

Leila Milfont Rameh

Estudo de séries temporais de preços de  
petróleo, etanol e açúcar através da  
*Transfer Entropy*

Recife, PE

Fevereiro de 2018



Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada

Leila Milfont Rameh

**Estudo de séries temporais de preços de  
petróleo, etanol e açúcar através da  
*Transfer Entropy***

Recife, PE  
Fevereiro de 2018.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE  
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

R171e Rameh, Leila Milfont.  
Estudo de séries temporais de preços de petróleo,  
etanol e açúcar através da *Transfer Entropy* / Leila Milfont  
Rameh. – Recife, 2018.  
70 f. : il.

Orientador(a): Adauto José Ferreira de Souza.  
Coorientador(a): Tatijana Stosic, Jader da Silva Jale.  
Tese (Doutorado em Biometria e Estatística  
Aplicada) – Universidade Federal Rural de Pernambuco,  
Departamento de Estatística e Informática, Recife, 2018.  
Inclui referências.

1. Teoria da informação 2. Econofísica 3. Commodities  
Agrícolas 4. Biocombustíveis 5. Crise *Subprime* I. Souza,  
Adauto José Ferreira de, orient. II. Stosic, Tatijana,  
coorient. III. Jale, Jader da Silva, coorient. IV. Título

CDD 310

Leila Milfont Rameh

**Estudo de séries temporais de preços de  
petróleo, etanol e açúcar através da  
*Transfer Entropy***

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, em cumprimento das exigências legais para obtenção do título de Doutor.

**Área de concentração: Biometria e Estatística Aplicada**

Orientador:

Prof. Dr. Aduino José Ferreira de Souza

Co-Orientadora:

Profa. Dra. Tatijana Stosic

Co-Orientador:

Dr. Jader da Silva Jale

Recife, PE

Fevereiro de 2018.

Leila Milfont Rameh

**Estudo de séries temporais de preços de  
petróleo, etanol e açúcar através da  
*Transfer Entropy***

Tese julgada adequada para obtenção do título de Doutor em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 19/02/2018 pela Comissão Examinadora.

Aprovado em: 19 / 02 / 2018

**Comissão Examinadora:**

---

Prof. Dr. Adauto José Ferreira de Souza  
Orientador  
DF - UFRPE

---

Profa. Dra. Tatjana Stosic  
Co-Orientadora  
DEINFO - UFRPE

---

Prof. Dr. Borko Stosic  
DEINFO - UFRPE

---

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueiredo  
DF - UFRPE

---

Prof. Dr. José Rodrigo Santos Silva  
DECAT - UFS

Dedico ao meu esposo Renier e aos meus pais  
Laércio e Djanira.

# Agradecimentos

Agradeço ao meu esposo por toda insistência para que eu não desistisse do meu objetivo de concluir meu doutorado. Por todo amor, todo cuidado, todo apoio em todos os campos da minha vida. Obrigada por ter sido uma revolução na minha vida, por ter transformado meu passeio aleatório pela existência em viver com plenitude, em viver com objetivos, em viver feliz. Agradeço ao presente especial que recebi, Lia, menina linda, educada, amorosa, que amo como a uma filha e que será logo, logo a irmã mais velha dos nossos filhos.

A meus pais por terem acreditado que a melhor herança que poderiam me dar era investir na minha educação. Por até hoje me mostrarem que vale a pena lutar com dignidade para a cada dia ser melhor do que o que eu fui ontem. Por fazerem tudo sempre com muito amor pela nossa família.

Aos meus irmãos. A Laedja por ter sido inspiração para seguir o caminho das exatas. A Ladjane por ter aliviado minhas ansiedades, ter me dado força a estar aqui escrevendo essa tese e pelas preciosas correções. A Laércio por me fazer querer ser melhor para ser exemplo para ele.

Aos meus sobrinhos Gabriel, Rafael, Luís e Daniel pelos momentos maravilhosos em que me fazem esquecer os problemas de gente grande.

Aos meus cunhados Emanuel e Ícaro por serem tão atenciosos comigo sempre.

Às minhas famílias Milfont e Rameh. As duas são numerosíssimas, então não vou citar vários nomes, vou falar apenas dos meus avós guerreiros. Vovó Lourdes, a mulher cabra da peste, viúva que amou o marido até o fim, que educou seus 14 filhos com muita luta e honestidade. Do outro lado vovô Ide e vovó Cença, que juntos construíram uma família unida. Hoje só tenho aqui minha avó Cença, que ensina a mim e a Renier seu mantra: QUE O AMOR CRESÇA E PERMANEÇA.

Ao meu orientador Adauto, por todos os ensinamentos, por me ouvir e aconselhar sempre.

À minha co-orientadora Tatijana, por ter sido fundamental para que eu não desistisse.

Agradeço muito a Jader que foi fundamental para que esse trabalho fosse concluído, principalmente no apoio computacional, e que se tornou meu co-orientador.

Aos professores Borko e Paulo e ao secretário Marco por toda presteza em solucionar os problemas burocráticos ou de outra natureza que surgiam.

Aos amigos da Biometria Renato, Glauce, Lêda, Cris, Paula, Hérica, Rosilda, Rodrigo, Sílvio.

A Érika por ter sido uma das maiores conquistas desse doutorado. Dividimos angústias, trabalhos, caronas e vitórias.

Ao Prof. Dr. Kléber Santoro pelo convite para a experiência que mudou minha vida, o intercâmbio em Cuba.

À família cubana por todo acolhimento que recebi, por terem me ensinado a alegria de viver, esquecer um pouco o ter e ser: ser bom, ser feliz, ser humano. Minha sogra Paula e seu namorado Jorge; meu sogro José e minha sogra Bertica; meus cunhados Carlos e Yosel, minhas cunhadas Nadia, Katia e meus sobrinhos Matio, Andrio, Ana e Bryan.

Ao amigo Félix por ter me acolhido tão bem em sua casa, a ponto de me fazer sentir em casa. Ah! E por ter me emprestado aquela vista tão maravilhosa de Havana Velha e do Malecón.

Ao piquete que me apresentou ao maravilhoso rum cubano e a tantas maravilhas da Ilha. Meu amor cubano Yaidiris, Raydel, Andris, Adrian, Daniel.

À família linda Sutney, Luna, Sebastian, Charo e Ruben por todo aconchego que sempre recebi na casa de vocês.

A Pipo, Julie e Jose pelas conversas agradáveis naquele lindo jardim ao som dos passarinhos.

A Kelvin e Rachel por terem me acolhido, me aconselhado, enxugado minhas lágrimas quando a saudade do Brasil apertava. E a Rachel pelos preciosos ensinamentos da Língua Espanhola.

Agradeço por ter tido a graça de morar em um lar cubano, o melhor que eu poderia encontrar, um lugar onde eu fui muito amada. Muito obrigada Tomás e Maritza por serem meus pais cubanos. Obrigada por terem cuidado tão bem de mim. E ainda ganhei o convívio com Javi e Mario, crianças encantadoras, e com a mãe deles, Maitê.

Aos ensinamentos e amizades que conquistei no Centro Nacional de Sanidad y Agro-



pecuária, o CENSA. Pastor, Maria Irian, Maria Antonia, Pigui, Ernesto, Odalys, Joel, Ada, Betty, Dami, Helena.

Ao longo da vida o bem mais valioso que acumulei foram meus amigos. Faço questão de conservá-los e conquistar sempre mais. Minha coleção conta com os melhores exemplares! Lá da época do Instituto Domingos Sávio eu guardo comigo Fernanda e Tati, do Colégio Imaculado Coração de Maria seguem comigo Luiz Felipe, Mirella, Bruna, Brenda, Virgínia, Tatiane e Andrezza. Da Academia Santa Gertrudes ganhei Cláudia, Carla e Nicole. Algumas interseções trouxeram Aretha, Marília, Carol, Manuela (que trouxe Juliana). Amigas trouxeram mais amigas, e foi assim que ganhei minhas pérolas Bruninha e Juju. A UFPE me deu de presente o título de meu amigo Leila, distinção concedida por Robinho, Claudyvan, Hemílio e Tadeu. E com Tadeu agora no doutorado pude relembrar uma parceria que sempre deu certo na graduação, no mestrado e agora me socorrendo com o Tex. No Canadá fugi de brasileiros para aprender inglês, mas depois me rendi aos encantos de uma brasileira linda, que virou a família Northcliffe, Filipe, Gustavo, Juliana, Monique, Isabela, Lígia, Mateus, Rodrigo, Daniel, Davi, Tamyres, Júlio e Bruno. Recentemente, em Curitiba, o Grupo Bellinati Perez me deu de presente novos maravilhosos amigos como Letícia, Camila, Mara, Lauro, Robson e reencontros com Claudyvan, Erdel e Raul. E assim sigo feliz, por saber que a vida me deu o que de melhor alguém pode ter: bons amigos, amigos verdadeiros, amigos irmãos.

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste doutorado.

Agradeço a Dr Pedro por me ajudar a me ajudar.

“Eu fumo e tusso fumaça de gasolina”

---

Alceu Valença

# Resumo

A infraestrutura energética brasileira no setor de transportes tem características únicas, com uma grande participação de bioenergia. O governo brasileiro obriga a adição de etanol na gasolina e esse percentual varia como um mecanismo político de estabilização dos preços, aumentando ou diminuindo a depender da capacidade industrial de produzir etanol e do preço do petróleo. O preço da cana-de-açúcar também tem um papel fundamental nesta tomada de decisão. O mercado interno alterna o destino da cana-de-açúcar para produção de etanol ou de açúcar dependendo dos preços do mercado. Grande parte da produção de etanol é destinada ao mercado interno. Enquanto o açúcar, além de ser um produto da cesta básica brasileira, é um forte produto de exportações. Dessa forma, as *commodities* açúcar, etanol e petróleo possuem uma correlação muito grande com relação aos preços no mercado financeiro brasileiro. A correlação existente entre os preços do etanol, açúcar e petróleo leva a necessidade de estudar esta troca de informações e avaliar a direcionalidade desse fluxo de informação. Para estudar a transferência de informações nas séries de preço destas *commodities* utilizamos a *Transfer Entropy* que permite, além de medir a intensidade de acoplamento entre as séries, identificar a direcionalidade do acoplamento. Como essas *commodities* são altamente influenciadas pelo mercado internacional, analisamos o comportamento de suas séries temporais de preços diante da crise financeira mundial que acarretou a quebra do Banco Lehman Brothers. Dessa forma, estudamos essas *commodities* para os períodos antes, durante e após a Crise *Subprime*. Nosso principal objetivo neste estudo foi investigar séries temporais de preço de etanol, petróleo e açúcar utilizando o método *Transfer Entropy*. Os resultados obtidos mostram que a crise financeira afetou a relação entre os preços das *commodities* açúcar, etanol e petróleo. A *Transfer Entropy* se mostrou eficiente para quantificar o fluxo de informações entre as séries temporais de preços dessas *commodities* e elucidar a direcionalidade da transferência. Destacamos algumas inversões observadas na intensidade do fluxo de informações, por exemplo, entre açúcar e petróleo, nos períodos durante e após a crise o comportamento da *Transfer Entropy* inverteu e o sentido petróleo  $\rightarrow$  açúcar se tornou maior que o outro sentido. Entre açúcar e etanol e entre petróleo e etanol também houve inverção no comportamento da transferência de informações no período durante a crise. No geral, o método detectou a alteração no comportamento dos preços ocasionada pela crise financeira. A vantagem da técnica é, além de medir a intensidade entre esses acoplamentos, indicar a direcionalidade das interações. Entre os resultados obtidos com o método *Multiscale Transfer Entropy* destacamos que entre o petróleo e o etanol, ao analisar as diferentes escalas de tempo, não pudemos concluir qual sentido transfere mais informação. Essa característica pode ser relacionada com as intervenções políticas que baixam o preço da gasolina artificialmente, alteram o percentual de etanol na gasolina, fazendo com que a relação entre os preços do etanol e petróleo não ocorram naturalmente.

Palavras-chave: Teoria da informação, Econofísica, *Commodities* Agrícolas, Biocombustíveis, Crise *Subprime*.

# Abstract

The Brazilian energy infrastructure in the transportation sector has unique characteristics, with a large participation of bioenergy. The Brazilian government obliges the addition of ethanol in gasoline and this percentage varies as a political mechanism of price stabilization, increasing or decreasing depending on the industrial capacity to produce ethanol, the price of oil. The price of sugar cane also has a role in this decision-making. The domestic market switches the destination of sugarcane to ethanol or sugar production depending on market prices. Much of the ethanol production is destined for the domestic market. While sugar, besides being a product of the Brazilian basic food basket, is a strong product of exports. Thus, sugar, ethanol and petroleum commodities have a very large price correlation in the Brazilian financial market. The correlation between the prices of ethanol, sugar and oil leads to the need to study this exchange of information and to evaluate the directionality of this flow of information. In the analysis of multivariate time series, a common subject of interest is the coupling between the variables. In order to study the transfer of information in the series of prices of these commodities we use the Transfer Entropy that allows, in addition to measuring the coupling force between the series, to identify the directionality of the coupling. As these commodities are highly influenced by the international market, we analyze the behavior of their time series of prices in the face of the global financial crisis that led to the collapse of Lehman Brothers Bank. In this way, we study these commodities for the periods before, during and after the Subprime Crisis. Our main objective in this study was to investigate time series of ethanol, oil and sugar prices using the Transfer Entropy method. The results show that the financial crisis affected the relationship between sugar, ethanol and oil commodity prices. Transfer Entropy was efficient in quantifying the flow of information between the time series of prices of these commodities and elucidating the directionality of the transfer. We highlight some inversions observed in the intensity of the flow of information, for example between sugar and oil, during the periods during and after the crisis, the behavior of Transfer Entropy reversed and the direction of oil  $\rightarrow$  sugar became bigger than the other direction. Between sugar and ethanol and between oil and ethanol there was also an inversion in the behavior of information transfer during the period during the crisis. Overall, the method detected the change in price behavior caused by the financial crisis. The advantage of the technique is, besides measuring the intensity between these couplings, to indicate the directionality of the interactions. Among the results obtained with the Multiscale Transfer Entropy method we highlight that between oil and ethanol, when analyzing the different time scales, we could not conclude which direction transfers more information. This feature may be related to policy interventions that lower the price of gasoline artificially, change the percentage of ethanol in gasoline, causing the relationship between ethanol and oil prices not to occur naturally.

Keywords: Information Theory, Econophysics, Agricultural Commodities, Biofuels, Subprime Crisis

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	p. 12
<b>Lista de Tabelas</b>	p. 14
<b>1 Introdução</b>	p. 15
1.1 Objetivos . . . . .	p. 17
1.2 Estruturação dos capítulos . . . . .	p. 17
<b>2 Revisão de Literatura</b>	p. 18
2.1 <i>Commodities</i> . . . . .	p. 18
2.1.1 Açúcar . . . . .	p. 18
2.1.2 Etanol . . . . .	p. 19
2.1.3 Petróleo . . . . .	p. 20
2.2 Crise <i>Subprime</i> . . . . .	p. 21
2.3 Pesquisas relacionadas ao tema . . . . .	p. 23
2.4 <i>Medidas baseadas em Entropia</i> . . . . .	p. 25
2.4.1 Medidas de Entropia para Sequências Simbólicas . . . . .	p. 26
2.4.1.1 Dinâmica simbólica . . . . .	p. 26
2.4.1.2 Entropias de Bloco . . . . .	p. 28
2.4.1.3 Entropia Tsallis Não Extensiva . . . . .	p. 29
2.4.1.4 Abordagens baseadas em padrões de ordem . . . . .	p. 31
2.4.2 Medidas de entropia para dados contínuos . . . . .	p. 32
2.4.2.1 Entropia aproximada . . . . .	p. 32

2.4.2.2	Entropia Amostral . . . . .	p. 34
2.4.3	Medidas de interdependência estatística e causalidade . . . . .	p. 35
2.4.3.1	Informação mútua . . . . .	p. 35
2.4.3.2	Informação mútua condicional e <i>Transfer Entropy</i> . . .	p. 36
2.4.4	<i>Transfer Entropy</i> . . . . .	p. 37
<b>3</b>	<b>Dados e Metodologia</b>	p. 40
3.1	Dados . . . . .	p. 40
3.2	Metodologia . . . . .	p. 41
3.2.1	<i>Transfer Entropy</i> . . . . .	p. 41
3.2.2	<i>Multiscale Transfer Entropy</i> . . . . .	p. 42
3.2.3	Janelas Móveis . . . . .	p. 43
<b>4</b>	<b>Resultados e discussões</b>	p. 45
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	p. 60
	<b>Referências</b>	p. 62

# Lista de Figuras

1	Ilustração do particionamento da série temporal usada no método <i>Multiscale Transfer Entropy</i> . . . . .	p. 43
2	Séries de preço, retorno e volatilidade do açúcar. . . . .	p. 46
3	Séries de preço, retorno e volatilidade do etanol. . . . .	p. 46
4	Séries de preço, retorno e volatilidade do petróleo. . . . .	p. 47
5	Gráfico dos resultados da <i>Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol para os períodos antes, durante e após a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . . .	p. 48
6	Gráfico dos resultados da <i>Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de etanol e petróleo para os períodos antes, durante e após a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . . .	p. 49
7	Gráfico dos resultados da <i>Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e petróleo para os períodos antes, durante e após a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . . .	p. 49
8	Gráfico da <i>Net Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para os períodos total, antes, durante e após a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . . .	p. 50
9	(a) Gráfico dos resultados da <i>Multiscale Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. (b) Gráfico da <i>Net Transfer Entropy</i> das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. . . . .	p. 52
10	(a) Gráfico dos resultados da <i>Multiscale Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de etanol e petróleo. (b) Gráfico da <i>Net Transfer Entropy</i> das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. . . . .	p. 53
11	(a) Gráfico dos resultados da <i>Multiscale Transfer Entropy</i> entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e petróleo. (b) Gráfico da <i>Net Transfer Entropy</i> das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. . . . .	p. 54

- 12 (a) *Transfer Entropy* entre as séries açúcar e etanol utilizando janelas móveis de 208 semanas com passo de 1 semana entre cada janela. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. . . . . p. 56
- 13 (a) *Transfer Entropy* entre as séries etanol e petróleo utilizando janelas móveis de 208 semanas com passo de 1 semana entre cada janela. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. . . . . p. 57
- 14 (a) *Transfer Entropy* entre as séries açúcar e petróleo utilizando janelas móveis de 208 semanas com passo de 1 semana entre cada janela. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. . . . . p. 58



# Lista de Tabelas

1	Períodos estudados e tamanho das séries . . . . .	p. 41
2	Medidas descritivas das séries de preços de açúcar, etanol e petróleo. . .	p. 45
3	<i>Transfer Entropy</i> para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período total estudado. . . . .	p. 47
4	<i>Transfer Entropy</i> para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período antes da Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . .	p. 48
5	<i>Transfer Entropy</i> para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período durante a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . .	p. 48
6	<i>Transfer Entropy</i> para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período após a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . . .	p. 48
7	<i>Net Transfer Entropy</i> para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para os períodos total, antes, durante e após a Crise Financeira <i>Subprime</i> . . . . .	p. 50

# 1 Introdução

A infraestrutura energética brasileira no setor de transportes tem características únicas, com uma grande participação de bioenergia. Desde o programa pró-alcool, na década de 1970, o governo brasileiro obriga a adição de etanol na gasolina. O percentual de etanol na gasolina funciona como um mecanismo político de estabilização dos preços. Este percentual aumenta ou diminui dependendo da capacidade industrial de produzir etanol e do preço do petróleo. O preço da cana-de-açúcar também tem um papel fundamental nesta tomada de decisão. O mercado interno alterna o destino da cana-de-açúcar para produção de etanol ou de açúcar dependendo dos preços do mercado. Grande parte da produção de etanol é destinada ao mercado interno. Enquanto o açúcar, além de ser um produto da cesta básica brasileira, é um forte produto de exportações (PACINI; SILVEIRA, 2011).

