UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

MESTRADO

EXPLICITAÇÃO DE ANTECIPAÇÕES DE PROFESSORES PARA FORMAÇÃO EM GEOMETRIA NUM CONTEXTO DE EAD

Jorge Cássio Costa Nóbriga

Recife, julho de 2007.

Jorge Cássio Costa Nóbriga

EXPLICITAÇÃO DE ANTECIPAÇÕES DE PROFESSORES PARA FORMAÇÃO EM GEOMETRIA NUM CONTEXTO DE EAD

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, (PPGEC), da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências.

Autor: Jorge Cássio Costa Nóbriga
Orientador: Franck Bellemain, Dr.

Recife, julho 2007.

Ficha catalográfica

N754e Nóbriga, Jorge Cássio Costa

Explicitação de antecipações de professores para for – mação em geometria num contexto de EAD / Jorge Cássio Costa Nóbriga. -- 2007.

168 f. il.

Orientador : Franck Bellemain

Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Uni - versidade Federal Rural de Pernambuco. Departamento de Educação.

Inclui anexo, apêndice e bibliografia.

CDD 370. 71

1. Professor
2. Formação profissional
3. EAD
4. Geometria
5. Dinâmica
6. Explicitação
7. Antecipação

I. Bellemain, Franck

II. Título

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

EXPLICITAÇÃO DE ANTECIPAÇÕES DE PROFESSORES PARA FORMAÇÃO EM GEOMETRIA NUM CONTEXTO DE EAD

Jorge Cássio Costa Nóbriga

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora composta pelos seguintes professores:

____

Franck Bellemain, PhD

Orientador

____

Cristiano Alberto Muniz, Dr

1° Examinador UnB

____

Verônica Gitirana Gomes Ferreira, Dra

2ª Examinadora UFPE

____

Heloisa Flora Brasil Nóbrega Bastos, PhD

3ª Examinadora UFRPE

Dissertação aprovada no dia 30/07/2007 no departamento de Educação da UFRPE

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu eterno mestre:

meu pai Jordão

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado todas as condições de desenvolver este trabalho.

À minha família, que sempre me apoiou e me incentivou. Em especial, meu pai, minha mãe e meu irmão Julinho que, de certa forma, também "financiaram" este trabalho.

Ao meu orientador Franck, com quem aprendi muito e pela enorme contribuição que seu trabalho vem trazendo para o ensino de matemática no mundo. Tenho muito orgulho de dizer que fui seu orientando.

Ao professor Cristiano, que desde a graduação me incentivou, apoiou e acreditou no meu trabalho. Agradeço também pelas sugestões e eternos ensinamentos.

Às professoras Heloísa e Verônica, pelas sugestões e participação na banca.

À professora Vera pela revisão do texto.

Aos professores e colegas do programa de pós-graduação.

À Capes, aos professores e alunos que participaram da pesquisa e aos amigos.

RESUMO

Neste trabalho, buscamos investigar os efeitos de um método para a explicitação das antecipações das práticas pedagógicas de professores de matemática. Tal técnica foi aplicada com 4 professores, trabalhando em duplas. As antecipações podem ser úteis para formadores e pesquisadores no sentido de compreender melhor as metodologias e identificar elementos de análise a priori dos professores. Buscamos integrar a situação de explicitação das antecipações dos professores com as fases de Reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica de Shön (1992). Como estávamos interessados em observar alguns elementos de formação numa situação de EaD e também identificar contribuições e limites de um ambiente de EaD para a explicitação e documentação das antecipações, buscamos integrar a idéia à Teoria do *Estar Junto Virtual*, como espaço formativo. Assim, a idéia básica foi solicitar que um professor elaborasse uma situação de ensino para outro aplicar. Tal situação deveria ser sobre o estudo das Simetrias através da Geometria Dinâmica. A análise dos resultados indicam que a técnica permitiu maior explicitação das antecipações dos professores, trazendo contribuições para o desenvolvimento das fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica.

Palavras-chave: Formação de professores, EaD, Explicitação de antecipações, Geometria Dinâmica

ABSTRACT

In this paper, we seek to investigate the effects of a technique used for explaining or predicting pedagogical practices by mathematics teachers. This technique was applied with four teachers, working in pairs. These predictions may be useful for educators and researchers, allowing them to better understand the different methodologies and identify teachers' initial analysis elements. We sought to integrate this situation of explaining teachers' predictions with the Reflection stages of the Shön (1992) Pedagogical Practical Cycle. As we were interested in observing some formative elements in a long-distance teaching situation, as well as identify contributions and limits pertaining to a long distance teaching environment for explaining and documenting these predictions, we sought to integrate the idea to the Being Virtually Together Theory, used as an underlying basis. As such, the basic idea was to request that a teacher create a teaching situation for another teacher to implement. This situation should be about the study of Symmetries through Dynamic Geometry. Result analysis indicates that the technique allowed for a better explanation of teachers' predictions, thus contributing to the development of the Reflection phases of the Pedagogical Practice Cycle.

Keywords: teacher training, long-distance teaching, explaining predictions, Dynamic Geometry.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

MEC – Ministério da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

GD – Geometria Dinâmica

EaD – Educação a Distância

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

AGD – Ambientes de Geometria Dinâmica

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Conscientes da complexidade que envolve o fenômeno educacional, nosso trabalho procura situar-se na união das questões relativas à geometria e seu ensino, à integração do computador na educação, ao desenvolvimento e utilização da Educação a Distância no ensino e na formação de professores. Por isso, no capítulo de Justificativa discorreremos os seguintes pontos:

- a importância da geometria e seu ensino para a construção dos conhecimentos científicos, tanto para a formação do cidadão quanto do profissional;
- o abandono do ensino da geometria;
- a contribuição significativa do computador para o ensino da geometria através da Geometria Dinâmica;
- a necessidade de formação de professores no sentido de prepará-los para o ensino da geometria por meio da informática;
- o Ensino a Distância como meio para melhorarias nas condições de acesso ao conhecimento e as formações.

Neste capítulo ainda abordaremos o problema da pesquisa e os objetivos.

Buscando suporte para respondermos nossas questões, dividimos o capítulo da Fundamentação Teórica em 4 partes. A 1ª parte trata do Saber Matemático e nela abordaremos o Estudo das Simetrias. Na 2ª parte, falaremos do uso da Informática no Ensino, mais especificamente da Geometria Dinâmica. Na 3ª parte, abordaremos o Conhecimento Didático, falando sobre a Didática da Matemática e a Teoria das Situações Didáticas. Na última parte, abordaremos a formação de professores reflexivos, segundo a perspectiva do Ciclo da Prática Pedagógica na abordagem do *Estar Junto Virtual* que servirá de aporte metodológico para a busca dos dados.

No capítulo de Metodologia, descreveremos os sujeitos colaboradores da pesquisa e os instrumentos, justificando nossas escolhas. Apresentaremos os procedimentos básicos para descrição a análise dos dados.

Definida a metodologia, passaremos para o capítulo que contempla os Resultados. Nele apresentaremos as análises dos dados coletados, buscando responder nossas indagações iniciais.

No último capítulo, apresentaremos as Considerações Finais da pesquisa. Nele retornaremos às nossas questões iniciais, buscando mostrar o que foi (ou não) respondido. Apresentaremos também as contribuições da pesquisa e as novas questões.

1 INTRODUÇÃO

1.1 GEOMETRIA E ENSINO

A geometria é um dos mais antigos domínios da matemática e das ciências, tanto nas suas dimensões concretas, tratando da aparição das primeiras produções humanas onde se podem reconhecer elementos de geometria, quanto nas suas dimensões mais formais em que se tratam as primeiras obras matemáticas. Do ponto de vista das manifestações formais, "Os Elementos" de Euclides, juntando a maioria dos resultados geométricos e aritméticos da época num trabalho que seguiu rigorosos princípios lógico-dedutivos, é reconhecida como a primeira obra matemática.

Do ponto de vista das aparições concretas, sabe-se, por exemplo, que existem indícios de que tal conhecimento pode ser mais antigo do que a própria escrita. De acordo com Boyer (1996), podem-se ver esses indícios no período neolítico através de desenhos e figuras que "sugerem uma preocupação com relações espaciais" (p.5). Além disso, alguns utensílios utilizados pelo homem desse período também sugerem "exemplos de congruência e simetria que em essência são partes da geometria elementar" (ibidem p.5).

No que diz respeito às motivações práticas, o desenvolvimento é percebido no período neolítico quando o homem deixa a vida nômade e passa a fixar-se num local. Desse fato decorre que o homem precisou cultivar seu próprio alimento e desenvolver técnicas de construção para poder abrigar a si mesmo, seus animais e seus alimentos. Também precisou desenvolver técnicas de tecelagem para se vestir e armazenar alimentos. Tais progressos "contribuíram para o desenvolvimento da geometria, em especial a tecelagem, visto que as formas dos padrões nela produzidos e o número de fios necessários para produzi-los são de natureza essencialmente geométrica" (BERNAL, 1975 citado por PAVANELLO, 1989, p. 22).

Com o passar do tempo, surgem novas necessidades motivadas pela agricultura. Desenvolvem-se técnicas de irrigação e de previsão de plantio e colheita, ocorrendo a necessidade de um calendário e, conseqüentemente o desenvolvimento da astronomia e da geometria. De acordo com Pavanello (1989), "muito conhecimento geométrico empírico resultou dessa empresa: até hoje usamos para medida de ângulos (e de tempo) o mesmo sistema sexagesimal utilizado na Mesopotâmia há milhares de anos" (p. 24). A agricultura também motivou a necessidade de fixar limites de propriedades, o que pode ter contribuído para o surgimento dos princípios relativos aos conceitos de linha, ângulo, figuras e cálculo de área.

Existiram também motivações que não eram tanto de ordem práticas, apesar de que esse conhecimento poderia ser aplicado em diversas áreas, como por exemplo, na navegação e astronomia. Segundo Boyer (1996, p. 23 e 24),

> Era suposição comum que virtualmente toda ciência matemática pré-helênicas eram puramente utilitárias; mas que espécie de situação da vida real na Babilônia antiga podia levar a problemas envolvendo a soma de um número e seu recíproco, ou a diferença entre uma área e seu comprimento? Se o motivo era utilitário, então o culto do imediatismo era menos forte do que hoje, pois conexões diretas entre o objetivo e a prática na matemática babilônia não são nada aparentes.

As motivações também poderiam ter sido de ordem lúdica ou religiosas/exotéricas. De acordo com Boyer (1996), "havia no Egito e na Babilônia problemas que têm as características de matemática de recreação (...) na prática de cálculos, que se estendeu por um par de milênios, as escolas de escribas usaram muito material de exercícios, frequentemente, talvez, como puro divertimento"(p.29). Para os gregos, as motivações talvez tenham sido mais de ordem formativa, pois "para eles a matemática se relacionava mais com o amor à sabedoria do que com as exigências da vida prática" (BOYER, 1996, p.34), e o estudo da geometria conduzia a hábitos de raciocínio e refinamento da inteligência (PAVANELLO, 1989).

O saber geométrico evoluiu tanto pela criação de objetos e desenvolvimento de métodos, permitindo a resolução de problemas práticos, quanto pela reflexão teórica sobre esses objetos e métodos. Portanto, mais que muitos outros domínios da matemática, as questões de relação entre o sensível e o inteligível (BKOUCHE, 1990), entre o concreto e o abstrato encontram-se na geometria quase que de forma permanente, fazendo desse campo um lugar privilegiado para a constituição de uma racionalidade matemática. Além disso, a geometria, pelas suas múltiplas facetas e imbricações com outros domínios da matemática, das ciências e das artes, construídos durante mais de dois mil anos da sua evolução, é, por essência, interdisciplinar. Ela participa da construção e compreensão de diversos conceitos desses domínios e é um elemento importante na cultura cientifica e artística tanto do cidadão comum quanto do profissional (engenheiro, técnico, etc).

Reflexões sobre a importância da geometria no ensino da matemática e das ciências já foram engajadas e muitos dos nossos argumentos a favor de aumentar o papel da geometria no ensino cientifico são inspirados nessas reflexões e particularmente, no trabalho da comissão de reflexão sobre o ensino da matemática na França (KAHANE, 2002). Assim, pode-se mostrar a importância da geometria sob alguns pontos de vista:

- Geometria como domínio do conhecimento
    - Determinação e cálculo de grandezas;
    - Representação plana das situações espaciais: através dessas problemáticas, elaboram-se desenhos, demonstrações, coordenadas, vetores, álgebra linear, geometria computacional, projetiva, gráfica computacional, etc;
    - É necessária na resolução de situações da vida que precisam do desenvolvimento geométrico e do raciocínio visual (LORENZATO, 1995);
    - É importante no cotidiano, quando usam-se conceitos e propriedades geométricas para resolver problemas do dia-a-dia, tais como leitura e interpretação de mapas, plantas-baixa de casas, etc;
    - Aborda a construção da visão espacial que é conhecimento básico, sobretudo nesse mundo de imagens em que se vive. Segundo Lorenzato (1995), "sem a geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática fica distorcida" (p. 5);
- Geometria e suas relações com outras disciplinas e áreas
    - Está interligada com domínios que consideram situações espaciais, tais como mecânica newtoniana ou relativista, ótica geométrica, etc, tendo influências nas mais diversas áreas, seja nas engenharias, na arquitetura, medicina, etc;
    - A interação da geometria com outras disciplinas é importante tanto para a compreensão e desenvolvimento das diversas áreas de intervenção da geometria, como pela dela própria. A interação entre geometria e álgebra ilustra bem essa interação dialética entre a geometria e outros domínios

das ciências, mostrando nitidamente o processo de racionalização matemática;
    - Aspetos estéticos e culturais: "Que não entre aqui aquele que é ignorante da Geometria"[1]. A geometria faz parte integrante da cultura, sendo importante na observação da beleza das figuras e esculturas, compreensão de quadros, no estudo dos poliedros, urbanismo, arquitetura etc.
- Geometria enquanto linguagem e sistema de representação
    - Permite uma nova compreensão de situações tanto do ponto de vista da racionalidade quanto da intuição;
    - Pela relação concreto-abstrato que ela aborda, é um elemento de significação de certos objetos matemáticos;
    - Constitui um domínio privilegiado para entrar na racionalidade Matemática ou nos modos de raciocínio lógico-dedutivos. Segundo Pavanelo (2002), a geometria permite "o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" (p.78);
    - Fornece, através das figuras, um sistema de significado para diversas noções abstratas da Matemática, como por exemplo, as grandezas. Thom (1971) citado por Pavanelo (2002) afirma que "a Geometria pode ser um intermediário único entre a língua e o formalismo matemático e que o estágio do pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de se omitir no desenvolvimento normal da atividade humana" (p.79).
- Geometria enquanto meio para resolução de problemas – Geometrização
    - Um primeiro exemplo nesse sentido é fornecido pelos Elementos de Euclides;
    - As resoluções de equações do segundo e terceiro grau;
    - A geometrização é ainda eficiente em vários domínios, tais como, geometrias algébricas, geometria diferencial, análise funcional e física contemporânea.

Os pontos de vista citados anteriormente estão interligados. Em suma, a importância da geometria pode ser justificada em 2 aspectos:

[1] Frase no portal da entrada da Academia de Euclides

- Pode ajudar a resolver um dos grandes problemas do ensino da matemática: o problema do sentido dos objetos;
- Permite a construção do pensamento geométrico que corresponde a uma visão global de uma situação, aonde a percepção local vem depois com os cálculos.

Pelo que foi citado, percebe-se que a Geometria é fundamental para o desenvolvimento humano. Isso, por si só, já justificaria sua presença nos currículos e nas práticas pedagógicas nos diversos níveis de ensino da Matemática. No entanto, não é o que se tem visto. Tanto sua importância nos currículos, quanto a forma como ela vem sendo introduzida e abordada tem variado muito em função do tempo e das diversas reformas do ensino da matemática e das ciências. Com o Movimento da Matemática Moderna, há uma quase desaparição da geometria gráfica, privilegiando uma geometria formal. Tal movimento restringiu o ensino da Matemática às estruturas algébricas e o da Geometria à sua abordagem puramente axiomática. Segundo Miorin (2005, p.11):

> A "matemática moderna", que pode ser caracterizada como aquela que apresenta "alto nível de generalidade, elevado grau de abstração, maior rigor lógico e, prioritariamente, se preocupa com a morfologia e a anatomia comparada da estrutura das matemáticas" (Schaaf, in: Piaget et al., 1986, p. 63) e culminaria com os trabalhos de Nicolas Bourbaki[2], que teriam como objetivo central a exposição de toda a matemática de forma axiomática e unificada, onde as estruturas seriam os elementos unificadores.

Sem detalhar muito, podem-se considerar três grandes épocas: antes da reforma, durante a reforma e depois da reforma da Matemática Moderna. Antes da reforma, a geometria abordava:

- a manipulação dos instrumentos de traçado e medidas para a construção e leitura de figuras;
- a constituição de uma intuição natural dos objetos da geometria;
- os Elementos de Euclides, completada pelo estudo das transformações e da geometria vetorial;

[2] Nicolas Bourbaki foi um nome fictício escolhido por um grupo de matemáticos, na maioria franceses; dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil; que tinham a intenção de apresentar toda a matemática de seu tempo em uma obra intitulada *Élements de mathématique*. O primeiro volume dessa obra apareceu em 1939.

- a geometria euclidiana, casos de congruência e semelhança dos triângulos, teorema do ângulo inscrito, divisão harmônica, os coordenados e vetores, produto escalar, transformações, cônicas,etc.

Com a reforma da Matemática Moderna, o ensino da matemática teria que ser adaptado ao mundo moderno, tecnológico e cientifico, preparando os cidadãos à modernização econômica. Assim, a matemática é considerada como a linguagem da racionalidade moderna: centro de convergência das outras ciências. Nesse período, a álgebra foi considerada como a linguagem fundamental, universal e inicial da matemática. À geometria restou a abordagem das noções de álgebra linear, grupos de transformações, axiomática dos espaços vetoriais, geometria afim e espaços métricos euclidianos. Enfim, desenvolveu-se uma geometria algébrica sob o enfoque das transformações, que não privilegiava o raciocínio hipotético-dedutivo, firmando-se uma vontade de ensinar uma matemática abstrata.

A reforma gerou problemas no ensino. Dentre eles podem-se destacar:

- Colocaram-se as questões de estruturas como centrais, tornando o ensino por demais abstrato. Assim, não existiam situações que favoreciam a construção, pelo aluno, das noções unificadoras da matemática sem que ele tivesse conhecimento dos objetos, pois as questões estruturais são justificadas pelos conhecimentos que as precedem;
- O risco de privilegiar a palavra em detrimento do conceito é grande e o ensino da matemática termina sendo uma lição de vocabulário "esotérico", reduzindo o saber ao discurso e a abordagem de uma racionalidade a priori;
- Confusão sobre a natureza das estruturas mentais. Contradição com a posição de Piaget que considerava a ação física e interiorizada como motor do desenvolvimento intelectual. A Matemática Moderna privilegia a linguagem;
- Ausência de práticas envolvendo aspectos qualitativos, não considerando os procedimentos de outras culturas ou aprendidos fora da escola, perdendo-se a dimensão social da matemática;
- Mau preparo do corpo docente. Segundo Pavanello (1989), os próprios defensores da Matemática Moderna reconheciam não se tratar de um tópico dominado pela maioria dos professores em exercício. Assim, a geometria

acabou, muitas vezes, por não ser ensinada, sob qualquer enfoque. Isso se agrava ainda mais com a Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1° e 2° Graus, 5692/71 que permitia ao professor montar seu programa de acordo com suas necessidades. Dessa forma,

> os professores das quatro séries iniciais do 1° grau limitam-se, em geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto e o estudo da geometria passa ser feito – quando não é eliminado – apenas no 2° grau, com o agravante de que os alunos apresentam dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e suas representação porque o Desenho Geométrico é substituído, nos dois graus de ensino, pela Educação Artística. (PAVANELLO, 1993, P. 13).

- Deixa-se de lado o papel primordial das figuras na construção do conhecimento e da visão no espaço não considerado;
- Dificuldade no ensino da álgebra, sobretudo quando ela é desvinculada de objetos (da geometria, por exemplo) que dão sentido às suas estruturas;
- Não consideração dos invariantes. Por exemplo, no caso de igualdade de triângulos, importante na modelação, na elaboração de novas formas simples de fazer geometria.

Não se pode dizer que houve uma reforma sobre a “reforma da Matemática Moderna”, mas existem mudanças se contrapondo a esse movimento sem, necessariamente, querer se voltar à situação anterior e aos clássicos. Existem fortes indicações disso quando se coloca o papel central da resolução de problemas, enfatizando a participação ativa do aluno e as conexões entre temas e disciplinas. Particularmente, trata-se de dar mais importância ao sentido dos objetos da matemática do que ao rigor, trabalhando mais a construção da racionalidade matemática do que ensinando uma racionalidade pronta, constituindo-se assim, mais um trabalho com métodos e intuição do que a simples aquisição de conhecimentos. Nesse contexto, a geometria acha novamente um papel central na constituição da racionalidade matemática e no domínio privilegiado da relação concreto-abstrato.

Por outro lado, ainda existiam fatores que dificultam o retorno do ensino da Geometria. Entre eles, destaca-se o livro didático. Por influência do movimento da Matemática Moderna, foram lançados livros seguindo essa orientação. Assim, são enfocadas as estruturas algébricas. Em relação à geometria, opta-se pela abordagem das noções de figuras como conjunto de pontos do plano, adotando-se, para a sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos. Utilizam-se teoremas como postulados, através dos quais podem-se resolver alguns problemas. Percebe-se que os problemas em relação à abordagem da geometria nos livros didáticos permanecem. Lorenzato (1995) destaca que, na maior parte deles, a Geometria é apresentada "como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligados de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros, a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico" (p.4). Além disso, a "Geometria é quase sempre apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de ela não vir a ser ensinada por falta de tempo letivo" (ibidem p. 4). Conclui-se assim, que os problemas, em relação ao enfoque da geometria nos livros didáticos, podem ser, ao mesmo tempo, causa e conseqüência do abandono do ensino da geometria, pois por ela ser pouco explorada no ensino, os autores acabam por enfatizá-la menos nos livros didáticos. Por outro lado, o livro didático é um guia com o qual o professor se orienta quanto ao que abordará em sala de aula. Como esse guia dá pouca ênfase ao ensino de geometria, conseqüentemente, o professor pode também dar pouca importância ao tema.

Outro fator que tem dificultado o retorno da geometria é o fato de seu ensino ser considerado difícil. Alguns poderiam acreditar que uma solução seria adiar ou mesmo abandonar a abordagem de certas noções (por exemplo, cônicas do ponto de vista geométrico), limitando-se à abordagem das noções automatizadas.

No entanto, um dos fatores que mais tem dificultado o retorno da geometria é o déficit na formação dos professores. É importante lembrar que muitos dos professores que hoje estão na sala de aula foram formados no âmbito da Matemática Moderna. Além disso, vale também salientar que tais professores não foram preparados para ensinar geometria com os novos recursos tecnológicos. Atualmente os recursos para o processo de ensino e aprendizagem não se limitam mais ao quadro e giz. Mesmo se sabendo que os novos recursos ainda não alcançaram todos, pode-se dizer que a produção de softwares educativos vem se tornando muito importante e fornecendo contribuições significativas para o processo de ensino e aprendizagem. Um exemplo disso são os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD)[3]. Algumas pesquisas apontam que a re-introdução da

[3] Para simplificar, utilizaremos apenas a sigla GD para expressar Geometria Dinâmica.

Geometria nos currículos de Matemática também se deve à aparição de tais programas na década de 80:

> A utilização das novas tecnologias, nomeadamente os AGD, veio também revolucionar, em particular, o ensino e a aprendizagem da geometria que experimentaram "um emocionante renascer" e que, diferente nos novos currículos, passou a ter "lugar cativo entre os melhores" (DE VILLIERS, 1996a, p. 5). Há mesmo quem tenha chegado a afirmar que o novo *software* de geometria dinâmica veio salvar o currículo de geometria (DE VILLIERS, 1996 apud FERREIRA, 2005, p. 10).

No tópico que se segue falaremos da Geometria Dinâmica.

1.2 GEOMETRIA DINÂMICA

Bellemain (2001) afirma que "A Geometria Dinâmica permite considerar e conceber uma representação de objetos matemáticos abstratos em várias configurações, podendo modificar suas posições relativas" (p.1314). Assim, os programas de GD podem contribuir para o ensino em diversos aspectos:

- A GD permite construir. Como observa Brandão e Isotani (2003), num antigo ditado atribuído a Confúsio: "O aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz" (p. 1487);
- A partir da construção, o aluno pode visualizar e manipular: a GD possibilita visualizar uma mesma construção de diversas formas, e dessa maneira, facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos (RODRIGUES, 2002). Essa característica permite uma distinção dos elementos variantes e invariantes de uma figura geométrica o que facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos e de suas propriedades;
- O aluno pode experimentar e conjecturar: a Geometria Dinâmica evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Desse modo, pode-se introduzir o conceito matemático dos objetos a partir do retorno gráfico oferecido pelo programa de GD, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução (GRAVINA, 1996);
- "Auxilia na elaboração de idéias mudando a função do desenho de representante de objetos materiais para representação de noções abstratas." (SANTOS, 2003, p.63);

- Possibilita registrar os procedimentos para serem revisitados tanto pelo próprio aluno/autor como pelo professor/pesquisador.

Percebe-se assim, que a GD pode contribuir para o aprendizado da geometria. Porém, faz-se necessário, primeiramente, encontrar soluções para o problema do abandono da Geometria. Tais soluções passam pela melhor formação, tanto inicial quanto continuada, do professor de Matemática, pois, apesar de atualmente haver movimentos a favor do retorno do ensino da Geometria, como é o caso do movimento da Educação Matemática, sofrem-se ainda várias conseqüências do movimento da Matemática Moderna, já que muitos professores que hoje estão na sala de aula foram formados nesse âmbito. Pesquisas como a de Pavanello (1989) destacam que a geometria é pouco ensinada nas escolas devido também ao fato de que os professores consideram precária sua própria formação em relação à geometria.

Nesse sentido, é de fundamental importância preparar o professor não apenas para ensinar Geometria, mas ensinar de forma reflexiva, enfatizando o raciocínio hipotético-dedutivo, estimulando a compreensão e destacando as características inerentes ao espírito investigativo que constrói, explora, descobre, conjectura e demonstra. O uso da Geometria Dinâmica adequa-se bem a essa proposta. Assim, é preciso preparar o professor para ensinar geometria, usando dentre outras possibilidades a GD.

1.3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES ATRAVÉS DA EaD

Tendo em vista a escassez de formadores em relação às necessidades de formação, dificuldades de reunir os atores do sistema educativo em certas partes afastadas dos grandes centros do país e a dificuldade de sincronizar o tempo de ensino com o tempo de aprendizagem, são necessários outros tipos de formações, alternativas à presencial. Assim, sistema de Educação a Distância (EaD) parece ser um caminho viável, pois oferece a possibilidade de o usuário acessar recursos sem que a distância ou o tempo sejam fatores limitantes. Sem falar que a EaD, com a relativa democratização das redes informáticas, aparece como facilitadora da inclusão digital e mesmo social. As autoridades políticas conscientes dessa realidade já se preparam. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1997) no seu artigo 80 estabelece: “O Poder Público incentivará o desenvolvimento e a veiculação de programas de ensino a distância, em todos os níveis e modalidades de ensino, e de educação continuada". Alguns resultados dessa lei já podem ser vistos:

> Até o fim de 2006, o MEC quer ter 500 mil alunos ligados a universidades públicas, metade deles matriculada em cursos a distância. A principal meta do programa é a formação de professores, especialmente para a área de ciências, em que o déficit chega a 200 mil vagas. A maior atenção será dada a municípios do interior do país onde não existem universidades públicas (PARAGUASSÚ, Lisandra Globo, 2003).

Curso via EaD pode ser uma alternativa para o processo educacional. Entretanto, para desenvolver um curso com qualidade é necessário levar em consideração diversos aspectos, principalmente se não estamos interessados em repetir as práticas tradicionais num ambiente virtual, a chamada "virtualização do ensino" (PRADO e VALENTE, 2002). Atualmente, existem muitos cursos via EaD que usam os recursos tecnológicos para apenas repassar a informação ao aluno, funcionando mais como repositório de documentos no qual ele apenas recebe a informação de forma passiva. É importante destacar que a maioria das ferramentas disponíveis ainda é limitada. Grande parte se limita ao "Bate-papo" e ao "Fórum", possibilitando apenas a representação textual, com a inclusão de imagens ou animações e o acesso aos materiais. Acreditamos que, para que um sistema EaD possibilite de fato aprendizagem, é necessário que ele permita que o aluno seja mais ativo. Segundo Jonassen (1996, p.84):

> O construtivismo pode fornecer bases teóricas para um ambiente de aprendizagem a distância único e excitante. Estes ambientes devem consistir de combinações de trabalho colaborativo apoiados pelo computador, sistema de apoio ao desempenho eletrônico, exploração proposital da Internet, simuladores, hipermídia e o desenvolvimento da Web Page, ambientes de aprendizagem interativa, apoio do computador para a aprendizagem colaborativa e ferramentas da mente como instrumentos de reflexão do conhecimento. A aprendizagem a distância será mais efetiva quando as cabeças pensantes forem substituídas por ambientes de aprendizagem estimulantes.

Além disso, é importante que o professor possa acompanhar e auxiliar o aluno, dando *feedbacks* e compreendendo suas estratégias para a resolução de problemas. Nesse sentido, a abordagem do *Estar Junto Virtual* parece ser uma boa opção, pois "propicia ao professor criar condições de aprendizagem significativa para o aluno, para que o mesmo possa construir novos conhecimentos" (PRADO e VALENTE, 2002, p. 28). Tal abordagem enfatiza o trabalho colaborativo e a interação entre os participantes.

No caso de cursos de formação de professores, é preciso que a abordagem permita uma formação a partir de sua prática pedagógica pois, dessa maneira, o curso permitirá que o professor possa refletir sobre sua própria prática, contribuindo para mudanças no processo de ensino e aprendizagem. Em se tratando do ensino da Matemática, o sistema deveria permitir que o cursista manipulasse diversos sistemas de representação. Se esse cursista é um professor em formação, o sistema deveria permitir também aos professores criarem situações de ensino, no qual eles pudessem gerenciá-las, acompanhando e dando *feedbacks*. Tais situações deveriam incluir aplicações educativas e, no caso do ensino da geometria, incluir a GD.

1.4 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A partir do que foi argumentado na justificativa, pensávamos inicialmente em elaborar, experimentar e analisar uma proposta de formação de professores via EaD para o ensino da geometria, usando tecnologias da computação e da comunicação. Para atingir esse objetivo, desenvolveríamos um curso de geometria, via EaD, para professores das séries iniciais. Como principais recursos para o desenvolvimento do curso, usaríamos um programa de Geometria Dinâmica (Tabulae) e um ambiente de EaD (Moodle). Pensávamos em trabalhar com professores das séries iniciais devido ao fato de o déficit no ensino de geometria ser ainda maior nesse nível. Isso ocorre também pelo fato de muitos professores que atuam nesses níveis serem formados em cursos normais ou de pedagogia que, muitas vezes, privilegiam mais as técnicas e procedimentos em detrimento dos conteúdos. Além disso, pesquisas como as de Silva (2004) revelam que muitos professores procuram o Curso de Magistério ou Pedagogia por causa da quase ausência da Matemática em seu currículo. Existem ainda professores que expressam tamanha aversão a Matemática, chegando até a afirmar que jamais ensinariam essa disciplina (PASSOS, 2000).

Durante o desenvolvimento do projeto, percebemos que não teríamos condições de atingir tal objetivo naquele momento, devido aos limites de ordem técnica e até mesmo ao pouco tempo de que dispúnhamos para o período do mestrado. Assim, apesar de não esquecermos da idéia inicial, reduzimos nosso objetivo e passamos a pensar mais sobre o que era necessário para desenvolvermos, futuramente, o curso. Então, nosso foco para o mestrado seria investigar alguns pontos necessários para o desenvolvimento de um curso com os propósitos que desejávamos. Para isso, pensamos em dispor alguns professores em uma situação, que não seria exatamente de um curso via EaD, mas que pudessem nos fornecer dados do que queríamos observar, analisar e que poderíamos usar na elaboração do futuro curso.

As situações criadas num quadro de ensino a distância têm propriedades que diferem das situações presenciais. Uma delas é que o professor-cursista, ao elaborar uma situação de ensino a distância, precisa antecipar mais do que numa situação presencial, pois nesse caso ele teria menos condições de "improvisar na hora". Assim, nessa antecipação[4], pode-se esperar que ele utilizará, ao menos implicitamente, *modelos didáticos*[5] na construção de situações, na antecipação e análise de erros. Essa antecipação, quando documentada, pode ser de fundamental importância num curso de formação, pois o cursista poderá fazer uso dela para comparar com os acontecimentos que ocorreram no momento da aula, contribuindo para uma melhor reflexão sobre a prática. Além disso, as antecipações podem revelar fortemente as concepções dos professores. De posse dessa antecipação, o formador poderá desenvolver ações sistemáticas e instrucionais de forma que o professor:

- Perceba incongruências entre o que planeja e o que faz;
- Organize e planeje melhor suas ações;
- Promova debates mais ricos entre os professores cursistas;

O formador pode ainda usar as antecipações para compreender melhor as metodologias e os modelos didáticos dos professores. Percebe-se assim, que a antecipação pode fornecer um material rico para cursos de formação de professores. No entanto, fazer com que professores elaborem situações de ensino a distância não é uma tarefa fácil. Torna-se ainda mais difícil em situações de ensino de Geometria, tendo em vista que a maioria das plataformas para EaD ainda são limitadas. Um desses limites é que elas não permitem a representação de figuras através de desenhos dinâmicos e nem a edição de equações. No entanto, podem-se criar estratégias que busquem a explicitação dessas

[4] Consideramos antecipação como as possíveis hipóteses ou previsões que o professor faz sobre o desenvolvimento das atividades.
[5] De Pietro et al (1997, p.108) definem o modelo didático como sendo "um objeto descritivo e operacional, construído para apreender o fenômeno complexo da aprendizagem de um gênero e, assim, orientar suas práticas".

antecipações sem que de fato o cursista esteja elaborando uma situação de EaD. Nessas estratégias é importante encontrar também mecanismos para a documentação das antecipações. Nesse sentido, investigamos nessa pesquisa, uma técnica para a explicitação das antecipações dos professores, buscando também observar contribuições ou limites de um ambiente de EaD para a descrição e documentação dessas explicitações.

Numa situação de ensino, elaborada por um professor para outro aplicar, as antecipações e explicitações dos professores podem ser mais criteriosas, o que permitiria níveis de reflexão mais profundos e, conseqüentemente, isso poderia contribuir para compreensão, depuração e modificação da prática pedagógica do professor. As antecipações, quando explicitadas e documentadas, podem ser importantes para responder algumas questões:

- Como essa antecipação poderia ser usada em cursos de formação via EaD, contribuindo para a formação de professores reflexivos?
- Como as antecipações poderiam ser usadas por pesquisadores, buscando uma melhor compreensão dos modelos didáticos concebidos pelos professores?
- Como as ferramentas de EaD poderiam contribuir para a explicitação, descrição e documentação das antecipações dos professores ? E como contribuiriam para o debate antes e após a aplicação?

1.5 OBJETIVOS

1.5.1 Objetivo Geral

- Analisar os efeitos de uma situação de ensino de simetria com Geometria Dinâmica, elaborada por um professor e aplicada por outro, como uma técnica para explicitação das antecipações da prática pedagógica.

1.5.2 Objetivos específicos

- Observar como o uso dessa técnica pode contribuir para o desenvolvimento das fases de reflexões da teoria do Ciclo da Prática Pedagógica na abordagem do *Estar Junto Virtual*;

- Investigar limites e contribuições de um ambiente virtual de ensino para o desenvolvimento dessa situação, sobretudo no que diz respeito à descrição e documentação das ações pedagógicas e à comunicação entre os professores;
- Analisar a metodologia desenvolvida pelos professores na elaboração da situação, buscando identificar elementos de análise a priori utilizados por eles.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: SABER MATEMÁTICO, RECURSOS DIDÁTICOS, CONHECIMENTO DIDÁTICO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES REFLEXIVOS

A Fundamentação Teórica foi dividida em 4 partes. A 1ª parte trata do Saber Matemático. Nesse capítulo estudaremos o conteúdo matemático que será abordado pelo professor na situação de ensino que irá elaborar: as Simetrias. Precisamos disso, para poder compreender melhor como os professores entendem e abordam esse conteúdo. Nesta parte, abordaremos o Estudo das Simetrias, trazendo definições, propriedades, exemplos e problemas. Também enfatizaremos as recomendações dos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) para o ensino desse conteúdo, para podermos saber como (e se) tais recomendações são abordadas nas situações elaboradas pelos professores.

Na 2ª parte, falaremos de Recursos Didáticos, enfatizando uso da Informática no Ensino. Precisamos fazer um estudo a respeito disso para podermos entender melhor como e por que os professores deveriam usar tais recursos no ensino. Assim, faremos um pequeno histórico, relacionando as abordagens de ensino através do computador com as teorias de aprendizagem. Como a situação de ensino que os professores elaborarão será explorada em programas de Geometria Dinâmica, falaremos também de micromundos, mais especificamente dos micromundos de Geometria Dinâmica, trazendo seus pressupostos teóricos de desenvolvimento e mostrando como se pode explorar tal recurso no ensino de Simetria.

Na 3ª parte, abordaremos o Conhecimento Didático. Neste capítulo, objetivamos fazer um estudo sobre a Didática da Matemática e a Teoria das Situações Didáticas para melhor compreendermos como tal conhecimento aparece (implícita ou explicitamente) no desenvolvimento das situações de ensino elaboradas pelos professores.

Na última parte, abordaremos a Formação de Professores Reflexivos, segundo a perspectiva do Ciclo da Prática Pedagógica, na abordagem do *Estar Junto Virtual*. Apesar de não estarmos desenvolvendo um curso de formação de professores, tal teoria será importante para acompanhar melhor o professor no desenvolvimento da situação e nas interações. Além disso, essa teoria nos dará suporte para a nossa experimentação.

Nessa parte, também apresentaremos a idéia da aplicação da pesquisa, mostrando como poderemos integrá-la a tal formação, buscando mostrar como poderemos ver elementos da nossa problemática através das fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica.

2.1 SABER MATEMÁTICO: SIMETRIA

Para entendermos o conceito de Simetria, precisamos primeiramente entender o que é Transformação e Isometria. Dizemos que uma Transformação no plano é uma função T do plano β no plano β (T: $\beta \rightarrow \beta$) que associa a cada ponto X do plano β (X pertencente a β) um outro ponto X' (X' também pertencente a β), tal que X'=T(X). As transformações que preservam a distância entre os pontos são denominadas Isometrias ou Transformações Isométricas. Explicando de outra maneira, T é uma isometria se, dados dois pontos quaisquer X e Y, então a distância entre X e Y é igual a distância entre suas imagens T(X) e T(Y), ou seja, d(X,Y)=d(T(X),T(Y)). Veremos mais a frente que a Simetria é uma Isometria. Existem 4 tipos de simetria: *Simetria reflexional ou axial*; *Simetria Rotacional*; *Simetria translacional ou Translação* e *Simetria Translacional refletida ou Reflexão deslizante*.

2.1.1 Simetria reflexional ou axial

Dados uma reta *r* e um ponto P qualquer não pertencente à reta. Marquemos um ponto P' na perpendicular à reta *r*, passando por P, mas no semiplano oposto ao de P, tal que P'M=PM. (ver figura 1).

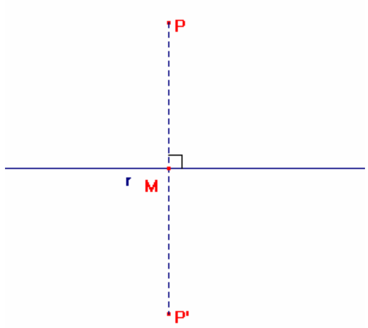


Figura 1 – Simetria axial de P em relação ao eixo r

Diz-se que P' é simétrico de P em relação ao eixo *r*. Essa simetria é denominada *Simetria Reflexional ou Axial*.

Tomemos os simétricos A' e B' de A e B, respectivamente, em relação a uma reta *r* (ver figura 2)

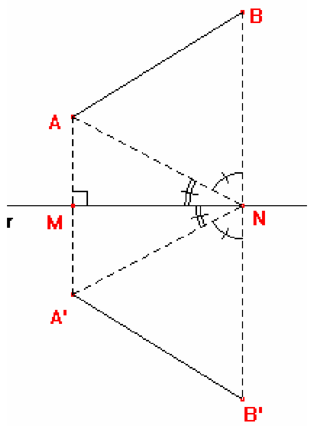


Figura 2 – Simetria axial do segmento AB em relação ao eixo r

Por conseqüência da definição A'M=AM e B'N=BN. Os ângulos no vértice M são retos, o segmento MN é comum. Assim, pelo critério LAL, os triângulos AMN e A'MN são congruentes. Portanto, AN=A'N e os ângulos $M\hat{N}A$ e $M\hat{N}A'$ têm medidas iguais. Os ângulos $M\hat{N}B$ e $M\hat{N}B'$ também são retos, portanto os ângulos $A\hat{N}B$ e $A'\hat{N}B'$ são congruentes. Por definição, BN=B'N. Logo, os triângulos ANB e A'NB' são congruentes e, conseqüentemente, AB=A'B'. Provamos assim, que a *Simetria Reflexional* preserva as distâncias e, assim, é uma Isometria. Outra propriedade dessa simetria é que ela também preserva os ângulos, porém inverte os sentidos, como observamos na figura 2, pois lendo os vértices do triângulo, por exemplo, em ordem alfabética, eles estarão no sentido horário, já no triângulo simétrico, lendo os vértices em ordem alfabética, eles estarão no sentido anti-horário.

Existem figuras as quais, através de uma reta, podemos dividi-las e obter duas partes idênticas. Com o retângulo, por exemplo, basta traçar uma mediatriz. Dizemos que tais figuras apresentam estrutura simétrica ou que são figuras simétricas. Todos os polígonos regulares apresentam tal propriedade, sendo que, sempre o número de eixos de simetria é igual ao número de lados. Os polígonos regulares com número ímpar de lados possuem as bissetrizes como eixos de simetria. Já os com número par de lados possuem, como eixo de simetria, metade bissetrizes e metade mediatrizes (ver figura 3). O círculo apresenta infinitos eixos de simetria (todos os diâmetros).

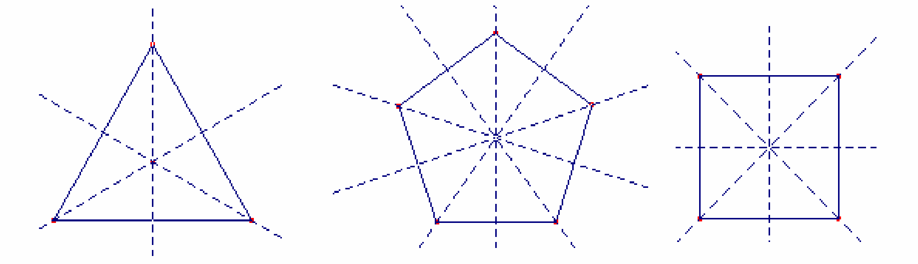


Figura 3 – Eixos de simetria em polígonos regulares

Para construirmos, usando régua e compasso, o simétrico de um ponto P por reflexão em relação a uma reta r, precisamos traçar a perpendicular a reta r passando por P. Marcamos a intersecção M da perpendicular com a reta r. Depois traçamos uma circunferência com centro M, passando por P. O ponto de intersecção (diferente de P) da circunferência com a perpendicular é o simétrico procurado. Para transformarmos uma reta s por simetria reflexional em relação ao eixo r, basta construirmos os simétricos de dois pontos distintos de s e traçar a reta por esses dois pontos. Já para transformarmos um polígono por simetria reflexional, precisamos construir o simétrico de seus vértices ou segmentos.

