álgebra.

A palavra função, na sua forma latina equivalente, foi empregada pela primeira vez pelo matemático alemão Leibniz em 1694. Mais adiante, em 1718, Johann Bernoulli chegou a considerar uma função como sendo uma expressão formada de uma variável e algumas constantes (EVES, 2004; BOYER 1994). Nesse mesmo período, Euler chegou a considerar uma função como uma equação (fórmula) qualquer que envolvesse variáveis e constantes. Atualmente, a ideia proposta por Euler corresponde a um conceito de função muito comum entre alunos e professores da educação básica (EVES, 2004).

[7] No presente estudo não será abordado o período Medieval da história da Matemática, em virtude desse período não ter oferecido contribuições efetivas para o desenvolvimento do conceito de função. Esse período se estende da queda do Império Romano Ocidental, na metade do século V, até meados do século XV. Eves (2004) afirma que “durante esse período a civilização na Europa Ocidental atingiu níveis muito baixos: o ensino praticamente deixou de existir, quase todo o saber grego desapareceu e muitas das artes e dos ofícios legados pelo mundo antigo foram esquecidos. Apenas os monges dos monastérios católicos e uns poucos leigos cultos preservaram um tênue fio de saber grego e latino” (p.289).

Diferentemente da ideia intuitiva de funcionalidade da Idade Antiga, o conceito de função no período Moderno era uma conjectura puramente abstrata e inteiramente voltada para o campo da matemática pura. Eves (2004) ressalta que, além de Euler, outros matemáticos deram suas contribuições para o desenvolvimento da ideia de função, como Descartes, Galileu Galilei, Newton, Dedekind, Cauchy e Joseph Fourier. Dentre tantos que contribuíram para o desenvolvimento do conceito de função, a definição de Lejeune Dirichlet (1805 – 1859) é a mais próxima do que temos hoje. Dirichlet chegou à seguinte definição:

> Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é uma função (unívoca) de x. A variável x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por y constituem o campo de valores da função (EVES, 2004, p.661).

Eves (2004) discute, também, que essa definição é tão ampla que dispensa a necessidade de qualquer forma de expressão analítica à relação que há entre x e y.

Essa definição acentua a ideia de relação entre dois conjuntos de números. Ainda segundo este autor, no século XX foi apresentado uma nova definição para o conceito de função através da linguagem da Teoria dos Conjuntos, que abrangeu relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, fossem esses elementos números ou qualquer outra coisa. Essa nova definição deu maior ênfase à área da álgebra abstrata. Desta forma, de acordo com a Teoria dos Conjuntos, uma função f é, por definição, um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à seguinte condição:

> Se $(a_1, b_1) \in f, (a_2, b_2) \in f$ e $a_1 = a_2$, então $b_1 = b_2$ O conjunto A dos primeiros elementos dos pares ordenados chama-se domínio da função e conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados se diz imagem da função. Assim, uma função é simplesmente um tipo particular de subconjunto do produto cartesiano A x B (EVES, 2004, p.661).

Esta definição de função através da linguagem da Teoria dos Conjuntos é muito comum nos livros didáticos. De acordo com Eves (2004), “a teoria dos conjuntos, criada por Georg Cantor perto do final do século XIX, logo despertou um interesse generalizado muito grande e praticamente não há hoje nenhum campo da matemática que não tenha recebido seu impacto" (p. 659).

Por outro lado, Lima et al (2006) argumentam que ao definir uma função $f : X \to Y$ como um subconjunto do produto cartesiano $X \times Y$, onde para cada $x \in X$ existe um, e somente um, $y \in Y$ tal que (x, y) pertence ao gráfico da função, essa definição apresenta os inconvenientes de ser formal, estática e não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza como função de outra) ou resultado de um movimento, e que através dessa definição não seria possível pensar numa rotação como um conjunto de pares ordenados. Neste sentido, é necessário olhar para uma função como uma correspondência e não como um conjunto de pares ordenados.

O quadro apresentado nesse breve histórico sobre as funções evidencia as diferentes abordagens pela qual passou essa ideia ao longo de sua elaboração. Sendo assim, nesta pesquisa adota-se, como definição utilizada para funções polinomiais de 1º e 2º graus e para os seus respectivos gráficos, as propostas de Lima et. al (2006):

Para Função Polinomial do 1º grau (Função Afim) será considerado:

Uma função $f : R \to R$ chama-se afim quando existem constantes $a, b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.

Para Função Polinomial do 2º grau (Função Quadrática) será adotado:

Uma função $f : R \to R$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b, c com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in R$.

Finalmente, para o gráfico das Funções Polinomiais de 1º e 2º graus:

O gráfico de uma função $f : X \to Y$ é um subconjunto $G(f)$ do produto cartesiano

$X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x, y), onde x é um ponto qualquer de X e $y = f(x)$. Assim, $G(f) = \{(x, y) \in X \times Y;\ y = f(x)\} = \{(x, f(x));\ x \in X\}$.

O breve histórico apresentado indica o dinamismo envolvido no surgimento do conceito de função, que é base para a construção da sequência didática desenvolvida nessa pesquisa. O referido histórico contraria a possível visão estática atribuída a essa conceito, quando introduzida em sala de aula ou nos livros didáticos através de definições diretas e formais, que muitas vezes abandonam a noção de dependência entre grandezas e enfatizam, demasiadamente, aspectos algébricos para o ensino das funções. Desta forma, conhecer a trajetória histórica deste conceito pode desmistificar alguns por quês relacionados ao processo de ensino e aprendizagem das funções.

Além de apresentar os diferentes contextos históricos envolvidos no desenvolvimento da função, este levantamento será útil na elaboração da sequência didática proposta nessa pesquisa. Esta sequência didática tem o objetivo de criar uma situação em que o aluno se aproprie de alguns conceitos das funções polinomiais de 1º e 2º graus. Diante da opção teórica escolhida para apoiar esta pesquisa e do objetivo da sequência didática, faz-se necessário fazer uma discussão sobre as Teorias da Didática da Matemática que fundamentam o presente estudo.

1.6 Teoria das Situações Didáticas

Antes de iniciar a discussão sobre a Teoria das Situações Didáticas, é necessário especificar o paradigma epistemológico que orienta o conjunto de reflexões que fundamentam esta pesquisa: o sócio-construtivismo. Essas ideias têm seu suporte nos trabalhos em psicologia genética, particularmente nos trabalhos de Jean Piaget. Segundo Câmara dos Santos (2002), as concepções de Piaget tiveram sua inserção na escola a partir de uma conjugação de trabalhos vindos de várias áreas do conhecimento, como, a exemplo: da psicologia social através de Perret-Clermont, da epistemologia de Bachelard, das didáticas específicas por Brousseau e Vergnaud e das ciências a partir de Thiberguein, Astolfi e Develay.

De certa maneira, a ideia construtivista se apóia no próprio processo histórico de construção do conhecimento científico, cujos objetos foram sendo estabelecidos como respostas a problemas específicos. Ou seja, esse modelo coloca o aluno na situação de alguém que precisa resolver certo problema, mas que não possui ferramentas necessárias (ou mais econômicas) para fazê-lo. Nessa situação, não existe outro caminho para o sujeito a não ser construir essa ferramenta que possibilite encontrar a solução do seu problema. Esta situação é análoga àquela vivida no processo de construção dos conceitos científicos.

Para Pais (2001), o trabalho realizado pelo aluno não deve ser diretamente semelhante ao trabalho do matemático nem ao trabalho do professor. Mas essas atividades preservam correspondências cujo estudo é de interesse para a didática. O estímulo dado ao aluno deve ser direcionado para a realização de um trabalho voltado para a iniciação à “investigação científica”. Dessa forma, a atividade desenvolvida pelo aprendiz conserva semelhanças com o trabalho da pesquisa científica desenvolvida pelos matemáticos. Logo, valorizar o raciocínio lógico e argumentativo dos alunos torna-se um dos objetivos da Educação Matemática.

Este autor define Educação Matemática como sendo:

> Uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática. (p. 10)

Esta dissertação contém uma pesquisa empírica que será desenvolvida com base em teorias da Didática da Matemática que se inserem como uma das tendências que compõem a grande área de Educação Matemática.

A opção da Didática da Matemática é pela perspectiva mais piagetiana, mais construtivista. Portanto, não será discutida, no presente estudo, a teoria de Piaget, mas algumas teorias da Didática da Matemática que se fundamentam neste teórico.

A Didática da Matemática surge como uma área de investigação no processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos da Matemática, a partir da década de 60, quando da criação dos Institutos de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) na França (GÁLVEZ, 2001).

Dentre os estudos desenvolvidos pela Didática da Matemática, a Teoria das Situações Didáticas, desenvolvida por Guy Brousseau e as reflexões sobre Transposição Didática proposta por Yves Chevallard (discutida no item seguinte), têm sido citadas por vários pesquisadores como uma referência teórica para o processo de aprendizagem matemática em sala de aula.

O espaço da sala de aula é caracterizado de acordo com a Teoria das Situações Didáticas pela tríade professor, aluno e o saber. Esses três elementos são os componentes principais de um sistema didático. A relação dessa tríade (professor-aluno-saber) constitui uma relação triangular, que é denominada por Brousseau (1996) como Triângulo das Situações Didáticas.

Freitas (1999) destaca, ainda, que é possível relacionar na estrutura teórica das situações didáticas uma série de outras teorias das quais o contrato didático, os obstáculos epistemológicos, dialética ferramenta-objeto e transposição didática são exemplos.

É importante destacar que os estudos da Didática da Matemática, segundo a visão de Brousseau (1996), traçam uma distinção entre “saber” e “conhecimento”. Enquanto que o conhecimento é uma construção a partir de uma relação mais concreta e empírica entre o objeto de conhecimento e o indivíduo (na mesma linha do que propõe a perspectiva construtivista), o saber diz respeito a uma construção científica, histórica e cultural, mas desolada do mundo empírico, da experimentação imediata.

Brousseau, ao discutir as formas de conhecimento, reflete ainda que a distinção entre saber e conhecimento se encontra antes de mais nada no estatuto cultural de ambos, e que o saber pode ser entendido como um conhecimento institucionalizado (ibid., 1996).

Chevallard (1991) discute que o saber não chega à sala de aula tal qual ele foi produzido no contexto científico. Ele passa por um processo de transformação, que implica em lhe dar uma “roupagem didática” para que ele possa ser ensinado (Chevallard chamou de transposição externa). Isso acontece porque os objetivos da comunidade científica e da escola são diferentes. À Ciência cabe o papel de responder às perguntas que são formuladas e necessárias de serem respondidas em um determinado contexto histórico e social. Por outro lado, esses novos saberes precisam ser comunicados à comunidade científica, em um primeiro plano, e à própria sociedade, em um segundo plano. No processo de comunicação dos saberes, existem também aqueles que são selecionados como saberes que devem ser ensinados, que devem adentrar a sala de aula e serem socializados naquela instituição.

A Didática da Matemática, por sua vez, propõe que o saber matemático precisa ser reconstruído pelo aluno, na sala de aula, e que tal reconstrução se dá em função das relações que se estabelecem nesse sistema didático, mediatizadas pelo saber, conduzidas pelo professor e negociadas com os alunos. Para que a reconstrução desses saberes se concretize, é necessário que a contextualização do saber matemático escolar esteja ligada fortemente aos conteúdos e à sala de aula. Por outro lado, a participação dos alunos depende do sentido das atividades no espaço educacional. Nesse espaço, o professor organiza situações didáticas que, de acordo com Gálvez são:

> um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos apropriem-se de um saber constituído ou em vias de constituição (BROUSSEAU, 1982b apud GÁLVEZ, 2001, p.28).

Estas situações didáticas podem ser entendidas como situações de aprendizagem na qual o professor consegue fazer desaparecer sua vontade, suas intervenções, enquanto informações determinantes do que o aluno irá fazer: são as que funcionam sem intervenção do professor no nível do conhecimento (BROUSSEAU, 1996).

Para Gálvez (2001), “a presença de um contexto escolar não é essencial na definição de uma situação didática; o que realmente é essencial é seu caráter intencional, o fato de haver sido construída com o propósito explícito de que alguém aprenda algo” (p. 28). Assim sendo, um dos objetivos principais da Didática da Matemática é averiguar como funcionam as situações didáticas (tanto as exitosas quanto as que fracassam) e também quais das características de cada situação são determinantes para evolução do comportamento dos alunos e, consequentemente, de seus conhecimentos. Dentre os aspectos que facilitam a análise das situações didáticas está a sua classificação. Brousseau distingue quatro tipos de situação, cuja sequência nos processos didáticos que organiza é a seguinte (PAIS, 2001, p. 72-74):

Situação de ação: É a situação onde o aluno realiza procedimentos mais imediatos para resolver um problema, ou seja, a solução é apresentada de forma mais experimental e intuitiva do que teórica. Em uma situação de ação, o aluno fornece a solução, mas não necessariamente faz formulações, provas ou sistematizações. O ponto crucial nessa situação não está relacionado à apresentação de argumentos, proposições ou teorias pelos alunos. Neste tipo de situação, o aluno fornece a solução correta do problema, mas não saberá explicar quais os argumentos que o levam a tal solução. Em tais situações, prevalece o caráter experimental, conservando ainda recuado o aspecto teórico dos conceitos envolvidos (PAIS, 2001).

Situação de formulação: É aquela em que na resolução de um problema, o aluno utiliza alguns esquemas de natureza teórica, ou seja, utiliza um raciocínio mais elaborado do que um procedimento experimental e que, para tal realização, é necessário utilizar-se de informações anteriores. Esse tipo de situação constitui-se num avanço, pois permite a utilização de procedimentos metodológicos mais elaborados e também torna possível a utilização de outros conhecimentos. Neste tipo de situação, o saber até então não tem o objetivo de justificação e de controle da ação. O aluno pode até tornar explícito seus argumentos, mas isso não é o primordial para caracterizar esse tipo de situação didática (ibid, 2001).

Situação de validação: É a fase em que o aluno deve demonstrar por que o modelo criado por ele é válido, ou seja, o aluno utiliza o saber já elaborado com a finalidade de realizar demonstrações e provas essencialmente teóricas para o problema proposto. Neste momento, a situação de validação está ligada ao plano da argumentação racional, ou seja, está relacionada à questão da veracidade do conhecimento. Tanto do ponto de vista epistemológico quanto do didático, a busca da verdade é um dos problemas mais complexos concernentes ao conhecimento, visto que é praticamente impossível assegurar a universalidade do conceito de verdade diante da diversidade das posições filosóficas existentes. Desta forma, a solução histórica para essa questão foi a criação de áreas especializadas, onde os princípios que permitem distinguir o erro da verdade estão estabilizados conforme os seus paradigmas internos. É notório que a natureza da comunidade científica não é a mesma do espaço de aprendizagem escolar. Todavia, um dos objetivos educacionais da ciência é dar oportunidade aos alunos de vivenciar o desafio da validação de um conhecimento, mesmo que esta seja dependente da especificidade escolar do contrato didático, e que, através dessa atividade de argumentação do saber, o aluno possa contestar ou mesmo rejeitar proposições que ele ainda não entende (ibid, 2001).

Situação de institucionalização: É a situação que ocorre sob o controle do professor. É a ocasião onde se tenta realizar a passagem do conhecimento, do território individual e particular, para a dimensão histórica e cultural do saber científico. É através dessas situações que o saber passa a ter um estatuto de referência para o aluno. Desta forma, esse conhecimento torna-se aprazível pelos alunos com o estatuto de um saber não localizado. Todavia, essas situações legitimam-se pela instância de fixar, através de uma convenção, o estatuto de um saber, pois certas situações necessitam o reconhecimento externo, apto a lhe conceder uma validação social, mesmo que seja no contexto da sala de aula (ibid, 2001).

Convém destacar que as situações didáticas, frequentemente, apresentam-se intimamente relacionados. A distinção aqui apresentada serviu apenas para facilitar uma análise didática e não para promover a separação entre elas.

A Teoria das Situações Didáticas é estruturada através do conceito de aprendizagem por adaptação. Esse conceito aproxima-se dos estudos realizados por Piaget sobre o desenvolvimento do conhecimento humano, os denominados esquemas de assimilação e acomodação. A perspectiva construtivista da aprendizagem por adaptação, considera que o aluno aprende se adaptando a novas situações a que ele é submetido. Ele necessita adequar seus conhecimentos a um determinado problema que lhe é apresentado. Segundo Pais (2001), “a adaptação pode ser entendida como a habilidade que o aluno manifesta em utilizar seus conhecimentos anteriores para produzir a solução de um problema” (p. 70).

Segundo Brousseau (2000), a respeito dos fenômenos de aprendizagem, os psicólogos não cessam de mostrar a importância da tendência natural do sujeito de se adaptar ao meio, assim como Skinner (papel dos estímulos), como Piaget (papel dos esquemas pessoais no desenvolvimento espontâneo dos esquemas fundamentais) ou como Vigotski (papel do meio sócio-cultural).8

Brousseau (1990,1998, apud Brito Menezes, 2006) põe em debate que o ensino baseia-se em propor situações que possibilitem a construção do conhecimento pelos próprios alunos, e que esses conhecimentos sejam aplicados ou modificados em função das exigências do meio. Nessa perspectiva, Bittar (2006) considera que o aluno aprende se adaptando a um meio que é gerador de dificuldades, de contradições e de desequilíbrios (na perspectiva construtivista de aprendizagem). A construção do conhecimento é a resultante da interação do sujeito com um meio, que deve ser organizado pelo professor a partir de escolhas cuidadosas de problemas, dos tipos de ações possíveis do aluno sobre esse meio, e dos tipos de retroações que o meio oferece. Laborde e Capponi (1994 apud Bittar, 2006) descrevem que “os ambientes informatizados podem constituir, sob certas condições, um meio para a aprendizagem no sentido descrito acima” (p. 4).

Diante do exposto, esta pesquisa visa utilizar algumas características da Teoria das Situações Didáticas, proposta por Brousseau, para analisar uma sequência didática destinada ao ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus utilizando o meio informatizado (software *Winplot*) como mediador com alunos do Ensino Médio.

[8] Tradução livre do autor

No tópico seguinte, considerando que transposição informática está situada em transposição didática, serão abordados os aspectos teóricos relacionados a esses dois conceitos.

1.7 Transposição Didática e Transposição Informática

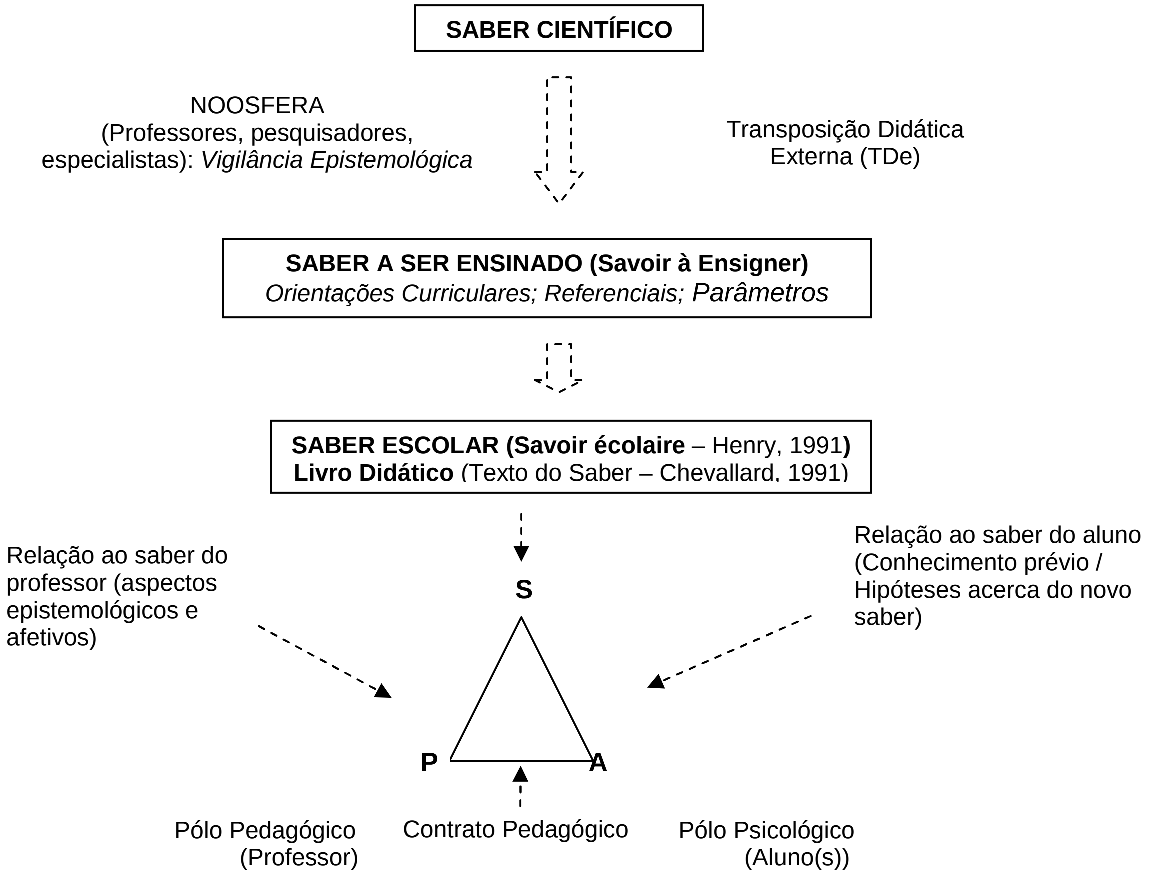
O estudo da transposição didática se insere num campo maior de estudos: a Didática da Matemática. Chevallard propõe a Didática da Matemática como uma Ciência e, como tal, tem o Sistema de Ensino como seu objeto de estudo (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001).

Chevallard (1991) reflete que a transposição didática é feita por uma Instituição ‘invisível’, uma ‘esfera pensante’ que ele nomeou de Noosfera. Tal instituição é formada por pesquisadores, técnicos, professores, especialistas, enfim, por aqueles ligados a outras Instituições, como Universidades, Ministérios de Educação, Redes de Ensino; irão definir quais saberes devem ser ensinados e com que roupagem eles devem chegar à sala de aula. No Brasil, o resultado do trabalho da Noosfera aparece nos Referenciais Curriculares e nos documentos que trazem as diretrizes curriculares e orientam o ensino de uma determinada disciplina científica.

A figura 4, apresenta a trajetória do saber, do momento em que o mesmo é produzido (Saber Científico) até chegar à porta da escola (Saber a ser Ensinado) e, por fim, como um saber ensinado (dentro da Sala de Aula). Esta última etapa expressa o momento em que acontece o que Chevallard (1991) chamou de trabalho interno de transposição, que tem no professor o responsável por esse novo momento de transformação do saber.

Figura 4

Trajetória do Saber na Transposição Didática (ALMEIDA et al, 2008)



Nesse processo de transposição didática interna é o professor que vai transformar esse saber para os alunos, negociando com eles a sua gestão, os papéis que cada um deverá assumir, para que, então, possa ser ensinado e aprendido (BRITO MENEZES, 2007). Neste sentido, o professor imbui o saber a ser ensinado com seus aspectos particulares, subjetivos que, segundo Câmara dos Santos (1995, 1997ª, apud Brito Menezes, 2006), "o professor dá uma nova roupagem ao saber, cria um texto didático impregnado pela sua relação ao saber e pela sua subjetividade."(p. 85).

Neste sentido, o autor desta pesquisa, em um estudo anterior (MATOS FILHO et al, 2008) destaca que o professor necessita estar atento às transformações, adaptações e deformações que ele realiza ao elaborar o saber a ser ensinado, tendo o devido cuidado para não descaracterizar esse saber. O professor, ao reescrever um conceito, ou seja, no momento da construção do seu metatexto[9], deve atentar para não incorrer no desenvolvimento de obstáculos, mais especificamente nos obstáculos de origem didática (BROUSSEAU 1983, apud GOMES, 2006) que são aqueles que dependem das escolhas do sistema educativo, ou seja, da transposição didática, da escolha do professor ou dos caminhos seguidos por um projeto pedagógico.

Segundo Almouloud (2007), a introdução da tecnologia de ambientes informatizados na escola e na formação de professores está acompanhada de fenômenos parecidos aos fenômenos da Transposição Didática. Este pesquisador ressalta, ainda, que os ambientes informatizados são também sujeitos a transformações.

Bellemain (2000) destaca que a transposição didática, apresentada por Chevallard, deve ser ajustada e estendida com a inserção da dimensão informática, proposta por Balacheff, no processo de transformação dos saberes. Este pesquisador ainda destaca que a transposição didática examina os fenômenos de transformação do saber de referência em saber a ensinar. A introdução da informática nesse estudo de transformação não pode inquietar-se unicamente com a encenação do saber a ensinar, já que a introdução do computador participa dessa transformação do saber de referência.

Balacheff (1991 apud Bellemain, 2000) apresenta a ideia de transposição informática para evidenciar as modificações do saber a ensinar a partir da mediatização deste através do computador. Ele concebe a transposição informática como um complemento da transposição didática. Neste sentido, pode-se afirmar que a transposição informática encontra-se ancorada na transposição didática. Portanto, antes de utilizar uma ferramenta tecnológica para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem é importante identificar o saber a ser ensinado e, posteriormente, reconhecer quais as especificidades da ferramenta tecnológica que mais se ajustam a este saber, para que a ferramenta se torne um suporte eficaz no processo de

[9] Segundo Chevallard (1991), um metatexto é um texto criado no momento de realizar o processo de transposição. Câmara dos Santos (1997) o caracteriza como a criação de um novo texto didático, impregnado pela subjetividade de cada professor.

ensino e aprendizagem.

Especificamente, neste estudo, a ferramenta utilizada foi o software *Winplot*, que será utilizado na construção gráfica de funções polinomiais. Este programa pode realizar a plotagem de gráficos de forma simples, rápida e precisa, conforme descrito anteriormente, e essa facilidade na construção possibilita o aumento do universo de funções estudadas. Neste sentido, esta ferramenta computacional poderá proporcionar maior liberdade na escolha das funções a serem estudadas, não sendo mais necessário levar em consideração as limitações do cálculo, dos conjuntos numéricos e do desenho realizado à mão (SAUNDERS E DEBLASSIO, 1995).

A utilização de uma ferramenta tecnológica, a exemplo do computador, deve ter como objetivo propiciar condições que favoreçam os alunos no processo de ensino e aprendizagem. Para que isso ocorra, é preciso que os professores proponham situações nas quais os alunos consigam construir o conhecimento com o auxilio da ferramenta.