Em setembro de 2017 o Brasil exportou mais de 3 milhões de toneladas de açúcar totalizando mais de 1 bilhão de dólares. Entre abril de 2016 e setembro de 2017 os principais destinos da exportação do açúcar brasileiro foram Bangladesh, Emirados Árabes Unidos, Índia e Argélia. Dessa forma, a cotação do dólar também é um fator decisivo na preferência do mercado em destinar a cana-de-açúcar para a produção de etanol ou açúcar. O Brasil produz e exporta petróleo, porém importa gasolina, dessa forma o mercado internacional também interfere nos preços dos combustíveis. De janeiro a setembro de 2017 o Brasil exportou mais de 298 milhões de barris de petróleo, o equivalente a mais de 13 bilhões de dólares. De acordo com a Agência Nacional de Petróleo (ANP), os principais importadores de petróleo do Brasil em 2016 foram China, Uruguai e Estados Unidos da América (EUA) (aproximadamente 108, 36 e 34 milhões de barris, respectivamente). De janeiro a setembro de 2017 o Brasil importou 22.743.418 barris de gasolina, que juntamente com outros derivados de petróleo somou mais de 9 bilhões de dólares (SECEX, 2017).

As *commodities* açúcar, etanol e petróleo possuem uma correlação muito forte com relação aos preços no mercado financeiro brasileiro (SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010; MELO; SAMPAIO, 2016). Como essas *commodities* são altamente influenciadas pelo mercado internacional (BINI; CANEVER; DENARDIN, 2015), analisamos o comportamento

de suas séries temporais de preços diante da crise financeira mundial que acarretou a quebra do banco americano Lehman Brothers. Dessa forma, estudamos essas *commodities* para os períodos antes, durante e após a crise *Subprime*.

Ao estudar a transferência de informação, aferimos a quantidade de informação que uma variável aleatória contém acerca de outra. Ou seja, a quantidade de incerteza que é reduzida em uma variável a partir do conhecimento fornecido pela outra variável. A correlação existente entre os preços do etanol, açúcar e petróleo leva à necessidade de estudar a transferência de informações entre essas *commodities* e avaliar a direcionalidade desse fluxo de informação. Na análise de séries temporais multivariadas, um assunto comum de interesse é o acoplamento entre as variáveis. Uma medida promissora para alcançar esse objetivo é a *Transfer Entropy* (SCHREIBER, 2000a), que quantifica a transferência de informações de uma variável para a outra. Este método é não-paramétrico e pode capturar efeitos de acoplamento não-lineares. Além disso, é uma medida assimétrica que quantifica o fluxo de informações direcionais. Ao contrário da informação mútua, que só quantifica a quantidade de informação compartilhada entre duas variáveis, a *Transfer Entropy* pode mensurar o fluxo de informações entre as variáveis.

Dadas todas essas vantagens, a *Transfer Entropy* vem ganhando popularidade como uma poderosa ferramenta analítica para caracterizar redes complexas. Neste texto, o termo complexidade é associado com “riqueza estrutural significativa” (ATMANSPACHER; SCHEINGRABER, 2013). Este método foi aplicado, por exemplo, para estudar indicadores de indústrias e identificar como a crise financeira afetou o fluxo de informação entre as indústrias (CHUNXIA et al., 2016); para analisar a integração de mercados fronteiriços com o mercado americano (DAUGHERTY; JITHENDRANATHAN, 2015); foi aplicado também em um estudo do fluxo de informação econômica entre diferentes províncias chinesas antes e depois da política de abertura econômica da China (YANG et al., 2015); a *Transfer Entropy* e a Causalidade de Granger também foram empregadas para retornos financeiros (SYCZEWSKA; STRUZIK, 2015); entre muitas outras aplicações na área de economia.

A *Transfer Entropy* foi aplicada também em diversas outras áreas. Na Medicina, por exemplo, para quantificar a interação entre as taxas de batimentos cardíacos da mãe e do feto (MARZBANRAD et al., 2015). Na Biologia, a *Transfer Entropy* foi utilizada para estudar o comportamento de liderança do peixe zebra (BUTAIL; MWAFFO; PORFIRI, 2016) e também de morcegos (ORANGE; ABAID, 2015). Nas Ciências Sociais, dados de mídia social foram analisados através da *Transfer Entropy* para investigar as dinâmicas

de fenômenos sociais coletivos (BORGE-HOLTHOEFER et al., 2016). Na Engenharia Elétrica, um critério de diagnóstico da ocorrência de um possível *blackout* foi proposto usando a *Transfer Entropy* (MILLIGEN; CARRERAS; NEWMAN, 2016).

## 1.1 Objetivos

Como os preços das *commodities* açúcar, etanol e petróleo são altamente influenciadas pelo mercado internacional, analisamos o comportamento de suas séries temporais diante da crise financeira mundial que acarretou a quebra do banco americano Lehman Brothers. Estudamos essas *commodities* para os períodos antes, durante e após a Crise *Subprime*.

Nosso objetivo neste estudo foi investigar alterações no comportamento das séries temporais de preço de etanol, petróleo e açúcar, diante da crise financeira, utilizando o método *Transfer Entropy*. Nos concentramos na capacidade do método *Transfer Entropy* de detectar mudanças na intensidade de acoplamento.

Empregamos também o método de janelas móveis para detectar as diferenças de padrões temporais. Por fim, utilizamos o método *Multiscale Transfer Entropy* para comparar o sentido em que a transferência de informação é mais forte nas diversas escalas de tempo.

## 1.2 Estruturação dos capítulos

A estrutura desta Tese está dividida em 5 capítulos. O capítulo 1 corresponde à parte introdutória do trabalho, onde também estão dispostos os objetivos do trabalho. No Capítulo 2 apresentamos alguns aspectos das *commodities* açúcar, etanol e petróleo e também da crise financeira mundial que ocorreu em 2008, são expostos também alguns métodos baseados em entropia e detalhamos o método da *Transfer Entropy*. No Capítulo 3 apresentamos os dados e a metodologia utilizados nas análises aqui apresentadas. O Capítulo 4 traz os resultados encontrados na análise das séries temporais de preço de açúcar, etanol e petróleo para os períodos antes, durante e após a Crise *Subprime*. Encerramos com o Capítulo 5 em que apresentamos as conclusões que chegamos baseados nos resultados da presente investigação.

## 2 Revisão de Literatura

### 2.1 *Commodities*

O termo inglês *commodity* significa mercadoria e é utilizado para designar transações comerciais nas bolsas de valores de produtos de origem primária ou produtos com pouca industrialização produzidos em larga escala e por diferentes produtores. São produtos com durabilidade suficiente para serem armazenados por um certo período de tempo sem perder a qualidade. As *commodities* possuem cotação e negociabilidade globais, utilizando bolsas de mercadorias (KALDOR, 1939; COPELAND et al., 1983; GEMAN, 2005).

Apesar das *commodities* serem mercadorias primárias ou com pouca industrialização, o fato de serem globalmente negociáveis as torna muito importantes para a economia. Os fatores de oferta e demanda regem as cotações de preços no mercado internacional. Desta forma, os preços das *commodities* estão suscetíveis a perturbações provocadas pelo mercado financeiro (VERÍSSIMO; XAVIER, 2014).

Em geral as *commodities* são produzidas de forma similar e não apresentam grande valor agregado. Podem ser negociadas através de mercado à vista e futuro e nas bolsas de mercadorias, sendo negociadas em quantidades padrões: por exemplo, o café é negociado em contratos de 100 sacas de 60 Kg. De acordo com Teweles e Bradley (TEWELES; BRADLEY, 1998), os principais tipos de *commodities* são:

(i) Agrícolas. Exemplos: café, trigo, soja, milho, açúcar, farelo de soja; (ii) Minerais. Exemplos: ouro, petróleo, ferro, alumínio; (iii) Financeiras. Exemplos: dólar, euro, real, índices futuros; (iv) Ambientais. Exemplos: créditos de carbono, condições climáticas médias em regiões do planeta;

#### 2.1.1 Açúcar

A relevância de se estudar o funcionamento da agroindústria canavieira brasileira reside em sua grande importância tanto no contexto doméstico como internacional. No

mercado doméstico, esta agroindústria diferencia-se dos demais países por produzir, em escala industrial, tanto açúcar como álcool. A cana-de-açúcar ocupa posição de destaque entre as principais culturas quanto à área plantada e também quanto ao volume e valor da produção (ALVES; BACCHI, 2004). A safra 2017/2018 de cana-de-açúcar é estimada em 648 milhões de toneladas, com uma área plantada de aproximadamente 8,8 milhões de hectares (CONAB, 2017).

O setor sucroalcooleiro, vem destacando-se pelo crescimento da produção de açúcar e álcool. O açúcar faz parte da cesta básica de alimentação brasileira e também se destina ao mercado externo. O álcool anidro é utilizado na mistura com a gasolina e o álcool hidratado como combustível para a frota de carros movidos à álcool (MARJOTTA-MAISTRO, 2002).

Uma das mais importantes características da agroindústria canavieira brasileira consiste na flexibilidade de sua produção. As usinas de açúcar com destilaria anexa podem direcionar o caldo oriundo da moagem da cana-de-açúcar tanto para a fabricação de açúcar como de álcool, dependendo da rentabilidade de cada um desses produtos. De acordo com (MARJOTTA-MAISTRO, 2002), no processo de tomada de decisão os agentes formam expectativa considerando preços e quantidades demandadas de açúcar e álcool, tanto no mercado interno como no externo. Além disso, por causa do grande crescimento da cana-de-açúcar baseada no suporte de ambas as indústrias no Brasil, o país demonstra o potencial de expansão da exportação de açúcar mais rápido do que qualquer outro país exportador.

### **2.1.2 Etanol**

O etanol é atualmente o principal biocombustível líquido produzido em todo o mundo. O recente aumento na demanda e produção global do etanol deve-se em parte aos preços do petróleo que têm atingido níveis altos. Isso tem incentivado o uso de fontes alternativas de energia e diminuído a dependência de combustíveis fósseis (SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010).

A indústria do etanol no Brasil foi inicialmente promovida por meio de intervenção governamental como uma solução à crise do petróleo de 1973 (GOLDEMBERG, 2006). Além dos incentivos governamentais, a indústria brasileira de etanol tem sido beneficiada pelas grandes quantidades de terra disponíveis para o cultivo da cana-de-açúcar, investimentos em facilitadores da produção e vários desenvolvimentos tecnológicos (TOKGOZ; ELOBEID, 2015).

Em 2003 a introdução no mercado de veículos bicombustível que podem funcionar com misturas de etanol e gasolina aqueceu ainda mais o comércio do etanol (PERKINS; BARROS, 2006). Mudanças técnicas nas indústrias do etanol e automobilística têm aumentado a eficiência e baixado os custos do etanol em comparação com o petróleo (HAMELINCK; FAAIJ, 2006; OECD, 2017). Comparado com outros países produtores de etanol, estima-se que o Brasil tenha o menor preço de produção (SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010).

Recentes aumentos na demanda mundial do petróleo têm levado a sua capacidade de produção a se aproximar do seu limite acarretando a elevação do preço do petróleo. Estes fatores têm alavancado a competitividade do etanol no mercado de combustíveis e aumentado a quantidade de cana-de-açúcar direcionada para a produção de etanol. Apesar de mais cana-de-açúcar ser dedicada à produção de combustível, a demanda cresceu e o mercado respondeu com o aumento do preço do etanol (SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010).

### 2.1.3 Petróleo

O petróleo bruto, comumente conhecido como petróleo, é um líquido encontrado dentro dos compostos de hidrocarbonetos, compostos orgânicos e pequenas quantidades de metais. É criado por meio do aquecimento e compressão de materiais orgânicos durante um longo período de tempo. A maior parte do petróleo que extraímos hoje vem dos restos de algas pré-históricas e zooplânctons que se depositaram no fundo de um oceano ou lago. Ao longo do tempo este material orgânico combinado com lama foi aquecido a temperaturas elevadas devido à pressão criada por camadas espessas de sedimento. O método mais comum de extração do petróleo bruto é a perfuração (SPEIGHT, 2014).

Apesar de quase todos os países do mundo dependerem do petróleo, nem todos os países o produzem. Em 2016, os cinco principais países produtores de petróleo foram: EUA, Arábia Saudita, Rússia, China e Canadá. Os cinco principais países consumidores de petróleo foram: EUA, China, Índia, Japão e Rússia (EIA, 2018).

No ritmo atual de consumo é estimado que as reservas em todo o mundo se extinguirão por volta de 2039. Cientistas e engenheiros estão trabalhando duro para encontrar maneiras mais eficientes de extração e processamento de petróleo bruto para atrasar o que poderia se tornar uma crise energética global (OILPRICE, 2017).

Do ponto de vista da teoria econômica, existem três restrições para o preço do petróleo

bruto se manter em equilíbrio. O primeiro desses surge do problema de armazenamento, o segundo de contratos financeiros futuros, e o terceiro a partir do fato do petróleo ser um recurso esgotável (HAMILTON, 2008).

O Brasil exportou cerca de 1,63 milhão de barris por dia (b/d) de petróleo em fevereiro de 2017, de acordo com relatório da Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP). O aumento das exportações ocorre em um momento de novos projetos na área do pré-sal do país. Em janeiro de 2017, a produção do pré-sal atingiu uma média de 1,28 milhão b/d, representando cerca de 48% da oferta de petróleo do país. Com crescimento apoiado principalmente pelo aumento da produção do pré-sal, outro fator que ajudou as exportações foi a redução das necessidades domésticas de petróleo, além da recessão nos últimos dois anos (OPEP, 2017).

O etanol é um combustível de produção renovável, o que é positivo ambientalmente. Os motores atuais dos automóveis incorporam tecnologias que permitem o seu pleno funcionamento com os combustíveis adequados comercializados no mercado, seja gasolina ou etanol. Desde 16 de março de 2015, o percentual obrigatório de etanol anidro combustível na gasolina comum é de 27%, conforme Portaria Nº 75, de 5 de março de 2015, do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA) e Resolução Nº 1, de 4 de março de 2015, do Conselho Interministerial do Açúcar e do Álcool (CIMA). O percentual na gasolina premium é de 25%. Como o etanol é produzido pelas usinas de cana-de-açúcar, o período de entressafra - em virtude da escassez - também influencia no preço final da gasolina (PETROBRAS, 2017).

## 2.2 Crise *Subprime*

Em 12 de setembro de 2008, o banco americano Lehman Brothers foi avaliado em 639 bilhões de dólares. Na segunda-feira, 15 de setembro, ele não valia nada. O Lehman Brothers tinha uma longa história e prestígio, e certamente até o final de 2007 parecia ser a realização de um negócio muito bem sucedido. Seu colapso foi a maior falência da história americana e é amplamente considerado como um evento crucial no desencadeamento da turbulência nos mercados globais que originou a crise financeira (MCDONALD, 2015). A Crise *Subprime* foi considerada por muitos economistas como a pior crise financeira desde o *Crash* da Bolsa de Nova Iorque em 1929.

Em 15 de setembro de 2008, a quebra do banco de investimento Lehman Brothers caracterizou o ápice da Crise Financeira do *Subprime*, iniciada nos EUA no ano de 2007. A



crise que se iniciou com a queda nos preços de imóveis norte-americanos e, posteriormente, o aumento das dívidas relacionadas às hipotecas, se alastrou para as instituições bancárias, para o mercado acionário e, por fim, para a economia real, com quedas acentuadas nos índices do mercado financeiro, no nível de produção e emprego não só no EUA, mas em boa parte do mundo (SILVA; FIGUEIRÊDO; FREITAS, 2016).

A Crise Financeira de 2007-08 remonta a meados da década de 1990, quando o setor imobiliário norte-americano começou a se mostrar mais dinâmico com crescimento de preços dos imóveis e das construções de casas, com o índice de preços de imóveis crescendo cerca de 30% entre 1995 e 2000. O segundo antecedente foi a eclosão da crise das empresas “ponto com”, no ano de 2000, levando o Federal Reserve (Fed) a reduzir a taxa de juros, do ápice de 6,5% a.a. em maio de 2000 para 1,0% a.a. em junho de 2003, o que acabou estimulando ainda mais o mercado imobiliário (GONTIJO; OLIVEIRA, 2009).

Nesse contexto de elevada liquidez e preços residenciais em ascensão, aliado ao forte crescimento do Produto Interno Bruto (PIB) em torno de 4% ao ano na década, de 2000 até 2008, os bancos do país vislumbraram a oportunidade de auferir lucros mais atrativos no mercado imobiliário, através da venda de hipotecas e da distribuição dos riscos, pelo processo de securitização.

Com esse sistema, as famílias conseguiam comprar casas, os bancos conseguiam reduzir custos e riscos, e o mercado financeiro ganhava com as taxas pagas. E foi justamente esse processo que desencadeou o surgimento de uma bolha no mercado imobiliário. Com a percepção da lucratividade atrelada ao mercado de hipotecas, somado ao preço ascendente dos imóveis norte-americanos, mais pessoas e capital ingressaram no negócio, elevando seu risco e complexidade (KRUGMAN, 2009).

O banco fornecia o crédito, tendo em vista que o risco da inadimplência seria compartilhado com o mercado e, de qualquer forma, o prejuízo seria minimizado, caso a hipoteca fosse executada, devido ao preço crescente das residências. Os bancos passaram a agregar, nos mesmos produtos, créditos de famílias que tinham condições de realizar o pagamento e as que não tinham sequer renda comprovada (daí o nome de créditos *Subprime*) e os repassavam ao mercado (KRUGMAN, 2009).

Quando o Lehman Brothers entrou com um pedido de concordata na Corte de Falências de Nova York e as autoridades americanas decidiram não prover apoio financeiro ao banco a crise foi profundamente agravada, gerando um forte pânico nos mercados globais. Bancos e empresas, mesmo possuindo condições saudáveis do ponto de vista financeiro, passaram a ter amplas dificuldades na obtenção de novos recursos e linhas de crédito de curto prazo.

Na esteira da piora da crise financeira, cresceram as preocupações e desconfiças com relação à solvência do sistema bancário norte-americano e seus impactos recessivos sobre o lado real da economia. Nesse sentido, a quebra do Lehman Brothers é, efetivamente, o ponto nevrálgico de agravamento da crise financeira (JUNIOR; RODRIGUES; FILHO, 2008).

## 2.3 Pesquisas relacionadas ao tema

Serra, Zilberman e Gil estudaram a volatilidade nos preços do etanol e verificaram que os preços do etanol são positivamente relacionados com o preço do petróleo e açúcar. Essa relação significa que os produtores do etanol consideram o petróleo como um mercado substituto e não complementar (SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010). Este resultado é compatível com os incentivos na taxaço do etanol e baixo custo de produço do etanol no Brasil.

Outro fato que deve ser considerado é a natureza do mercado de etanol brasileiro que é voltado para o mercado interno, enquanto o petróleo e açúcar são mercados internacionais (PACINI; SILVEIRA, 2011). Dessa forma a alteraçáo no comportamento dos preços das séries de açúcar, etanol e petróleo é influenciada pela alternância de interesse em se fabricar etanol para o mercado interno ou exportar o açúcar, de acordo com a variaço do dólar. E o preço do dólar influencia diretamente o preço do barril do petróleo que afeta na baixa ou aumento da produço de etanol.

Mcphail discute em seu trabalho o impacto do etanol na flutuaço dos preços de petróleo e gasolina nos EUA. Ele pontua que a demanda de etanol nos EUA também é conduzida por políticas na forma de tributaço e percentual de mistura de etanol à gasolina. E a oferta de etanol está condicionada às mudanças nos preços da matéria-prima, neste caso principalmente milho. A principal hipótese testada é que conduço política na demanda de etanol afeta o mercado de combustíveis fósseis, mas alteraçoes na oferta de etanol impulsionadas pela variaço do preço da matéria-prima não afetam os mercados de combustíveis fósseis. O resultado do estudo indica que a expansáo da demanda de etanol leva a um declínio estatisticamente significativo nos preços reais do petróleo bruto, enquanto não há efeito estatisticamente significativo da expansáo da oferta de etanol sobre os preços reais do petróleo. Isso sugere que, embora o mercado de etanol dos EUA seja pequeno e represente menos de 1% do mercado global de combustíveis, a influência da política de etanol dos EUA nos mercados globais de combustíveis fósseis é

universal (MCPHAIL, 2011).