A construção de figuras genéricas por simetria reflexional, usando régua e compasso, pode ser um processo complicado, pois teriam que ser construídos vários pontos simétricos da fronteira. Para facilitar esse processo, podem-se usar instrumentos, tais como os sistemas articulados. Tais sistemas "materializam paralelogramos e outras figuras geométricas deformáveis (ainda que constituídas de barras rígidas)" (PINHEIRO, 1986, p. 28). Um exemplo desses sistemas é o simetrizador de Biguenet. Tal sistema é composto por um sistema articulado em que dois vértices opostos B e D têm curso ao longo de uma reta (eixo de simetria). Esse instrumento transforma, mecanicamente, por reflexão uma figura genérica (ver figura 4).

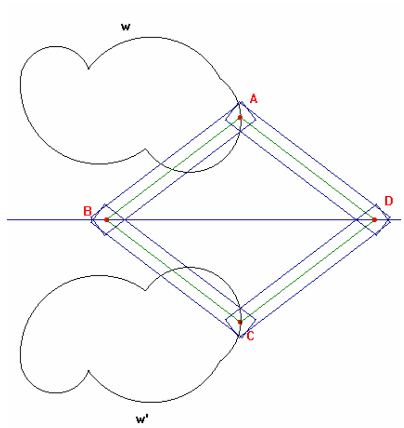


Figura 4 – Simetrizador de Biguenet

O sistema funciona da seguinte maneira: enquanto o ponto cativo A desloca sobre a fronteira da figura w, o ponto livre C (oposto a A) descreve a fronteira w'. A justificativa vem do fato de que em todo losango a reta suporte de qualquer das diagonais é mediatriz da outra diagonal. Como BD pertence à mediatriz da diagonal AC, então A e C são pontos simétricos.

2.1.2 Simetria Rotacional

Consideremos um ponto fixo O, um ângulo α ($0° < \alpha < 360°$) e um ponto qualquer A não coincidente com O. Construamos um ponto A' tal que OA=OA' e AÔA'= α (ver fig. 5)

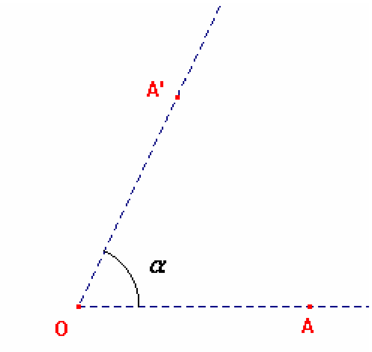


Figura 5 - Simetria Rotacional do ponto A ao redor de O de ângulo α

Diz-se que A' é simétrico de A ao redor de O de ângulo α. Essa simetria é denominada *Simetria Rotacional*. Chama-se α de *ângulo de rotação* ou de *giro* e o ponto O de *rotocentro* ou *centro de rotação*. A rigor, convém orientar o ângulo no sentido horário ou anti-horário, pois a cada ponto A correspondem dois pontos por *Simetria Rotacional* (ver figura 6)

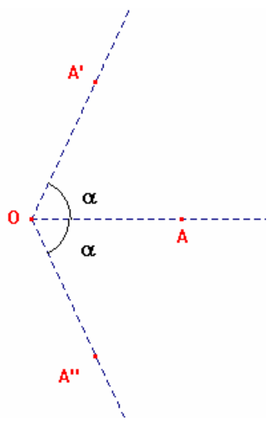


Figura 6 - Dois pontos obtidos por simetria rotacional

Tomemos os simétricos A’, B’ e C’ de A, B e C respectivamente, por rotação α em torno de O (ver figura 7).

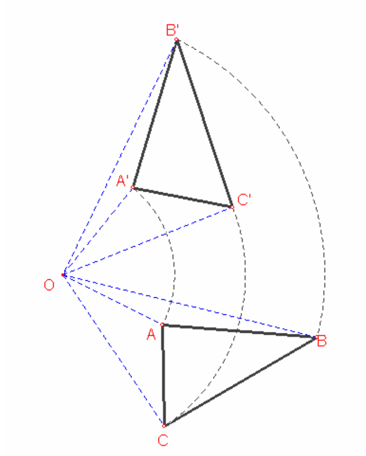


Figura 7 – Triângulos Simétricos por rotação

Podemos provar que a *Simetria Rotacional* preserva as distâncias. Por conseqüência da definição, temos que OA’=OA, OB=OB’ e OC=OC’ e os ângulos AÔA’, BÔB’ e CÔC’ são também iguais. Para mostrar que AC=A’C’ basta provar que os ângulos AÔC e A’ÔC’ são iguais. Temos que A’ÔC’= A’ÔC – CÔC’ e AÔC= A’ÔC – AÔA’. Como AÔA’=CÔC’, segue que AÔC= A’ÔC’. A justificativa da preservação das outras distâncias é semelhante. Vemos assim que a *Simetria Rotacional* é uma Isometria. Porém, diferentemente da *Simetria Reflexiva*, ela também preserva o sentido. Para observar isso, basta ler os vértices do triângulo e de seu simétrico, em ordem alfabética, e verificar que eles estão no sentido horário.

Polígonos regulares de n lados possuem estrutura simétrica rotacional de ângulo central igual 360°/n. Assim, qualquer rotação em torno do centro do polígono regular, tendo o ângulo central como ângulo de rotação, obtém-se o mesmo polígono (ver figura 8).

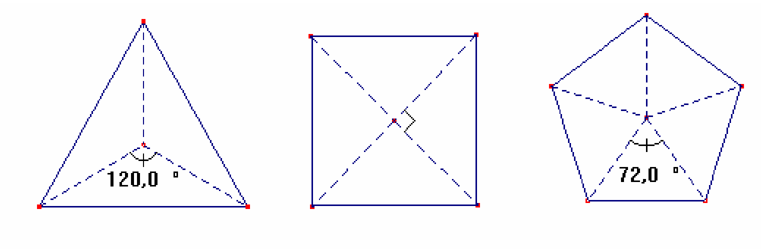


Figura 8 – Rotação de polígonos regulares com ângulo de rotação igual ao ângulo central

Um caso particular da Simetria Rotacional é quando o ângulo de rotação é 180°. Nesse caso, diz-se que a simetria é *Central*.

Para construirmos, usando régua e compasso, o ponto simétrico por rotação de P ao redor de O' e ângulo α, precisamos descrever um arco de centro O e amplitude α. Para isso precisaremos fazer o transporte do ângulo. Suponha que o ângulo α seja determinado pelos pontos Y, O (vértice do ângulo) e X (ver figura 9). Primeiramente criemos uma reta s, passando por O' e P. Com abertura do compasso igual ao comprimento do segmento OY, traçamos uma circunferência com centro em O'. Marquemos a intersecção Y' (mais próxima de P). Com abertura do compasso igual ao comprimento do segmento XY, traçamos uma circunferência com centro em Y'. As intersecções dessas circunferências fornecerão os pontos que determinarão os ângulos no sentido horário e anti-horário. Por convenção, escolhe-se o ponto que esteja no sentido anti-horário. Chamemos esse ponto de X'. Tracemos uma reta t, passando por O' e X'. Agora criemos uma circunferência com centro O', passando por P. O ponto de intersecção (mais próximo de P) da reta t com a última circunferência criada é o simétrico procurado.

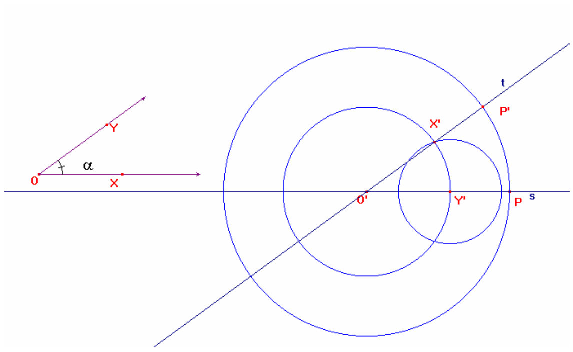


Figura 9 – Construção do simétrico por rotação de P ao redor de O' e ângulo α

Para transformarmos uma reta s por simetria rotacional ao redor de O e ângulo α, traça-se uma perpendicular t a reta s, passando por O. Marca-se o ponto de intersecção X dessas retas. Rotaciona-se esse ponto ao redor de O e ângulo α, determinando X'. A perpendicular ao segmento OX', passando por X' é a reta simétrica procurada. Já para transformarmos um polígono por simetria rotacional, precisamos construir o simétrico de seus vértices ou segmentos.

Para a construção de figuras genéricas, pode-se também usar sistemas articulados, tais como o Rotor de Sylvester (figura 10).

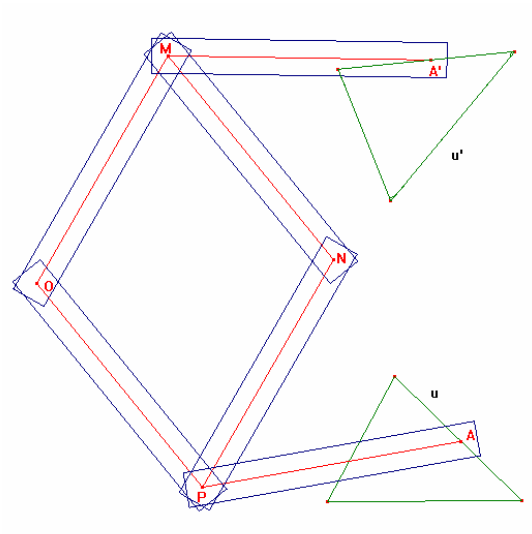


Figura 10 - Rotor de Sylvester

Esse instrumento é feito de forma que MA’=OP, MO=PA e os ângulos $A'\hat{M}N = A'\hat{O}A = N\hat{P}A$. Dessa forma, quando a ponta cativa A é levada a percorrer a fronteira de u, a ponta livre A’ descreve a fronteira u’.

2.1.3 Simetria Translacional ou Translação

Consideremos uma direção dada por uma reta r, um segmento AB de comprimento *v* e um ponto qualquer P do plano. Construamos um ponto P’ tal que PP’ seja paralelo a *r* e PP’=AB (ver figura 11).

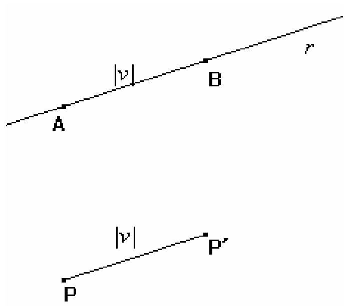


Figura 11 – Simétrico de P por Simetria Translacional na direção *r* e no módulo *v*

Diz-se que P’ é o simétrico de P por *Simetria Translacional* na direção *r* (reta de translação) e no módulo *v*. Como cada ponto P corresponderia dois simétricos por simetria translacional, convém-se orientar a reta num dos dois sentidos. Assim, pode-se dizer que essa transformação é uma translação de vetor $\vec{v}$, que possui direção e sentido de *r* e módulo $|\vec{v}|$.

Tomemos os simétricos A', B' e C' de A, B e C respectivamente, por translação de vetor $\vec{v}$ e módulo $|\vec{v}|$ (ver figura12).

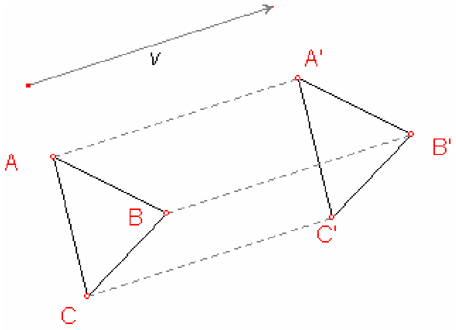


Figura 12 - Triângulos Simétricos por Translação

Podemos provar que a *Simetria Translacional* preserva as distâncias. Por conseqüência da definição temos AA'//BB'//CC'// $\vec{v}$ e AA'=BB'=CC'. Assim, os quadriláteros ABB'A', BCC'B' e ACC'A' são paralelogramos, daí resulta que AB=A'B', BC=B'C' e AC=A'C'. Portanto a *Simetria Translacional* é uma Isometria, que preserva os sentidos.

Para construirmos, usando régua e compasso, o ponto simétrico por translação de P em relação ao vetor $\vec{v}$, precisamos traçar uma paralela w ao vetor $\vec{v}$ e uma circunferência com centro em P e raio com comprimento igual ao do vetor $\vec{v}$. A intersecção (que está no mesmo sentido de $\vec{v}$) de w com a circunferência é o ponto simétrico procurado. Para transformarmos uma reta r por um vetor $\vec{v}$, basta encontramos o simétrico por translação de um ponto da reta e traçarmos a paralela ao vetor $\vec{v}$ por esse ponto. Já para transformarmos um polígono por simetria translacional, precisamos construir o simétrico de seus vértices ou segmentos.

Para a construção de figuras genéricas podemos também usar sistemas articulados, tais como o "Translator de Kempe" (figura 13).

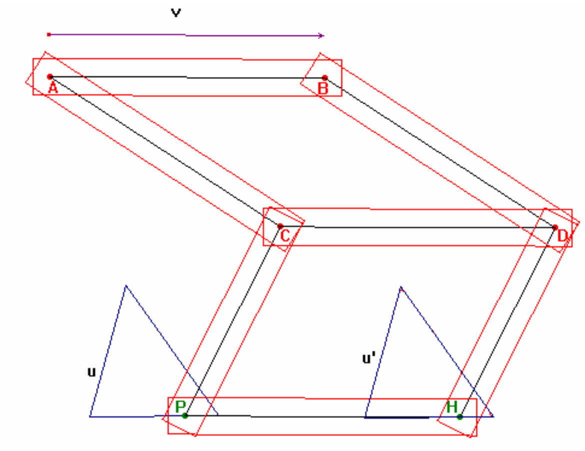


Figura 13 - Translator de Kempe

Esse instrumento é feito de um duplo paralelogramo articulado, de forma que têm-se constantemente $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{PH} = \vec{v}$. Dessa forma, quando a ponta cativa P é levada a percorrer a fronteira de u, a ponta livre H descreve a fronteira u'.

2.1.4 Simetria Translacional Refletida ou Reflexão deslizante

Dados um ponto P e uma reta *r*. Façamos o simétrico translacional P' de P em relação a *r* (no sentido de $\vec{r}$) . Em seguida, façamos o simétrico reflexional de P' em relação a reta *r*, obtendo o ponto P" (ver fig.14).

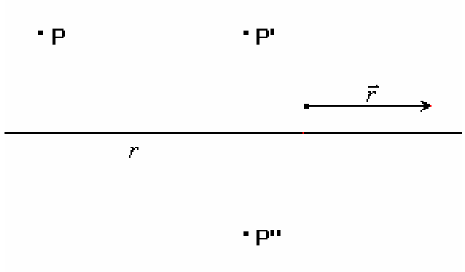


Figura 14 – Simétrico de P por Translação Refletida

Diz-se que P" é o simétrico de P por *Simetria Translacional refletida ou Reflexão deslizante*. Observe que, para obtermos a simetria translacional, tivemos que aplicar duas transformações (simetrias). Costuma-se chamar isso de produto de duas transformações. Tal simetria possui a propriedade comutativa, ou seja, poderíamos ter aplicado primeiramente a reflexão e depois a translação.

Para provarmos que a *Simetria Translacional Refletida* preserva as distâncias, tomemos os pontos A, B e C, uma reta *r* e um vetor $\vec{r}$, de módulo $|\vec{r}|$. Construamos simétricos A’, B’ e C’ de A, B e C respectivamente, por translação de vetor $\vec{r}$ e módulo $|\vec{r}|$. Após isso, façamos os simétricos A”, B” e C” de A’, B’ e C’ respectivamente, em relação a uma reta *r* (ver figura 15).

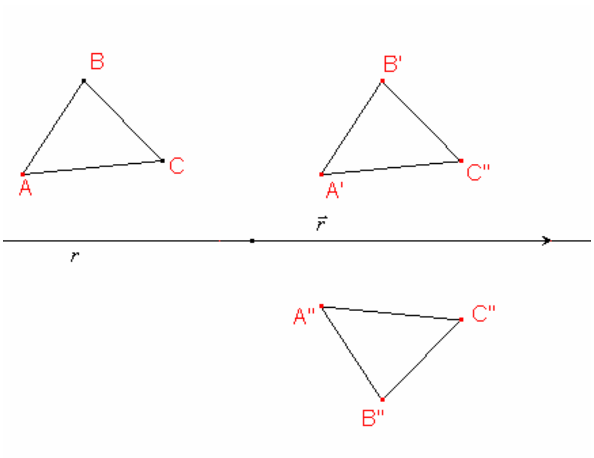


Figura 15 – Triângulo simétricos obtidos por translação refletida

Usando as justificativas feitas anteriormente para as simetrias translacional e reflexional e, verificando que AB=A’B’ e A’B’=A”B”, tem-se que AB=A”B”. Assim a *Simetria Translacional Refletida* é uma Isometria, que não preserva os sentidos.

2.1.5 A Simetria e o Ensino

O estudo das Simetrias abrange várias das recomendações dos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) para os Ensinos Fundamental e Médio. Dentre elas, destacamos algumas a seguir:

- Ensino Fundamental 1° Ciclo (BRASIL, 2001, p. 73)

- Movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido;
- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma;
- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc;
- Construção e representação de formas geométricas.

- Ensino Fundamental 2° Ciclo (BRASIL, 2001, p. 88 e 89)
  - Identificação de simetrias em formas tridimensionais ;
  - Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando como critérios números de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc;
  - Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas;
  - Representação das figuras geométricas.

- Ensino Fundamental 3° Ciclo (BRASIL, 1998, p.73)
  - Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície);
  - Composição e decomposição de figuras planas.

- Ensino Fundamental 4° Ciclo (BRASIL, 1998, p.89)
  - Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).

- Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 75)
  - Reconhecimento de formas geométricas básicas;
  - Consolidação dos conceitos de congruência, semelhança e proporcionalidade.

Apesar de o tema abranger tais recomendações e da riqueza de possibilidades em se explorá-lo, pesquisas demonstram que, em geral, o estudo das simetrias não vem sendo contemplado nos Ensinos Fundamental e Médio. Segundo Araújo (2000), isso é comprovado quando se observa que são poucos os livros didáticos, inclusive os indicados pelo MEC (PNLD/1997), que contemplam conteúdos associados ao conceito de simetria. Os poucos livros que abordam tal tema, fazem-no de uma maneira superficial. Em alguns casos, tais abordagens exploram apenas o aspecto lúdico que o tema permite, trazendo atividades do tipo “complete a outra parte da figura, sendo *r* o eixo de simetria”. Em tais atividades, não se percebe a preocupação em se estabelecer uma associação entre a atividade lúdica e a percepção de propriedades geométricas.

Nesse caso, o único progresso cognitivo diz respeito à habilidade para desenhar. Dessa forma, constroem-se poucos conceitos, dificultando o trabalho dos alunos na resolução de problemas geométricos.

Em outras abordagens, as propriedades invariantes, que caracterizam o conceito de simetria, são apresentadas aos alunos sem nenhum questionamento sobre sua relevância. Dessa forma, segundo Araújo (2000), não parece ficar claro, ao aluno, que tais propriedades são condições necessárias e suficientes para que se possa identificar uma figura simétrica, em relação a uma transformação, ou realizar sua construção a partir de alguns elementos.

O estudo das simetrias pode ser explorado através da resolução de problemas, tanto do ponto de vista das construções geométricas, quanto das aplicações nas diversas áreas. Um problema típico para o caso das reflexões é: *Num semiplano dado por sua reta origem, obter o caminho mínimo entre dois pontos dados, tocando naquela reta* (PINHEIRO, 1986, p. 42). Problema pode ser resolvido encontrando-se o simétrico de um dos pontos em relação a reta dada e traçando-se o segmento com extremos no simétrico e no outro ponto dado (ver figura 16).

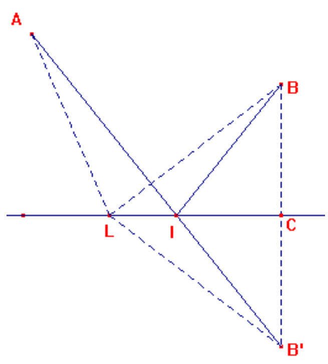


Figura 16– Determinação do menor caminho

Na figura 16, queríamos encontrar o menor caminho entre os pontos A e B, tocando na reta. Para provar que a solução é AI+IB, precisamos considerar o simétrico B’ de B. Dessa forma, os triângulos BCI e B’CI são congruentes, conseqüentemente IB=IB’. Pode-se mostrar que qualquer outro caminho seria maior, através da desigualdade triangular. Percebe-se que, através desse problema, pode-se explorar diversos conceitos e propriedades, tais como, ângulos, distâncias, congruência de triângulos e desigualdade triangular.

Do nosso ponto de vista, pressupomos que o estudo das simetrias poderia ser abordado de forma que permitisse ao aluno:

- Descobrir propriedades invariantes a partir de manipulações de materiais concretos, tais como espelhos, papel vegetal, jogos e a utilização de softwares educativos. A partir daí, fazer conjecturas e construir o conceito;
- Identificar pontos e figuras simétricas, tanto no papel, quanto em elementos da natureza, buscando justificar e argumentar;
- Construir eixo de simetria dados dois objetos simétricos; percebendo que ele é a mediatriz do segmento cujos extremos são pontos simétricos;
- Construir objetos simétricos, usando tanto lápis e papel, quanto softwares educativos;
- Identificar propriedades e elementos simétricos numa mesma figura;
- Visualizar mentalmente o simétrico de uma figura;
- Utilizar instrumentos, tais como compasso, transferidor e régua, para determinar ângulo de rotação de objetos simétricos por rotação;
- Dadas algumas figuras e seus simétricos, identificar qual tipo de transformação foi aplicado.

Enfim, uma abordagem que permitisse uma prática pedagógica que privilegiasse a investigação na sala de aula ao invés de construções mecânicas ou puramente lúdicas. Evidentemente que cada prática dependerá do nível em que se esteja trabalhando e dos objetivos a serem alcançados.

Como vimos através do exemplo de problema, o estudo das simetrias trata de um *Campo Conceitual*[7] que pode se interligar a diferentes conteúdos matemáticos, tais como transformações geométricas, congruência, escalas, desenho geométrico, geometria analítica, funções, etc. Além disso, podemos destacar também a grande possibilidade que o tema permite em fazer trabalhos interdisciplinares. Pode-se explorar tal tema nas artes, através do estudo de mosaicos e de outras pinturas clássicas; na biologia, através

[7] Campo Conceitual segundo Vergnaud é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (disponível em http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n1/v7_n1_a1.html acesso em 28/01/2007).

do estudo dos seres vivos; na física onde podemos ver aplicações das propriedades da *Simetria reflexional* (Óptica); até mesmo na história quando se estudam certas culturas que valorizavam aspectos simétricos em suas construções, pinturas ou esculturas. São inúmeras as aplicações no dia-a-dia, indo desde a confecção de artesanatos até às cirurgias plásticas.

Vemos assim, que é necessário dar uma maior importância ao tema Simetria na formação de professores. É preciso que os livros didáticos abordem mais o assunto, de maneira mais reflexiva e interligada a diferentes temas da Matemática, fazendo também relação com outras áreas. Ao professor não cabe apenas usar o livro didático. A fim de que o aluno construa de fato conhecimento no que diz respeito ao estudo das simetrias, o professor não pode abrir mão de diversos outros recursos tais como jogos, espelhos, instrumentos de medição e construção, softwares educativos, entre outros. Dentre os diversos recursos didáticos que ele pode usar, gostaríamos de destacar os softwares de Geometria Dinâmica; e isso será abordado no capítulo que se segue.

2.2 RECURSOS DIDÁTICOS: INFORMÁTICA NO ENSINO

Antes de falarmos da Geometria Dinâmica propriamente dita, faz-se necessário fazer um breve histórico da informática no ensino, relacionando as tendências de abordagem com as teorias de aprendizagem.

As teorias comportamentalistas foram as que primeiramente influenciaram o uso do computador no ensino. A instrução programada de Skiner foi uma delas. Segundo Moreira (1999), tal instrução caracteriza-se pelos seguintes princípios:

- A divisão do conteúdo a ser ensinado em pequenas e fáceis etapas: com isso, as possibilidades de reforço das respostas consideradas adequadas ao conteúdo ensinado aumentam e a possibilidade de erro diminui;
- O aluno participa de cada etapa e, com isso, aprende melhor;
- O aluno pode verificar sua resposta imediatamente, aprendendo mais;
- Cada aluno tem um tempo próprio, podendo trabalhar mais rápido ou lentamente, de acordo com o ritmo que determinar;

- O programa pode ser testado pelas respostas dos alunos; quando ele apresenta falhas em alguma página, terá repercussão nas respostas dos alunos.

O uso do computador, nessa estratégia de ensino, consiste apenas em apresentar informações e dar conhecimento ao aluno, dizendo se sua resposta está certa ou não. Tal abordagem segue a tendência Behaviorista. Nela a ênfase está no comportamento observável e no papel do reforço sobre um sujeito passivo. Nessa categoria aparecem os primeiros softwares educativos que foram desenvolvidos (Teaching Machine[8]) e os sistemas de treinamento (como, por exemplo, o simulador de vôo Whirlwind).

Papert (1994) chamou de Instrucionismo a abordagem de uso do computador que se fundamenta no princípio da ação de ensinar fortemente ligada à transmissão de informação (instrução) ao aluno. Em geral, os softwares que seguem o modelo instrucionista consistem na automatização, pelo computador, das formas tradicionais de ensino. A questão da aprendizagem é considerada como uma questão de transmissão de informação. O computador contribui, permitindo uma organização não linear da informação (utilização de hipertextos) e a criação de múltiplas formas de apresentação das informações, incluindo animações. Nessa categoria, colocamos os sistemas multimídias de apresentação de aulas como os sistemas de autoria de aulas multimídias (courseware). Alguns dos limites da utilização do computador nessa visão de ensino são que a informação não é o conhecimento e o sujeito somente manipula elementos ativos (zona hipertexto, botões, menus) e não os próprios conhecimentos.

Influenciado pelo Construtivismo, Papert propõe o Construcionismo. Nele o aprendizado é encarado como uma atitude ativa, na qual o aluno constrói seu conhecimento. Tal proposta parte do pressuposto que as pessoas aprendem melhor, descobrindo “por si mesmas o conhecimento específico de que precisam” (PAPERT, 1994, p.125). O construcionismo integra fortemente a programação na construção. Nessa ótica, Carraher (1992) nos diz que o uso do computador teria que permitir ao aluno oportunidades de descobrir princípios, propriedades, relações de ordem lógica, matemática, científica, lingüística ou histórica. Para que isso ocorra, os softwares precisam permitir, no âmbito computacional, condições e ferramentas para expressão e

[8] Sidney L. Pressey em 1924 e B.F. Skinner desenvolveram “rote-and-drill teaching machine” baseadas sobre princípios de condicionamento. Não eram propriamente softwares.

resolução de problemas. Nessa categoria, enquadram-se os micromundos e simulações. A seguir falaremos sobre os micromundos e, mais especificamente, sobre os micromundos de Geometria Dinâmica.

2.2.1 Micromundos

De acordo com Noss e Hoyles (1996) citados por Bellemain (2003), a origem do termo micromundo nasce no início dos anos 70, na comunidade de Inteligência Artificial, tendo sido influenciado pelos trabalhos de Minsky e Papert. Inicialmente, esse termo foi usado para definir um sistema que permitisse simular ou reproduzir um domínio do mundo real. Ainda segundo esses autores, o objetivo do micromundo é abordar e resolver uma classe de problemas, pois a resolução de problemas é um dos princípios para o desenvolvimento conceitual.

De acordo com Bellemain (2003), os micromundos matemáticos são descritos por Thompson e em seguida por Laborde e Laborde como sistemas compostos de objetos, relações e operadores, transformando objetos e relações e podendo ser expandidos pela criação de novos objetos, relações e operadores. Para esse autor, trata-se de um meio de fornecer um sistema próximo de um sistema axiomático que permita expressar e resolver um conjunto de problemas. São exemplos de micromundos matemáticos os programas de Geometria Dinâmica e o Logo.

> Uma das contribuições dos micromundos para a aprendizagem é que ele permite, através de seu campo de experimentação, que o sujeito manipule objetos e relações por meio de operadores (de criação, manipulação de objetos e relações), favorecendo assim, a construção do conhecimento sobre esses objetos e relações (BELLEMAIN, 2003, p.52).

Apesar de o micromundo fornecer condições que permitem a elaboração de situações que favorecem a construção de conhecimentos pelo sujeito, ele, sozinho, não pode ensinar coisa alguma. Para que haja aprendizagem efetiva com micromundo é necessária a elaboração de situações de uso. A resolução de problemas tem um papel central nessa elaboração. Sendo assim, deve-se criar ou escolher bons problemas que sejam adaptados à exploração do micromundo do ponto de vista das estratégias de resolução que ele permite desenvolver. Com o efeito produzido pelas novas formas de representação permitidas pelos micromundos, novas formas de apresentar o problema também aparecem. Por exemplo, uma situação de construção de um quadrado num micromundo não se trata de produção do desenho, mas de um procedimento de construção de um quadrado, onde se mobilizam conceitos que dão sustentação aos objetos. Trataremos a seguir dos Micromundos de Geometria Diâmica, explicitando seus fundamentos e benefícios para o ensino.

2.2.2 Micromundos de Geometria Dinâmica

Bellemain & Correia (2004) definem a Geometria Dinâmica (GD) como sendo o estudo das propriedades dos conjuntos de desenhos representando uma mesma figura ou respeitando um mesmo conjunto de especificações. Apesar de a GD estar sendo discutida há apenas cerca de 20 anos, quando surgiram os primeiros softwares de GD (*Cabri-Géomètre* e o *Geometer's Sketchpad*), essa idéia não é tão recente assim. Há muito tempo, os matemáticos usavam o artifício de imaginar figuras dinâmicas para resolver problemas. Porém, em tais casos, o movimento da figura era evocado ou simulado a partir de figuras estáticas, cujo objetivo era, sobretudo, explicar um fenômeno geométrico, contudo sem servir de elemento de demonstração.

Pode-se dizer que os primeiros instrumentos que traziam em si os princípios da GD foram os sistemas mecânicos que envolviam propriedades de Geometria e serviam para representar certas curvas e resolver alguns problemas de Geometria. Talvez um dos mais antigos desses sistemas seja a Régua de Nicomede (figura 17), que servia para representar cissóides e conchóides e que teria permitido a resolução geométrica do famoso problema da *Trissecção de Ângulos*[9].

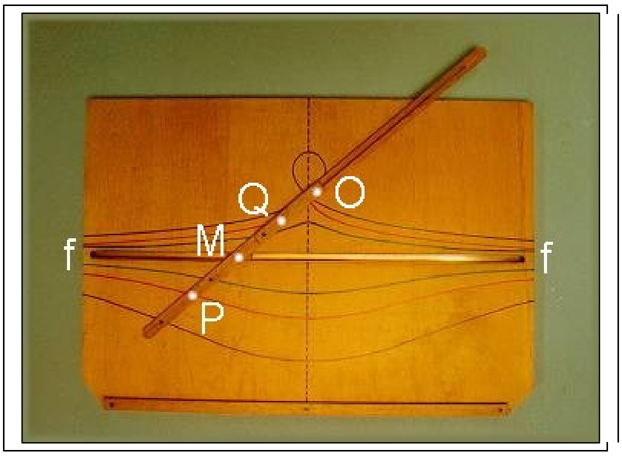


Figura 17- Régua de Nicomede

[9] Trissecção de ângulos - Dado um ângulo, construir outro ângulo com um terço da amplitude

Outros exemplos desses sistemas são a Máquina de d'Alambert (figura 18) para representar curvas de 2° Grau e o Pantógrafo (figura 19) usado primeiramente por artistas.

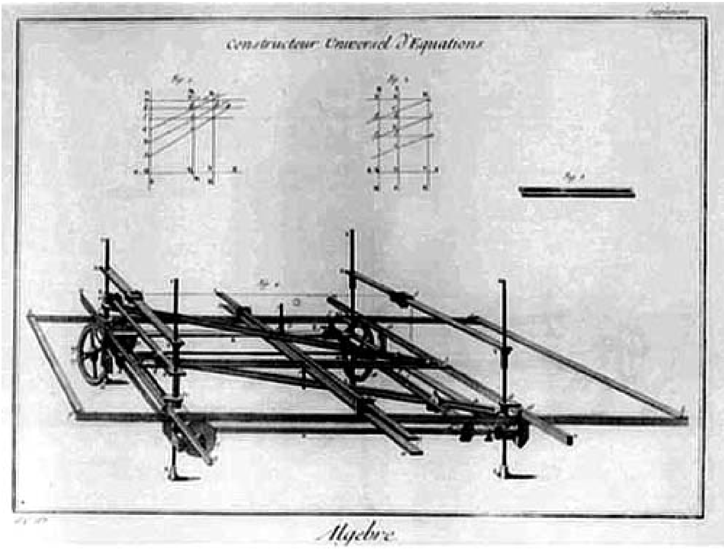


Figura 18- Máquina de d'Alambert

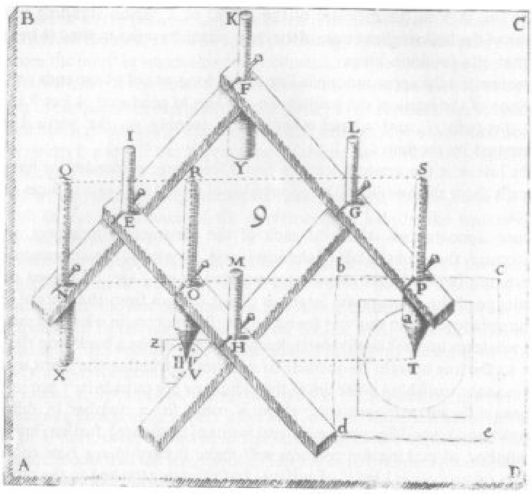


Figura 19- Pantógrafo

Contudo, foi apenas com o desenvolvimento dos softwares de GD: Cabri-Géomètre e o Geometer's Sketchpad que a idéia de GD pôde se tornar concreta e, materializando-se, permitiu aprofundar reflexões sobre questões antigas e levantar novas, sobretudo no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem. Segundo Bellemain & Correia (2004) os programas de GD nasceram da conjunção de três elementos:

- Um estudo epistemológico sobre o papel do desenho na evolução e na resolução de problemas de Geometria;
- Uma reflexão sobre as possíveis contribuições do computador ao processo de ensino-aprendizagem da Geometria;
- E o desenvolvimento de interfaces implementando o princípio de manipulação direta.

Não nos aprofundaremos nos 1° e 3° itens citados anteriormente, pois o que nos interessa nesse momento são as possíveis contribuições do computador (em especial, os softwares de GD) ao processo de ensino e aprendizagem. No entanto, aqui cabe destacar a importância do papel do desenho geométrico, pois ele é essencial no processo de abstração do espaço físico. De acordo com Bellemain & Correia (2004), o desenho seria o intermediário entre os objetos formais e o espaço físico, ligando elementos perceptivos e abstratos. Assim, o desenho teria duas funções:

- como síntese do espaço físico, sendo resultado de uma esquematização e uma abstração, onde é tirado desse espaço o que é pertinente relativamente à problemática geométrica;
- como representação dos objetos de Geometria, reorganizando os elementos formais para permitir o trabalho da percepção e a construção de significados dos objetos de Geometria.

Por outro lado, o desenho pode ser também um obstáculo à aprendizagem, sobretudo, nos 3 aspectos a seguir:

- A leitura do desenho, que possui dimensões perceptivas, depende dos conhecimentos prévios do leitor. Por exemplo, para interpretar uma representação plana, em perspectiva, de um cubo, é necessário que o leitor relacione as propriedades do objeto espacial com as propriedades planas do desenho, entendendo que todos os ângulos das faces do cubo em perspectiva, representam 90° (mesmo que o desenho não demonstre isso);
- No desenho podem existir elementos espaciais que podem ser lidos e não são, necessariamente, pertinentes à problemática geométrica, por exemplo, tamanho e cor.

Pelas contribuições da GD citadas no capítulo de justificativa, percebemos que ela pode se adequar ao modelo construtivista, no qual a resolução de problemas e desenvolvimento conceitual estão fortemente interligados.

No que diz respeito ao uso da Geometria Dinâmica para o estudo das transformações, em especial, das simetrias, as contribuições podem ser em diferentes aspectos. No caso do uso do Cabri-Géomètre II, pode-se (ou não) construir automaticamente os simétricos de objetos, por simetria axial, rotacional e translacional. A partir disso, pode-se movimentar o objeto original e observar o que acontece com o objeto simétrico, permitindo assim, perceber as invariâncias, fazer e testar conjecturas. Pode-se ainda medir distâncias e ângulos. Tem ferramentas que permitem interagir o estudo das simetrias com diferentes conteúdos matemáticos, como por exemplo, gráficos de Funções. De acordo com Araújo (2000), o Cabri-Géomètre II pode contribuir para o ensino de Simetria, pois ele oferece o recurso da mobilidade da figura geométrica, permitindo a identificação de invariantes e também oferece a possibilidade de realizar construções, recorrendo ao processo de simulação e de ensaios e erros, favorecendo o processo de tomada de decisões e reflexões sobre a validade da produção.

Como foi dito anteriormente, a GD sozinha não ensina nada. É preciso criar situações de ensino com GD. Daí resulta a necessidade da atuação dos professores para que os benefícios possam ser efetivos. É importante que o professor esteja preparado para ensinar por meio da GD e que ele entenda como se aprende com este recurso. Entender processos de apredizagem e ensino é uma dos papéis da Pedagogia, mais especificamente da Didática. Veremos o que a Didática da Matemática tem a dizer no tópico seguinte.

2.3 CONHECIMENTO DIDÁTICO: DIDÁTICA DA MATEMÁTICA E A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A didática objetiva estudar a comunicação dos saberes e teorizar seu objeto de estudo. A Didática da Matemática tem como objeto de estudo o conhecimento matemático. Esse modelo próprio de atividade Matemática se deu pela necessidade de “que os modelos epistemológicos usuais não haviam sido construídos para responder os mesmos problemas que a didática coloca" (CHEVALLARD et al, 2001, p.77). Assim, a Didática da Matemática não trata apenas dos aspectos cognitivos dos alunos, mas também das situações de ensino e os fenômenos nos quais a comunicação do saber dá lugar. Nesse sentido, podem ser encontrados vários resultados que servem de base para produções e melhorias nos meios de ensino, encontrando neles apoio teórico, explicações, meios de previsão e análise, dispositivos e métodos.

Talvez a pergunta fundamental para a Didática da Matemática seja: "Como se dá o conhecimento matemático no triângulo pedagógico *aluno-conhecimento-professor* ?". É fato que existem diferenças entre a origem do conhecimento para um pesquisador e para um aluno. Pois a organização e comunicação do conhecimento "depende, desde a sua origem, das exigências impostas ao seu autor pela comunicação dos mesmos conhecimentos" (BROUSSEAU, 1996, p.37). De acordo com esse autor, o pesquisador quando vai comunicar algo que pensa ter descoberto, precisa antes de mais nada, determiná-lo, distinguindo, entre as vastas reflexões, aquelas que podem se transformar num saber novo e interessante para os outros. Assim, ele precisará eliminar os erros e as reflexões incorretas, despersonalizando, descontextualizando e destemporalizando o máximo possível seus resultados. Tal forma parte do pressuposto de que o leitor não precisaria retomar o mesmo caminho da descoberta, pois para ele basta convencer-se de sua validade e beneficiar-se das suas possibilidades de utilização. Esses leitores poderiam transformar esses resultados de acordo com suas necessidades, seja através de aplicações, generalizações ou mesmo reformulações. Poderiam até mesmo descartá-las, caso sejam identificadas com outros saberes já conhecidos, resultados mais fortes ou quando verificam que eles são falsos.

Tal forma de comunicação não se restringe apenas ao meio científico. Ela também ocorre nos meios de ensino, pois com a pretensão de tornar o ensino mais fácil, isolam-se "determinadas noções e propriedades do tecido de atividades em que elas tiveram sua origem, o seu sentido, a sua motivação e sua utilização, transpondo-a para o contexto escolar" (ibidem, p.37). A esse processo dá-se o nome de *Transposição didática*. Ela tem sua utilidade, sobretudo, para a construção da ciência. No entanto, ela esconde o verdadeiro funcionamento da ciência quando, por vezes, apaga a sucessão das dificuldades, as motivações, as questões que provocaram o surgimento dos conceitos fundamentais, a inclusão de técnicas e métodos resultantes de outros setores, o contexto histórico e social, etc. Tal funcionamento seria impossível de comunicar ou descrever fielmente, porém ele dá à ciência uma imagem de a-histórica e a-problemática.

Outra questão que interessa à Didática da Matemática é "O que é, e quando se dá o saber Matemático?". Ao contrário do que muitos pensam, saber Matemática não é apenas aprender definições, teoremas ou fórmulas e saber aplicá-los em alguma ocasião. Saber Matemática também implica em resolver problemas. Porém, não é apenas encontrar a resposta ao problema. É importante que a partir do problema, o aluno possa descobrir. Segundo Madsen (1998), uma boa explicação pode ser entendida, um bom exemplo fala melhor à aprendizagem, mas a descoberta fixa entendimento e aprendizagem. Assim, de acordo com Brousseau (1996), é necessário criar situações para que o aluno possa agir, formular, provar, construir modelos, linguagens, conceitos, teorias, trocar com outros, reconhecer aqueles que são conformes à cultura, retirar desses aqueles que lhes são úteis, etc. Nesse sentido, o professor precisa produzir uma recontextualização dos conhecimentos e, para isso, ele necessita criar situações que simulem uma *microsociedade científica*, dando aos alunos oportunidades para perceberem, nessa situação histórica particular, aquilo que é saber cultural e comunicável. Por outro lado, de acordo com esse mesmo autor, os alunos teriam que *redescontextualizar* e *redespersonalisar* o seu saber, de forma a identificarem a sua produção com o saber em curso na comunidade científica e cultural de sua época. Vemos assim, que o trabalho do aluno precisa se aproximar muito do trabalho do cientista.

As idéias de Brousseau concordam com as de Piaget no que diz respeito à *assimilação e adaptação*, porém discordam em relação à aprendizagem *natural* dada por Piaget, segundo a qual "o aluno aprende, adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como acontece à sociedade humana" (BROUSSEAU, 1996, p.49), pois, para Brousseau, um meio desprovido de intenções didáticas é insuficiente para induzir no aluno todos os conhecimentos culturais que se deseja que ele adquira. Assim, o professor precisa provocar no aluno as adaptações desejadas e para isso deve propor problemas sem finalidades didáticas, de forma que os alunos aceitem como seus, pois ele "só terá verdadeiramente esse conhecimento se for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que se depara fora do contexto de ensino, e na ausência de qualquer indicação intencional" (ibidem, p.49 e 50). Essa situação é chamada de *Situação a-didática*. Nesse momento o professor não deve propor os conhecimentos que pretende fazer surgir. No entanto, para que a situação seja a mais fecunda e independente possível, o professor pode (ou não) informar ao aluno dados, métodos, questões, estratégias, etc. Não se trata de comunicar a resposta, mas devolver o problema, colocando novas questões. De acordo com Brousseau (1996), na didática moderna, o ensino é a devolução ao aluno de uma situação a-didática, e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação. O jogo de interações do aluno com os problemas, em que o professor está envolvido, é chamado de *Situação Didática*.