Bellemain (2000) discute sobre a posição do computador na sociedade. Esta ferramenta tecnológica inevitavelmente encontra-se em todos os níveis profissionais. A escola deve usá-lo no ensino e prever atividades adaptadas. A inserção da informática na escola favorece a introdução nas disciplinas de novos objetos a ensinar. Desta forma, a dimensão informática na transposição didática demanda reavaliar a estrutura de ensino, os tipos de atividades, os conteúdos ensinados, as formas de avaliação e o papel do professor. Essa reorganização da estrutura escolar, a partir da inserção do computador, pode amparar-se sobre uma nova gestão do tempo, ou seja, pode possibilitar uma organização que favoreça a aproximação do tempo de aprendizagem e do tempo de ensino. Sendo assim, enquanto o computador realiza algumas tarefas de cálculos, construção de figuras, de gráficos, desenvolvimento de algoritmos etc., ele permite a organização de mais atividades conceituais.

Neste sentido, a construção da sequência didática destinada ao ensino das funções polinomiais de 1º e 2º graus proposta nesta pesquisa deve estar em sintonia com os aspectos da organização escolar apresentada pela transposição informática e deve esta pautada em atividades que estejam em harmonia com as possibilidades proporcionadas pelo uso do computador. Para isto, buscam-se elementos na metodologia da engenhar

CAPÍTULO II
METODOLOGIA

A proposta metodológica aqui apresentada enquadra-se na pesquisa qualitativa e foi desenvolvida com base na adaptação das concepções da “Engenharia Didática” (ARTIGUE, 1996) que se caracteriza como “uma forma particular de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa” (PAIS, 2001, p.99). A Engenharia Didática, enquanto procedimento metodológico, se fundamenta em registros de estudo de caso, cuja validade é essencialmente interna, circunscrita ao contexto da experiência realizada. A escolha desta metodologia encontra-se amparada “pelo fato de se tratar de uma concepção que contempla tanto a dimensão teórica como experimental da pesquisa em didática” (idem, 2001, p.99).

Desta forma, neste item será abordado o desenho metodológico traçado para a realização desta pesquisa. Em primeiro momento, retoma-se o objetivo geral do estudo e situam-se os sujeitos e o campo da pesquisa. Em seguida, serão destacadas as características da engenharia didática. Após a apresentação teórica da metodologia, tem-se a pesquisa empírica dividida em duas etapas:
Primeira etapa: levantamento teórico realizado, planejamento das atividades e as análises prévias de acordo com as fases da Engenharia Didática.
Segunda etapa (análise dos resultados): apresenta as discussões dos resultados obtidos a partir da análise dos dados.

2.1 Sujeitos e Campo da Pesquisa

Como já explicitado, o foco principal da pesquisa é analisar uma seqüência didática para o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º graus mediada pela utilização do software *Winplot*.

Para atender o objetivo do estudo, os sujeitos da pesquisa foram selecionados entre cinquenta e seis alunos do primeiro ano do Ensino Médio, já que, tradicionalmente, o conteúdo de função costuma ser ministrado com maior ênfase nessa série, conforme apresentado nos currículos escolares e na própria disposição dos livros didáticos.

Para a aplicação do teste diagnóstico (primeira etapa da pesquisa empírica), compareceram trinta e seis dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio turma A e estes participaram da atividade. Segundo informação do professor de matemática da turma, a falta de assiduidade é muito comum entre alunos daquela série. Dentre os 36 alunos, um grupo de 15 alunos foi selecionado para a 2ª etapa (aplicação da sequência didática). Esta escolha se deu em virtude das limitações do laboratório de informática da escola. Este espaço possui vinte e seis computadores, dos quais vinte e quatro estavam funcionando. Dentre os que funcionavam, apenas quinze possuem o sistema operacional *Windows*[10], que é compatível com o software *Winplot* utilizado na pesquisa, e os demais possuem o sistema operacional *Linux* Educacional[11] incompatível para o *software* proposto. Desta forma, selecionou-se quinze alunos para a aplicação da sequencia didática. Esta escolha foi realizada a partir do número de acerto dos alunos no desenvolvimento do teste diagnóstico, ou seja, elegemos cincos alunos com o menor número de acerto, cinco com o maior e cinco com acertos intermediários. Na etapa da realização da sequência didática, compareceram apenas nove alunos dos selecionados anteriormente.

O campo da pesquisa empírica foi uma escola pública localizada na zona norte da região metropolitana do Recife, pertencente à Gerencia Regional de Educação Metropolitana Norte do Estado de Pernambuco. A escola encontra-se situada em um bairro residencial e é de difícil acesso, porém, possui boa infra-estrutura com quadra poliesportiva, laboratório de informática com acesso a internet, laboratório de ciências da natureza, auditório, biblioteca e grêmio escolar. Atende cerca de 700 alunos no Ensino Fundamental nas séries finais distribuídos em 15 turmas e aproximadamente 900 alunos no Ensino Médio divididos em 18 turmas. A escola possui ainda, 40 professores regentes, 3 professores readaptados, 1 educador de

[10] Sistema operacional é um programa ou um conjunto de programas com a função de servir de interface entre o computador e o usuário. O sistema operacional *Windows* foi desenvolvido pela empresa Americana Microsoft e é um produto comercial com preços diferenciados para cada uma das suas versões.

[11] É um sistema operacional da família *Linux* desenvolvido pelo finlandês Linus Torvalds e tem seu código aberto, ou seja, é um *software* que possui licença de utilização gratuita para qualquer pessoa que estudar, utilizar, modificar e distribuir de acordo com os termos da licença.

apoio, 3 coordenadores de biblioteca e 3 coordenadores de tecnologia. No seu quadro administrativo, encontram-se 7 assistentes administrativos (trabalhando na secretaria da escola), 4 merendeiras, 6 auxiliares administrativos (serventes) e 2 vigilantes.

2.2 Engenharia Didática

Neste item, será abordada a metodologia de pesquisa denominada de “engenharia didática”, com o objetivo de situar o leitor sobre seus aspectos teóricos. Essa metodologia se estabeleceu com a finalidade de analisar as situações didáticas, que constituem um dos objetos de estudo da Didática da Matemática. Sendo assim, ela se insere nesse quadro teórico descrito até agora.

Segundo Machado (1999), baseado nos estudos de pesquisadores, a noção de engenharia didática construída pela Didática da Matemática possui dupla função. Ela pode ser compreendida tanto como uma metodologia de pesquisa (resultante de uma análise a priori - que será discutida mais adiante), quanto como uma produção para o ensino de determinado conteúdo, ou seja, para a realização de aula(s), concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de maneira coerente, por um professor. Desta forma, a discussão aqui apresentada será pautada nas concepções desenvolvidas por Michele Artigue, e abordará a engenharia didática como uma metodologia de pesquisa.

O termo engenharia didática deve-se à analogia ao trabalho de um engenheiro, no caso um educador (ou um pesquisador em didática), que prepara um projeto de ensino (ou de pesquisa) para ser desenvolvido no contexto da sala de aula. Essa analogia ao trabalho do engenheiro está relacionada à concepção, planejamento e execução de um projeto, que se fundamentam em conhecimentos científicos. As etapas de um projeto podem se deparar com situações mais complexas do que as previstas, necessitando fazer escolhas e tomar novas decisões, tornando a execução do projeto um processo dinâmico e passível de adaptação às condições encontradas em um determinado contexto, a exemplo da sala de aula.

Segundo Artigue (1996), a noção de engenharia didática surgiu na didática da matemática de influência francesa, no inicio da década de 80, com o objetivo de destacar uma forma de trabalho didático. A engenharia didática tem uma forma muito reservada de organizar os procedimentos metodológicos da pesquisa, que contempla desde a dimensão teórica até a dimensão experimental. Nesse contexto, essa capacidade de interligar a investigação (plano teórico) com a ação (plano experimental) da prática educativa pode ser apontada como uma das vantagens em conduzir a pesquisa por essa metodologia.

Artigue descreve que nessa forma de trabalho, o papel do professor/pesquisador é

> [...] comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objectos muito mais complexos do que os objectos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (1996, p.193)

Pais (2001) destaca que, assim como o trabalho do engenheiro, o educador necessita de um conjunto de conhecimentos sobre os quais ele desempenha o seu domínio profissional. Contudo, quando se faz essa analogia entre didática e o trabalho do engenheiro, exige-se evidenciar que o modelo teórico não é capaz de dar conta de todos os desafios inerentes à complexidade do objeto educacional.

Artigue (1996) descreve algumas características gerais inerentes a essa metodologia de investigação científica. Para essa pesquisadora, a engenharia didática se caracteriza por um esquema experimental apoiado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, ou seja, baseado na concepção, na realização, na observação e na análise de seqüências de ensino. Neste sentido, ela distingue dois níveis de engenharia didática: A microengenharia, que está relacionada às pesquisas cujo objeto de estudo é um determinado assunto, elas são realizadas de forma local e consideram principalmente a complexidade dos fenômenos de sala de aula, e a macroengenharia, referente àquelas pesquisas que possibilitam constituir a complexidade das pesquisas da microengenharia como a dos fenômenos ligados à duração nas relações ensino/aprendizagem. Esses tipos de pesquisa se complementam e por isso são indispensáveis (MACHADO, 1999).

Artigue ainda destaca que a engenharia didática se caracteriza também pelo registro dos estudos realizados - no qual se situa - e pelos modos de validação que lhe estão associados, em que a diferença entre as investigações que se apoiam na engenharia didática e outras formas de pesquisa, baseadas também na experimentação em contextos de ensino e de aprendizagem, é o modelo de validação utilizado. As investigações nas quais se lançam mão de experimentações na sala de aula, normalmente, estabelecem uma abordagem comparativa com validação externa dos desempenhos de grupos externos e de grupos testemunhos. Para esta pesquisadora, este não é o paradigma da engenharia didática, que se coloca na posição oposta, ou seja, a validação é realizada no confronto entre a análise a priori, que se apóia no quadro teórico e a análise a posteriori, sendo considerada uma validação interna.

O processo experimental da metodologia da engenharia didática é constituído por quatro fases:
1ª fase: análises prévias;
2ª fase: concepção e análise a priori;
3ª fase: experimentação;
4ª fase: análise a posteriori e validação.

2.2.1 As Análises Prévias

As análises prévias, de acordo com a noção de engenharia didática são realizadas através de considerações acerca do quadro teórico didático geral sobre conhecimentos didáticos já adquiridos anteriormente e em outras análises preliminares, que segundo Artigue (1996), na maioria das vezes são:

> - a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
> - a análise do ensino habitual e dos seus efeitos;
> - a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução;
> - a análise do campo de constrangimento no qual virá a situar-se a realização didática efetiva;
> - e, naturalmente, tendo em conta os objetivos específicos da investigação. (p.198)

É nessa fase onde se estudam as possíveis causas do problema de pesquisa, bem como as formas pelas quais se poderá tratar esse problema. Também, procura-se determinar as condições de existência de um funcionamento mais satisfatório para esse ponto do sistema didático. Para Machado (1999), as análises prévias são desenvolvidas principalmente para fundamentar a concepção da engenharia. Contudo, elas são retomadas e aprofundadas durante todo o transcorrer do trabalho. É claro que cada uma delas ocorrerá ou não dependendo do objetivo da pesquisa e este determinará o grau de profundidade dessas análises.

2.2.2 Concepção e Análise a priori

Esta fase é de fundamental importância para a pesquisa. A partir das análises prévias realizadas, o pesquisador adota a decisão de agir sobre as variáveis que presume serem importantes ao problema da pesquisa e, também, sobre as variáveis que podem conduzir a caminhos ou soluções para o problema. Essas variáveis serão articuladas e analisadas no transcrever da seqüência didática.

Artigue (1996) descreve que para facilitar a análise dessa fase da engenharia é necessário distinguir dois tipos de variáveis de comando:

> - as variáveis macro-didáticas ou globais, que dizem respeito à organização global da engenharia;
> - e as variáveis micro-didáticas ou locais, que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras ser, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado. (p.202)

Para Machado (1999), essas variáveis podem ser de ordem geral ou de ordem especifica, ou seja, depende do conteúdo didático que será ensinado. Por exemplo, na variável microdidática, conservam-se as variáveis intrínsecas ao problema, que são de ordem geral, e as variáveis que dependem da situação, ligadas à organização e à gestão do meio, que serão específicas. Machado destaca, ainda, que a descrição de cada fase da engenharia é precedida pelas escolhas de ordem geral, global, e que essas influem nas escolhas locais. Ele salienta que, embora as escolhas globais possam aparecer separadamente das escolhas locais, elas são interdependentes.

Para Artigue (1996), a análise a priori deve ser compreendida como uma análise do controle do sentido. Este aspecto deve ser levado em consideração, pois a teoria construtivista aborda o princípio do compromisso do aluno na construção dos seus conhecimentos por intermédio de interações com determinado meio. A teoria das situações didáticas que fundamenta a metodologia da engenharia possui, desde o seu princípio, a aspiração de se constituir como uma teoria do controle das relações entre sentido e situação.

Esta pesquisadora (idem, 1996) descreve que “o objetivo da análise a priori é determinar de que forma permitem as escolhas efectuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos” (p. 205). Para isso, institui-se em hipóteses; e essas hipóteses é que estarão, em princípio, indiretamente no confronto, que será realizado na quarta fase, entre a análise a priori e a análise a *posteriori.*

A análise a priori se constitui de uma parte descritiva e de uma parte preditiva, e está centrada nas características de uma situação a-didática que se desejou formar e que se quer aplicar aos alunos pela experimentação (ARTIGUE, 1996, p.205). Na análise a priori

> - descrevem-se as escolhas efectuadas ao nível local (remetendo-se, eventualmente, para escolhas globais), e as características da situação a-didática que delas decorrem,
> - analisa-se o peso que o investimento nesta situação pode ter para o aluno, particularmente em função das possibilidades de ação, de escolha, de decisão, de controle e de validação de que ele dispõe, uma vez operada a devolução, num funcionamento quase isolado do professor,
> - prevêem-se os campos de comportamentos possíveis e procura-se mostrar de que forma a análise efectuada permite controlar o sentido desses campos e assumir, em particular, que os comportamentos esperados, se intervierem, resultarão claramente da aplicação do conhecimento visado pela aprendizagem. (ibid, p.205).

Portanto, é nessa fase da engenharia que se realiza a previsão das ações e dos comportamentos dos alunos que poderão ocorrer durante a aplicação da seqüência didática. Desta forma, é nesse momento que se elaboram as atividades que constituem a sequência didática.

A sequência didática é centrada no aluno, pois ele é o agente principal de sua aprendizagem. Quanto ao professor, seu papel é oferecer atividade por meio da devolução, de fazer a institucionalização e sua presença está também no contrato didático[12] que transpassa o desenvolvimento da seqüência didática.

2.2.3 Experimentação

É nesta fase que a sequência didática se caracteriza por esquema experimental no contexto da pesquisa, para com isso utilizar outros recursos.

Para Pais (2001), "uma seqüência didática é formada por certo número de aulas (também denominadas de sessões) planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos na pesquisa". (p. 102). Para esse pesquisador, a execução da seqüência didática é também uma fase de fundamental importância para certificar a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica.

Para Machado (1999), essa fase é clássica. Essa etapa da engenharia se inicia através do contato do(s) pesquisador/professor/observador(es) com a população de alunos-objetos do estudo. E ela supõe:

> - a explicitação dos objetos e condições de realização da pesquisa à população de alunos que participará da experimentação;
> - o estabelecimento do contrato didático;
> - a aplicação dos instrumentos de pesquisa;
> - o registro das observações feitas durante a experimentação (observação cuidadosa descrita em relatório, transcrição dos registros audiovisuais, etc.). (p.206)

Em relação ao registro das observações, Pais (2001) destaca que é necessário atentar para o maior número possível de informações que podem colaborar no desenvolvimento do fenômeno pesquisado. É também indispensável preservar o princípio de que as situações reais da experiência sejam nitidamente descritas no

---

[12] Segundo Brousseau (2007, 1996), o contrato didático diz respeito ao estudo das regras (explícitas e implícitas) e das condições que determinam o processo educativo escolar, quer seja no ambiente da sala de aula ou nos espaços intermediários da instituição escolar. O contrato diz respeito também ao conjunto de comportamentos específicos do professor esperados pelos alunos, e o conjunto de comportamentos dos alunos esperados pelo professor (expectativas).

relatório final da pesquisa.

Este pesquisador afirma que muitas pesquisas requerem a observação direta de atividades desenvolvidas pelos alunos, o que não consiste em uma atividade cuja clareza dos dados sejam facilmente registradas, tendo em vista as inúmeras relações nelas envolvidas. Por exemplo, o registro de atividades envolvendo a manipulação de sólidos geométricos determina um minucioso estudo preliminar para aumentar a confiabilidade da análise. Algumas dessas atividades podem ser filmadas, gravadas e outras apenas descritas pelo pesquisador. O que determina a escolha do tipo de registro da seqüência são as variáveis priorizadas na análise a priori.

2.2.4 Análise *a posteriori* e validação

Neta fase analisa-se a produção dos alunos, as observações realizadas em relação ao comportamento deles durante o desenvolvimento da seqüência didática e todos os dados construídos no decorrer da experimentação.

Para Pais (2001), a análise *a posteriori* normalmente tende a se valorizar quando complementa os dados obtidos por meio de outras técnicas, como questionários, entrevistas, gravações, diálogos, entre outras. Esses podem, muitas vezes, serem úteis para uma melhor compreensão do fenômeno.

Contemplam-se, nesta fase, as expectativas declaradas na análise a priori. Confrontam-se análise a priori e análise *a posteriori*, validando, ou não, a hipótese da pesquisa.

Pais (2001) destaca que, do ponto de vista metodológico, a validação é uma fase em que a vigilância deve ser reforçada, visto que se trata de certificar a existência do caráter científico. Sendo assim, a engenharia didática, enquanto procedimento metodológico, se fundamenta em registros de estudos de caso, a qual validade é interna e permeia o contexto da pesquisa realizada.

A partir das considerações apresentadas acerca da engenharia didática como metodologia de pesquisa escolhida para este estudo, faz-se necessário desenvolver os procedimentos metodológicos deste trabalho, bem como a intervenção didática, os instrumentos utilizados e a sequência didática construída de acordo com as fases da engenharia didática.

2.3 Pesquisa empírica

Os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa, as intervenções didáticas, os instrumentos utilizados e as atividades desenvolvidas serão apresentadas de acordo com uma adaptação das fases da engenharia didática, fases estas já discutidas anteriormente neste trabalho. As análises das atividades e os resultados obtidos serão comentados separadamente no capítulo seguinte, para facilitar a compreensão dos mesmos. As atividades propostas, o teste diagnóstico e a sequência didática são apresentadas no anexo A e nos apêndices (A e B) no final desta dissertação.

Primeira etapa

Esta etapa contempla todo o levantamento teórico geral e o planejamento das atividades, de acordo com as fases da engenharia didática. Na fase da análise a priori foram apresentadas as análises dos resultados do teste diagnóstico.

2.3.1 Análises prévias

O ponto de partida deste estudo deu-se através de uma pesquisa teórica. A partir desta, realizaram-se algumas análises que se encontram destacadas a seguir:

Análises epistemológicas:

Buscou-se estudar as várias teorias de aprendizagem, dando ênfase às teorias cognitivistas. Após estes estudos optou-se pela teoria das situações didáticas de Guy Brousseau em virtude de esta ser uma teoria cognitivista aplicada ao ensino da matemática e por atender aos objetivos desta pesquisa. Além disso, a transposição didática e a transposição informática são concepções relevantes no presente estudo;

Foi feito um breve levantamento histórico sobre o conceito de função desde a Antiguidade até os tempos atuais. Este estudo buscou apresentar quais influências este conceito sofreu ao longo de sua construção. E também buscou uma definição que se adequasse ao contexto atual;

Realizou-se um estudo sobre as possibilidades do uso do computador nas salas de aula, a partir das potencialidades desta ferramenta tecnológica no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Apresentaram-se, também, as pesquisas que apontam o computador como um importante recurso para o professor e um elemento de motivação para os alunos.

Análise do ensino atual e seus efeitos

Foi realizada uma análise das recomendações propostas pelos documentos oficiais para o ensino das funções a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e das pesquisas divulgadas em eventos científicos, que mostram tanto a importância deste conceito na formação matemática de qualquer cidadão atuante na sociedade contemporânea quanto as dificuldades encontradas no seu ensino.

Análise das concepções dos alunos

Para esta análise, foi aplicado um teste diagnóstico com os alunos. O teste diagnóstico teve por objetivos levantar as concepções dos alunos sobre o conceito de função, sobre as estratégias desenvolvidas por este para a construção e interpretação de gráficos de funções de 1º e 2º graus e as possíveis dificuldades e obstáculos que marcam o estudo destes conceitos. Este teste pretendeu indicar os caminhos para as possíveis causas do problema de pesquisa, bem como as formas pelas quais se poderá tratar esse problema. Os resultados obtidos no teste diagnóstico foram parte integrante da análise a priori.

A produção dos alunos no teste diagnóstico foi analisada a partir das seguintes categorias:

- ✓ Identifica a localização de pontos no plano cartesiano;
- ✓ Identifica as variáveis dependentes e independentes a partir da leitura gráfica;
- ✓ Identifica a posição do gráfico da função $f(x) = ax + b$, com $a, b \in IR$ para todo $x \in IR$ a partir da mudança do parâmetro b.
- ✓ Interpreta o grau de abertura da parábola a partir do valor do parâmetro a da função $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- ✓ Associa a representação algébrica (lei de formação) com a representação gráfica;
- ✓ Identifica a translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$;
- ✓ Identifica a posição no plano cartesiano do gráfico da função definida por $f(x) = a(x - m)^2$, com $a \neq 0$;

As questões apresentadas no teste diagnóstico encontram-se: a primeira, em Iezzi et al. (2004), a segunda, em Murolo e Giácomo (2004), a terceira, adaptada de Smole e Diniz (2003), a sétima, em Dante (2007) e as demais, desenvolvidas pelo autor desta pesquisa.

De acordo com as orientações propostas na metodologia da engenharia didática e para melhor situar o leitor no contexto da pesquisa, apresenta-se, novamente, os objetivos do estudo.

Objetivos específicos da pesquisa

Neste momento serão definidos os objetivos desta investigação. Estes objetivos já foram apresentados na parte introdutória desta dissertação, mas julgou-se pertinente reapresentá-los:

- ✓ Investigar as estratégias utilizadas pelos alunos na construção e na interpretação de gráficos das funções polinomiais de 1º e 2º graus utilizando o lápis e papel;

- ✓ Analisar, a partir de uma seqüência didática, como o *software Winplot* pode favorecer os alunos na construção e na interpretação de gráficos das funções polinomiais de 1º e 2º graus;

2.3.2 Concepção e análise a priori

Nesta fase foram analisados os resultados obtidos no teste diagnóstico e definidas as questões relevantes para a construção da sequência didática e as variáveis de comando utilizadas nesta investigação.

2.3.3 Instrumentos de coleta de dados

Foram utilizadas três formas de registro das atividades desenvolvidas pelos participantes da pesquisa: o registro escrito (teste diagnóstico e sequência didática), o registro da tela do computador no momento da realização da sequência didática e o armazenamento do arquivo, com as respostas relativas ao desenvolvimento da sequência didática a partir do *Winplot*, no computador.

2.3.3.1 O registro escrito

O teste diagnóstico (anexo A) é constituído por sete questões. Estas foram distribuídas entre questões abertas com resposta numéricas, de associação entre expressão algébrica e gráfica e questões de construção gráfica.

A sequência didática (apêndice A) foi construída a partir das variáveis de comando que foram indicadas nos resultados obtidos no teste diagnóstico. Esta sequência é constituída por sete atividades com questões abertas e uma alternativa com questão fechada e no desenvolvimento de todas foi utilizada o *software Winplot*.

2.3.3.2 Registro da tela do computador

O registro da tela do computador foi realizado com o *softweare EatCam WebCam Recorder* 4.0 for MSN que possui licença de uso gratuita para a sua versão básica e pode ser adquirido na página de Internet http://www.EatCam.com. A escolha deste software foi pelo acesso e uso gratuito, pelo requisito de configuração do sistema ser adequado aos computadores do laboratório de informática da escola onde a pesquisa se desenvolve e pela interface simples que é apresentada pelo software. A captura da tela do computador no momento do desenvolvimento da sequência didática foi um elemento importante na validação dos dados. A partir dessa captura foi possível combinar o registro escrito com o registro digital. Essa combinação permitiu maior confiabilidade nos dados coletados. Vale lembrar que as referências utilizadas para o uso de um software como instrumento de coleta de dados foram Flick (2009) e Giordan (2006) que consideram, quando se trata de estudar situações de ensino diante do computador, que é inescapável usá-la como meio de coleta e registro dos dados.

2.3.3.3 Armazenamento do desenvolvimento da Sequência Didática em meio digital

Os resultados do desenvolvimento das atividades da sequência didática foram armazenados em arquivos digitais de formato *wp2*, que é o formato utilizado pelo *software Winplot*. Assim como o registro da tela do computador, o arquivamento das respostas dos alunos sobre a sequência também são importantes elementos para ampliação das informações sobre o fenômeno em estudo. Desta forma, os alunos, ao terminarem cada atividade da sequência, salvaram um arquivo com as suas respectivas respostas.

2.3.4 Atividades desenvolvidas

As atividades desenvolvidas nesta pesquisa foram divididas em seis sessões, que totalizaram doze horas e quarenta e cinco minutos de atividades. A primeira foi destinada ao contato com a diretora da escola e uma conversa com o professor da turma para deixá-los a par dos objetivos e das necessidades da pesquisa. Nesse primeiro encontro, verificou-se as condições do laboratório de informática para a realização do estudo. O segundo encontro foi realizado junto aos alunos para convidá-los a fazerem parte da pesquisa e deixá-los cientes dos critérios para a realização. O terceiro encontro foi destinado à aplicação do teste diagnóstico, em que os alunos responderam às questões utilizando apenas lápis e papel. O quarto e quinto encontro foram destinados à apresentação do *software Winplot* aos alunos, que foi desenvolvido a partir de uma sequência de atividades (Apêndice B) utilizando o referido software. Esta sequência teve por objetivo apresentar aos alunos a forma adequada de realizar os comandos básicos do *Winplot*, a saber: abrir uma nova área de trabalho, escrever uma expressão do segundo grau, configurar o plano cartesiano, salvar um arquivo, ou seja, ações que seriam necessárias na atividade seguinte. A sexta sessão foi reservada para a aplicação da sequência didática.

A seguir, apresenta-se a descrição das atividades distribuída nas seis sessões desenvolvidas na pesquisa.