Khanna, Nuñez e Zilberman evidenciam que para evitar a volatilidade dos preços da energia, o governo brasileiro regula o preço por atacado dos combustíveis fósseis, em vez de deixá-lo flutuar com o preço mundial. O limite do preço do petróleo doméstico fornece um subsídio implícito à gasolina e reduz os incentivos para consumir biocombustíveis (KHANNA; NUÑEZ; ZILBERMAN, 2016).

Gomes e Legey pontuam que a introdução de veículos bicombustíveis, em março de 2003, permitiu ao consumidor decidir o combustível baseado em fatores de custo-benefício, que, até 2009, favoreceram o uso de etanol. Os resultados obtidos neste estudo sugerem que o mercado brasileiro de combustíveis se tornou mais instável em períodos recentes do que era anteriormente aos veículos bicombustíveis (GOMEZ; LEGEY, 2015).

Cavalcanti, Szklo e Machado analisam a hipótese de que os preços do etanol hidratado seguem o preço da gasolina no Brasil. Além disso, testa a hipótese de que a variação do preço da gasolina no Brasil tende a seguir a variação no preço do petróleo bruto. Ao testar essas duas hipóteses simultaneamente, este estudo avaliou uma hipótese mais geral que expressa a influência dos preços do petróleo nos preços do etanol hidratado no Brasil. As conclusões indicam que uma variação no preço do petróleo não causa automaticamente uma variação nos preços da gasolina no Brasil. A melhor correlação encontrada foi entre a flutuação do preço do petróleo e o preço médio da gasolina na refinaria seis meses depois. No caso dos preços da bomba de gasolina e etanol, esta relação é elástica a longo e curto prazo no mercado brasileiro. Além disso, o resultado que prova a relação entre o preço da gasolina e o preço do etanol no Brasil entre 2003 e 2009 é válido apenas porque, durante este período, não havia falta de oferta no mercado de etanol. Essa situação mudou em 2010, quando os picos de preço do açúcar, que alteraram as preferências dos produtores de cana-de-açúcar entre o etanol e o açúcar, aliados a uma estação seca prolongada impactando a cultura da cana no sul do Brasil e o aumento da demanda de etanol criaram a condição de baixa oferta de etanol. Sob esta nova circunstância, os preços da gasolina e etanol foram desacoplados e a regra dos custos de oportunidade com base nos preços da gasolina observados neste artigo deixou de ser válida. Em vez disso, o custo de oportunidade para o etanol em 2010 foi, aparentemente, com base nos preços da cana-de-açúcar e não nos preços da gasolina (CAVALCANTI; SZKLO; MACHADO, 2012).

Drabik e colaboradores afirmam que a produção de cana-de-açúcar é utilizada para o açúcar e o etanol anidro e hidratado. A produção de etanol anidro e hidratado excede seu

uso doméstico. A diferença é devido ao comércio e uso industrial do etanol. Assumi-se que esta parte da produção de etanol é exógena, ou seja, as políticas de biocombustíveis não afetam esses mercados. O Brasil exporta cerca de dois terços da produção de açúcar. Além disso, percentual de etanol misturado à gasolina mais elevado, isenções fiscais para o etanol hidratado e os preços da gasolina no Brasil significam preços mais elevados de etanol e açúcar (DRABIK et al., 2014).

Balcombe e Rapsomanikis examinam o ajuste não-linear para as relações de equilíbrio a longo prazo dos preços de açúcar-etanol-petróleo no Brasil. Os resultados sugerem que o que conduz a longo prazo os preços brasileiros do açúcar são os preços do petróleo. E que não existem linearidades nos processos de ajuste dos preços do açúcar e do etanol com relação ao preço do petróleo. Os resultados também sugerem o ajuste linear entre os preços do etanol e do açúcar (BALCOMBE; RAPSOMANIKIS, 2008).

## 2.4 *Medidas baseadas em Entropia*

A complexidade é, hoje em dia, um conceito frequentemente usado. Contudo, pelo menos quantitativamente falando, mal definido (TSALLIS et al., 2009). Ele tenta abraçar uma grande variedade de abordagens científicas e tecnológicas de todos os tipos de sistemas naturais, artificiais e sociais (TSALLIS et al., 2009). Existe uma grande variedade de estruturas metodológicas que nos permitem estudar, caracterizar e, assim, compreender a complexidade com base em dados observacionais ou teóricos. Entre os principais grupos de abordagens conceituais, os métodos originários da mecânica estatística e da teoria da informação pertencem às mais proeminentes e frutíferas ferramentas de análises de séries temporais não lineares complexas (KANTZ; SCHREIBER, 2004; SPOTT; SPOTT, 2003). Embora a mecânica estatística e a teoria da informação estejam baseadas em fundamentos um tanto diferentes, muitos conceitos usados em ambas as áreas estão relacionados. Mais proeminentemente, a noção de entropia surge naturalmente em ambas as disciplinas e fornece uma base versátil para caracterizar vários aspectos complementares associados à riqueza estrutural e dinâmica.

A dependência entre sistemas pode ser convenientemente quantificada através de informações mútuas, uma medida de dependência estatística baseada em entropia que leva em consideração as contribuições não-lineares para o acoplamento. Na prática, por razões de simplicidade teórica e numérica, o coeficiente de correlação linear de Pearson pode ser suficiente, embora possa deixar de fora as contribuições não-lineares para as interações.

No entanto, estes métodos não permitem avaliar a direcionalidade dos acoplamentos e do fluxo de informação subjacente. Isso motiva o uso de medidas mais sofisticadas, conhecidas também como métodos de análise de causalidade. A família dos métodos de causalidade inclui abordagens lineares, como a análise da causalidade de Granger (GRANGER, 1969), bem como métodos não-lineares mais gerais. Um representante proeminente da avaliação da causalidade não-linear é a informação mútua condicional (VEJMELKA; PALUŠ, 2008), especialmente a *Transfer Entropy* (SCHREIBER, 2000b).

## 2.4.1 Medidas de Entropia para Sequências Simbólicas

### 2.4.1.1 Dinâmica simbólica

A análise simbólica de séries temporais é uma ferramenta útil para modelagem e caracterização de sistemas dinâmicos não-lineares. Ela fornece uma maneira rigorosa de olhar a dinâmica “real” com grande precisão (BAILIN, 1989; KARAMANOS; NICOLIS, 1999). Brevemente, é uma maneira de particionar ou simplificar a descrição.

A ideia básica é bastante simples. Divide-se o espaço amostral em um número finito de classes e rotula-se cada classe com um símbolo, por exemplo, uma letra de algum alfabeto. Em vez de representar as trajetórias por sequências de números, tipicamente reais, observa-se a alteração de símbolos. Naturalmente, ao fazer isso, perdemos uma quantidade considerável de informações detalhadas, mas algumas das propriedades invariantes e robustas da dinâmica são tipicamente mantidas (BALASIS et al., 2013).

No quadro da dinâmica simbólica, as séries temporais são transformadas em uma sequência de símbolos usando uma partição, o que resulta em relativamente poucos símbolos. Após a simbolização, o próximo passo é a construção de “sequências de símbolos”, “palavras” na linguagem da dinâmica simbólica, a partir da série de símbolos, reunindo grupos de símbolos em ordem temporal (BALASIS et al., 2013).

Para ser mais preciso, o particionamento mais simples possível de uma série temporal é dado pela escolha de um único limiar, geralmente o valor médio ou mediana dos dados considerados (DAW; FINNEY; TRACY, 2003), e atribuindo os símbolos “1” e “0” ao sinal, dependendo se ele está acima ou abaixo do limiar, partição binária. A generalização para obter uma classificação usando mais de um limiar é trivial. Além deste tipo de codificação “estática”, existem outras possibilidades para se obter uma simbolização “dinâmica” de dados de séries temporais observadas, como o uso de padrões de ordem ou mesmo de estratégias mistas (DONNER; HINRICHS; SCHOLZ-REITER, 2008). Assim, geramos

uma série temporal simbólica a partir de um alfabeto de duas letras ( $\lambda = 2$ ) (0,1), por exemplo, 0110100110010110.... Podemos ler esta sequência simbólica em termos de blocos consecutivos distintos de um comprimento  $n$ . Por exemplo, usando  $n = 2$ , obtém-se 01/10/10/01/10/01/01/10/....

O número de todos os tipos possíveis de palavras é  $\lambda^n = 2^2 = 4$ , ou seja, 00, 01, 10, 11. As probabilidades necessárias para a estimativa de uma entropia,  $p_{00}$ ,  $p_{01}$ ,  $p_{10}$ ,  $p_{11}$  são as frações dos diferentes blocos (palavras), 00, 01, 10, 11, na série temporal simbólica, ou seja, 0, 4/8, 4/8 e 0, correspondente ao exemplo específico. Com base nessas probabilidades, podemos estimar, por exemplo, a medida de entropia probabilística,  $H_S$ , introduzida por Shannon (SHANNON, 1948):

$$H_S = - \sum_{j=1}^{\lambda^n} p_j \log_2 p_j \quad (2.1)$$

em que  $p_j$  são as probabilidades associadas às configurações microscópicas. O logaritmo de base 2 é tomado aqui por conveniência no caso de uma simbolização binária (dando origem a uma interpretação da entropia de Shannon como a média negativa da quantidade de informação, medida em *bits*), mas pode ser substituída por outra base, por exemplo, usando  $\log_\lambda$ , sem perda de generalidade.

No caso de uma série temporal do mundo real, as condições “experimentais” são muitas vezes bastante diferentes, o que pode levar a ambiguidades quando se comparam quantitativamente estimativas de entropia. Para corrigir este problema, a entropia renormalizada (KURTHS et al., 1995; SAPARIN et al., 1994) foi introduzida como a diferença entre as entropias de Shannon obtidas para as séries temporais em estudo.

Uma generalização da entropia de Shannon é dada por (RÉNYI et al., 1961):

$$H_q = \frac{1}{1-q} \log_2 \sum_{j=1}^{\lambda^n} p_j^q \quad (2.2)$$

com  $q \in \mathbb{R}$ , que dão pesos diferentes a símbolos raros e frequentes. Neste espírito, as entropias de Rényi permitem o estudo de propriedades de escala associadas a uma distribuição de probabilidade não uniforme de símbolos ou palavras. Notadamente, a entropia de Shannon,  $H_S$ , é um caso especial de  $H_q$  para  $q \rightarrow 1$ . De forma semelhante, para  $q \rightarrow 0$ ,  $H_q$  é a entropia de Hartley (ou informação de Hartley), uma das mais clássicas medidas de incerteza da teoria da informação (HARTLEY, 1928). Observe que para o caso de uma

distribuição de probabilidade uniforme de  $n$ -blocos, todas as entropias de Rényi coincidem entre si e, portanto, as entropias de Shannon e Hartley.

#### 2.4.1.2 Entropias de Bloco

Em geral, pode-se analisar estatisticamente uma série temporal simbólica composta de  $N$  símbolos,  $A_i, i = 1, 2, \dots, N$ , em termos da distribuição de frequência de blocos de comprimento  $n$  ( $n < N$ ). Para um alfabeto constituído por  $\lambda$  letras, considerando uma palavra de comprimento  $n$ , há  $\lambda^n$  possíveis combinações dos símbolos que podem constituir uma palavra, aqui,  $\lambda^n = 2^n$ . A probabilidade da ocorrência,  $p_j^{(n)}$ , da  $j$ -ésima combinação de símbolos ( $j = 1, 2, \dots, 2^n$ ), isto é, a  $j$ -ésima  $n$ -palavra, pode ser aproximada pelo número de ocorrências desta  $n$ -palavra na sequência simbólica considerada dividida pelo número total de  $n$ -palavras.

Com base nessas probabilidades, pode-se estimar a entropia probabilística ou outras características relacionadas. Várias ferramentas da teoria da informação e conceitos de entropia podem ser usados para identificar padrões estatísticos nas sequências simbólicas, sobre as quais a dinâmica do sistema original analisado foi projetada. Para a detecção de uma anomalia, basta que uma alteração detectável no padrão represente um desvio do sistema do comportamento nominal (GRABEN; KURTHS, 2003). Trabalhos publicados recentemente relataram novos métodos para detecção de anomalias em sistemas dinâmicos complexos, que se baseiam em análises de séries temporais simbólicas, por exemplo (EFTAXIAS et al., 2009; POTIRAKIS; MINADAKIS; EFTAXIAS, 2012). As entropias que dependem da distribuição da frequência de palavras em sequências simbólicas são de especial interesse, estendendo a definição clássica de Shannon de entropia e fornecendo uma ligação entre sistemas dinâmicos e teoria da informação. Essas entropias têm um valor grande/pequeno se houver muitos/poucos tipos de padrões, isto é, eles diminuem enquanto a organização dos padrões está aumentando. Desta forma, essas entropias podem medir a complexidade de um sinal.

Estendendo a definição clássica de Shannon de entropia de um único estado (SHANNON, 1948) para a entropia de uma sucessão de estados (NICOLIS; GASPARD, 1994; EBELING; NICOLIS, 1992), alcança-se a definição de entropia de  $n$ -blocos,  $H(n)$ , que, para um alfabeto de duas letras ( $\lambda = 2$ ) e comprimento de palavra  $n$ , é dado por:

$$H(n) = - \sum_{j=1}^{2^n} p_j^{(n)} \log_2 p_j^{(n)} \quad (2.3)$$

$H(n)$  é uma medida de incerteza e fornece a quantidade média de informação necessária para prever uma subsequência de comprimento  $n$ . Consequentemente,  $R_n = H(n)/n$  é chamado de redundância e pode ser interpretado como a incerteza média por símbolo e deve convergir quando  $n \rightarrow \infty$  para algum valor estacionário se a dinâmica observada for determinística. Além disso, numa perspectiva prática, muitas vezes é interessante quantificar o ganho médio de informação ao aumentar o comprimento da palavra, medido pelas entropias de blocos condicionais (ou diferenciais):

$$h(n) = H(n+1) - H(n) \text{ para todo } n \geq 1; h(0) = H(1) \quad (2.4)$$

Para os processos estacionários e ergódicos, sistemas dinâmicos munidos de medidas invariantes, o limite de  $h(n)$  quando  $n \rightarrow \infty$  fornece um estimador da entropia de Kolmogorov-Sinai ou entropia de fonte (*Source Entropy*)  $h$  do sistema dinâmico em estudo (KHINCHIN, 1957; MCMILLAN, 1953). De forma similar,  $H(n)/n$  fornece outra estimativa da entropia de fonte para  $n \rightarrow \infty$ . Para uma ampla classe de sistemas,  $h(n)$  converge exponencialmente rápido, com o parâmetro de escala característico relacionado à entropia Rényi de terceira ordem,  $H_3$ . Em geral, explorar as propriedades de convergência correspondentes dá origem a uma medida de complexidade probabilística amplamente aplicável, a medida de complexidade efetiva (GRASSBERGER, 1986):

$$EMC = \sum_{n=0}^{\infty} [h(n) - h] \quad (2.5)$$

Uma discussão e classificação mais extensivas de medidas de complexidade baseadas em conceitos de dinâmica simbólica pode ser encontrada em Wackerbauer (WACKERBAUER et al., 1994).

#### 2.4.1.3 Entropia Tsallis Não Extensiva

Foi proposto que sistemas físicos caracterizados por interações de longo alcance ou memória de longo prazo ou sendo de natureza multifractal são melhor descritos por um formalismo mecânico-estatístico generalizado proposto por Tsallis (TSALLIS et al., 2009; TSALLIS, 1988, 1998). Mais precisamente, inspirado por conceitos multifractais, Tsallis introduziu uma expressão entrópica caracterizada por um índice,  $q$ , o que leva a estatísticas não-extensivas (TSALLIS, 1988, 1998):



$$S_q = k \frac{1}{q-1} \left( 1 - \sum_{i=1}^W p_i^q \right) \quad (2.6)$$

em que  $p_i$  são probabilidades associadas com as configurações microscópicas, isto é, a distribuição de frequência empírica dos símbolos,  $W$  é o número total deles,  $q$  é um número real e  $k$  é uma constante, isto é, a constante de Boltzmann a partir da estatística de sua metodologia. Notadamente, há uma aparente semelhança conceitual entre a definição de entropia de Tsallis e a noção de entropias de Rényi. O índice entrópico,  $q$ , descreve o desvio da entropia Tsallis a partir da entropia Boltzmann-Gibbs padrão. Na verdade, usando  $p_i^{(q-1)} = e^{(q-1) \ln(p_i)} \sim 1 + (q-1) \ln(p_i)$  quando  $q \rightarrow 1$ , recuperamos a entropia Boltzmann-Gibbs usual:

$$S_1 = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln(p_i) \quad (2.7)$$

como o análogo termodinâmico da teoria da informação entropia Shannon. Para  $q \neq 1$ , o índice entrópico,  $q$ , caracteriza o grau de não-extensividade refletido na seguinte regra de pseudo-aditividade:

$$\frac{S_q(A+B)}{k} = \frac{S_q(A)}{k} + \frac{S_q(B)}{k} + (q-1) \frac{S_q(A)}{k} \frac{S_q(B)}{k} \quad (2.8)$$

em que  $A$  e  $B$  são dois subsistemas. Se esses subsistemas tiverem correlações de probabilidade especiais, a extensividade não é válida para  $q = 1$  ( $S_1 \neq S_1(A) + S_1(B)$ ), mas pode ocorrer para  $S_q$ , com um valor particular do índice,  $q \neq 1$ . Tais sistemas são chamados não extensivos (TSALLIS et al., 2009; TSALLIS, 1988). Os casos  $q > 1$  e  $q < 1$  correspondem a sub-aditividade ou super aditividade, respectivamente. Como no caso das entropias Rényi, podemos pensar em  $q$  como um parâmetro de polarização:  $q < 1$  privilegia eventos raros, enquanto  $q > 1$  destaca eventos proeminentes (ZUNINO et al., 2008).

Em termos de dinâmica simbólica, a entropia de Tsallis para um alfabeto de duas letras ( $\lambda = 2$ ) e o comprimento de palavra  $n$  é dado por:

$$S_q(n) = k \frac{1}{q-1} \left( 1 - \sum_{j=1}^{2^n} [p_j^{(n)}]^q \right) \quad (2.9)$$

As amplas distribuições de frequência de sequência de símbolos produzem altos valores

de entropia, indicando um baixo grau de organização. Por outro lado, quando certas sequências exibem altas frequências, são produzidos valores baixos de  $S_q(n)$ , indicando um alto grau de organização (POTIRAKIS; MINADAKIS; EFTAXIAS, 2012; BALASIS et al., 2008, 2009).

#### 2.4.1.4 Abordagens baseadas em padrões de ordem

Na estrutura de dinâmica simbólica apresentada acima, a transformação de uma série temporal contínua para uma série de tempo discreto, necessária para estimar a entropia de Shannon de uma distribuição discreta ou características relacionadas, foi realizada pela discretização da faixa dos respectivos observáveis. Este procedimento tem a vantagem de ser algorítmicamente simples. No entanto, a menos que sejam usados os comprimentos de bloco  $n \geq 2$ , as entropias resultantes seguem diretamente da discretização específica e, portanto, refletem exclusivamente características estatísticas, mas não dinâmicas. Por sua vez, a dinâmica entra em jogo ao considerar blocos de símbolos. No caso mais simples, ou seja, um padrão de ordem dois, considera-se uma discretização binária das séries temporais subjacentes de uma variável aleatória contínua de acordo com o sinal da diferença entre dois valores subsequentes, por exemplo, usando os símbolos “0” se  $s_{i+1} - s_i < 0$  e “1” se  $s_{i+1} - s_i > 0$ , desconsiderando o caso “improvável”  $s_{i+1} = s_i$ ). Notadamente, esse tipo de simbolização corresponde à abordagem de dinâmica simbólica clássica aplicada à série temporal de incrementos, ou seja, um filtro de diferença de primeira ordem aplicado aos dados originais, com o valor de incremento de zero discriminando as duas classes da codificação binária resultante. Com base nesta discretização, pode-se definir de novo todas as entropias descritas acima (BALASIS et al., 2013).