O meio para o professor colocar a Situação Didática em cena é o *Contrato Didático*. Não se trata de contrato pedagógico geral. O que interessa é a parte específica do conteúdo. Nesse contrato, o professor e o aluno são parceiros e cada um tem a responsabilidade de administrá-lo. Assim, espera-se que o professor elabore condições suficientes para a aquisição do conhecimento e que as reconheça quando forem de fato produzidas. Ele precisa também garantir que as aquisições anteriores e as novas condições darão ao aluno a possibilidade de aquisição das próximas. Em relação ao aluno, espera-se que ele seja capaz de cumprir tais condições. Se tal aquisição não se produz, ou o aluno não fez o que se esperava dele ou o professor não fez aquilo que era sua obrigação. Nesse caso, o aluno pode se surpreender por não ter sabido resolver o problema e se revoltar contra o professor pelo fato de este não ter conseguido torná-lo capaz de fazê-los. Por outro lado, o professor também pode se surpreender, pois achava que suas orientações eram suficientes.

O contrato didático não é totalmente explicitável, pois diz respeito à ação de ensinar e "não existem meios conhecidos determinados e suficientes que permitam construir saberes novos ou obter, contra todas as defesas, a apropriação pelo aluno dos saberes visados" (BROUSSEAU, 1996, p.52). Assim, as cláusulas de ruptura do contrato não podem ser pré-definidas. Somente o conhecimento pode resolver as crises resultantes dessas rupturas. Portanto, não existe um contrato pronto, adequado ou inadequado. Existe sim, um "processo de busca de um contrato hipotético e é este processo que representa as observações e deve modelizá-las e explicá-las" (ibidem, p.53).

A teoria das Situações Didáticas divide a construção do conhecimento em etapas:

- Situações a-didáticas de ação: ocorre quando o aluno está preocupado em buscar a solução do problema, realizando ações e procedimentos mais imediatos para produzir um conhecimento de natureza mais operacional e prático. Nessa fase, o aluno atua sobre o problema sem ter a preocupação de apresentar argumentos. Ele pode até fazer uso de argumentos teóricos, mas isso não é essencial. Pais (2002) argumenta que nesse tipo de situação, "o aluno fornece a solução correta de um certo problema, mas não sabe explicar os argumentos por ele utilizados na sua elaboração" (p.72). Um exemplo dessa situação pode ser dado quando se pede para que um aluno construa um quadrado, com o auxílio de um ambiente de Geometria Dinâmica. Primeiramente, ele pode usar uma ferramenta (que pode ser o *Rasto*) para desenhar, tentando reproduzir a figura que ele já viu alguma vez. Isso será uma ação de simples reprodução.
- Situações a-didáticas de formulação: nela o aluno já lança mão de algumas informações teóricas e isso acontece de maneira mais elaborada do que na situação de ação. Ele pode explicitar suas justificativas, mas isso não é essencial nas características dessa fase, pois o aluno ainda não tem consciência clara quanto à necessidade de validar suas ações com uma teoria matemática. Continuando com o exemplo da construção do quadrado, com o auxílio de um ambiente de GD, podem-se ver indícios das características dessa fase quando o aluno usa informações para construir, tais como lados iguais ou os lados não podem ser "tortos" (referindo-se ao paralelismo dos lados opostos).
- Situações a-didáticas de validação: aqui o aluno apresenta estruturas de prova e o conhecimento se apresenta de maneira mais teórica. Essa fase está relacionada com a questão da justificativa do conhecimento. Com a finalidade de justificar sua solução para o problema, o aluno faz uso de definições, demonstrações, teoremas, etc. Essa fase requer do aluno, não apenas conhecimento das informações, mas também que ele faça conexões entre elas de maneira lógica e coerente. Pais (2002) afirma que "o trabalho intelectual do aluno não se refere somente a informações sobre o saber, mas envolve também afirmações, elaborações e declarações a propósito da validade do saber" (p.73). Continuando ainda com o exemplo anterior, vemos características dessa fase, quando o aluno faz uso das propriedades de retas paralelas, perpendiculares ou da circunferência

para construir o quadrado com o auxílio da GD, ou mesmo quando usa o conhecimento articulado de tais propriedades como argumentos para sua solução.

Através dos exemplos para cada fase, podemos ver que o uso da GD pode integrar-se ao modelo proposto por Brousseau, contribuindo para a construção do conhecimento, pois quando ela permite que o aluno construa, manipule, visualize, experimente e conjecture, está possibilitando as *situações de ação e formulação*. Nas *situações de validação*, os alunos podem valer-se das manipulações de construções feitas no ambiente de GD para fazer contra-exemplos, mostrando que uma conjectura feita na *situação de formulação* era falsa. Por outro lado, ele não pode mostrar que uma conjectura feita anteriormente é verdadeira apenas com a manipulação e experimentação para alguns casos. Essa confusão é bastante comum entre os alunos, pois muitos acreditam que a justificativa é a própria construção, ou seja, se a construção "funciona" (mantém as propriedades, ao serem manipuladas), então ela está justificada. Por exemplo, o aluno pode construir o ponto médio de um segmento, seguindo uma espécie de roteiro para a construção. Ao final, essa pode funcionar e o aluno poderá verificar algumas propriedades, contudo, sem entender por que funciona. É importante que o professor mostre ao aluno que a justificativa está justamente em explicar por que a construção funciona.

Balachef (1990) citado por Pais (2002) faz a distinção entre explicação, prova e demonstração. Segundo ele, a *explicação* de uma validade se limita ao campo individual. Na *prova* temos uma justificativa restrita a um contexto social limitado como a sala de aula. Já na *demonstração*, esse contexto social se amplia, sendo a validação submetida a uma comunidade científica. Na maioria das vezes, essa "demonstração formal" cabe ao professor na situação chamada por Brousseau de *Institucionalização*. Nela o professor procura estabelecer o caráter objetivo do conhecimento, fazendo uma síntese e reforçando a validade do saber aprendido. Nesse caso, o saber adquirirá uma dimensão histórica e cultural. Pais (2002) justifica essa situação "pela exigência em fixar, por uma convenção, o estatuto de um saber, pois certas situações exigem reconhecimento externo, capaz de lhe conferir uma validade social, mesmo que seja no espaço da sala de aula" (p.74). Aqui cabe enfatizar a importância do papel do professor, pois por mais que o computador possa trazer contribuições para o desenvolvimento das situações a-didáticas (e para o processo de ensino e aprendizagem de maneira geral), é imprescindível a função do professor na realização da institucionalização.

É importante que o professor saiba criar situações de ensino com o computador de forma que o aluno possa vivenciar cada etapa da construção do conhecimento. Para isso, não basta que ele apenas saiba operar o computador. É preciso que ele saiba ensinar com o computador. Com efeito, o uso do computador muda o funcionamento do sistema, alterando as relações do professor com o saber, pois certas atividades (aplicação de fórmula, cálculos, etc.) podem não ter mais sentido com o computador, enquanto atividades de exploração e construção de conhecimentos podem ser mais facilmente desenvolvidas, exigindo do professor um melhor entendimento dos conceitos envolvidos. Assim, é necessário preparar o professor de maneira que atenda a essas novas exigências. É preciso formar professores reflexivos.

2.4 FORMAÇÃO DE PROFESSORES REFLEXIVOS

A formação inicial do professor, mesmo em nível superior, não basta para o bom desenvolvimento da prática docente, pois:

> ...qualquer formação inicial merece ser periodicamente repensada em função da evolução das condições de trabalho, da formulação de pedido, das tecnologias ou do estado dos saberes. Em determinados casos, a renovação das formações iniciais é parte integrante de uma transformação mais fundamental da profissão. É o caso da profissão docente, em vias de profissionalização (PERRENOUD, 1993, P.137).

Mesmo que a formação inicial do professor fosse “suficiente” para o contexto educativo do momento, ainda assim, ela não poderia ser considerada completa e acabada, pois a cada dia que passa, surgem novos e maiores volumes de informações, instrumentos e métodos de ensino, currículos, etc. Assim, a formação continuada é uma necessidade permanente. Vale ainda destacar que muitos conhecimentos relacionados aos saberes docentes só podem ser adquiridos com a prática propriamente dita, ou seja, no contexto prático e real de ensino. No entanto, o que se tem visto é que a maioria dos cursos de licenciatura não tem permitido aos futuros professores vivenciarem a prática docente. Muitas vezes, a ausência do confronto Teoria & Prática durante a graduação levam os futuros professores a não entenderem os porquês de estudarem algumas disciplinas. Sobre isso, Demo (2000) afirma que “nem a teoria é maior, nem a prática. Entretanto, a universidade é capaz de produzir um "professor" de ensino básico que nunca pisou numa sala de aula ou que nunca deu aula" (p.57). Não tendo a oportunidade de vivenciar a prática docente, o futuro professor fica impossibilitado de perceber como as teorias e métodos podem contribuir para melhorias na sua prática.

Concordamos com Tardif (2002) no que diz respeito à importância de introduzir, o quanto antes, a prática de sala nos cursos de formação inicial, pois acreditamos que mudar os hábitos de um professor formado pode ser mais trabalhoso do que quando este é um profissional ainda em formação. Por outro lado, é preciso destacar a riqueza de possibilidades de reflexão sobre a prática quando o professor já está em serviço. Isso deveria ser aproveitado pelos cursos de formação continuada, porém não é o que se tem visto.Pelo que se tem percebido, grande parte dos cursos de formação continuada tem repetido as ações dos cursos de formação inicial, ou seja, apresentam a teoria desvinculada da prática pedagógica. Assim, é necessário que tais cursos de formação não apenas apresentem teorias ou métodos, mas trabalhem de forma integrada com a prática pedagógica do professor, ou seja, dentro do cotidiano dele, dando-lhe oportunidades de refletir e repensar suas concepções sobre o processo de ensino e aprendizagem.

No caso da formação de professores para o uso da informática no ensino, dever-se-ia permitir a eles condições de integrarem os potenciais educacionais da informática em atividades não informatizadas e atividades que usam o computador. Nesse caso, o professor precisaria construir diferentes tipos de conhecimento, e sobre isso Prado e Valente (2002) destacam que o professor precisa:

- Entender os potenciais dos aspectos computacionais como um recurso para resolução de tarefas e construção de novos conhecimentos;
- Saber utilizar a informática em atividades pedagógicas;
- Saber atuar no contexto da sua comunidade escolar;
- Compreender a sua atuação.

Tais pontos reforçam ainda mais a necessidade de os cursos de formação continuada de professores acontecerem a partir da vivência docente. Assim, a formação deve acontecer de maneira que contemple o cotidiano do professor, enfatizando que sua própria experiência no uso da informática na sua prática pedagógica será objeto de reflexão e construção de novos conhecimentos. Em relação a isso, Shön (1992) propõe uma epistemologia da prática, fundamentada na reflexão do profissional sobre a sua prática, considerando essencialmente as diferentes dimensões da reflexão, tais como: *a reflexão na ação*, *a reflexão sobre ação* e a *reflexão sobre a reflexão na ação*. Prado e Valente (2002) explicam que:

> A *reflexão na ação* diz respeito ao processo de pensamentos que ocorrem durante a ação presente do professor. Ela serve para reorganizar o que está sendo feito, isto é, para reformular as ações do professor no decurso da sua intervenção com os alunos. Este tipo de reflexão é desencadeada no momento em que o professor não encontra repostas às situações inesperadas que surgem da ação presente. Mais especificamente, quando a aplicação de técnicas e métodos conhecidos e consagrados não produzem as repostas esperadas. Neste instante, gera-se um estado de instabilidade, que instiga o professor a criar novas estratégias de ações, novas teorias e maneiras de lidar com os problemas (p.32).

A *reflexão na ação*, num curso de formação, só ocorrerá se este estiver integrado ao cotidiano de ensino, pois assim o professor poderá se deparar com situações problemáticas concretas que gerarão um diálogo reflexivo com a prática, estabelecendo um dinamismo de novas idéias e novas pistas. Isso demandará do professor formas de pensar e agir mais flexíveis. Esse processo propicia a geração de um conhecimento não sistematizado, que Prado e Valente (ibidem) chamam de *conhecimento prático* e representa a captação viva dos vários elementos intervenientes na ação pedagógica do professor. Porém, para que as teorias produzidas pelo professor no momento presente da ação se tornem conscientes e compreendidas formalmente, é necessário *refletir sobre a ação*, ou ainda, *refletir sobre a reflexão na ação*. Segundo Prado e Valente (ibidem) para que ocorra *reflexão sobre a ação* é necessário:

> que o professor distancie-se da ação presente para reconstruí-la mentalmente a partir da observação, da descrição e da análise dos fatos ocorridos. É o olhar a *posteriori* sobre o momento da prática e a sua explicitação que propicia ao professor reconhecer e entender como resolveu os imprevistos ocorridos e quais aspectos devem ou não ser alterados na sua ação. (p.32)

Fullan e Hargreves (2000) dizem que a reflexão não deve se restringir aos elementos da sala de aula e devem abranger aquilo que direta e indiretamente tem influência sobre ela. Isso implica refletir sobre as conseqüências pessoais, sociais e políticas dos efeitos da sua ação no processo de aprendizagem dos alunos. Porém, essa reflexão não pode ser vista como um processo solitário do professor, pois para uma reflexão como prática social, é fundamental que ela seja feita juntamente com outros profissionais. Assim, é necessária uma *reflexão sobre a reflexão na ação* em conjunto e, segundo Prado e

Valente (2002) seria na interação que a análise dos fatos poderia gerar dúvidas e questões, instigando o professor a buscar novas compreensões e relações, assim como diferentes formas de pensar, de agir e de resolver os problemas. Esses autores afirmam que:

> É no processo de refletir sobre a reflexão na ação que a teoria ganha um outro significado, pois ao mesmo tempo em que elucida os questionamentos sobre a prática, desperta para outras maneiras de interpretá-la e compreendê-la. O conhecimento teórico e prático se articulam de tal modo que um passa a (re)alimentar o outro, possibilitando ao professor a compreensão do conhecimento construído na sua prática pedagógica. (p.33)

A formação continuada baseada na abordagem da prática reflexiva parece favorecer a formação do professor reflexivo, mas para isso, Prado e Valente (ibidem) sugerem o ciclo da *descrição-reflexão-depuração-(nova) descrição* que é constituído pela interação do professor com os alunos, interagindo com o computador. Para que essa situação ocorra, é preciso que o professor oriente os alunos no desenvolvimento de atividades que integrem diferentes tipos de softwares educacionais, sem deixar de lado aprofundamento e a sistematização dos diversos conteúdos envolvidos. Tal situação precisa ainda integrar os interesses dos alunos com a intencionalidade do ato pedagógico. Durante o processo, o professor deve lidar com as situações inesperadas que emergem das inovações e, ao mesmo tempo, com os compromissos educacionais.

No entanto, existem dificuldades, pois o professor não foi preparado para criar situações de aprendizagem. Menos ainda, com o uso do computador. O que dificulta o processo de repensar e redimensionar o papel do professor, porque muitas vezes há a necessidade de “desconstruir técnicas e métodos de ensino cristalizados ao longo do tempo” (Prado e Valente, 2002, p.33). Isso justifica ainda mais a necessidade de haver na formação do professor uma prática onde ele possa atuar com alunos, possibilitando-lhe experimentar o *ciclo da prática pedagógica* e, com isso, os diversos níveis de reflexão. Prado e Valente (ibidem) explicam o ciclo:

> Neste ciclo, a execução corresponde à ação pedagógica do professor, que se manifesta a partir de um saber fazer. Esta ação fornece um *feedback*[10] para o professor, que pode provocar questionamentos, dúvidas e conflitos, gerando um estado de perturbação cognitiva. A superação deste estado é que leva o professor a *refletir na ação*, lançando mão de experiências anteriores e de novas estratégias intuitivas ou não. Isto, de certa forma, propicia a *depuração* da sua ação pedagógica e, com isso, o ciclo se completa reiniciando uma

[10] O *feedback* é constituído das sinalizações dos alunos, em termos de problemas de aprendizagem, relacionamentos, interesses, participação, avaliação *etc*.

> nova ação, a qual revela a (re)criação de estratégias, produzidas pelo professor no momento da prática. (p.33)

Porém, os mesmos autores alertam que pode haver situações em que o *feedback* não causa a perturbação cognitiva e isso impede que o ciclo se complete. Isso pode acontecer quando o professor interpreta o *feedback* como algo externo a sua ação, ou seja, se o aluno não consegue reproduzir como ele espera, então a questão é tratada como problema de aprendizagem do aluno. Essa é uma visão de ensino que concebe o professor como mero transmissor do conteúdo pronto e acabado.

Pode acontecer também de a situação criada pelo professor não gerar *feedback* algum. Seja porque ela é incompatível com os interesses do aluno ou mesmo com suas competências para a resolução. Tal fato pode estar relacionado com noção de *Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)*[11]. Nesse caso, deveria haver uma ruptura e renegociação do contrato didático. Esse caso pode ser importante para a construção do conhecimento. No entanto, no caso do problema do *feedback* em relação ao professor transmissor, é importante a ação do formador, intervindo no processo. Prado e Valente (2002) alertam que essa intervenção deve ser desenvolvida de forma reflexiva e instigar o professor a questionar e rever os vários elementos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o ciclo poderá se complementar: *ação pedagógica-reflexão na ação-depuração-(nova) ação pedagógica*.

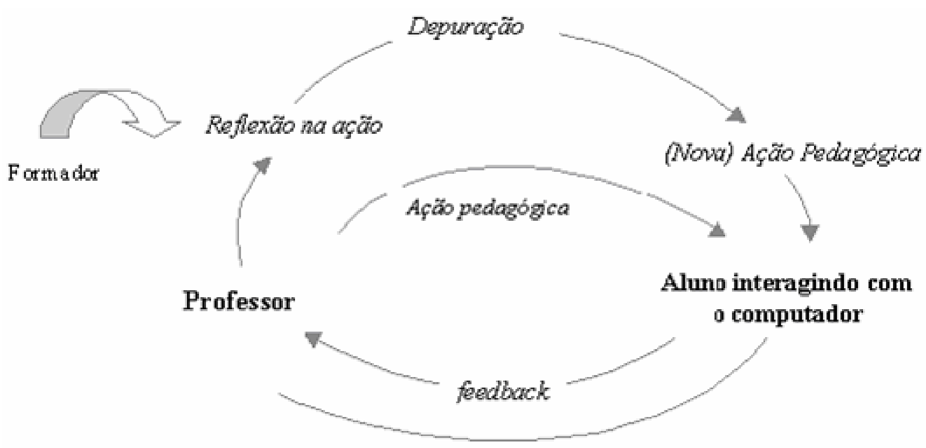


Figura 20 - Representação do ciclo na prática pedagógica do professor (Prado e Valente, 2002, p.34)

[11] Para VYGOTSKY (1994) a Zona de Desenvolvimento Proximal "é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes." (p.112)

A reflexão na ação é fundamental para a depuração e o desenvolvimento de uma nova ação pedagógica. Porém, não é suficiente para que o professor possa compreender de forma sistematizada o conhecimento construído na sua prática. É preciso ir além, desenvolvendo outros níveis de reflexão mais profundos e abrangentes; e para que isso ocorra, Freire e Prado (1995) afirmam que é necessário que o professor faça um registro, descrevendo sua ação antes de executá-la. Assim, tal descrição demandará do "professor uma série de antecipações relacionadas ao seu saber fazer, suas intenções, seus valores e suas crenças. A descrição inicial representa as certezas e as dúvidas sobre uma prática ainda não realizada" (PRADO e VALENTE, 2002, p. 34).

Através da *reflexão sobre ação*, o professor terá suas impressões pessoais sobre *como* e *porque* fez determinadas ações. Explicitando de forma verbal ou escrita, poderá repensar suas ações e interpretações e, além disso, estabelecer novas relações entre os fatos. Porém, como foi dito anteriormente, essa reflexão não pode ser solitária, necessitando assim, da interação com colegas, formadores ou especialistas.

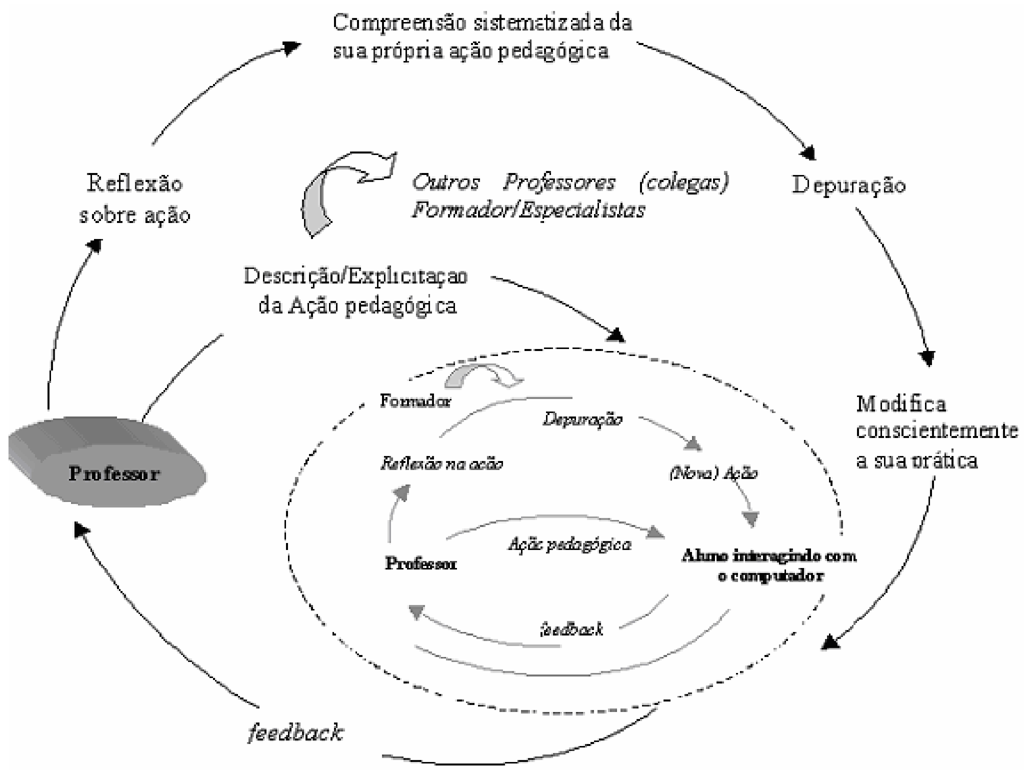


Figura 21 - Representação da espiral resultante da ampliação do ciclo da prática pedagógica do professor (Prado e Valente, 2002, p.34)

Vemos que a abordagem do Ciclo da Prática Pedagógica pode favorecer a formação de professores reflexivos, porém não é fácil de ser colocada em prática, pois a ação pedagógica é difícil de ser documentada, deixando de fornecer elementos concretos para permitir as diferentes reflexões. Além disso, as interações com o formador, tão fundamentais para o desenvolvimento de um trabalho em parceria, são dificultadas pelas limitações de tempo e espaço decorrentes da estrutura e da organização do sistema escolar. Prado e Valente (2002) ressaltam que isso impede que o formador possa desenvolver ações sistemáticas e instrucionais que favorecem o desencadeamento de níveis mais abrangentes e profundos de reflexão.

Veremos no tópico seguinte como o uso da informática e, mais especificamente, da EaD, segundo a perspectiva do *Estar Junto Virtual*, pode fornecer condições para o desenvolvimento de tais reflexões e, conseqüentemente, favorecer o movimento do ciclo da prática pedagógica.

2.4.1 A formação de professores reflexivos na perspectiva do *Estar Junto Virtual*

As atividades de EaD na perspectiva do *Estar Junto Virtual* podem viabilizar duas características fundamentais ao processo de formação do professor reflexivo: "obter as descrições das ações que o professor pretende realizar em sala de aula e propiciar o *estar junto*, dinamizando a realização do ciclo, enquanto o professor está em ação" (Prado e Valente,2002, p.35). Tais objetivos podem ser alcançados graças a rede telemática que utiliza ambientes de suporte para Educação a Distância. Esses ambientes constituem-se de um espaço virtual organizado que pode permitir as interações por meio de diversas ferramentas: Chats, correio, portifólio, fóruns ou grupos de discussão, etc. Existem também instrumentos que permitem acesso e arquivamento de documentos como materiais de apoio, bibliografias, informações, etc.

O professor em formação pode fazer uso desses recursos para descrever sua ação pedagógica aos colegas e formadores. Para isso, ele pode usar o *Chat*, que é uma modalidade de comunicação síncrona, ou seja, a comunicação acontece em tempo real. Através desse recurso, os participantes podem marcar um encontro *on-line*, no qual poderiam ser explicitadas e discutidas as ações dos professores. Nesse caso, a explicitação seria de forma espontânea e pouco elaborada, já que esse recurso exige uma escrita rápida. Já outros recursos como Fórum ou Correio Eletrônico são modalidades de comunicação assíncrona, ou seja, a comunicação não acontece em tempo real e os encontros são *off-line.* Nesse caso, a explicitação pode ser feita de maneira mais elaborada, clara e organizada, podendo o professor ler, reler e reformular, quantas vezes achar necessário, a descrição sobre sua prática pedagógica.

Como foi dito anteriormente, é na explicitação da prática pedagógica confrontada de outras interpretações (colegas, formadores ou especialistas) que o professor poderá depurar, compreender e modificar sua prática pedagógica. Através da rede telemática, o formador poderá acompanhar e interagir na prática pedagógica do professor e na sua reflexão sobre a mesma. Isso se deve ao fato de que os fatores tempo e espaço, num ambiente virtual, organizam-se de maneira diferente da presencial. Durante a interação, os professores em formação podem compartilhar, com os colegas e formador, sua atuação com os alunos, suas dúvidas, receios, dificuldades, conquistas, análises e, com isso, terão que revelar-se ao outro. Por essa razão, Prado e Valente (2002) alertam que é "fundamental que os envolvidos no processo tenham abertura para ouvir (sem preconceitos), bem como humildade para reconhecer as próprias limitações e energia para superá-las" (p.36). Além disso, as atitudes têm que ser cuidadosas, com respeito, reciprocidade e confiança.

Essa interação compartilhada entre os professores poderá ampliar o contexto do ciclo da prática pedagógica, no qual poderá desenvolver-se numa "dimensão mais global, envolvendo os diferentes contextos, concepções, valores, realidades (política-sócio-cultural)" (PRADO e VALENTE, 2002, p.36). Assim, o ciclo do professor A, o ciclo do professor B,... e o ciclo do professor N, serão vivenciados e refletidos por cada um dos professores em formação e comporão um ciclo maior que representará uma nova situação de aprendizagem.

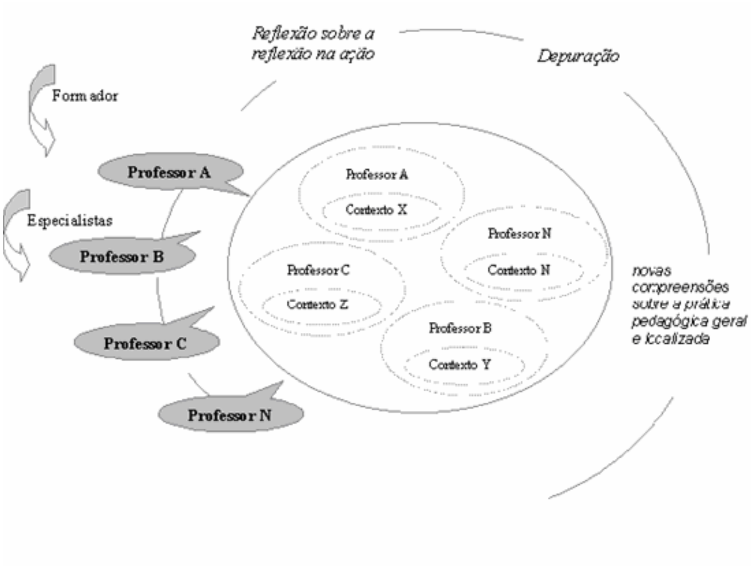


Figura 22 - Representação do ciclo nas atividades de EaD, integrando a contextualização e a descontextualização da prática do professor
(Prado e Valente, 2002, p.36)

Como pudemos ver, a formação baseada no Ciclo da Prática Pedagógica na perspectiva do *Estar Junto Virtual*, parece fornecer subsídios fundamentais para a formação do professor reflexivo. No entanto, ainda vemos algumas dificuldades que estão relacionadas à documentação da ação do professor e que podem comprometer as fases de *reflexão na ação*, *reflexão sobre ação* e *reflexão sobre a reflexão na ação* e, conseqüentemente, impossibilitariam a *depuração* e a *nova ação*:

- A descrição da ação feita pelo professor pode não ser fiel e alguns elementos importantes podem passar despercebidos;
- Dificuldades de o formador acompanhar as ações do professor em "tempo real" na sala de aula. Se o formador não puder acompanhar a aula, ele apenas poderá ter acesso à descrição da ação feita pelo professor;
- Dificuldades de outros colegas acompanharem as ações do professor;
- Dificuldades em relação à descrição da ação antes de executá-la.

Em relação às dificuldades citadas, gostaríamos de destacar a última, pois acreditamos que o professor pode não se preocupar muito em antecipar as ações e problemas que podem ocorrer, porque sabe que poderá improvisar na hora. Essa descrição pode ser de suma importância durante e após a realização da prática, pois o professor poderá fazer uso dela para analisar e comparar com os problemas surgidos e com as soluções encontradas nos diferentes momentos da prática e constituindo assim, uma importante referência para o processo de reflexão *na* e *sobre* a prática pedagógica e, conseqüentemente, a depuração.

Num curso de formação continuada via EaD, é importante que o formador elabore estratégias que façam os professores explicitarem mais suas antecipações. Uma maneira de se fazer isso poderia ser solicitando que o professor elabore situações de ensino a distância para outro professor aplicar. Dessa forma, o professor que elabora teria que tentar antecipar e explicitar mais as ações e possíveis problemas que o professor que aplicará pode ter. Nesse caso, o professor que elaborou observaria (sem interferir) o desenvolvimento da aula do professor que está aplicando. Numa situação desse tipo, o ciclo da prática pedagógica poderia ser desenvolvido da seguinte forma:

- <u>Reflexão na ação</u>: o professor que aplicou teve algum problema no desenvolvimento da situação? Como ele conseguiu resolver? O professor que elaborou tinha previsto esses problemas?;
- <u>Reflexão sobre a ação</u>: o professor que aplicou faz um pequeno relatório sobre o desenvolvimento da situação, relatando principalmente os problemas que teve e como resolveu. O professor que elaborou também faz um pequeno relatório, descrevendo as principais dificuldades observadas e não previstas;
- <u>Reflexão sobre a reflexão na ação</u>: os dois professores discutem sobre a situação e sobre os problemas que houve;
- <u>Depuração</u>: o professor que aplicou a situação aplica mais uma vez (com outros alunos), tentando solucionar os problemas que houve anteriormente. Nesse caso, poderia haver a depuração, compreensão e mudança na prática pedagógica tanto do professor que aplicou quanto do professor que elaborou. Poderíamos também comprovar a Depuração através dos discursos dos professores nos quais se perceba a tomada de consciência.

Nessa perspectiva o ciclo da prática pedagógica pode ser desenvolvido da seguinte forma:

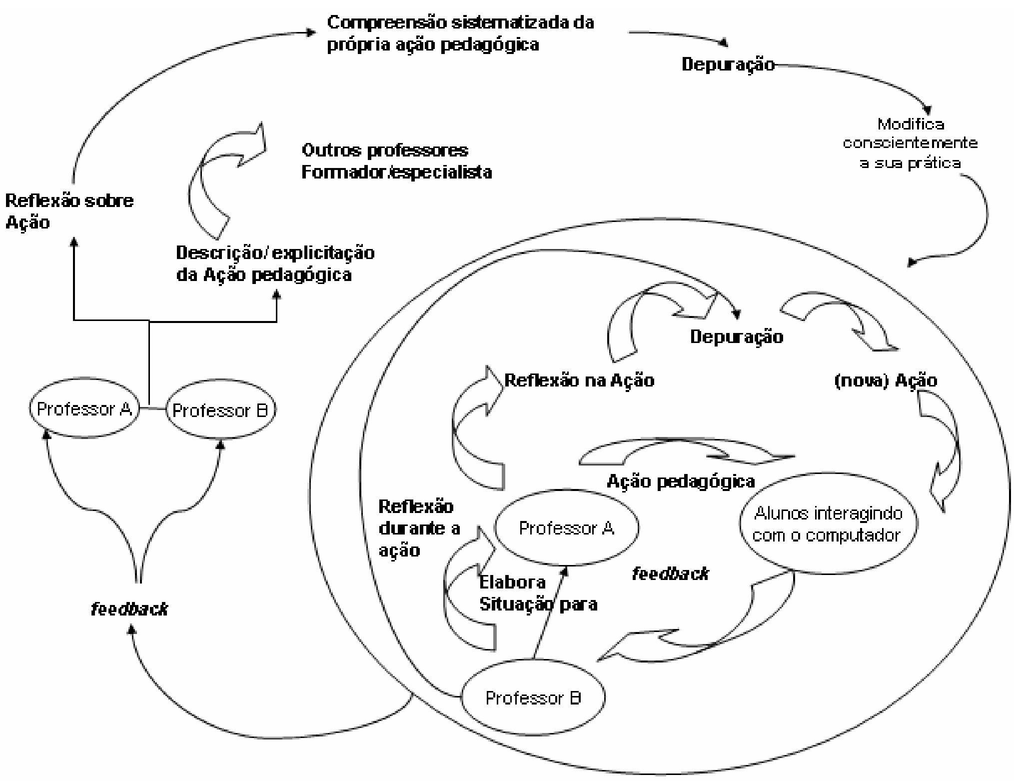


Figura 23 – Nova representação do ciclo

Para que o desenvolvimento de tal situação seja efetivo é importante que os professores conversem antes da elaboração e aplicação, buscando esclarecer as possíveis dúvidas. Não se trata de os dois professores elaborarem juntos a situação, mas é importante que o professor que elaborou esclareça as dúvidas do professor que vai aplicar, pois é necessário lembrar que quem elabora pode não conhecer os alunos a quem vai aplicar. Além disso, quem elabora está pensando num "aluno teórico". Para a descrição das ações e o esclarecimento das dúvidas, os professores podem usar os recursos do ambiente telemático, tais como o Fórum e o *Chat*.

Nessa pesquisa, utilizamos essa idéia. No entanto, a situação elaborada pelos professores era para ser aplicada presencialmente.

Figura 24 – Professor elabora para outro aplicar

3 METODOLOGIA

Nossas indagações iniciais foram:

- Como a antecipação poderia ser usada em cursos de formação via EaD, contribuindo para a formação de professores reflexivos?
- Como as antecipações poderiam ser usadas por pesquisadores, buscando uma melhor compreensão dos modelos didáticos concebidos pelos professores?
- Como as ferramentas de EaD poderiam contribuir para a explicitação, descrição e documentação das antecipações dos professores ? E como contribuiriam para o debate antes e após a aplicação?

Assim, para construirmos respostas às nossas questões, optamos por uma metodologia que estivesse dentro dos parâmetros da abordagem qualitativa. De acordo com Oliveira (2005) tal abordagem é “um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para a compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação” (p.41). Nesse tipo de produção do conhecimento se “destaca o caráter interpretativo, singular e em permanente desenvolvimento, assim como o papel do sujeito como produtor do conhecimento” (REY, 2002, p.25). Tal concepção surgiu como uma alternativa à abordagem quantitativa que busca quantificar os dados por meio de informações coletadas através de instrumentos diversos, usando técnicas estatísticas. Na abordagem quantitativa existe a “separação entre os fatos e seus contextos” (RICHARDSON, 1999 citado por OLIVEIRA, 2005), não havendo influências entre o pesquisador e o objeto pesquisado.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa em Educação tem como fonte de dados o ambiente natural, através do qual os fenômenos se mostram, cabendo ao pesquisador ser o principal instrumento da pesquisa, sendo ainda necessário o contato direto com os sujeitos da investigação. Dessa forma, apesar de acharmos que ambas as abordagens não são excludentes e que poderíamos usar também dados quantitativos para melhor analisar nosso tema, compreendemos que a abordagem qualitativa nos possibilitaria uma interpretação mais coerente frente aos objetivos estabelecidos para este estudo.

Neste capítulo, descreveremos nossas escolhas metodológicas, os sujeitos e universo da pesquisa, o conteúdo, os recursos tecnológicos, os instrumentos e procedimentos de coleta de dados. Também descrevemos as categorias selecionadas para a análise dos dados.

3.1 ESCOLHA DO CONTEÚDO: SIMETRIAS

Apesar de contemplar as recomendações dos PCNs, o ensino das simetrias ainda não foi incorporado às práticas docentes. Desse fato decorre que muitos alunos do ensino fundamental e médio podem desconhecer os conceitos e propriedades relacionadas a esse tema. Além disso, ele possui muitas possibilidades para serem exploradas em ambientes de Geometria Dinâmica. Assim, é um tema que poderia ser motivador tanto para os professores quanto para os alunos que participaram da pesquisa.

3.2 ESCOLHA DO AMBIENTE VIRTUAL: O MOODLE

Precisávamos de um ambiente que possibilitasse a promoção do debate, a reflexão, a troca de experiências entre os usuários, respeitando a autonomia de cada um e favorecendo o trabalho colaborativo à distância e que fosse de fácil utilização, além de poder documentar todas as ações dos usuários. Dessa forma, optamos por utilizar o Moodle. Essa é uma plataforma para produzir e gerir atividades educacionais baseadas na Internet e/ou em redes locais. Martin Dougiamas foi quem desenvolveu o projeto e o lidera até hoje:

> A palavra Moodle referia-se originalmente ao acróstico: “Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment”, que é especialmente significativo para os programadores e acadêmicos da educação. É também um verbo que descreve o processo de navegar despretensiosamente por algo, enquanto se faz outras coisas ao mesmo tempo, num desenvolvimento agradável e conduzido freqüentemente pela perspicácia e pela criatividade. Assim, o nome Moodle aplica-se tanto à forma como foi feito, como a uma sugestiva maneira pela qual um estudante ou um professor poderia integrar-se estudando ou ensinando num curso on-line. *(http://aprender.rosana.unesp.br/mod/resource/view.php?id=254http:// moodle.org acesso em 28/07/2006)*

O Moodle é considerado uma plataforma “amigável”, facilitando a utilização por pessoas não muito habituadas a computação. Dentre as principais características dele, pode-se destacar:

- É flexível quanto a sua utilização, podendo configurar suas ferramentas conforme a necessidade do tutor;
- Permite a interação entre os cursistas e tutor por meio de ferramentas síncronas e assíncronas de comunicação, cujo uso é comum na internet: Bate-papo (síncrona), Fórum e Correio-eletrônico (assíncronas);
- Permite fazer upload e download de arquivos, possibilitando armazenamento e acesso de diferentes materiais didáticos, sejam eles textos, softwares, referências bibliográficas, hyperlinks, etc;
- Permite o registro e armazenamento de todas as ações realizadas pelos usuários no ambiente. Tal documentação abrange o registro de todas as situações de comunicação, sejam elas síncronas ou assíncronas, entre tutor-cursista e cursista-cursista. Além disso, registra também os acessos dos participantes ao ambiente e o tempo que permaneceu, os acessos às atividades propostas e materiais de apoio disponibilizados, permitindo ao tutor fazer um acompanhamento contínuo da freqüência dos alunos ao ambiente e às suas ferramentas.
- É uma plataforma de livre distribuição e tem código aberto, por isso está em constante desenvolvimento. Assim, suas ferramentas são constantemente atualizadas por desenvolvedores espalhados pelo mundo.

Tal ferramenta foi útil para que os professores pudessem enviar suas situações de ensino para o colega. Além disso, serviu também para que os professores pudessem discutir sobre as situações antes e depois da aplicação. Para a pesquisa foi de fundamental importância, pois todas as ações dos professores eram registradas e documentadas no ambiente. Isso forneceu um volume significativo de dados.

3.3 ESCOLHA DO AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA: CABRI-GÉOMÈTRE

Era necessário escolher um programa de GD que os professores participantes da pesquisa já usassem e que também já estivesse instalado nas escolas participantes da pesquisa, pois assim evitaríamos possíveis dificuldades técnicas de instalação e adaptação com outros programas. Dessa forma, optamos pelo Cabri-Géomètre II.

A palavra Cabri é a abreviatura de Cahier de Brouillon Interactif que pode ser traduzido para o português como “caderno de rascunho interativo”. É um programa de Geometria Dinâmica que foi desenvolvido por Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain no Institute d`Informatique et Mathématiques Appiquées de Grenoble na Universidade Joseph Fourier em Grenoble, França.

De maneira simplificada, podemos dizer que o Cabri é um programa que fornece “régua e compassos eletrônicos” ao usuário. Através dele, o aluno pode “rascunhar”, construir, testar, experimentar, observar, conjecturar e aplicar seus conhecimentos, “construindo relações necessárias para a compreensão dos conceitos geométricos, por meio de uma linguagem muito próxima daquela usada no lápis e papel” (BELLO, 2004, p. 47). Além disso, as representações feitas podem ser movimentadas com o auxílio do mouse, através do deslocamento de elementos de base da figura, conservando as propriedades empregadas na sua construção. A figura 25 mostra a janela do Cabri-Géomètre II. Ela contém os elementos essenciais do software.