Quadro 1

Descrição das atividades desenvolvidas nas seis sessões da pesquisa

Sessão	Duração/data	Descrição da atividade
1	3 horas (180 min.) 08/09/2009	Primeiro contato com o diretor da escola, para verificar a possibilidade da realização da pesquisa e com o professor da turma que seria investigada. Levantamento das condições do laboratório de informática da escola para o desenvolvimento da sequência didática. Este levantamento foi realizado pelo próprio pesquisador, já que a escola não possui técnico de informática no laboratório.
2	1 aula (45 min.) 11/09/2009	Primeiro contato com os alunos que seriam os sujeitos da pesquisa. Este encontro foi destinado a convidar os alunos a participarem e conhecerem os objetivos da pesquisa. Mostrando-lhes a importância da pesquisa científica para eles e para a sociedade.
3	4 aulas (180 min.) 14/09/2009	Sessão destinada ao desenvolvimento do teste diagnóstico. Os alunos receberam as questões (Anexo A) e responderam utilizando apenas o lápis e papel.
4 e 5	4 aulas (180 min.) 22/09/2009 06/10/2009	Os alunos receberam uma sequência de atividades (Apêndice B), que, inicialmente, apresentavam uma breve descrição dos comandos básicos do software *Winplot* e, a seguir, uma lista de atividades destinadas à construção de gráficos de funções de 1º e 2º graus. Esta sequência foi desenvolvida com o auxilio do pesquisador.
6	4 aulas (180 min.) 20/10/2009	Os alunos ocuparam os computadores do laboratório de informática da escola (um aluno em cada computador) e desenvolveram as questões solicitadas na sequência didática

2.3.5 Análise preliminar do teste diagnóstico

O teste diagnóstico (anexo A) é constituído por sete questões e foi um elemento importante na definição das variáveis mais relevantes para a construção da sequência didática. As questões do teste diagnóstico foram escolhidas a partir do levantamento realizado, na fase das análises prévias, em pesquisas divulgadas nos eventos científicos, apresentadas na parte introdutória deste trabalho, que indicaram as dificuldades encontradas no ensino de função. A seguir, será apresentada uma descrição de alguns dos caminhos para a resolução das questões do teste diagnóstico e como cada uma delas encontra-se ancorada na classificação propostas por Brousseau na teoria Situações Didáticas, já discutidas no primeiro capítulo desta dissertação.

Para resolver a primeira questão era necessário que o aluno identificasse a localização de pontos no plano cartesiano a partir das suas coordenadas. Nesta questão o aluno deveria ser capaz de localizar pontos em qualquer quadrante e também sobre os eixos, ou seja, pontos do tipo (x,0) ou (0,y).

A segunda questão traz uma situação onde o aluno necessita identificar as variáveis dependentes e independentes a partir da leitura gráfica. Na primeira alternativa da questão, esperava-se que os alunos conseguissem associar, a partir da leitura gráfica, variáveis dependentes com variáveis independentes, pois este é um princípio importante e fundamental no estudo das funções. Na segunda alternativa do problema, também relacionada às variáveis dependentes e independestes, seria possível resolvê-lo a partir da observação do gráfico, dando-lhe uma resposta por estimativa (esta solução enquadra-se na situação de ação: o aluno produz procedimentos mais imediatos para resolver a questão, ou seja, a resposta é apresentada de forma mais experimental e intuitiva do que teórica) ou pela construção do modelo geral de uma função do primeiro grau (situação de formulação: é aquela em que, na resolução de um problema, o aluno emprega alguns esquemas de natureza teórica, ou seja, lança mão de um raciocínio mais elaborado do que um procedimento experimental e que para tal realização é necessário utilizar-se de informações anteriores). Essas duas possibilidades para responder a alternativa b da segunda questão do teste diagnóstico podem indicar em que fase da tipologia das Situações Didáticas os alunos se encontram. Esta indicação constitui-se como um elemento importante na definição das variáveis para a construção da sequência didática. A alternativa c desta questão exige que o aluno construa um gráfico. A realização dessa construção não se realiza de forma experimental e intuitiva (situação de ação), pois exige dos alunos a demonstração da validade de um modelo criado por ele (situação de formulação), ou seja, o aluno utiliza o saber já elaborado com a finalidade de realizar demonstrações e provas essencialmente teóricas para o problema proposto.

Na terceira questão, também associada ao conceito de variável dependente e independente, mas agora relacionada às funções polinomiais do 2º grau, o aluno, nas alternativas a e b, necessitava realizar a leitura e interpretação do gráfico e relacionar os valores das variáveis dependentes e independentes. O desenvolvimento desta questão (alternativas a e b) coloca o aluno em uma situação de ação, pois este necessita produzir uma resposta mais experimental e mais pela observação gráfica do que uma resposta teórica. Já a alternativa c desta questão preceitua que os alunos criem um novo modelo geral para a função polinomial do 2º grau apresentada na questão, a partir da mudança de seus parâmetros. Este contexto enquadra-se em uma situação de validação, pois os alunos necessitam responder a questão a partir do novo modelo criado e validado por eles.

Para resolver a quarta questão, os alunos necessitavam relacionar as expressões algébricas com seus respectivos gráficos. Esta associação poderia ser realizada a partir de um estudo dos parâmetros de cada uma das funções. Procedendo desta forma, o aluno encontra-se na situação de formulação, ou seja, o aluno recorre a alguns esquemas de natureza teórica, e utiliza um raciocínio mais elaborado do que um procedimento experimental. Nesta questão encontra-se, também, o conceito de translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$, que é um elemento importante no estudo da matemática, pois pode viabilizar procedimentos mais econômicos na construção gráfica.

A quinta questão também exige a associação de expressão algébrica com seus respectivos gráficos, mas de funções polinomiais do 2º grau. A resolução desta questão preceituava que os alunos realizassem procedimentos algébricos para respondê-la adequadamente. Para resolver a questão de forma satisfatória, o aluno necessitava estar na situação de formulação, pois esta resolução demanda um raciocínio mais elaborado e que utilize conhecimentos anteriores (resolução de equação do 2º grau e coordenadas do vértice de uma parábola).

A sexta e sétima questões são de construção gráfica, sendo a primeira de funções polinomiais do 1º grau e a segunda de funções polinomiais do 2º grau. Esperava-se que os alunos, ao desenvolveram a sexta questão, utilizassem o conceito de translação definido por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$, pois, como já mencionado, é uma forma econômica de realizar a construção gráfica. Nesta questão os alunos poderiam utilizar o paralelismo e o deslocamento das funções no eixo das ordenadas. Esta seria uma das estratégias que poderia ser utilizada na construção. Este procedimento relaciona-se com a situação de validação, ou seja, o aluno faz uso do saber já elaborado com a finalidade de realizar demonstrações e provas essencialmente teóricas para o problema proposto. Já na sétima questão (relacionada à construção de funções polinomiais do 2º grau) o aluno necessitava identificar a posição no plano cartesiano do gráfico da função definida por $f(x) = a(x - m)^2$, com $a \neq 0$. Para a resolução desta questão, o aluno poderia realizar os procedimentos algébricos para a construção de cada gráfico (demandando muito tempo de resolução) e, a partir destas construções refletir sobre a posições dos gráficos no plano cartesiano ou se utilizar das características de cada uma das funções e relacioná-las com um modelo geral das funções do tipo $f(x) = a(x - m)^2$ para poder descrever suas posições no eixo cartesiano. Em ambos os caminhos de resolução seria necessário que os alunos estivessem na situação de formulação para a resolução a partir do desenvolvimento algébrico ou na situação de validação para a solução pelo modelo geral.

Com base nas respostas obtidas no teste diagnóstico, foi possível perceber quais as maiores dificuldades do grupo pesquisado em relação ao problema da pesquisa e com isso poder agir sobre as variáveis no momento de elaboração das sessões da experimentação.

2.3.6 Experimentação

A investigação foi realizada a partir de uma intervenção didática realizada na turma escolhida, cujas características já foram descritas no item 1 deste capítulo (sujeitos e campo de pesquisa).

A aplicação do teste diagnóstico foi realizada com trinta e seis alunos os quais foram denominados, a partir deste momento da pesquisa: de aluno 1, para o primeiro protocolo devolvido após a resolução; aluno 2, para o segundo protocolo; aluno 3, e assim, até o aluno 36, sucessivamente, para os seus respectivos protocolos. A sequência Didática foi desenvolvida com nove alunos, e para efeito de análise serão chamados de: aluno A, para o primeiro a terminar a sequência, aluno B, para o segundo, e assim por diante, até o nono aluno.

A aplicação do teste diagnóstico foi desenvolvida na sala de aula da turma pesquisada, sessão 3. As sessões 4, 5 e 6, que correspondem à apresentação dos comandos básicos do *Winplot* e à aplicação da sequência didática foram desenvolvidas no laboratório da escola.

2.3.7 Análise *a posteriori* e validação

Nesta etapa da pesquisa, faz-se a análise das atividades desenvolvidas na fase de experimentação. Foram realizadas quatro atividades, sendo a primeira (teste diagnóstico) com trinta e seis alunos, a segunda e a terceira (comandos básicos do *Winplot*) com quinze alunos, como já mencionado no item 1 deste capítulo (sujeitos e campo de pesquisa). A última atividade (aplicação da sequência didática), contou com um grupo de nove alunos dos quinze que realizaram as atividades quatro e cinco, que foi desenvolvida com apenas nove alunos, em virtude da falta dos demais. As análises de todas essas atividades estarão na fase seguinte desta pesquisa.

Segunda etapa

Nesta fase da pesquisa são apresentadas as discussões dos resultados obtidos no teste diagnóstico, nas atividades realizadas na experimentação e no confronto entre a análise a priori e *a posteriori* (validação). As análises das atividades e os resultados obtidos serão comentados separadamente no capítulo seguinte, para facilitar a compreensão dos mesmos.

CAPÍTULO III
ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta etapa da pesquisa, como já descrito anteriormente, serão apresentadas as discussões dos resultados obtidos no teste diagnóstico, na sequência didática (experimentação) e no confronto entre a análise a *priori* e a *posteriori*.

Antes do início do desenvolvimento desta análise é importante esclarecer que o pesquisador não está 'neutro'. No caso particular desse tipo de pesquisa, o pesquisador é professor de matemática e, desta forma, suas próprias concepções sobre o problema da pesquisa lhe possibilitarão lançar um determinado olhar sobre os dados. Assim, os dados não serão meramente capturados por instrumentos.

Ao considerar que o saber tem diversos níveis de funcionalidade, dependendo do problema e dos conceitos utilizados, é aceitável que o conhecimento elaborado por cada aluno seja diferente em cada caso. Na perspectiva de tentar descrever as relações desses alunos com essa diversidade de possibilidades de utilização do saber, foram empregados, para a análise, os seguintes elementos: algumas características da Teoria das Situações Didáticas para melhor interpretar os fatos e os fenômenos didáticos observados; os estudos de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995), que em suas pesquisas, investigaram como os alunos têm aprendido o conceito de função e quais as dificuldades encontradas em sua aprendizagem; as ideias apresentadas pela Transposição informática necessárias para evidenciar as modificações do saber a ensinar a partir da mediatização deste através do computador e alguns outros pesquisadores que, de forma direta ou indireta, podem subsidiar esta análise.

3.1. Análise dos resultados do teste diagnóstico

Nesta análise, tem-se os resultados qualitativos e quantitativos da atividade desenvolvida no teste diagnóstico. Como já descrito no capítulo anterior, o teste diagnóstico foi constituído por sete questões. Dentre estas, encontram-se questões abertas com resposta numéricas, de associação entre expressão algébrica e gráfica e questões de construção gráfica. Os resultados obtidos no teste diagnóstico constituem-se como um elemento importante na definição das variáveis mais relevantes para a construção da sequência didática, a qual será apresentada e analisada neste capítulo.

O teste diagnóstico foi desenvolvido por trinta e seis alunos, realizado no dia 14 de setembro de 2009, com duração de quatro aulas de 45 minutos cada. A atividade foi iniciada explicando para os alunos a finalidade da pesquisa e que seus resultados fariam parte de uma Dissertação de Mestrado.

Foi negociado um contrato pedagógico, no qual ficou estabelecido que a atividade deveria ser desenvolvida utilizando apenas lápis e papel como recurso e cada aluno deveria realizá-la individualmente. Neste momento, foi ressaltada a necessidade da frequência dos alunos que estavam participando do teste diagnóstico nas demais atividades da pesquisa.

Apesar da escolha de uma abordagem qualitativa para esta pesquisa, em virtude da opção metodológica, serão utilizados também dados quantitativos para facilitar as interpretações dos fatos e fenômenos observados, pois entende-se que as abordagens qualitativas e quantitativas não são excludentes.

Coloca-se, agora, a análise e os resultados das sete questões do teste diagnóstico.

3.1.1 Análise dos resultados da questão 1 do teste diagnóstico

A primeira questão do teste diagnóstico (anexo A) está relacionada à identificação de pontos no plano cartesiano (categoria descrita no capítulo anterior). Nesta questão, os alunos deveriam ser capazes de registrar as coordenadas dos pontos apresentados em um dos quatro quadrantes ou sobre os eixos cartesianos.

Esperava-se que esse tipo de atividade fosse bem desenvolvido, pois o estudo relacionado com a localização de pontos em um plano cartesiano, fundamental para a construção de gráficos, é objeto de estudo ainda no Ensino Fundamental. Partindo de tal premissa, o contato com esse conceito já teria, efetivamente, sido parte da experiência dos estudantes daquele nível.

Os resultados desta questão foram agrupados em quatro subcategorias:

- ✓ Identificação correta;
- ✓ Troca de coordenada;
- ✓ Troca de quadrante;
- ✓ Não identificada.

A subcategoria “Identificação correta” corresponde à situação em que o sujeito da pesquisa registrou as coordenadas corretas de cada ponta. A subcategoria “Troca de coordenada” equivale à circunstância em que o aluno troca a posição dos valores das abscissas com os das ordenadas, ou seja, para uma coordenada (1,2) o aluno registra (2,1). A “Troca de quadrante” corresponde à situação em que o aluno registra o valor de uma das coordenadas ou ambos os valores, abscissas e ordenadas, de forma errada. Por fim a subcategoria “Não identifica” equivale à circunstância em que o aluno não realizou o registro da coordenada.

A partir das definições das subcategorias para a primeira questão do teste diagnóstico, apresenta-se, na tabela 1, o percentual da média de ocorrência para cada uma.

Tabela 1

Percentual da média de ocorrência na localização de pontos no plano cartesiano (primeira questão do teste diagnóstico)

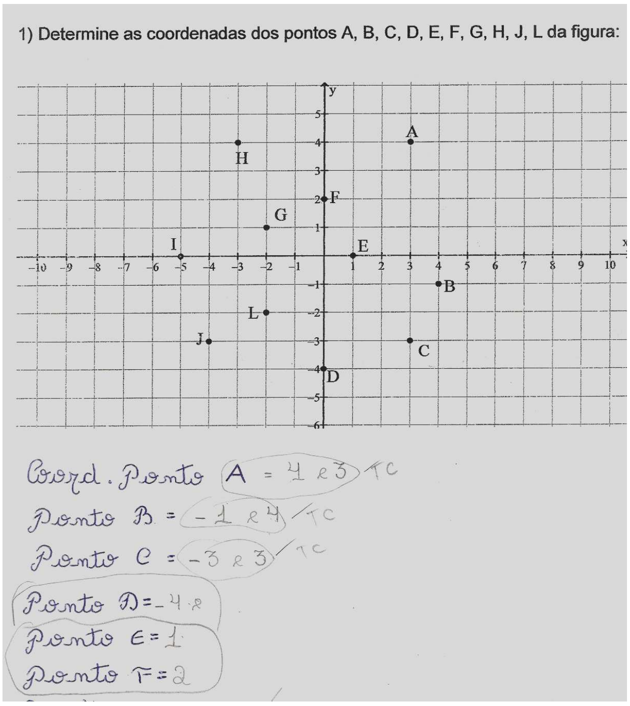
Subcategoria	Percentual
Identificação correta	43%
Troca de coordenada	15%
Troca de quadrante	26%
Não identifica	16%

Ao observar os resultados médios gerais de cada subcategoria, é possível perceber que os alunos apresentam dificuldades para localizar pontos no plano cartesiano. Estas dificuldades podem se refletir nas questões ligadas à construção e a interpretação gráfica.

Especificamente, ao analisar algumas produções dos alunos, percebe-se as dificuldades relacionadas à troca de coordenada. Isso pode ser observado na figura 5, que corresponde à produção do aluno 5.

Figura 5

Produção do aluno 5: primeira questão do teste diagnóstico

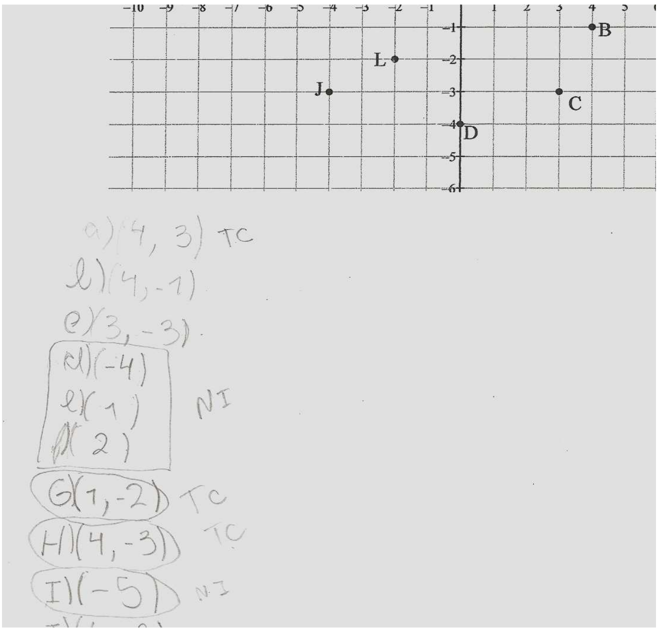


Observa-se na figura 5 que o aluno, ao registrar as coordenadas dos pontos A, B e C, troca a posição das abscissas com a posição das ordenadas. Essa inversão na posição das coordenadas faz com que a localização do ponto fique situada em um quadrante totalmente diferente da posição inicialmente indicada.

Outro aspecto observado, ainda na primeira questão do teste diagnóstico, foi à localização de pontos sobre os eixos coordenados, ou seja, pontos do tipo (x,0) ou (0,y). Alguns alunos apresentaram dificuldades na identificação das coordenadas sobre os eixos. Isso pode ser percebido na figura 5, em que o aluno registra apenas um dos valores do par ordenado para os pontos D, E e F. Ele omite a coordenada zero para esses pontos. Esse aspecto, também, pode ser verificado na figura 6, pois o aluno não registra a segunda coordenada dos pontos D, E, F e I. Em relação às dificuldades dos estudantes em localizar pontos sobre os eixos, Markovits, Eylon e Bucheimer (1995), em suas pesquisas, consideram que “Há uma dificuldade subsidiária intrínseca à forma gráfica, envolvendo o papel duplo dos pontos situados nos eixos: são pontos do plano, com coordenadas (x ,0) ou (0, y)”(p. 57).

Figura 6

Produção do aluno 7: primeira questão do teste diagnóstico



Dificuldades na identificação de pontos sobre os eixos cartesianos, como os apresentados nos registros escritos dos alunos, e corroborados com as pesquisas de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995), pode ter consequências na compreensão de outros conceitos ligados ao estudo das funções, como por exemplo, no estudo dos zeros da função, seja das funções polinomiais do 1º ou do 2º graus.

3.1.2 Análise dos resultados da questão 2 do teste diagnóstico, alternativas (2a), (2b) e (2c)

A segunda questão do teste diagnóstico (anexo A) oferece uma situação em que o aluno necessita identificar as variáveis dependentes e independentes de uma função a partir da leitura gráfica. Essa questão possui três alternativas (2a), (2b) e (2c) para serem respondidas. A questão apresenta um contexto de produção de camisetas (variável independente) e o custo (variável dependente) para produção das camisetas, uma tabela que relaciona as duas variáveis e um gráfico correspondente à situação. A questão não apresenta a expressão algébrica que representa o contexto.

Na alternativa (2a), primeira alternativa da 2ª questão do teste diagnóstico, esperava-se que os alunos fossem capazes de associar, a partir da leitura gráfica, variáveis dependentes com variáveis independentes, pois este é um princípio importante e fundamental no estudo das funções. Nesta alternativa, era necessário que o aluno respondesse qual o custo para a produção de 100, 200 e 1000 camisetas produzidas. O custo para 100 e 200 camisetas poderia ser respondido a partir da simples observação gráfica, na qual o aluno iria apenas associar as variáveis dependentes e independentes da função. Quanto ao custo para 1000 camisetas, não sendo possível visualizá-lo no gráfico, a dedução se daria em virtude da linearidade da função apresentada na questão e, assim, o aluno poderia encontrar a resposta para a produção de 1000 camisetas.

A partir da categorização “Identifica as variáveis dependentes e independentes a partir da leitura gráfica” já descrita na parte metodológica desta dissertação, para segunda questão do teste diagnóstico, apresenta-se para a alternativa (2a) da questão as seguintes subcategorias:

- ✓ Resposta correta pela observação gráfica;
- ✓ Resposta correta parcialmente pela observação do gráfico;
- ✓ Resposta parcialmente correta com cálculos parcialmente corretos;
- ✓ Resposta correta com cálculos corretos;
- ✓ Resposta correta com cálculos errados;
- ✓ Resposta errada com cálculos corretos;
- ✓ Resposta errada com cálculos errados;
- ✓ Resposta errada sem cálculos;
- ✓ Não respondeu.

As duas primeiras subcategorias “Resposta correta pela observação gráfica” e

“Resposta correta parcialmente pela observação do gráfico” estão assim relacionadas: a primeira, às situações em que os alunos responderam os custos para a produção de 100, 200 e 1000 camisetas de forma correta, a partir da observação gráfica. A segunda subcategoria, relaciona-se com a condição em que os alunos responderam o custo para 100 e 200 camisetas corretamente, mas não responderam adequadamente o custo para 1000 camisetas. As demais subcategorias enquadram-se em estratégias de resolução ligadas a cálculos aritméticos ou algébricos.

A partir dos resultados quantitativos apresentados na tabela 2, percebe-se que a observação gráfica não foi a estratégia mais utilizada pelos alunos na resolução da questão em pauta. Esses resultados não podem ser conclusivos, mas parece que não é uma prática desses alunos resolverem problemas a partir da leitura de um gráfico, ou seja, as situações didáticas (BROUSSEAU, 1982b apud GÁLVEZ, 2001) (discutidas no capítulo 1 desta dissertação), organizadas pelo professor de matemática da turma onde ocorre a investigação, parecem não ter contemplado a leitura gráfica como uma atividade importante no ensino de função. Observou-se, ainda, que boa parte do grupo pesquisado procurava justificar a resposta dada a questão através de um cálculo, ou seja, os problemas de matemática necessitavam, para esses alunos, de uma justificativa algébrica ou aritmética para serem validados. Alguns autores (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001; BRITO MENEZES, 2006) defendem a ideia de que essa postura dos alunos constitui-se como uma regra implícita de contrato didático, na qual um problema em matemática se resolve fazendo operações aritméticas, a partir dos dados do enunciado do problema.

Tabela 2

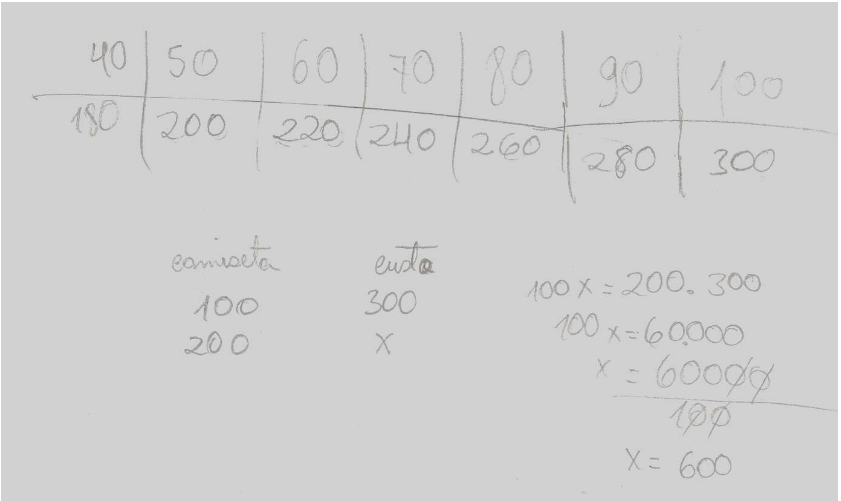
Percentual da identificação de variáveis dependentes e independentes de uma função, a partir da leitura gráfica (alternativa (2a) da segunda questão do teste diagnóstico)

Subcategoria	Frequência	%
Resposta correta pela observação do gráfico	6	17
Resposta correta parcialmente pela observação do gráfico	4	11
Resposta parcialmente correta com cálculos parcialmente corretos	11	31
Resposta correta com cálculos corretos	0	0
Resposta correta com cálculos errados	0	0

Resposta errada com cálculos corretos	0	0
Resposta errada com cálculos errados	9	25
Resposta errada sem cálculos	6	17
Não respondeu	0	0
TOTAL	36	100

Figura 7

Produção do aluno 28: segunda questão do teste diagnóstico (alternativa (2a))



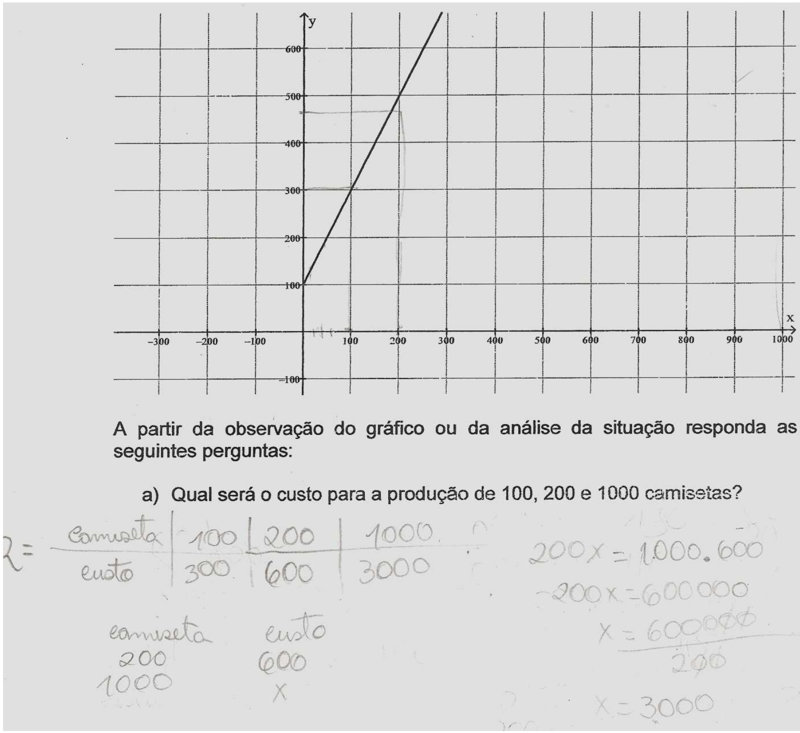
Ao observar a produção do aluno 28 através da figura 7, nota-se que este construiu uma tabela, a partir dos dados apresentados na questão, relacionando a quantidade de camisetas e custo de produção de cada quantidade. A tabela construída pelo aluno segue as mesmas condições da tabela apresentada no problema. Vale ressaltar que o aluno constrói a sua tabela até o custo de produção de 100 camisetas e depois muda para uma estratégia algébrica (mais econômica). Ele encontra o custo de 100 camisetas através da construção da tabela e o custo para a produção de 200 (figura 7) e 1000 (figura 8) camisetas a partir do desenvolvimento de um cálculo de proporção.