Além de usar codificações binárias com base em padrões de ordem dois, a estrutura acima pode ser estendida a padrões de uma ordem superior. Neste caso, as sequências de observações são transformadas em sequências ordinais, por exemplo, o caso  $s_i < s_{i+1} < s_{i+2}$  corresponderia à sequência (1,2,3). Obviamente, para um padrão de ordem  $q$ , existem  $q!$  permutações possíveis de  $(1, \dots, q)$  e, portanto, no máximo  $q!$  diferentes padrões, dependendo do tipo de dinâmica observada, pode haver padrões proibidos. O uso da distribuição de frequência dos possíveis padrões de ordem para o cálculo de uma entropia de tipo Shannon leva à noção de entropia de permutação (BANDT; POMPE, 2002; RIEDL; MÜLLER; WESSEL, 2013; AMIGÓ; KELLER, 2013).

Além de sua aplicação direta como aproximação para desordem dinâmico com base em dados de séries temporais, Rosso e colaboradores (MARTIN; PLASTINO; ROSSO, 2006;

ROSSO et al., 2007) sugeriram a utilização de entropia de permutação em combinação com alguma medida de complexidade associada para definir o chamado plano de causalidade complexidade-entropia. Aqui, a quantidade entrópica é a entropia de permutação, tipo Shannon, normalizada pelo seu valor máximo,  $\log_2 q!$ :

$$H_S^*[P_\pi] = -\frac{1}{\log_2 q!} \sum_{i=1}^{q!} p(\pi_i) \log_2 p(\pi_i) \quad (2.10)$$

em que  $\pi_i$  designa as diferentes permutações possíveis de  $(1, \dots, q)$ .

## 2.4.2 Medidas de entropia para dados contínuos

### 2.4.2.1 Entropia aproximada

A entropia aproximada (ApEn) foi introduzida por Pincus (PINCUS, 1991) como uma medida para caracterizar a regularidade em dados relativamente escassos e potencialmente ruidosos. Especificamente, a ApEn quantifica o grau de irregularidade ou aleatoriedade dentro de uma série temporal, de comprimento  $N$ , e já foi amplamente aplicada a sistemas biológicos, não estacionários, monitorando o status de “saúde” do sistema, nos trabalhos (PINCUS; GOLDBERGER, 1994) e (PINCUS; SINGER, 1996) e nas referências neles contidas são apresentados mais detalhes. A ideia conceitual está enraizada no trabalho de Grassberger e Procaccia (GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983) e faz uso de distâncias entre sequências de observações sucessivas. Mais especificamente, a ApEn examina séries temporais para detectar a presença de períodos semelhantes; períodos mais semelhantes e mais frequentes levam a valores mais baixos da ApEn.

Do ponto de vista qualitativo, dados  $N$  pontos, a ApEn é aproximadamente igual ao negativo do logaritmo da probabilidade condicional de que duas sequências que são similares para  $m$  pontos permaneçam similares, isto é, dentro de uma tolerância,  $r$ , no próximo ponto. Os valores de ApEn menores indicam uma maior chance de que um conjunto de dados seja seguido por dados semelhantes (regularidade). Assim, valores menores indicam maior regularidade. Por outro lado, um valor maior de ApEn aponta para uma menor chance de repetição de dados semelhantes (irregularidades). Portanto, valores maiores transmitem mais desordem, aleatoriedade e complexidade do sistema. Consequentemente, um valor baixo/alto da ApEn reflete um alto/baixo grau de regularidade. Notadamente, a ApEn detecta mudanças no comportamento episódico subjacente não refletido em ocorrências de pico ou amplitudes (PINCUS; KEEFE, 1992).

A seguir, é dada uma breve descrição do cálculo da ApEn. Uma discussão mais abrangente pode ser encontrada em (PINCUS, 1991; PINCUS; GOLDBERGER, 1994; PINCUS; SINGER, 1996).

Para uma série temporal,  $\{s_k\}_k$  com  $s_k = s(t_k)$ ,  $t_k = kT$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  e  $T$  sendo o período de amostragem, podemos definir  $N - m + 1$  vetores, cada um consistindo em amostras consecutivas desta série temporal como:

$$X_i^m = \{s_i, s_{i+1}, \dots, s_{i+m-1}\}, \quad i = 1, 2, \dots, N - m + 1 \quad (2.11)$$

A ideia principal é considerar uma janela de comprimento  $m$  executando as séries temporais e formando os vetores correspondentes,  $X_i^m$ . A semelhança entre os vetores formados é utilizada como medida do grau de organização das séries temporais. Uma medida quantitativa dessa similaridade,  $C_i^m(r)$ , é dada pelo número médio de vetores,  $X_j^m$ , a uma distância,  $r$ , de  $X_i^m$ . Aqui, é considerado que  $X_j^m$  está a uma distância  $r$  de  $X_i^m$  se  $d_{ij}^m \leq r$ , onde  $d_{ij}^m$  é a diferença absoluta máxima dos componentes escalares correspondentes de  $X_i^m$  e  $X_j^m$ , ou seja, os dois vetores têm uma distância menor do que  $r$  de acordo com sua norma final. Ao calcular  $C_i^m(r)$  para cada  $i \leq N - m + 1$  e depois tomar o valor médio dos logaritmos naturais correspondentes:

$$\phi^m(r) = (N - m + 1)^{-1} \sum_{i=1}^{N-m+1} \ln C_i^m(r) \quad (2.12)$$

a ApEn é definido como:

$$ApEn(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} [\phi^m(r) - \phi^{m+1}(r)] \quad (2.13)$$

que, para uma série temporal finita, pode ser estimada pela estatística:

$$ApEn(m, r, N) = \phi^m(r) - \phi^{m+1}(r) \quad (2.14)$$

Ao ajustar  $r$ , pode-se alcançar um grau razoável de similaridade para “a maioria” dos vetores,  $X_i^m$  e, portanto, uma estatística confiável, mesmo para séries temporais relativamente curtas.

Em resumo, a presença de padrões repetitivos de flutuação em uma série temporal torna mais previsível do que uma série temporal em que tais padrões estão ausentes. Uma

série temporal contendo vários padrões repetitivos tem um ApEn relativamente pequeno; um processo menos previsível, ou seja, mais complexo, possui um ApEn mais alto.

#### 2.4.2.2 Entropia Amostral

A entropia amostral (SampEn) foi proposta por Richman and Moorman (RICHMAN; MOORMAN, 2000) como uma alternativa que proporcionaria uma melhoria do viés intrínseco da ApEn (CHEN et al., 2007). Especificamente, ao calcular a semelhança dentro de uma série temporal usando os vetores definidos pela Equação (2.11), a ApEn não exclui as auto-correspondências, uma vez que a medida de similaridade empregada,  $C_i^m(r)$ , que é proporcional ao número de vetores dentro de uma distância,  $r$ , de  $X_i^m$ , não exclui o próprio  $X_i^m$  dessa contagem. SampEn é considerada uma evolução da ApEn que exhibe consistência relativa e menor dependência do comprimento de dados. No trabalho (CHEN et al., 2009) e nas referências nele contidas são fornecidos mais detalhes.

Em primeiro lugar, consideramos apenas os primeiros  $N - m$  vetores de comprimento  $m$  da Equação (2.11), garantindo que, para  $1 \leq i \leq N - m$ ,  $X_i^m$  e  $X_i^{m+1}$  sejam definidos. Então, definimos  $B_i^m(r)$  como  $(N - m - 1)^{-1}$  vezes o número de vetores,  $X_j^m$ , a uma distância,  $r$ , de  $X_i^m$ , onde  $j = 1, 2, \dots, N - m$ , mas também  $j \neq i$ , excluindo desta forma as auto-correspondências e temos:

$$B^m(r) = (N - m)^{-1} \sum_{i=1}^{N-m} B_i^m(r) \quad (2.15)$$

Correspondentemente, definimos  $A_i^m(r)$  como  $(N - m - 1)^{-1}$  vezes o número de vetores,  $X_j^{m+1}$ , a uma distância,  $r$ , de  $X_i^{m+1}$ , onde  $j = 1, 2, \dots, N - m$  com  $j \neq i$ , e:

$$A^m(r) = (N - m)^{-1} \sum_{i=1}^{N-m} A_i^m(r) \quad (2.16)$$

A *SampEn*( $m, r$ ) é então definida como:

$$SampEn(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \{-\ln[A^m(r)/B^m(r)]\} \quad (2.17)$$

que, para a série temporal finita, pode ser estimada pela estatística:

$$SampEn(m, r, N) = -\ln \left[ \frac{A^m(r)}{B^m(r)} \right] \quad (2.18)$$

### 2.4.3 Medidas de interdependência estatística e causalidade

Os conceitos acima mencionados utilizam as ideias gerais da entropia teórica ou termodinâmica da informação para obter informações sobre a complexidade estatística de uma única série temporal. Uma extensão natural dessa ideia é a utilização de abordagens comparáveis para estudar assinaturas complexas de interações entre duas séries temporais, ou mesmo entre registros de mais de duas séries temporais.

#### 2.4.3.1 Informação mútua

Enquanto a entropia de Shannon é uma medida da incerteza sobre os resultados de um processo, a informação mútua (MI) é uma medida da redução da sua incerteza se outro processo for conhecido. A MI de Shannon pode ser expressa como:

$$I(X; Y) = H_S(Y) - H_S(Y|X) = H_S(X) - H_S(X|Y) \quad (2.19)$$

$$= H_S(X) + H_S(Y) - H_S(X, Y) \quad (2.20)$$

isto é, como a diferença entre a incerteza em  $Y$  e a incerteza restante se  $X$  já é conhecido, e vice-versa. A MI é simétrica em seus argumentos, não negativa, e zero, se e somente se  $X$  e  $Y$  forem independentes. A MI-cruzada atrasada para duas séries temporais é dada por:

$$I_{XY}(\tau) \equiv I(X_{t-\tau}; Y_t) \quad (2.21)$$

Para  $\tau > 0$ , mede-se a informação no passado de  $X$  que é contida em  $Y$  e vice-versa para  $\tau < 0$ . Em analogia, o auto-MI é definido como  $I(Y_{t-\tau}; Y_t)$  para  $\tau > 0$  (para  $\tau = 0$ , isso dá a entropia de Shannon clássica,  $H_S(Y)$ ).

Assim como a entropia de uma série temporal pode ser estimada com base em símbolos ou padrões, a MI pode ser estimada simplesmente conectando as correspondentes entropias marginais e conjuntas na Equação (2.20). Para séries temporais contínuas, uma classe útil de estimadores baseia-se em estatísticas de vizinhos mais próximos. Por exemplo, fazendo uso dos estimadores de entropia desenvolvidos em (KOZACHENKO; LEONENKO, 1987), (KRASKOV; STÖGBAUER; GRASSBERGER, 2004) introduziram um estimador vizinho mais próximo da MI.

No caso do limite de uma distribuição gaussiana bivariada, a MI é simplesmente dada por:

$$I_{Gauss}(X; Y) = -\frac{1}{2} \ln(1 - \rho(X; Y)^2) \quad (2.22)$$

em que  $\rho(X; Y)$  é o coeficiente de correlação linear de Pearson.

Existem várias generalizações diretas do conceito de informação mútua. Por um lado, pode-se caracterizar inter-relações bivariadas não-lineares entre duas variáveis por um espectro de funções de informação mútua generalizada obtidas substituindo a entropia de Shannon,  $H_S$ , por entropias Rényi,  $H_q$ , de ordem arbitrária  $q$  (POMPE, 1994) (Observe que esta substituição não conserva a propriedade de não-negatividade da função MI clássica (POMPE, 1994).). Por outro lado, a ideia por trás da informação mútua pode ser diretamente estendida a conjuntos de  $K > 2$  variáveis,  $X_1, \dots, X_K$ , levando às chamadas redundâncias (generalizadas) (PRICHARD; THEILER, 1995; PALUŠ, 1995, 1996):

$$I_q(X_1; \dots, X_K) = \sum_{k=1}^K H_q(X_k) - H_q(X_1, \dots, X_K) \quad (2.23)$$

#### 2.4.3.2 Informação mútua condicional e *Transfer Entropy*

Uma importante generalização do MI é a informação mútua condicional (CMI):

$$I(X; Y|Z) = H_S(Y|Z) - H_S(Y|X, Z) = H_S(X|Z) - H_S(X|Y, Z) \quad (2.24)$$

$$H_S(X, Z) + H_S(Y, Z) - H_S(Z) - H_S(X, Y, Z) \quad (2.25)$$

que mede a informação mútua entre  $X$  e  $Y$  que não está contida em uma terceira variável,  $Z$ , que também pode ser multivariada. A CMI compartilha as propriedades de MI e é zero, se e somente se  $X$  e  $Y$  forem mutuamente independentes, independentemente de  $Z$ . Além disso, é possível considerar o estimador existente de características entrópicas (incluindo *binning*, padrões de ordem ou  $k$ -vizinhos mais próximos) para definir CMI e suas versões generalizadas. Tal como na Equação (2.22), o CMI para processos gaussianos multivariados pode ser expresso em termos de correlação parcial, onde a correlação,  $\rho(X; Y)$ , é substituída por  $\rho(X; Y|Z)$ .

O interesse particular é o uso de medidas de teoria da informação para quantificar as

relações causais entre variáveis com base em dados de série temporal. Um primeiro passo é avaliar a direcionalidade da transferência de informações entre duas séries temporais. Embora o MI atrasado possa ser usado para quantificar se a informação em  $Y$  já esteve presente no passado de  $X$ , essa informação poderia ter existido no passado comum de ambos os processos e, portanto, não é sinal de transferência de informações únicas de  $X$  para  $Y$ . Para superar essa limitação, a *Transfer Entropy* (SCHREIBER, 2000a) mede a informação no passado de  $X$  que é compartilhada no presente de  $Y$  e que não está contida no passado de  $Y$ :

$$I_{X \rightarrow Y}^{TE} \equiv I(X_t^-; Y_t | Y_t^-) \quad (2.26)$$

Com a barra superior “-” denotando o vetor passado (infinito), por exemplo,  $X_t^- = (X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)$ . Deve-se notar que a noção de causalidade empregada aqui é no sentido preditivo da causalidade de Granger, que foi introduzida para processos lineares em (GRANGER, 1969) e posteriormente generalizada para estruturas não-lineares (CHEN et al., 2004; ANCONA; MARINAZZO; STRAMAGLIA, 2004). Pode-se mostrar que a *Transfer Entropy* e a causalidade de Granger são equivalentes para variáveis gaussianas (BARNETT; BARRETT; SETH, 2009).

#### 2.4.4 *Transfer Entropy*

A *Transfer Entropy*, foi proposta por Thomas Schreiber (SCHREIBER, 2000a) como uma medida da quantidade de informações que uma fonte envia para um destino. Essa medida deve ser assimétrica, uma vez que a quantidade de informação que é transferida da fonte para o destino não precisa, em geral, ser a mesma quantidade de informação transferida do destino para a fonte. A *Transfer Entropy* é construída a partir da entropia de Shannon (SHANNON, 2001), dada por

$$H = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i \quad (2.27)$$

em que a soma é total em todos os estados para os quais  $p_i \neq 0$ . A base 2 para o logaritmo é escolhida para que a medida da informação seja dada em *bits*.

A entropia de Shannon representa a incerteza média sobre as medidas  $i$  de uma variável  $X$  e quantifica o número médio de *bits* necessários para codificar a variável  $X$ .



Para as variáveis em que a interação está sendo verificada, as séries temporais podem se influenciar em momentos diferentes. Assumimos que a série temporal de  $X$  é um processo de Markov de grau  $k$ , ou seja, um estado  $i_{n+1}$  de  $X$  depende dos  $k$  estados anteriores de  $X$ :

$$p(i_{n+1}|i_n, i_{n-1}, \dots, i_0) = p(i_{n+1}|i_n, i_{n-1}, \dots, i_{n-k+1}) \quad (2.28)$$

Modelando a interação entre os nós de uma rede, também assumimos que o estado em  $i_{n+1}$  da variável  $X$  depende dos  $l$  estados anteriores da variável  $Y$ .

Podemos agora definir a *Transfer Entropy* de uma série temporal  $Y$  para uma série temporal  $X$  como a informação média contida na fonte  $Y$  sobre o próximo estado do destino  $X$  que ainda não estava no passado do destino. Assumimos que o elemento em  $i_{n+1}$  da série temporal da variável  $X$  está influenciado pelos  $k$  estados anteriores da mesma variável e pelos  $l$  estados anteriores da variável  $Y$ :

A *Transfer Entropy* da variável  $Y$  para a variável  $X$  é definida como

$$\begin{aligned} TE_{Y \rightarrow X}(k, l) &= \quad (2.29) \\ &= \sum_{i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}} p(i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}) \log_2 (i_{n+1}|i_n^{(k)}, j_n^{(l)}) \\ &\quad - \sum_{i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}} p(i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}) \log_2 p(i_{n+1}|i_n^{(k)}) \\ &= \sum_{i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}} p(i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}) \log_2 \frac{p(i_{n+1}|i_n^{(k)}, j_n^{(l)})}{p(i_{n+1}|i_n^{(k)})} \end{aligned}$$

em que  $i_n$  é o elemento  $n$  da série temporal da variável  $X$  e  $j_n$  é o elemento  $n$  da série temporal da variável  $Y$ ,  $p(A, B)$  é a probabilidade conjunta de  $A$  e  $B$ , e

$$p(i_{n+1}, i_n^{(k)}, j_n^{(l)}) = p(i_{n+1}, i_n, \dots, i_{n-k+1}, j_n, \dots, j_{n-l+1}) \quad (2.30)$$

é a distribuição de probabilidade conjunta do estado  $i_{n+1}$ , do estado  $i_n$  e seus  $k$  antecessores, e os  $l$  antecessores do estado  $j_n$ .

Esta definição de *Transfer Entropy* pressupõe que eventos em um determinado período de tempo, por exemplo um dia, podem ser influenciados por eventos de  $k$  e  $l$  dias anterio-

res. Assumimos, com apoio de dados empíricos para os mercados financeiros, que apenas o período de tempo anterior é importante (ou seja,  $k = l = 1$ ) (JUNIOR; MULLOKAN-DOV; KENETT, 2015). A Equação da *Transfer Entropy* (2.29) fica então simplificada:

$$TE_{Y \rightarrow X} = \sum_{i_{n+1}, i_n, j_n} p(i_{n+1}, i_n, j_n) \log_2 \frac{p(i_{n+1}|i_n, j_n)}{p(i_{n+1}|i_n)} \quad (2.31)$$

Existem muitos algoritmos para a estimativa de medidas utilizadas em teoria da informação que podem ser adaptados para calcular estimativas da *Transfer Entropy*. Duas classes básicas de métodos não paramétricos para a estimativa de informações condicionais mútuas são os métodos de troca e os métodos métricos. O primeiro discretiza o espaço em regiões geralmente chamadas de caixas - um exemplo robusto é o método equidistante baseado na discretização das variáveis estudadas em caixas equidistantes Q (EQQ (PALUŠ; ALBRECHT; DVOŘÁK, 1993)). Nos últimos métodos, a estimativa da função de distribuição de probabilidade depende das distâncias entre as amostras calculadas usando alguma métrica. Um exemplo de um método métrico é o algoritmo do k-vizinho mais próximo (VEJMELKA; PALUŠ, 2008; FRENZEL; POMPE, 2007). Mais detalhes sobre métodos de estimação de informações condicionais mútuas e sua comparação podem ser encontrados no trabalho (VEJMELKA; PALUŠ, 2008).

A vantagem da *Transfer Entropy* é que ela é uma medida assimétrica e podemos verificar a direção da transferência de informação entre as séries. Na próxima seção apresentamos os resultados obtidos com a utilização da *Transfer Entropy* para avaliar as séries temporais de preço de petróleo, etanol e açúcar.

$TE_{Y \rightarrow X} - TE_{X \rightarrow Y}$  é definido como *Net Transfer Entropy*. Se  $TE_{Y \rightarrow X} - TE_{X \rightarrow Y} > 0$ , consideramos o fluxo de informações de  $Y$  para  $X$ , caso contrário, consideramos o fluxo de informação de  $X$  para  $Y$  (HE; SHANG, 2017).