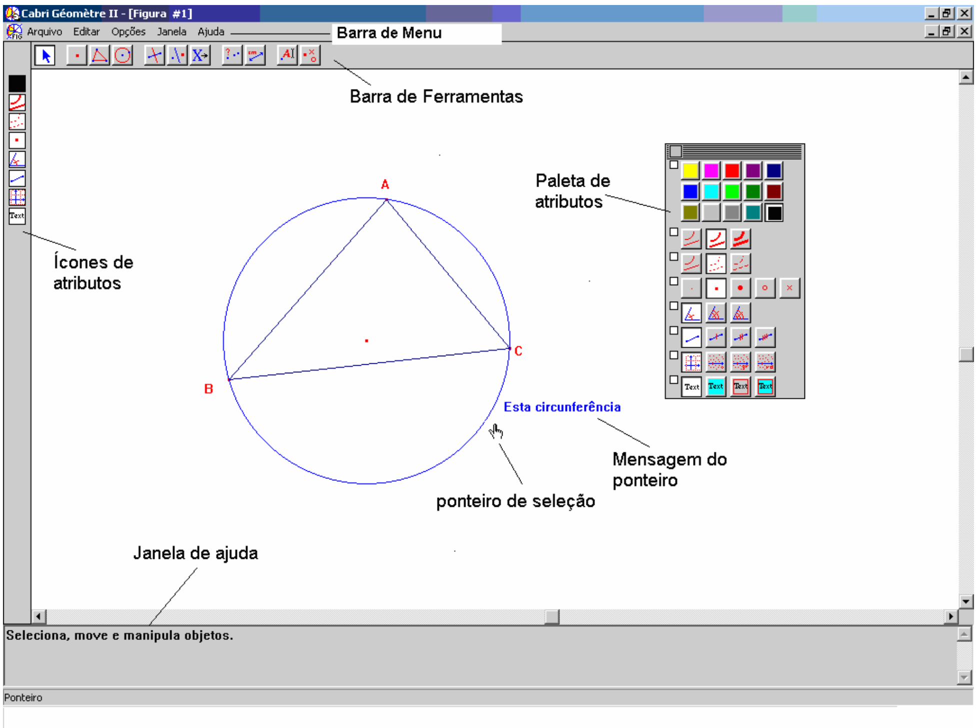


Figura 25 – A tela do Cabri-Géomètre II

Dentre as principais características do Cabri, destacam-se:

- Interface “amigável”, ou seja, de fácil utilização;
- Contém várias ferramentas que simplificam a construção de objetos geométricos trabalhosos ou complexos. O professor pode organizar o menu conforme suas necessidades e objetivos, podendo acrescentar ou retirar ferramentas. Por exemplo, se o objetivo é que o aluno construa um objeto por simetria axial, o professor pode retirar do menu a ferramenta de construção automática “Simetria Axial”. Se o objetivo é que o aluno observe propriedades de um objeto simétrico, o professor pode deixar ou inserir a ferramenta de construção automática. Nesse caso, a própria ferramenta fará a construção;
- Permite a criação de novas ferramentas, através das macro-construções. Além disso, elas podem ser acrescentadas ao menu. Uma macro-construção é uma espécie de “programação” que se pode fazer dentro do próprio programa. Por exemplo, o Cabri-Géomètre II não tem uma ferramenta específica que encontra automaticamente o ponto que divide um segmento na razão áurea mas, uma vez feita essa construção, pode-se criar uma ferramenta (através da macro) que encontrará esse ponto automaticamente;
- Registra o histórico das ações feitas pelo usuário;
- Os arquivos podem ser convertidos para Java, permitindo ser compartilhados na rede;

3.4 SUJEITOS COLABORADORES DA PESQUISA E AS ESCOLAS

Para o desenvolvimento da parte experimental da pesquisa, foram convidados 4 professores de Matemática que atuavam no Ensino Fundamental e Médio. Precisávamos de professores que já usassem o Cabri-Géomètre em suas aulas, pois não teríamos tempo para prepará-los antes da experimentação. Além disso, eles precisavam estar familiarizados com alguns recursos da Internet, tais como *e-mails, fóruns e chats.* Para preservarmos o anonimato dos professores, representaremos com nomes fictícios: Evandro, Ricardo, Raquel e Diogo. Na tabela a seguir colocamos algumas informações sobre esses professores:

Professor	Formação Acadêmica			Informações Profissionais		Informações sobre a escola	
	Local	**Graduação/ habilitação**	**Pós-graduação**	**Tipo de escola em que trabalha**	**Nível de ensino em que atua**	**Possui laboratório com internet**	**Possui Cabri**
Evandro	Recife	Licenciado em Matemática	Não	Privada e Estadual	Ensino Fundamental e Médio	Sim	**Sim**
Ricardo	Recife	Licenciado em Matemática	Mestre em Educação	Pública Federal	Ensino Fundamental e Médio	Sim	**Sim**
Raquel	Brasília	Licenciado em Matemática	Especialização	Pública e Privada	Ensino Fundamental e Médio	Sim	**Sim**
Diogo	**Brasília**	**Licenciado em Matemática**	**Especialização**	**Privada**	**Ensino Médio**	**Sim**	**Sim**

Tabela 1 – Caracterização dos professores e das escolas

Tivemos que trabalhar com grupos de professores de diferentes regiões do país por não encontrarmos, em um só local, um grupo de professores que estivessem dispostos a participar da pesquisa. A partir das respostas que os professores deram no questionário de caracterização, percebemos que, apesar de nem todos terem cursado disciplinas associadas à informática educativa durante a graduação, os quatro professores afirmaram já terem usado programas de Geometria Dinâmica (mais especificamente o Cabri-Géomètre) em suas aulas, abordando diversos temas, tais como Geometria Plana, Analítica, Trigonometria entre outros. É uma unanimidade entre eles o fato de que tal instrumento pode contribuir para o aprendizado da matemática. Evandro justifica isso pelo fato de que esses recursos "possibilitam interação, tratamento dinâmico da geometria, por exemplo, simulações de gráficos e funções. De modo geral, ela possibilita oportunidades para construção e exploração do conhecimento matemático". Por outro lado, Ricardo alerta que "recursos de informática são antes de tudo ferramentas. E como tal, sua eficiência depende de como é utilizada. É importante que a apresentação das aplicações das "novas tecnologias" seja acompanhada de uma profunda reflexão sobre a prática pedagógica, sobre o ensinar Matemática sem a qual a ferramenta se torna estéril". Tais depoimentos mostram que os professores possuem serenidade e "lucidez" em relação à Informática Educativa.

Todos afirmaram usar o computador no dia a dia, explorando diversos recursos tais como internet, planilha eletrônica, editor de textos, correio eletrônico, entre outros.

Além disso, as escolas em que os professores trabalhavam já possuíam laboratórios equipados com o Cabri-Géomètre II. Dessa forma, tais professores possuíam o perfil de que precisávamos para desenvolver a parte experimental da pesquisa.

3.5 AS ETAPAS DA PESQUISA

A parte experimental da pesquisa foi feita em etapas. Primeiramente foi feito o contato com os professores, depois a elaboração da situação e a preparação do Moodle, em seguida, a aplicação da situação e, finalmente, a discussão sobre a aplicação da situação. Veremos cada etapa detalhadamente nos itens que se seguem.

3.5.1 A primeira etapa: O contato com os Professores

A primeira etapa consistiu no contato com os professores para conversar sobre a pesquisa. Devido a incompatibilidade de horários disponíveis e a ao fato de as duplas serem de diferentes regiões do país, não foi possível encontrar com o grupo todo junto. Foram encontros individuais. Nessa etapa, falamos sobre os objetivos da pesquisa, procurando detalhar bem qual seria o papel deles. Explicamos, de maneira sintética, o que era a teoria do *Estar Junto Virtual* e as fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica, mostrando como as ações deles poderiam se encaixar em tais teorias. Também justificamos o porquê de solicitarmos que eles elaborassem uma situação de ensino de simetria com GD para outro professor aplicar, enfatizando que dessa maneira poderíamos obter mais antecipações das práticas pedagógicas deles.

Em relação à situação de ensino, o trabalho deveria ser desenvolvido em duplas, que já estavam definidas: uma dupla formada por Evandro e Ricardo e outra formada por Raquel e Diogo. As duplas já se conheciam. Optamos por permitir que o professor elaborasse livremente a situação de ensino. Assim, ele poderia escolher qual simetria abordar, devendo apenas ter o cuidado de elaborar uma situação compatível com o nível de ensino da turma do professor que iria aplicar. Tendo em vista que os professores participantes da pesquisa não teriam muito tempo disponível para participar da pesquisa, determinamos que a situação deveria ser para um encontro com duas horas-aula. Não estipulamos um modelo de plano de aula para a situação de ensino, mas sugerimos que aparecessem objetivos, procedimentos, recursos didáticos e tempo previsto. Enfatizamos que o mais importante era ele tentar prever ao máximo o que poderia acontecer na aula: como as etapas poderiam ser alcançadas, as dificuldades que poderiam acontecer e etc. Para que os professores pudessem entender melhor o que queríamos, pedimos para eles imaginarem que não poderiam dar uma aula num certo dia. Eles teriam que pedir para alguém substituí-los. Só que deveriam deixar a aula toda preparada e não apenas uma atividade. Ele teria que deixar um planejamento de execução da aula.

Deixamos claro, que não se tratava de os dois professores elaborarem juntos, mas que eles poderiam conversar para esclarecer dúvidas. Para isso, eles deveriam se comunicar através das ferramentas (fórum e chat) do Moodle. Então, no final do encontro, falamos de maneira resumida que a idéia era que eles elaborassem a situação, depois enviassem para o colega através da ferramenta Fórum do Moodle e conversassem, esclarecendo as possíveis dúvidas. Após os esclarecimentos, eles marcariam um dia para poder aplicar a situação. Nessa aplicação, o professor que elaborou observaria o outro aplicando. Após isso, eles se encontrariam no Moodle para discutirem sobre a aplicação.

Nessa etapa foi passado um questionário de caracterização (vide Apêndice A). Também foi falado sobre os prazos para a conclusão da experimentação: 2 meses; 3 semanas para a elaboração; 2 semana para a aplicação; e 3 semanas para a discussão.

3.5.2 A segunda etapa: Elaboração da situação e Preparação do Moodle

A segunda etapa consistiu no período da elaboração da situação de ensino por parte dos professores e na preparação do ambiente Moodle. Essa etapa durou aproximadamente 3 semanas. Configuramos o Moodle, habilitando apenas as ferramentas "Fórum" e o "Chat". Fizemos dois cursos: um para Evandro e Ricardo e outro para Raquel e Diogo. Criamos uma conta de usuário e senha para cada professor e enviamos as informações de acesso através de e-mail. Nessa etapa, os professores deveriam usar o Moodle para enviar o arquivo com a situação de ensino e também para se comunicarem, buscando esclarecer possíveis dúvidas. Também usariam essa ferramenta para poderem marcar o dia da aplicação.

Tivemos alguns problemas técnicos na ferramenta Fórum do Moodle. Tentamos configurar essa ferramenta de forma que toda vez que alguma mensagem fosse postada no Fórum, ela fosse também para o e-mail das pessoas que participavam. Assim, os professores ficariam sabendo que surgiram novidades no fórum sem ter que, necessariamente, entrar no Moodle. No entanto, como a configuração não funcionou, nos comprometemos com os professores que sempre que algo novo fosse postado no Fórum, avisaríamos através de e-mail.

3.5.3 A terceira etapa: Aplicação

A terceira etapa consistiu na aplicação da situação de ensino com os alunos. Nessa etapa o professor que elaborou acompanhou (sem interferir) a aula do professor que aplicou, fazendo anotações. A aplicação foi filmada e também foram gravados os diálogos de algumas duplas.

3.5.4 A quarta etapa: Discussão

Após a aplicação, o professor que aplicou fez um pequeno relatório, buscando enfatizar as principais dificuldades que teve e como lidou com elas. O relatório foi enviado pelos professores para o fórum do Moodle. Os professores deveriam se encontrar no Moodle e assim poderiam discutir sobre a situação, buscando compreender e refletir sobre os problemas que surgiram.

3.6 CATEGORIAS DE ANÁLISE

Os dados foram recolhidos por meio das ferramentas do ambiente virtual de ensino (Moodle), do questionário de caracterização e observação das aplicações, através de filmagens e gravações. É evidente que tais instrumentos não podem dar conta das riquezas de detalhes; no entanto, buscamos descrever ao máximo as falas e atitudes que eram mais significativas para analisarmos, entendermos e buscarmos respostas às nossas indagações.

Feita a experimentação, tivemos três fontes principais de dados que nos permitiram fazer as análises:

- Plano de aula com a elaboração da situação que nos permitiu analisar as antecipações dos professores. Nessas antecipações buscamos:
  - Identificar como alguns elementos da teoria das situações didáticas aparecem implicitamente e explicitá-los por meio da investigação. Procuramos observar como (e se) são desenvolvidas as fases da construção do conhecimento (ação, formulação, validação e institucionalização) numa situação de ensino com GD;
  - Observar como a parte conceitual do estudo das simetrias é abordada pelos professores através da GD. Como é a metodologia que ele utiliza para essa elaboração? Nessa metodologia, como ele buscou prever os possíveis problemas? Quais foram as estratégias para evitá-los ou superá-los?
- Registro da observação da aula aplicada pelo professor, onde pudemos identificar momentos que caracterizam a fase de **reflexão na ação** do Ciclo da Prática Pedagógica. O que pode acontecer com o contrato didático numa situação de ensino elaborada por um professor para outro aplicar. Também observamos as estratégias de resolução dos alunos e as contribuições da GD para o aprendizado do conceito.
- Arquivos advindos de ferramentas do Moodle (Fórum, Correio Eletrônico e Bate-Papo). Nesses arquivos analisamos os discursos dos professores, buscando observar:
  - Falas ou atitudes que caracterizam a fase **reflexão sobre a ação** e **reflexão sobre a reflexão na ação** do Ciclo da Prática Pedagógica;
  - Falas ou atitudes que evidenciem a tomada de consciência quanto a prática do professor, caracterizando a fase de **depuração** do Ciclo da Prática Pedagógica;
  - Falas ou atitudes que evidenciem a reflexão sobre o uso do computador, com tomada de consciência quanto às possibilidades, vantagens ou limites do uso da GD na construção do conhecimento matemático;
  - Falas ou atitudes que explicitem elementos da Teoria das situações didáticas;
  - Limites ou contribuições do Moodle para o registro das explicitações e reflexões dos professores.

4 RESULTADOS

4.1 ANÁLISE DA PRIMEIRA ETAPA: O CONTATO COM OS PROFESSORES

De maneira geral os professores mostraram que tinham compreendido os conceitos chaves da teoria do Ciclo da Prática Pedagógica e o *Estar Junto Virtual* e também seu papel na experimentação. Talvez pelo fato de já terem se envolvido com pesquisas, Evandro e Ricardo se mostraram muito entusiasmados. Fizeram algumas perguntas, buscando saber mais sobre as teorias. Com esses dois professores, a conversa fluiu bastante. Inclusive, Ricardo sugeriu que usássemos um programa para gravar todas as ações feitas no computador por alguns alunos. Assim, essa gravação seria usada na fase de "Reflexão sobre a reflexão na ação" quando os professores estivessem conversando e refletindo sobre a aplicação. No entanto, por dificuldades técnicas, isso não foi possível.

Ficou acertado pelos próprios professores que Evandro e Ricardo elaborariam uma situação para alunos do 2° ano do Ensino Médio. Já Raquel elaboraria uma situação para alunos do 1° ano do Ensino Médio e Diogo para alunos da 5ª série do Ensino Fundamental.

Os professores se mostraram tranqüilos quanto aos prazos. Ficou acertado que, quando a preparação do Moodle estivesse pronta, escreveríamos para eles, avisando. Enquanto isso, eles já poderiam ir elaborando a situação.

4.2 ANÁLISE DA SEGUNDA ETAPA: ELABORAÇÃO DA SITUAÇÃO E PREPARAÇÃO DO MOODLE

Os professores não tiveram dificuldades para acessar o Moodle e explorar suas ferramentas. Talvez isso se deva ao fato de o acesso às ferramentas ser parecido com o de ambientes como os provedores de e-mails. O processo para enviar um arquivo para o Fórum é parecido com o de enviar por e-mail. Assim, não houve dificuldades para isso, já que todos os professores estavam habituados com esse processo. Evandro e Ricardo conseguiram postar mensagens no Fórum e anexar arquivos sem maiores dificuldades. Já Raquel e Diogo se encontraram no chat, juntamente com o pesquisador para explorarem juntos as ferramentas.

Antes mesmo de elaborarem a situação, alguns professores usaram o Moodle, buscando esclarecer algumas dúvidas. Ricardo postou a seguinte mensagem no fórum:

Oi Evandro. Antes de preparar a lista de atividades gostaria de saber um pouco sobre a turma para a qual se destina. Não teremos sondagem e eu me preocupo de que as tarefas sejam muito elementares ou muito difíceis.

1) Os meus mexem pouco com o cabri.
2) Tudo o que estudaram de simetria está na coleção de Imennes. Ou seja, conversamos sobre simetria apenas no Ensino Fundamental (temos apenas três aulas de Matemática no Ensino Médio).

Evandro respondeu:

Olá, Ricardo.
O perfil dos meus alunos é muito semelhante aos seus
a) Eles conhecem o Cabri;
b) Com relação aos seus conhecimentos de simetria, o livro utilizado no Ensino Fundamental não foi o Imenes.
Abraços.

Através desses discursos, podemos perceber o receio dos professores quanto ao fato de não conhecer o perfil da turma do colega. Os receios eram tanto em relação ao aspecto operacional quanto ao aspecto conceitual:

- Aspecto operacional. Isso fica evidente quando o professor diz que seus alunos mexem pouco no Cabri.

- Aspecto conceitual. Através do discurso dos professores, ficam claros os receios quanto aos pré-requisitos sobre o ensino de simetria que os alunos deveriam ter para que eles pudessem desenvolver a situação.

Nos discursos, podemos ver não só a preocupação em relação a conhecer o perfil da turma do colega, mas também alertá-lo. O fato de Ricardo dizer que seus alunos "mexem pouco com o Cabri", pode induzir Evandro a ser mais cuidadoso na elaboração da situação. Nesse caso Evandro não poderia elaborar a situação, imaginando que os alunos dominam totalmente as ferramentas do Cabri.

Através do discurso, também percebe-se que o tema foi pouco explorado nas séries anteriores. Ricardo busca justificar o pouco ensino de simetria por causa do pouco tempo que ele dispõe para a aula. Além disso, o discurso do professor nos faz crer que ele percebe que o ensino de simetria é pouco explorado nos livros didáticos, sobretudo nos do Ensino Médio, pois ele diz que tudo que seus alunos estudaram está na coleção do Imenes[12]. Já Evandro quando diz que seus alunos não estudaram com livro do Imenes, provavelmente esteja querendo dizer a Ricardo que eles tiveram ainda menos contato com o tema. Tais fatos confirmam o que Araújo (2000) tinha alertado em sua pesquisa quanto ao fato da pouca exploração do tema simetria.

4.2.1 A situação elaborada por Ricardo para Evandro

A situação elaborada por Ricardo abordou a simetria de Rotação. Ele explorou uma característica importante do Cabri-Géomètre II: a possibilidade de criar um arquivo de menu. Assim, ele pôde retirar do menu algumas ferramentas que os alunos não precisariam. Dessa forma, ele achava que a tela do programa ficaria mais "limpa" e evitaria que os alunos experimentassem ferramentas desnecessariamente. Cabe analisar o que seria "desnecessariamente". Não seria mais necessário que os alunos pudessem experimentar as diversas ferramentas para determinar quais são as úteis na resolução do problema? Será que ao deixar somente as ferramentas que os alunos vão precisar, o professor não está, de certa forma, oferecendo a solução?

Ricardo teve preocupação com a parte operacional do programa. Assim, procurou ser mais detalhista nas explicações de utilização de determinadas ferramentas. Na atividade 1 (ver apêndice B), ele buscou mostrar como se rotaciona um ponto no Cabri. A partir dessa atividade, Ricardo poderia já estar esperando que os alunos tivessem percebido algumas propriedades da Simetria de Rotação. Assim, solicitou que os alunos respondessem as seguintes questões (sem usar o Cabri):

---

[12] Essa coleção é para o Ensino Fundamental. Não foi feita uma análise do livro, mas de acordo com o professor que participou da pesquisa, essa coleção aborda pouco o tema.

1) Se usarmos um segmento de reta no lugar do ponto ***R*** *qual será a figura desenhada pelo rastro dele? 2) Seria correto afirmar que rotacionando um segmento, todos os pontos do mesmo sofrerão a mesma rotação? Tente justificar. 3) Abra o arquivo 2.fig . O segmento simétrico* $\overline{AB}$*, após sofrer uma rotação de 30º, terá quantos pontos em comum com a reta* ***r****? e a circunferência? 4) Depois de usar o cabri,* ***para conferir suas respostas****, tente justificar por que você errou (caso isso tenha acontecido).*

Para a questão 1, Ricardo, tentando antecipar as respostas dos alunos, disse que esperava que eles respondessem coroa circular (ou algo que significasse isso). Por outro lado, ele também achava que os alunos poderiam revelar alguma concepção de que apenas os pontos A e B formariam o rastro. Ele não antecipou as possíveis dificuldades dos alunos, talvez por não esperar que houvesse.

Na questão 2, é explorada uma propriedade da Simetria de Rotação: quando se rotaciona uma figura, todos os pontos dessa sofrerão a mesma rotação. Nessa questão, Ricardo, em mais uma tentativa de antecipação, alertou que pelo fato de não haver uma distância invariável entre os pontos do segmento e seus respectivos simétricos, poderia haver um conflito com a concepção de Simetria de Translação, na qual os pontos preservam as distâncias, ou seja, os alunos poderiam achar que como um ponto e seu simétrico tem distância variável em relação a outro ponto e seu simétrico, então os pontos podem sofrer rotações diferentes. Nessa questão, os alunos, intuitivamente, poderiam responder corretamente, mas teriam dificuldades para justificar.

Em relação à questão 3, o arquivo *2.fig* continha a figura 26:

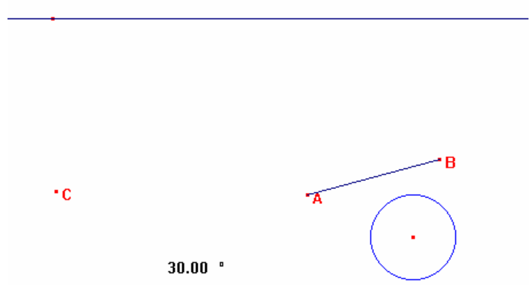


Figura 26 – Figura elaborada por Ricardo para a 3ª questão

Nessa questão, Ricardo não disse que a rotação seria ao redor do ponto C. Ele teria esquecido? Ou seria um problema conceitual do professor? Quanto ao que ele esperava para essa questão, disse: *Aproximando mais ainda do problema que motivou a criação das atividades, essa questão tenta induzir o aluno ao estabelecimento de propriedades adicionais aos pontos da figura simétrica a uma figura dada. Neste caso, além do ponto corresponder à simetria deve pertencer a uma reta dada. Seria interessante explorar o número de possibilidades de intersecção entre o simétrico e a reta dada.* Ricardo não fez antecipações sobre as possíveis respostas e dificuldades dos alunos. No entanto, é provável que os alunos, intuitivamente, não tenham dificuldades para perceber que as possibilidades de respostas são: o simétrico do segmento AB não terá nenhum ponto ou no máximo um ponto comum com a reta. A circunferência não terá nenhum ponto ou no máximo 2 pontos comuns com a reta. Por outro lado, poderão ter dificuldades para intuir com precisão (sem nenhum instrumento) qual o deslocamento que o segmento e a circunferência farão ao serem rotacionados 30°. Ricardo poderia ainda ter colocado alguma questão que induzisse os alunos a perceberem que um ponto e seu simétrico são eqüidistantes do centro de rotação, pois essa é um propriedade importante para a construção da simetria de rotação.

Na 4ª questão, Ricardo pede para que os alunos usem o Cabri para verificar se suas respostas anteriores estavam corretas. Para a questão 1, eles poderiam criar um segmento AB (ferramenta Segmento), um ponto C (centro de rotação) e número que seria o ângulo de giro (ferramenta Edição Numérica). A partir desses objetos poderiam, com a ferramenta *Rotação*, rotacionar o segmento AB ao redor de C. Com ferramenta *Rasto on/off* poderiam verificar que o lugar geométrico do segmento é uma coroa circular (apesar de quê, talvez não saibam que esse lugar geométrico recebe tal nome). Com outras ferramentas, tais como *Distância e Comprimento* e *Ângulo* poderiam também verificar que um ponto e seu simétrico eqüidistam do centro de rotação e que cada ponto do segmento e de seu simétrico sofrem a mesma rotação. Dessa forma, já estariam verificando a questão 2. Para a questão 3, a construção já está feita por Ricardo, assim bastaria que eles usassem a ferramenta *Rotação* para verificar suas respostas.

Feita essas atividades, Ricardo propõe algumas aplicações para a Simetria de Rotação: *Abrir o arquivo 02.men e, em seguida, o arquivo 03.fig 1) Usando simetria de rotação,* *construir um triângulo sendo dadas as medidas de dois dos lados e a medida do ângulo entre ambos. med(BÂC) = 47º (sugestão) Crie uma reta suporte e use a ferramenta compasso para transportar as medidas de AB e AC.* Para resolverem esse problema, os alunos poderiam criar um segmento AC e rotacioná-lo 47° ao redor de A. Usando o compasso, traçariam uma circunferência com centro em A e raio AB. Marcariam a intersecção B do simétrico de AC com a circunferência. Dessa forma, tem-se os 3 vértices do triângulo. Caso o simétrico de AC não interceptasse a circunferência, então criaria-se uma reta suporte a partir desse segmento.

Ricardo não previu algumas dificuldades operacionais que os alunos poderiam ter. É provável que algumas dificuldades dos alunos para resolverem esse problema estejam relacionadas ao manuseio do programa, pois a solução envolve a utilização de várias ferramentas do Cabri (Segmento, Compasso, Rotação, Ponto de intersecção e Triângulo). Não estando familiarizados com tais ferramentas, é pouco provável que consigam resolver o problema através do programa. Talvez eles tivessem menos dificuldades, usando os instrumentos tradicionais (papel, régua, compasso e transferidor). Ricardo diz o que queria com essa questão: *Poderíamos usar um polígono regular (como o usual) para criar a atividade e explorar a localização do Centro de rotação. Mas o objetivo final é a resolução do problema seguinte, por isso a inclusão dessa atividade sugerindo um método para criar o triângulo a partir da simetria.* De acordo com essas palavras, Ricardo acredita que a resolução dessa atividade daria condições para que os alunos resolvessem o problema seguinte: *2) Dadas **r** e **s,** duas retas quaisquer e um ponto **P** qualquer criar um triângulo eqüilátero com vértices em **r**, **s**, e **P.** Confira sua solução, usando a ferramenta distância e comprimento e movendo o ponto **P.** Descreva sua solução.*

Ricardo não disse como os alunos poderiam resolver esse problema. Mas eles poderiam supor duas retas r e s e um ponto P pertencente (ou não) a elas. Existiria um ponto A na reta r e um ponto C na reta s tal que ACP é um triângulo eqüilátero. Ou seja, existem A e C tal que os ângulos ACP=APC =PAC=60°. Se rotacionarem 60° a reta r ao redor de P, obteriam r' e todos os pontos de r terão sofrido a mesma rotação (propriedade aprendida a partir da rotação do segmento). Assim, o ponto de intersecção C de r' e s sofreu rotação de 60 graus. Por outro lado, sabemos que o ponto C corresponde a um ponto de r com rotação de 60° ao redor de P. Suponha que este ponto seja A. Assim, já teriam que o ângulo APC é igual a 60°. Mas como encontrar o ponto A? Poder-se-ia fazer o caminho inverso e rotacionar C ao redor de P por um ângulo de -60°. Como um ponto e seu simétrico eqüidistam do centro de rotação temos que AP=AC. Como APC=60°, temos que o triângulo ACP é eqüilátero.

Sobre essa questão, Ricardo diz: *Situação problema final da atividade em que o aluno terá que conceber a solução a partir da propriedade de que os vértices do triângulo eqüilátero devem sofrer uma rotação de 60º e que têm que pertencer a uma reta dada. Parece difícil prever as soluções dos alunos mas creio que eles devem testar o uso de bissetrizes e retas paralelas. Por isso deixei o menu livre nessa atividade (e na anterior).* Parece claro que todos os exercícios anteriores foram elaborados de forma que as propriedades aprendidas dessem condições para que os alunos resolvessem o último problema. Por exemplo, os alunos poderiam usar a propriedade aprendida na questão 2: quando se rotaciona uma figura, todos os pontos dessa sofrerão a mesma rotação. Usariam essa propriedade para o caso da reta. No entanto, a partir da seqüência de exercícios, não parece claro que os alunos conseguirão articular as propriedades para resolver o problema.

De maneira geral, Ricardo buscou ser cuidadoso na elaboração da situação. Em relação à operacionalidade do programa, foi detalhista com algumas ferramentas, mostrando onde se localiza na barra de menu e como a utilizar. Sobre as questões, buscou fazer antecipações das possíveis respostas e dificuldades dos alunos. Por outro lado, não explicitou como Evandro poderia desenvolver a aula. De qualquer forma, ele elaborou uma situação interessante para o estudo da Simetria de Rotação e que integra algumas recomendações dos PCNs. Além disso, pelo que pudemos perceber, a situação tem características de uma abordagem construcionista, pois dá condições aos alunos para que eles descubram princípios, propriedades e relações de ordem lógica.

4.2.2 A situação elaborada por Evandro para Ricardo

A situação elaborada por Evandro abordou a Simetria de Reflexão. Ele não fez previsões quanto as possíveis respostas e dificuldades dos alunos. Parece que não ficou muito claro para ele quando dissemos que não queríamos apenas uma atividade, mas um planejamento de execução da aula, explicitando as possíveis respostas e dificuldades dos alunos.

A atividade foi dividida em 5 exercícios com alguns itens (ver apêndice C). As questões do primeiro exercício foram feitas a partir da figura 27.

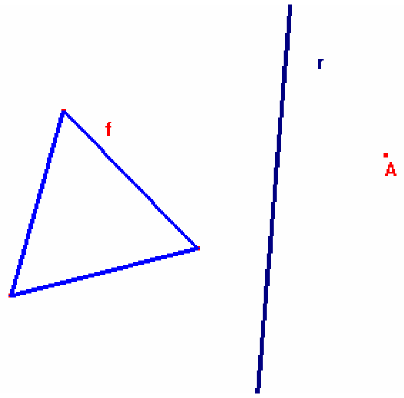


Figura 27 – Figura elaborada por Evandro para a 1ª questão

No primeiro item Evandro pede:

*a) Utilizando a figura que encontra-se no arquivo..., acione o menu **Rasto On/Off** , selecione o ponto **A** e em seguida produza o reflexo da figura **f** com relação a reta r.*

Provavelmente ele estava interessado em saber o que os alunos entendiam pela palavra "reflexo", mas sem necessariamente ir ao conceito matemático. Os alunos poderiam resolver o exercício associando a palavra com outras idéias, como por exemplo, a idéia de imagem no espelho. A função *Rasto On/Off* do Cabri permitiria que eles pudessem desenhar livremente na tela, como se o ponto A fosse um lápis que eles pudessem manipular a partir do *mouse* do computador. Nessa questão podemos ver indícios de características da *situação de ação* da Teoria das Situações Didáticas, pois o aluno poderia fornecer a solução correta sem saber explicar os argumentos utilizados na elaboração, já que supõe-se que ele ainda não estudou o conceito matemático de Simetria de Reflexão.

Continuando, seguem os itens *b* e *c*:

*b) Agora escolha um ponto sobre a figura **f** e chame-o de **P**. Para isso use o **menu Ponto sobre objeto**. Em seguida, utilizando o **menu Reflexão Axial**, obtenha o reflexo* *do ponto* ***P*** *em relação a reta* ***r*** *e chame-o de* ***P****. *c) Mova o ponto* ***P*** *e observe* ***P****. *O que você observou?*

Evandro se confundiu um pouco em relação ao menu, pois no Cabri-Geomètre II não existe o menu ***Reflexão Axial.*** O que Evandro quis dizer foi ***Simetria Axial***. Apesar de a questão ainda não tratar da reflexão de um polígono, através desses itens, o aluno poderia verificar se sua solução para o *item a* estaria ou não correta. Para isso, ele teria que observar se o ponto **P*** caminha sobre o reflexo da figura *f* feita anteriormente, pois a trajetória de **P*** é o reflexo da figura *f*. Através do uso da ferramenta ***Simetria Axial***, o aluno começaria a compreender o conceito matemático de Simetria de Reflexão.

Nos itens *d, e*, *f* e *g*, Evandro explora algumas propriedades importantes da Simetria de Reflexão, buscando fazer com que os alunos construam o conceito:

d) Agora utilizando a opção segmento, construa um segmento de reta ligando ***P*** *a* ***P**** *e chame de* ***X*** *o ponto de interseção do* **segmento PP*** *com a* **reta r**. *Depois utilizando novamente o* **menu segmento**, *marque os segmentos do ponto* ***P*** *ao ponto* ***X***, *e de* ***X*** *a* ***P*.***

e)Vamos medir os ângulos entre o segmento ***PX*** *e a reta* ***r***, *e depois* ***XP**** *e a reta* ***r***.
Para isso use o **menu Ângulo**.
Medida do ângulo entre o segmento ***PX*** *e a reta* ***r***______________
Medida do ângulo entre a reta ***r*** *e o segmento* ***XP****______________
f)Agora meça os segmentos de retas ***PX*** *e* ***XP****. *Use o* **menu Distância e Comprimento**.
Medida do segmento ***PX*** _______________
Medida do segmento ***XP**** _______________
g) Mova o ponto ***P*** *e observe o que acontece com* ***P**** *e com os ângulos e segmentos medidos no item anterior. Comente o que você observou.*

Executando os itens, os alunos poderiam perceber que PP* é perpendicular à reta *r* e P e P* são eqüidistantes da reta r. Dessa forma, teriam condições de construir o conceito de Simetria Axial e entender o processo de construção do reflexo de um ponto em relação a uma reta. Aqui evidenciamos características de *situação de ação*, pois os alunos poderiam executar os passos sugeridos pelo professor, mas sem saber explicar o porquê.

Vejamos a questão 2 e seus itens:

Desta vez, construa o reflexo da figura f utilizando o ***menu Reflexão Axial****. Para isso, acione o* ***menu Reflexão Axial,*** *em seguida selecione a figura a ser refletida e clique na reta r. a) Mova o ponto* ***P*** *e veja* ***P*****. O que você observou? b) Comente o que você percebeu ao explorar a figura construída através do* ***menu Rasto On/Off*** *e depois do* ***menu Reflexão Axial*** *c)Movimentando a reta r ou a figura f, tente sobrepor f ao seu reflexo. Escreva o resultado de sua tentativa.*

Através da execução dos itens *a* e *b*, os alunos poderiam compreender que o simétrico da figura *f* é o conjunto de todos os pontos simétricos do polígono em relação à reta r. Em relação ao item *b*, caso os alunos tenham feito corretamente a questão 1, poderiam perceber que o objeto feito a partir da função ***Rasto On/Off*** coincide com a objeto feito a partir da função ***Simetria Axial***. Em relação ao item *c* não fica muito claro a propriedade que ele quer explorar. Além disso, Evandro poderia ter expressado de forma diferente. Deveria ter colocado-*tente sobrepor o reflexo ao objeto f*-, pois, ao movimentar a reta, o reflexo é que se movimentará e não o objeto. Ele poderia ter explorado mais esse item com questões do tipo: "Movimente o triângulo de forma que ele fique com um dos lados na horizontal. Coloque a reta *r* na vertical. Agora tente sobrepor. O que você observa? Experimente outras posições, colocando um dos lados do triângulo paralelo à reta *r*. Tente sobrepor. E se o triângulo não fosse eqüilátero, seria possível sobrepor?" Poderia ter explorado, a partir desse item, os eixos de simetria em polígonos regulares.

Na questão 3, Evandro pede para refazer as questões 1 e 2 a partir da figura 28.

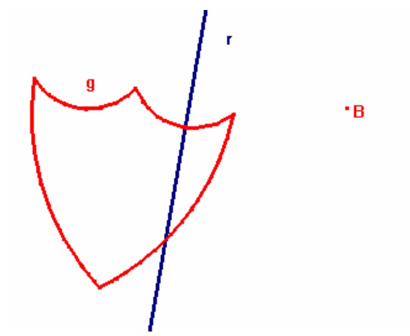


Figura 28 – Figura utilizada por Evandro na questão 3

Ele explora as propriedades anteriores nessa questão; no entanto, observe que essa figura tem uma especificidade: o fato de o eixo de simetria estar cortando o objeto. Dessa forma, poderemos ver como os alunos tratariam o conceito de simetria de Reflexão quando isso acontece. Isso é interessante, pois é comum os alunos acharem que o objeto e seu simétrico estão sempre em semi-planos opostos, formados pelo eixo de simetria. Isso pode se dar pelo fato de os livros didáticos abordarem o conceito quase sempre dessa maneira ou pelo fato de os alunos associarem o conceito ao reflexo no espelho. Novamente aqui, ele poderia ter explorado propriedades dos eixos de simetria em polígonos irregulares. Poderia também ter colocado o eixo de simetria como a que está na figura 29. Dessa maneira, os alunos poderiam perceber que figuras genéricas também podem apresentar eixos de simetria. Nessa atividade, poderia ter usado um simetrizador também.

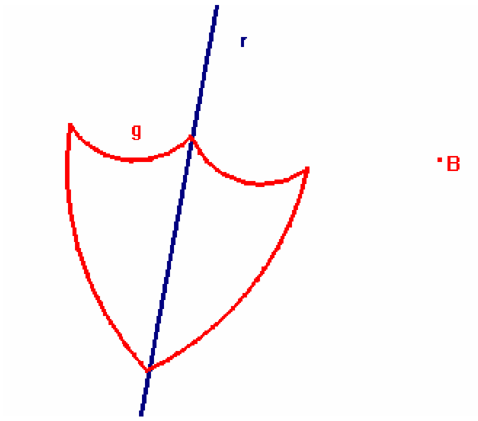


Figura 29 - Sugestão de posição para o eixo de simetria

A questão 4 é a seguinte: *Durante a aula de Geometria, o professor de matemática pediu para que os alunos produzissem o reflexo de uma figura f em relação a reta r. Um certo aluno produziu a seguinte figura f*. Verifique se a figura f* produzida por esse aluno está correta. Justifique.* Ver figura 30:

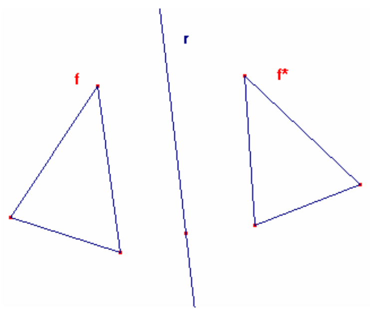


Figura 30 – Figura utilizada por Evandro na questão 4

Para resolver essa questão, os alunos poderiam utilizar as propriedades que aprenderam a partir das questões anteriores. Utilizando as ferramentas de medir do cabri, poderiam verificar se os vértices do triângulo e do seu simétrico são eqüidistantes em relação à reta r e se os segmentos com extremos nos respectivos vértices do triângulo e do seu possível simétrico são perpendiculares em relação à reta r. A partir dessas propriedades, poderiam perceber que, se o eixo de simetria não é a mediatriz do segmento formado por um vértice e seu simétrico, então os triângulos não são simétricos. Poderiam também utilizar a ferramenta ***Simetria Axial*** para verificar a resposta.

Evandro finaliza a atividade com a questão 5: *Agora, construa uma reta r, de modo que a figura B seja o reflexo da figura A em relação a r. (Abra o arquivo). Descreva o procedimento que você utilizou para construir a reta r.* Ver figura 31:

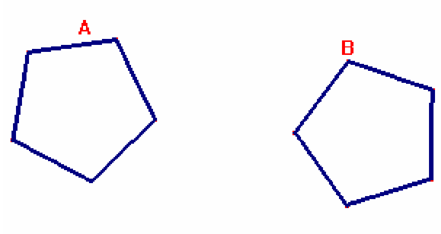


Figura 31 – Figura utilizada por Evandro na questão 5

Nessa questão, os alunos poderiam novamente usar as propriedades aprendidas anteriormente. Sabendo que, se dois polígonos são simétricos em relação à uma reta, então bastaria apenas usar a ferramenta *Mediatriz* e traçar a mediatriz de um segmento cujos extremos são um vértice do polígono e o seu simétrico. Essa mediatriz será a reta procurada.

Como dissemos anteriormente, Evandro não fez muitas antecipações buscando prever as dificuldades que os alunos poderiam ter, o que pode dificultar o trabalho de Ricardo. Também foi pouco detalhista nas explicitações de como Ricardo poderia desenvolver a aula. Apesar disso, a atividade apresenta indícios de uma concepção construcionista de abordagem, pois através dela o aluno poderá construir por si mesmo o conhecimento específico, descobrindo propriedades e relações que o ajudará a construir o conceito. Assim, tivemos poucos elementos de análise, no que diz respeito às antecipações das ações dos alunos. No entanto, Evandro elaborou uma situação que pode ser bastante interessante para o estudo da Simetria de Reflexão e que também contempla algumas recomendações dos PCNs.

4.2.3 A situação elaborada por Raquel para Diogo

Raquel elaborou uma situação de ensino abordando a Simetria de Reflexão (ver Apêndice D). Buscou explorar o tema a partir do estudo da pavimentação do plano. Assim, elaborou um roteiro que mostrava como construir uma malha de triângulos no Cabri, por meio das ferramentas *Polígono Regular* e *Simetria Axial*. A partir da malha e com a ferramenta *Preencher*, os alunos poderiam pintar cada triângulo, formando desenhos e mosaicos. De acordo com Raquel, os objetivos para essa atividade seriam: *Reconhecer a relação entre a matemática e a arte; estimular a curiosidade e o interesse do aluno; utilizar os conceitos geométricos na construção de uma malha triangular; verificar quais polígonos regulares de um só tipo que preenchem o plano; conceituar simetria axial; incentivar a exploração e investigação do programa Cabri; estimular a criatividade e apresentar um desenho simétrico na malha triangular*.

Analisando o roteiro, o 1°, 2°, 3°, 6° e 7° objetivos poderiam ser alcançados. No entanto, é difícil perceber como os outros objetivos podem ser alcançados apenas com o roteiro. Verifiquemos isso. Para o objetivo *Verificar quais polígonos regulares de um só tipo que preenchem o plano*, percebe-se que não existe nada no roteiro que trate da condição de preenchimento do plano com polígonos regulares. O mesmo acontece para o objetivo *Conceituar simetria axial*. Já para o objetivo *Apresentar um desenho simétrico na malha triangular* não parece claro no roteiro, pois de acordo com ele, a idéia é fazer um desenho qualquer na malha e não um que apresente estrutura simétrica. Ao que parece, Raquel pode ter pensado que Diogo poderia desenvolver tais objetivos sem o roteiro ou quando os alunos tivessem terminado, mas ela não explicitou como ele poderia fazer isso.

A atividade pode ser rica, desde que não seja explorado apenas o aspecto lúdico na aplicação. Para compreender o conceito de Simetria Axial, seria importante que os alunos compreendessem o que a ferramenta Simetria Axial faz quando se clica sobre um polígono (triângulo) e um dos seus lados. Ao se pedir para que os alunos expliquem o que está acontecendo, alguns podem dizer que o lado do triângulo funcionará como um espelho que refletirá sua imagem. No entanto, seria importante que os alunos utilizassem outras ferramentas, tais como *Distância e Comprimento*, *Reta Perpendicular* , *Ângulo* e *Ponteiro* para poderem de fato construir o conceito e perceber propriedades.

Raquel não fez antecipações no sentido de tentar prever as dificuldades e os resultados que os alunos poderiam ter. Ela também foi pouco detalhista e não explicitou como Diogo poderia desenvolver a aula para alcançar os objetivos que ela esperava. Raquel acrescentou um texto sobre pavimentação (ver Apêndice D), no entanto, também não falou como ele poderia ser explorado. Um fator que deve ser levado em consideração é a possibilidade de a atividade ser considerada pouco interessante pelos alunos do 1° ano do Ensino Médio, mesmo envolvendo aspectos lúdicos, revela-se pouco desafiante. A situação elaborada por ela apresenta indícios de uma abordagem instrucionista de ensino, usando o computador apenas como uma forma de apresentar informações e dar conhecimento ao aluno.

4.2.4 A situação elaborada por Diogo para Raquel

Diogo pareceu não entender bem o que precisávamos que ele fizesse, pois não fez nenhuma antecipação. Na realidade, ele utilizou uma atividade que encontrou na Internet (vide anexo E). Tal atividade explorava pouco o estudo das simetrias. Apenas os últimos exercícios da atividade exploravam a simetria axial de um triângulo localizado num plano cartesiano. Vejamos as questões:

13) Arraste o triângulo de volta ao quadrante superior direito, se necessário. Selecione a ferramenta ***Simetria Axial*** *na caixa de ferramentas* ***Transformar*** *(sexto botão). Para criar o semelhante do triângulo ao logo do eixo y, mova o "cursor" até que apareça a mensagem* ***Criar simétrico deste triângulo****. Clique uma vez. Mova o "cursor" para o eixo y e clique quando aparecer a mensagem correspondente a* ***este eixo****. O triângulo simétrico aparece no quadrante superior esquerdo.*
14) Selecione a ferramenta ***Equações e coordenadas*** *na caixa de ferramentas* ***Medir*** *(nono botão) e adicione as coordenadas ao triângulo semelhante.*
15) Selecione a ferramenta ***Ponteiro*** *na caixa de ferramentas Ponteiro (primeiro botão) e tente arrastar o novo triângulo. O que acontece? Tente arrastar o triângulo original.*

O que acontece? (o triângulo semelhante é dependente do triângulo original e não pode ser movido separadamente).

Nos exercícios anteriores a esses, os alunos já teriam construído um triângulo no plano cartesiano, com as respectivas coordenadas de seus vértices. A partir dessa construção, fariam o simétrico da figura em relação ao eixo y. O primeiro ponto que devemos observar é quando o exercício diz "Para criar o semelhante do triângulo...". Então, o exercício pede para usar a ferramenta "Simetria axial" para criar um triângulo semelhante. É fato que, se duas figuras são simétricas, elas são também semelhantes, como razão de semelhança igual a 1, ou seja, são congruentes. Mas como é que os alunos interpretariam isso? Será que eles entenderiam que a ferramenta "Simetria Axial" serve para criar figuras semelhantes? Será que eles entenderiam que ser simétrico é ser semelhante? Em nenhum momento da atividade são abordadas as propriedades da simetria axial ou as condições para que dois objetos sejam simétricos.