Um aspecto importante, que confirma a hipótese de que as situações didáticas organizadas na sala de aula deste aluno não enfatizaram suficientemente a atividade de leitura gráfica e a regra implícita do contrato didático para a resolução de problemas de matemática, pode ser observado na figura 8, pois o aluno destaca, com grafite, no gráfico apresentado na questão a relação entre o custo de produção (R$ 300,00) e a quantidade de camisetas produzidas (100).

Nesta produção (aluno 28), tem-se um cálculo algébrico (custo de produção de 100 camisetas) que coincide com a interpretação gráfica realizada pelo aluno e um cálculo algébrico (custo de produção de 200 camisetas) que não se afina com a interpretação gráfica.

Figura 8

Produção do aluno 28: segunda questão do teste diagnóstico (alternativa (2a))

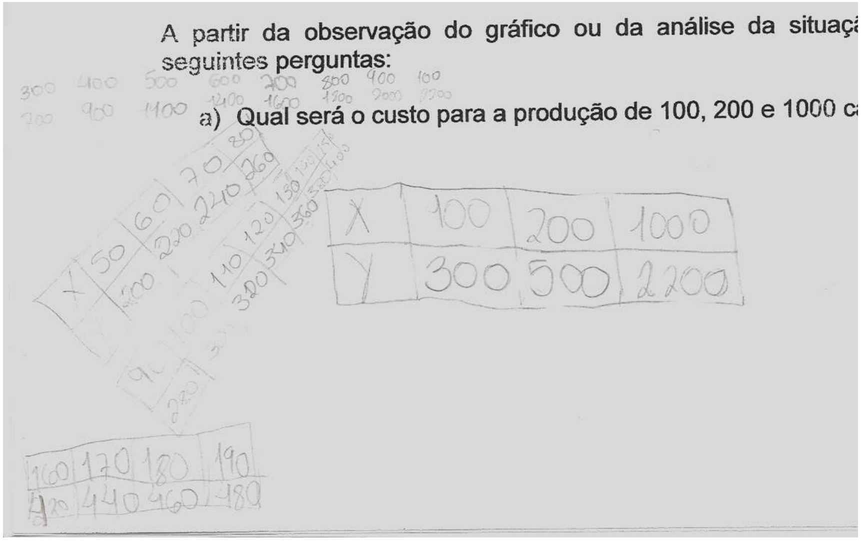


Contrariando o que a leitura gráfica indica para o custo de produção de 200 camisetas (R$ 500,00) o aluno 28 faz a opção pelo valor de R$ 600,00 que foi encontrado em seus cálculos algébricos. Isto parece apresentar-se como um contexto em que, para esse aluno, os cálculos sobrepõem à interpretação gráfica. Isto corrobora com as discussões de alguns autores (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001; BRITO MENEZES, 2006), já citados, sobre as regras implícitas de contrato didático.

Outra produção que se destaca no contexto de utilização de cálculos no desenvolvimento da questão 2 do teste diagnóstico foi a do aluno 23 (figura 9), que recorreu à construção de uma tabela para encontrar o custo de produção para 100, 200 e 1000 camisetas. Diferentemente do aluno 28, o aluno 23 utilizou apenas a tabela para encontrar as respostas da alternativa.

Figura 9

Produção do aluno 23: segunda questão do teste diagnóstico (alternativa (2a))



Estratégias como a utilizada pelo aluno 23, figura 9, costumam ser longas e passíveis de erros como aconteceu no desenvolvimento desse aluno ao encontrar o custo para 1000 camisetas.

Ao levar em consideração os diversos níveis de funcionalidade do saber (os conceitos de variáveis dependentes e independeste) da questão em discussão, utiliza-se a tipologia, descrita por Brousseau e apresentada no capítulo 1, de situações didáticas para melhor apresentar a relação dos alunos com as diversas possibilidades de utilização desse saber. Desta forma, a produção do aluno 28, figuras 7 e 8, enquadra-se, melhor, na situação de formulação (PAIS, 2001), pois apesar de não ter encontrado a resposta correta para algumas das perguntas da questão, este aluno evidência, através da sua produção, um trabalho realizado com informações teóricas (o conceito de razão e proporção) de forma mais elaborada. Este aluno utiliza o princípio da construção de tabelas e outro modelo teórico (razão e proporção) na perspectiva do uso de uma estratégia mais econômica. Já o aluno 23, figura 9, realiza sua produção a partir da construção de tabelas, ou seja, ele utiliza uma estratégia mais longa, portanto, passível de erros. A construção de tabelas nesse tipo de problemas pode ser enquadrada como uma solução de natureza mais experimental do que teórico, ou seja, uma situação didática de ação (ibid, 2001). Neste tipo de situação didática o aluno realiza os procedimentos de construção de forma mais imediata, sem, no entanto, preocupar-se com a explicitação de um resultado teórico que esclareça ou justifique a validação de sua resposta. Esse tipo de estratégia, que se enquadra na situação de ação, esteve muito presente nas produções dos 36 alunos que realizaram o teste diagnóstico.

Na alternativa (2b) da segunda questão do teste diagnóstico, apresenta-se uma situação em que os alunos necessitam identificar quantas camisetas (variável independente) podem ser produzidas com um custo (variável dependente) de R$ 400,00. Nessa alternativa, esperava-se que os alunos respondessem por estimativa, a partir da observação gráfica, já que não é possível identificar o custo exato apenas pela observação gráfica. Outra possibilidade seria através da construção da expressão algébrica do problema, essa possibilidade de resposta para a questão está relacionada à situação didática de validação (PAIS, 2001), pois é preciso que o aluno elabore algum tipo de prova a partir da alternativa anterior (2a) da questão.

Para a alternativa (2b) têm-se as seguintes subcategorias:

- ✓ Resposta correta pela observação do gráfico (estimativa do valor);
- ✓ Resposta correta com cálculos corretos;
- ✓ Resposta correta com cálculos errados;
- ✓ Resposta correta sem cálculos;
- ✓ Resposta correta a partir do desenvolvimento da alternativa A;
- ✓ Resposta errada com cálculos corretos;
- ✓ Resposta errada com cálculos errados;
- ✓ Resposta errada sem cálculos;
- ✓ Não respondeu.

A primeira subcategoria está relacionada à observação gráfica e a capacidade de realizar cálculos a partir de estimativas, está última é apontada como uma das modalidades de cálculo que são importantes no mundo atual (BRASIL, 1998). As demais subcategorias estão relacionadas a procedimentos algébricos e aritméticos desenvolvidos para resolver a questão.

Assim como a alternativa (2a), a (2b), estratégia de observação gráfica, não foi a mais empregada para a resolução da questão, conforme os dados apresentados na tabela 3.

Tabela 3
Percentual da identificação de variáveis dependentes e independentes de uma função, a partir da leitura gráfica (alternativa (2b) da segunda questão do teste diagnóstico)

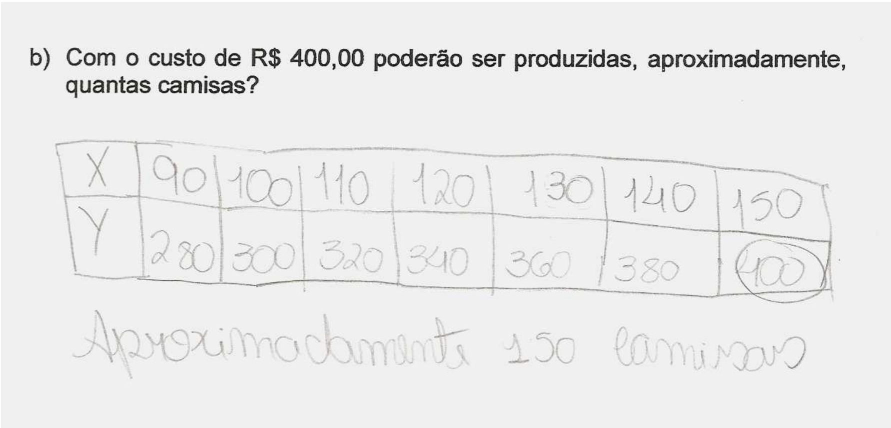
Subcategoria	Frequência	%
Resposta correta pela observação do gráfico (estimativa do valor)	2	6
Resposta correta com cálculos corretos	0	0
Resposta correta com cálculos errados	0	0
Resposta correta sem cálculos	6	17
Resposta correta a partir do desenvolvimento da alternativa "a"	4	11
Resposta errada com cálculos corretos	0	0
Resposta errada com cálculos errados	12	33
Resposta errada sem cálculos	10	28
Não respondeu	2	6
TOTAL	36	100

Os dados apresentados nas tabelas 2 e 3 confirmam a hipótese de que a resolução de problemas relacionados aos conceitos de função não são solucionados, comumente, a partir da observação gráfica. Apenas 6% dos alunos investigados, tabela 3, responderam a alternativa (2b) pela observação associado à estimativa. Isso pode indicar que, na organização das situações didáticas propostas para o ensino de função, dos alunos investigados nessa pesquisa, não tenha sido evidenciado, suficientemente, a leitura e interpretação de gráficos como uma ferramenta importante para o estudo das funções. Esses resultados afinam-se com os de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995) ao concluírem que "...em quase todos os currículos, a representação algébrica é ensinada antes da representação gráfica."(p.65).

Destaca-se que alguns alunos utilizaram tabelas para encontrar a solução da alternativa (2a) da questão e esses utilizaram a mesma tabela para descobrir a resposta da alternativa (2b). Esse aspecto mostra que os alunos conhecem os conceitos de variável dependente e variável independente, mas a estratégia utilizada, como mencionado anteriormente, não é a mais recomendada, pois, trata-se de um mecanismo longo e passível de erros. Isso pode ser observado na produção do aluno 23, que identifica a solução da questão a partir da construção de tabela.

Figura 10

Produção do aluno 23: segunda questão do teste diagnóstico (alternativa (2b))



b) Com o custo de R$ 400,00 poderão ser produzidas, aproximadamente, quantas camisas?

X	90	100	110	120	130	140	150
Y	280	300	320	340	360	380	400

Aproximadamente 150 camisas

Para a alternativa (2c), última da segunda questão do teste diagnóstico, divulga-se um contexto em que os alunos necessitam mudar o valor do coeficiente linear da função do 1º grau, de R$ 100,00 para R$ 200,00 (variável dependente) e, a partir desta mudança, construir o gráfico da nova função encontrada. Esperava-se que os alunos realizassem a construção do novo gráfico baseados no paralelismo das retas de cada função e no deslocamento realizado a partir da mudança do valor do coeficiente linear.

A análise desta alternativa (2c) teve como subcategorias as seguintes:

- ✓ Construção correta do gráfico partindo de y = 200;
- ✓ Construção correta do gráfico partindo de y ≠ 200;
- ✓ Construção errada do gráfico partindo de y = 200;
- ✓ Construção errada do gráfico partindo de y ≠ 200;
- ✓ Não respondeu.

A primeira subcategoria relaciona-se com a construção gráfica realizada de forma correta e com a mudança de valor do coeficiente linear realizada também de forma correta. A segunda subcategoria apresentada vincula-se ao contexto em que o aluno constrói o gráfico utilizando o paralelismo de forma correta, mas não parte do ponto adequado, ou seja, não realiza a mudança do valor do coeficiente linear adequadamente. As demais subcategorias correspondem a construções que não foram realizadas de forma adequadas e a última são aqueles que não responderam à alternativa.

Os dados apresentados na tabela 4 apresentam um percentual alto de alunos que construíram de forma inadequada (ou não construíram) o gráfico solicitado na alternativa em discussão.

Tabela 4
Percentual da construção gráfica de uma função polinomial do 1º grau
(alternativa (2c) da segunda questão do teste diagnóstico)

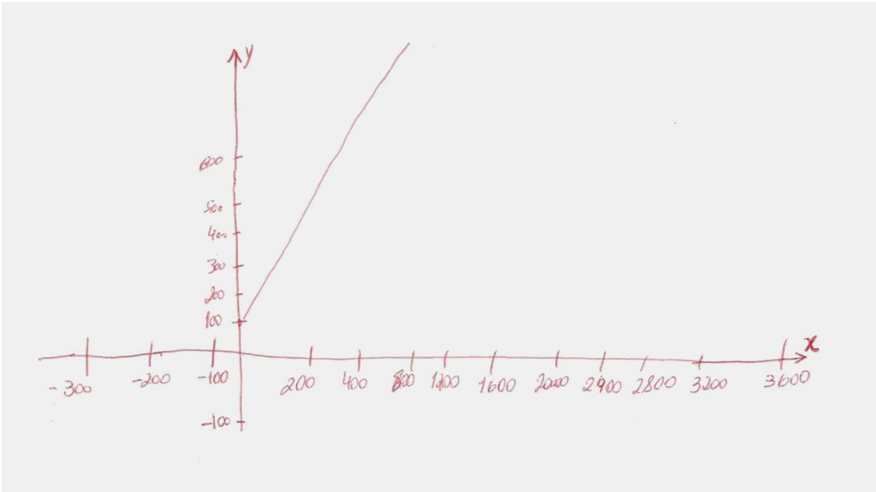
Subcategoria	Frequência	%
Construção correta do gráfico partindo de y = 200	4	11
Construção correta do gráfico partindo de y ≠ 200	0	0
Construção errada do gráfico partindo de y = 200	12	33
Construção errada do gráfico partindo de y ≠ 200	6	17
Não respondeu	14	39
TOTAL	36	100

A questão apresentada na alternativa (2c) constitui-se uma questão de maior complexidade em relação às duas alternativas anteriores, (2a) e (2b), em virtude do aluno não conhecer a expressão algébrica da questão em pauta. Em relação a esta dificuldade, Dornelas (2007) confirma ao declarar ser mais comum no estudo de função o aluno conhecer primeiro a expressão algébrica para, em seguida, trabalhar de forma relativamente mecânica com ela. Desta forma, a solução da alternativa (2c) fica vinculada à necessidade de uma maior percepção do aluno em relação à posição do gráfico de uma função quando se trocam os valores dos seus parâmetros, ou seja, como se comporta um gráfico no plano cartesiano à medida que mudamos apenas o coeficiente linear da função. Segundo Saunders e DeBlassio (1995), a resposta a essa pergunta pode estar ligada à necessidade de enfatizar a relação função-gráfico, ou seja, é necessário organizar situações didáticas que contemplem esta relação.

Diante do baixo percentual dos alunos que realizaram algum tipo de construção para essa alternativa, da segunda questão do teste diagnóstico, destaca-se que alguns alunos desenvolveram suas construções fora da malha quadriculada do plano cartesiano, indicado na questão para a construção. Isso pode ser observado na produção do aluno 35.

Figura 11

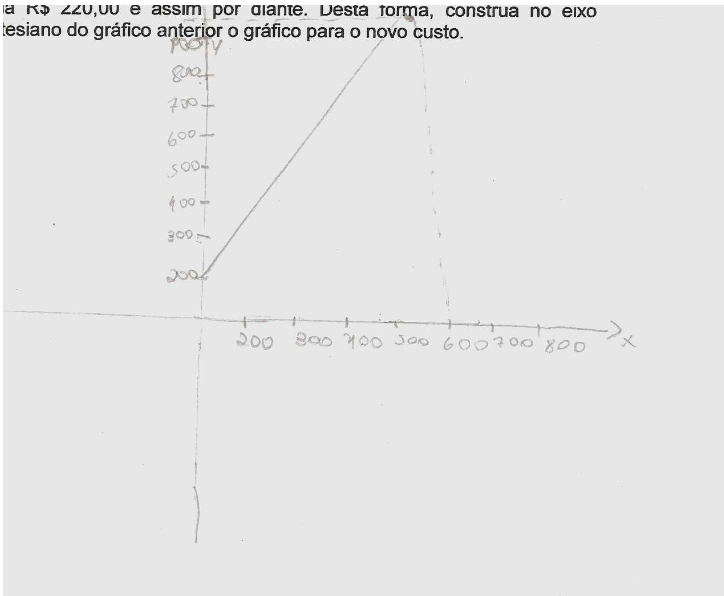
Produção do aluno 35: segunda questão do teste diagnóstico (alternativa (2c))



Esse aspecto apresentado na produção do aluno 35, figura 11, e também na produção do aluno 28, figura 12, pode indicar que na organização da situação didática destes alunos não seja uma prática comum a construção gráfica em malhas quadriculadas. Ou seja, ao realizar o que Chevallard (1991) chama de trabalho de transposição didática interna, é provável que o professor não tenha oferecido a devida atenção no momento de transformar esse saber para apresentar aos alunos.

Figura 12

Produção do aluno 26: segunda questão do teste diagnóstico (alternativa (2c))



Observa-se, na figura 12 (produção do aluno 26), que o aluno procura construir, de forma similar, as linhas que compõem a malha quadriculada de um plano cartesiano. Vale destacar que essas linhas que compõem a malha quadriculada em discussão servem para identificar os pontos que pertencem a uma determinada abscissa ou ordenada e assim, a partir de uma malha quadriculada adequada, facilitar a construção gráfica.

3.1.3 Análise dos resultados da questão 3 do teste diagnóstico, alternativas (3a), (3b) e (3c)

A terceira questão do teste diagnóstico (anexo A) é constituída por três alternativas (3a), (3b) e (3c). A questão apresenta um contexto que relaciona o número de eletrodomésticos vendidos (variável dependente) e o número de dias de um determinado período (variável independente) de vendas, essas variáveis se relacionam a partir de uma função polinomial do 2º grau. Apresenta-se, também, a expressão algébrica da função polinomial do 2º grau e o gráfico dessa função. O problema solicitava aos alunos que, a partir da observação do gráfico, respondessem as perguntas das alternativas.

Nas alternativas (3a) e (3b), esperava-se que os alunos estivessem aptos a identificar a quantidade de eletrodomésticos vendidos (variáveis dependentes) em alguns dias do mês de vendas (variável independente) a partir da observação do gráfico apresentado na questão.

Assim como para a segunda questão do teste diagnóstico, esta questão terá como categorização “Identifica as variáveis dependentes e independentes a partir da leitura gráfica” a qual já foi descrita neste capítulo e na parte metodológica desta dissertação. Para as análises das alternativas (3a) e (3b), que possuem a mesma temática, foi utilizado uma mesma subcategorização, apresentada a seguir.

- ✓ Resposta correta pela observação do gráfico;
- ✓ Resposta correta parcialmente pela observação do gráfico;
- ✓ Resposta correta com cálculos corretos;
- ✓ Resposta correta com cálculos errados;
- ✓ Resposta errada com cálculos corretos;
- ✓ Resposta errada com cálculos errados;
- ✓ Resposta errada sem cálculos;
- ✓ Não respondeu.

As duas primeiras subcategorias da terceira questão do teste diagnóstico estão relacionadas às respostas baseadas na observação gráfica, sendo a primeira associada às respostas corretas a partir da observação e a segunda relacionada às soluções que não estejam totalmente corretas, mas que também foram desenvolvidas através da observação gráfica. As demais subcategorias estão relacionadas a procedimentos que utilizaram cálculos, corretos ou inadequados, aritméticos ou algébricos, para encontrar a solução das alternativas. Deste grupo, excetua-se apenas a última subcategoria, pois está associada aos alunos que não responderam à questão.

Os resultados apresentados na tabela 5 confirmam as expectativas de que os alunos estivessem aptos a responder as alternativas (3a) e (3b) da questão em discussão, de forma correta ou parcialmente correta, pela observação gráfica. Pois, a grande maioria dos alunos conseguiu responder “correta” ou “parcialmente correta” a questão e não foram registrados alunos que não tenham respondido à questão.

Tabela 5

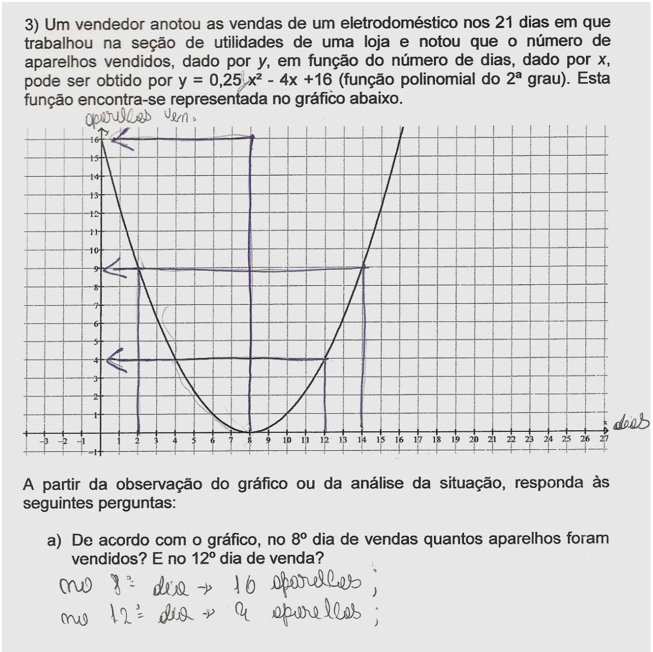
Percentual de identificação de variáveis dependentes e independentes a partir da leitura gráfica de uma função polinomial do 2º grau (alternativa (3a) e (3b) da terceira questão do teste diagnóstico)

Subcategoria	Frequência	%
Resposta correta pela observação do gráfico	11	31
Resposta correta parcialmente pela observação do gráfico	17	47
Resposta correta com cálculos corretos	0	0
Resposta correta com cálculos errados	0	0
Resposta errada com cálculos corretos	0	0
Resposta errada com cálculos errados	8	22
Resposta errada sem cálculos	0	0
Não respondeu	0	0
TOTAL	36	100

Destaca-se que na alternativa (3a) a resposta correta para o 12º dia de vendas são 4 eletrodomésticos e para o 8º dia de vendas são 0 eletrodomésticos, pois este dia de vendas corresponde ao ponto de intersecção da parábola (gráfico da função polinomial do 2º grau) e os eixos das abscissas, ou seja, os zeros da função. Assim como apresentado na primeira questão do teste diagnóstico, os alunos encontraram dificuldades na identificação do número de eletrodomésticos vendidos no 8º dia, pois este ponto no gráfico situa-se sobre os eixos das abscissas, ou seja, é um ponto do tipo (x,0), ou melhor, o ponto (8,0). Este tipo de dificuldade confirma os resultados obtidos na primeira questão do teste diagnóstico, discutido anteriormente a partir da página 68, e os resultados encontrados nas pesquisas de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995). Estas considerações podem ser observadas na produção do aluno 1, figura 13.

Figura 13

Produção do aluno 1: terceira questão do teste diagnóstico (alternativas(3a) e (3b))


3) Um vendedor anotou as vendas de um eletrodoméstico nos 21 dias em que trabalhou na seção de utilidades de uma loja e notou que o número de aparelhos vendidos, dado por *y*, em função do número de dias, dado por *x*, pode ser obtido por $y = 0{,}25\,x^2 - 4x + 16$ (função polinomial do 2ª grau). Esta função encontra-se representada no gráfico abaixo.

A partir da observação do gráfico ou da análise da situação, responda às seguintes perguntas:

a) De acordo com o gráfico, no 8º dia de vendas quantos aparelhos foram vendidos? E no 12º dia de venda?

no 8º dia → 16 aparelhos;
no 12º dia → 4 aparelhos;

Observa-se na produção do aluno 1, que ele interpreta o conceito de simetria de forma adequada, identifica as variáveis dependentes e independentes, mas, em relação aos zeros da função ele não consegue encontrar suas coordenadas. Ele associa o 8º dia de vendas com 16 eletrodomésticos vendidos e a resposta correta seria 0 eletrodomésticos. O aluno chega a indicar esta associação na sua produção, figura 13, ao assinalar com uma seta feita de caneta esferográfica.

Na alternativa (3c), desejava-se que os alunos fossem capazes de descrever como se comportaria a abertura da parábola da função em discussão ao ser mudado o valor do coeficiente a de 0,25 para 5 e depois para 10. Esta alternativa da terceira questão tem maior complexidade que as alternativas anteriores, pois exige do aluno uma maior capacidade de visualização do gráfico da função polinomial do 2º grau (parábola) no plano cartesiano no momento da mudança dos valores do coeficiente a. Este tipo de questão pode se constituir mais complexo, em virtude dos recursos utilizados no estudo de gráficos, pois se for utilizado apenas quadro e pilot (quadro e giz) para realizar o ensino destes conceitos, pode-se deixar de oferecer o dinamismo necessário para este ensino. Pois, como já discutido no capítulo 1 desta dissertação, é necessário olhar para uma função como uma correspondência, transformação, ou resultado de um movimento e não como uma definição estática (LIMA et al, 2006).

Para as análises da alternativa (3c), categorizada, na parte metodológica desta dissertação, como “Interpreta o grau de abertura da parábola a partir do valor do parâmetro a da função $f(x) = ax^2 + bx + c$”, têm-se as seguintes subcategorias:

- ✓ Resposta correta com cálculos corretos;
- ✓ Resposta correta com cálculos errados;
- ✓ Resposta errada com cálculos corretos;
- ✓ Resposta errada com cálculos errados;
- ✓ Não respondeu/não respondeu satisfatoriamente.

Estas subcategorias estão relacionadas a estratégias corretas ou inadequadas, com procedimentos algébricos ou aritméticos realizados pelos alunos ou, ainda, associadas aos alunos que não responderam à questão ou não responderam de forma adequada, ou seja, respostas que não tenham sentido para a alternativa.