## 3 Dados e Metodologia

### 3.1 Dados

As análises foram feitas com dados semanais do preço internacional do barril de petróleo, preço do litro de etanol e da saca de 50 kg de açúcar brasileiros. Os preços estão em dólar americano e observados de 07 de julho de 2000 a 24 de março de 2016. As informações dos preços de etanol e açúcar brasileiros foram obtidos do site da União dos Produtores de Bioenergia (UDOP) (<http://www.udop.com.br/index.php>). Os indicadores utilizados foram o açúcar cristal (CEPEA/ESALQ - São Paulo) e Hidratado Combustível (CEPEA/ESALQ - São Paulo). Para aplicação do método *Transfer Entropy* é necessário que os dados estejam sincronizados, porém os dados de açúcar e petróleo são diários e os dados de etanol são semanais, então consideramos o preço do dia do fechamento da semana para os dados de açúcar e petróleo. Os dados referentes ao preço internacional do barril do petróleo foram obtidos do site da US Energy Information Administration (EIA) (<https://www.eia.gov/>). As análises foram feitas através do pacote *TransferEntropy* do software gratuito R (<https://github.com/Healthcast/TransEnt>). O pacote disponibiliza dois métodos de estimação da Transfer Entropy, o primeiro é baseado na distância da informação mútua, que é estimada usando o método do k-ésimo vizinho mais próximo sugerido por Kraskov (KRASKOV; STÖGBAUER; GRASSBERGER, 2004). O segundo método é baseado na soma de correlação generalizada (GRASSBERGER; PROCACCIA, 1983). Apresentaremos os resultados utilizando o método da correlação que apresentou resultados mais consistentes. Para contornar um erro no método causado por pontos com a mesma coordenada introduzimos um ruído desprezível a fim de que não houvesse repetição nos dados.

O cálculo da *Transfer Entropy* foi feito utilizando a volatilidade das séries de preço. A volatilidade utilizada foi dada pelo valor absoluto do retorno  $V_t = |R_t|$ , em que  $R_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ , e  $P_t$  representa o preço da commodity, neste caso com frequência semanal.

A Tabela 1 mostra os períodos utilizados para o estudo: antes da crise (07 de julho de

Tabela 1: Períodos estudados e tamanho das séries

Períodos	Datas	Tamanho das séries
Antes	07/06/2000 a 31/12/2006	N = 328
Durante	01/01/2007 a 31/12/2009	N = 154
Depois	01/01/2010 a 24/03/2016	N = 318

2000 a 31 de dezembro de 2006), durante a crise (01 de janeiro de 2007 a 31 de dezembro de 2009) e depois da crise (01 de janeiro de 2010 a 24 de março de 2016), e também os tamanhos das séries estudadas: 328, 154 e 318 observações, respectivamente.

## 3.2 Metodologia

### 3.2.1 *Transfer Entropy*

O pacote do software gratuito R chamado “Transfer Entropy” estima a *Transfer Entropy* de um processo aleatório de valores contínuos para um segundo processo.

O comando utilizado é:

```
computeTE(X, Y, embedding, k, method = “MI_diff”, epsDistance = -1, safetyCheck = FALSE)
```

Os argumentos utilizados são:

X: Vetor numérico. A *Transfer Entropy* é calculada para o processo aleatório X.

Y: Vetor numérico. A *Transfer Entropy* é calculada a partir do processo aleatório Y.

embedding: Numérico. A dimensão de incorporação. Deve ser um inteiro positivo. Utilizamos embedding = 3.

k: Numérico. O k-ésimo vizinho usado pelo estimador Kraskov. Deve ser um inteiro positivo. (KRASKOV; STÖGBAUER; GRASSBERGER, 2004) sugere um valor em (1,3). Utilizamos k=1.

method: String. O método a ser usado para estimar a *Transfer Entropy* (“MI\_diff”, “Correlation”). Apresentamos os resultados obtidos utilizando o método “Correlation”.

epsDistance: Numérico. A distância usada para medir a *Transfer Entropy* no método Correlação. Utilizamos o padrão epsDistance = -1.

Safetycheck: Lógico. Para calcular a *Transfer Entropy* usando o método “MI\_diff” os

dados precisam ter ruído, caso contrário pode acontecer um erro. Este parâmetro checa se existem quaisquer pontos idênticos nos dados.

O pacote fornece uma função que calcula a *Transfer Entropy* a partir do processo aleatório  $Y$  para o processo aleatório  $X$ . A *Transfer Entropy*, introduzida por Schreiber em 2000, estende o conceito de informação mútua para fornecer uma medida que detecta a direcionalidade do fluxo de informação entre duas séries temporais. A definição de *Transfer Entropy* assume que  $X$  é um processo de Markov. A dimensão de incorporação pode ser escolhida para ajustar o atraso do processo de Markov. A função *Transfer Entropy* mede a quantidade adicional de informação que  $Y$  contém sobre  $X$  além da informação contida no processo de Markov embutido. Dois métodos para estimação da *Transfer Entropy* são fornecidos. O primeiro é baseado na distância da Informação Mútua e segue diretamente da definição de *Transfer Entropy*. A Informação Mútua é estimada usando o método do k-vizinho mais próximo sugerido por Kraskov. O segundo método é baseado na soma de correlação generalizada.

Alguns erros podem acontecer na execução do pacote. O processo aleatório deve atender às suposições da *Transfer Entropy*. Isto é,  $X$  deve representar de alguma forma o processo de Markov, cuja distribuição de probabilidade deve também ser influenciada por  $Y$ . Um erro mais sutil pode ocorrer quando múltiplos pontos em  $X$  têm coordenadas iguais. Isso pode ocasionar pontos com uma distância idêntica a um ponto investigado, o que viola a suposição do estimador Kraskov, causando erro. A solução neste caso é adicionar algum pequeno ruído nos valores de  $X$  antes de calcular a *Transfer Entropy*.

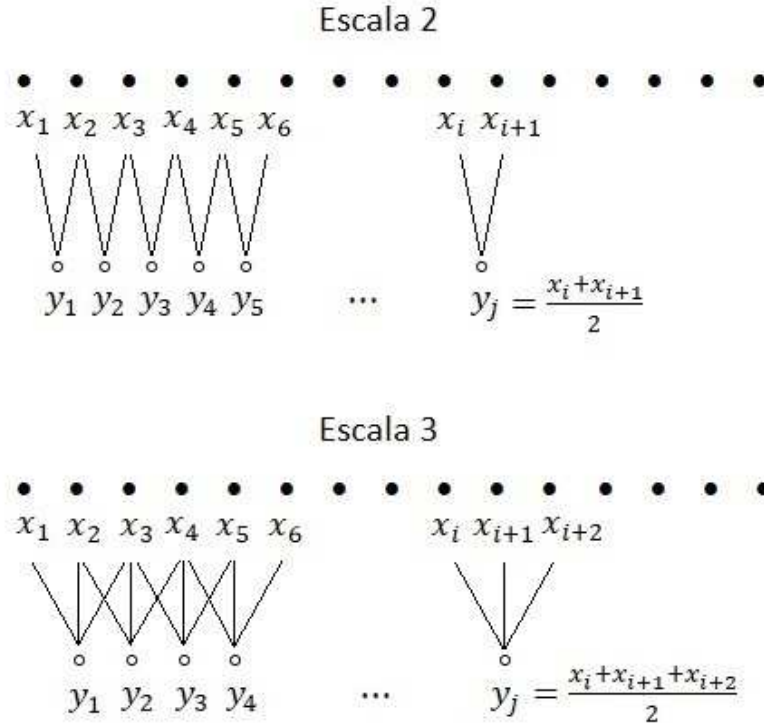
### 3.2.2 *Multiscale Transfer Entropy*

Dada uma série temporal unidimensional,  $\{x_1, \dots, x_i, \dots, x_N\}$  construímos consecutivas séries temporais,  $\{y^{(\tau)}\}$ , correspondente ao fator de escala,  $\tau$ . Primeiramente, dividimos as séries temporais em janelas de comprimento  $\tau$  com sobreposição, em seguida tomamos a média dos pontos dentro de cada janela, como ilustrado na Figura 1. Cada elemento da nova série temporal é calculado de acordo com a equação:

$$y_j^{(\tau)} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=j}^{\tau+j-1} x_i, \quad 1 \leq j \leq N - (\tau - 1) \quad (3.1)$$

Para a escala um, a série temporal  $\{y^{(1)}\}$  é simplesmente a série temporal original. O comprimento de cada série temporal particionada é igual ao comprimento da série

Figura 1: Ilustração do particionamento da série temporal usada no método *Multiscale Transfer Entropy*.



temporal original dividida pelo fator de escala,  $\tau$ .

Finalmente, calculamos a *Transfer Entropy* para cada série temporal particionada, em seguida fizemos o gráfico do resultado como uma função do fator de escala  $\tau$ . Este procedimento é chamado de *Multiscale Transfer Entropy* (COSTA; GOLDBERGER; PENG, 2005).

O método *Multiscale Transfer Entropy* é usado para comparar o sentido em que a transferência de informação é mais forte nas diversas escalas de tempo. No caso dos dados aqui utilizados, a escala um são os dados semanais, a escala quatro é a média mensal e assim por diante.

### 3.2.3 Janelas Móveis

Para detectar as diferenças de padrões temporais da *Transfer Entropy*, utilizamos janelas móveis. Esta abordagem de janelas móveis calcula a *Transfer Entropy* para a primeira janela de um comprimento especificado e, em seguida, desliza a amostra um ponto eliminando a primeira observação e incluindo o próximo para reestimar a *Transfer*

*Entropy*. Este processo continua até a última observação ser utilizada (LIM; BROOKS; HINICH, 2006). Neste estudo, devido ao tamanho da série, utilizamos janelas móveis sobrepostas de comprimento fixo de 208 observações, com passo de uma semana entre cada janela (aproximadamente 4 anos).

## 4 Resultados e discussões

Na Tabela (2) estão dispostas as medidas descritivas mínimo e máximo (com as datas em que foram observadas), média e desvio-padrão das séries de preço das *commodities* açúcar, etanol e petróleo. A maior variabilidade no período estudado ocorreu nos preços do petróleo que apresentou desvio-padrão de 28,28 dólares.

As Figuras (2, 3 e 4) apresentam as séries temporais de preço, retorno e volatilidade dos preços de açúcar, etanol e petróleo, respectivamente. Verificamos na Figura (2) que os preços do açúcar se elevaram após a crise financeira e em 2012 começaram a diminuir. A Figura (3) mostra que os preços do etanol também apresentaram aumento após a crise. A Figura (4) mostra que os preços do petróleo estavam crescendo desde 2002, teve um aumento grande em 2008 e em seguida uma queda brusca em 2009. Em seguida continuou aumentando até 2014.

As Tabelas (3, 4, 5 e 6) e as Figuras (5, 6 e 7) apresentam os resultados obtidos no cálculo da *Transfer Entropy* entre as séries de açúcar, etanol e petróleo para o período antes, durante e após a Crise *Subprime* e o período total estudado.

Analisando a volatilidade dos preços do açúcar e do etanol verificamos que a medida da *Transfer Entropy* é maior na direção açúcar  $\rightarrow$  etanol quando consideramos o período durante a Crise *Subprime*, porém quando observamos as séries divididas nos períodos antes e depois da crise os resultados obtidos indicam que a transferência de informação é maior na direção etanol  $\rightarrow$  açúcar.

Verificamos que entre o açúcar e o petróleo, a transferência de informação é maior no

Tabela 2: Medidas descritivas das séries de preços de açúcar, etanol e petróleo.

Commodities	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-Padrão
Açúcar	5,98 (28/06/2002)	45,92 (04/02/2011)	19,03	9,41
Etanol	0,11 (20/02/2004)	0,98 (25/03/2011)	0,41	0,16
Petróleo	18,02 (18/01/2002)	144,96 (11/07/2008)	64,57	28,28



Figura 2: Séries de preço, retorno e volatilidade do açúcar.

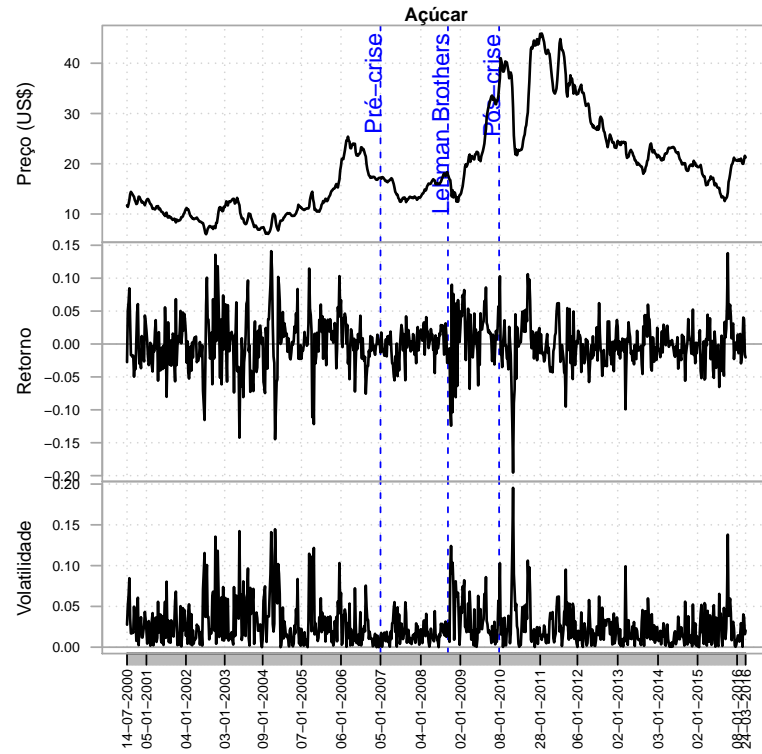


Figura 3: Séries de preço, retorno e volatilidade do etanol.

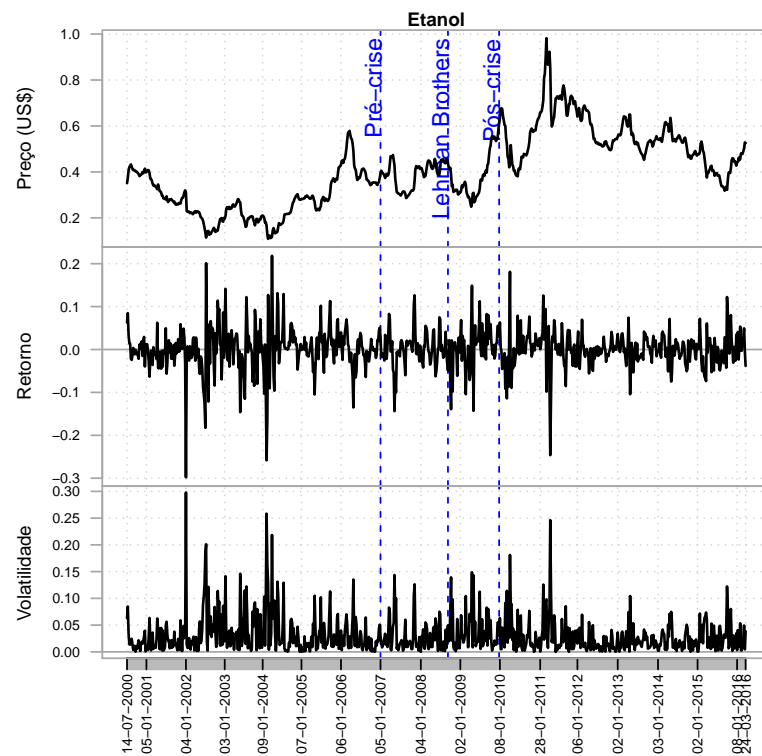
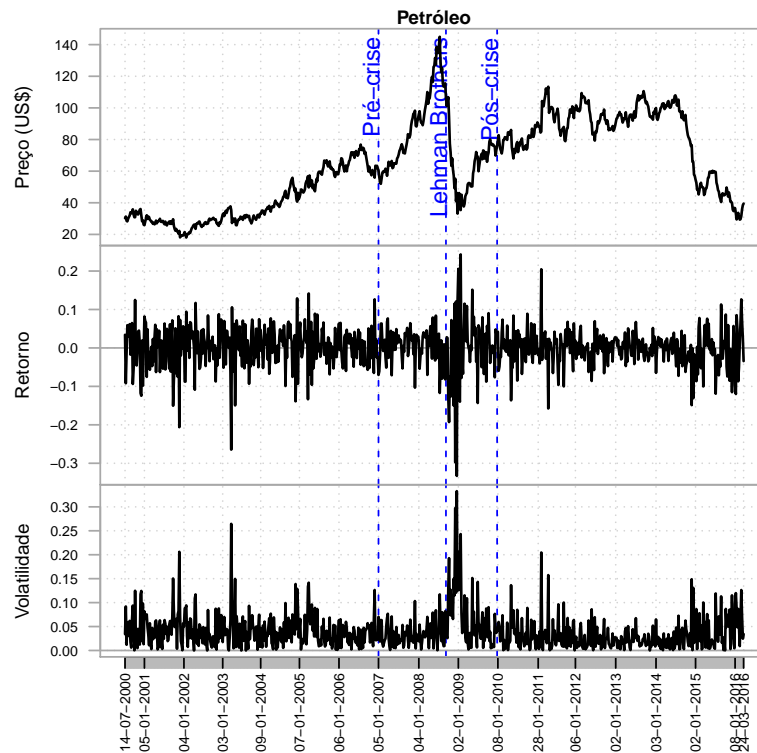


Figura 4: Séries de preço, retorno e volatilidade do petróleo.

Tabela 3: *Transfer Entropy* para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período total estudado.

→	Açúcar	Etanol	Petróleo
Açúcar	-	0,038	0,043
Etanol	0,024	-	0,073
Petróleo	0,046	0,053	-

sentido açúcar  $\rightarrow$  petróleo para o período anterior à crise financeira. Durante e após a crise a *Transfer Entropy* é maior no sentido petróleo  $\rightarrow$  açúcar.

Entre as séries de petróleo e etanol a transferência de informação é superior antes e depois da crise no sentido etanol  $\rightarrow$  petróleo. Durante a crise percebemos que a *Transfer Entropy* é mais elevada no sentido petróleo  $\rightarrow$  etanol.

Para resumir a direcionalidade do fluxo de informações entre as *commodities* utilizamos a *Net Transfer Entropy*. O cálculo da *Net Transfer Entropy* é feito calculando a diferença entre as *Transfer Entropy* nos dois sentidos. Dessa forma, se a diferença for positiva significa que o sentido da transferência do minuendo é predominante, se a diferença for negativa significa que o sentido da transferência do subtraendo é o predominante. Nos gráficos podemos observar se as barras estão para baixo (negativo) ou para cima (positivo)

Tabela 4: *Transfer Entropy* para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período antes da Crise Financeira *Subprime*.

→	Açúcar	Etanol	Petróleo
Açúcar	-	0,018	0,061
Etanol	0,055	-	0,055
Petróleo	0,039	0,004	-

Tabela 5: *Transfer Entropy* para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período durante a Crise Financeira *Subprime*.

→	Açúcar	Etanol	Petróleo
Açúcar	-	0,059	0,029
Etanol	0,026	-	0,005
Petróleo	0,030	0,027	-

Tabela 6: *Transfer Entropy* para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para o período após a Crise Financeira *Subprime*.

→	Açúcar	Etanol	Petróleo
Açúcar	-	0,020	0,028
Etanol	0,030	-	0,062
Petróleo	0,029	0,055	-

Figura 5: Gráfico dos resultados da *Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol para os períodos antes, durante e após a Crise Financeira *Subprime*.

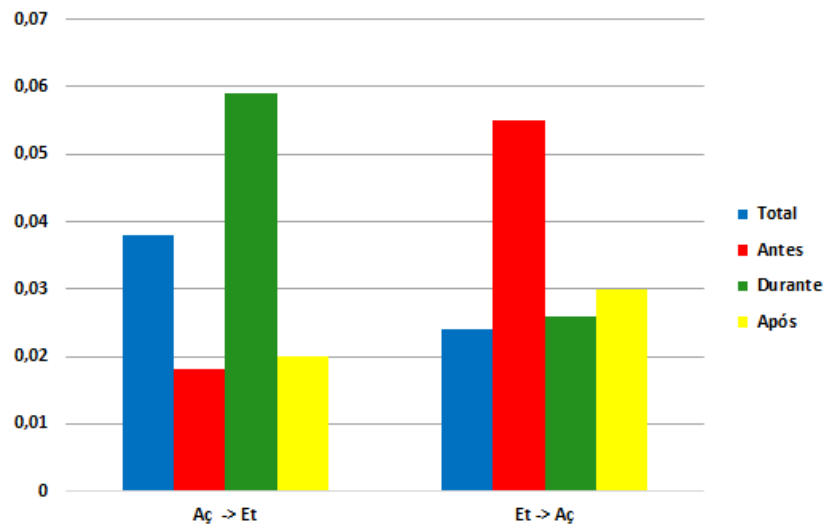


Figura 6: Gráfico dos resultados da *Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de etanol e petróleo para os períodos antes, durante e após a Crise Financeira *Subprime*.