Atividade poderia ser mais bem explorada no que diz respeito ao ensino das simetrias se fossem inseridas questões onde os alunos pudessem perceber as propriedades e condições para que dois objetos sejam simétricos. O professor poderia ter explorado as coordenadas dos vértices dos triângulos, fazendo com que os alunos comparassem as coordenadas quando os objetos são simétricos em relação ao eixo y ou x. Também poderiam ter explorado a simetria central (ver figura 32).

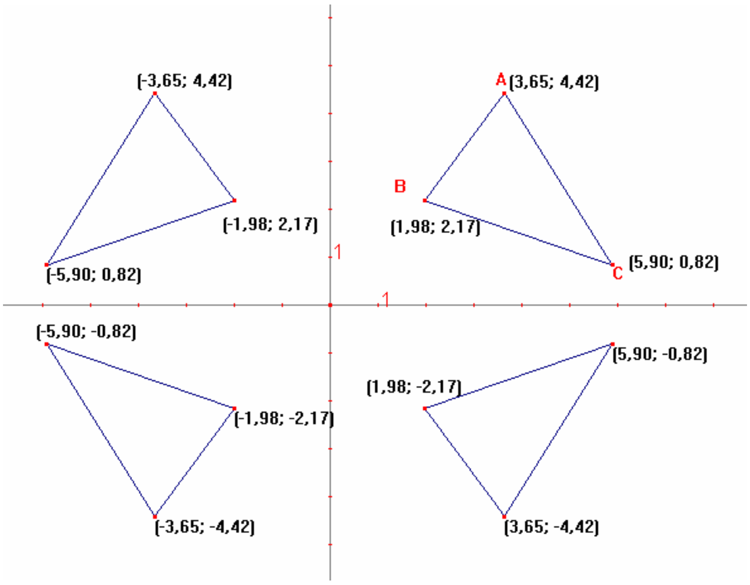


Figura 32– Simetria Axial e Central do triângulo ABC

A atividade proposta por Diogo foi muito limitada no que diz respeito ao ensino das simetrias. Além disso, ela é pouco adequada para alunos de 5ª série do Ensino Fundamental. Ele não fez nenhuma antecipação em relação às dificuldades que os alunos poderiam ter. Assim é provável que Raquel tenha dificuldade na aplicação desta situação.

4.3 ANÁLISE DA TERCEIRA ETAPA: APLICAÇÃO

Nessa etapa de análise, nós restringiremos à dupla Ricardo e Evandro pois, no dia das aplicações da dupla Raquel e Diogo, aconteceu algo que alterou a idéia inicial. Esses professores decidiram mudar a forma de aplicação e cada um aplicou para sua turma a situação que elaborou. Segundo eles, as situações estavam incompatíveis com as séries em que seriam aplicadas. Talvez o fato de os professores trabalharem em níveis tão diferentes (Raquel com 5ª série do Ensino Fundamental e Diogo com o 1° ano do Ensino Médio) deva ter contribuído para isso. No entanto, parece que o maior motivo que levou a esse problema, foi o fato de eles não terem conversado durante a elaboração da situação pois, tanto Raquel quanto Diogo afirmaram (no questionário de caracterização) já terem trabalhado com Ensino Fundamental e Médio. Dessa maneira, a idéia da experimentação perdeu o sentido, pois um dos fatores importantes da aplicação seria observar o professor que elaborou assistindo a aula e percebendo possíveis falhas na situação elaborada por ele.

4.3.1 Aplicação de Ricardo

Ricardo aplicou a situação elaborada por Evandro numa sexta-feira, das 11:00 às 12:30 para alunos do 2º ano do Ensino Médio. Na aula estiveram presentes 22 alunos. Ele desenvolveu a aula em duplas. Começou perguntando aos alunos o que seria transformar. Alguns responderam: *“Tornar algo em alguma coisa diferente”; “Mudar alguns aspectos da coisa”*. Um aluno tentou exemplificar dizendo que a lagarta se transforma na borboleta. A partir do que os alunos falaram, Ricardo disse que na matemática também existem transformações, mas de figuras planas e eles veriam isso naquela aula. Ele distribuiu as fichas e pediu para os alunos seguirem as orientações ali contidas para desenvolverem a atividade. Essa forma de introdução da aula não foi combinada com Evandro.

No desenvolvimento do item *a* da 1ª questão (ver apêndice C) "*Utilizando a figura que encontra-se no arquivo..., acione o menu* ***Rasto On/Off*** *, selecione o ponto* ***A*** *e em seguida produza o reflexo da figura* ***f*** *com relação a reta r"*, os alunos tiveram dificuldade para desenhar, usando a ferramenta *Rasto on/off*. De fato, o desenho com o mouse se torna pouco preciso. Alguns alunos chegaram a sugerir que o programa tivesse uma régua para os traços poderem ficar "retinhos". De qualquer forma, na maioria dos desenhos, havia indícios de que os alunos tinham feito corretamente, ou seja, eles tinham boa noção a respeito do conceito de simetria. Porém, alguns alunos construíram o simétrico da seguinte forma (figura 33):

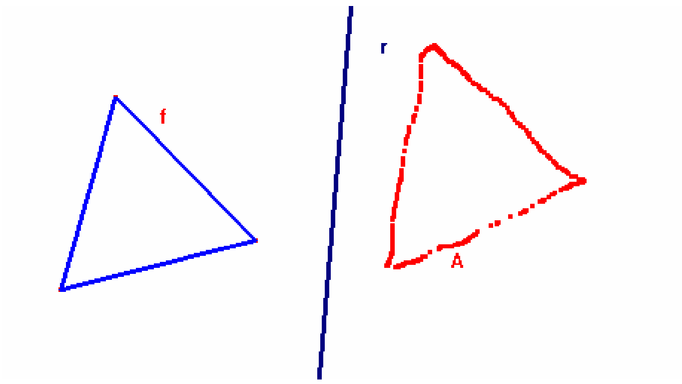


Figura 33 – Solução encontrada por algumas duplas de alunos

Pelo desenho percebe-se que tais alunos achavam que os lados do triângulo simétrico tinham que ser paralelos aos respectivos lados do triângulo original. Assim, confundiam o conceito de simetria com o de homotetia. Confusão que foi desfeita no desenvolvimento dos itens seguintes.

No item *b* "*Agora escolha um ponto sobre a figura* ***f*** *e chame-o de* ***P****. Para isso use o* ***menu Ponto sobre objeto****. Em seguida, utilizando o* ***menu Reflexão Axial****, obtenha o reflexo do ponto* ***P*** *em relação a reta* ***r*** *e chame-o de* ***P*****"* , os alunos não tiveram dificuldades para usar a ferramenta *Simetria Axial* e encontrar o simétrico de um ponto em relação a uma reta. No entanto, eles não puderam perceber de imediato as propriedades da simetria de reflexão. Para o item *c "Mova o ponto* ***P*** *e observe* ***P*****. O que você observou?"*, foram comuns respostas do tipo: *"Observamos que o ponto P e o ponto P* movem-se simetricamente"*; *"P e P*, como são simétricos, movem-se de forma simétrica"; "Quando P deslizou sobre o triângulo, P* construiu uma trajetória similar a figura f"*. Na resposta *"Se afasto o ponto P de r, P* também se afasta, e se* *aproximo P de r, P* também se aproxima, portanto, tudo que acontecer com P em relação a reta r, acontecerá com P* em relação a reta r"* percebem-se indícios de que a dupla de alunos começa a perceber a eqüidistância dos pontos P e P* em relação ao eixo de simetria. Já para a resposta "*O ponto P* se move na direção simétrica em relação a reta r e em sentido contrário"*, fica claro que a dupla de alunos percebeu uma propriedade importante: a Simetria de Reflexão não preserva os sentidos. Tais respostas evidenciam um benefício da GD, pois graças ao movimento do objeto os alunos puderam perceber algumas propriedades. Cabe-se perguntar se essas propriedades teriam sido percebidas se os alunos estivessem estudando o conceito sem o auxílio da GD ou apenas com os tradicionais lápis, papel e régua.

Em relação aos itens "*d) Agora utilizando a opção segmento, construa um segmento de reta ligando **P** a **P*** e chame de **X** o ponto de interseção do **segmento PP*** com a **reta r**. Depois utilizando novamente o **menu segmento**, marque os segmentos do ponto **P** ao ponto **X**, e de **X** a **P*.** e)Vamos medir os ângulos entre o segmento **PX** e a reta **r**, e depois **XP*** e a reta **r**. Para isso use o **menu Ângulo**. Medida do ângulo entre o segmento **PX** e a reta **r**; Medida do ângulo entre a reta **r** e o segmento **XP***; f)Agora meça os segmentos de retas **PX** e **XP***. Use o **menu Distância e Comprimento**. Medida do segmento **PX;** Medida do segmento **XP***"* os alunos não tiveram grandes dificuldades para usar as ferramentas "*Segmento*" e "*Distância e Comprimento*" e observar que as medidas dos segmentos eram iguais, percebendo assim uma propriedade da simetria de reflexão. No entanto, tiveram dificuldade com a ferramenta *Ângulo*, pois eles não sabiam que, para medir o ângulo, era necessário clicar em 3 pontos que o determinavam, sendo que o 2° ponto clicado é o vértice do ângulo. Ricardo explicou e eles também conseguiram perceber que as medidas dos ângulos eram iguais a 90°. Assim, para o item "*g) Mova o ponto **P** e observe o que acontece com **P*** e com os ângulos e segmentos medidos no item anterior. Comente o que você observou"*, houve respostas do tipo:

- *Observamos que os ângulos se mantêm já que são pontos simétricos. Mas as medidas observadas aumentavam ou diminuíam de acordo com o local onde P era deslocado e se a distância de XP fosse 3,15 cm, por exemplo, XP* teria a mesma distância;*

- *A distância de PX e XP* são sempre iguais, posto que são simétricos e os ângulos dos segmentos em relação a reta são sempre 90°;*

- Ao mover o ponto P, o ponto P também se move, fazendo mover o segmento PP* e conseqüentemente os segmentos PX e XP*. P e P* ficam sempre eqüidistantes a reta r e formando com esta sempre o mesmo ângulo (90°);*

-Os ângulos se mantêm e as distâncias PX e XP são sempre iguais;*

Através dessas respostas, percebe-se que os alunos já identificaram as 2 principais propriedades da Simetria de Reflexão: a eqüidistância dos pontos simétricos em relação ao eixo de simetria e esse eixo ser a mediatriz do segmento formado por dois pontos simétricos.

Para os itens da questão 2 (ver apêndice C) *"Desta vez, construa o reflexo da figura f utilizando o* ***menu Reflexão Axial****. Para isso, acione o* ***menu Reflexão Axial,*** *em seguida selecione a figura a ser refletida e clique na reta r. a) Mova o ponto* ***P*** *e veja* ***P****. O que você observou? b) Comente o que você percebeu ao explorar a figura construída através do* ***menu Rasto On/Off*** *e depois do* ***menu Reflexão Axial*** *c) Movimentando a reta r ou a figura f, tente sobrepor f ao seu reflexo. Escreva o resultado de sua tentativa"* não foi difícil os alunos perceberem as mesmas propriedades observadas nos itens da questão anterior. Em relação à comparação entre as ferramentas *Rasto On/Off* e *Simetria Axial*, os alunos perceberam que o desenho que eles fizeram anteriormente com o rasto deveria coincidir com o reflexo obtido a partir da ferramenta *Simetria Axial*. A maioria percebeu que isso não aconteceu devido a pouca precisão permitida pelo rasto. Já para o item *c*, grande parte não conseguiu sobrepor. Uma dupla justificou o fato da impossibilidade de sobreposição, respondendo que a *"tentativa foi frustrada pois uma figura é o inverso da outra"*. Não deu para compreender o que eles quiseram dizer com "inverso". Já os que conseguiram sobrepor, perceberam que deveria haver movimentos no triângulo e também no eixo de simetria. Um dupla justificou com a resposta *"Movendo apenas a reta ou a figura não conseguimos sobrepor o reflexo de f, mas utilizando os dois ao mesmo tempo isso foi possível. Conseqüentemente a distância entre P e P* fica igual a 0 cm, ou seja, eles também ficam sobreposto"*.

Outra dupla observou o fato de os triângulos serem eqüiláteros: *"Quando o triângulo torna-se eqüilátero consegue-se sobrepor, pois a figura original é idêntica à axial"*. Tal resposta nos fornece indícios de que os alunos começavam a perceber uma condição para se sobrepor figuras simétricas e se isso acontecesse a figura apresentaria estrutura simétrica. No entanto, o que eles quiseram dizer com "idêntica a original"? Será que eles acreditam que os simétricos de polígonos irregulares não são idênticos? Será que essa dupla acredita que apenas polígonos regulares podem se sobrepor? Como dissemos anteriormente, poder-se-ia trabalhar nesse item os eixos de simetria de polígonos regulares e irregulares, mas isso não foi feito no desenvolvimento da aula.

Para a questão 3, em que Evandro pede para que se repitam as questões anteriores para a figura 26, os alunos tiveram ainda mais dificuldades para fazer o simétrico, usando a ferramenta *Rasto on/off*, já que se tratava de uma figura mais irregular. Como foi dito no tópico 4.2.2, os alunos tiveram dificuldades para conceber a idéia do eixo de simetria na própria figura. Uma dupla construiu o simétrico como mostra a figura 34:

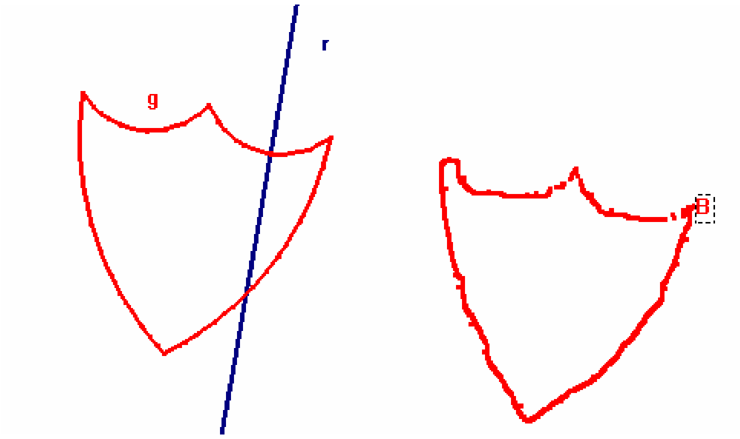


Figura 34 – Solução encontrada para a questão 3

Apesar dessa dificuldade, eles conseguiram perceber que as propriedades verificadas nas questões anteriores, permaneciam para o caso de figuras mais irregulares. Sobre isso, uma dupla de alunos concluiu que *"a figura simétrica passa pelo eixo r, cruzando a figura original, pois a figura original passa o eixo"*. Outra dupla de alunos percebeu o fato de a figura apresentar estrutura simétrica: *"ao movermos a figura simétrica a g, ela "encaixou-se" na g"*.

Para a questão 4: "*Durante a aula de Geometria, o professor de matemática pediu para que os alunos produzissem o reflexo de uma figura f em relação a reta r. Um certo aluno produziu a seguinte figura f*. Verifique se a figura f* produzida por esse aluno está correta. Justifique"* (ver figura 29), tivemos algumas respostas como as seguintes: *"A figura não é simétrica, pois criamos um ponto simétrico a um ponto da figura e o* *ponto simétrico não se move pela figura"; "Não está. A figura f* é menor que a f. Ao deslocarmos um ponto simétrico sobre os dois triângulos, notamos a diferença"; "Não está simétrico, pois foi feito um ponto qualquer no triângulo simétrico ao outro. Quando movido, o ponto no triângulo f* sai da reta do triângulo f* e as medidas não são iguais"; "Não. Porque ao colocarmos um ponto no polígono F e construirmos seu simétrico em relação a reta r, o simétrico não passa por todo o contorno de F*"*. Em tais respostas, os alunos não usaram as propriedades para poder justificar. Valeram-se apenas da possibilidade que o programa permite de construir objetos simétricos para verificar que a figura f* não coincidia com o simétrico construído. Esse não foi o propósito de Evandro ao elaborar a atividade.

Por outro lado, houve outras respostas que buscaram justificar através das propriedades. Vejamos: "*As figuras não são simétricas, os seus pontos de formação (3 extremos) deveriam possuir a mesma distância entre os simétricos e não possui"; "Não porque pontos que deveriam ser simétricos (apresentar a mesma distância em relação a reta) possuem distâncias distintas"*. Nesses casos, as duplas devem ter usado a ferramenta *Distância e Comprimento* para verificar que os vértices e seus respectivos simétricos pontos não eqüidistam da reta r. Já para a resposta *"Está errada, porque os triângulos possuem medidas e ângulos distintos"*, não dá para saber se os alunos estão falando das medidas dos lados e dos ângulos internos ou da distância dos vértices e seus respectivos simétricos em relação à reta r. Mas, em ambos os casos, a justificativa estaria correta. Pode ser que a dupla tenha percebido que as medidas dos lados e dos ângulos internos do triângulo original e seu suposto simétrico eram diferentes. Nesse caso, ela teria se valido do fato de a Simetria de Reflexão preservar os ângulos e as distâncias. Como os triângulos f e f* não eram congruentes, eles não poderiam ser simétricos. Mas, e se fosse para a dupla justificar que duas figuras são simétricas? Será que eles verificariam apenas a congruência? Será que eles achavam que a congruência era condição suficiente para verificar que as figuras são simétricas? Nessas justificativas, percebe-se características da situação de validação, pois os alunos valeram-se das propriedades da simetria de reflexão para provar que os triângulos não eram simétricos.

Para a questão 5: *"Agora, construa uma reta r, de modo que a figura B seja o reflexo da figura A em relação a r. (Abra o arquivo). Descreva o procedimento que você utilizou para construir a reta r"* (ver figura 31), tivemos algumas respostas: *"Escolhemos um* *determinado vértice dos polígonos, traçamos um segmento unindo ambos e em seguida a mediatriz desse segmento"; "Ligando um ponto a outro, de preferência os mais próximos, ou os que se encontram num local mais alto, o que pode caracterizar que são simétricos. A partir do segmento formado, traçamos uma mediatriz"; "Construímos o segmento de reta que liga um ponto de A e um ponto de B, achamos o ponto médio e traçamos a perpendicular"; "Pegamos um ponto no polígono A e construímos seu simétrico no polígono B e no mesmo lugar. Fizemos um segmento de reta ligando os dois e traçamos uma perpendicular ao ponto médio deste segmento"*. Nessas respostas, verifica-se que os alunos perceberam que o eixo de simetria é a mediatriz do segmento cujos extremos são um ponto e seu simétrico. O que variou foi apenas a forma como eles construíram a mediatriz. Um caso interessante foi a seguinte resposta: *"Traçamos as mediatrizes das duas figuras, desse modo achamos os pontos médios entre elas. Em seguida, criamos uma reta passando por esses dois pontos"*. O que eles fizeram foi construir as mediatrizes de 4 lados do polígonos (2 em cada polígono). Eles escolheram lados simétricos e marcaram a intersecção das mediatrizes desses lados. Esses pontos de intersecção eles chamaram de *pontos médios entre elas*. Por esses pontos traçaram a reta (ver figura 35).

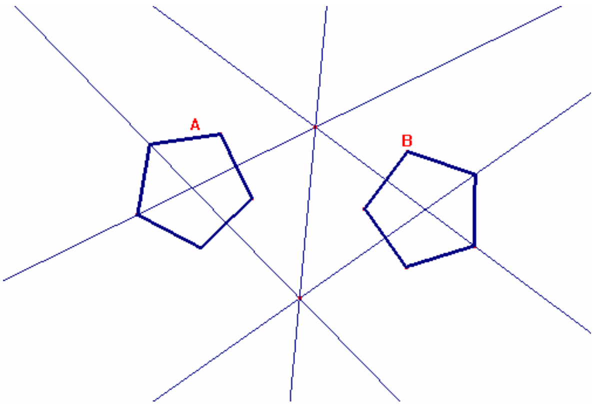


Figura 35 – Construção do eixo de simetria feita por uma dupla de alunos

Eles não justificaram a construção, mas supomos que eles conheciam uma importante propriedade da mediatriz: qualquer ponto da mediatriz eqüidista dos extremos do segmento. Outra dupla justificou através do desenho (figura 36), tal forma explicita a dificuldade que alguns alunos têm em transcrever suas justificativas.

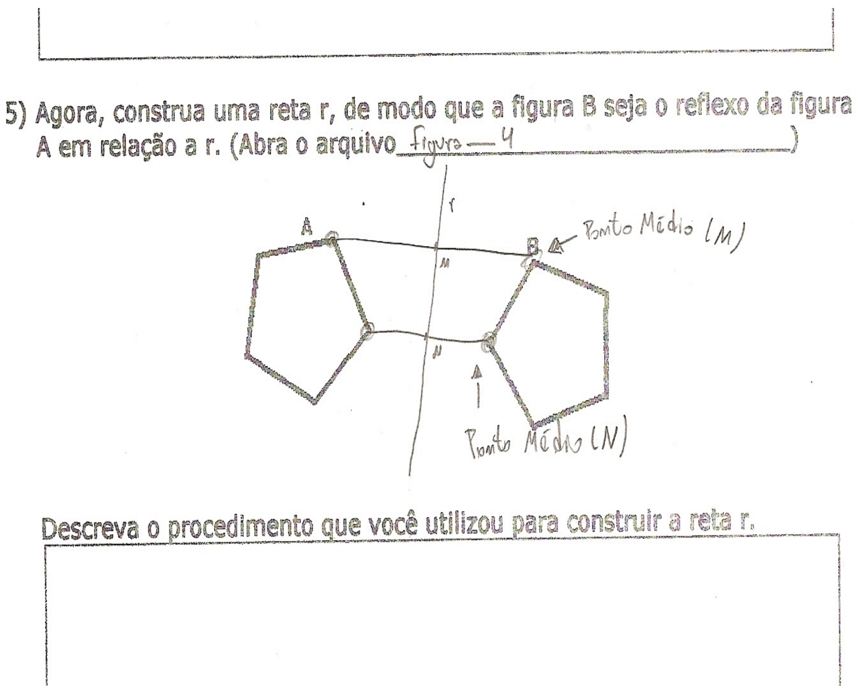


Figura 36 – Justificativa da construção do eixo de simetria feita por uma dupla de alunos

Tais justificativas também apresentam características da situação de validação.

De maneira geral, percebemos que Ricardo teve que fazer mais intervenções de ordem operacionais do que conceituais, pois os alunos não sabiam como usar corretamente as ferramentas do programa. Os momentos que caracterizaram a Reflexão na Ação foram mais de ordem operacional do programa do que conceitual. Evandro não previu tais dificuldades na elaboração da situação. De fato, Evandro foi pouco detalhista na explicação de como utilizar as ferramentas. Talvez ele estivesse supondo que os alunos de Ricardo já fossem habituados com o programa, apesar de que, nas conversas pré-liminares no fórum, Ricardo o alertou de que seus alunos mexiam pouco no Cabri. De qualquer forma, ao que parece, os objetivos de Evandro para a aula foram alcançados, já que, de acordo com ele, tais objetivos *"visavam à construção do simétrico de um ponto ou do simétrico de uma figura, utilizando o menu "simetria axial" que permite tratar o conceito de simetria de reflexão de forma dinâmica, julgada mais compatível com sua formulação matemática e mais eficiente para o aprendizado do conceito"*. Segundo ele, a partir disso os alunos perceberiam *"as propriedades básicas da simetria axial (perpendicularismo com o eixo, eqüidistância entre pontos simétricos)"*.

4.3.2 Aplicação de Evandro

Evandro aplicou a situação elaborada por Ricardo no turno contrário ao que os alunos estudavam. Havia 12 alunos de 2º ano do Ensino Médio e a aula teve duração de 1 hora e 30 minutos. Ele aplicou a situação em uma aula de laboratório em que os alunos podiam optar por ir ou não, ou seja, a aula não estava inclusa na grade curricular e não "valia ponto". Evandro pediu para que os alunos sentassem em duplas, apesar de isso não ter sido combinado com Ricardo. Ao que parece, ele decidiu dessa forma, devido ao fato de o laboratório ser pequeno e com poucas máquinas (cerca de 10 funcionando).

Evandro começou falando que a aula abordaria o ensino de Simetria. Logo após, entregou as fichas aos alunos e pediu para que eles começassem a desenvolver as atividades. Apesar de Ricardo ter sido detalhista na instrução do uso da ferramenta Rotação, muitos alunos tiveram dificuldades para utilizá-la. Em um dos comandos da situação, Ricardo diz: *Em seguida use a ferramenta de Rotação (clicar sobre o ponto R e depois sobre o ponto C).* Nesse comando, ele esqueceu de dizer que o aluno deveria clicar também sobre um número que seria o ângulo de rotação. Alguns perceberam a falha e conseguiram desenvolver, no entanto, para a maioria da turma Evandro teve que explicar. Teve também que explicar o funcionamento da ferramenta Rasto on/off. Depois de compreendido o uso dessas ferramentas, os alunos aprenderam como rotacionar um objeto e puderam perceber que o rasto formado era uma circunferência. No entanto, não ficou evidente que os alunos perceberam que um ponto e seu simétrico são eqüidistantes do centro de rotação.

Em relação às questões que Ricardo pediu para que respondessem sem usar o Cabri, houve uma confusão e os alunos acabaram usando o programa para responder. Com o auxílio do Cabri, os alunos puderam construir facilmente a solução da 1ª questão: *Se usarmos um segmento de reta no lugar do ponto* ***R*** *qual será a figura desenhada pelo rastro dele?*. No entanto, como Ricardo havia previsto, eles deram nomes diferentes de coroa circular para o lugar geométrico: circunferência, anel e região circular.

Para a 2ª questão: *Seria correto afirmar que rotacionando um segmento, todos os pontos do mesmo sofrerão a mesma rotação? Tente justificar.* Os alunos souberam rotacionar o segmento, mas não pensaram em usar a ferramenta *Ângulo* para verificar que cada ponto do segmento sofre a mesma rotação. Intuitivamente, todos responderam sim, porém nenhum conseguiu justificar corretamente. Ao que parece, eles não compreenderam bem o conceito de rotação, pois a maioria associou “mesma rotação” com “raio da circunferência”.

Na questão 3: *Abra o arquivo 2.fig . O segmento simétrico* $\overline{AB}$, *após sofrer uma rotação de 30º, terá quantos pontos em comum com a reta* ***r****? e a circunferência?* foi fácil para os alunos comprovarem, através do Cabri que o segmento teria um ponto em comum e a circunferência dois pontos. No entanto, alguns erraram para o caso da circunferência, respondendo que não teria nenhum ponto comum com a reta. Nesses casos, observamos que os alunos responderam dessa forma, mesmo sem terem rotacionado a circunferência. Isso nos levou a crer que eles se confundiram na interpretação do enunciado. Eles acharam que o enunciado pedia os pontos comuns (intersecção) do segmento com a circunferência, após esse ser rotacionado. A 4ª questão: *Depois de usar o cabri,* ***para conferir suas respostas****, tente justificar por que você errou (caso isso tenha acontecido)*, não fez muito sentido para os alunos, já que eles acabaram fazendo todas as questões anteriores no Cabri. Em nenhuma questão da 1ª atividade foi percebido características das fases formulação e validação. Talvez isso tenha se dado pelo fato de os alunos terem resolvido os exercícios propostos diretamente no Cabri, fazendo de forma mecânica ou automática.

Para a questão 1 da atividade 2 “*Usando simetria de rotação, construir um triângulo sendo dadas as medidas de dois dos lados e a medida do ângulo entre ambos. med(BÂC) = 47º (sugestão) Crie uma reta suporte e use a ferramenta compasso para transportar as medidas de AB e AC”*, os alunos tiveram dificuldades para construir o triângulo. Tais dificuldades estavam mais relacionadas com a operacionalidade do programa (quais ferramentas usar e como), pois muitos alunos fizeram o esboço no papel sem maiores dificuldades. Tal constatação pode evidenciar que a Geometria Dinâmica pode se tornar um obstáculo quando seu uso não é bem planejado. As dicas dadas por Ricardo não foram suficientes, talvez pelo fato de os alunos não compreenderem o que era “reta suporte” e “transportar medidas”, evidenciando uma quebra no contrato didático. Com várias intervenções de Evandro, os alunos conseguiram construir o triângulo. Feita a construção, os alunos experimentaram editar o ângulo e alterar o tamanho dos segmentos AB e AC. No entanto, algumas propriedades que eles poderiam observar, tais como condição de existência de um triângulo, passaram despercebidas.

Na 2ª questão da atividade 2 "*Dadas* ***r*** *e* ***s,*** *duas retas quaisquer e um ponto* ***P*** *qualquer criar um triângulo eqüilátero com vértices em* ***r, s,*** *e* ***P.*** *Confira sua solução usando a ferramenta distância e comprimento e movendo o ponto* ***P.*** *Descreva sua solução*", todos os alunos tiveram dificuldades. Por mais que Evandro orientasse os alunos no sentido de usar as propriedades anteriores, eles não conseguiam estabelecer relações entre elas e responder. Uma dupla de alunos rotacionou r, 60° ao redor de P, obtendo r'. Porém, não conseguiu perceber que o ponto de intersecção de r' e s era um vértice do triângulo procurado. Algumas duplas tentaram "forçar" o resultado, colocando pontos nas retas r, s e depois movimentando de forma que se formasse um triângulo eqüilátero. Após o final da aula, havia um aluno que ainda tentava resolver o problema. Com a ajuda de Ricardo e Evandro, ele conseguiu. Evandro pediu para que escrevesse a justificativa na ficha e depois entregasse, mas ele não o fez. Nesta questão, mais do que nas outras, evidencia-se uma quebra no contrato didático, pois por mais que os alunos se esforçado, buscando associar as propriedades aprendidas anteriormente, eles não conseguiram resolver o problema.

Apesar de Ricardo ter sido mais detalhista na elaboração da situação, explicando como se usavam algumas ferramentas, Evandro teve que fazer muitas intervenções de ordem operacional. Ao que parece os alunos de Evandro conheciam o Cabri, mas o exploravam mais manipulando do que construindo. Alguns alunos, ao abrirem o programa, surpreendiam-se e perguntavam onde estava a figura. O que pode parecer uma quebra no contrato didático. Ricardo elaborou toda a atividade, imaginando que, se alunos respondessem as primeiras questões, também conseguiriam resolver o último problema. Que a resolução das primeiras atividades daria condições para resolver a última. No entanto, isso não aconteceu, o que caracteriza também uma quebra do contrato didático. Assim, os momentos que caracterizaram a Reflexão na Ação na aplicação de Evandro foram tanto de ordem operacional quanto conceitual.

4.4 ANÁLISE DA QUARTA ETAPA

Também nessa etapa de análise, nós restringiremos à dupla Ricardo e Evandro. Tentamos fazer com que Raquel e Diogo relatassem e discutissem sobre a experimentação, através do Moodle. Porém, só Raquel mostrou-se motivada.

4.4.1 Discussão da dupla Evandro e Ricardo

O momento de *Reflexão sobre a Ação* e *Reflexão sobre a Reflexão na Ação* foi feito através de conversas entre Ricardo e Evandro sobre as aplicações através do Fórum do Moodle. Em relação a sua aplicação, Evandro confirma o que havíamos percebido no momento da aplicação: *Tendo em vista que as atividades iniciais apontavam para o problema principal (última questão atividade 2), esperava-se que os alunos resolvessem-na sem depender tanto do professor (apenas 01 resolveu), parece que eles não compreenderam o propósito das questões que antecederam a última (de maior dificuldade), sendo necessário por diversas vezes à mediação do professor.* Tal relato evidencia que um momento que caracterizou a *Reflexão na Ação* aconteceu durante a tentativa de resolução da última atividade.

Diante das dificuldades e surpresas, Evandro diz que buscou: *"mediar (junto)os alunos fazendo com que os obstáculos se tornassem parte integrante das atividades, ou seja, à medida que surgiam eram incorporados as atividades de modo que os alunos buscassem construir as soluções utilizando novas idéias, gerando as vezes novas soluções (A solução encontrada para a ultima questão usava um procedimento que não havíamos pensado inicialmente)"* e que preferiu "*discutir alguns possíveis caminhos com os alunos em vez de facilitar a mostrar a solução, pois como tínhamos pouco tempo para aplicar a atividade, alguns poderiam encontrar a solução pensando um pouco mais"*. Tais relatos caracterizam o momento de *Reflexão sobre a Ação* em que Evandro relembra as dificuldades que teve durante a aplicação, mostrando também como lidou com elas.

Em relação à aplicação de Evandro, Ricardo diz: *"Inicialmente percebi que os alunos reclamaram da inexistência de figuras "prontas" na tela se tornando bastante dependentes da presença do professor. A atividade exigia construção e, como Evandro afirmou que os alunos já usavam o Cabri, não me preocupei em* *detalhar muito a utilização das ferramentas do software"*. Tal relato mostra que Ricardo percebeu as dificuldades operacionais do programa com as quais Evandro teve que lidar. Fica evidente que Ricardo não contava com tais dificuldades e por isso não buscou antecipá-las e nem evitá-las. Ricardo diz também que as declarações dos alunos mostram que eles perceberam que o modelo da atividade não era igual ao que eles estavam habituados (figuras prontas para ser manipuladas) e ele não contava com isso. Tais dificuldades geraram momentos de *Reflexão na Ação* também para Ricardo. Poderíamos dizer que as dificuldades geraram, em Ricardo, momentos de *Reflexão durante a Ação* de Evandro.

Relembrando os momentos de dificuldade e buscando compreendê-los, Ricardo diz: *"Uma dificuldade observada foi com respeito ao entendimento da estrutura lógica do programa em termos de "objeto filho" e "objeto pai" sem esse entendimento metade da atividade ficou bastante comprometido, pois se requeria mais construção que manipulação de objetos"*. O que Ricardo quis dizer com isso foi que os alunos não entendiam bem a relação de dependência e independência dos objetos. Tal relato caracteriza momentos que poderíamos chamar de *Reflexão* de Ricardo *sobre a Ação* de Evandro. Porém, apesar da tomada de consciência, Ricardo não buscou propor soluções para minimizar tais dificuldades.

Buscando compreender a dificuldade gerada no último problema, Ricardo diz: *"Imaginei que as atividades iniciais favoreceriam a busca da solução da última. O que se verificou, na verdade, foi um conjunto de tentativas isoladas. Talvez, pela quantidade enorme de possibilidades de uso do programa o aluno prefira tentativas aleatórias (na verdade conjecturas) de solução mexendo com várias ferramentas do programa. O fato é que a seqüência de atividades anteriores foi posta de lado no momento de solucionar a última questão"*. Para que a dificuldade pudesse ter sido minimizada, Ricardo sugere *"que cada item (problema) deveria ter sido abordado com mais tempo, uma vez que os alunos apresentaram dificuldades de construção geométrica. Isso requereria mais de um encontro, uma vez que os poucos alunos que conseguiram a solução o fizeram após o final da aula, após diversas intervenções (ajuda)"*. Nessas falas, percebemos momentos claros de *Reflexão* de Ricardo *sobre a Ação* de Evandro com tomada de consciência.

Em relação a sua aplicação, Ricardo relata sobre as dificuldades operacionais: "*Senti que a maioria das chamadas feitas pelos alunos estava relacionada ao manuseio do software. Basicamente a localização e uso de ferramentas*". Em relação às dificuldades conceituais, ele diz que percebeu "*que o os alunos apresentaram alguma dificuldade com o conceito quando a figura "toca" o eixo de simetria. Ficou difícil para eles compararem seus desenhos "manuais" com o feito pela ferramenta de simetria devido ao fato de que a primeira (o rastro) se apagava quando eles faziam a segunda*". Percebemos tomada de consciência por parte de Ricardo, mas ele pouco relata sobre o que fez para superar as dificuldades. Evandro concorda com Ricardo no que diz respeito às dificuldades operacionais, dizendo que os alunos apresentavam pouca familiarização, ficando assim, dependentes da orientação do professor. Evandro também salientou o fato de os alunos "*não lerem atenciosamente o comando, sendo necessária a intervenção do professor, pedindo para que eles lessem com atenção*". Finalizando sua descrição sobre a aplicação de Ricardo, Evandro diz "*Pareceu-me que o professor teve dificuldades, para aplicar a atividade. Tive a sensação, de que se eu estivesse aplicando, a comunicação com os alunos teria sido mais fluente (Acredito que é natural isso acontecer). Todavia, percebi que o professor ficou mais familiarizado com a atividade, realizando a mediação necessária e com precisão (tomando decisões sobre a ação – como esperado)*".

Afim de promovermos uma maior interação e discussão entre Ricardo e Evandro e também de buscarmos respostas a algumas dúvidas que ainda tínhamos, organizamos um bate-papo no Moodle. Dessa forma, também teríamos mais dados que caracterizariam a fase de *Reflexão sobre a Reflexão na ação*. No bate-papo, Ricardo e Evandro primeiramente discutiram as dificuldades operacionais que tiveram. Ricardo diz "*insisto que temos duas coisas simultâneas para aquele que não conhece o programa: aprender o conceito e aprender a entendê-lo com o Cabri*". Evandro concorda com Ricardo e, buscando justificar a dificuldade, diz que eles haviam pressuposto que os alunos já estavam familiarizados com a ferramenta. Evandro diz que isso foi uma surpresa para eles, no entanto nas conversas preliminares no fórum do Moodle, Ricardo havia alertado para o fato de que seus alunos mexiam pouco no Cabri. Buscando encontrar soluções para as dificuldades operacionais, Evandro diz que "*se tivéssemos feito um passo a passo, as dificuldades operacionais teriam sido irrelevantes*". Continuando ele diz "*Mas neste caso, é preciso pensarmos inicialmente* *que os alunos não tenham familiarização, e então, produzir uma atividade com a finalidade de que os alunos conheçam as ferramentas e construa o conceito desejado*". Ricardo diz que, para uma aula isolada o indicado, seria usar o mínimo de ferramentas possíveis. Ele ainda diz que conseguiram contornar tais dificuldades devido ao fato de as turmas deles serem pequenas.

Apesar das dificuldades operacionais, os professores disseram que a atividade foi útil para os alunos: "*Certamente eles ganharam algo do conceito. E perceberam uma "nova" forma de raciocinar as relações*" (Ricardo). Assim, eles admitem que o uso do Cabri pode trazer benefícios para o ensino, no entanto, eles alertam que, mesmo que todas as dificuldades operacionais fossem superadas, ainda assim haveria dificuldades conceituais. Ricardo busca explicar isso dizendo: "*até mesmo com um livro didático que pode ser percebido como um conjunto de situações elaboradas por um terceiro, temos esse tipo de problema*".

Em relação às discussões sobre as dificuldades conceituais, os professores deram maior ênfase ao último problema proposto na situação elaborada por Ricardo. Buscando entender a dificuldade, Evandro diz que os alunos pareceram não entender o propósito da atividade. Para Ricardo, aquela questão pegou os alunos de surpresa, pois era necessário que eles criassem sobre a figura para que a resposta saísse. Ao que parece, para Ricardo, os alunos de Evandro estavam acostumados mais com atividades de manipulação do que de construção. Buscando explicar como são suas aulas com o Cabri, Evandro diz que está sempre mediando as construções realizadas pelos alunos e que essas construções são bem dirigidas, ficando eles livres nas manipulações. No entanto, ele diz: "*devemos pensar nisso. Confesso que quando vi a atividade de Ricardo, não atentei para a ausência de atividades daquele tipo no dia-a-dia escolar dos alunos*". Nessa fala percebemos abertura por parte de Evandro e isso é fundamental nessa proposta, pois como alertou Valente (2002) é "fundamental que os envolvidos no processo tenham abertura para ouvir (sem preconceitos), bem como humildade para reconhecer as próprias limitações e energia para superá-las" (p.36).

Evandro diz que uma outra possível causa para a dificuldade em relação ao último problema pode ter sido o fato de as atividades propostas em livros de Ensino Médio geralmente, não apresentarem problemas daquele tipo. Ricardo, concordando com

Evandro, diz: "*coisa desse tipo não cai em vestibular. Dificilmente encontramos algum livro no mercado com esse perfil*". Essa fala confirma o que Araújo (2000) diz sobre a pouca quantidade de livros didáticos que contemplam conteúdos associados ao conceito de simetria.

Numa demonstração de tomada de consciência quanto aos problemas da situação que elaborou, Ricardo diz que em outra oportunidade "*tentaria algum(ns) modelo(s) mais simples antes de sugerir aquele. Algum problema de mesma natureza que envolvesse menos passos para resolução*". Ele também diz que "*gostaria de ter aplicado minha atividade (a que propus para Evandro) antes com meus alunos. Talvez pudesse melhorá-la mais antes de enviar*".

Em relação ao uso do Moodle, Evandro disse que gostou, chegando até a dizer que ele é "*indispensável para uma atividade como esta*". Já Ricardo disse que conhecia, mas não gostava muito dele. Quando perguntado se seria possível dar aulas de matemática nele, Ricardo respondeu que "*para algo restrito como o que foi proposto ele resolve bem. Mas quando se utiliza mais recursos confunde um bocado*". Ele diz que ficaria difícil explicar com os recursos do Moodle e exemplifica: "*gostaria de plotar um gráfico e você ver ele daí. Que você mexesse nele e me mandasse de volta*". De fato essa é uma grande limitação da maioria das plataforma de EaD: não permitir outras formas de representação que não a escrita. Evandro acrescenta que a plataforma deveria possibilitar manipulação e construção.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao começarmos a desenvolver a pesquisa, nossas indagações eram:

- Como a antecipação dos professores poderia ser usada em cursos de formação via EaD, contribuindo para a formação de professores reflexivos?
- Como as antecipações poderiam ser usadas por pesquisadores, buscando uma melhor compreensão dos modelos didáticos dos professores?
- Como as ferramentas de EaD poderiam contribuir para a explicitação, descrição e documentação das antecipações dos professores ? E como contribuiriam para o debate antes e após a aplicação?

Para buscarmos respostas a essas indagações, não chegamos a desenvolver um curso de formação de professores. Porém, tentamos colocar um grupo de professores numa situação em que eles tivessem que explicitar mais suas antecipações, pois acreditávamos que isso era necessário numa formação via EaD em que os professores-cursistas tenham que elaborar situações de ensino. Acreditávamos também, que essas antecipações seriam úteis para formadores e pesquisadores no sentido de compreender melhor as metodologias e identificar elementos de análise a priori dos professores. Essas antecipações também seriam úteis aos professores-cursistas, pois permitiriam que eles pudessem fazer uso delas para analisar e comparar com os problemas surgidos e com as soluções encontradas nos diferentes momentos da prática, possibilitando assim, que eles pudessem refletir sobre sua prática.

Acreditávamos ainda que, para que um curso de formação de professores tenha de fato qualidade, ele precisaria ser integrado com a prática pedagógica do professor-cursista. Assim, buscamos integrar a situação de explicitação das antecipações dos professores com as fases de Reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica de Shön. Como estávamos interessados em observar alguns elementos da formação numa situação de EaD e também identificar contribuições e limites de um ambiente EaD para a explicitação das antecipações, buscamos integrar a idéia à Teoria do *Estar Junto Virtual*, como espaço formativo.

Assim, a idéia básica foi solicitar que cada professor participante elaborasse uma situação de ensino para outro aplicar. Dessa forma, achávamos que o professor teria que explicitar mais suas antecipações. No entanto, não poderia ser qualquer situação de ensino, pois nos interessava também analisar as metodologias utilizadas pelo professor no desenvolvimento de um conteúdo específico, no caso, o estudo das Simetrias. Mais ainda, queríamos analisar essa metodologia numa situação de ensino de simetria com Geometria Dinâmica.

Através das análises realizadas, podemos apresentar algumas conclusões e respostas às nossas indagações iniciais. Veremos isso a seguir.