Os dados apresentados na tabela 6 mostram que nenhum aluno conseguiu realizar, de forma satisfatória, o solicitado na questão (alternativa (3c)). Isto pode ter acontecido, inicialmente, por falta de ênfase, para esse tipo de reflexão, na organização da situação didática proposta para o ensino de função ou por falta de recursos que tornem o estudo de gráfico mais dinâmico.

Tabela 6

Percentual dos alunos que interpretam o grau de abertura da parábola a partir do valor do parâmetro a da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ (alternativa (3c) da terceira questão do teste diagnóstico)

Subcategoria	Frequência	%
Resposta correta com cálculos corretos	0	0
Resposta correta com cálculos errados	0	0
Resposta errada com cálculos corretos	0	0
Resposta errada com cálculos errados	0	0
Não respondeu/não respondeu satisfatoriamente	36	100
TOTAL	36	100

3.1.4 Análise dos resultados da questão 4 do teste diagnóstico

A quarta questão do teste diagnóstico (anexo A) é uma questão de associação de expressão algébrica com o seu respectivo gráfico. Esta questão é constituída por quatro expressões algébricas de funções polinomiais do 1º grau e por um plano cartesiano contendo quatro retas (a, b, c e d) paralelas.

Esperava-se que os alunos fossem capazes de realizar as associações de expressões algébricas com seus respectivos gráficos a partir da translação das funções, pois todas as funções apresentada na questão são do tipo “translação” definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1$ e $b \neq 0$. Sendo assim, seria necessário, apenas, identificar a reta associada à função $y = x$ (caso particular de uma função polinomial do 1º grau) e a partir disto, observar a mudança do coeficiente linear (b) de cada função, já que o ponto de intersecção das retas e o eixo das ordenadas é exatamente o valor do coeficiente linear. Diante do paralelismo das retas apresentadas na questão e do valor do coeficiente linear de cada uma, seria possível associar as expressões algébricas com seus respectivos gráficos.

Como já apresentado anteriormente a categoria utilizada nessa questão foi “Identifica a translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$” e a partir desta foi possível instituir as seguintes subcategorias:

- ✓ Acerto com justificativa;
- ✓ Acerto sem justificativa;
- ✓ Acerto parcial com justificativa;
- ✓ Acerto parcial sem justificativa;
- ✓ Resposta errada com justificativa;
- ✓ Resposta errada sem justificativa;
- ✓ Não respondeu.

A subcategoria “Acerto com justificativa” está relacionada às produções que responderam a questão corretamente e desenvolveram justificativas também corretas. A segunda; “Acerto sem justificativa” relaciona-se com as respostas corretas, mas que não produziram justificativas. As subcategorias “Acerto parcial com justificativa” e “Acerto parcial sem justificativa” associam-se às produções em que os alunos não identificaram corretamente todas as alternativas, sendo a primeira desenvolvida com justificativas para as respostas atribuídas e a segunda sem estas. Já as subcategorias “Resposta errada com justificativa” e “Resposta errada sem justificativa” enquadram-se nas respostas inadequadas para a questão, sejam com justificativas ou sem. Por último a subcategoria “Não respondeu”, que se constitui daqueles alunos que não responderam.

Observando os resultados da tabela 7, é possível perceber um número muito pequeno de alunos que responderam à questão conforme as expectativas, bem como uma grande que maioria acertou sem explicitar a justificativa (o que dificulta a análise por não ser possível identificar a estratégia utilizada) ou acertou parcialmente, também sem tornar clara a justificativa para as respostas. Vale ainda ressaltar que um quarto dos alunos investigados não respondeu à questão.

Tabela 7

Percentual dos alunos que Identifica a translação definida por

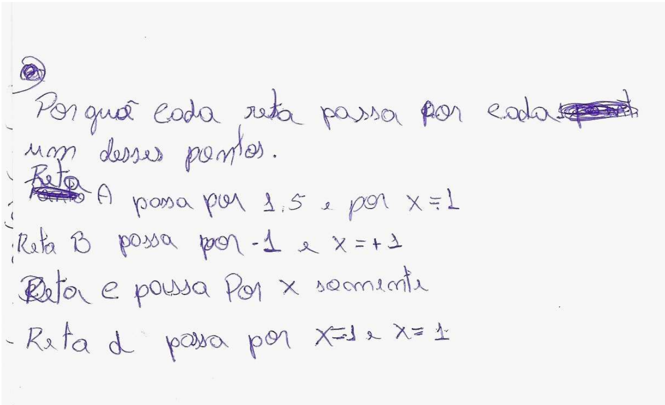
$f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$ (quarta questão do teste diagnóstico)

	Subcategoria	Frequência	%
Retas a,b c e d	Acerto com justificativa	5	14
	Acerto sem justificativa	15	42
	Acerto parcial com justificativa	0	0
	Acerto parcial sem justificativa	6	17
	Resposta errada com justificativa	0	0
	Resposta errada sem justificativa	1	3
	Não respondeu	9	25
	TOTAL	36	100

Diante do pequeno grupo de alunos que apresentaram soluções adequadas e com justificativa (tabela 7) constata-se que esses alunos realizaram procedimentos semelhantes aos já descritos como expectativas para a solução da questão. Isso pode ser observado na produção do aluno 18, figura 14.

Figura 14

Produção do aluno 18: quarta questão do teste diagnóstico



A partir da produção do aluno 18, é possível perceber que este identifica os valores que os coeficientes lineares de cada função assumem e estes são os pontos de interceptação com os eixos das ordenadas, ou seja, este pequeno grupo de alunos identifica a translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$. Por outro lado, uma grande maioria dos sujeitos da pesquisa não identifica esses tipos de gráficos. Isso pode estar relacionado ao não favorecimento deste estudo na organização das situações didáticas deste grupo.

3.1.5 Análise dos resultados da questão 5 do teste diagnóstico

A quinta questão do teste diagnóstico (anexo A), assim como a quarta, é uma questão de associação de expressão algébrica com seu respectivo gráfico, sendo que esta associação, agora, está relacionada às expressões e gráficos de funções polinomiais do 2º grau. A questão é composta por três expressões e um plano cartesiano contendo três gráficos identificados pelas letras a, b e c.

Nesta questão, esperava-se que os alunos associassem a representação algébrica (lei de formação) com as respectivas representações gráficas. Para isto, desejava-se que utilizassem o valor do discriminante (delta) da equação do 2º grau para determinar em quantos pontos a parábola (gráfico da função polinomial do 2º grau) intercepta o eixo das abscissas e as coordenadas do vértice da parábola. A partir destas informações, seria possível responder corretamente à questão. Ou seja, pela observação do gráfico, através dos pontos em que o gráfico intercepta o eixo cartesiano, e pelos cálculos do discriminante (delta) e do vértice, o aluno pode encontrar a solução adequada.

A questão tem como categoria “Associa a representação algébrica (lei de formação) com a representação gráfica” e a partir desta, explicita-se as seguintes subcategorias:

- ✓ Associação do gráfico com a expressão algébrica correta com cálculos corretos;
- ✓ Associação do gráfico com a expressão algébrica correta com cálculos inadequados;
- ✓ Associação do gráfico com a expressão algébrica incorreta e cálculos corretos;
- ✓ Associação do gráfico com a expressão algébrica incorreta e cálculos incorretos;
- ✓ Associação do gráfico com a expressão algébrica sem cálculos;
- ✓ Não respondeu a questão.

As subcategorias descritas estão relacionadas com a associação de gráficos e suas respectivas expressões algébricas de forma correta ou inadequada, apresentando cálculos, também, corretos ou inadequados ou, ainda, sem a apresentação destes. Por último, está a subcategoria relacionada aos alunos que não responderam a questão.

Esta questão, assim como a questão anterior, surgiu um grande número de respostas que não apresentaram justificativas (cálculos) e, também, de alunos que não responderam a questão. Esse aspecto, que pode ser observado na tabela 8, torna a análise uma tarefa difícil, pois não é possível identificar as estratégias utilizadas para encontrar a solução das questões.

Tabela 8

Percentual dos alunos que associa a representação algébrica (lei de formação) com a representação gráfica (quinta questão do teste diagnóstico)

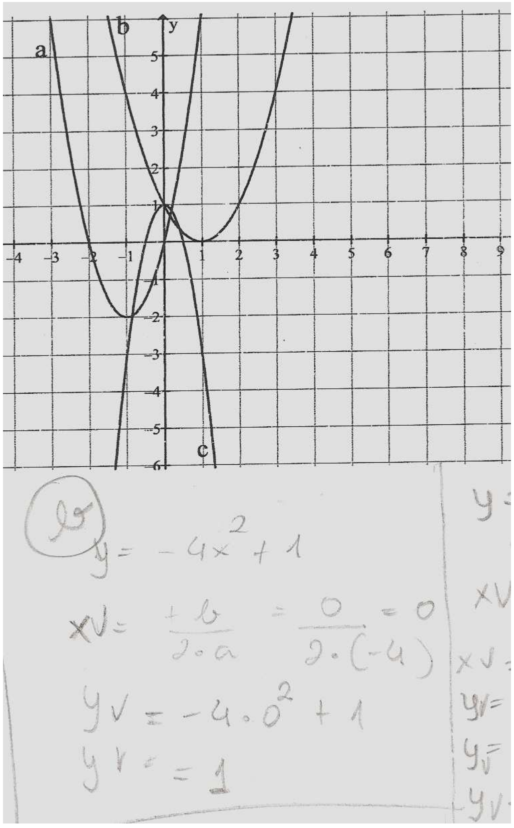
Subcategoria	Reta a %	Reta b %	Reta c %
Associação do gráfico com a expressão algébrica correta com cálculos corretos	11	3	3
Associação do gráfico com a expressão algébrica correta com cálculos inadequados	6	0	0
Associação do gráfico com a expressão algébrica incorreta e cálculos corretos	0	8	8
Associação do gráfico com a expressão algébrica incorreta e cálculos incorretos	0	6	6
Associação do gráfico com a expressão algébrica sem cálculos	39	39	39
Não respondeu a questão.	44	44	44
TOTAL	100	100	100

A partir dos resultados apresentados na tabela 8, percebe-se a dificuldade dos alunos em associar as expressões algébricas das funções e seus respectivos gráficos, pois encontra-se um percentual muito alto de produções classificadas nas subcategorias "Associação do gráfico com a expressão algébrica sem cálculos" e "Não respondeu a questão" que totalizam 83% das respostas.

A produção do aluno 2, figura 15, suscita uma situação em que o sujeito da pesquisa desenvolve os cálculos aritméticos necessários para resolver a questão de forma correta, mas não observa a posição dos gráficos apresentados. Ele encontra as coordenadas do vértice da função $y = -4x^2 + 1$ $(x_v = 0 \; e \; y_v = 1)$, porém não atenta para a posição da concavidade da parábola. Esse aspecto observado na produção do aluno 2, esteve presente em algumas outras produções. Isso pode estar relacionado a uma organização de situações didáticas que não favoreçam a observação gráfica.

Figura 15

Produção do aluno 2: quinta questão do teste diagnóstico



3.1.6 Análise dos resultados da questão 6 do teste diagnóstico

A sexta questão do teste diagnóstico (anexo A) corresponde a uma questão de construção gráfica. Esta solicita que seja construído o gráfico, em um mesmo plano cartesiano, das funções $y = x + 2$ e $y = x$. A partir desta construção, o aluno deverá descrever como o gráfico da primeira se posiciona no plano, em relação à segunda função.

Provavelmente, em suas produções, os alunos deveriam construir o gráfico da função $y = x$ e, pela translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$, traçar paralelamente ao gráfico de $y = x$ o de $y = x + 2$. Esta seria uma estratégia rápida e eficiente para a construção de gráficos com essas características. Além de descreverem que o gráfico da função $y = x + 2$ ficaria paralelo ao gráfico da função $y = x$ e deslocado dois pontos acima desta última função, no eixo das ordenadas.

Conforme descrito na parte metodológica desta pesquisa, a categoria utilizada nesta questão é "Identifica a translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$", que foi também utilizada na questão 4 deste teste. A partir desta categorização, apresentam-se as seguintes subcategorias:

- ✓ A partir da construção de tabelas;
- ✓ A partir do cálculo do zero da função;
- ✓ A partir da identificação da translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$ com $a = 1 e b \neq 0$;
- ✓ Não construiu / não utilizou estratégia.

A primeira subcategoria vincula-se às produções realizadas a partir da construção de tabelas com valores para as variáveis dependentes e independentes. A segunda está associada às estratégias que utilizaram o zero da função para realizar o traçado do gráfico. A terceira relaciona-se com as soluções que lançaram mão da translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$. A última subcategoria liga-se àqueles que não realizaram a construção ou descreveram um traçado incompatível com o solicitado.

A estratégia mais comum, conforme a tabela 9, entre o pequeno número de produções para esta questão, foi o traçado a partir da construção de tabelas. Essa constatação é corroborada pelas pesquisas de Saunders e DeBlassio (1995), quando afirmam que os alunos adoram tabelas e que para eles todo gráfico possui uma tabela e, ainda, que ao solicitar a um aluno o gráfico de uma função é muito provável que seja apresentada uma tabela.

Tabela 9

Percentual dos alunos em relação à construção gráfica (sexta questão do teste diagnóstico)

Subcategoria	Frequência	%
A partir da construção de tabelas	5	14
A partir do cálculo do zero da função	0	0
A partir da identificação da translação definida por $f(x) = x + b, \forall x \in R$	0	0
Não construiu / não utilizou estratégia	31	86
TOTAL	36	100

Ainda segundo Saunders e DeBlassio (1995), os alunos, ao tentarem visualizar o gráfico de uma determinada função, deveriam ver um gráfico e enfatizar a relação função-gráfico e não visualizar apenas uma tabela de pares ordenados.

3.1.7 Análise dos resultados da questão 7 do teste diagnóstico

Finalizando a etapa de análise do teste diagnóstico, apresenta-se a sétima questão (anexo A) que corresponde, assim como a questão 6, a uma questão de construção gráfica, agora, de uma funções polinomiais do 2º grau. Esta requer dos alunos que construam os gráficos, em um único plano cartesiano, das funções $f(x) = x^2$, $f(x) = (x-2)^2$ e $f(x) = (x+2)^2$ e, em seguida, descrevam como as demais funções se comportam em relação à função $f(x) = x^2$.

Esperava-se que os alunos observassem que os gráficos do tipo $f(x) = a(x-m)^2$ são semelhantes ao gráfico do tipo $g(x) = ax^2$; porém, em valores absolutos, sua posição é m unidades à direita ou à esquerda do gráfico de $g(x) = ax^2$, conforme m seja positivo (m >0) ou negativo (m <0), respectivamente.

A questão em discussão demonstra uma situação de acordo com a categoria "Identificar a posição no plano cartesiano do gráfico da função definida por $f(x) = a(x-m)^2$, com $a \neq 0$" e, a partir desta, formam-se as seguintes subcategorias:

- ✓ A partir da construção de tabelas;
- ✓ A partir do cálculo do zero da função;
- ✓ Não construiu / não utilizou estratégia / não utilizou estratégia adequada.

As subcategorias apresentadas relacionam-se com produções desenvolvidas a partir de construções de tabelas (a primeira subcategoria), a partir do estudo do zero da função (a segunda subcategoria). A última subcategoria relaciona-se a traçados realizados sem a utilização de estratégias, ou estratégias inadequadas ou, ainda, às construções não realizadas.

Têm-se evidências de que essa questão tenha sido a mais complexa para os alunos, pois apenas um dos alunos tentou escrever, mas não teve sucesso, as funções na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Os demais não realizaram nenhum tipo de procedimento, conforme apresentado na tabela 10. Desta forma, a falta do desenvolvimento de estratégias nas produções dos alunos dificulta a análise desta questão.

Tabela 10

Percentual dos alunos em relação à construção gráfica (sétima questão do teste diagnóstico)

Subcategoria	Frequência	%
A partir da construção de tabelas	0	0
A partir do cálculo do zero da função	0	0
Não construiu, não utilizou estratégia ou não utilizou estratégia adequada	36	100
TOTAL	36	100

Como já descrito na parte metodológica desta dissertação, o teste diagnóstico, que se encontra situado na primeira fase (análises prévias) da engenharia didática, teve por objetivo levantar as concepções dos alunos pesquisados acerca dos conceitos que envolvem o estudo das funções, as estratégias desenvolvidas por eles para a construção e a interpretação de gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus e, também, as possíveis dificuldades que residem no estudo desses conceitos. Os resultados obtidos nesta análise (teste diagnóstico) constituem-se parte integrante da análise a priori.

Em relação às análises do teste diagnóstico apresentadas, convém destacar os seguintes aspectos:

- ✓ Os alunos apresentam dificuldades para localizar pontos no plano cartesiano, na identificação das coordenadas sobre os eixos, ou seja, pontos do tipo (x,0) ou (0,y) e, consequentemente, nos problemas que envolveram zeros da função;

- ✓ A observação gráfica não foi a estratégia mais utilizada pelos alunos na resolução da questão;

- ✓ Parece ser uma prática que os cálculos (algébricos e aritméticos) sobrepõem às observações gráficas, pois boa parte do grupo pesquisado procurava justificar a resposta dada às questões através de cálculo;

- ✓ A estratégia mais utilizada para a construção de gráficos foi o traçado a partir de pontos de uma tabela;

- ✓ Falta de percepção mais aguçada dos alunos em relação à posição do gráfico de uma função quando se trocam os valores dos seus parâmetros.

Os aspectos descritos acima sintetizam as dificuldades percebidas na análise das produções dos alunos no teste diagnóstico e estas compõem as variáveis de comando que nortearam as escolhas que fundamentam as atividades da sequência didática. A seguir serão apresentadas a sequência didática, sua composição, como foi desenvolvida junto aos alunos, as justificativas para cada uma das suas atividades e sua análise.

3.2 Análise dos resultados da Sequência Didática (SD)

A sequência didática (apêndice A), como já descrito na parte metodológica desta dissertação, é constituída por sete atividades que possuem questões abertas e uma alternativa fechada, e foi construída a partir das variáveis de comando que foram indicadas nos resultados obtidos no teste diagnóstico. Ela está fundamentada nas concepções da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986), segundo a qual o conhecimento emerge de situações-problema[13].

Em sua teorização, Brousseau parte da concepção de que "Saber matemática' não é somente saber definições e teoremas para reconhecer o momento de utilizá-los e aplicá-los, é 'dedicar-se aos problemas' em um sentido amplo, que inclui encontrar boas perguntas assim como encontrar soluções" (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001, p. 213). Esse pensamento teve grande influência na elaboração

[13] No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.

desta SD de ensino, pois se procurou criar situações que levassem os alunos a construir seus próprios conhecimentos.

Ao retornar o problema da pesquisa, tem-se: como o uso de um software voltado para a construção gráfica (*Winplot*) pode beneficiar os alunos do Ensino Médio na construção e interpretação de gráficos de funções polinomiais de 1º e 2º graus? Este problema ampara-se em uma hipótese inicial, elaborada a partir da revisão de literatura, de que existem dificuldades para realizar, dentre vários conceitos ligados ao estudo das funções, à construção e interpretação gráfica. Tais dificuldades foram confirmadas a partir dos resultados do teste diagnóstico. Desta forma, a SD foi criada a partir desses resultados para ser desenvolvida com a utilização do *Software Winplot*, que teve sua descrição e característica apresentas no capítulo 1 desta dissertação.

Como já discutido no capítulo da fundamentação teórica, a perspectiva da Didática da Matemática é que o ensino apóia-se em oferecer situações que viabilizem a construção do conhecimento pelos próprios alunos, e que esses conhecimentos sejam aplicados ou modificados a partir das exigências do meio (BROUSSEAU 1990,1998, apud BRITO MENEZES, 2006). Desta forma, a construção do conhecimento é a resultante da interação do sujeito com um meio, que deve ser organizado pelo professor a partir de escolhas cuidadosas de problemas, dos tipos de ações possíveis do aluno sobre esse meio, e dos tipos de retroações que o meio oferece (BITTAR, 2006). Neste sentido, utiliza-se, nesta pesquisa, a SD, organizada a partir dos resultados do teste diagnóstico, e o *software Winplot* como um meio que possa possibilitar as interações pertinentes à construção do conhecimento.

A SD foi realizada por nove alunos, no dia 20 de outubro de 2009, com uma duração de quatro aulas de 45 minutos. A atividade foi iniciada levando os alunos ao laboratório de informática, os quais ocuparam um computador, individualmente. O pesquisador distribuiu aos alunos a lista contendo as atividades da SD e as leu junto com eles, explicando cada um dos procedimentos para as questões. Vale ressaltar, que alguns alunos relataram, verbalmente, ao pesquisador estarem muito interessados em realizar a atividade com os computadores, pois eles gostavam bastante daqueles recursos e nem sempre tinha oportunidade de usá-los. Outro aspecto importante: no momento da aplicação da SD (no laboratório de informática) não aconteceu, durante os 180 minutos de atividade, um único momento em que os alunos tenham direcionado a atenção para conversas paralelas ou qualquer outro evento. Ou seja, eles estiveram, durante toda a atividade, muito concentrados no desenvolvimento da SD, fato que não aconteceu durante a aplicação do teste diagnóstico, quando, em alguns momentos, o professor que estava junto com o pesquisador na sala de aula teve que pedir silêncio para que a atividade pudesse continuar. Essas considerações corroboram com a discussão apresentada na parte introdutória desta pesquisa, sobre os computadores, por razões compreensíveis, serem um elemento de motivação para os alunos.

Cada atividade da SD, realizada utilizando o *Winplot*, se constituiu de uma descrição dos procedimentos no *software*, destinada à construção dos elementos gráficos. A partir destas construções, os alunos deveriam observá-las para em seguida responder, pelo registro escrito, as perguntas propostas em cada atividade. As ações constituídas pelos alunos para desenvolver a SD tiveram registros na própria SD, no salvamento de arquivos do *Winplot* e na captura da tela do computador no momento da efetivação da atividade, conforme já descrito. Estes registros subsidiam as análises apresentadas a seguir.

3.2.1 Análise dos resultados da atividade 1 da SD

A atividade 1 da SD (apêndice A) está relacionada à identificação de pontos no plano cartesiano e é composta de sete alternativas a serem respondidas. Esta solicitava aos alunos que plotassem os pontos apresentados na questão, utilizando o *software Winplot* e, a partir desta ação, respondessem em que quadrante (1º, 2º, 3º ou 4º) os pontos se localizavam ou se eles estavam localizados sobre os eixos ou, ainda, na origem das coordenadas.

Nesta atividade, esperava-se que os alunos conseguissem identificar, com ajuda do *Winplot*, todos os pontos, inclusive os que estavam localizados sobre os eixos cartesianos (tipo $(x,0)$ ou $(0,y)$), pois estes se apresentaram, nas análises do teste diagnóstico, como um elemento de dificuldade. Convém destacar que nesta atividade, utiliza-se pontos com valores das coordenadas compreendidos no conjunto dos números racionais (C(2.5, 0) e D(0, 2.5)), os quais podem ser geradores de dificuldades em sua plotagem a mão livre, essa assertiva é confirmada pelas pesquisas de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995), mas assim como já discutido no capítulo da fundamentação teórica, uma ferramenta computacional (software Winplot) pode proporcionar maior liberdade nas escolhas a serem estudadas, não sendo mais necessário levar em consideração as limitações de cálculos ou de conjuntos numéricos.

Os resultados desta atividade foram agrupados em três categorias:

- ✓ Acerto
- ✓ Acerto parcial
- ✓ Erro

A categoria “Acerto” corresponde às respostas que identificaram de forma correta todos os pontos de cada alternativa. A segunda categoria “Acerto parcial” está associada às alternativas que possuem mais de um ponto cartesiano como resposta, tendo o aluno acertado apenas um destes e a categoria “Erro” corresponde àquelas respostas incorretas.

A partir dos resultados apresentados na tabela 11, pode-se considerar que quase a totalidade dos alunos observados conseguiu desenvolver de forma satisfatória a atividade proposta.

Tabela 11

Percentual dos alunos em relação à identificação de pontos a partir da construção no *Winplot* (Atividade 1-SD)

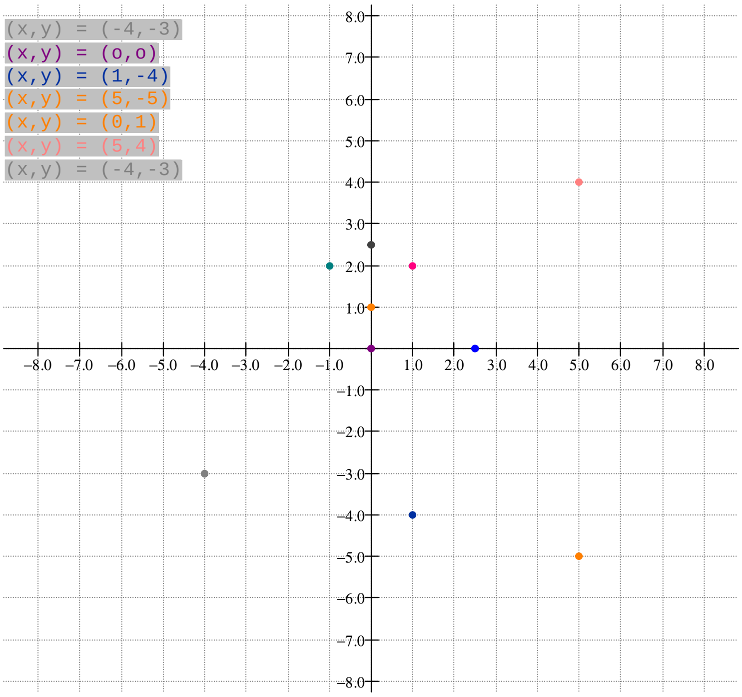
Alternativa/Categoria	Acerto	Acerto parcial	Erro
a) No 1º quadrante	100%		
b) No 2º quadrante	100%		
c) No 3º quadrante	89%		11%
d) No 4º quadrante	89%		11%
e) Sobre o eixo horizontal 0x	100%		
f) Sobre o eixo vertical 0y	89%	11%	
g) Na origem dos eixos	89%		11%

Não é observada nenhuma resposta errada ou parcialmente errada para a alternativa E “Sobre o eixo horizontal 0x”, mas para a alternativa F “sobre o eixo vertical 0y”, assinala-se que um aluno respondeu parcialmente correto. Este aluno não registrou na SD a coordenada (0, 1) como um ponto sobre o eixo das ordenadas. Mas, ao observar o arquivo salvo pelo aluno ao término do desenvolvimento da atividade (figura 16), percebe-se que o ponto I (0, 1) encontra-se devidamente construído. Ou seja, o aluno desenvolveu a construção de forma correta, só não transcreveu adequadamente a resposta.