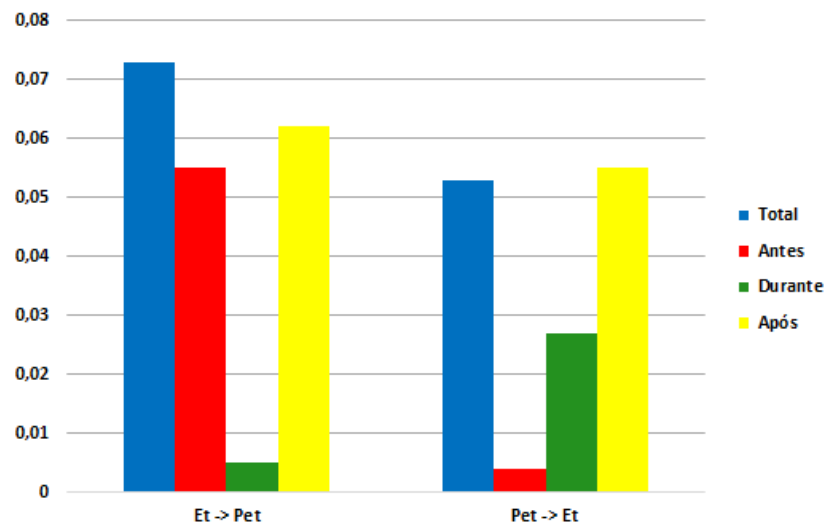


Figura 7: Gráfico dos resultados da *Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e petróleo para os períodos antes, durante e após a Crise Financeira *Subprime*.

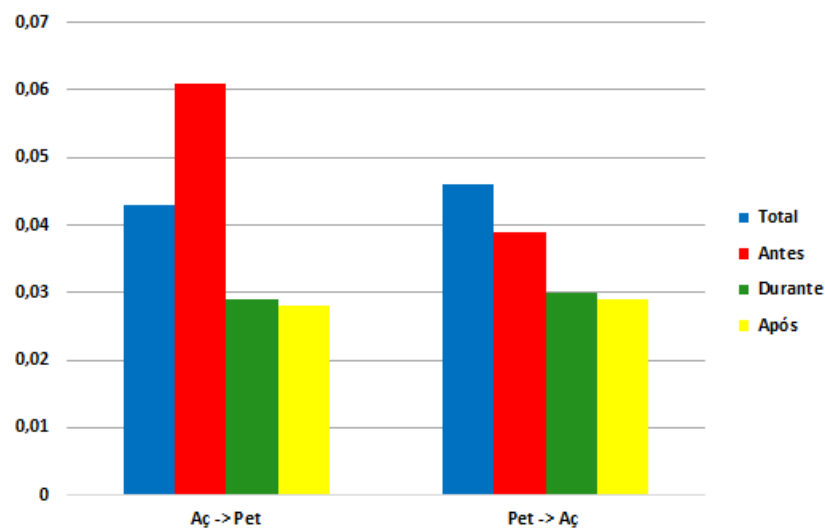
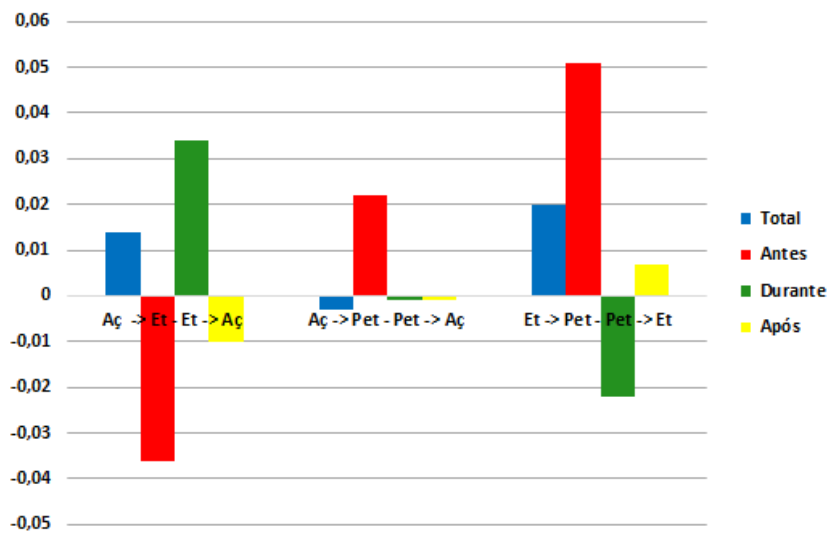


Tabela 7: *Net Transfer Entropy* para as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para os períodos total, antes, durante e após a Crise Financeira *Subprime*.

$\Delta$ / Período	Total	Antes	Durante	Após
Aç → Et - Et → Aç	0,014	-0,036	0,034	-0,010
Aç → Pet - Pet → Aç	-0,003	0,022	-0,001	-0,001
Et → Pet - Pet → Et	0,020	0,051	-0,022	0,007

Figura 8: Gráfico da *Net Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de açúcar, etanol e petróleo para os períodos total, antes, durante e após a Crise Financeira *Subprime*.



e seguir o mesmo raciocínio. Na Tabela (7) e na Figura (8) confirmamos que ao considerar as *commodities* açúcar e etanol, o fluxo de informações é predominante no sentido açúcar → etanol para o período total estudado e durante a Crise Financeira *Subprime*, enquanto para os períodos antes e após a crise o fluxo de informações é predominante no sentido etanol → açúcar. Para as *commodities* açúcar e petróleo nos períodos total, durante e após a crise o sentido predominante é açúcar → petróleo e no período antes da crise o fluxo maior é o petróleo → açúcar. Por fim, entre as *commodities* etanol e petróleo para os períodos total, antes e após a crise o fluxo de informações é predominante no sentido etanol → petróleo e para o período durante a crise o fluxo de informações predominante é no sentido petróleo → etanol.

Outra forma de calcular a *Net Transfer Entropy* é calcular a diferença entre as *Transfer Entropy* de saída e de entrada. Por exemplo, para a *Net Transfer Entropy* do açúcar teríamos:

$$\text{Net Transfer Entropy (Aç)} = \text{TE(Saída Aç)} - \text{TE(Entrada Aç)}$$

$$= \{TE(A\check{c} \rightarrow Et) + TE(A\check{c} \rightarrow Pet)\} - \{TE(Et \rightarrow A\check{c}) + TE(Pet \rightarrow A\check{c})\}$$

Ao aplicar a *Multiscale Transfer Entropy* podemos identificar qual sentido da transferência de informação é predominante nas diversas escalas de tempo. Ao analisar a Figura (9(a)) verificamos que, na grande maioria das escalas, o sentido etanol  $\rightarrow$  açúcar apresenta maiores valores da *Transfer Entropy* do que o sentido açúcar  $\rightarrow$  etanol, portanto o etanol transfere mais informação para o açúcar do que o açúcar para o etanol nas diversas escalas de tempo. Na Figura (9(b)), ao comparar o açúcar e o etanol percebemos que nas diversas escalas de tempo o etanol possui *Net Transfer Entropy* positiva, ou seja, transmite mais informação do que recebe, enquanto o açúcar possui *Net Transfer Entropy* negativa, indicando que recebe mais informação do envia.

Na Figura (10(a)) verificamos que nas diversas escalas os sentidos etanol  $\rightarrow$  petróleo e petróleo  $\rightarrow$  etanol têm comportamento semelhante e alternam a superioridade dos valores da *Transfer Entropy*, dessa forma, não é possível eleger um sentido predominante. Na Figura (10(b)) verificamos que a *Net Transfer Entropy* do etanol e do petróleo alternam o comportamento, apresentando valores positivos e negativos nas diversas escalas de tempo.

A Figura (11(a)) mostra que o sentido petróleo  $\rightarrow$  açúcar apresenta valores da *Transfer Entropy* superiores ao do sentido açúcar  $\rightarrow$  petróleo na maioria das escalas de tempo. Isso significa que o petróleo transfere mais informação para o açúcar do que o açúcar para o petróleo nas diversas escalas de tempo. Na Figura (11(b)), comparando a *Net Transfer Entropy* do açúcar e do petróleo, observamos que na maioria das escalas de tempo o petróleo envia mais informação do que recebe, enquanto o açúcar recebe mais informações do que envia.

Também foram realizados os cálculos da *Transfer Entropy* utilizando janelas móveis de 208 semanas (aproximadamente 4 anos), com passo de uma semana entre cada janela.

A Figura (12(a)) apresenta os resultados obtidos no cálculo da *Transfer Entropy* entre as séries de açúcar e etanol utilizando janelas móveis de 208 semanas. Observamos que no período da crise a *Transfer Entropy* no sentido açúcar  $\rightarrow$  etanol apresentou uma tendência crescente e houve também uma sobreposição da *Transfer Entropy* no sentido açúcar  $\rightarrow$  etanol em relação a *Transfer Entropy* no sentido etanol  $\rightarrow$  açúcar. No geral o sentido etanol  $\rightarrow$  açúcar apresenta *Transfer Entropy* superior ao sentido açúcar  $\rightarrow$  etanol, indicando que a informação do preço do açúcar diminui a incerteza sobre preço do etanol. Na Figura (12(b)) observamos que no período da crise houve uma mudança na *Net Transfer Entropy* e o etanol que antes enviava mais informações para as outras séries passou a receber mais informações das outras séries e o açúcar passou a ter um

Figura 9: (a) Gráfico dos resultados da *Multiscale Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol.

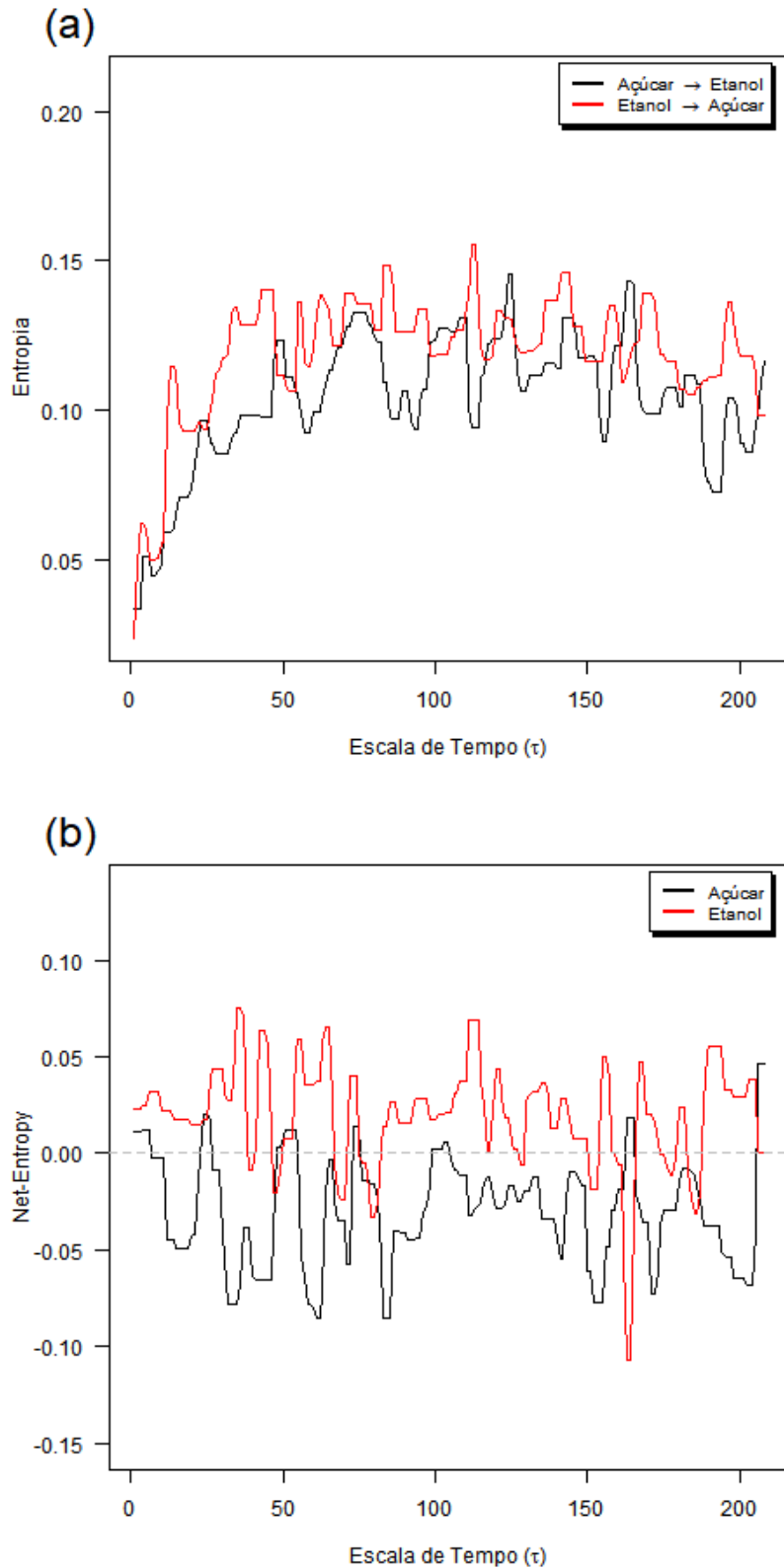


Figura 10: (a) Gráfico dos resultados da *Multiscale Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de etanol e petróleo. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol.

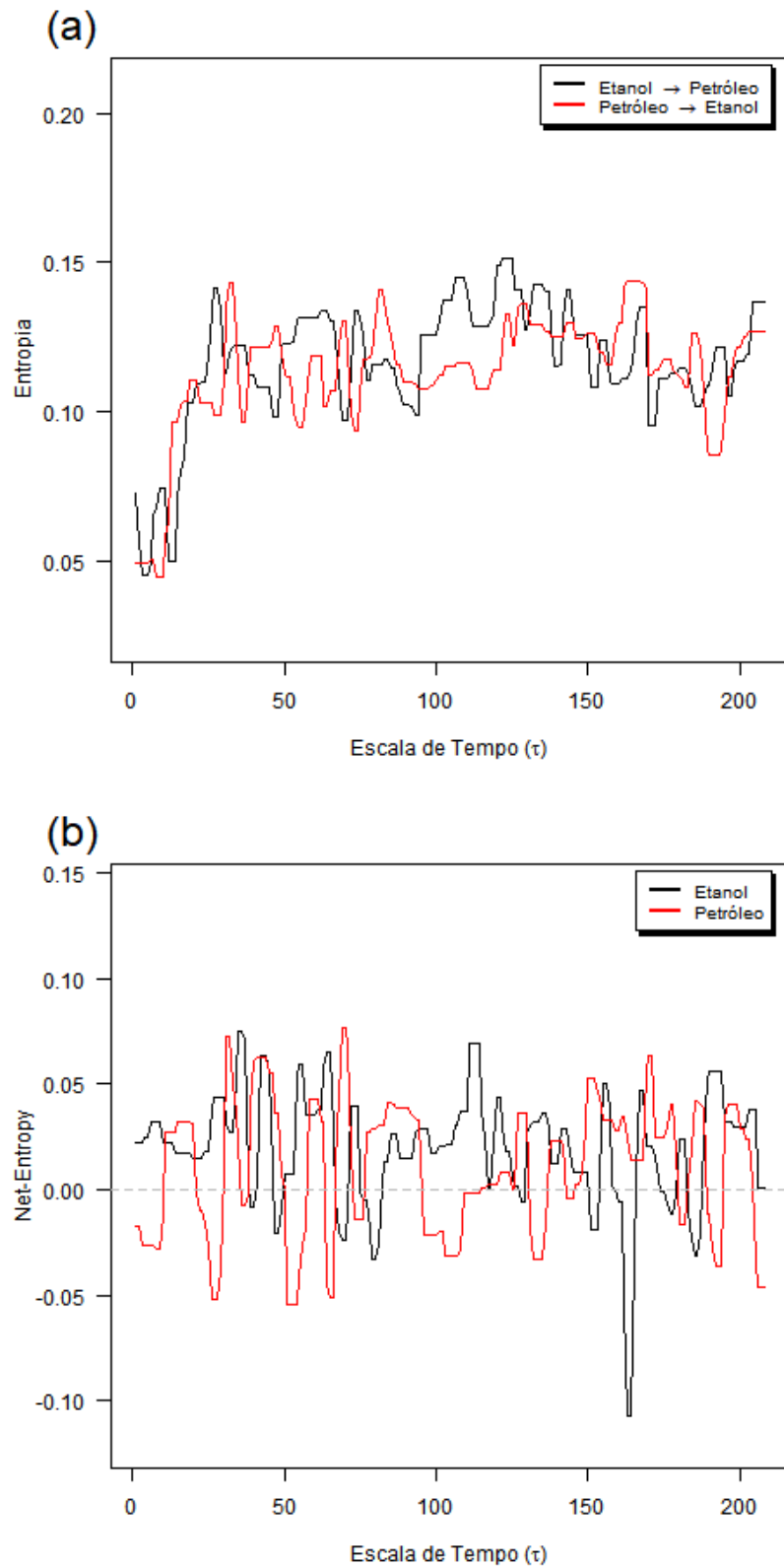
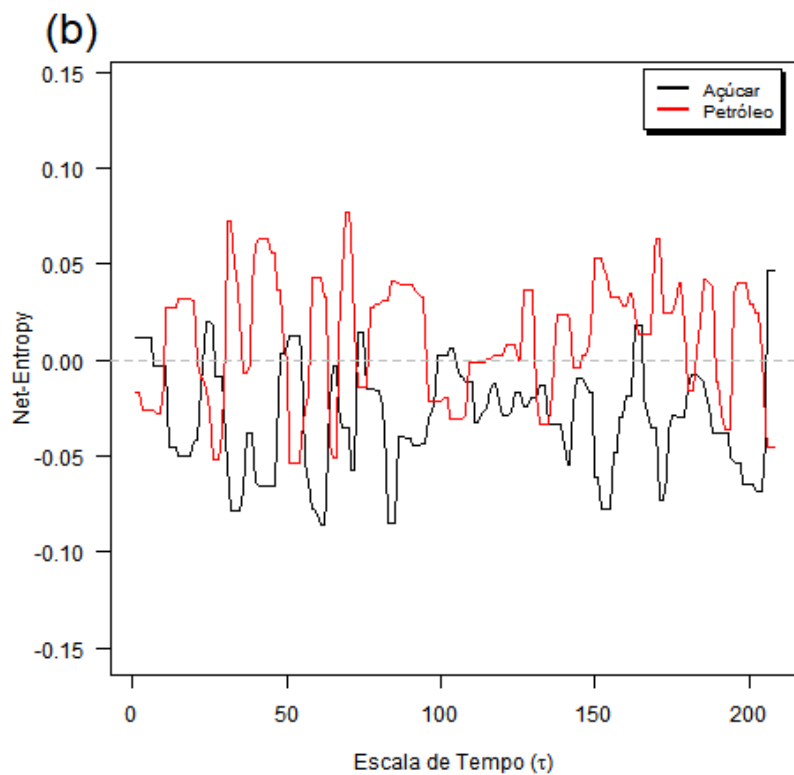
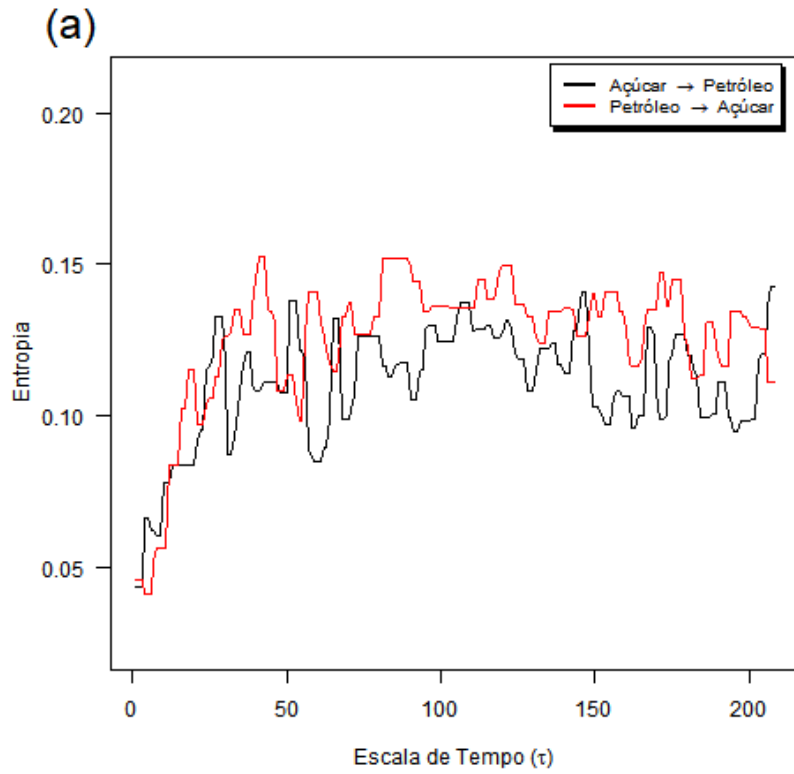




Figura 11: (a) Gráfico dos resultados da *Multiscale Transfer Entropy* entre as séries da volatilidade de preços de açúcar e petróleo. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol.



comportamento dominante em relação ao etanol.