Como a antecipação dos professores poderia ser usada em cursos de formação via EaD, contribuindo para a formação de professores reflexivos?

Apesar de não termos desenvolvido especificamente um curso de formação de professores, notamos, através das análises, vários momentos que evidenciaram aprendizado por parte dos professores que participaram da pesquisa. Foram vários momentos de tomadas de consciência, o que pode ter gerado mudanças nas suas práticas. Isso, de certa forma, evidencia uma formação continuada do professor.

Através das análises, pudemos perceber que a técnica permitiu maior explicitação das antecipações e que essas podem contribuir para o desenvolvimento das fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica, sobretudo nos aspectos a seguir:

- fizeram com que os professores explicitassem mais e de forma detalhada seus modelos didáticos;
- fizeram com que os professores tentassem prever possíveis dificuldades dos alunos, buscando formas de minimizá-las;
- os professores puderam confrontar suas antecipações com as ações no momento da aula, possibilitando maiores reflexões quanto sua prática pedagógica. Nessas reflexões, os professores puderam tomar consciência quanto as suas falhas e dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Tal tomada de consciência pode fazer com que o professor procure mudar suas metodologias e estratégias de ensino.

Dessa forma, vemos que as antecipações podem contribuir para a formação de professores reflexivos na perspectiva do *Estar Junto Virtual*. No entanto, é preciso fazer com que os professores explicitem mais. Sejam mais detalhistas e busquem prever mais os possíveis problemas que podem ocorrer no momento da aula, pois, parece que os professores não explicitaram mais por não terem compreendido como isso deveria ser feito. Assim, é preciso criar instrumentos de forma que o professor compreenda melhor e registre mais suas antecipações. Um exemplo de como isso pode ser feito está na tabela a seguir:

Atividade	**Antecipações (possíveis soluções e dificuldades dos alunos)**	**Comentários e estratégias para superar as dificuldades**

Tabela 2 – Sugestão de modelo para o registro das explicitações dos professores

Tal instrumento poderia contribuir para que os professores explicitassem mais suas antecipações e compreendessem melhor como elas poderiam ser feitas.

Como as antecipações poderiam ser usadas por pesquisadores, buscando uma melhor compreensão dos modelos didáticos dos professores?

Por meio das análises, pudemos perceber que as antecipações podem ser usadas para:

- identificar implicitamente elementos da Teoria das Situações Didáticas, tais como contrato didático e fases da construção do conhecimento;
- analisar como o professor lida com as dificuldades didáticas e conceituais. Até mesmo com as dificuldades operacionais no manuseio de um software educativo;

Com essas possibilidades, pesquisadores podem compreender melhor os modelos didáticos dos professores. Dessa forma, podem encontrar explicações para possíveis dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. De posse da compreensão dessas dificuldades, podem buscar alternativas para minimizá-las.

Como as ferramentas de EaD poderiam contribuir para a explicitação, descrição e documentação das antecipações dos professores? E como contribuiriam para o debate antes e após a aplicação?

Através das análises, percebemos que os professores não tiveram grandes dificuldades para manusear o Moodle. No entanto, não pudemos fazer muitas análises, buscando verificar limites e contribuições da ferramenta para cursos de formação continuada de professores de matemática. Esperávamos que os professores usassem mais a plataforma, porém, a exploração se limitou aos poucos momentos antes e após a aplicação. Acreditávamos que eles usariam a ferramenta para discutirem mais sobre as atividades e nessas discussões tentariam integrar o Cabri. Talvez essa integração não se deu pelas próprias limitações do Moodle e do Cabri que não permitem que eles possam interagir numa mesma tela. O professor Ricardo percebeu esse limite e exemplificou bem isso quando disse: "*gostaria de plotar um gráfico e você ver ele daí. Que você mexesse nele e me mandasse de volta*".

De qualquer forma, as ferramentas permitiram as explicitações das antecipações de forma escrita, permitindo também que os professores pudessem anexar diversos tipos de arquivos. Além disso, as ferramentas armazenaram textos, arquivos, diálogos, possibilitando que os professores pudessem ler, reler, refletir e até mesmo reescrever sobre o que disseram antes. Permitiu ainda que o diálogo pudesse ser contínuo, sem que fatores como Tempo e Espaço fossem empecilhos.

Novas questões e novos desafios

Como dissemos no tópico 1.4 (Definição do problema), nossa primeira idéia para o mestrado era elaborar, experimentar e analisar uma proposta de formação de professores via EaD para o ensino da geometria, usando tecnologias da computação e da comunicação. Para atingir esse objetivo, desenvolveríamos um curso de geometria, via EaD, para professores das séries iniciais. Como explicamos nesse mesmo tópico, isso não foi possível ser feito naquele momento. Então voltamos nosso foco para investigar alguns pontos necessários ao desenvolvimento do curso com os propósitos que desejávamos e poder implementá-lo num trabalho futuro. Assim, nesta pesquisa, buscamos investigar uma proposta de metodologia de curso via EaD: Formação de Professores Reflexivos segundo a abordagem do Ciclo da Prática Pedagógica na perspectiva do *Estar Junto Virtual*. Objetivando trazer contribuições para essa metodologia, buscamos integrar uma técnica. Outro ponto que buscamos investigar foi os recursos que podem ser utilizados na implementação do curso. Investigamos a utilização de um programa de Geometria Dinâmica (Cabri-Géomètre II) e uma plataforma para EaD (Moodle). Após as análises dos dados, constatamos que a técnica e tais recursos podem de fato trazer contribuições para a metodologia. No entanto, já temos uma questão relacionada às possíveis dificuldades para se implementar a proposta (tal questão nos leva a diversas outras questões):

Como implementar a proposta para um grupo com vários professores e em diferentes regiões do país?

Nesse caso, são várias as possíveis dificuldades. Uma delas é que a situação elaborada pelo professor teria que ser aplicada a distância. O professor e o formador também teriam que acompanhar a aplicação a distância. Como o Moodle poderia permitir que o professor pudesse acompanhar o processo de resolução dos alunos em tempo real? Como o professor poderia tirar as dúvidas? Por exemplo, nas possíveis dificuldades que os alunos tivessem no manuseio do Cabri, como os professores poderiam ajudá-los apenas com os recursos Chat e fórum? Poderia ser sugerido que a situação fosse aplicada presencialmente. Dessa forma, o professor que elaborou, os colegas e o formador poderiam acompanhar através de vídeo conferência. Mas tal recurso poderia dar conta da riqueza de detalhes da aula?

Dessa forma, percebemos que muitas das dificuldades para se implementar a proposta estão relacionadas aos limites tecnológicos. É preciso adicionar novos recursos às plataformas atuais. É preciso criar novos recursos e para isso não basta apenas a competência do técnico. É necessário que haja um trabalho em conjunto entre desenvolvedores, professores e pesquisadores para o desenvolvimento de tais instrumentos e recursos. O desafio é grande, mas a urgência é maior ainda.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Abraão Juvêncio de. **Simetria de rotação:** uma seqüência didática com o Cabri-Géomètre. 2000. 182 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Educação)-UFPE, Recife, 2000.

BELLEMAIN, F. G. Geometria Dinâmica: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design. 4., 2001, São Paulo: **Anais...**São Paulo: Usp, 2001. p. 1314-1329.

BELLEMAIN, F. G. O Paradigma Micromundo. IN: LUIZ MARIANO CARVALHO; LUIZ CARLOS GUIMARÃES. (ORG.). **História e tecnologia no ensino de matemática**. Rio de Janeiro: IME-UERJ, 2003, V. 1, P. 49-60.

BELLEMAIN, F. G.; CORREIA, A. M. Geometria Dinâmica: fundamentos epistemológicos. In: EGraFIA 2004, Rosário (Argentina), 2004.

BELLO, Walmir Rodrigues. **Possibilidades de construção do conhecimento em um ambiente telemático: a**nálise de uma experiência de matemática em EaD. 2004. 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-PUC, São Paulo, 2004.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Editora Porto, 1994. 335 p.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Prefácio: Isaac Asimov. Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. 496 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF. 1997

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF. 1998. 148 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. 3. ed. Brasília: MEC/SEF. 2001. 142 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 2. vol. Brasília: MEC/ Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p.

BRANDÃO, L.O.; ISOTANI, S. Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na internet: *i*Geom. In: Workshop de informática na educação, 9., 2003, Campinas: **Anais ....** Campinas:UNICAMP, 2003. p.1476-1487.

BKOUCHE R. Enseigner la geometrie, Pourquoi? Reperes nº1, Topiques Editions, Pont a Mousson, 1990,França.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In: Jean Brun (organizador). **Didácticas das Matemáticas**. Portugal: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1, p. 35-113.

CARRAHER, D. W. Aprendizagem de conceitos matemáticos com o auxílio do computador. In ALENCAR, E. S. **Novas contribuições da psicologia aos professores de ensino e aprendizagem.** São Paulo: Cortez, 1992. p.169-201.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Marianna, GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vas de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001. 336 p.

DE PIETRO, J.-F.; ERARD, S.; KANEMAN-POUGATCH, M. **Un modèle didactique du "débat":** de l'objet social à la pratique scolaire. **Enjeux**, v. 39/40, p. 100-129, 1996/1997.

DEMO, P. **Pesquisa: princípio científico e educativo.** 7 ed. São Paulo: Cortez. 2000. (Biblioteca da Educação. Série 1. Escola; v.14). 120 p.

FERREIRA, E. M. B. **Ensino e aprendizagem de geometria em ambientes geométricos dinâmicos:** O tema de geometria do plano no 9º ano de escolaridade. 2005. 280 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Educação - Universidade do Minho, Minho, 2005.

FREIRE, F.M.P & PRADO, M.E.B.B. Professores Construcionistas: a formação em serviço. In: VII Congresso Internacional Logo e I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, RS: **Anais**: Porto Alegre, LEC/UFRGS, 1995.

FULLAN, M. & HARGREVES, A. **A Escola como organização aprendente: buscando uma educação de qualidade**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. 136 p.

GRAVINA, M. A. Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In : VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, MG: **Anais**: MG, SBC,1996. p. 1-13.

JONASSEN, David. O uso das novas tecnologias na educação a distância e a aprendizagem construtivista. In: **Revista Em aberto sobre Educação a Distância**. INEP/MEC, v. 16, n. 70, p. 70-88, abr/jun. 1996.

KAHANE J. P. **L'enseignement des sciences mathematique, comission de reflexion sur l'enseignement des mathematiques**. Paris: Odile Jacob, 2002. 284 p.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, Blumenau, ano 3, n.4, p.3-13, 1 sem. 1995.

MADSEN, R. B. **Descobrindo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual Editora, 1998. 125 p.

MIORIM. M. A. Livros didáticos de matemática do período de implantação do movimento da Matemática Moderna no Brasil. In. CIBEM - Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, 5., 2005, Porto, Portugal. (Disponível em http://www.mytwt.net/cibem5/MyFiles/outros/Maria_Angela_Miorim.pdf > acessado em: 18/08/2006)

MOREIRA, Marcos Antônio. **Teorias da Aprendizagem**. São Paulo: EPU,1999. 195 p.

OLIVEIRA, Maria Marly. **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses.** Recife: Bagaço, 2003. 173 p.

PAIS, Luiz Carlos. Didática da matemática: uma análise da influência francesa. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 128 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3).

PAPERT, Seymor. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994. 210p.

PARAGUASSÚ, Lisandra. Governo quer ampliar sistema de educação a distância. **O GLOBO.** Rio de Janeiro, 26 de janeiro de 2003. Primeiro Caderno, p.2.

PAVANELLO, Regina Maria; **O abandono do ensino da geometria:** uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Unicamp), Campinas, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil**: causas e conseqüências. **Zetetiké**, São Paulo, ano 1, p.7-17, mar. 1993.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica:** A geometria na sala de aula. 2000. 349 f. Tese (Doutorado em educação – Unicamp), Campinas, 2000.

PERRENOUD, P. **Práticas pedagógicas, profissão docente e formação:** Perspectivas sociológicas. Lisboa: Dom Quixote, 1993. 206 p.

PINHEIRO, Virgílio Athayde. **Geometografia 2.** Rio de Janeiro: Aula, 1986. 290 p.

PRADO, M. E. B. B. & VALENTE, J. A. A Educação a distância possibilitando a formação do professor com base no ciclo da prática pedagógica. In: Maria Cândida Moraes. **Educação a Distância:** Fundamentos e Práticas. Campinas, SP, 2002. Cap 2, p. 27-38.

REY, González. **Pesquisa qualitativa em psicologia: caminhos e desafios**. Tradução: Marcel Aristides Ferrada Silva. São Paulo: Thomson Pioneira, 2002. 188 p.

RODRIGUES, D. W. L. **Uma avaliação comparativa de interfaces homem-computador em programas de geometria dinâmica**. 2002. 161 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Ergonomia-UFSC), Santa Catarina, 2002.

SANTOS, A. C. C. **Recursos didáticos e as representações da geometria espacial em nível das séries iniciais do Ensino Fundamental**. 2003. 186 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Educação)-UFMS, Campo Grande, 2003.

SILVA , E. B. **O impacto da formação nas representações sociais da matemática:** O caso de graduandos do curso de pedagogia para o início de escolarização. 2004. 332 f. Dissertação (Mestrado em Educação – UnB), Brasília, 2004.

SCHÖN, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos. In Nóvoa, A. (coord.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa, Portugal, 1992. p. 77-91: Publicações Dom Quixote Instituto de Inovação Educacional.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002. 325 p.

VYGOTSKY, L. S. **Formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução: José Cipolla Neto [et. Al]. São Paulo: Martins Fontes, 1994. 191p.

POSFÁCIO: O INTERESSE PELA PESQUISA

Para poder justificar o interesse por este trabalho, faz-se necessário reportar a minha trajetória pessoal. Desde criança, a minha matéria predileta era matemática. Essa foi a que sempre tive mais facilidade. Adorava resolver os exercícios, fazer as continhas, saber a tabuada na ponta da língua, etc. A matemática para mim era um desafio, a ponto de competir com colegas para ver quem tirava as melhores notas. Porém, tal facilidade não me levou a escolher o curso de matemática para fazer vestibular. Naquele momento, eu sabia que teria que escolher algo ligado à matemática, porém não me passava pela cabeça escolher exatamente esse curso, pois não pensava em ser professor. Nem mesmo achava que tinha habilidade para isso. Então, o primeiro vestibular que fiz foi para Ciência da Computação. Apesar de naquele momento não saber nem mesmo ligar um computador, escolhi tal curso por me falarem que ele envolvia muita matemática e que era ideal para os amantes dessa disciplina. Não passei nesse 1° vestibular que prestei para Ciência da Computação na UnB. Durante o período do pré-vestibular, no ano seguinte, pensei em fazer o vestibular para Matemática pois, caso passasse, poderia mudar depois para computação e aproveitar as disciplinas que havia cursado. Foi o que fiz. Passei no vestibular e entrei no curso de Matemática, no 2° semestre de 1996.

No 1° semestre, cursei algumas disciplinas da Matemática e uma da Computação: "Introdução a Ciências da Computação". Tal disciplina era obrigatória para os alunos de Matemática. Gostei dela, mas não a ponto de achar que o curso de Ciência da Computação era o que realmente queria. Já em relação às disciplinas da matemática, eu havia me identificado mais. Porém, ainda não tinha certeza se era mesmo o que queria, pois tinha certeza que não levava jeito para ser professor. A vida acabou me surpreendendo.

Já no segundo semestre de curso, fui convidado para estagiar numa escola na qual cursei meu Ensino Médio. No estágio, teria que acompanhar as aulas dos professores durante o meio de semana e ficar num plantão de dúvidas no sábado. Naquele momento, comecei a perceber que levava algum jeito para ser professor. O fato de vários alunos virem aos sábados para tirarem dúvidas comigo me contagiou muito. Durante as aulas que acompanhava, ficava elaborando maneiras de explicar de forma que o aluno pudesse compreender mais facilmente. No sábado, eu aplicava tais maneiras nos atendimentos aos alunos. Aí chegou um momento no qual já não podia mais fazer atendimento individual no plantão de dúvidas, devido à grande quantidade de alunos que estava vindo. Então tive que ir para frente do quadro, peguei o giz e ali dei aula para a minha primeira turma. Foi fascinante. Naquele momento, vi que tinha superado um dos maiores bloqueios da minha vida, pois minha timidez nunca me deixava à vontade em situações onde eu era "centro das atenções". Mas ali eu estava totalmente à vontade. Sentia-me bem. Comecei a perceber que ali era o meu lugar.

Fui continuando no estágio, sempre na mesma condição de acompanhar as aulas e depois dar o plantão de dúvidas. Até que um dia, o coordenador me pegou de surpresa, falando que o professor de Matemática não poderia estar presente. Perguntou se me sentia seguro para substituí-lo. Tenho que admitir que seguro mesmo eu não estava. As pernas tremeram na hora. Seria a 1ª vez que entraria como professor, no horário regular e com turma cheia. Mas não hesitei em aceitar na hora. As aulas que dei naquele dia foram boas. Já no semestre seguinte, o diretor da escola me deu umas turmas de Matemática, assumindo assim a condição de professor efetivo. Foi assim que me tornei professor.

De uma maneira geral, os professores acabam explicando os conteúdos aos seus alunos da mesma forma como aprenderam. Não posso negar que tive vários professores inspiradores e que hoje muitos deles são pessoas nas quais eu busco me espelhar. No entanto, sempre gostei de preparar minhas aulas. Gosto de planejar e de criar maneiras diferentes e mais simples para que o aluno possa compreender. Um exercício que faço é de tentar me imaginar no lugar do aluno na hora de uma explicação que farei. A partir daí, busco visualizar quais seriam suas possíveis dúvidas e o que seria difícil para eles entenderem. Depois, busco desenvolver maneiras de fazê-los compreenderem, seja buscando outras formas de explicação ou usando recursos didáticos. Esses foram os meus primeiros exercícios de antecipação.

Um tema que achava difícil trabalhar com os alunos era o de Geometria, apesar de ser o campo da Matemática de que sempre gostei mais. Muitas vezes, minhas tentativas de fazer compreender tal tema era em vão. Buscando encontrar as causas disso, percebi que entre elas, a questão da visualização era uma das principais. Muitas vezes, os alunos não conseguiam compreender as definições, propriedades e resolver os problemas porque não conseguiam visualizar o objeto geométrico e suas propriedades. Conseqüentemente, não conseguiam compreender os conceitos geométricos. E para piorar, percebi que o problema não estava somente neles. Estava também em mim, pois não sabia representar bem os conceitos e propriedades das figuras geométricas, através do desenho, recurso esse, fundamental para a compreensão dos conceitos geométricos. Nesse momento, reportei aos meus tempos de Ensino Fundamental e Médio, tentando lembrar como aprendi geometria e como os meus professores me ensinaram. Percebi que todos eles, tinham muita habilidade para desenhar. Faziam verdadeiras pinturas no quadro. Adorava ver os desenhos dos sólidos geométricos no quadro. Como era fácil compreender quando o professor desenhava no quadro! No entanto, para resolver um problema de geometria, eu nunca usava do artifício de desenhar. Eu imaginava a figura com os dados do problema e passava para o papel apenas os cálculos com a solução. Porém, agora na condição de professor, eu não poderia fazer meus alunos compreenderem, apenas pedindo para eles "imaginarem e passarem os cálculos para o papel". Eu precisava representar as figuras através do desenho. Isso era um martírio, porque usando instrumentos (lápis, régua, compasso, papel, borracha, etc), mesmo sozinho, sem ninguém me olhando, eu já achava difícil. Numa situação onde estavam 40 alunos me vendo desenhar era ainda mais difícil. Era comum, ao término do desenho, eu começar a explicação dizendo "suponham que este desenho representa um...". Os alunos, com muita boa vontade e entendendo a minha total inabilidade para desenhar, tentavam supor como eu pedia.

Essa inabilidade fez com que eu procurasse outros recursos para explicar os assuntos de geometria. Usava transparências e materiais concretos, tais como sólidos geométricos construídos. Mas, mesmo com materiais que substituíam o desenho ou que ao menos suprisse a minha falta de habilidade, os alunos ainda sentiam muita dificuldade para aprender os assuntos relacionados à geometria. Foi quando no 4° semestre do curso, comecei a cursar a disciplina de Geometria I. Tal disciplina tinha 6 créditos e era ministrada em 3 dias da semana, sendo que dois dias eram de aulas teóricas e um dia de aula no Laboratório de Informática. Foi nessas aulas no Laboratório de Informática que tive o primeiro contato com a Geometria Dinâmica, conhecendo o Cabri-Géomètre I. Posso dizer que foi paixão à primeira vista! Um dos motivos para isso foi quando percebi que, a partir daquele momento, ter habilidade para desenhar não seria imprescindível para que os alunos entendessem minha explicação. Não que a figura deixasse de ser essencial na explicação, mas para obtê-la, usando o Cabri, teria “apenas” que saber as propriedades dela. Ou seja, sabendo as propriedades da figura geométrica, bastava apenas ter habilidade com o *mouse*, dar alguns cliques e pronto: ali estava a figura na tela do computador. E o melhor: se quisesse mostrar a figura de outra maneira, eu não precisaria, necessariamente, fazer novamente. Bastava movimentar alguns objetos na tela. Com o passar do tempo e muito estudo sobre o programa, passei a perceber que as vantagens do Cabri não se limitavam apenas às colocadas anteriormente. Isso me motivou a estudar ainda mais.

Em 1999, tive o primeiro contato com a área de Educação Matemática, quando participei do 1° EBREM (Encontro Brasiliense de Educação Matemática). Naquele momento, comecei a perceber uma área pela qual poderia me interessar. Mas foi somente no ano de 2000 (quase final do curso), quando cursei a disciplina “Matemática para início de escolarização 1”, ministrada pela Prof. Dr. Cristiano Muniz, que percebi que ali de fato era onde queria atuar. Tal professor era também um entusiasta da Geometria Dinâmica e, percebendo minha motivação para o tema, sugeriu que montássemos um Grupo de Estudos sobre Cabri. O grupo não avançou muito, mas foi fundamental para que despertasse em mim o interesse pela pesquisa. No final do ano de 2000, me formei e tinha decidido o que queria fazer a partir dali: Mestrado na área de Educação Matemática, pesquisando o uso da Geometria Dinâmica na Educação.

Apesar da vontade de me engajar no mestrado logo após a graduação, não foi possível entrar naquele momento. No entanto, continuei estudando muito o Cabri e desenvolvendo formas de levá-lo para a sala de aula. A convite do Prof. Cristiano, ministrei várias oficinas de Cabri para professores. Era bastante motivador trabalhar nessas oficinas. Os professores se encantavam muito com as possibilidades do programa. Mas apesar disso, eles não o aplicavam aos seus alunos. Procurando entender o porquê disso, conversei com alguns professores. Era comum eles me dizerem que, apesar de acharem que o programa tinha muitas vantagens, era difícil e até mesmo inviável a sua aplicação. Vários eram os argumentos deles para isso, mas o que se destacava era a falta que eles sentiam de um material didático voltado para o aluno, material esse que pudesse auxiliar o trabalho do professor com os alunos, nas aulas com o Cabri. A partir daí, começou a germinar a idéia de escrever um livro de aplicações para o Cabri que pudesse suprir essa carência do professor.

Em 2001, soube que um dos pais da Geometria Dinâmica tinha se mudado para o Brasil (Franck Bellemain). Ele estaria no VII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) no Rio de Janeiro. Reuni todos os meus trabalhos relacionados ao Cabri, me inscrevi na oficina que o Franck ministraria e fui para o Rio. Levei algumas construções fractais que tinha feito no Cabri e no Geometriks (outro software de Geometria Dinâmica). Fractal é um tema que sempre me fascinou e, até então, não tinha visto nenhum trabalho com Geometria Dinâmica nessa área. Achei que poderia fazer um trabalho interessante com tal tema na área de Educação Matemática. Esperava encontrar lá alguém que topasse trabalhar isso comigo. Alguém que pudesse me orientar. A idéia despertou o interesse de alguns pesquisadores, a ponto de ter motivado uma discussão sobre o assunto num GT (Grupo de trabalho) sobre Novas Tecnologias. Esse encontro foi ótimo, pois pude conhecer e manter contato com vários pesquisadores. Pude também entender melhor "o que é" e "como se" pesquisa em Educação Matemática. Serviu para eu ter certeza em que campo queria pesquisar: "Novas Tecnologias na Educação Matemática". A idéia de escrever cresceu ainda mais quando não descobri nesse encontro, nenhum livro com o propósito que procurava.

Depois do encontro, continuei mantendo contato com o Franck. Mandei para ele algumas dúvidas, sugestões e bugs que havia encontrado no Cabri. Talvez isso, somado ao meu interesse em trabalhar na área, tenha colaborado para ele me convidar para ser *debouguer* da nova versão do Cabri II que estava sendo desenvolvida. Isso me deixou muito orgulhoso e me deu mais ânimo para trabalhar, dando-me ainda, mais confiança para acreditar de fato na idéia do livro. Comecei a escrever.

Durante o período em que estava escrevendo o livro, percebi que não adiantaria muito escrevê-lo se o professor não soubesse usá-lo ou se não o aceitasse. A partir daí, comecei a validar cada capítulo ou atividade do livro com professores através de mini-cursos. Ou seja, cada parte do livro era testada com professores. Escutava as sugestões, via as falhas, a viabilidade e alterava o que era necessário. Assim publiquei (independente), no começo de 2002, a 1ª edição dos livros "Aprendendo Matemática com o Cabri-Géomètre II (volumes I e II)". No mesmo ano, essa edição foi utilizada com alunos por alguns professores de Brasília e também por mim. Experimentar o uso dos livros com alunos foi muito importante, pois pude perceber as falhas e os pontos onde poderia melhorá-los. Percebi também que muitos pontos que podiam estar claros para os professores, poderiam não estar para os alunos. Assim, tive que reescrevê-los e, em 2003, lancei a 2ª edição dos dois volumes. Essa edição foi usada por mim e vários outros professores, tendo resultados positivos. Em 2004, lancei a 3ª edição apenas para corrigir pequenos erros de impressão.

Escrever estes livros foi também um grande exercício de antecipação. Em todo momento, eu tentava me colocar no lugar dos professores e alunos que utilizariam os livros. Tentava imaginar e prever as possíveis dificuldades, buscando também maneiras de minimizá-las.

Durante o período em que estava escrevendo os livros, procurei estar sempre a par do que estava sendo feito na Área de Educação Matemática, pois sabia que não ficaria satisfeito apenas com a publicação dos livros. Assim, nesse período, fiz um curso de extensão universitária pela Unesp- Rio Claro, cujo título era "Tendências em Educação Matemática". Tal curso ampliou muito os meus conhecimentos a respeito da pesquisa na área. Depois disso, já tinha um tema para pesquisar: queria estudar as potencialidades da Geometria Dinâmica na exploração do estudo dos Fractais. Faltava apenas alguém para me orientar. Pensei em falar com o Franck, pois além de nos darmos bem, não poderia imaginar pessoa melhor para me orientar nesse tema. Conversamos e ele disse que se interessava em me orientar, mas naquele momento não poderia, porque não estava vinculado a nenhuma instituição de ensino superior no Brasil. Acordamos que ele seria meu co-orientador. Precisava agora, procurar uma instituição onde pudesse fazer o mestrado.

A Geometria Dinâmica ainda não é uma área de conhecimento reconhecida, ou seja, não existe uma linha de pesquisa voltada especificamente para Geometria Dinâmica. Então teria que procurar um mestrado que tivesse uma linha de pesquisa relacionada com Novas Tecnologias no Ensino. Pensamos em algumas possibilidades e contatamos algumas instituições. Mas não tínhamos nenhum lugar definido ainda. Uma coisa era certa: no ano de 2004 eu me mudaria de Brasília para fazer o Mestrado. Foi quando o Franck me escreveu falando da possibilidade de ele ser meu orientador oficial. Para isso, ele teria que ser aprovado num concurso para professor do Departamento de Desenho da UFPE. Assim, ele poderia ser meu orientador no mestrado em Ensino das Ciências da UFRPE. Esse programa de mestrado não tem uma linha de pesquisa específica relacionada com Novas Tecnologias no Ensino, mas tem a linha de pesquisa “Formação de Professores”. Era só adaptar a idéia inicial para “estudar as potencialidades da Geometria Dinâmica na exploração do estudo dos Fractais em um curso de formação de professores”. Mesmo com a incerteza com relação à aprovação do Franck no concurso e a minha no programa, larguei tudo em Brasília e, em 2004, me mudei para o Recife.

No começo de 2004 o Franck foi aprovado e, no final deste mesmo ano, fui aprovado na Seleção de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UFRPE. Como foi percebido na dissertação, o tema mudou bastante, mas considero que foi uma mudança para melhor. Estou muito feliz com o desenvolvimento da pesquisa e o trabalho não parará por aqui. Ainda há muito que fazer!

APÊNDICE A: Questionário de Caracterização

Este questionário preservará seu anonimato. As informações de caráter pessoal serão extremamente importantes para a análise de nossos resultados, por isso com sua colaboração.

1) Dados Pessoais:
Nome:..
Data de nascimento:......./....../.......
Naturalidade:............
Sexo: M (   ) F (   )
Estado Civil:
(   ) solteiro (   ) casado
(   ) desquitado (   ) outros
Tem filhos: S (   ) N (   )

2) Formação Acadêmica:

Nível de Instrução	Curso/habilitação	Ano de Início/término	Instituição/cidade
2° grau			
Graduação			
Especialização			
Mestrado			
Outros			

a) Já fez algum curso via EaD (Educação a Distância) ? S (   ) N (   )

b) Durante sua formação acadêmica, você teve alguma disciplina específica de informática ou informática educativa? S (   ) N (   )

3) Formação Profissional

a) Há quantos anos você trabalha na área de educação como professor? ....anos completos
b) Em quais níveis? Quanto tempo ?
(   ) Educação Infantil **....anos**   (   ) Ensino Fundamental **....anos**
(   ) Ensino Médio **....anos**   (   ) Ensino Superior **....anos**
c) Em qual (is) tipo de escolas você tem trabalhado nos últimos anos?
(   ) Particular   (   ) Estadual (   ) Municipal (   ) outros............................
d) Qual a sua jornada de trabalho semanal ? ....
e) Exerce outra profissão além de professor (   ) Não   (   ) Sim, ...

4) Informações técnicas

a) A escola onde você trabalha possui laboratório de informática?
Particular S (   ) N (   )
Estadual S (   ) N (   )
Municipal S (   ) N (   )

Outros S ( ) N ( )

b) Caso a escola possua laboratório, esse possui acesso a internet? S ( ) N ( )
c) Caso a escola possua laboratório, esse possui programas educativos ligados ao ensino de matemática?( ) não ( ) sim.Quais ?
....
....

d) Utiliza o computador no seu dia a dia? S ( ) N ( )
e) Caso sua resposta ao item anterior seja "sim", assinale os aplicativos que utiliza:

( ) internet ( ) editor de textos ( ) Planilhas eletrônicas
( ) correio eletrônico ( ) outros ....

f) Utiliza instrumentos para comunicação em tempo real via internet?
( ) Não
( ) Sim

e) Caso sua resposta ao item anterior seja "sim", assinale os instrumentos que utiliza:

( ) MSN ( ) ICQ ( ) Google Talk
( ) salas de bate-papo ( ) outros ....

5) Informações sobre sua prática pedagógica

a) Caso tenha cursado, na sua formação acadêmica, alguma disciplina associada a informática educativa, ela contribuiu para sua prática? Justifique

b) Qual a sua opinião em relação ao uso da informática educativa no ensino de matemática?

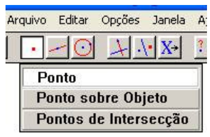
c) Conhece programas de Geometria Dinâmica ? Quais ? Já usou com alunos? Quais temas explorou ? Acredita que eles contribuíram para o processo de ensino e aprendizagem com seus alunos?

APÊNDICE B: Situação elaborada por Ricardo para Evandro

Atividade 01 (brincando de gira-gira)

No Cabri, uma maneira de fazer objetos geométricos "girarem" .

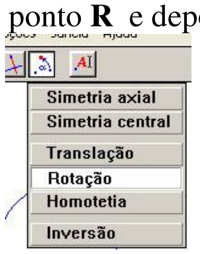
- Abrir o arquivo **01.men**
  - Precisamos que os objetos girem ao redor de algo. Para isso criaremos um ponto



Clique sobre a área branca do programa e digite **C**
Após criarmos o ponto para servir de centro **C**, vamos criar o ponto **R** que vai sofrer a rotação.

- Precisamos ainda dizer ao Cabri, qual o ângulo que **R** deve girar:

Clique sobre a edição numérica e anote o número 47. Pressione (juntas) as teclas control e U para escolher a medida em graus. Em seguida use a ferramenta de rotação (clicar sobre o ponto **R** e depois sobre o ponto **C**).



Você pode mudar o ângulo de rotação clicando (duplo clique) sobre a medida do ângulo.
Tente colocar o rastro do *simétrico* do ponto **R** para conferir o *lugar geométrico* que ele produz quando você modifica o ângulo.

Perguntas: (não vale usar o Cabri antes de responder)

1) Se usarmos um segmento de reta no lugar do ponto **R** qual será a figura desenhada pelo rastro dele?

___

2) Seria correto afirmar que rotacionando um segmento, todos os pontos do mesmo sofrerão a mesma rotação? Tente justificar.

___
___
___

3) Abra o arquivo 2.fig . O segmento simétrico $\overline{AB}$, após sofrer uma rotação de 30º, terá quantos pontos em comum com a reta **r**? e a circunferência?

___
___
___

4) Depois de usar o Cabri, **para conferir suas respostas**, tente justificar por que você errou (caso isso tenha acontecido).

___
___
___

(comentários feitos por Ricardo sobre as questões)

As atividades do passo a passo demandam apenas conhecimentos básicos de uso de software e têm por objetivo familiarizar o aluno com as ferramentas necessárias para o uso de simetria de rotação. As perguntas sugeridas têm por objetivo sugerir o aluno a conclusão de que um objeto, após sofrer a simetria, têm todos os seus pontos rotacionados com a mesma propriedade. O problema que inspirou a atividade inteira (último arquivo do Cabri) tem uma solução a partir dessa idéia.

Quanto às possíveis respostas:
Questão 1

Além da coroa circular (ou algo que signifique isso) pode ser que o aluno indique algo que revele a concepção do que apenas os pontos A e B formarão o rastro.

Questão 2

Não há uma distância invariável entre os pontos do segmento e seus respectivos simétricos. Isso pode conflitar com a concepção de simetria de translação, quando todos os pontos guardam uma mesma distância após a reflexão.

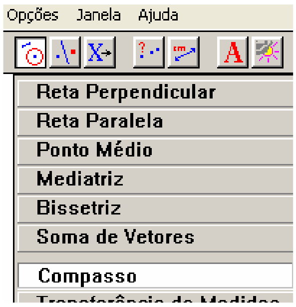
Questão 3

Aproximando mais ainda do problema que motivou a criação das atividades, essa questão tenta induzir o aluno o estabelecimento de propriedades adicionais aos pontos da figura simétrica a uma figura dada. Neste caso, além do ponto corresponder à simetria deve pertencer a uma reta dada. Seria interessante explorar o número de possibilidades de intersecção entre o simétrico e a reta dada.

Abrir o arquivo 02.men e, em seguida, o arquivo 03.fig

1) Usando simetria de rotação, construir um triângulo sendo dadas as medidas de dois dos lados e a medida do ângulo entre ambos.
med(BÂC) = 47º

(sugestão) Crie uma reta suporte e use a ferramenta compasso para transportar as medidas de AB e AC.



(comentários feitos por Ricardo sobre as questões)

Poderíamos usar um polígono regular (como o usual) para criar a atividade e explorar a localização do Centro de rotação. Mas o objetivo final é a resolução do problema seguinte, por isso a inclusão dessa atividade sugerindo um método para criar o triângulo a partir da simetria.

Abra o arquivo 04.fig

2) Dadas **r** e **s,** duas retas quaisquer e um ponto **P** qualquer criar um triângulo eqüilátero com vértices em **r**, **s**, e **P.**

Confira sua solução usando a ferramenta *distância e comprimento* e movendo o ponto **P.** Descreva sua solução:

:

(comentários feitos por Ricardo sobre as questões)

Situação problema final da atividade em que o aluno terá que conceber a solução a partir da propriedade de que os vértices do triângulo eqüilátero devem sofrer uma rotação de 60º e que têm que pertencer a uma reta dada. Parece difícil prever as soluções dos alunos mas creio que eles devem testar o uso de bissetrizes e retas paralelas. Por isso deixei o menu livre nessa atividade (e na anterior).

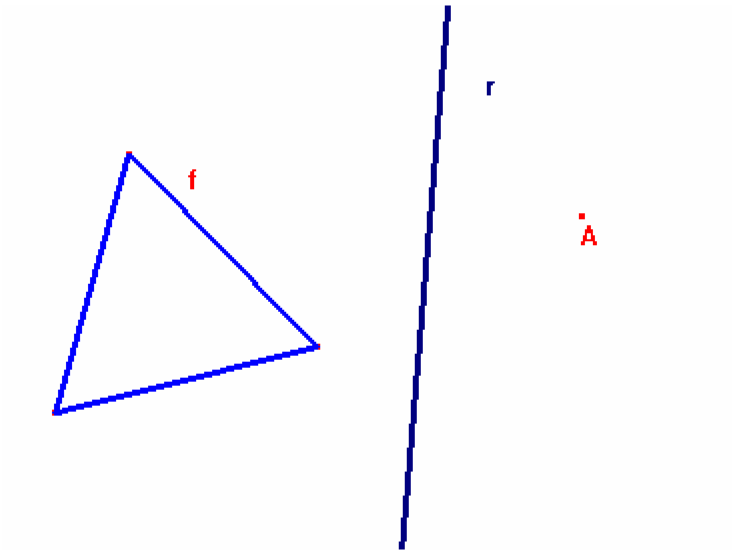
APÊNDICE C: Situação elaborada por Evandro para Ricardo

Colégio:____
Aluno (a): ___________________________Série:__Data:

ATIVIDADE

Vamos explorar um pouco o *Cabri-Géomètre* !

1)



a) Utilizando a figura que encontra-se no arquivo_____________________, acione o menu ***Rasto On/Off*** , selecione o ponto ***A*** e em seguida produza o reflexo da figura ***f*** com relação a reta r.

b) Agora escolha um ponto sobre a figura ***f*** e chame-o de ***P***. Para isso use o ***menu Ponto sobre objeto***. Em seguida, utilizando o ***menu Reflexão Axial***, obtenha o reflexo do ponto ***P*** em relação a reta ***r*** e chame-o de ***P****.

c) Mova o ponto ***P*** e observe ***P****. O que você observou?

d) Agora utilizando a opção segmento, construa um segmento de reta ligando ***P*** a ***P**** e chame de ***X*** o ponto de interseção do ***segmento PP**** com a **reta r**. Depois utilizando novamente o ***menu segmento***, marque os segmentos do ponto ***P*** ao ponto ***X***, e de ***X*** a ***P*.***

e) Vamos medir os ângulos entre o segmento ***PX*** e a reta ***r***, e depois ***XP****** e a reta ***r***. Para isso use o ***menu Ângulo***

Medida do ângulo entre o segmento ***PX*** e a reta ***r***______________

Medida do ângulo entre a reta ***r*** e o segmento ***XP****______________

f) Agora meça os segmentos de retas ***PX*** e ***XP****. Use o ***menu Distância e Comprimento***.

Medida do segmento ***PX*** _______________

Medida do segmento ***XP**** _______________

g) Mova o ponto ***P*** e observe o que acontece com ***P**** e com os ângulos e segmentos medidos no item anterior. Comente o que você observou.

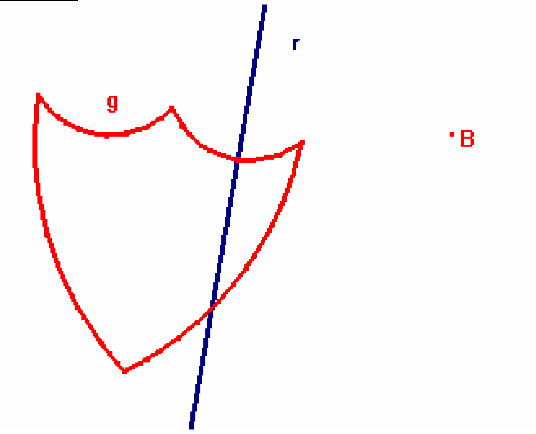
2) Desta vez, construa o reflexo da figura f utilizando o ***menu Reflexão Axial***. Para isso, acione o ***menu Reflexão Axial,*** em seguida selecione a figura a ser refletida e clique na reta r.

a) Mova o ponto ***P*** e veja ***P****. O que você observou?

b) Comente o que você percebeu ao explorar a figura construída através do ***menu Rasto On/Off*** e depois do ***menu Reflexão Axial***.

c) Movimentando a reta r ou a figura f, tente sobrepor f ao seu reflexo. Escreva o resultado de sua tentativa.

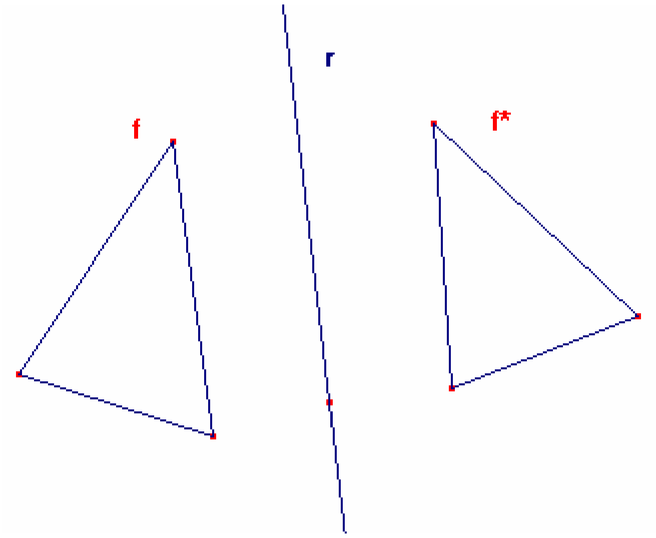
3) Refaça as questões 1 e 2 para figura g, que se encontra no arquivo ______________________________



3.1) Rasto On/Off

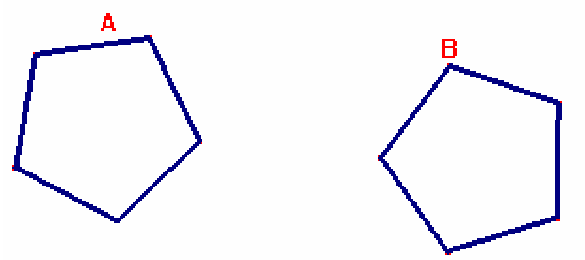
3.2) Simetria Axial

4) Durante a aula de Geometria, o professor de matemática pediu para que os alunos produzissem o reflexo de uma figura f em relação a reta r. Um certo aluno produziu a seguinte figura f*: (Arquivo___________________________)



Verifique se a figura f* produzida por esse aluno está correta. Justifique.

5) Agora, construa uma reta r, de modo que a figura B seja o reflexo da figura A em relação a r. (Abra o arquivo______________________________)



Descreva o procedimento que você utilizou para construir a reta r.

APÊNDICE D: Situação elaborada por Raquel para Diogo

ISOMETRIAS NO CABRI

ATIVIDADE 1- **Construção de uma malha de triângulos utilizando a função** *simetria*.

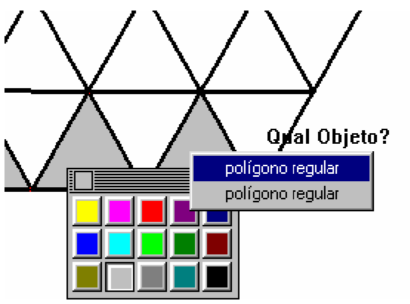
- Selecione a opção ***POLÍGONO REGULAR*** **(Janela 3)** e clique uma vez, arraste um pouco o *mouse,* clique outra vez. Gire o mouse até aparecer o triângulo e clique outra vez.