Figura 16

Produção do aluno A: Atividade 1 da SD

(imagem capturada a partir do salvamento da atividade no *software Winplot*)



Desta forma, destaca-se que nenhum dos alunos investigados deixou de desenvolver, na SD proposta para a atividade, as alternativas inerentes a plotagem de pontos sobre as coordenadas, ou seja, de pontos do tipo (x ,0) ou (0, y). Sendo assim, parece que a plotagem destes sobre os eixos cartesianos, construídos com o auxílio do software, não se apresenta como um elemento dificultador para os alunos. Ressalta-se que, na produção dos alunos A e J, percebe-se que estes registraram suas respostas de forma errada na SD (alternativa D “No 4º quadrante”). Porém, desenvolveram-na de forma correta através do programa. A hipótese para esse tipo de dificuldade pode residir nas cores que este aluno utilizou para configurar o software, pois ele respondeu de forma correta as demais alternativas relacionadas à identificação de pontos nos quadrantes. Desta forma, admite-se que ele conhece ideia de quadrante. Logo, supõe-se que o aluno possa ter tido dificuldade em observar os pontos no computador, em virtude das configurações que ele escolheu para as cores, pois no arquivo salvo por este, após o termino da atividade, encontra-se a cor do plano cartesiano muito próxima das cores dos pontos que foram plotados. Isto pode ter gerado certo embaraço no momento da observação e, consequentemente, no registro.

3.2.2 Análise dos resultados da atividade 2 da SD

A taxa de variação (ou taxa de crescimento) de uma função constitui-se um conceito importante no estudo das funções polinomiais, pois este subsidia alguns conceitos estudados nas disciplinas de cálculo no Ensino Superior. A atividade 2 (apêndice A), da SD, contempla esse conceito, ali, solicitava-se ao alunos que, a partir da função $f(x) = \frac{1}{10}x - 1$, mudassem o valor do parâmetro a (1/10) pelos valores informados na questão e observassem o comportamento dos gráficos construídos de cada uma das novas funções. A atividade possui três alternativas (A, B e C). Cada uma apresentava duas expressões algébricas correspondente às funções que tiveram seus gráficos construídos anteriormente. Nas alternativas os alunos necessitavam comparar a inclinação dos gráficos e o valor do parâmetro a. A partir dos aspectos observados, os alunos deveriam registrar, em cada alternativa da SD, quais das funções possuíam maior inclinação em relação ao eixo das abscissas e, também, qual o maior valor do parâmetro a, para responder o que eles observaram em relação aos gráficos construídos e o aumento do valor do parâmetro a.

Objetivava-se, nesta atividade, que os alunos percebessem que quanto maior fosse o valor do parâmetro a, maior seria a inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas (0x), pois acredita-se que este entendimento pode favorecer a compreensão do conceito de taxa de variação.

Convém rever a posição de Bellemain (2000), como já apresentado na fundamentação teórica desta dissertação, quando o mesmo discute sobre a necessidade de uma reorganização da estrutura escolar adequada às novas tecnologias, como a inserção do computador na rotina das escolas, que deve amparar-se sobre uma nova gestão do tempo, isto é, que possibilite uma organização que favoreça a aproximação do tempo de aprendizagem e o tempo de ensino. Em outras palavras, enquanto o computador realiza algumas tarefas de cálculos, construção de figuras, de gráficos, desenvolvimento de algoritmos etc., ele permite a organização de mais atividades conceituais. Neste sentido, a atividade 2 foi preparada a partir de valores para o parâmetro a que pertencem ao conjunto do números racionais, ou seja, utilizou-se frações. Estes valores, provavelmente, dificultariam uma construção utilizando os recursos mais comuns (quadro e giz ou pincel) (MARKOVITS, EYLON E BUCHEIMER ,1995), o que não aconteceu na construção utilizando o *Winplot*.

Os dados obtidos nesta atividade foram classificados a partir das seguintes categorias:

- ✓ Identifica corretamente a função e o valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;
- ✓ Identifica corretamente a função e não identifica corretamente o valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;
- ✓ Não identifica corretamente a função e identifica corretamente valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;
- ✓ Não identifica corretamente a função e o valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;
- ✓ Não respondeu.

A primeira categoria apresentada para a atividade relaciona-se com a identificação correta da função que tem a maior inclinação em relação ao eixo das abscissas e com a resposta correta para o maior valor do coeficiente a entre as duas funções comparadas na alternativa. A segunda assemelha-se à primeira, ajustando-se, apenas, para aqueles que responderam corretamente sobre a função, mas não responderam corretamente qual o maior valor para o coeficiente. A terceira e quarta categorias são correspondentes aos alunos que não identificaram as funções que possuem maior inclinação em relação ao eixo 0x (eixo das abscissas), sendo a terceira, correspondentes as respostas que contempla o valor do coeficiente, também, qual o valor do maior coeficiente e a quarta, os que não responderam qual a função e qual o valor do coeficiente.

Ao observar a tabela 12, percebe-se que todos os alunos responderam a atividade e que a totatilidade conseguiu observar e responder corretamente qual das funções apresentadas possuía maior inclinação em relação ao eixo das abscissas. Esses resultados corroboram com as ideias de alguns autores (SAUNDERS E DEBLASSIO,1995; BELLEMAIN,2000) em destinar os cálculos, o traçado gráfico ou a locação dos pontos como tarefa dos computadores e, desta forma, permitir maior liberdade para os alunos se concentrarem em outras reflexões acerca das funções, a exemplo, o estudo do grau de inclinação da reta de uma função que é um importante elemento para o entendimento do conceito de taxa de variação.

Tabela 12

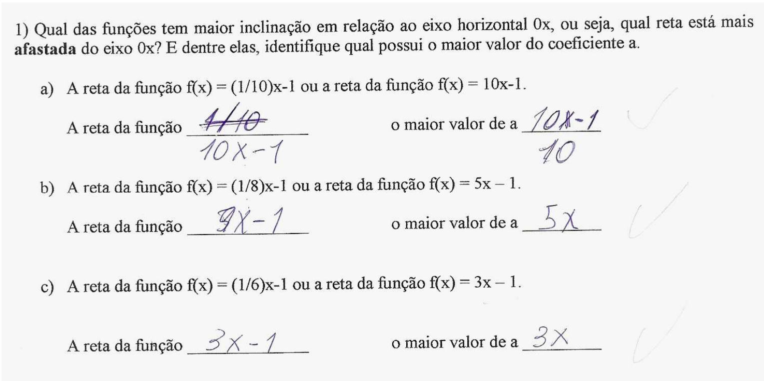
Percentual das respostas da Atividade 2 da SD

Categoria	Alternativa a	Alternativa b	Alternativa c
Identifica corretamente a função e o valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;	56%	56%	56%
Identifica corretamente a função e não identifica o valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;	44%	44%	44%
Não identifica corretamente a função e identifica corretamente valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;	0%	0%	0%
Não identifica corretamente a função e o valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$;	0%	0%	0%
Não respondeu.	0%	0%	0%
TOTAL	100%	100%	100%

Vale ressaltar que os 44% dos alunos que identificaram a função corretamente, mas não reconheceram o maior valor do coeficiente a da função do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$, tiveram dificuldade em perceber o valor numérico do parâmetro na forma geral da função. Todavia, estes deram indícios de que reconheciam a função, porém não eram capazes de identificar quais dos parâmetros ($a, b \in IR$) correspondia ao coeficiente a. Isto pode ser observado na produção do aluno J, figura 17.

Figura 17

Produção do aluno J: Atividade 2 da SD


1) Qual das funções tem maior inclinação em relação ao eixo horizontal 0x, ou seja, qual reta está mais **afastada** do eixo 0x? E dentre elas, identifique qual possui o maior valor do coeficiente a.

a) A reta da função f(x) = (1/10)x-1 ou a reta da função f(x) = 10x-1.

A reta da função ~~1/10~~ 10x-1 o maior valor de a 10x-1 10

b) A reta da função f(x) = (1/8)x-1 ou a reta da função f(x) = 5x – 1.

A reta da função 5x-1 o maior valor de a 5x

c) A reta da função f(x) = (1/6)x-1 ou a reta da função f(x) = 3x – 1.

A reta da função 3x-1 o maior valor de a 3x

Nesta produção, ele, ao registrar, na SD, o valor do maior coeficiente da alternativa A, escreve 10x – 1 e, logo abaixo, escreve 10. Nas demais alternativas, anota “5x”, para a alternativa B e “3x” para a letra C. Essa produção sinaliza uma situação em que o aluno deve ter tido dúvida no momento de determinar qual o maior valor do coeficiente. Especificamente, que valor dentre os coeficientes existentes em uma função do tipo $f(x) = ax + b$ deveria ser registrado.

3.2.3 Análise dos resultados da atividade 3 da SD

A terceira atividade da SD (apêndice A) solicita aos alunos que construam, usando o *Winplot*, o gráfico da função $f(x) = 2x - 3$ e, a partir desta, tracem novos gráficos mudando apenas o valor do coeficiente linear da função. A atividade informa quais os valores numéricos a serem substituídos e, ainda, solicita que eles usem cores diferentes para cada nova reta traçada. A primeira alternativa (a) convida os alunos a assinalarem se as retas, construídas após a mudança do valor do coeficiente linear, interceptam-se ou não em algum lugar do plano cartesiano. Esta alternativa tinha por objetivo destacar o paralelismo entre funções do tipo $f(x) = ax + b$ com $a, b \in IR$, ao mudar-se apenas o valor do coeficiente linear (b), pois este foi um dos elementos de dificuldade apresentados nas questões 4 e 6 do teste diagnóstico, já analisados nos itens 3.1.4 e 3.1.6 deste capítulo.

Para realizar as análises desta alternativa, utilizou-se as seguintes categorias:

- ✓ Resposta correta;
- ✓ Resposta inadequada;
- ✓ Não respondeu.

A primeira categoria está relacionada aos alunos que responderam “não” ao questionamento sobre as retas se interceptarem em algum ponto do plano cartesiano. A segunda, aos que responderam “sim” à pergunta e a última, aos alunos que não responderam à questão.

Esperava-se que os alunos, ao utilizarem o *software* para a construção gráfica da função, pudessem visualizar o paralelismo existente entre as retas traçadas e, também, a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência ou resultado de um movimento (LIMA et. al, 2006). Isto a partir da mudança dos valores do coeficiente linear e do dinamismo que o programa de computador pode oferecer.

Confirmando as expectativas apresentadas no parágrafo anterior, observa-se na tabela 13, que todos os alunos responderam de forma correta à pergunta da alternativa “a” da atividade.

Tabela 13

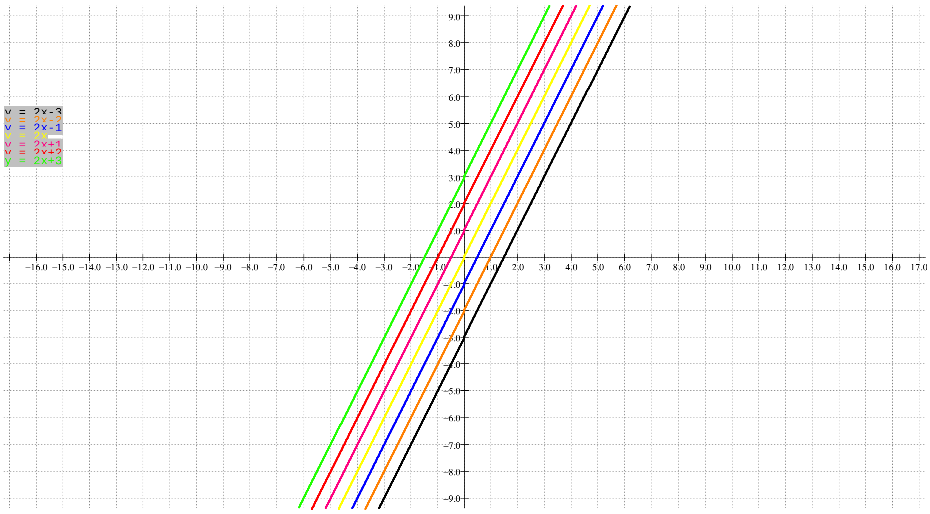
Percentual das respostas da Atividade 3 da SD (alternativa a)

Categoria	%
Resposta correta	100
Resposta inadequada	0
Não respondeu	0
TOTAL	100

Este fato também pôde ser observado nos arquivos do *Winplot*, salvos pelos alunos e na captura dessas atividades através da tela do computador. A figura 18 apresenta uma dessas produções.

Figura 18

Produção do aluno D: Atividade 3 da SD, arquivo salvo no Winplot (alternativa a)



Desta forma, a utilização do *software Winplot* para este contexto permitiu que, a partir da visualização dos gráficos construídos pelo programa, os alunos pudessem se dedicar mais ao estudo das características das funções em pauta. Sobretudo, na interpretação relacionada ao comportamento destas funções à medida que os valores dos coeficientes mudassem.

Bellemain (2000) defende que a inserção da informática na escola favoreça a introdução, nas disciplinas, de novos objetos a ensinar. Neste sentido, a atividade aqui apresentada traz um tipo de contexto para o estudo das funções polinomiais do 1º grau, a partir da utilização do software, que seria embaraçoso realizá-los com as mídias mais comuns na escola (quadro, giz ou pincel), em virtude das limitações de construção, seja pelo tempo gasto ou pelos recursos. Desta forma, como já discutido na fundamentação teórica, a dimensão informática na transposição didática (CHEVALLARD, 1991) requer reavaliar as atividades propostas e os conteúdos ensinados.

A segunda alternativa (b) desta atividade está associada à determinação do zero de funções polinomiais e é constituída por sete subalternativas a serem respondidas.

Esta solicitava que, a partir dos gráficos construídos na alternativa anterior, os alunos registrassem o valor do zero de cada uma dessas funções, utilizando adequadamente as opções do software. Esta alternativa teve como objetivo propiciar uma situação onde os alunos pudessem visualizar o ponto de intersecção da reta e o eixo das abscissas (zero da função), pois este foi um elemento de dificuldade apresentado na questão 1 do teste diagnóstico, analisada no item 3.1.1 e na questão 4, em que o zero da função poderia ter ajudado os alunos a identificarem as respostas corretas da questão.

Esperava-se nesta alternativa que os alunos conseguissem identificar os zeros das funções propostas, pois isso reside em uma operação simples quando realizada utilizando o *software*.

Para agrupar os dados da segunda alternativa da atividade foram utilizadas as seguintes categorias:

- ✓ Identifica o zero da função corretamente;
- ✓ Não identifica o zero da função corretamente;
- ✓ Não respondeu.

A primeira categoria corresponde às situações em que os alunos identificaram de forma correta o zero da função, a segunda associa-se aos que não responderam de forma adequada e a última aos que não responderam.

A tabela 14 ratifica as expectativas para a alternativa, pois quase todos os alunos tiveram êxito ao responderem as perguntas.

Tabela 14

Percentual das respostas da Atividade 3 da SD (alternativa b)

Alternativa/Categoria	Identifica o zero da função corretamente	Não identifica o zero da função corretamente	Não respondeu
a) y = 2x – 3	100%		
b) y = 2x – 2	89%	11%	
c) y = 2x – 1	100%		
d) y = 2x	100%		
e) y = 2x + 1	78%	22%	
f) y = 2x + 2	78%	22%	
g) y = 2x + 3	78%	22%	

As respostas registradas na SD, os arquivos salvos a partir do *Winplot* e a captura das imagens das telas dos computadores no momento da realização das atividades confirmam, assim como os resultados da tabela 14, que a maioria dos alunos realizou a identificação dos zeros das funções. Excetuaram-se alguns casos em que realizaram o registro do zero das funções em valor absoluto, ou seja, o zero era igual a – 1.0 e o registro do aluno foi 1.0. Portanto, todos os alunos que não identificaram adequadamente os zeros das funções não o fizeram em virtude de não terem colocado os respectivos sinais de menos em cada um dos pontos. Esse aspecto pode ter ocorrido por falta de atenção no registro da atividade ou por não conhecerem os números negativos. Essas evidências não podem ser conclusivas, pois seriam necessárias outras intervenções para confirmá-las.

3.2.4 Análise dos resultados da atividade 4 da SD

A atividade 4 (apêndice A), assim como a anterior, está relacionada ao conceito de zero de uma função polinomial. Ela apresenta uma situação que envolve um contexto de negócio, ou melhor, a fabricação de colares para serem vendidos. Na questão, são apresentadas as variáveis (dependente e independente) lucro e quantidade de colares vendidos, respectivamente e a expressão algébrica (Lei de formação) $y = 0{,}5x - 4{,}30$ para relacionar as variáveis. A questão ainda apresenta a definição de ponto de equilíbrio de um negócio, que seria o zero da função apresentada na linguagem dos administradores de uma empresa. A partir deste momento, a atividade solicitava que o aluno encontrasse o ponto de equilíbrio para a função em pauta. Assim como na atividade 2, utilizou-se números decimais para os parâmetros da função, pois, como já discutido na fundamentação teórica desta dissertação, a utilização de uma ferramenta computacional - nesta pesquisa, o *software Winplot* - propicia maior liberdade nas escolhas dos problemas a serem estudados, não sendo mais necessário levar em conta as limitações de cálculos. Esse aspecto permite que o computador realize as tarefas de cálculo e libere os alunos para realizar outras atividades conceituais (BELLEMAIN, 2000; SAUNDERS E DEBLASSIO, 1995).

Assim como na alternativa A da atividade 4, esperava-se que todos os alunos desenvolvessem a questão sem maiores dificuldades, em virtude de ser uma operação simples, quando realizada a partir do *software*, encontrar o zero de função polinomial.

Para agrupar os dados coletados da atividade, utilizou-se as categorias "Resposta correta" para aqueles que responderam de forma satisfatória a questão e "Resposta incorreta" para os que não responderam adequadamente a pergunta.

Todas as respostas atenderam às expectativas descritas para a questão, pois 100% dos alunos conseguiram visualizar o zero da função, ou melhor, o ponto de equilíbrio para o negócio em discussão na questão. Desta forma, percebe-se que a utilização do *software Winplot* para a construção da função dada favoreceu os alunos nesta ação e os permitiu maior liberdade para refletir sobre o problema da questão. Isso confirma as expectativas de McConnell (1995) que o traçado gráfico, a partir do uso dos computadores, terá prioridade no ensino de álgebra.

3.2.5 Análise dos resultados da atividade 5 da SD

A atividade 5 da SD (apêndice A) é a questão 7 (anexo A) do teste diagnóstico. Utilizou-se novamente esta questão em virtude de nenhum aluno tê-la desenvolvido de forma satisfatória (tabela 10). De fatos nenhum aluno chegou a utilizar quaisquer estratégias na tentativa de resolvê-la quando utilizou-se lápis e papel como recurso.

Assim como descrito no item 3.1.7 deste capítulo, a questão corresponde à construção gráfica de funções polinomiais do 2º grau. Esta requer dos alunos que construam os gráficos, em um único plano cartesiano, das funções $f(x) = x^2$, $f(x) = (x-2)^2$ e $f(x) = (x+2)^2$ e que, respondam, na alternativa A da questão, em que posição do plano cartesiano a função $f(x) = (x+2)^2$ está em relação à função $f(x) = x^2$ e na B em que posição a função $f(x) = (x-2)^2$ encontra-se em relação à $f(x) = x^2$.

Esperava-se que os alunos conseguissem, a partir da observação do gráfico, construído pelo *software*, descrever como as funções se comportam em relação à posição no plano cartesiano. A dificuldade residente nesta questão, no seu desenvolvimento no teste diagnóstico, estava localizada nos cálculos necessários para reescrever as funções na sua forma geral ($f(x) = ax^2 + bx + c$) e nos cálculos necessários para a construção de seus respectivos gráficos. Este aspecto não deve ser uma dificuldade na SD, pois a tarefa de cálculos para realizar a construção fica a cargo do programa.

Os resultados quantitativos da atividade foram agrupados nas seguintes categorias:

- ✓ Resposta correta
- ✓ Resposta inadequada;
- ✓ Não respondeu.

A primeira categoria corresponde aos alunos que responderam corretamente às alternativas, a segunda àqueles que responderam de forma inadequada e a última aos que não responderam.

Contrariando os resultados do teste diagnóstico, na SD os resultados foram mais satisfatórios, como pode ser observado na tabela 15.

Tabela 15

Percentual das respostas da Atividade 5 da SD (alternativa a)

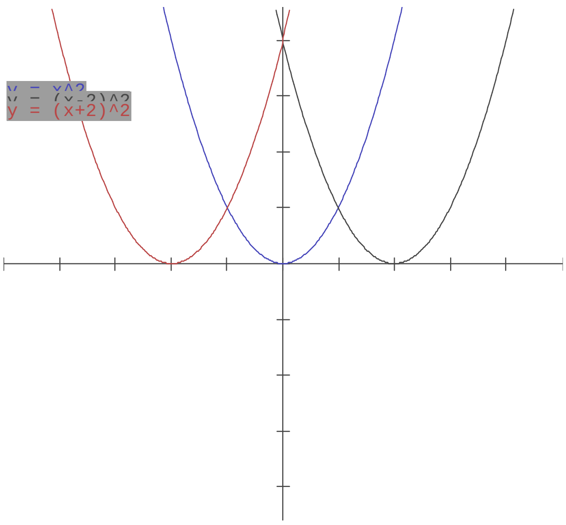
Alternativa/Categoria	Resposta correta	Resposta inadequada	Não respondeu
Alternativa A	89%	11%	0%
Alternativa B	89%	11%	0%

Esses resultados evidenciam que as dificuldades apontadas na construção desta questão utilizando lápis e papel (questão 7 do teste diagnóstico) foram superadas pela construção a partir do software e, sendo assim, os alunos ficaram mais livres para refletir sobre a posição de cada uma das funções em discussão. Isto corrobora com as discussões, já realizadas no capítulo da fundamentação teórica desta dissertação, sobre as possibilidades do computador realizar cálculos e construções gráficas complexas e, a partir destas realizações, permitir que os alunos possam desenvolver outros conceitos (BELLEMAIN, 2000; SAUNDERS E DEBLASSIO, 1995).

A única produção que se enquadrou na categoria “Resposta inadequada” foi a do aluno J. Tem-se evidência que este aluno não conhece o significado de quadrante, pois ele realizou a construção correta no *software*, conforme pode ser observado (figura 19) no arquivo do *Winplot* salvo por ele após o termino da atividade.

Figura 19

Produção do aluno J: Atividade 5 da SD, arquivo salvo no *Winplot* (alternativa A)



Desta forma, observa-se que o aluno realizou a construção correta, mas, no momento do registro na SD, ele não usou os termos adequados para interpretar a posição das funções. Neste sentido, destaca-se que a ferramenta computacional se constitui como um elemento facilitador para a realização de construções gráficas e cálculos (FRISKE, 1995). Porém, isoladamente, o manuseio do software não é suficiente para possibilitar a construção do conhecimento.

3.2.6 Análise dos resultados da atividade 6 da SD

A sexta questão da SD (apêndice A) está associada à construção gráfica de funções polinomiais do 2º grau. Esta solicita aos alunos que, a partir de uma função dada, realizem a mudança do valor do parâmetro a, de uma função do tipo $f(x) = ax^2$, e observem como se comporta a abertura da parábola destas funções. A questão é constituída por duas alternativas: a primeira pergunta qual é aquela, dentre as funções construídas, que possui a parábola mais fechada; a segunda, qual tem a parábola mais aberta. Esta questão, ao ser desenvolvida com a utilização do software, favorece os alunos a se dedicarem às reflexões sobre a abertura da parábola, pois o tempo que seria necessário para realizar o traçado gráfico, utilizando lápis e papel, é empregado em outros estudos.

Espera-se, assim, que os alunos realizem a atividade sem maiores dificuldades, pois a questão pode ser resolvida pela simples observação do gráfico, ou seja, o aluno desenvolve a construção utilizando o *software* e, pela visualização do gráfico plotado, responde as alternativas.

A questão foi categorizada em:

- ✓ Resposta correta;
- ✓ Resposta incorreta;
- ✓ Não respondeu

A primeira categoria enquadra-se nas respostas corretas, a segunda para as incorretas e a última para aqueles que se omitiram.

As expectativas apresentadas foram atendidas quando todos os alunos conseguiram desenvolver a questão. Isso confirma as possibilidades da utilização do computador para a construção gráfica e para a realização de cálculos já discutidas nessa análise, pois a questão apresentada, sendo realizada com uso de lápis e papel, demandaria tempo para o seu desenvolvimento.

3.2.7 Análise dos resultados da atividade 7 da SD

A atividade 7 da SD está associada à construção gráfica de uma função polinomial do 2º grau e apresenta um contexto relacionado ao percurso de lançamento vertical realizado por uma pedra atirada para o alto. A questão apresenta a expressão algébrica (lei de formação) da situação e, a partir da construção do gráfico desta função, os alunos necessitam responder qual a altura máxima (vértice da parábola) alcançada pela pedra e em qual distância (zeros da função) do local do lançamento ela cairá. A questão apresenta o valor dos parâmetros compreendidos no conjunto dos números racionais.

Esperava-se que esta questão fosse facilmente desenvolvida pelos alunos, pois apesar da função apresentada na atividade conter parâmetros racionais e, por este motivo, constituírem-se algumas dificuldades relativas a cálculos; a construção gráfica ficaria a cargo do *software Winplot*, pois desta forma, os alunos deveriam apenas interpretar o traçado.

Para ordenar os dados da questão utilizou-se a seguinte categorização:

- ✓ Resposta correta;
- ✓ Resposta parcialmente correta;
- ✓ Resposta inadequada;
- ✓ Não respondeu.

A primeira categoria está associada às duas respostas da questão evidenciadas de forma correta. A segunda às soluções que apresentaram uma resposta correta e outra inadequada. A terceira questão se associa às duas respostas inadequadas e a última aos alunos que não responderam.

Todos os alunos que desenvolveram a questão apontaram a resposta correta para a altura máxima da pedra. Ou seja, eles identificaram o vértice da parábola a partir do software. Porém, nenhum dos alunos apresentou a resposta correta para a que distância a pedra iria cair. Um fato a ser observado é que todos eles registraram os valores 8 e 10 como solução da atividade. Estes valores registrados pelos alunos correspondem, exatamente, às coordenadas do vértice da parábola em questão. Desta forma, torna-se evidente que eles não tiveram atenção na interpretação da questão, pois registraram o valor do y do vértice como o zero da função.