O cálculo com janelas móveis de 208 semanas da *Transfer Entropy* entre as séries de etanol e petróleo está plotado na Figura (13(a)). No período da crise houve uma inversão na *Transfer Entropy* do sentido etanol  $\rightarrow$  petróleo e da *Transfer Entropy* do sentido petróleo  $\rightarrow$  etanol. O sentido petróleo  $\rightarrow$  etanol apresenta *Transfer Entropy* mais alta que o sentido etanol  $\rightarrow$  petróleo para o período da crise, o que indica que a incerteza sobre o preço do etanol diminuiu com informações do preço do petróleo. Na Figura (13(b)) observamos que há inversões no comportamento das séries etanol e petróleo no período da crise financeira. Antes da crise o etanol apresentava *Net Transfer Entropy* positiva e o petróleo negativa, durante a crise e após o petróleo passou a ter a *Net Transfer Entropy* positiva e o etanol negativa. Ou seja, o petróleo passou a enviar mais informações para as outras séries.

Os resultados do cálculo da *Transfer Entropy* utilizando janelas móveis de 208 semanas para as séries de açúcar e petróleo são apresentadas na Figura (14(a)). Ao longo do tempo, a *Transfer Entropy* entre o açúcar e o petróleo apresenta uma tendência decrescente. Indicando que essas séries têm se tornado independentes, aumentando a incerteza sobre os preços dessas séries. A Figura (14(b)) mostra que entre o açúcar e o petróleo a *Net Transfer Entropy* não apresenta um padrão.

Serra, Zilberman e Gil estudaram a volatilidade nos preços do etanol e verificaram que os preços do etanol são positivamente relacionados com o preço do petróleo e açúcar. Essa relação significa que os produtores do etanol consideram o petróleo como um mercado substituto e não complementar (SERRA; ZILBERMAN; GIL, 2010). Este resultado é compatível com os incentivos na taxação do etanol e baixo custo de produção do etanol no Brasil. Outro fato que deve ser considerado é a natureza do mercado de etanol brasileiro que é voltado para o mercado interno, enquanto o petróleo e açúcar são mercados internacionais (PACINI; SILVEIRA, 2011). Dessa forma a alteração no comportamento dos preços das séries de açúcar, etanol e petróleo é influenciada pela alternância de interesse em se fabricar etanol para o mercado interno ou exportar o açúcar, de acordo com a variação do dólar. E o preço do dólar influencia diretamente o preço do barril do petróleo que afeta na baixa ou aumento da produção de etanol. Identificamos na presente análise que após a crise financeira houve uma inversão e o petróleo passou a transferir mais informação para o açúcar.

Khanna, Nuñez e Zilberman evidenciam que para evitar a volatilidade dos preços da energia, o governo brasileiro regula o preço por atacado dos combustíveis fósseis, em vez

Figura 12: (a) *Transfer Entropy* entre as séries açúcar e etanol utilizando janelas móveis de 208 semanas com passo de 1 semana entre cada janela. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol.

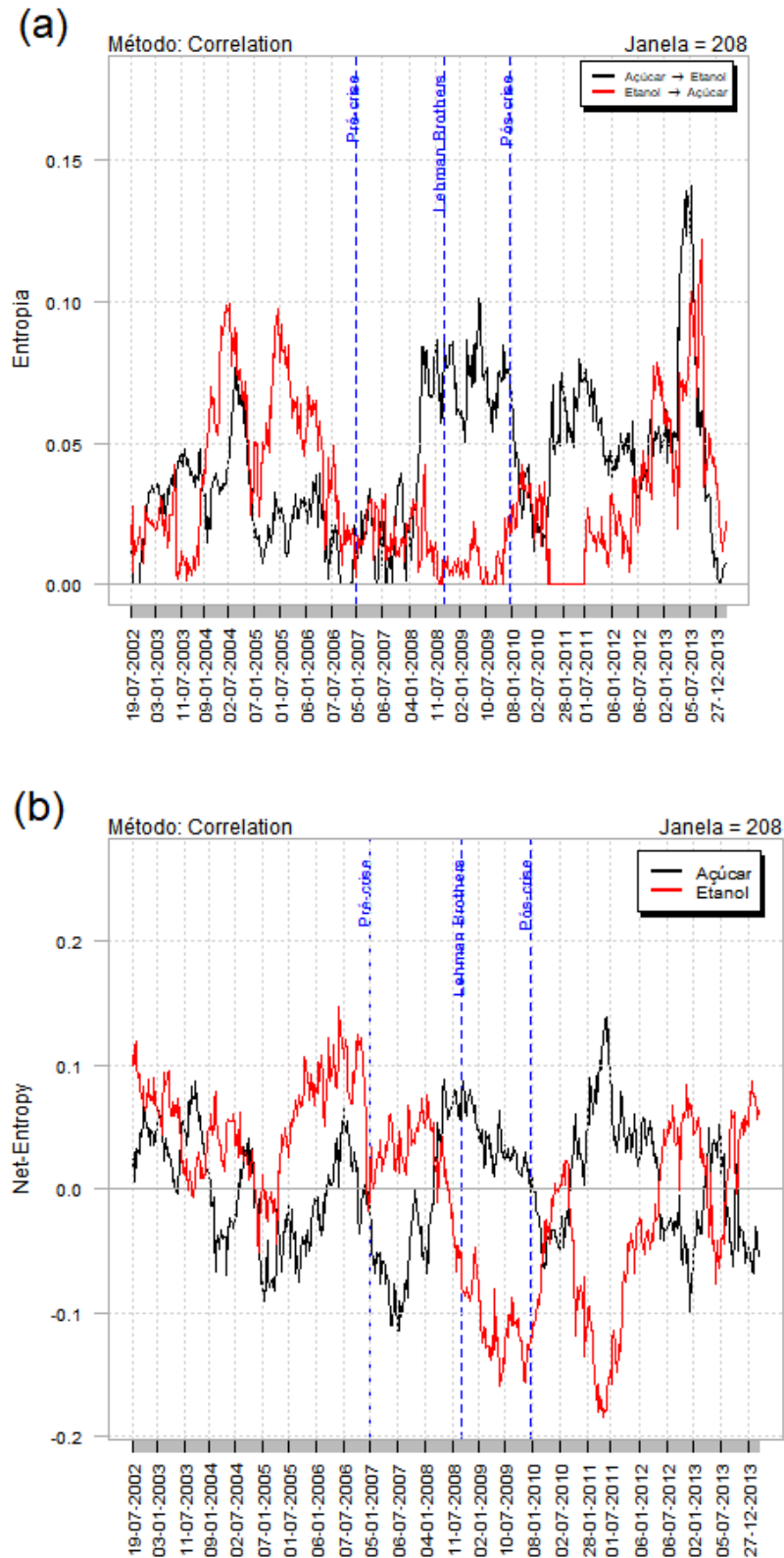


Figura 13: (a) *Transfer Entropy* entre as séries etanol e petróleo utilizando janelas móveis de 208 semanas com passo de 1 semana entre cada janela. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol.

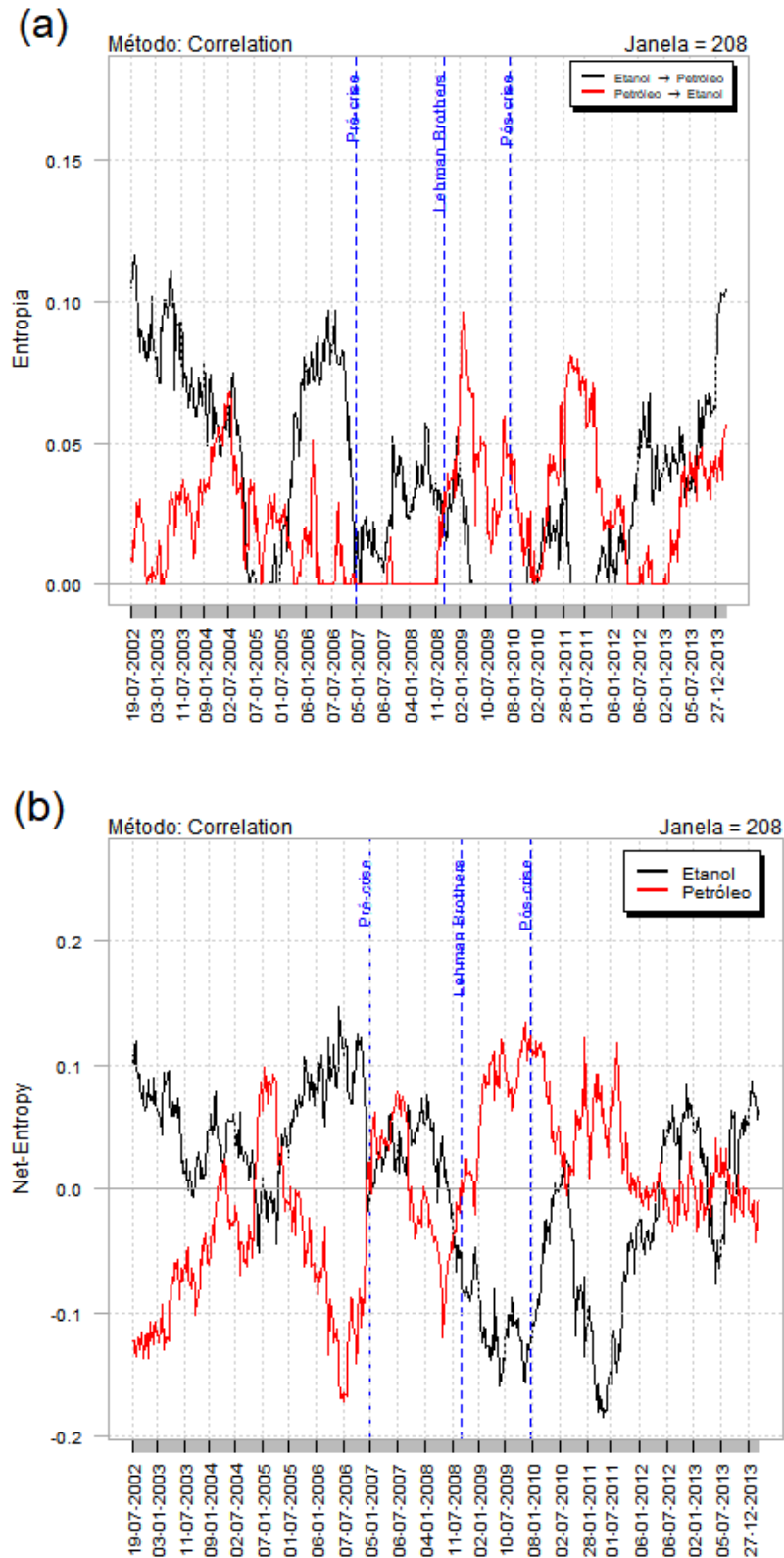
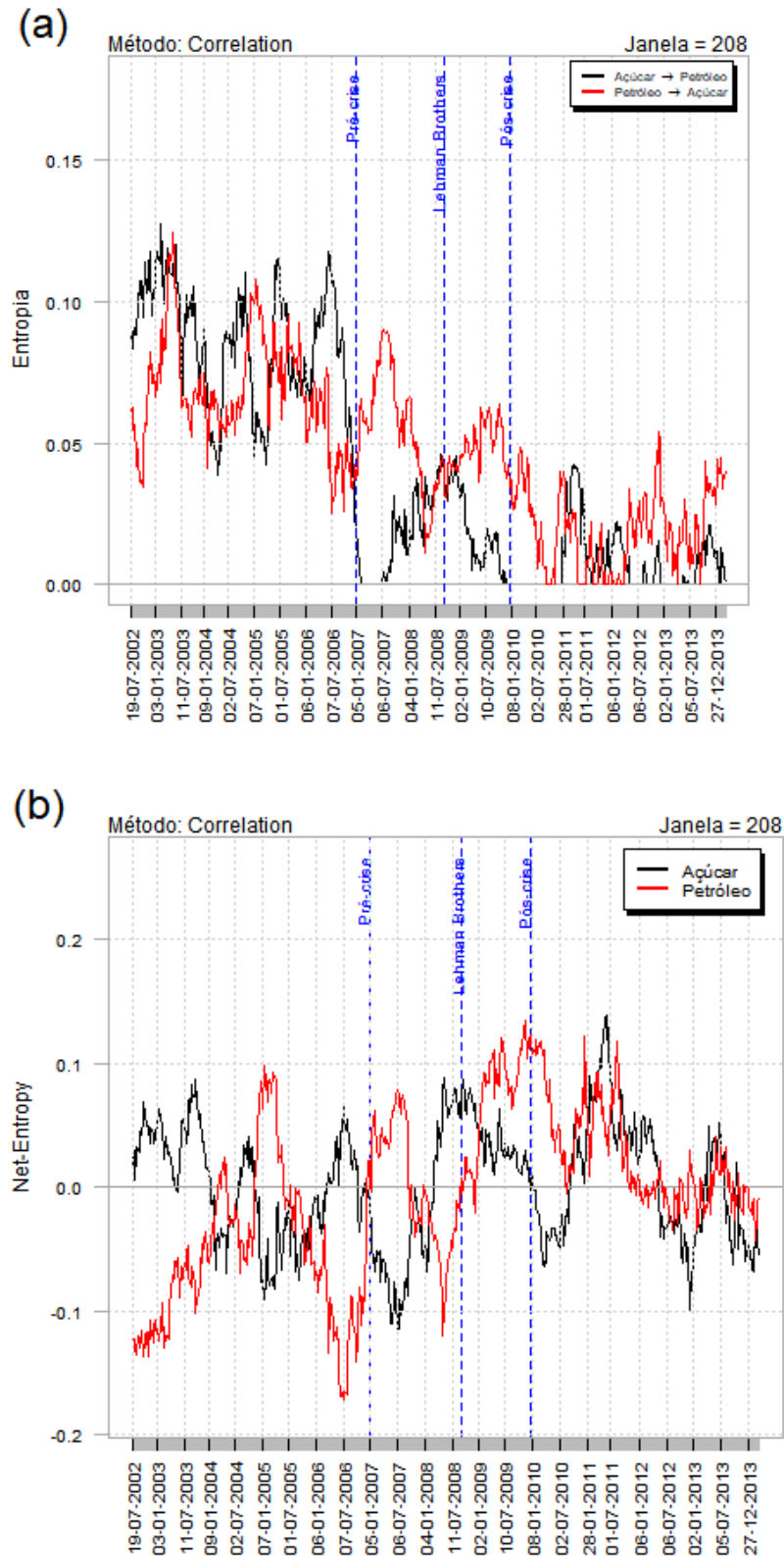


Figura 14: (a) *Transfer Entropy* entre as séries açúcar e petróleo utilizando janelas móveis de 208 semanas com passo de 1 semana entre cada janela. (b) Gráfico da *Net Transfer Entropy* das séries da volatilidade de preços de açúcar e etanol.



de deixá-lo flutuar com o preço mundial. O limite do preço do petróleo doméstico fornece um subsídio implícito à gasolina e reduz os incentivos para consumir biocombustíveis. Isso pode explicar os resultados obtidos ao estudar a transferência de informação entre o petróleo e o etanol. Na análise da *Multiscale Transfer Entropy* entre as séries de preço do petróleo e etanol não conseguimos determinar qual em qual sentido a transferência de informação é mais forte (KHANNA; NUÑEZ; ZILBERMAN, 2016).

Cavalcanti, Szklo e Machado analisam a hipótese de que os preços do etanol hidratado seguem o preço da gasolina no Brasil. Além disso, testa a hipótese de que a variação do preço da gasolina no Brasil tende a seguir a variação no preço do petróleo bruto. Ao testar essas duas hipóteses simultaneamente, este estudo avaliou uma hipótese mais geral que expressa a influência dos preços do petróleo nos preços do etanol hidratado no Brasil. As conclusões indicam que uma variação no preço do petróleo não causa automaticamente uma variação nos preços da gasolina no Brasil. A melhor correlação encontrada foi entre a flutuação do preço do petróleo e o preço médio da gasolina na refinaria seis meses depois. No caso dos preços da bomba de gasolina e etanol, esta relação é elástica a longo e curto prazo no mercado brasileiro. Além disso, o resultado que prova a relação entre o preço da gasolina e o preço do etanol no Brasil entre 2003 e 2009 é válido apenas porque, durante este período, não havia falta de oferta no mercado de etanol. Essa situação mudou em 2010, quando os picos de preço do açúcar, que alteraram as preferências dos produtores de cana-de-açúcar entre o etanol e o açúcar, aliados a uma estação seca prolongada impactando a cultura da cana no sul do Brasil e o aumento da demanda de etanol criaram a condição de baixa oferta de etanol. Sob esta nova circunstância, os preços da gasolina e etanol foram desacoplados e a regra dos custos de oportunidade com base nos preços da gasolina observados neste artigo deixou de ser válida. Em vez disso, o custo de oportunidade para o etanol em 2010 foi, aparentemente, com base nos preços da cana-de-açúcar e não nos preços da gasolina (CAVALCANTI; SZKLO; MACHADO, 2012). Nossos resultados apontam que a transferência de informação durante a crise teve seu comportamento alterando se tornando maior na direção açúcar → etanol.

## 5 Conclusão

A infraestrutura energética brasileira no setor de transportes tem características únicas, com uma grande participação de bioenergia. A adição de etanol na gasolina é usado como um mecanismo político de estabilização dos preços, o percentual de etanol aumenta ou diminui dependendo da capacidade industrial de produzir etanol e do preço do petróleo. Outro fator importante na tomada decisão é o preço da cana-de-açúcar. O mercado interno alterna o destino da cana-de-açúcar para produção de etanol ou de açúcar dependendo dos preços do mercado. Grande parte da produção de etanol é destinada ao mercado interno. Enquanto o açúcar, além de ser um produto da cesta básica brasileira, é um forte produto de exportações. Dessa forma, as *commodities* açúcar, etanol e petróleo possuem uma correlação muito grande com relação aos preços no mercado financeiro brasileiro, levando à necessidade de estudar esta troca de informações e avaliar a direcionalidade desse fluxo de informação. Para estudar a transferência de informações nas séries de preço destas *commodities* utilizamos a *Transfer Entropy* que permite, além de medir a intensidade de acoplamento entre as séries, identificar a direcionalidade do acoplamento. Como essas *commodities* são altamente influenciadas pelo mercado internacional, analisamos o comportamento de suas séries temporais de preços diante da crise financeira mundial que acarretou a quebra do Banco Lehman Brothers.

Os resultados obtidos mostram que a crise financeira afetou a relação entre os preços das *commodities* açúcar, etanol e petróleo. A *Transfer Entropy* se mostrou eficiente para quantificar o fluxo de informações entre as séries temporais de volatilidade de preços destas *commodities* e elucidar a direcionalidade da transferência.