- Selecione a opção ***SIMETRIA AXIAL*** **(Janela 6)**, clique sobre o polígono (triângulo) e um dos seus lados. Clique sobre o novo triângulo e sobre um de seus lados. Continue esse processo até preencher toda a tela do Cabri.

- Selecione a opção ***PREENCHER*** **(Janela 11)** e preencha os triângulos com a cor que você quiser, clicando sobre um de seus lados.

Observações:

1) Você pode mudar a espessura da linha poligonal do triângulo. Para isso, selecione a opção ***ESPESSURA*** **(Janela 11)** e clique sobre o lado do triângulo.
2) Você pode mudar a cor da linha poligonal do triângulo. Para isso, selecione a opção ***COR*** **(Janela 11)** e clique sobre o lado do triângulo.
3) Você pode movimentar (diminuir, aumentar e girar) toda a malha. Para isso, selecione a opção ***PONTEIRO*** **(Janela 1)**, clique, segure e arraste um dos vértices (ou centro) do primeiro triângulo formado. Se você não sabe onde está o primeiro triângulo formado, selecione a opção ***EDITAR*** na BARRA DE MENU e clique sobre ***REVISAR CONSTRUÇÃO***. Veja onde está o primeiro triângulo formado.
4) Algumas vezes que você desejar preencher, mudar a espessura ou a cor da linha poligonal, poderá aparecer a seguinte mensagem: "Qual Objeto?" Isso significa que aquele lado (ou ponto) é comum a dois ou mais triângulos. Você deverá clicar. Aparecerá uma caixa como a seguinte:



Você deverá selecionar qual polígono (triângulo) deseja pintar. Eles aparecem na ordem em que foram construídos. Assim você terá que lembrar qual foi o que construiu primeiro.

5) A sua malha ficará mais interessante se você fizer os triângulos menores e em maior quantidade.

Matemática: Pavimentações e a matemática do mal

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO
da **Folha de S.Paulo**

Recobrir uma superfície plana com peças poligonais constitui uma das atividades mais antigas realizadas pelo homem.

Kepler foi o primeiro a estudar pavimentações do plano utilizando polígonos regulares. Em seus estudos, observou que polígonos regulares idênticos pavimentam perfeitamente um plano apenas se seus ângulos internos forem um divisor de 360.

O triângulo eqüilátero pode realizar uma pavimentação porque cada um de seus ângulos internos mede 60º (divisor de 360). O quadrado e o hexágono regular também pavimentam um plano porque possuem ângulos internos respectivamente iguais a 90 e a 120.

Pentágonos regulares não pavimentam um plano sem sobreposições ou cortes porque seus ângulos internos medem 108, que não é um divisor de 360. O triângulo eqüilátero, o quadrado e o hexágono regular são os únicos polígonos regulares capazes de pavimentar o plano. Pavimentações como essas são chamadas de periódicas uma vez que recobrem o plano repetindo um mesmo padrão.

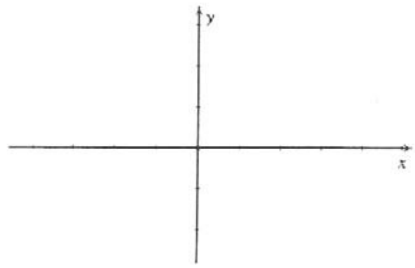
Roger Penrose, um importante físico-matemático, criou uma curiosa pavimentação aperiódica (não repete padrões) que envolve polígonos batizados de "pipa" e "seta" (ver figura 2). Como nem sempre o conhecimento é usado para o bem, a pavimentação de Penrose foi utilizada recentemente como padrão de textura em rolos de papel higiênico de uma conhecida marca. Uma vez que a pavimentação de Penrose não repete padrão, a idéia do fabricante era produzir um rolo de papel higiênico em que nunca houvesse sobreposição de perfurações.

O objetivo foi alcançado com 15% de papel a menos no mesmo volume de rolo. O caso está sob julgamento até hoje nos tribunais ingleses.

APÊNDICE E: Situação elaborada por Diogo para Raquel

Explorando: Transformações em Coordenadas Planas

Problema: *O que acontece com os valores das coordenadas de um triângulo construído no quadrante superior direito e, em seguida, transformado de diversos modos? Explore utilizando o Cabri Géomètre II para descobrir.*

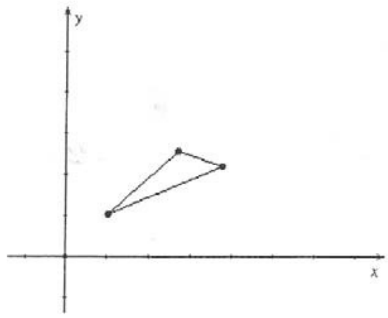


Prepare-se

1. Inicie o software (consulte a página 1-3), se necessário, ou selecione opção **Novo** no menu **Arquivo** se a janela de desenho já estiver sendo exibida. Será solicitado a salvar a sua atual construção se existente.

Mostre os eixos ortogonais de coordenadas

2. Selecione **Mostrar Eixos** na caixa de ferramentas **Desenhar** (último botão). O eixo aparece centralizado na tela de desenho.



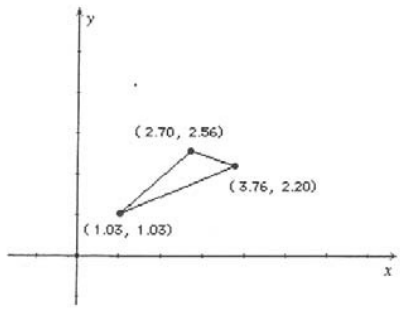
Construa um triângulo

3. Selecione a ferramenta **Triângulo** na caixa de ferramentas **Retas** (terceiro botão). Para construir um triângulo, mova o e clique uma vez em cada vértice. As retas são desenhadas automaticamente quando você define os vértices. Construa o triângulo da forma que desejar, mas sempre no quadrante superior direito.

Mostre as coordenadas de cada vértice

4. Selecione a ferramenta **Equação e Coordenadas** na caixa de ferramentas **Medir** (nono botão).

   Mova o em direção a qualquer vértice até que o e aparecer a mensagem **Coordenadas deste ponto**. Clique uma vez. Aparecem as coordenadas próximo ao ponto. Repita para os dois outros vértices. (Suas coordenadas podem não corresponder a aquelas mostradas aqui.)

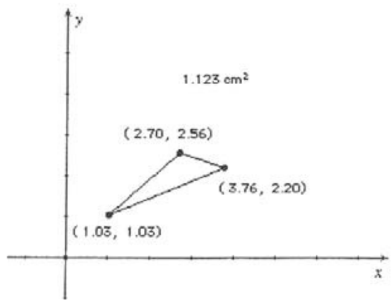


5. Reposicione as coordenadas para uma melhor visibilidade das coordenadas. Para tanto, selecione a ferramenta **Ponteiro** na caixa de ferramentas **Ponteiro** (primeiro botão). Mova o + em direção ao par de coordenadas até ver a mensagem **Este número**. Arraste as coordenadas distante do triângulo. Ela "resistem" por um momento mas, em seguida, permitem posicioná-las em qualquer local da tela de desenho. Repita o processo para as demais coordenadas.

Mostre a área do triângulo

6. Selecione **Área** na caixa de ferramentas **Medir** (nono botão). Mova o e direção ao triângulo até que apareça a mensagem **Este triângulo**. Clique uma vez. A área é calculada e mostrada.

7. Utilize a ferramenta **Ponteiro** para reposicionar a medida da área de modo que possa ver esta medida enquanto transforma e explora o triângulo.

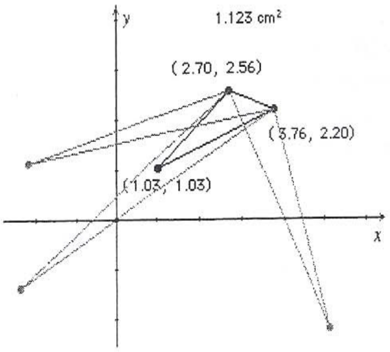


Transforme e explore o triângulo

8. Agora utilize a ferramenta **Ponteiro** para arrastar quaisquer dos vértices. Arraste para cada um dos demais quadrantes.

   E que acontece com os valores das coordenadas? E para a área?

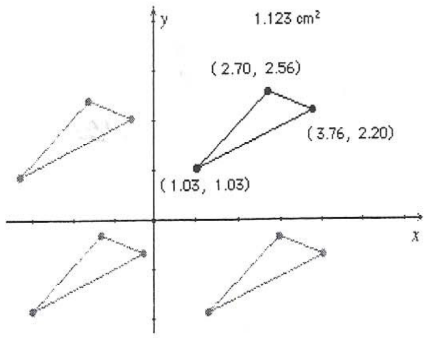
   Retorne o vértice para o quadrante superior direito.



9. Mova o + em relação a um dos lados do triângulo. Como o triângulo foi criado como um objeto, aparece a mensagem **Este triângulo**. Arraste o triângulo inteiro para cada um dos quadrantes.

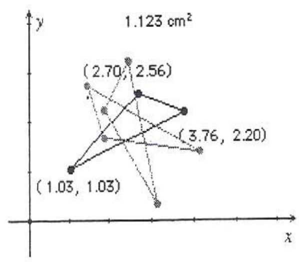
   E que acontece com os valores das coordenadas? E para a área?

   Retorne o vértice para o quadrante superior direito.



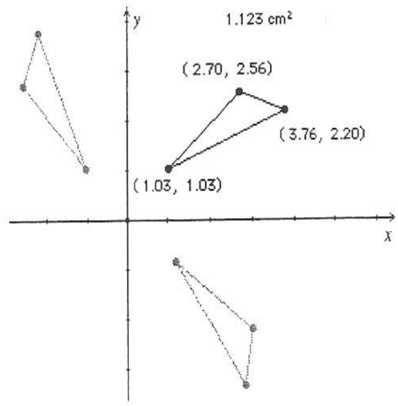
10. Selecione a ferramenta **Rotação** na caixa de ferramentas **Ponteiro** (primeiro botão). Arraste o triângulo (não um vértice), movendo o cursor em um movimento circular. O triângulo inteiro é rotacionado ao redor de seu centro geométrico.

    O que acontece com a área?

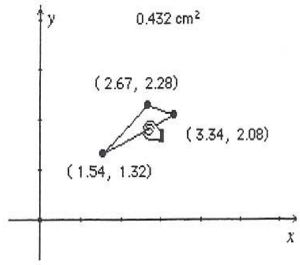


11. Você também pode rotacionar o triângulo ao redor de um ponto específico. Com a ferramenta **Rotação** selecionada, mova o + para a origem, até que o ☝ e a mensagem **Este ponto** apareçam. Clique no ponto selecionado. O ponto selecionado começa a piscar. Mova o cursor em direção ao triângulo. Quando aparecer a mensagem **Este triângulo**, arraste o triângulo em um movimento circular em torno da origem.

    O que acontece com os valores das coordenadas? A área se altera? Porquê ou porque não?



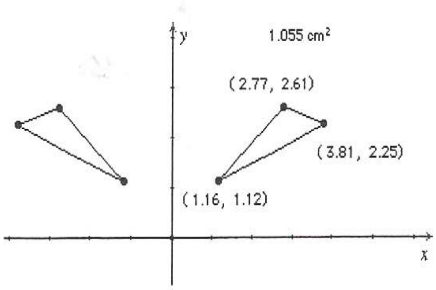
Transforme e explore o triângulo (continuação)



12. Selecione a ferramenta **Semelhança** na caixa de ferramentas **Ponteiro** (primeiro botão). Arraste o triângulo. se a origem ainda estiver selecionada, o triângulo se dilata em direção a e para longe da origem. O que isto provoca na forma e no tamanho do triângulo?

    Desselecione a origem clicando área em branco da tela de desenho. Agora crie o triângulo semelhante. O que acontece agora? (o triângulo se dilata em torno do seu centro geométrico.)

Explore a simetria axial e a central

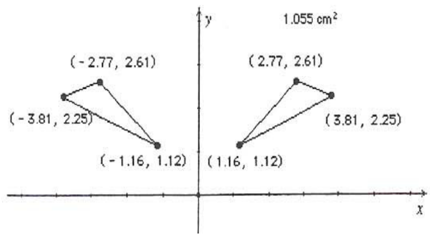


13. Arraste o triângulo de volta ao quadrante superior direito, se necessário.

    Selecione a ferramenta **Simetria Axial** na caixa de ferramentas **Transformar** (sexto botão).

    Para criar o semelhante do triângulo ao logo do eixo y, mova o até que apareça a mensagem **Criar simétrico deste triângulo** . Clique uma vez. Mova o para o eixo y e clique quando aparecer a mensagem **correspondente a este eixo**. O triângulo simétrico aparece no quadrante superior esquerdo.

14. Selecione a ferramenta **Equação e Coordenadas** na caixa de ferramentas **Medir** (nono botão), e adicione as coordenadas ao triângulo semelhante.



15. Selecione a ferramenta **Ponteiro** na caixa de ferramentas **Ponteiro** (primeiro botão) e tente arrastar o novo triângulo. O que acontece? Tente arrastar o triângulo original. O que acontece? (O triângulo semelhante é dependente do triângulo original e não pode ser movido separadamente.)

APÊNDICE F: ARTIGO 1

INVESTIGANDO UMA TÉCNICA PARA A EXPLICITAÇÃO DE ANTECIPAÇÕES DA PRÁTICA PEDAGÓGICA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA[13]

Jorge Cássio Costa Nóbriga (jcassio@geometriadinamica.mat.br)[14]
Franck Bellemain (f.bellemain@terra.com.br)[15]

Resumo: Neste trabalho, buscamos investigar os efeitos de uma técnica para a explicitação das antecipações das práticas pedagógicas de professores de matemática. Tal técnica foi aplicada com 4 professores, trabalhando em duplas. As antecipações podem ser úteis para formadores e pesquisadores no sentido de compreender melhor as metodologias e identificar elementos de análise a priori dos professores. Buscamos integrar a situação de explicitação das antecipações dos professores com as fases de Reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica de Shön. Como estávamos interessados em observar alguns elementos de formação numa situação de EaD e também identificar contribuições e limites de um ambiente de EaD para a explicitação e documentação das antecipações, buscamos integrar a idéia à Teoria do *Estar Junto Virtual*, como espaço formativo. Assim, a idéia básica foi solicitar que um professor elaborasse uma situação de ensino para outro aplicar. Tal situação deveria ser sobre o estudo das Simetrias através da Geometria Dinâmica. A análise dos resultados indicam que a técnica permitiu maior explicitação das antecipações dos professores, trazendo contribuições para o desenvolvimento das fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica.

Palavras-chave: Formação de professores, EaD, Explicitação de antecipações, Geometria Dinâmica

GEOMETRIA, ENSINO DE GEOMETRIA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES VIA EAD

A geometria é um dos mais antigos domínios da matemática e das ciências, tanto nas suas dimensões concretas, tratando da aparição das primeiras produções humanas onde se podem reconhecer elementos de geometria, quanto nas suas dimensões mais formais em que se tratam as primeiras obras matemáticas. Sabe-se que existem indícios de que tal conhecimento pode ser mais antigo do que a própria escrita. De acordo com Boyer (1996), podem-se ver tais indícios no período neolítico através de desenhos e figuras que "sugerem uma preocupação com relações espaciais" (p.5). Além disso, alguns utensílios utilizados pelo homem desse período também sugerem "exemplos de congruência e simetria que em essência são partes da geometria elementar" (ibidem p.5). O desenvolvimento da geometria pode ter acontecido tanto por motivações

---

[13] Este artigo apresenta um recorte da dissertação, em desenvolvimento no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC) da UFRPE, intitulada "Explicitação de antecipações de professores para formação em geometria num contexto de EaD"
[14] Mestrando do PPGEC – UFRPE
[15] Professor Orientador do PPGEC – UFRPE

práticas, no qual os conhecimentos foram sendo construídos empiricamente, quanto por motivações de ordem formativa ou mesmo de lazer.

No que diz respeito às motivações práticas, o desenvolvimento é percebido no período neolítico quando o homem deixa a vida nômade e passa fixar-se num local. Desse fato decorre que o homem precisou cultivar seu próprio alimento e desenvolver técnicas de construção para poder abrigar a si mesmo, seus animais e seus alimentos. Também precisou desenvolver técnicas de tecelagem para vestir-se e armazenar alimentos. Tais progressos “contribuíram para o desenvolvimento da geometria, em especial a tecelagem, visto que as formas dos padrões nela produzidos e o número de fios necessários para produzi-los são de natureza essencialmente geométrica” (BERNAL, 1975 citado por PAVANELLO, 1989, p. 22).

Existiram também motivações que não eram tanto de ordem práticas, apesar de que esse conhecimento poderia ser aplicado em diversas áreas, como por exemplo, na navegação e astronomia. Tais motivações também poderiam ter sido de ordem puramente lúdica. De acordo com Boyer (1996), “havia no Egito e na Babilônia problemas que têm as características de matemática de recreação (...) na prática de cálculos, que se estendeu por um par de milênios, as escolas de escribas usaram muito material de exercícios, freqüentemente, talvez, como puro divertimento”(p.29). Para os gregos, as motivações talvez tenham sido mais de ordem formativa, pois “para eles a matemática se relacionava mais com o amor à sabedoria do que com as exigências da vida prática” (BOYER, 1996, p.34) e o estudo da geometria conduzia a hábitos de raciocínio e refinamento da inteligência (PAVANELLO, 1989).

As motivações permanecem até os dias atuais e podem-se ver a importância da geometria sob diferentes pontos de vista:

- Prático:
  - É necessária na resolução de situações da vida que precisam do desenvolvimento geométrico e do raciocínio visual (LORENZATO, 1995);
  - É importante no cotidiano, quando usam-se conceitos e propriedades geométricas para resolver problemas do dia-a-dia, tais como leitura e interpretação de mapas, plantas-baixa de casas, etc.;
  - Tem influências nas mais diversas áreas, seja nas engenharias, na arquitetura, medicina, etc.
- Cognitivo:
  - Aborda a construção da visão espacial que é conhecimento básico, sobretudo nesse mundo de imagens em que se vive. Segundo Lorenzato (1995), “sem a geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática fica distorcida” (p. 5);
  - Constitui um domínio privilegiado para entrar na racionalidade Matemática ou nos modos de raciocínio lógico-dedutivos. Segundo Pavanelo (2002), a geometria permite “o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível” (p.78);
  - Fornece, através das figuras, um sistema de significado para diversas noções abstratas da Matemática, como por exemplo, as grandezas. Thom (1971) citado por Pavanelo (2002) afirma que “a Geometria pode ser um intermediário único entre a língua e o formalismo matemático e que o estágio do pensamento geométrico pode ser um estágio impossível de se omitir no desenvolvimento normal da atividade humana” (p.79);

- Está interligada com outras áreas do conhecimento, como por exemplo, a Física, na qual participa da compreensão de fenômenos como em ótica ou mecânica.

Pelo que foi citado, percebe-se que a Geometria é fundamental para o desenvolvimento humano. Isso, por si só, já justificaria sua presença nos currículos e nas práticas pedagógicas nos diversos níveis de ensino da Matemática. No entanto, não é o que se tem visto. Tanto sua importância nos currículos, quanto a forma como ela vem sendo introduzida e abordada tem variado muito em função do tempo e das diversas reformas do ensino da matemática e das ciências. Com o Movimento da Matemática Moderna, há uma quase desaparição da geometria gráfica em detrimento de uma geometria formal Tal movimento restringiu o ensino da Matemática às estruturas algébricas e o da Geometria à sua abordagem puramente axiomática. Segundo Miorin (2005, p.11):

> A "matemática moderna", que pode ser caracterizada como aquela que apresenta "alto nível de generalidade, elevado grau de abstração, maior rigor lógico e, prioritariamente, se preocupa com a morfologia e a anatomia comparada da estrutura das matemáticas" (Schaaf, in: Piaget et al., 1986, p. 63) e culminaria com os trabalhos de Nicolas Bourbaki[16], que teriam como objetivo central a exposição de toda a matemática de forma axiomática e unificada, onde as estruturas seriam os elementos unificadores.

No que diz a respeito ao ensino da Geometria, desenvolveu-se uma geometria algébrica sob o enfoque das transformações, que não privilegiava o raciocínio hipotético-dedutivo.

O movimento da Matemática Moderna gerou vários problemas no ensino. Um deles foi o abandono da geometria nos livros didáticos. Seguindo as orientações do movimento, foram lançados abordavam a geometria através das noções de figuras como conjunto de pontos do plano, adotando-se, para a sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos. Utilizam-se teoremas como postulados, através dos quais podem-se resolver alguns problemas. Percebe-se que os problemas em relação a abordagem da geometria nos livros didáticos permanecem. Lorenzato (1995) destaca que, na maior parte deles, a Geometria é apresentada "como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligados de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros, a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico" (p.4). Além disso, a "Geometria é quase sempre apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de ela não vir a ser ensinada por falta de tempo letivo" (ibidem p. 4).

Outro problema gerado pelo movimento da Matemática Moderna foi o déficit na formação dos professores. Segundo Pavanello (1989), os próprios defensores da Matemática Moderna reconheciam não se tratar de um tópico dominado pela maioria dos professores em exercício. Assim, a geometria acabou, muitas vezes, por não ser ensinada, sob qualquer enfoque.

Muitos dos professores que hoje estão na sala de aula foram formados no âmbito da Matemática Moderna. Além disso, vale também salientar que tais professores não

---

[16] Nicolas Bourbaki foi um nome fictício escolhido por um grupo de matemáticos, na maioria franceses; dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil; que tinham a intenção de apresentar toda a matemática de seu tempo em uma obra intitulada *Élements de mathématique*. O primeiro volume dessa obra apareceu em 1939.

foram preparados para ensinar geometria com os novos recursos tecnológicos. Atualmente os recursos para o processo de ensino e aprendizagem não se limitam mais ao quadro e giz. Mesmo se sabendo que os novos recursos ainda não alcançaram todos, pode-se dizer que a produção de softwares educativos vem se tornando muito importante e fornecendo contribuições significativas para o processo de ensino e aprendizagem. Um exemplo disso são os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD)[17]. Algumas pesquisas apontam que a re-introdução da Geometria nos currículos de Matemática também se deve a aparição de tais programas na década de 80:

> A utilização das novas tecnologias, nomeadamente os AGD, veio também revolucionar, em particular, o ensino e a aprendizagem da geometria que experimentaram "um emocionante renascer" e que, diferente nos novos currículos, passou a ter "lugar cativo entre os melhores" (De Villiers, 1996a, p. 5). Há mesmo quem tenha chegado a afirmar que o novo *software* de geometria dinâmica veio salvar o currículo de geometria (De Villiers, 1996 apud FERREIRA, 2005, p. 10).

Bellemain (2001) afirma que "A Geometria Dinâmica permite considerar e conceber uma representação de objetos matemáticos abstratos em várias configurações, podendo modificar suas posições relativas" (p.1314). Assim, os programas de GD podem contribuir para o ensino em diversos aspectos:

- A GD permite construir. Como observa Brandão e Isotani (2003), num antigo ditado atribuído a Confúsio: "O aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz" (p. 1487);
- A partir da construção, o aluno pode visualizar e manipular: a GD possibilita visualizar uma mesma construção de diversas formas, e dessa maneira, facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos (RODRIGUES, 2002). Essa característica permite uma distinção dos elementos variantes e invariantes de uma figura geométrica o que facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos e de suas propriedades;
- O aluno pode experimentar e conjecturar: a Geometria Dinâmica evidencia uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Desse modo, pode-se introduzir o conceito matemático dos objetos a partir do retorno gráfico oferecido pelo programa de GD, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução (GRAVINA, 1996);
- "Auxilia na elaboração de idéias mudando a função do desenho de representante de objetos materiais para representação de noções abstratas." (SANTOS, 2003, p.63);
- Possibilita registrar os procedimentos para serem revisitados tanto pelo próprio aluno/autor como pelo professor/pesquisador.

Percebe-se assim, que a GD pode contribuir para o aprendizado da geometria. Porém, faz-se necessário primeiramente encontrar soluções para o problema do abandono da Geometria. Tais soluções passam pela melhor formação, tanto inicial quanto continuada, do professor de Matemática. Pois, apesar de atualmente haver movimentos a favor do retorno do ensino da Geometria, como é o caso do movimento da Educação Matemática, sofrem-se ainda várias conseqüências do movimento da Matemática Moderna, já que muitos professores que hoje estão na sala de aula foram formados nesse âmbito. Pesquisas como a de Pavanello (1989) destacam que a

---

[17] Para simplificar, utilizaremos apenas a sigla GD para expressar Geometria Dinâmica.

geometria é pouco ensinada nas escolas devido também ao fato de que os professores consideram precária sua própria formação em relação à geometria. Nesse sentido, é de fundamental importância preparar o professor não apenas para ensinar Geometria, mas ensinar de forma reflexiva, enfatizando o raciocínio hipotético-dedutivo, estimulando a compreensão e destacando as características inerentes ao espírito investigativo que constrói, explora, descobre, conjectura e demonstra. O uso da Geometria Dinâmica adequa-se bem a essa proposta. Assim, é preciso preparar o professor para ensinar geometria, usando dentre outras possibilidades a GD.

Tendo em vista a escassez de formadores em relação às necessidades de formação, dificuldades de reunir os atores do sistema educativo em certas partes afastadas dos grandes centros do país e a dificuldade de sincronizar o tempo de ensino com o tempo de aprendizagem, são necessários outros tipos de formações, alternativas à presencial. Assim, sistema de Educação à Distância (EaD) parece ser um caminho viável, pois oferece a possibilidade do usuário acessar recursos sem que a distância ou o tempo sejam fatores limitantes. Sem falar que a EaD, com a relativa democratização das redes informáticas, aparece como facilitadora da inclusão digital e mesmo social. As autoridades políticas conscientes dessa realidade já se preparam. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1997) no seu artigo 80 estabelece: “O Poder Público incentivará o desenvolvimento e a veiculação de programas de ensino a distância, em todos os níveis e modalidades de ensino, e de educação continuada”. Alguns resultados dessa lei já podem ser vistos:

> Até o fim de 2006, o MEC quer ter 500 mil alunos ligados a universidades públicas, metade deles matriculada em cursos à distância. A principal meta do programa é a formação de professores, especialmente para a área de ciências, em que o déficit chega a 200 mil vagas. A maior atenção será dada a municípios do interior do país onde não existem universidades públicas (PARAGUASSÚ, Lisandra. Globo, 2003).

Curso via EaD pode ser uma alternativa para o processo educacional. Entretanto, para desenvolver um curso com qualidade é necessário levar em consideração diversos aspectos, principalmente se não estamos interessados em repetir as práticas tradicionais num ambiente virtual, a chamada “virtualização do ensino” (PRADO e VALENTE, 2002). Atualmente, existem muitos cursos via EaD que usam os recursos tecnológicos para apenas repassar a informação ao aluno, funcionando mais como repositório de documentos no qual ele apenas recebe a informação de forma passiva. É importante destacar que a maioria das ferramentas disponíveis ainda é limitada. Grande parte se limita ao “Bate-papo” e ao “Fórum”, possibilitando apenas a representação textual, com a inclusão de imagens ou animações e o acesso aos materiais. Acreditamos que, para que um sistema EaD possibilite de fato aprendizagem, é necessário que ele permita que o aluno seja mais ativo.

Além disso, é importante que o professor possa acompanhar e auxiliar o aluno, dando *feedbacks* e compreendendo suas estratégias para a resolução de problemas. Nesse sentido, a abordagem do *Estar Junto Virtual* parece ser uma boa opção, pois “propicia ao professor criar condições de aprendizagem significativa para o aluno, para que o mesmo possa construir novos conhecimentos” (PRADO e VALENTE, 2002, p. 28). Tal abordagem enfatiza o trabalho colaborativo e a interação entre os participantes.

No caso de cursos de formação de professores é preciso que a abordagem permita uma formação a partir de sua prática pedagógica, pois dessa maneira o curso permitirá que o professor possa refletir sobre sua própria prática, contribuindo para mudanças no processo de ensino e aprendizagem. Em se tratando do ensino da Matemática, o sistema deveria permitir que o cursista manipulasse diversos sistemas de representação. Se esse cursista é um professor em formação, o sistema deveria permitir também aos professores criarem situações de ensino, no qual eles pudessem gerenciá-las, acompanhando e dando *feedbacks*. Tais situações deveriam incluir aplicações educativas e no caso do ensino da geometria, incluir a GD.

As situações criadas num quadro de ensino a distância tem propriedades que diferem das situações presenciais. Uma delas é que o professor-cursista ao elaborar uma situação de ensino a distância precisa antecipar mais do que numa situação presencial, pois nesse caso ele teria menos condições de "improvisar na hora". Assim, nessa *antecipação*[18], ele precisaria dar sentido aos *modelos didáticos*[19]. Essa antecipação, quando documentada, pode ser de fundamental importância num curso de formação, pois o cursista poderá fazer uso dela para comparar com os acontecimentos que ocorreram no momento da aula, contribuindo para uma melhor reflexão sobre a prática. Além disso, as antecipações podem revelar fortemente as concepções dos professores. De posse dessa antecipação, o formador poderá desenvolver ações sistemáticas e instrucionais de forma que:

- O professor perceba incongruências entre o que planeja e o que faz;
- O professor organize e planeje melhor suas ações;
- Promova debates mais ricos entre os professores cursistas;

O formador pode ainda usar as antecipações para compreender melhor as metodologias e os modelos didáticos dos professores. Percebe-se assim, que a antecipação pode fornecer um material rico para cursos de formação de professores. No entanto, fazer com que professores elaborem situações de ensino a distância não é uma tarefa fácil. Torna-se ainda mais difícil em situações de ensino de Geometria, tendo em vista que a maioria das plataformas para EaD ainda são limitadas. Alguns desses limites são que eles não permitem a representação de figuras através de desenhos dinâmicos e nem a edição de equações. No entanto, podem-se criar estratégias que busquem a explicitação dessas antecipações sem que de fato o cursista esteja elaborando uma situação de EaD. Nessas estratégias é importante encontrar também mecanismos para a documentação das antecipações. Nesse sentido, investigamos neste artigo, uma técnica para a explicitação das antecipações dos professores, buscando também observar contribuições ou limites de um ambiente de EaD para a descrição e documentação dessas explicitações.

Numa situação de ensino, elaborada por um professor para outro aplicar, as antecipações e explicitações dos professores podem ser mais criteriosas, o que permitiria níveis de reflexão mais profundos e conseqüentemente isso poderia contribuir para compreensão, depuração e modificação da prática pedagógica do professor. As antecipações quando explicitadas e documentadas podem ser importantes para responder algumas questões:

- Como essa antecipação poderia ser usada em cursos de formação via EaD, contribuindo para a formação de professores reflexivos?
- Como as antecipações poderiam ser usadas por pesquisadores, buscando uma melhor compreensão dos modelos didáticos concebidos pelos professores?

---

[18] Consideramos a palavra antecipação como as possíveis hipóteses ou previsões que o professor faz sobre o desenvolvimento das atividades.

[19] De Pietro et al (1997, p.108) definem o modelo didático como sendo "um objeto descritivo e operacional, construído para apreender o fenômeno complexo da aprendizagem de um gênero e, assim, orientar suas práticas".

- Como as ferramentas de EaD poderiam contribuir para a explicitação, descrição e documentação das antecipações dos professores? E como contribuiriam para o debate antes e após a aplicação?

Para responder essas questões, não desenvolvemos um curso de formação de professores. Porém, tentamos colocar um grupo de professores numa situação em que eles tivessem que explicitar mais suas antecipações, pois acreditávamos que isso era necessário numa formação via EaD em que os professores-cursistas tenham que elaborar situações de ensino. Como acreditávamos que para que um curso de formação de professores tenha de fato qualidade, ele precisa ser integrado com a prática pedagógica do professor-cursista, buscamos integrar a situação de explicitação das antecipações dos professores com as fases de Reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica de Shön. Além disso, também estávamos interessados em observar alguns elementos da formação numa situação de EaD e também identificar contribuições e limites de um ambiente EaD para a explicitação das antecipações, buscamos integrar a idéia à Teoria do *Estar Junto Virtual*, como espaço formativo.

Assim, a idéia básica foi solicitar que um professor elaborasse uma situação de ensino para outro aplicar. Dessa forma, achávamos que o professor teria que explicitar mais suas antecipações. No entanto, não poderia ser qualquer situação de ensino, pois nos interessava também analisar as metodologias utilizadas pelo professor no desenvolvimento de um conteúdo específico, no caso o estudo das Simetrias. Mais ainda, queríamos analisar essa metodologia numa situação de ensino de simetria com Geometria Dinâmica.

FORMAÇÃO DE PROFESSORES REFLEXIVOS

A formação inicial do professor, mesmo em nível superior, não basta para o bom desenvolvimento da prática docente, pois:

> ...qualquer formação inicial merece ser periodicamente repensada em função da evolução das condições de trabalho, da formulação de pedido, das tecnologias ou do estado dos saberes. Em determinados casos, a renovação das formações iniciais é parte integrante de uma transformação mais fundamental da profissão. É o caso da profissão docente, em vias de profissionalização (PERRENOUD, 1993, P.137).

Mesmo que a formação inicial do professor fosse “suficiente” para o contexto educativo do momento, ainda assim, ela não poderia ser considerada completa e acabada, pois a cada dia que passa, surgem novos e maiores volumes de informações, instrumentos e métodos de ensino, currículos, etc. Assim, a formação continuada é uma necessidade permanente. Vale ainda destacar que muitos conhecimentos relacionados aos saberes docentes só podem ser adquiridos com a prática propriamente dita, ou seja, no contexto prático e real de ensino. No entanto, o que se tem visto é que a maioria dos cursos de licenciatura não tem permitido aos futuros professores vivenciarem a prática docente. Sobre isso Demo (2000) afirma que “nem a teoria é maior, nem a prática. Entretanto, a universidade é capaz de produzir um “professor” de ensino básico que nunca pisou numa sala de aula ou que nunca deu aula” (p.57). Não tendo a oportunidade de vivenciar a prática docente, o futuro professor fica impossibilitado de perceber como as teorias e métodos podem contribuir para melhorias na sua prática. Muitas vezes a ausência do confronto Teoria & Prática durante a graduação levam os futuros professores a não entenderem os porquês de estudarem algumas disciplinas.

Concordamos com Tardif (2002) no que diz respeito a importância de introduzir, o quanto antes, a prática de sala nos cursos de formação inicial, pois acreditamos que mudar os hábitos de um professor formado pode ser mais trabalhoso do que quando este é um profissional ainda em formação. Por outro lado, é preciso destacar a riqueza de possibilidades de reflexão sobre a prática quando o professor já está em serviço. Isso deveria ser aproveitado pelos cursos de formação continuada, porém não é o que se tem visto. A maioria dos cursos de formação continuada tem repetido as ações dos cursos de formação inicial, ou seja, apresentam a teoria desvinculada da prática pedagógica. Assim, é necessário que tais cursos de formação não apenas apresentem teorias ou métodos, mas trabalhem de forma integrada com a prática pedagógica do professor, ou seja, dentro do cotidiano dele, dando-lhe oportunidades de refletir e repensar suas concepções sobre o processo de ensino e aprendizagem.

No caso da formação de professores para o uso da informática no ensino, dever-se-ia permitir aos professores condições de integrarem os potenciais educacionais da informática em atividades não informatizadas e atividades que usam o computador. Nesse caso, o professor precisaria construir diferentes tipos de conhecimento e sobre isso Prado e Valente (2002) destacam que o professor precisa:

- Entender os potenciais dos aspectos computacionais como um recurso para resolução de tarefas e construção de novos conhecimentos;
- Saber utilizar a informática em atividades pedagógicas;
- Saber atuar no contexto da sua comunidade escolar;
- Compreender a sua atuação.

Tais pontos reforçam ainda mais a necessidade de os cursos de formação continuada de professores acontecerem a partir da vivência docente. Assim, a formação deve acontecer de maneira que contemple o cotidiano do professor, enfatizando que sua própria experiência no uso da informática na sua prática pedagógica será objeto de reflexão e construção de novos conhecimentos. Em relação a isso, Shön (1992) propõe uma epistemologia da prática, fundamentada na reflexão do profissional sobre a sua prática, considerando essencialmente as diferentes dimensões da reflexão, tais como: *a reflexão na ação*, *a reflexão sobre ação* e a *reflexão sobre a reflexão na ação*. Prado e Valente (2002) explicam que:

> A *reflexão na ação* diz respeito ao processo de pensamentos que ocorrem durante a ação presente do professor. Ela serve para reorganizar o que está sendo feito, isto é, para reformular as ações do professor no decurso da sua intervenção com os alunos. Este tipo de reflexão é desencadeada no momento em que o professor não encontra repostas às situações inesperadas que surgem da ação presente. Mais especificamente, quando a aplicação de técnicas e métodos conhecidos e consagrados não produzem as repostas esperadas. Neste instante, gera-se um estado de instabilidade, que instiga o professor a criar novas estratégias de ações, novas teorias e maneiras de lidar com os problemas (p.32).

A *reflexão na ação*, num curso de formação, só ocorrerá se esse estiver integrado ao cotidiano de ensino, pois assim o professor poderá se deparar com situações problemáticas concretas que gerarão um diálogo reflexivo com a prática, estabelecendo um dinamismo de novas idéias e novas pistas. Isso demandará do professor formas de pensar e agir mais flexíveis. Esse processo propicia a geração de um conhecimento não sistematizado, que Prado e Valente (ibidem) chamam de *conhecimento prático* e representa a captação viva dos vários elementos intervenientes na ação pedagógica do professor. Porém, para que as teorias produzidas pelo professor no momento presente da ação se tornem conscientes e compreendidas formalmente, é necessário *refletir sobre a ação*, ou ainda, *refletir sobre a reflexão na ação*. Segundo Prado e Valente (ibidem) para que ocorra *reflexão sobre a ação* é necessário:

> que o professor distancie-se da ação presente para reconstruí-la mentalmente a partir da observação, da descrição e da análise dos fatos ocorridos. É o olhar a *posteriori* sobre o momento da prática e a sua explicitação que propicia ao professor reconhecer e entender como resolveu os imprevistos ocorridos e quais aspectos devem ou não ser alterados na sua ação. (p.32)

Fullan e Hargreves (2000) dizem que a reflexão não deve se restringir aos elementos da sala de aula e devem abranger aquilo que direta e indiretamente tem influência sobre ela. Isso implica refletir sobre as conseqüências pessoais, sociais e políticas dos efeitos da sua ação no processo de aprendizagem dos alunos. Porém, essa reflexão não pode ser vista como um processo solitário do professor, pois para uma reflexão como prática social, é fundamental que ela seja feita juntamente com outros profissionais. Assim, é necessária uma *reflexão sobre a reflexão na ação* em conjunto e, segundo Prado e Valente (2002) seria na interação que a análise dos fatos poderia gerar dúvidas e questões, instigando o professor a buscar novas compreensões e relações, assim como diferentes formas de pensar, de agir e de resolver os problemas. Esses autores afirmam que:

> É no processo de refletir sobre a reflexão na ação que a teoria ganha um outro significado, pois ao mesmo tempo em que elucida os questionamentos sobre a prática, desperta para outras maneiras de interpretá-la e compreendê-la. O conhecimento teórico e prático se articulam de tal modo que um passa a (re)alimentar o outro, possibilitando ao professor a compreensão do conhecimento construído na sua prática pedagógica. (p.33)

A formação continuada baseada na abordagem da prática reflexiva parece favorecer a formação do professor reflexivo, mas para isso, Prado e Valente (ibidem) sugerem o ciclo da *descrição-reflexão-depuração-(nova) descrição* que é constituído pela interação do professor com os alunos interagindo com o computador. Para que esta situação ocorra é preciso que o professor oriente os alunos no desenvolvimento de atividades que integrem diferentes tipos de softwares educacionais, sem deixar de lado aprofundamento e a sistematização dos diversos conteúdos envolvidos. Tal situação[20] precisa ainda integrar os interesses dos alunos com a intencionalidade do ato pedagógico. Durante o processo, o professor deve lidar com as situações inesperadas que emergem das inovações e, ao mesmo tempo, com os compromissos educacionais.

No entanto, existem dificuldades, pois o professor não foi preparado para criar situações de aprendizagem. Menos ainda, com o uso do computador. O que dificulta o processo de repensar e redimensionar o papel do professor, porque muitas vezes há a necessidade de "desconstruir técnicas e métodos de ensino cristalizados ao longo do tempo" (Prado e Valente, 2002, p.33). Isso justifica ainda mais a necessidade de haver na formação do professor uma prática onde ele possa atuar com alunos, possibilitando-o experimentar o *ciclo da prática pedagógica* e, com isso, os diversos níveis de reflexão. Prado e Valente (ibidem) explicam o ciclo:

> Neste ciclo, a execução corresponde à ação pedagógica do professor, que se manifesta a partir de um saber fazer. Esta ação fornece um *feedback*[21] para o professor, que pode provocar questionamentos, dúvidas e conflitos, gerando um estado de perturbação

[20] Fazendo um paralelo com a teoria das Situações Didáticas de Brousseau, essa seria a situação a-didática
[21] O *feedback* é constituído das sinalizações dos alunos, em termos de problemas de aprendizagem, relacionamentos, interesses, participação, avaliação *etc*.

> cognitiva. A superação deste estado é que leva o professor a *refletir na ação*, lançando mão de experiências anteriores e de novas estratégias intuitivas ou não. Isto, de certa forma, propicia a *depuração* da sua ação pedagógica e, com isso, o ciclo se completa reiniciando uma nova ação, a qual revela a (re)criação de estratégias, produzidas pelo professor no momento da prática. (p.33)

Porém, os mesmos autores alertam que pode haver situações em que o *feedback* não causa a perturbação cognitiva e isso impede que o ciclo se complete. Isso pode acontecer quando o professor interpreta o *feedback* como algo externo a sua ação, ou seja, se o aluno não consegue reproduzir como ele espera, então a questão é tratada como problema de aprendizagem do aluno. Essa é uma visão de ensino que concebe o professor como mero transmissor do conteúdo pronto e acabado.

Pode acontecer também de a situação criada pelo professor não gerar *feedback* algum. Seja porque ela é incompatível com os interesses do aluno ou mesmo com suas competências para a resolução. Tal fato pode estar relacionado com noção de *Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)*[22]. Nesse caso, deveria haver uma ruptura e renegociação do contrato didático. Esse caso pode ser importante para a construção do conhecimento. No entanto, no caso do problema do *feedback* em relação ao professor transmissor, é importante a ação do formador, intervindo no processo. Prado e Valente (2002) alertam que essa intervenção deve ser desenvolvida de forma reflexiva e instigar o professor a questionar e rever os vários elementos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o ciclo poderá se complementar: *ação pedagógica-reflexão na ação-depuração-(nova) ação pedagógica*.