Em relação às análises da SD apresentadas, convém destacar os seguintes aspectos:

- ✓ O uso do *software Winplot* proporcionou maior liberdade nas escolhas a serem estudadas, não sendo mais necessário levar em consideração as limitações de cálculos ou de conjuntos numéricos;

- ✓ A utilização do *software Winplot* permitiu que, a partir da visualização dos gráficos construídos pelo programa, os alunos pudessem se dedicar mais ao estudo das características das funções;

- ✓ Isoladamente, o manuseio do *software Winplot* não é suficiente para possibilitar a construção do conhecimento;

Os resultados apresentados na análise da SD direcionam o computador (*softwares*) como um elemento que pode privilegiar os alunos nas questões relativas a interpretações e construções gráficas de funções. Porém, esse favorecimento deve estar relacionado com a necessidade de reavaliar a estrutura de ensino, os tipos de atividades, os conteúdos ensinados, as formas de avaliação e o papel do professor quando for utilizado o computador.

CAPÍTULO IV
CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentam-se as principais considerações obtidas a partir das análises realizadas, tomando-se como referência os aspectos ligados às dificuldades relacionadas ao estudo das funções e à construção e desenvolvimento da sequência didática. Ao final, enumeram-se os encaminhamentos para as pesquisas futuras.

Assim como apresentado nas discussões nesta dissertação, o conceito de função tem importante emprego, seja para a constituição dos cidadãos ou para a formação universitária. Também, como apresentada nas pesquisas realizadas na revisão de literatura, este conceito constitui-se de forma dificultosa no processo de ensino e de aprendizagem.

Os resultados apresentados neste estudo tornam clara a tendência dos alunos, mesmo nas questões inteiramente relacionadas à interpretação gráfica, de utilizarem estratégias e procedimentos com cálculos para resolverem os problemas. Especificamente, têm-se evidências de que os alunos concebem o cálculo como a única, ou mais relevante, via para encontrar soluções. Tal atitude parece ser resultado do contrato didático, firmado em situações de ensino anteriores, em que “um bom problema de Matemática” requer “um bom algoritmo” como solução. Desta forma, é necessário criar situações didáticas que possam favorecer a leitura e interpretação gráfica e, com isso, permitir o desenvolvimento da capacidade de percepção e análise, pois estas são habilidades fundamentais para o mundo atual. Destaca-se, ainda, que a principal estratégia de construção gráfica foi a desenvolvida a partir de pontos obtidos em tabelas e esta estratégia, na grande maioria das vezes, impede que os aluno percebam a transformação, o movimento e o dinamismo existente nesse conceito.

Estas constatações foram observadas nas pesquisas de Markovits, Eylon e Bucheimer (1995), Zuffi (2004), Santos, Silva e Almeida (2007) e Barreto e Castro

Filho (2008), mencionadas anteriormente, que, juntamente com os resultados aqui obtidos, subsidiaram os elementos relevantes para a elaboração da sequência didática.

A sequência didática foi um elemento importante para a verificação das possibilidades e dificuldades da utilização do software como uma ferramenta computacional que pudesse favorecer os alunos no ensino dos conceitos inerentes às funções. Neste sentido, convém destacar os principais aspectos ligados a construção da sequência e seu desenvolvimento.

O desenvolvimento da SD foi direcionado à leitura, interpretação e construção gráfica. Sendo assim, um primeiro aspecto que foi relevante, e deve ser considerado, relaciona-se as questões de configuração do software, pois realizada de forma inadequada, pode comprometer o desenrolar da SD. A exemplo: a escolha das cores do plano cartesiano e de um objeto construído (pontos, reta) podem vir a confundir o observador. Desta forma, é necessário atenção e cautela no momento das decisões relativas às configurações do programa. Nesta pesquisa, um elemento crucial para sanar problemas relacionados ao apresentado foram as outras possibilidades de registro da SD, o salvamento da atividade no *Winplot* e a captura das ações do alunos a partir da tela do computador. Estas formas de registro permitiram dirimir dúvidas em relação aos registros da SD.

Os resultados da pesquisa evidenciam que o uso do software *Winplot* pode favorecer a leitura, interpretação e construção gráfica, além de propiciar maior liberdade aos alunos nas questões ligadas aos cálculos e nas escolhas das atividades pelo professor. Mas, é necessário destacar que o programa não irá trazer benefícios por si só, ou seja, não será apenas levando os alunos para o laboratório e os colocando na frente dos computadores para manipular o software que os objetivos para o ensino serão atingidos. É importante associar o uso do programa a uma SD desenvolvida a partir de escolhas judiciosas e com objetivos bem definidos e claros para cada uma das suas atividades, levando em consideração os limites do cálculo, das construções, dos conjuntos numéricos e dos problemas mais ligadas ao mundo real, pois estes não se constituem mais, a partir do uso da ferramenta computacional, como elementos limitadores no processo de ensino e aprendizagem.

Verificou-se certa motivação dos alunos em relação ao uso do computador para o ensino, pois apesar deste ser uma ferramenta presente em muitos ambientes escolares e no cotidiano de uma parcela da população, seja em domicílios familiares ou em LANhouses, ele, ainda, constitui-se como um elemento motivante.

Outro aspecto observado foi à atenção que os alunos concederam ao realizarem a SD utilizando o software. Envidenciou-se que os alunos se mostraram mais compenetrados no desenvolvimento da SD no *Winplot* do que no momento da realização do teste diagnóstico. Esse aspecto não é conclusivo, pois não se tem dados suficientes na pesquisa para afirmar que a ferramenta computacional utilizada na pesquisa pode oportunizar um ambiente que direcionasse mais a atenção dos alunos para os objetos de estudo.

Percebeu-se que o desenvolvimento da SD, instrumentalizada pelo *Winplot*, favoreceu os diversos ritmos dos alunos, pois, ao selecionar os alunos para realizar a SD, utilizou-se uma amostra, a partir dos resultados do teste diagnóstico, que contemplou alunos que tiveram quantidades de acertos diferentes na análise prévia. Essa amostra foi constituída por nove alunos, como já descrito na parte metodológica desta dissertação, e destes, quatro possuíam os menores números de acerto no teste diagnóstico. Todos eles, em tempos diferentes, conseguiram construir as atividades e tirar conclusões destas, ou seja, os resultados, apesar de não serem conclusivos, pois os dados coletados não são suficientes, evidenciam que apesar do grupo ser constituídos por alunos com ritmos diferentes, em relação ao número de acertos do teste diagnóstico, a ferramenta computacional aliada com a SD possibilitou que todos desenvolvessem a atividade.

A inserção da informática no processo de ensino e aprendizagem traz outro espaço para as aulas de Matemática e demais áreas do conhecimento que façam uso dessa tecnologia, o laboratório de informática. Este ambiente necessita ter as condições ideais para a realização das atividades propostas. No caso especifico do laboratório onde se realizou a pesquisa, este possuía uma quantidade de computadores novos e adequados para o uso. Porém, ao analisar as condições relacionadas à compatibilidade dos sistemas operacionais utilizados, verificou-se que apenas uma parcela das máquinas estaria apta à execução dos trabalhos. Este é um importante aspecto a ser ressaltado, pois a dimensão informática na escola não exige apenas mudanças na organização do ensino, mas condições técnicas e estruturais do ambiente.

Durante a execução da SD, foi observado que o laboratório da escola não possui um responsável técnico e que está situação parece ser comum entre as escolas públicas do Estado. Isso pode comprometer o sucesso do desenvolvimento dos trabalhos realizados com a utilização dos computadores, pois nem sempre o professor que irá conduzir as atividades tem a habilitação necessária para sanar problemas técnicos eventuais que possam surgir.

Este trabalho dissertativo termina aqui e acredita-se que os objetivos da pesquisa foram alcançados, assim como as teorias utilizadas para subsidiar as análises e a metodologia contemplaram, sobremaneira, as expectativas. Pois os resultados apresentados no capítulo das análises, discutido anteriormente, apresenta dados que permite concluir que houve favorecimento para os alunos nas questões ligadas a construção e interpretação gráfica de funções polinomiais de 1º e 2º graus quando instrumentalizadas por um software e que a efetivação desse favorecimento tornou-se mais concreta em virtude da sequência didática. Entretanto, durante o processo investigativo, surgiram alguns questionamentos que não puderam ser respondidos por fugirem ao foco da pesquisa. Esses questionamentos dão um direcionamento para futuras pesquisas. Entre eles destaca-se:

- ✓ Investigar se uma ferramenta computacional pode realmente favorecer os diversos ritmos e propiciar um ambiente que favoreça um atendimento individualizado aos alunos;

- ✓ Investigar o comportamento de grupos que utilizam o software *Winplot* no seu cotidiano escolar e comparar seu rendimento com um grupo que não utiliza o programa;

- ✓ Investigar o que professores de Matemática pensam sobre o uso de ferramentas computacionais nas salas de aula.

Ressalta-se a satisfação em realizar está pesquisa, pois se acredita ter contribuído com os estudos em educação que buscam, de forma incansável, a superação das dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. E. L. et al. A transposição didática em Chevallard: o conceito de função nos livros didáticos do Ensino Médio. In: **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT),** 2. Recife – PE, 2008.

ALMOULOUD, S. A. Didática e concepção de dispositivos informáticos educacionais. **Revista de Informática Aplicada**, São Caetano do Sul, v. 3, n. 1, 03-10, Jan/Jun 2007. Disponível em < http :/ www .uscs. edu. br/ revistas acad emicas/revista/ria_ 012007.pdf > Acesso em 05/12/08.

ANDRADE, S. N.de & DIAS, M. A. A questão da flexibilidade cognitiva associada ao ensino aprendizagem do conceito de função. In: **Encontro Baiano de Educação Matemática (EBEM)**, 11. Salvador – BA, 2005.

ARDENGHI, M. J. e IGLIORI, S. B. C. Mapeamento das pesquisas realizadas sobre o tema funções no Brasil no período de 1970 a 2005. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 9. Belo Horizonte – MG, 2007.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: **Didáctica das Matemáticas**. Brun, J. (Org.). Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro: Uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Londrina: UEL, 2004.

BARRETO; A. L. O. & CASTRO FILHO, J. A.. O estudo de função mediado por um objeto de aprendizagem. In: **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT),** 2. Recife – PE, 2008.

BELLEMAIN, F; BELLEMAIN, P. M. B. & GITIRANA, V. Simulação no Ensino da Matemática: um exemplo com cabri-géomètre para abordar os conceitos de área e perímetro. In: **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)**, 3. São Paulo: Águas de Lindóia, 2006.

BELLEMAIN, F. A transposição informática na engenharia de softwares educativos. In: **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)**, 1. São Paulo: Serra Negra, 2000.

BITTAR, M. Possibilidade e dificuldades da incorporação do uso de softwares na aprendizagem da matemática. In: **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)**, 3. São Paulo: Águas de Lindóia, 2006.

BORBA, M. C. & PENTEADO, M. G**. Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autentica, 2003.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamenta. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio** — PCNEM. Brasília: MEC, 1998.

BRAZ, R. A. F S. **Uma proposta de utilização de material manipulativo no aprendizado da função exponencial**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Recife-PE: UFRPE, 2007.

BRITO MENEZES, A. P. **Contrato Didático e Transposição Didática: análise das inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação a álgebra na 6ª série do ensino fundamental**. Tese de Doutorado. Recife: UFPE, 2006.

______. **Uma breve reflexão sobre od fenômenos didáticos na sala de aula de matemática**. Texto não publicado, 2007.

BROUSSEAU, G. Education et Didactique des mathématiques. In: **Communication au Congrès d'Aguas Calientes, 2000, Mexico. Educación matematica, v.12, n.1, p. 5-39**. Disponível em: http://perso.orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Education&ddm.pdf. Acessado em 13/10/2007.

______. Fundamentos e métodos da didática da matemática. In: **Didáctica das Matemáticas**. Brun, J. (Org.). Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

______. Fondementes e méthodes de la didactique dês mathématiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, Grenoble : La Pensée Sauvage, éditions, 1986. v.7.2, p. 33-115.

CÂMARA DOS SANTOS. M. **Algumas Concepções Sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Educação Matemática, Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano.9, N°12, 200 2.

_____. A relação ao conhecimento do professor de matemática em situação didática: uma abordagem analítica do seu discurso. In: **Reunião da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd)**, 20. Caxambu - MG, 1997.

CASTELLS, M. **A sociedade em rede** Volume I. Trad. Roneide Venâncio Majer com a colaboração de Klauss Brandini Gerhardt. 9.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2006.

CASTRO FILHO, J. A.. Objetos de Aprendizagem e sua utilização no ensino de Matemática. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 9. Belo Horizonte – MG, 2007.

CHAVES, M. I. A. & CARVALHO, H. C.de. Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: Uma Seqüência de Ensino-Aprendizagem. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 8. Recife-PE, 2004.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique**: Du Savoir Savant au Savoir Ensigné. Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

________, BOSCH, M. & GASCÓN, J. (2001) **Estudar Matemáticas**: **O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2001

COUY, L. & FROTA, M. C. R. Representação e visualização no estudo de funções. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 9. Belo Horizonte – MG, 2007.

DANTE, L. R. **Matemática contexto & aplicações**. Volume1. 4. ed. São Paulo: Ática, 2007.

DORNELAS, J. J. B. **Análise de uma seqüência didática para a aprendizagem do conceito de função afim**. Dissertação de Mestrado em Ensino das Ciências e Matemática. Recife-PE: UFRPE, 2007.

EMMER, M. Mathematics and Technology. In: **Technology in Mathematics Teaching – a bridge between teaching and learning**. Burton, L. & Jaworski, B. (Ed.). Studentlitteratur – Sweden: Chartwell-Bratt Ltd, 1995.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

FLICK, U. **Introdução à Pesquisa Qualitativa**. Trad. Joice Elias Costa. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FREIRE, R. S.; CASTRO FILHO, J. A. & FERNANDES, A. C.. Iniciação a álgebra e a utilização de objetos de aprendizagem. In: **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT),** 2. Recife – PE, 2008.

FREITAS, J. L. M. de. Situações Didáticas. In: **Educação Matemática – uma introdução.** Machado, S. (Org.). São Paulo: Educ, 1999.

FRISKE, J. Uso de softwares de computação gráfica no ensino de álgebra. In: **As idéias da álgebra**. Trad. Higino H. Domingues. COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (Org.). São Paulo: Atual, 1995.

GÁLVEZ, G. A didática da matemática. In: **Didática da Matemática Reflexões Psicopedagógicas**. 2. ed. Trad. Juan Acuña Llorens. Parra, C. & Saiz, I. (Org.). Porto Alegre: Artmed, 2001.

GIORDAN, M. Algumas questões técnicas e metodológicas sobre o registro da ação na sala de aula: Captação e Armazenamento Digitais. In: **A Pesquisa em Ensino de Ciências no Brasil e suas Metodologias**. Coleção Educação em Ciências. Santos, F. M. T dos & GRECA, I M. (Orgs.). Ijuí: Ijuí, 2006.

GLADCHEFF, A. P.; ZUFFI, E. M. & SILVA, D. M. Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Software Educacional de Matemática para o Ensino Fundamental. In: **Congresso da Sociedade Brasileira de Computação -** Workshop de Informática na Escola, 7. Fortaleza – Ceará, 2001.

GOMES, M. G. **Obstáculos na aprendizagem matemática: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais**. Tese de Doutorado. Florianópolis-SC: UFSC, 2006.

IEZZI, G. et al**.. Matemática Ciência & aplicações**. Volume1. 2. ed. São Paulo: Atual, 2004.

JESUS, A. R.; PEIXOTO, A. & MASCARENHAS, M. Visualizando Funções: Famílias de gráficos, retas tangentes e áreas de figuras planas com utilização de software livre. In: **Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática** – SBM, 1. 2002. Disponível em < http://www.sbm.org.br/bienal/>. Acesso 05/12/08.

LDB, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasil, 1996.

LEITE, M. A. **Processos de mediação de conceitos algébricos durante o uso de um objeto de aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Educação Brasileira do núcleo: Educação Currículo e Ensino. Fortaleza -CE: UFC, 2006.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Volume 1 coleção do professor de matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LITWIN, E. et al. **Tecnologia Educacional Políticas, Histórias e Propostas**. Trad. Ernani Rosa. 2. ed. Porto Alegre: Artemed, 1997.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: **Educação Matemática – uma introdução**. Machado, S. (Org.). São Paulo: Educ, 1999.

MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S. & BRUCHEIMER, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: **As idéias da álgebra**. Trad. Higino H. Domingues. COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (Org.). São Paulo: Atual, 1995.

MATOS FILHO, M. A. S. de. et al. A Transposição Didática em Chevallard: as deformações/transformações sofridas pelo conceito de função em sala de aula. In: **Congresso Nacional de Educação (EDUCERE),** 8 e **Congresso Ibero-Americano sobre violência nas escolas (CIAVE)**, 3. Curitiba – PR, 2008.

McCONNELL, J. W. Tecnologia e álgebra. In: **As idéias da álgebra**. Trad. Higino H. Domingues. COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (Org.). São Paulo: Atual, 1995.

MENEZES, J. E. A utilização de jogos de estratégia via computador na introdução de conceitos matemáticos em sala de aula. In: **Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino (ENDIPE)**, 9. Águas de Lindóia-SP, 1998.

______. O uso de ferramentas computacionais na aprendizagem da 3º série de uma escola pública. In: **Encontro Pernambucano de Educação Matemática (IV EPEM)**, 4. Recife-PE, 1999.

______. Informática e softwares na Educação Matemática: impressões e inserções. In: **Encontro de Pesquisa Educacional das Regiões Norte e Nordeste (EPENN**), 15. São Luiz - MA, 2001.

______. Avanços e dificuldades no cotidiano do ensino virtual: relato de uma experiência em conceitos científicos/matemáticos. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 7. Rio de Janeiro- RJ, 2002.

MIRANDA, R. G**. Informática na Educação** – representações sociais do cotidiano. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

MUROLO, AFRÂNIO & BONETTO,GIÁCOMO. **Matemática Aplicada à Administração, Economia e Contabilidade**. São Paulo. Pioneira Thomson Learning, 2004.

NASCIMENTO, J. R. A. et al. Os obstáculos no processo ensino-aprendizagem da disciplina Cálculo I nos cursos de graduação da UFRPE. In: **Encontro Pernambucano de Educação Matemática (VI EPEM)**, 6. Caruaru-PE, 2006.

NOGUEIRA JÚNIOR, D. C. & LAUDARES, J. B. O ensino de valor absoluto e função modular na perspectiva curricular em rede. In: **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT),** 2. Recife – PE, 2008.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. São Paulo-SP: PUC, 1997.

PAIS, L. C.. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. 2. ed. BeloHorizonte: Autêntica, 2001.

PALIS, G. L. R. Tecnologia, gráficos e equações. **Revista do Professor de Matemática RPM**, São Paulo, n. 26, 2004. Disponível em CD-ROM.

PEDROSO, L. W. & BÚRIGO, E. Z. A construção do conceito de função por estudantes de cálculo. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 9. Belo Horizonte – MG, 2007.

REZENDE, W. M. Um mapeamento do ensino de funções reais no ensino básico. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 9. Belo Horizonte – MG, 2007.

RICHIT, A. & TOMKELSKI, M. L. Explorando funções polinomiais com o software Graphmática. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 8. Recife-PE, 2004.

SANTOS, F. V., SILVA, K. A. P. & ALMEIDA, L. M. W. O uso do computador no estudo de função no ensino médio. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 9. Belo Horizonte – MG, 2007.

SAUNDERS, J. & DeBLASSIO, J. Relacionando funções com seus gráficos. In: **As idéias da álgebra**. Trad. Higino H. Domingues. COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (Org.). São Paulo: Atual, 1995.

SMOLE, K. S. & DINIZ, M. I. **Matemática Ensino Médio**. Volume1. 3. ed. rev. São Paulo: Saraiva, 2003.

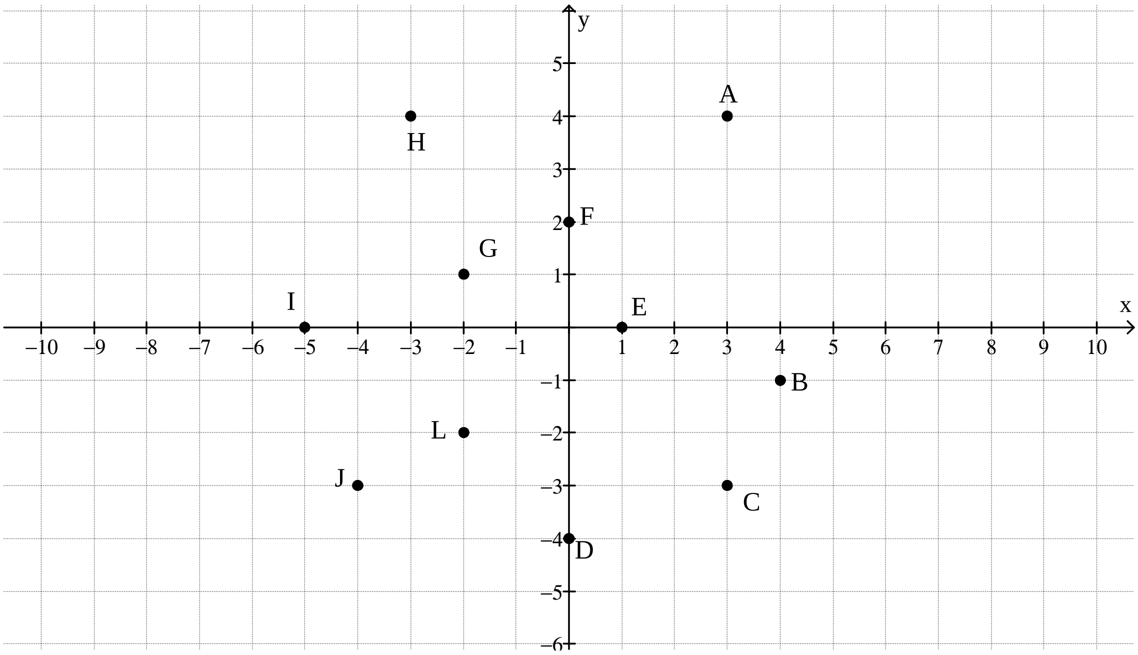
ZUFFI, E. M. Uma Seqüência Didática sobre “Funções” para a Formação de Professores do Ensino Médio. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**, 8. Recife-PE, 2004.

ANEXO A – Teste diagnóstico aplicado aos alunos do 1º ano do Ensino Médio

TESTE DIAGNÓSTICO APLICADO AOS ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

NOME:____DATA:___/___/09

1) Determine as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H, J, L da figura:



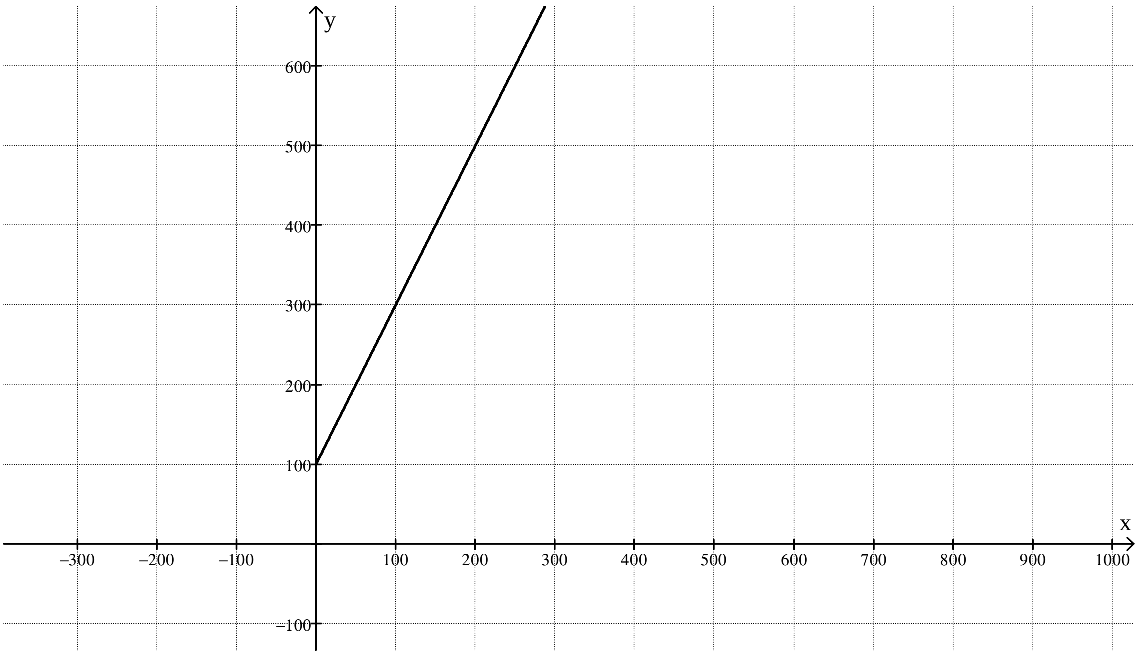
2) A tabela abaixo apresenta o custo mensal, de uma determinada empresa, para a produção de camisetas.

Quantidade de camisetas (x)	0	5	10	20	30	40
Custo (y)	100	110	120	140	160	180

Note que, quando há um aumento de 5 unidades produzidas, o custo aumenta em R$ 10,00; se há um aumento de 10 unidades, o custo aumenta em R$ 20,00 e assim por diante.

A situação de produção das camisetas e do seu custo de produção também pode ser representada pelo gráfico abaixo. Este possui a variável custo no eixo das ordenadas (y) e a variável quantidade no eixo das abscissas (x).

Note ainda que, mesmo se não forem produzidas camisetas (x = 0), haverá um custo fixo para a empresa de R$ 100,00. Tal custo pode ser atribuído à manutenção das instalações, impostos, despesas com pessoal etc.