Destacamos algumas inversões observadas na intensidade do fluxo de informações, por exemplo, a *Transfer Entropy* no sentido açúcar  $\rightarrow$  petróleo era maior que no sentido petróleo  $\rightarrow$  açúcar antes da crise. Nos períodos durante e após a crise inverteu e o sentido petróleo  $\rightarrow$  açúcar tornou-se maior que o outro sentido. Isso indica que informações do preço do petróleo diminuem a incerteza acerca do preço do açúcar. A *Transfer Entropy* entre açúcar e etanol e entre petróleo e etanol também inverteram o comportamento no

período durante a crise.

No geral, a *Transfer Entropy* detectou a alteração na dinâmica de preços ocasionada pela crise financeira. A vantagem da técnica é, além de medir a intensidade entre esses acoplamentos, indicar a direcionalidade das interações.

Entre os resultados obtidos com o método *Multiscale Transfer Entropy* destacamos que entre o petróleo e o etanol, ao analisar as diferentes escalas de tempo, não pudemos concluir qual sentido transfere mais informação. Essa característica pode ser relacionada com as intervenções políticas que baixam o preço da gasolina artificialmente, alteram o percentual de etanol na gasolina, fazendo com que a relação entre os preços do etanol e petróleo não ocorram naturalmente.

Para aprofundar os resultados obtidos no presente trabalho, investigaremos a relação entre os preços das *commodities* açúcar, etanol e petróleo, conjuntamente com a série da cotação do dólar no período estudado. Desta forma, aprofundaremos questões como a alternância entre produção de açúcar e etanol e a preferência no uso do etanol em decorrência do preço internacional do petróleo.



## Referências

- ALVES, L. R. A.; BACCHI, M. R. P. Oferta de exportação de açúcar do Brasil. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, SciELO Brasil, v. 42, n. 1, p. 9–33, 2004.
- AMIGÓ, J.; KELLER, K. Permutation entropy: One concept, two approaches. *The European Physical Journal Special Topics*, Springer, v. 222, n. 2, p. 263–273, 2013.
- ANCONA, N.; MARINAZZO, D.; STRAMAGLIA, S. Radial basis function approach to nonlinear Granger causality of time series. *Physical Review E*, APS, v. 70, n. 5, p. 056221, 2004.
- ATMANSPACHER, H.; SCHEINGRABER, H. *Information dynamics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. v. 256.
- BAILIN, H. *Elementary symbolic dynamics and chaos in dissipative systems*. [S.l.]: World Scientific, 1989.
- BALASIS, G. et al. Dynamical complexity in Dst time series using non-extensive Tsallis entropy. *Geophysical Research Letters*, Wiley Online Library, v. 35, n. 14, 2008.
- BALASIS, G. et al. Investigating dynamical complexity in the magnetosphere using various entropy measures. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Wiley Online Library, v. 114, n. A9, 2009.
- BALASIS, G. et al. Statistical mechanics and information-theoretic perspectives on complexity in the earth system. *Entropy*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 15, n. 11, p. 4844–4888, 2013.
- BALCOMBE, K.; RAPSOMANIKIS, G. Bayesian estimation and selection of nonlinear vector error correction models: the case of the sugar-ethanol-oil nexus in Brazil. *American Journal of Agricultural Economics*, Oxford University Press, v. 90, n. 3, p. 658–668, 2008.
- BANDT, C.; POMPE, B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. *Physical review letters*, APS, v. 88, n. 17, p. 174102, 2002.
- BARNETT, L.; BARRETT, A. B.; SETH, A. K. Granger causality and transfer entropy are equivalent for Gaussian variables. *Physical review letters*, APS, v. 103, n. 23, p. 238701, 2009.
- BINI, D. A.; CANEVER, M. D.; DENARDIN, A. A. Correlação e causalidade entre os preços de commodities e energia. *Nova Economia*, v. 25, n. 1, 2015.
- BORGE-HOLTHOEFER, J. et al. The dynamics of information-driven coordination phenomena: A transfer entropy analysis. *Science advances*, American Association for the Advancement of Science, v. 2, n. 4, p. e1501158, 2016.

- BUTAIL, S.; MWAFFO, V.; PORFIRI, M. Model-free information-theoretic approach to infer leadership in pairs of zebrafish. *Physical Review E*, APS, v. 93, n. 4, p. 042411, 2016.
- CAVALCANTI, M.; SZKLO, A.; MACHADO, G. Do ethanol prices in Brazil follow Brent price and international gasoline price parity? *Renewable Energy*, Elsevier, v. 43, p. 423–433, 2012.
- CHEN, W. et al. Characterization of surface EMG signal based on fuzzy entropy. *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, IEEE, v. 15, n. 2, p. 266–272, 2007.
- CHEN, W. et al. Measuring complexity using fuzzyen, apen, and sampen. *Medical Engineering & Physics*, Elsevier, v. 31, n. 1, p. 61–68, 2009.
- CHEN, Y. et al. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 324, n. 1, p. 26–35, 2004.
- CHUNXIA, Y. et al. Study on the contagion among American industries. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 444, p. 601–612, 2016.
- CONAB, C. *Acompanhamento da safra brasileira Cana-de-açúcar*. [S.l.]: Safra, 2017.
- COPELAND, T. E. et al. *Financial theory and corporate policy*. [S.l.]: Addison-Wesley Reading, Mass., 1983. v. 3.
- COSTA, M.; GOLDBERGER, A. L.; PENG, C.-K. Multiscale entropy analysis of biological signals. *Physical review E*, APS, v. 71, n. 2, p. 021906, 2005.
- DAUGHERTY, M. S.; JITHENDRANATHAN, T. A study of linkages between frontier markets and the US equity markets using multivariate garch and transfer entropy. *Journal of Multinational Financial Management*, Elsevier, v. 32, p. 95–115, 2015.
- DAW, C. S.; FINNEY, C. E. A.; TRACY, E. R. A review of symbolic analysis of experimental data. *Review of Scientific instruments*, AIP, v. 74, n. 2, p. 915–930, 2003.
- DONNER, R.; HINRICHS, U.; SCHOLZ-REITER, B. Symbolic recurrence plots: A new quantitative framework for performance analysis of manufacturing networks. *The European Physical Journal-Special Topics*, Springer, v. 164, n. 1, p. 85–104, 2008.
- DRABIK, D. et al. An Economic Model of Brazil's Ethanol-Sugar Markets and Impacts of Fuel Policies. In: EUROPEAN ASSOCIATION OF AGRICULTURAL ECONOMISTS. *2014 International Congress, August 26-29, 2014, Ljubljana, Slovenia*. [S.l.], 2014.
- EBELING, W.; NICOLIS, G. Word frequency and entropy of symbolic sequences: a dynamical perspective. *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 2, n. 6, p. 635–650, 1992.
- EFTAXIAS, K. et al. Unfolding the procedure of characterizing recorded ultra low frequency, kHz and MHz electromagnetic anomalies prior to the L'aquila earthquake as pre-seismic ones. Part ii. *arXiv preprint arXiv:0910.0797*, 2009.

- EIA. *U. S. Energy Information Administration*. 2018. Disponível em: <http://www.eia.gov/tools/faqs/faq.php?id=709&t=6>. Acessado em 17 de março de 2018.
- FRENZEL, S.; POMPE, B. Partial mutual information for coupling analysis of multivariate time series. *Physical review letters*, APS, v. 99, n. 20, p. 204101, 2007.
- GEMAN, H. Commodities and commodity derivatives: pricing and modeling agricultural, metals and energy. *West Sussex, England: Wiley Finance*, 2005.
- GOLDEMBERG, J. The ethanol program in Brazil. *Environmental Research Letters*, IOP Publishing, v. 1, n. 1, p. 014008, 2006.
- GOMEZ, J. M.; LEGEY, L. F. An analysis of the impact of flex-fuel vehicles on fuel consumption in Brazil, applying Cointegration and the Kalman Filter. *Energy*, Elsevier, v. 81, p. 696–705, 2015.
- GONTIJO, C.; OLIVEIRA, F. A. d. Subprime: os 100 dias que abalaram o capital financeiro mundial e os efeitos da crise sobre o Brasil. *Belo Horizonte: Corecon-MG*, p. 176, 2009.
- GRABEN, P. B.; KURTHS, J. Detecting subthreshold events in noisy data by symbolic dynamics. *Physical review letters*, APS, v. 90, n. 10, p. 100602, 2003.
- GRANGER, C. W. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 424–438, 1969.
- GRASSBERGER, P. Toward a quantitative theory of self-generated complexity. *International Journal of Theoretical Physics*, Springer, v. 25, n. 9, p. 907–938, 1986.
- GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signal. *Physical review A*, APS, v. 28, n. 4, p. 2591, 1983.
- HAMELINCK, C. N.; FAAIJ, A. P. Outlook for advanced biofuels. *Energy Policy*, Elsevier, v. 34, n. 17, p. 3268–3283, 2006.
- HAMILTON, J. D. *Understanding crude oil prices*. [S.l.], 2008.
- HARTLEY, R. V. Transmission of information. *Bell Labs Technical Journal*, Wiley Online Library, v. 7, n. 3, p. 535–563, 1928.
- HE, J.; SHANG, P. Comparison of transfer entropy methods for financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 482, p. 772–785, 2017.
- JUNIOR, B.; RODRIGUES, G.; FILHO, E. T. T. Analizando a crise do subprime. *Revista do BNDES, Rio de Janeiro*, v. 15, n. 30, p. 129–159, 2008.
- JUNIOR, L. S.; MULLOKANDOV, A.; KENETT, D. Y. Dependency relations among international stock market indices. *Journal of Risk and Financial Management*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 8, n. 2, p. 227–265, 2015.
- KALDOR, N. Speculation and economic stability. *The Review of Economic Studies*, JSTOR, v. 7, n. 1, p. 1–27, 1939.

- KANTZ, H.; SCHREIBER, T. *Nonlinear time series analysis*. [S.l.]: Cambridge university press, 2004. v. 7.
- KARAMANOS, K.; NICOLIS, G. Symbolic dynamics and entropy analysis of Feigenbaum limit sets. *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 10, n. 7, p. 1135–1150, 1999.
- KHANNA, M.; NUÑEZ, H. M.; ZILBERMAN, D. Who pays and who gains from fuel policies in Brazil? *Energy Economics*, Elsevier, v. 54, p. 133–143, 2016.
- KHINCHIN, A. *Mathematical Foundations of Information Theory* Dover Publications Inc. *New York*, 1957.
- KOZACHENKO, L.; LEONENKO, N. N. Sample estimate of the entropy of a random vector. *Problemy Peredachi Informatsii*, Russian Academy of Sciences, Branch of Informatics, Computer Equipment and Automatization, v. 23, n. 2, p. 9–16, 1987.
- KRASKOV, A.; STÖGBAUER, H.; GRASSBERGER, P. Estimating mutual information. *Physical review E*, APS, v. 69, n. 6, p. 066138, 2004.
- KRUGMAN, P. Como os economistas puderam errar tanto? *Revista Econômica*, v. 11, n. 2, 2009.
- KURTHS, J. et al. Quantitative analysis of heart rate variability. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, AIP, v. 5, n. 1, p. 88–94, 1995.
- LIM, K.-P.; BROOKS, R. D.; HINICH, M. Testing the assertion that emerging Asian stock markets are becoming more efficient. *SSRN Working Paper Series*, 2006.
- MARJOTTA-MAISTRO, M. C. Ajustes nos mercados de álcool e gasolina no processo de desregulamentação. *Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de Sao Paulo, Piracicaba*. [Links], 2002.
- MARTIN, M.; PLASTINO, A.; ROSSO, O. Generalized statistical complexity measures: Geometrical and analytical properties. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 369, n. 2, p. 439–462, 2006.
- MARZBANRAD, F. et al. Quantifying the interactions between maternal and fetal heart rates by transfer entropy. *PloS one*, Public Library of Science, v. 10, n. 12, p. e0145672, 2015.
- MCDONALD, O. *Lehman Brothers: A Crisis of Value*. [S.l.]: Oxford University Press, 2015.
- MCMILLAN, B. The basic theorems of information theory. *The Annals of Mathematical Statistics*, JSTOR, p. 196–219, 1953.
- MCPHAIL, L. L. Assessing the impact of US ethanol on fossil fuel markets: A structural VAR approach. *Energy Economics*, Elsevier, v. 33, n. 6, p. 1177–1185, 2011.
- MELO, A. d. S.; SAMPAIO, Y. d. S. B. Uma Nota Sobre o Impacto do Preço do Açúcar, do Etanol e da Gasolina na Produção do Setor Sucroalcooleiro. *Revista Brasileira de Economia*, SciELO Brasil, v. 70, n. 1, p. 61–69, 2016.

- MILLIGEN, B. P. van; CARRERAS, B.; NEWMAN, D. Constructing criteria to diagnose the likelihood of extreme events in the case of the electric power grid. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, AIP Publishing, v. 26, n. 3, p. 033109, 2016.
- NICOLIS, G.; GASPARD, P. Toward a probabilistic approach to complex systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 4, n. 1, p. 41–57, 1994.
- OECD. *Agricultural Market Impacts of Future Growth in the Production of Biofuels*. 2017. Disponível em: [http://www.oecd.org/LongAbstract/0,2546,en\\_2649\\_33727\\_36074136\\_119666\\_1\\_1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/LongAbstract/0,2546,en_2649_33727_36074136_119666_1_1_1,00.html). Acessado em 18 de julho de 2017.
- OILPRICE. *The No. 1 Source for Oil and Energy News*. 2017. Disponível em: <http://oilprice.com/>. Acessado em 18 de julho de 2017.
- OPEP. *Organization of the Petroleum Exporting Countries*. 2017. Disponível em: [http://www.opec.org/opec\\_web/en/index.htm](http://www.opec.org/opec_web/en/index.htm). Acessado em 18 de julho de 2017.
- ORANGE, N.; ABAID, N. A transfer entropy analysis of leader-follower interactions in flying bats. *The European Physical Journal Special Topics*, Springer, v. 224, n. 17-18, p. 3279–3293, 2015.
- PACINI, H.; SILVEIRA, S. Consumer choice between ethanol and gasoline: Lessons from Brazil and Sweden. *Energy Policy*, Elsevier, v. 39, n. 11, p. 6936–6942, 2011.
- PALUŠ, M. Testing for nonlinearity using redundancies: Quantitative and qualitative aspects. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Elsevier, v. 80, n. 1, p. 186–205, 1995.
- PALUŠ, M. Detecting nonlinearity in multivariate time series. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 213, n. 3-4, p. 138–147, 1996.
- PALUŠ, M.; ALBRECHT, V.; DVOŘÁK, I. Information theoretic test for nonlinearity in time series. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 175, n. 3-4, p. 203–209, 1993.
- PERKINS, M.; BARROS, S. Brazil sugar ethanol update. Global Agriculture Information Network Report BR6001. *US Department of Agriculture, Foreign Agricultural Service*, 2006.
- PETROBRAS. *Petróleo Brasileiro S.A.*. 2017. Disponível em: <http://www.petrobras.com.br/pt/>. Acessado em 18 de julho de 2017.
- PINCUS, S.; SINGER, B. H. Randomness and degrees of irregularity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 93, n. 5, p. 2083–2088, 1996.
- PINCUS, S. M. Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 88, n. 6, p. 2297–2301, 1991.
- PINCUS, S. M.; GOLDBERGER, A. L. Physiological time-series analysis: what does regularity quantify? *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, American Physiological Society, v. 266, n. 4, p. H1643–H1656, 1994.

- PINCUS, S. M.; KEEFE, D. L. Quantification of hormone pulsatility via an approximate entropy algorithm. *American Journal of Physiology-Endocrinology And Metabolism*, Am Physiological Soc, v. 262, n. 5, p. E741–E754, 1992.
- POMPE, B. On some entropy methods in data analysis. *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 4, n. 1, p. 83–96, 1994.
- POTIRAKIS, S.; MINADAKIS, G.; EFTAXIAS, K. Analysis of electromagnetic pre-seismic emissions using Fisher information and Tsallis entropy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 391, n. 1, p. 300–306, 2012.
- PRICHARD, D.; THEILER, J. Generalized redundancies for time series analysis. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Elsevier, v. 84, n. 3-4, p. 476–493, 1995.
- RÉNYI, A. et al. On measures of entropy and information. In: THE REGENTS OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA. *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Contributions to the Theory of Statistics*. [S.l.], 1961.
- RICHMAN, J. S.; MOORMAN, J. R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, Am Physiological Soc, v. 278, n. 6, p. H2039–H2049, 2000.
- RIEDL, M.; MÜLLER, A.; WESSEL, N. Practical considerations of permutation entropy. *Eur. Phys. J. Spec. Top*, v. 222, n. 2, p. 249–262, 2013.
- ROSSO, O. et al. Distinguishing noise from chaos. *Physical review letters*, APS, v. 99, n. 15, p. 154102, 2007.
- SAPARIN, P. et al. The renormalized entropy-an appropriate complexity measure? *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 4, n. 10, p. 1907–1916, 1994.
- SCHREIBER, T. Measuring information transfer. *Physical review letters*, APS, v. 85, n. 2, p. 461, 2000.
- SCHREIBER, T. Measuring information transfer. *Physical review letters*, APS, v. 85, n. 2, p. 461, 2000.
- SECEX. *Secretaria de Comércio Exterior*. 2017. Disponível em: (<http://portal.siscomex.gov.br/legislacao/orgaos/secretaria-de-comercio-exterior-secex>). Acessado em 18 de julho de 2017.
- SERRA, T.; ZILBERMAN, D.; GIL, J. Price volatility in ethanol markets. *European Review of Agricultural Economics*, Oxford University Press, v. 38, n. 2, p. 259–280, 2010.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication, Part i, Part ii. *Bell Syst. Tech. J.*, v. 27, p. 623–656, 1948.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, ACM, v. 5, n. 1, p. 3–55, 2001.

- SILVA, D. F. da; FIGUEIRÊDO, L. de; FREITAS, K. A. de. Crise Do Subprime: As Perspectivas Do Pensamento Neoclássicas E Comportamentais/Subprime Crisis: The Prospects Of Neoclassic And Behavioral Thoughts. *Revista FSA (Faculdade Santo Agostinho)*, v. 13, n. 2, p. 102–125, 2016.
- SPEIGHT, J. G. *The chemistry and technology of petroleum*. [S.l.]: CRC press, 2014.
- SPROTT, J. C.; SPROTT, J. C. *Chaos and time-series analysis*. [S.l.]: Oxford University Press Oxford, 2003. v. 69.
- SYCZEWSKA, E. M.; STRUZIŁ, Z. R. Granger causality and transfer entropy for financial returns. *Acta Physica Polonica A*, Institute of Physics, Polish Academy of Science, v. 127, n. 3A, 2015.
- TEWELES, R. J.; BRADLEY, E. S. *The stock market*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998. v. 64.
- TOKGOZ, S.; ELOBEID, A. E. Policy and Competitiveness of US and Brazilian Ethanol. *Iowa Ag Review*, v. 12, n. 2, p. 3, 2015.
- TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of statistical physics*, Springer, v. 52, n. 1, p. 479–487, 1988.
- TSALLIS, C. Generalized entropy-based criterion for consistent testing. *Physical Review E*, APS, v. 58, n. 2, p. 1442, 1998.
- TSALLIS, C. et al. *Introduction to nonextensive statistical mechanics: approaching a complex world*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2009. v. 34.
- VEJMELKA, M.; PALUŠ, M. Inferring the directionality of coupling with conditional mutual information. *Physical Review E*, APS, v. 77, n. 2, p. 026214, 2008.
- VERÍSSIMO, M. P.; XAVIER, C. L. Tipos de commodities, taxa de câmbio e crescimento econômico: evidências da maldição dos recursos naturais para o brasil. *Revista de Economia Contemporânea*, v. 18, n. 2, p. 267–295, 2014.
- WACKERBAUER, R. et al. A comparative classification of complexity measures. *Chaos, Solitons & Fractals*, Elsevier, v. 4, n. 1, p. 133–173, 1994.
- YANG, C. et al. The study on variation of influential regions in China from a perspective of asymmetry economic information flow. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 436, p. 180–187, 2015.
- ZUNINO, L. et al. Fractional Brownian motion, fractional Gaussian noise, and Tsallis permutation entropy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 387, n. 24, p. 6057–6068, 2008.