A partir da observação do gráfico ou da análise da situação responda as seguintes perguntas:

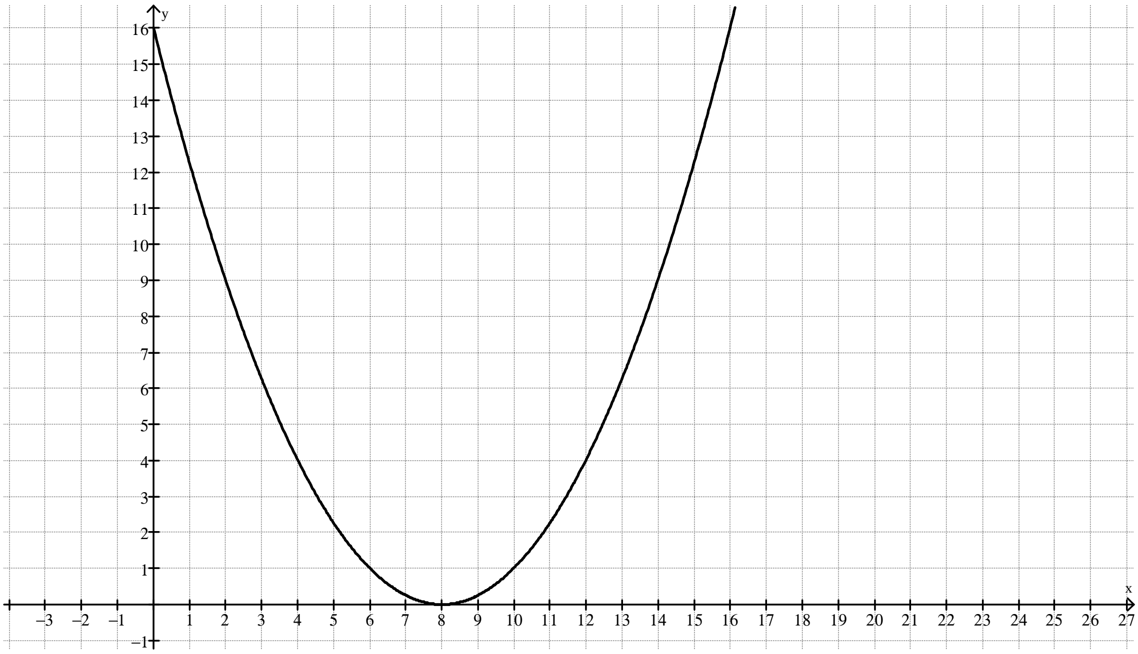
a) Qual será o custo para a produção de 100, 200 e 1000 camisetas?

b) Com o custo de R$ 400,00 poderão ser produzidas, aproximadamente, quantas camisas?

c) Suponha agora que, o custo mensal de produção para as camisetas mudasse de R$ 100,00 para R$ 200,00, ou seja, após cada mês, seu custo já seria de

R$ 200,00; para uma produção de 5 camisetas o custo seria R$ 210,00 e assim por diante. Desta forma, construa no eixo cartesiano do gráfico anterior o gráfico para o novo custo.

3) Um vendedor anotou as vendas de um eletrodoméstico nos 21 dias em que trabalhou na seção de utilidades de uma loja e notou que o número de aparelhos vendidos, dado por *y*, em função do número de dias, dado por *x*, pode ser obtido por $y = 0{,}25\ x^2 - 4x + 16$ (função polinomial do 2ª grau). Esta função encontra-se representada no gráfico abaixo.



A partir da observação do gráfico ou da análise da situação, responda às seguintes perguntas:

a) De acordo com o gráfico, no 8º dia de vendas quantos aparelhos foram vendidos? E no 12º dia de venda?

b) Quantos aparelhos foram vendidos no 2º e no 14º dia de vendas?

c) O gráfico acima descrito é uma parábola. Se o valor do coeficiente a da função (0,25) for mudado para 5 e depois para 10 o que acontecerá com a abertura da parábola?

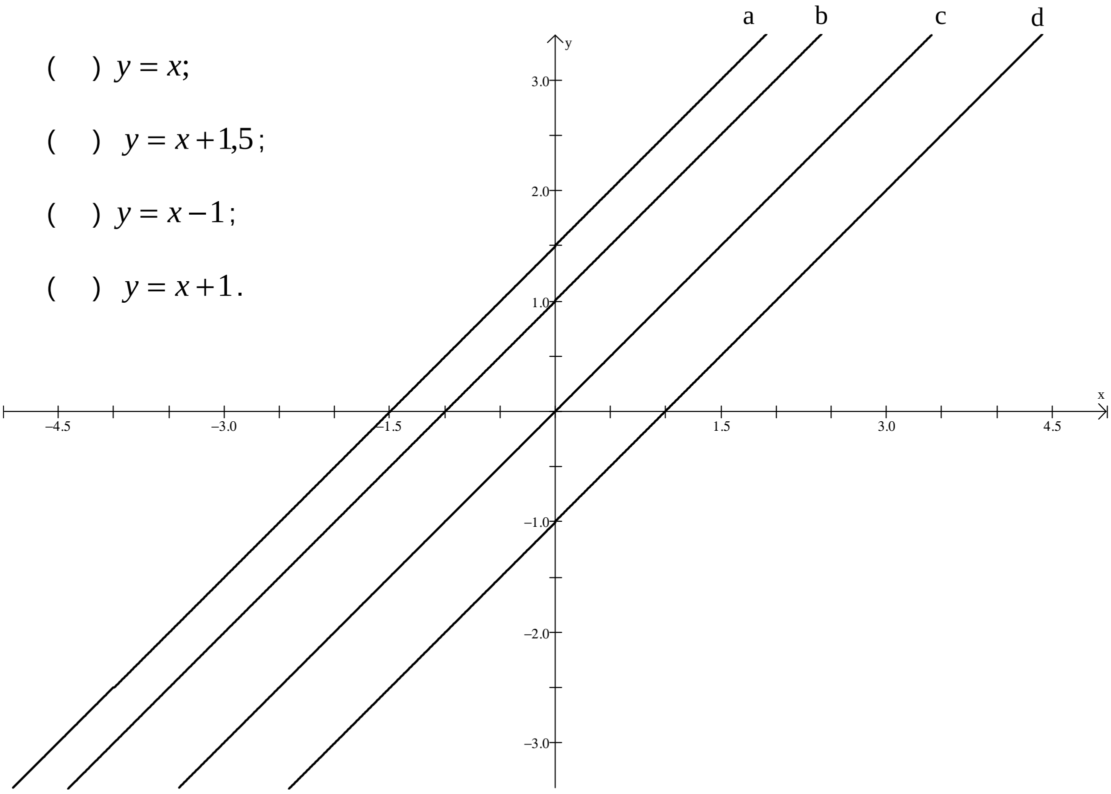
4) Os gráficos a, b e c apresentados abaixo são funções polinomiais do 1º grau. Faça a correspondência de cada reta apresentada no plano cartesiano abaixo com a sua respectiva expressão algébrica (fórmula). Justifique cada resposta.

( ) $y = x$;

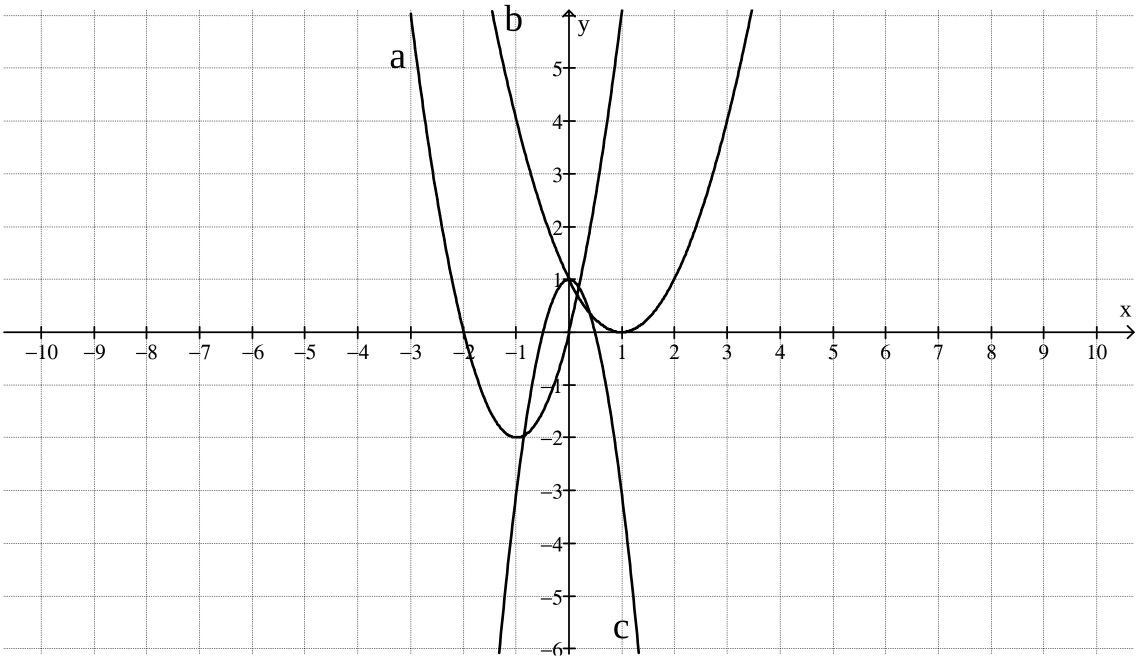
( ) $y = x + 1{,}5$;

( ) $y = x - 1$;

( ) $y = x + 1$.



5) Os gráficos a, b e c apresentados abaixo são gráficos de funções polinomiais do 2º grau. Faça a correspondência de cada parábola apresentada no plano cartesiano abaixo com a sua respectiva expressão algébrica (fórmula). Justificando sua resposta.



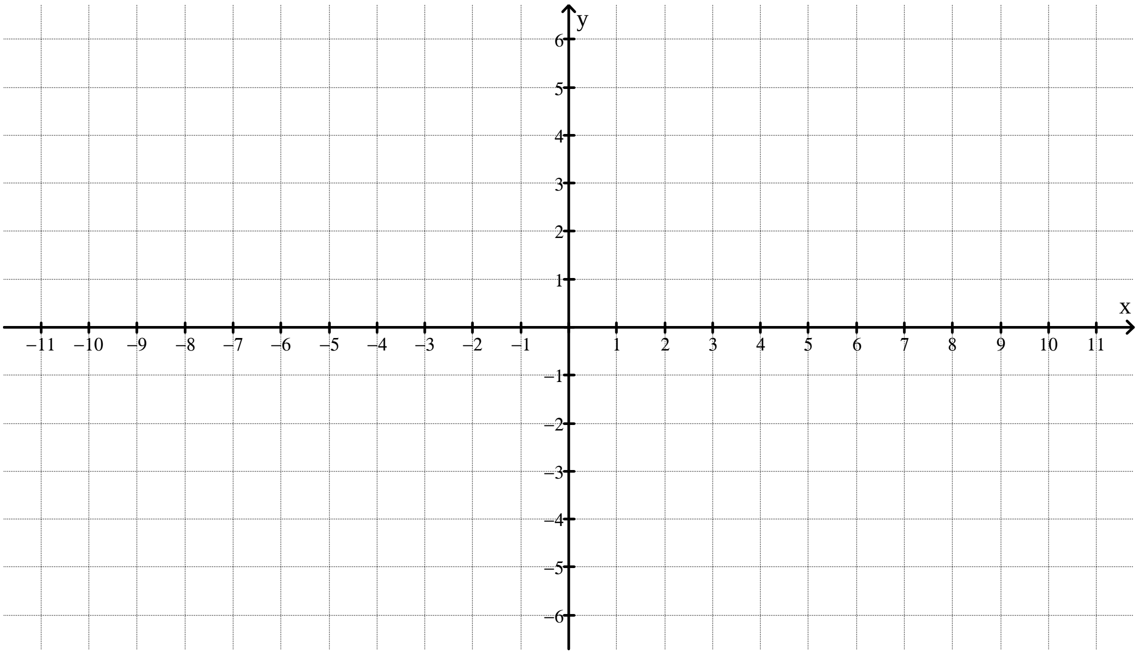
( ) $y = x^2 - 2x + 1$;

( ) $y = -4x^2 + 1$;

( ) $y = 2x^2 + 4x$.

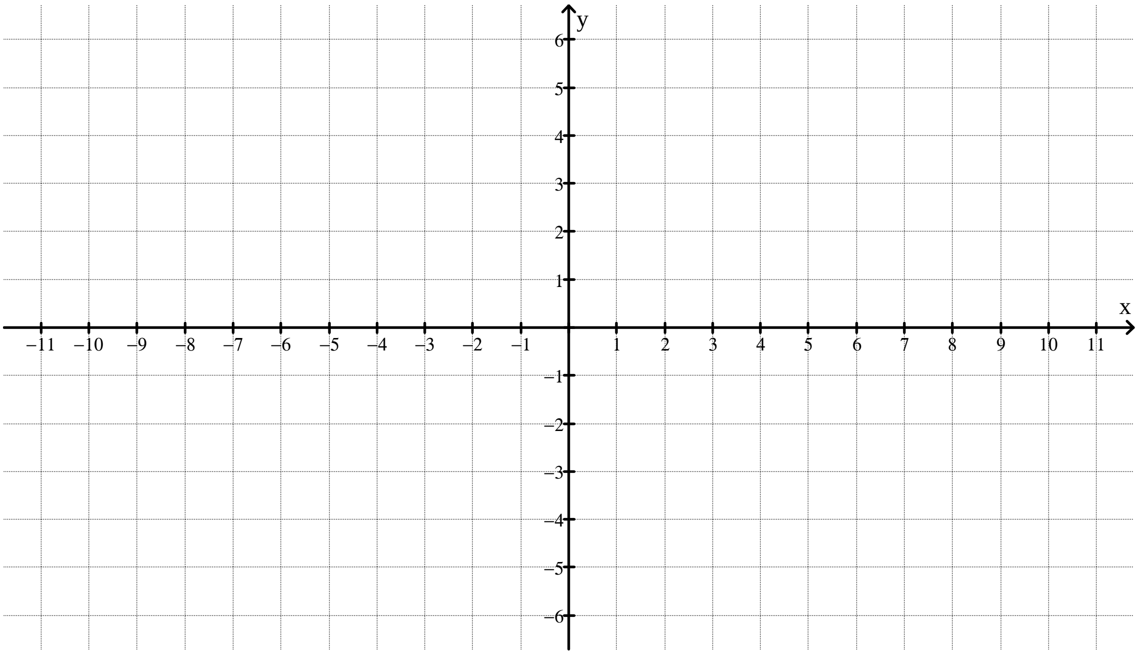
6) As fórmulas apresentadas abaixo correspondem a funções polinomiais do 1º grau. Construa o gráfico das seguintes funções, utilizando a quadrícula abaixo:

$y = x + 2$ e $f(x) = x$



A partir desta construção como é o gráfico de $y = x + 2$ em relação ao gráfico da função $f(x) = x$?

7) As fórmulas apresentadas abaixo correspondem a funções polinomiais do 2º grau. Construa, utilizando a quadrícula abaixo, os gráficos das seguintes funções:
$f(x) = x^2$, $f(x) = (x-2)^2$ e $f(x) = (x+2)^2$



A partir das construções gráficas que você realizou na questão anterior o que podemos afirmar sobre a posição da função $f(x) = x^2$ com as funções $f(x) = (x-2)^2$ e $f(x) = (x+2)^2$?

Apêndice A - Sequência didática usando o *software Winplot*

Aluno: ____data:___/___/___

Todas as atividades apresentadas a seguir serão desenvolvidas utilizando o *software Winplot*. E em cada uma dessas atividades você deve salvar o arquivo com o seu primeiro nome seguido da atividade correspondente. Por exemplo, o aluno José desenvolveu a atividade 1. No final desta atividade ele deve salvar o arquivo com o seguinte nome: joseatv1, na segunda atividade joseatv2 e assim por diante.

Atividade 1: Abra o *Winplot* (em "janela" e "2D"). Abra o menu "equação". Na nova tela escolha "ponto (x, y)", represente os pontos A(1;2), B(-1;2), C(2.5,0), D(0;2.5), E(-4;-3), F(0;0), G(1;-4), H(5;-5), I(0;1) e J(5;4) com tamanho de ponto 3.
A partir da observação dos pontos no *Winplot*, identifique quais pontos estão:

a) No 1º Quadrante:________________________________

b) No 2º Quadrante: ________________________________

c) No 3º Quadrante: ________________________________

d) No 4º Quadrante: ________________________________

e) Sobre o eixo horizontal 0x: ________________________________

f) Sobre o eixo vertical 0y: ________________________________

g) Na origem dos eixos: ________________________________

Atividade 2: Construa no *Winplot* o gráfico da função f(x) = (1/10)x – 1. Observe onde o gráfico interceptou o eixo x e o eixo y. (Em "janela" e "2D" abra o menu "Equação" opção "Explicita...")

Construa um novo gráfico, sem apagar o anterior, mudando somente o valor da taxa de variação da função para 1/9 (que é maior do que 1/10) (use cores diferentes para facilitar a visualização). Observe o gráfico. Mude novamente o valor da taxa de variação da função para 1/8 (1/8 > 1/9). Observe o gráfico e a relação com os anteriores. Aplicando o mesmo procedimento, continue alterando o valor da taxa de variação da função para 1/7, 1/6, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 1.5, 2, 3, 5 e 10.

A partir da observação do gráfico que você construiu no *Winplot*, identifique:

1) Qual das funções tem maior inclinação em relação ao eixo horizontal 0x, ou seja, qual reta está mais **afastada** do eixo 0x? E dentre elas, identifique qual possui o maior valor do coeficiente a.

a) A reta da função f(x) = (1/10)x-1 ou a reta da função f(x) = 10x-1.

   A reta da função ______________ o maior valor de a _________

b) A reta da função f(x) = (1/8)x-1 ou a reta da função f(x) = 5x – 1.

A reta da função ______________ o maior valor de a _________

c) A reta da função f(x) = (1/6)x-1 ou a reta da função f(x) = 3x – 1.

A reta da função ______________ o maior valor de a _________

O que você observou, em relação aos gráficos das funções construídas no *Winplot*, conforme foi aumentando o valor do coeficiente angular (a)?
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

<u>Atividade 3</u>: Construa o gráfico da função f(x) = 2x – 3 (Em “janela” e “2D” abra o menu “Equação” opção “Explicita...”). Observe onde o gráfico interceptou o eixo y. Construa um novo gráfico, sem apagar o anterior, mudando somente o valor do coeficiente linear (-3) para (use cores diferentes para facilitar a visualização) -2, -1, 0, +1, +2 e +3. A partir da observação do gráfico, responda:

a) Os gráficos das funções, f(x) = 2x – 3, f(x) = 2x – 2, f(x) = 2x – 1, f(x) = 2x , f(x) = 2x +1, f(x) = 2x +2, f(x) = 2x +3, que você construiu no *Winplot* se interceptam (se cruzam) em algum lugar do plano cartesiano?

( ) sim ou ( ) não

b) O zero ou raiz da função polinomial do 1º grau (a que você construiu na alternativa anterior), é um número real x tal que f(x) = 0. Para identificar os zeros das funções construídas na atividade 3 é necessário abrir o menu “Um” e depois a opção “zeros...”. Então a partir da observação dos gráficos no *Winplot* identifique (completando os espaços abaixo) quais os valores do zero das funções:

a) f(x) = 2x – 3; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

b) f(x) = 2x – 2; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

c) f(x) = 2x – 1; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

d) f(x) = 2x; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

e) f(x) = 2x +1; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

f) f(x) = 2x +2; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

g) f(x) = 2x +3; f(x) = 0 $\Rightarrow$ x = _________

Atividade 4: Um pequeno comerciante decidiu fabricar colares de conchas para vendê-las na praia, ao preço de R$ 0.50 a unidade. Investiu no negócio R$ 4.30. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas (x) e é expresso através de y = 0.5x – 4.30. O ponto de equilíbrio de um negócio é quando a nova empresa não tem nem lucro nem prejuízo, ou seja, é quando o valor arrecadado, com os colares vendidos, corresponde ao investimento inicial do negócio. Na linguagem matemática, o ponto de equilíbrio de uma empresa corresponde ao zero da função. Então, construa o gráfico da função apresentada e identifique o valor do ponto de equilíbrio da empresa, ou seja, encontre o zero da função (Em “janela” e “2D” abra o menu “Equação” opção “Explicita..” e depois menu “Um” opção “Zeros..”).

____

___

____

____

____

Atividade 5: As fórmulas apresentadas abaixo correspondem a funções polinomiais do 2º grau. Construa, utilizando o *Winplot* (Em “janela” e “2D” abra o menu “Equação” opção “Explicita..”), os gráficos das seguintes funções:
$f(x) = x^2$, $f(x) = (x-2)^2$ e $f(x) = (x+2)^2$ e responda:

a) A partir da observação da construção realizada no *Winplot*, o que você pode afirmar sobre a posição, no plano cartesiano, da função $f(x) = (x+2)^2$ em relação à função $f(x) = x^2$?

____

____

____

b) E o que você pode afirmar sobre a posição, no plano cartesiano, da função $f(x) = (x-2)^2$ em relação à função $f(x) = x^2$?

____

____

____

Atividade 6: Construa no Winplot o gráfico da função f(x) = 1/2 x^2. Observe a abertura da parábola (gráfico da função polinomial do 2º grau).

Construa um novo gráfico, sem apagar o anterior, mudando somente o valor do coeficiente **a** (igual a 1/2) da função para 1 (que é maior do que 1/2) (use cores diferentes para facilitar a visualização). Observe o gráfico. Mude novamente o valor do coeficiente **a** para 2 (2 > 1). Observe o gráfico e a relação com os anteriores. Aplicando o mesmo procedimento, continue alterando os valores do coeficiente **a** da função para 2, 4, 6 e 10.

A partir da observação dos gráficos construídos (f(x) = 1/2x^2; f(x) = x^2; f(x) = 2x^2; f(x) = 4x^2; f(x) = 6x^2 e f(x) = 10x^2), responda:

1) Dentre os gráficos que você construiu qual possui a abertura da parábola mais **fechada**?

____
____
____

2) E qual possui a abertura da parábola mais **aberta**?

____
____
____

Atividade 7: Uma pedra é atirada verticalmente para o alto a partir do solo. A trajetória descrita por essa pedra será, aproximadamente, uma parábola e tem sua expressão matemática igual a $y = \frac{-5x^2}{32} + \frac{5x}{2}$. Construa o gráfico dessa função utilizando o *Winplot.* A partir da observação desse gráfico identifique qual a altura máxima da pedra (vértice da parábola – no *Winplot* use menu “Um” opção “Extremos”) e a que distância do lançamento ela cairá?

____
____
____

Apêndice B – apresentação do *Software Winplot*.

Descrição do *software Winplot*

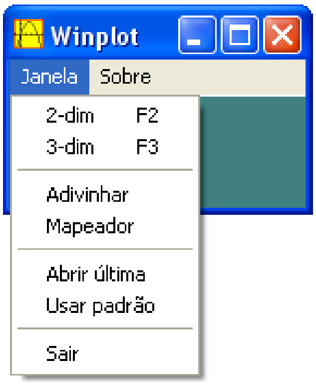
O ***WINPLOT*** é um programa da categoria dos “free softwares”, elaborado por Richard Parris, da Phillips Exeter Academy. Ele tem a vantagem de ser simples, utiliza pouca memória, mas por outro lado dispõe de vários recursos que o tornam atraente e útil para os diversos níveis de ensino-aprendizagem. Além destes fatos, foi recentemente lançada a sua versão para o Português, aumentando ainda mais a sua acessibilidade. É possível fazer o download do Winplot em http://math.exeter.edu/rparris .
De acordo com o seu nome, o ***WIN...PLOT*** é um programa para plotar gráficos de funções em Matemática, de uma ou duas variáveis, utilizando o Windows. Além disso, executa uma série de outros comandos.

Comandos básicos do *Winplot*

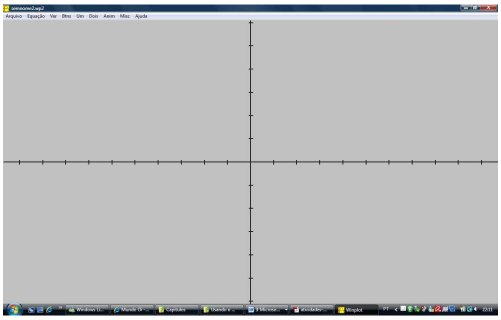
1) Para abrir o Winplot, clique duas vezes no ícone 

. Com isso, se abrirá a janela inicial do software;

2) Clicando em Janela, aparecerão as seguintes opções:

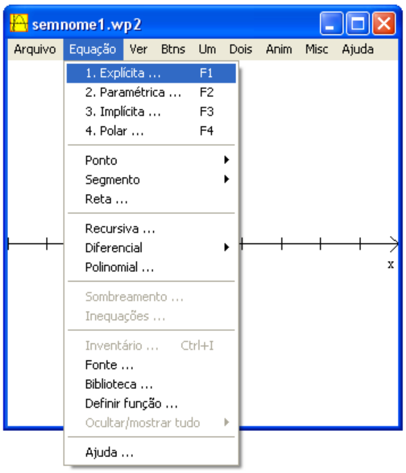


3) Para visualizar o gráfico de uma função de uma variável y = f(x), escolhe-se opção 2-dim. Assim, será apresentada a seguinte janela:



4) Clique na opção “VER” (configurar o plano cartesiano). Opção “Grade”.

5) Clique na opção “Equação” aparecerão as seguintes opções:



Clicando em Equação (no alto da tela) e, em seguida, escolhendo a opção Explícita, será apresentada uma janela na qual digitamos a fórmula da função desejada:

Atividade 1: Utilizando o Winplot **c**onstrua o gráfico da função f(x) = x + 2 na cor vermelha e espessura de linha igual a 2.

Atividade 2: Construa no *Winplot*, em um mesmo plano cartesiano e com cores diferentes, os gráficos das seguintes funções: f(x) = x; g(x) = x + 2; h(x) = x – 2.

Atividade 3: Trace os gráficos das seguintes funções:
a) f(x) = x; g(x) = x − 2; h(x) = x +1

b) f(x) = x^2; g(x) = x^2 – 2; h(x) = x^2 +1

Atividade 4 : Utilizando o Winplot construa o gráfico das funções abaixo indicadas.

a) f(x) = x + 1
b) f(x) = x – 1
c) f(x) = -x + 1
d) f(x) = -x – 1
e) f(x) = 3x + 1
f) f(x) = 3x + 3
g) f(x) = 2x + 3
h) f(x) = -2x + 3
i) f(x) = -2x – 3
j) f(x) = -3x + 1

Atividade 5 : Utilizando o Winplot construa o gráfico das funções abaixo indicadas.

a) $f(x) = x^2 + x + 1$

b) $f(x) = 2x^2 + x + 1$

c) $f(x) = -x^2 + x + 1$

d) $f(x) = x^2 -2x + 1$

e) $f(x) = -x^2 +2x - 1$

f) $f(x) = -2x^2 +3x + 3$

g) $f(x) = x^2 - x + 2$

h) $f(x) = 3x^2 + x - 2$

i) $f(x) = x^2 + x$

j) $f(x) = x^2 - 4$