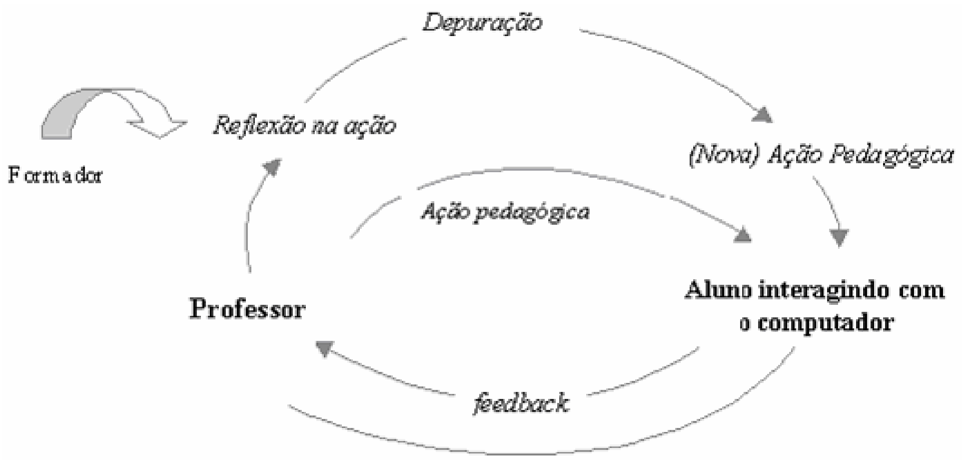


Figura 1 - Representação do ciclo na prática pedagógica do professor (Prado e Valente, 2002, p.34)

A reflexão na ação é fundamental para a depuração e o desenvolvimento de uma nova ação pedagógica. Porém, não é suficiente para que o professor possa compreender de forma sistematiza o conhecimento construído na sua prática. É preciso ir além, desenvolvendo outros níveis de reflexão mais profundos e abrangentes e para que isso ocorra, Freire e Prado (1995) afirmam que é necessário que o professor faça um registro, descrevendo sua ação antes de executá-la. Assim, tal descrição demandará do "professor uma série de antecipações relacionadas ao seu saber fazer, suas intenções,

[22] Para VYGOTSKY (1994) a Zona de Desenvolvimento Proximal "(...) é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes." (p.112)

seus valores e suas crenças. A descrição inicial representa as certezas e as dúvidas sobre uma prática ainda não realizada" (PRADO e VALENTE, 2002, p. 34).

Através da *reflexão sobre ação*, o professor terá suas impressões pessoais sobre *como* e *porque* fez determinadas ações. Explicitando de forma verbal ou escrita, poderá repensar suas ações e interpretações e, além disso, estabelecer novas relações entre os fatos. Porém, como foi dito anteriormente, essa reflexão não pode ser solitária, necessitando assim, da interação com colegas, formadores ou especialistas.

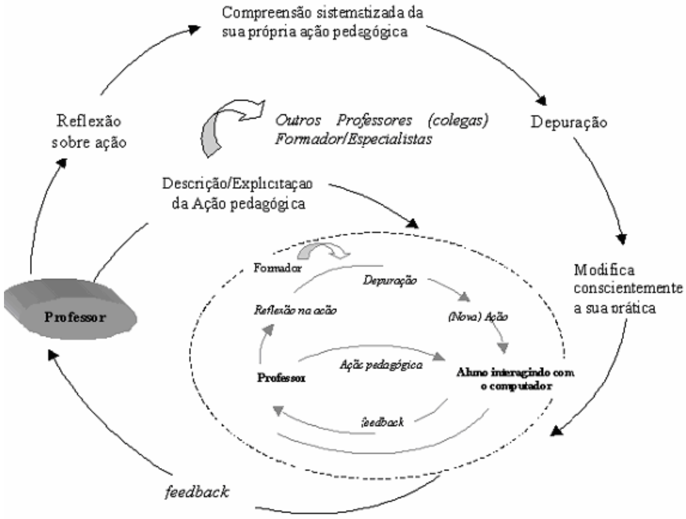


Figura 2 - Representação da espiral resultante da ampliação do ciclo da prática pedagógica do professor (Prado e Valente, 2002, p.34)

Vemos que a abordagem do Ciclo da Prática Pedagógica pode favorecer a formação de professores reflexivos, porém não é fácil de ser colocada em prática, pois a ação pedagógica é difícil de ser documentada, deixando de fornecer elementos concretos para permitir as diferentes reflexões. Além disso, as interações com o formador, tão fundamentais para o desenvolvimento de um trabalho em parceria, são dificultadas pelas limitações de tempo e espaço decorrentes da estrutura e da organização do sistema escolar. Prado e Valente (2002) ressaltam que isso impede que o formador possa desenvolver ações sistemáticas e instrucionais que favorecem o desencadeamento de níveis mais abrangentes e profundos de reflexão.

Veremos no tópico seguinte como uso da informática e, mais especificamente, da EaD segundo a perspectiva do *Estar Junto Virtual*, pode fornecer condições para o desenvolvimento de tais reflexões e, conseqüentemente, favorecer o movimento do ciclo da prática pedagógica.

A formação de professores reflexivos na perspectiva do *Estar Junto Virtual*

As atividades de EaD na perspectiva do *Estar Junto Virtual* podem viabilizar duas características fundamentais ao processo de formação do professor reflexivo: "obter as descrições das ações que o professor pretende realizar em sala de aula e propiciar o *estar junto*, dinamizando a realização do ciclo, enquanto o professor está em ação" (Prado e Valente,2002, p.35). Tais objetivos podem ser alcançados graças a rede telemática que utiliza ambientes de suporte para Educação a Distância. Esses ambientes constituem-se de um espaço virtual organizado que pode permitir as interações por meio de diversas ferramentas: Chats, correio, portifólio, fóruns ou grupos de discussão, etc.

Existem também instrumentos que permitem acesso e arquivamento de documentos como materiais de apoio, bibliografias, informações, etc.

O professor em formação pode fazer uso desses recursos para descrever sua ação pedagógica. Para isso, ele pode usar o *chat* que é uma modalidade de comunicação síncrona, ou seja, a comunicação acontece em tempo real. Através desse recurso, os participantes podem marcar um encontro *on-line*, no qual poderiam ser explicitadas e discutidas as ações dos professores. Nesse caso, a explicitação seria de forma espontânea e pouco elaborada, já que esse recurso exige uma escrita rápida. Já outros recursos como Fórum ou Correio Eletrônico são modalidades de comunicação assíncrona, ou seja, a comunicação não acontece em tempo real e os encontros são *off-line*. Nesse caso, a explicitação pode ser feita de maneira mais elaborada, clara e organizada, podendo o professor ler, reler e reformular, quantas vezes achar necessário, a descrição sobre sua prática pedagógica.

Como foi dito anteriormente, é na explicitação da prática pedagógica confrontada de outras interpretações (colegas, formadores ou especialistas) que o professor poderá depurar, compreender e modificar sua prática pedagógica. Através da rede telemática, o formador poderá acompanhar e interagir na prática pedagógica do professor e na sua reflexão sobre a mesma. Isso se deve ao fato de que os fatores tempo e espaço, num ambiente virtual, se organizam de maneira diferente da presencial. Durante a interação, os professores em formação podem compartilhar, com os colegas e formador, sua atuação com os alunos, suas dúvidas, receios, dificuldades, conquistas, análises e, com isso, terão que revelar-se ao outro. Por essa razão, Prado e Valente (2002) alertam que é "fundamental que os envolvidos no processo tenham abertura para ouvir (sem preconceitos), bem como humildade para reconhecer as próprias limitações e energia para superá-las" (p.36). Além disso, as atitudes têm que ser cuidadosas, com respeito, reciprocidade e confiança.

Essa interação compartilhada entre os professores poderá ampliar o contexto do ciclo da prática pedagógica, no qual poderá desenvolver-se numa "dimensão mais global, envolvendo os diferentes contextos, concepções, valores, realidades (política-sócio-cultural)" (PRADO e VALENTE, 2002, p.36). Assim, o ciclo do professor A, o ciclo do professor B,... o ciclo do professor N, serão vivenciados e refletidos por cada um dos professores em formação e comporão um ciclo maior que representará uma nova situação de aprendizagem.

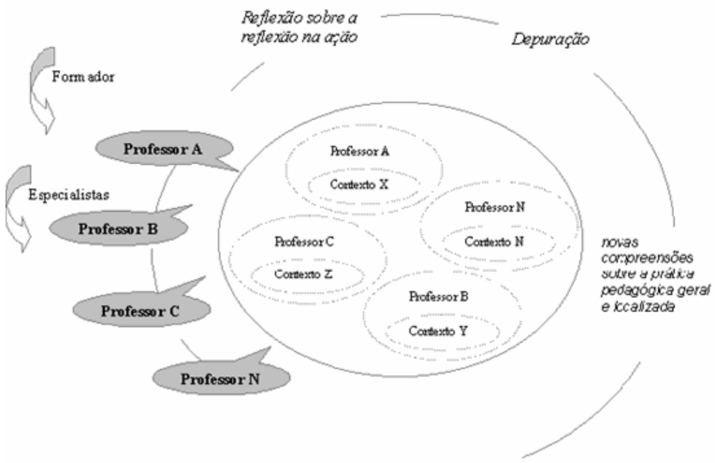


Figura 3 - Representação do ciclo nas atividades de EAD, integrando a contextualização e a descontextualização da prática do professor (Prado e Valente, 2002, p.36)

Como pudemos ver, a formação baseada no Ciclo da Prática Pedagógica na perspectiva do *Estar Junto Virtual*, parece fornecer subsídios fundamentais para a formação do professor reflexivo. No entanto, ainda vemos algumas dificuldades que estão relacionadas a documentação da ação do professor e que podem comprometer as fases de *reflexão na ação*, *reflexão sobre ação* e *reflexão sobre a reflexão na ação* e, conseqüentemente, impossibilitariam a *depuração* e a *nova ação*:

- A descrição da ação feita pelo professor pode não ser fiel e alguns elementos importantes podem passar despercebidos;
- Dificuldades de o formador acompanhar as ações do professor em "tempo real" na sala de aula. Se o formador não puder acompanhar a aula, ele apenas poderá ter acesso a descrição da ação feita pelo professor;
- Dificuldades de outros colegas acompanharem as ações do professor;
- Dificuldades em relação à descrição da ação antes de executá-la.

Em relação às dificuldades citadas, gostaríamos de destacar a última, pois acreditamos que o professor pode não se preocupar muito em antecipar as ações e problemas que podem ocorrer, porque sabe que poderá improvisar na hora. Essa descrição pode ser de suma importância durante e após a realização da prática, pois o professor poderá fazer uso dela para analisar e comparar com os problemas surgidos e com as soluções encontradas nos diferentes momentos da prática. Constituindo assim, uma importante referência para o processo de reflexão *na* e *sobre* a prática pedagógica e, conseqüentemente, a depuração.

Num curso de formação continuada via EaD é importante que o formador elabore estratégias que façam os professores explicitarem mais suas antecipações. Uma maneira de se fazer isso poderia ser solicitando que um professor elabore uma situação de ensino a distância para outro professor aplicar. Dessa forma, o professor que elabora teria que tentar antecipar e explicitar mais as ações e possíveis problemas que o professor que aplicará pode ter. Nesse caso, o professor que elaborou observaria (sem interferir) o desenvolvimento da aula do professor que está aplicando. Numa situação desse tipo, o ciclo da prática pedagógica poderia ser desenvolvido da seguinte forma:

- <u>Reflexão na ação</u>: o professor que aplicou teve algum problema no desenvolvimento da situação? Como ele conseguiu resolver? O professor que elaborou tinha previsto esses problemas? ;
- <u>Reflexão sobre a ação</u>: o professor que aplicou faz um pequeno relatório sobre o desenvolvimento da situação, relatando principalmente os problemas que teve e como resolveu;
- <u>Reflexão sobre a reflexão na ação</u>: os dois professores discutem sobre a situação e sobre os problemas que houve;
- <u>Depuração</u>: o professor que aplicou a situação aplica mais uma vez (com outros alunos), tentando solucionar os problemas que houve anteriormente. Nesse caso, poderia haver a depuração, compreensão e mudança na prática pedagógica tanto do professor que aplicou quanto do professor que elaborou. Poderíamos também comprovar a Depuração através dos discursos dos professores nos quais se perceba a tomada de consciência.

Nessa perspectiva o ciclo da prática pedagógica pode ser desenvolvido da seguinte forma:

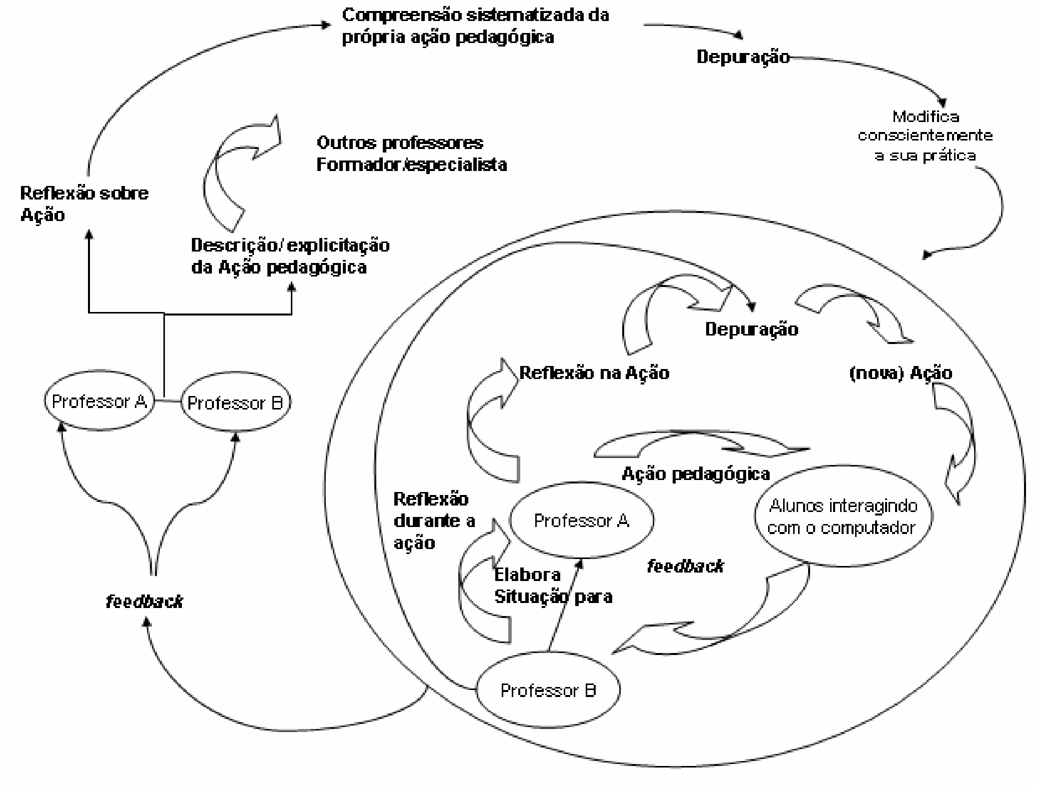


Figura 4 –Nova representação do ciclo

Para que o desenvolvimento de tal situação seja efetivo é importante que os professores conversem antes da elaboração e aplicação, buscando esclarecer as possíveis dúvidas. Não se trata de os dois professores elaborarem juntos a situação, mas é importante que o professor que elaborou esclareça as dúvidas do professor que vai aplicar. Pois é necessário lembrar que quem elabora pode não conhecer os alunos de quem vai aplicar. Além disso, quem elabora está pensando num "aluno teórico". Para a descrição das ações e o esclarecimento das dúvidas, os professores podem usar os recursos do ambiente telemático, tais como o Fórum e o *Chat*.

Na pesquisa, utilizamos essa idéia. No entanto, a situação elaborada pelos professores era para ser aplicada presencialmente.

AS ETAPAS DA PESQUISA

A parte experimental da pesquisa foi feita em etapas. Primeiramente foi feito o contato com os professores, depois a elaboração da situação e a preparação do Moodle, em seguida a aplicação da situação e, finalmente, a discussão sobre a aplicação da situação. Veremos cada etapa detalhadamente nos itens que se seguem.

3.5.1 A primeira etapa: O contato com os Professores

A primeira etapa consistiu no contato com os professores para conversar sobre a pesquisa. Devido a incompatibilidade de horários disponíveis e ao fato de as duplas ser de diferentes regiões do país (uma dupla de Recife e outra de Brasília), não foi possível encontrar com o grupo todo junto. Foram encontros individuais. Nessa etapa, falamos sobre os objetivos da pesquisa, procurando detalhar bem qual seria o papel deles. Explicamos, de maneira sintética, o que era a teoria do *Estar Junto Virtual* e as fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica, mostrando como as ações deles poderiam se encaixar em tais teorias. Também justificamos o porquê de solicitarmos que eles elaborassem uma situação de ensino de simetria com GD para outro professor aplicar, enfatizando que dessa maneira poderíamos obter mais antecipações das práticas pedagógicas deles.

Em relação à situação de ensino, o trabalho deveria ser desenvolvido em duplas, que já estavam definidas: uma dupla formada por Evandro e Ricardo e outra formada por Raquel e Diogo. As duplas já se conheciam. Optamos por permitir que o professor elaborasse livremente a situação de ensino. Assim, ele poderia escolher qual simetria abordar, devendo apenas ter o cuidado de elaborar uma situação compatível com o nível de ensino da turma do professor que iria aplicar. Tendo em vista que os professores participantes da pesquisa não teriam muito tempo disponível para participar da pesquisa, determinamos que a situação deveria ser para um encontro com duas horas-aula. Não estipulamos um modelo de plano de aula para a situação de ensino, mas sugerimos que aparecessem objetivos, procedimentos, recursos didáticos e tempo previsto. Enfatizamos que o mais importante era ele tentar prever ao máximo o que poderia acontecer na aula: como as etapas poderiam ser alcançadas, as dificuldades que poderiam acontecer e etc. Para que os professores pudessem entender melhor o que queríamos, pedimos para eles imaginarem que não poderiam dar uma aula num certo dia. Eles teriam que pedir para alguém substituí-lo. Só que deveriam deixar a aula toda preparada e não apenas uma atividade. Ele teria que deixar um planejamento de execução da aula.

Deixamos claro, que não se tratava de os dois professores elaborarem juntos, mas que eles poderiam conversar para esclarecer dúvidas. Para isso, eles deveriam se comunicar através das ferramentas (fórum e chat) do Moodle. Então, no final do encontro, falamos de maneira resumida que a idéia era que eles elaborassem a situação, depois enviassem para o colega através da ferramenta Fórum do Moodle e conversassem, esclarecendo as possíveis dúvidas. Após os esclarecimentos, eles marcariam um dia para poder aplicar a situação. Nessa aplicação, o professor que elaborou observaria o outro aplicando. Após isso, eles se encontrariam no Moodle para discutirem sobre a aplicação.

Nessa etapa foi passado um questionário de caracterização (vide Apêndice A). Também foi falado sobre os prazos para a conclusão da experimentação, que seria de 2 meses: 3 semanas para a elaboração, 2 semana para a aplicação e 3 semanas para a discussão.

3.5.2 A segunda etapa: Elaboração e Preparação do Moodle

A segunda etapa consistiu no período da elaboração da situação de ensino por parte dos professores e na preparação do ambiente Moodle. Essa etapa durou aproximadamente 3 semanas. Configuramos o Moodle, habilitando apenas as ferramentas “Fórum” e o “Chat”. Fizemos dois cursos: um para Evandro e Ricardo e outro para Raquel e Diogo. Criamos uma conta de usuário e senha para cada professor e enviamos as informações de acesso através de e-mail. Nessa etapa, os professores deveriam usar o Moodle para enviar o arquivo com a situação de ensino e também para se comunicarem, buscando esclarecer possíveis dúvidas. Também usariam essa ferramenta para poderem marcar o dia da aplicação.

Tivemos alguns problemas técnicos na ferramenta Fórum do Moodle. Tentamos configurar essa ferramenta de forma que toda vez que alguma mensagem fosse postada no Fórum, ela fosse também para o e-mail das pessoas que participaram. Assim, os professores ficariam sabendo que surgiram novidades no fórum, sem ter que necessariamente, entrar no Moodle. No entanto, como a configuração não funcionou, nos comprometemos com os professores que sempre que algo novo fosse postado no Fórum, avisaríamos através de e-mail.

3.5.3 A terceira etapa: Aplicação

A terceira etapa consistiu na aplicação da situação de ensino com os alunos. Nessa etapa o professor que elaborou acompanhou (sem interferir) a aula do professor que aplicou, fazendo anotações. A aplicação foi filmada e também foram gravados os diálogos de algumas duplas.

3.5.4 A quarta etapa: Discussão

Após a aplicação, o professor que aplicou fez um pequeno relatório, buscando enfatizar as principais dificuldades que teve e como lidou com elas. O relatório foi enviado pelos professores para o fórum do Moodle. Os professores deveriam se encontrar no Moodle e assim poderiam discutir sobre a situação, buscando compreender e refletir sobre os problemas que surgiram.

3.6 CATEGORIAS DE ANÁLISE

Os dados foram recolhidos por meio das ferramentas do ambiente virtual de ensino, do questionário de caracterização e observação das aplicações, através de filmagens e gravações. É evidente que tais instrumentos não podem dar conta das riquezas de detalhes, no entanto buscamos descrever ao máximo as falas e atitudes que eram mais significativos para analisarmos, entendermos e buscarmos respostas às nossas indagações.

Feita a experimentação, tivemos três fontes principais de dados que nos permitiram fazer as análises:

- Plano de aula com a elaboração da situação que nos permitiu analisar as antecipações dos professores. Nessas antecipações buscamos:
    - Identificar como alguns elementos da teoria das situações didáticas aparecem implicitamente e explicitá-las por meio da investigação. Procuramos observar como (e se) é desenvolvida as fases da construção conhecimento (ação, formulação, validação e institucionalização) numa situação de ensino com GD;
    - Observar como a parte conceitual do estudo das simetrias é abordada pelos professores através da GD. Como é a metodologia que ele utiliza para essa elaboração? Nessa metodologia, como ele buscou prever os possíveis problemas? Quais foram as estratégias para evitá-los ou superá-los?
- Observação da aula aplicada pelo professor, onde pudemos identificar momentos que caracterizam a fase de **reflexão na ação** do Ciclo da Prática Pedagógica. O que pode acontecer com o contrato didático numa situação de

ensino elaborada por um professor para outro aplicar. Também observamos as estratégias de resolução dos alunos e as contribuições da GD para o aprendizado do conceito.

- Arquivos advindos de ferramentas do Moodle (Fórum, Correio Eletrônico e Bate-Papo). Nesses arquivos analisamos os discursos dos professores, buscando observar:
  - Falas ou atitudes que caracterizam a fase **reflexão sobre a ação** e **reflexão sobre a reflexão na ação** do Ciclo da Prática Pedagógica;
  - Falas ou atitudes que evidenciem a tomada de consciência quanto a prática do professor, caracterizando a fase de **depuração** do Ciclo da Prática Pedagógica;
  - Falas ou atitudes que evidenciem a reflexão sobre o uso do computador, com tomada de consciência quanto às possibilidades, vantagens ou limites do uso da GD na construção do conhecimento matemático;
  - Falas ou atitudes que explicitem elementos da Teoria das situações didáticas.
  - Limites ou contribuições do Moodle para o registro das explicitações e reflexões dos professores.

Neste artigo, limitar-nos-emos a apresentar os resultados da 4ª etapa da pesquisa com a Discussão da dupla Ricardo e Evandro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a aplicação os professores discutiram no Moodle através das ferramentas Fórum e Chat.

O momento de *Reflexão sobre a Ação* e *Reflexão sobre a Reflexão na Ação* foi feito através de conversas entre Ricardo e Evandro sobre as aplicações através do Fórum do Moodle. Em relação a sua aplicação, Evandro confirma o que havíamos percebido no momento da aplicação: *Tendo em vista que as atividades iniciais apontavam para o problema principal (última questão atividade 2), esperava-se que os alunos resolvessem-na sem depender tanto do professor (apenas 01 resolveu), parece que eles não compreenderam o propósito das questões que antecederam a última (de maior dificuldade), sendo necessário por diversas vezes à mediação do professor.* Tal relato evidencia que um momento que caracterizou a *Reflexão na Ação* aconteceu durante a tentativa de resolução da última atividade no qual os alunos tiveram muita dificuldade.

Diante das dificuldades e surpresas, Evandro diz que buscou: *"mediar (junto)os alunos fazendo com que os obstáculos se tornassem parte integrante das atividades, ou seja, à medida que surgiam eram incorporados as atividades de modo que os alunos buscassem construir as soluções utilizando novas idéias, gerando as vezes novas soluções (A solução encontrada para a ultima questão usava um procedimento que não havíamos pensado inicialmente)"* e que preferiu "*discutir alguns possíveis caminhos com os alunos em vez de facilitar a mostrar a solução, pois como tínhamos pouco tempo para aplicar a atividade, alguns poderiam encontrar a solução pensando um pouco mais"*. Tais relatos caracterizam o momento de *Reflexão sobre a Ação* em que Evandro relembra as dificuldades que teve durante a aplicação, mostrando também como lidou com elas.

Em relação a aplicação de Evandro, Ricardo diz: *"Inicialmente percebi que os alunos reclamaram da inexistência de figuras "prontas" na tela se tornando bastante dependentes da presença do professor.*
A atividade exigia construção e, como Evandro afirmou que os alunos já usavam o Cabri, não me preocupei em detalhar muito a utilização das ferramentas do software". Tal relato mostra que Ricardo percebeu as dificuldades operacionais do programa com as quais Evandro teve que lidar. Fica evidente que Ricardo não contava com tais dificuldades e por isso não buscou antecipá-las e nem evitá-las. Ricardo diz também que as declarações dos alunos mostram que eles perceberam que o modelo da atividade não era igual ao que eles estavam habituados (figuras prontas para ser manipuladas) e ele não contava com isso. Tais dificuldades geraram momentos de *Reflexão na Ação* também para Ricardo. Poderíamos dizer que as dificuldades geraram, em Ricardo, momentos de *Reflexão durante a Ação* de Evandro.

Relembrando os momentos de dificuldade e buscando compreendê-los, Ricardo diz: *"Uma dificuldade observada foi com respeito ao entendimento da estrutura lógica do programa em termos de "objeto filho" e "objeto pai" sem esse entendimento metade da atividade ficou bastante comprometido, pois se requeria mais construção que manipulação de objetos".* O que Ricardo quis dizer com isso foi que os alunos não entendiam bem a relação de dependência e independência dos objetos. Tal relato caracteriza momentos que poderíamos chamar de *Reflexão* de Ricardo *sobre a Ação* de Evandro. Porém, apesar da tomada de consciência, Ricardo não buscou propor soluções para minimizar tais dificuldades.

Buscando compreender a dificuldade gerada no último problema, Ricardo diz: *"Imaginei que as atividades iniciais favoreceriam a busca da solução da última. O que se verificou, na verdade, foi um conjunto de tentativas isoladas. Talvez, pela quantidade enorme de possibilidades de uso do programa o aluno prefira tentativas aleatórias (na verdade conjecturas) de solução mexendo com várias ferramentas do programa. O fato é que a seqüência de atividades anteriores foi posta de lado no momento de solucionar a última questão".* Para que a dificuldade pudesse ter sido minimizada, Ricardo sugere *"que cada item (problema) deveria ter sido abordado com mais tempo, uma vez que os alunos apresentaram dificuldades de construção geométrica. Isso requereria mais de um encontro, uma vez que os poucos alunos que conseguiram a solução o fizeram após o final da aula, após diversas intervenções (ajuda)".* Nessas falas, percebemos momentos claros de *Reflexão sobre a Ação* com tomada de consciência por parte de Ricardo.

Em relação a sua aplicação, Ricardo relata sobre as dificuldades operacionais: "*Senti que a maioria das chamadas feitas pelos alunos estava relacionada ao manuseio do software. Basicamente a localização e uso de ferramentas*". Em relação às dificuldades conceituais, ele diz que percebeu "*que o os alunos apresentaram alguma dificuldade com o conceito quando a figura "toca" o eixo de simetria. Ficou difícil para eles compararem seus desenhos "manuais" com o feito pela ferramenta de simetria devido ao fato de que a primeira (o rastro) se apagava quando eles faziam a segunda*". Percebemos tomada consciência por parte de Ricardo, mas ele pouco relata sobre o que fez para superar as dificuldades.

Evandro concorda com Ricardo no que diz respeito as dificuldades operacionais, dizendo que os alunos apresentavam pouca familiarização com o cabri, ficando assim, dependentes da orientação do professor. Evandro também salientou o fato de os alunos "*não lerem atenciosamente o comando, sendo necessária a intervenção do professor, pedindo para que eles lessem com atenção*". Finalizando sua descrição sobre a aplicação de Ricardo, Evandro diz "*Pareceu-me que o professor teve dificuldades, para aplicar a atividade. Tive a sensação, de que se eu estivesse aplicando, a comunicação com os alunos teria sido mais fluente (Acredito que é natural isso acontecer). Todavia, percebi que o professor ficou mais familiarizado com a atividade, realizando a mediação necessária e com precisão (tomando decisões sobre a ação – como esperado)*".

Afim de promovermos uma maior interação e discussão entre Ricardo e Evandro e também de buscamos respostas à algumas dúvidas que ainda tínhamos, organizamos um bate-papo no Moodle. Dessa forma, também teríamos mais dados que caracterizariam a fase de Reflexão sobre a Reflexão na ação. No bate-papo, Ricardo e Evandro primeiramente discutiram as dificuldades operacionais que tiveram. Ricardo diz "*insisto que temos duas coisas simultâneas para aquele que não conhece o programa: aprender o conceito e aprender a entendê-lo com o Cabri*". Evandro concorda com o Ricardo e buscando justificar a dificuldade diz que ao elaborar a situação eles haviam pressuposto que os alunos já estavam familiarizados com a ferramenta. Evandro diz que isso foi uma surpresa para eles, no entanto nas conversas preliminares no fórum do Moodle, Ricardo havia alertado para o fato de que seus alunos mexiam pouco no Cabri. Buscando encontrar soluções para as dificuldades operacionais, Evandro diz que "*se tivéssemos feito um passo a passo, as dificuldades operacionais teriam sido irrelevantes*". Continuando ele diz "*Mas neste caso, é preciso pensarmos inicialmente que os alunos não tenham familiarização, e então, produzir uma atividade com a finalidade de que os alunos conheçam as ferramentas e construa o conceito desejado*". Ricardo diz que para uma aula isolada o indicado seria usar o mínimo de ferramentas possíveis. Ele ainda diz que conseguiram contornar tais dificuldades devido ao fato de as turmas deles serem pequenas.

Apesar das dificuldades operacionais, os professores disseram que a atividade foi útil para os alunos: "*Certamente eles ganharam algo do conceito. E perceberam uma "nova" forma de raciocinar as relações*" (Ricardo). Assim, eles admitem que o uso do Cabri pode trazer benefícios para o ensino, no entanto, eles alertam que, mesmo que todas as dificuldades operacionais fossem superadas, ainda sim haveria dificuldades conceituais. Ricardo busca explicar isso dizendo "*até mesmo com um livro didático que pode ser percebido como um conjunto de situações elaboradas por um terceiro, temos esse tipo de problema*".

Em relação as discussões sobre as dificuldades conceituais, os professores deram maior ênfase ao último problema proposta na situação elaborada por Ricardo. Buscando entender a dificuldade, Evandro diz que os alunos pareceram não entender o propósito da atividade. Para Ricardo aquela questão pegou os alunos de surpresa, pois era necessário que eles criassem sobre a figura para que a resposta saísse. Ao que parece, para Ricardo os alunos de Evandro estavam habituados mais com atividades de manipulação do que de construção. Buscando explicar como são suas aulas com Cabri, Evandro diz que está sempre mediando as construções realizadas pelos alunos e que essas construções são bem dirigidas, ficando eles livres nas manipulações. No entanto, ele diz "*devemos pensar nisso. Confesso que quando vi a atividade de Ricardo, não atentei para a ausência de atividades daquele tipo no dia-a-dia escolar dos alunos*". Nessa fala percebemos abertura por parte de Evandro e isso é fundamental nessa proposta, pois como alertou Valente (2002) é "fundamental que os envolvidos no processo tenham abertura para ouvir (sem preconceitos), bem como humildade para reconhecer as próprias limitações e energia para superá-las" (p.36).

Evandro diz que uma outra possível causa para a dificuldade em relação ao último problema pode ser o fato de as atividades propostas em livros de ensino médio geralmente não apresentarem problemas daquele tipo. Ricardo concordando com Evandro diz "*coisa desse tipo não cai em vestibular. Dificilmente encontramos algum livro no mercado com esse perfil*". Essa fala confirma o que Araújo (2000) diz sobre a pouca quantidade de livros didáticos que contemplam conteúdos associados ao conceito de simetria.

Numa demonstração de tomada de consciência quanto aos problemas da situação que elaborou, Ricardo diz que em outra oportunidade "*tentaria algum(ns) modelo(s) mais simples antes de sugerir aquele. Algum problema de mesma natureza que envolvesse menos passos para resolução*". Ele também diz que "*gostaria de ter aplicado minha atividade (a que propus para Evandro) antes com meus alunos. Talvez pudesse melhorá-la mais antes de enviar*".

Em relação ao uso do Moodle, Evandro disse que gostou, chegando até a dizer que ele é "*indispensável para uma atividade como esta*". Já Ricardo disse que conhecia, mas não gostava muito dele. Quando perguntado se seria possível dar aulas de matemática nele, Ricardo respondeu que "*para algo restrito como o que foi proposto ele resolve bem. Mas quando se utiliza mais recursos confunde um bocado*". Ele diz que ficaria difícil explicar com os recursos do Moodle e exemplifica "*gostaria de plotar um gráfico e você ver ele daí. Que você mexesse nele e me mandasse de volta*". De fato essa é uma grande limitação da maioria das plataforma de EaD: não permitir outras formas de representação que não a escrita. Evandro acrescenta que a plataforma deveria possibilitar manipulação e construção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através das análises realizadas, apresentaremos algumas conclusões e respostas às nossas indagações iniciais. Veremos isso a seguir.

Como a antecipação dos professores poderia ser usada em cursos de formação via EaD, contribuindo para a formação de professores reflexivos?

Apesar de não termos desenvolvido especificamente um curso de formação de professores, notamos através das análises, vários momentos que evidenciaram aprendizado por parte dos professores que participaram da pesquisa. Foram vários momentos de tomadas de consciência, o que podem ter gerado mudanças nas suas práticas. Isso, de certa forma, evidencia uma formação continuada do professor.

Através das análises, pudemos perceber que a técnica permitiu maior explicitação das antecipações e que essas podem contribuir para o desenvolvimento das fases de reflexão do Ciclo da Prática Pedagógica, sobretudo nos aspectos a seguir:

- fizeram com que os professores explicitassem mais e de forma detalhada seus modelos didáticos;
- fizeram com que os professores tentassem prever mais possíveis dificuldades dos alunos, buscando formas de minimizá-las;
- os professores puderam confrontar suas antecipações com as ações no momento da aula, possibilitando maiores reflexões quanto sua prática pedagógica. Nessas reflexões os professores puderam tomar consciência quanto as suas falhas e dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Tal tomada de consciência pode fazer com que o professor procure mudar suas metodologias e estratégias de ensino.

Dessa forma, vemos que as antecipações podem contribuir para a formação de professores reflexivos na perspectiva do *Estar Junto Virtual*. No entanto, é preciso fazer com que os professores explicitem mais. Sejam mais detalhistas e busquem prever mais os possíveis problemas que podem ocorrer no momento da aula. Pois, parece que os professores não explicitaram mais por não terem compreendido como isso deveria ser feito. Assim, é preciso criar instrumentos de forma que o professor compreenda melhor e registre mais suas antecipações. Um exemplo de como isso pode ser feito está na tabela a seguir:

Atividade	Antecipações (possíveis soluções dos alunos e dificuldades)	Comentários e estratégias para superar as dificuldades

Tabela 1 – Sugestão de modelo para o registro das explicitações dos professores

Tal instrumento poderia contribuir para que os professores explicitassem mais suas antecipações e compreendessem melhor como elas poderiam ser feitas.

Como as antecipações poderiam ser usadas por pesquisadores, buscando uma melhor compreensão dos modelos didáticos dos professores?

Por meio das análises pudemos perceber que as antecipações podem ser usadas para:

- identificar implicitamente elementos da Teoria das Situações Didáticas, tais como contrato didático e fases da construção do conhecimento;
- analisar como o professor lida com as dificuldades didáticas e conceituais. Até mesmo com as dificuldades operacionais no manuseio de um software educativo;

Com essas possibilidades, pesquisadores podem compreender melhor os modelos didáticos dos professores. Dessa forma, podem encontrar explicações para possíveis dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. De posse da compreensão dessas dificuldades, podem buscar alternativas para minimizá-las.

Como as ferramentas de EaD poderiam contribuir para a explicitação, descrição e documentação das antecipações dos professores? E como contribuiriam para o debate antes e após a aplicação?

Através das análises, percebemos que os professores não tiveram grandes dificuldades para manusear o Moodle. No entanto, não pudemos fazer muitas análises, buscando verificar limites e contribuições da ferramenta para cursos de formação continuada de professores de matemática. Esperávamos que os professores usassem mais a plataforma. No entanto, a exploração se limitou aos poucos momentos antes e após a aplicação. Acreditávamos que eles usariam a ferramenta para discutirem mais sobre as atividades e nessas discussões tentariam integrar o Cabri. Talvez essa integração não se deu pelas próprias limitações do Moodle e do Cabri que não permitem que eles possam interagir numa mesma tela. O prof. Ricardo percebeu esse limite e exemplificou bem isso quando disse "*gostaria de plotar um gráfico e você ver ele daí. Que você mexesse nele e me mandasse de volta*".

De qualquer forma, as ferramentas permitiram as explicitações das antecipações de forma escrita, permitindo também que os professores pudessem anexar diversos tipos de arquivos. Além disso, as ferramentas armazenaram textos, arquivos, diálogos, possibilitando que os professores pudessem ler, reler, refletir e até mesmo reescrever sobre o que disseram antes. Permitiu ainda que o diálogo pudesse ser contínuo, sem que fatores como Tempo & Espaço fossem empecilhos.

Novas questões e novos desafios

Na pesquisa, buscamos investigar uma proposta de metodologia de curso via EaD que poderia ser implementada em cursos de formação de professores em geometria: Formação de Professores Reflexivos segundo a abordagem do Ciclo da Prática Pedagógica na perspectiva do *Estar Junto Virtual*. Objetivando trazer contribuições para essa metodologia, buscamos integrar uma técnica. Outro ponto que buscamos investigar foi os recursos que podem ser utilizados na implementação do curso. Investigamos a utilização de um programa de Geometria Dinâmica (Cabri-Géomètre II) e uma plataforma para EaD (Moodle). Após as análises dos dados, constatamos que a técnica e tais recursos podem de fato trazer contribuições para a metodologia. No entanto, já temos uma questão relacionada às possíveis dificuldades para se implementar a proposta (tal questão nos leva a diversas outras questões):

-Como implementar a proposta para um grupo com vários professores e em diferentes regiões do país?

Nesse caso, são várias as possíveis dificuldades. Uma delas é que a situação elaborada pelo professor teria que ser aplicada à distância. O professor e o formador também teriam que observar a aplicação à distância. Como o Moodle poderia permitir que o professor pudesse acompanhar o processo de resolução dos alunos em tempo real? Como o professor poderia tirar as dúvidas? Por exemplo, nas possíveis dificuldades que os alunos tivessem no manuseio do Cabri, como os professores poderiam ajudá-los apenas com os recursos Chat e fórum? Poderia ser sugerido que a situação fosse aplicada presencialmente. Dessa forma, o professor que elaborou, os colegas e o formador poderiam acompanhar através de vídeo conferência. Mas tal recurso poderia dar conta da riqueza de detalhes da aula?

Dessa forma, percebemos que muito das dificuldades para se implementar a proposta estão relacionadas aos limites técnológicos. É preciso adicionar novos recursos às plataformas atuais. É preciso criar novos recursos e para isso não basta apenas a competência do técnico. É necessário que haja um trabalho em conjunto entre desenvolvedores, professores e pesquisadores no desenvolvimento de tais instrumentos e recursos. O desafio é grande, mas a urgência é maior ainda.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Abraão Juvêncio de. **Simetria de rotação:** uma seqüência didática com o Cabri-Géomètre. 2000. 182 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Educação)- UFPE, Recife, 2000.

BELLEMAIN, F. Geometria Dinâmica: diferentes implementações, papel da manipulação direta e usos na aprendizagem. In: International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design. 4., 2001, São Paulo: **Anais...**São Paulo: Usp, 2001. p. 1314-1329.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Prefácio: Isaac Asimov. Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. 496 p.

BRANDÃO, L.O.; ISOTANI, S. Uma ferramenta para ensino de geometria dinâmica na internet: *i*Geom. In: Workshop de informática na educação, 9., 2003, Campinas: **Anais ....** Campinas:UNICAMP, 2003. p.1476-1487.

DEMO, P. **Pesquisa: princípio científico e educativo.** 7 ed. São Paulo: Cortez. 2000. (Biblioteca da educação. Série 1. Escola; v.14). 120 p.

FERREIRA, E. M. B. **Ensino e Aprendizagem de Geometria em Ambientes Geométricos Dinâmicos:** O tema de Geometria do Plano no 9º ano de escolaridade. 2005. 280 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Educação - Universidade do Minho, Minho, 2005.

FREIRE, F.M.P & PRADO, M.E.B.B. **Professores Construcionistas**: a formação em serviço. In: VII Congresso Internacional Logo e I Congresso de Informática Educativa do Mercosul, RS: **Anais**: Porto Alegre, LEC/UFRGS, 1995.

GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica**: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In : VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, MG: **Anais**: MG, SBC,1996. p. 1-13.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, Blumenau, ano 3, n.4, p.3-13, 1 sem. 1995.

MIORIM. M. A. Livros didáticos de Matemática do período de implantação do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In. CIBEM - Congresso Ibero-

Americano de Educação Matemática, 5., 2005, Porto, Portugal. (http://www.mytwt.net/cibem5/MyFiles/outros/Maria_Angela_Miorim.pdf)

PARAGUASSÚ, Lisandra. Governo quer ampliar sistema de educação à distância. **O GLOBO.** Rio de Janeiro, 26 de janeiro de 2003. Primeiro Caderno, p.2.

PAVANELLO, Regina Maria; **O abandono do Ensino da Geometria:** Uma visão histórica. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Unicamp), Campinas, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria; ANDRADE, Roseli Nozaki Grave. Formar professores para ensinar Geometria: um desafio para as licenciaturas de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 9, edição especial, p.78-87, mar. 2002.

APÊNDICE F: ARTIGO 2

Os sete saberes necessários à educação do futuro (Edgar Morin)

São Paulo: Cortez, 2000

Jorge Cássio Costa Nóbriga – UFRPE-PE
Adriana Correia – UFRPE-PE

Ao lermos pela primeira vez o livro *Os sete saberes necessários à educação do futuro*, nos perguntamos: O que foi que entendemos? Não conseguimos chegar a uma conclusão sobre o quê havíamos entendido. De fato, tínhamos outra expectativa em relação ao livro. Esperávamos encontrar objetividade. Então mudamos a pergunta: O que não entendemos? Nesse momento, nos lembramos de alunos que, ao final de uma explicação, falavam que não haviam entendido nada. Nós conseguíamos entender o porquê deles agirem dessa maneira: eles não sabiam como perguntar o que não entendiam. Sentimo-nos da mesma maneira: não sabíamos **como** nos perguntar o que não havíamos entendido, nem **por quê** não havíamos entendido e nem se havíamos entendido algo. Mas uma coisa nós sabíamos: Só a partir dos **porquês** de não entender Morin é que poderíamos encontrar soluções para entendê-lo. Fomos em busca.

Primeiramente pensamos que fosse a forma como Morin se expressava no livro. Ele usa muitas metáforas. É impressionante como palavras que, para nós, tinham significados iguais, podem ter sentidos contrários. Por exemplo: racionalidade e racionalização. Segundo Morin, a racionalidade é aberta. Já a racionalização é fechada. Ele usa muitos paradoxos: *"O novo brota sem parar. Não podemos jamais prever como se apresentará, mas deve-se esperar sua chegada, ou seja,* ***esperar o inesperado****"* (MORIN, 2000, p.30). Usa também frases que dão idéias de antagonismos e ambivalências. Coisas que são ao mesmo tempo: sábio e louco; trabalhador e lúdico, empírico e imaginário; econômico e consumista; prosaico e poético; uno e dual; racional e irracional; unificadora e conflituosa; meio e fim. Como entender isso? Talvez estivéssemos acostumados com a visão aristotélica na qual uma contradição no interior de uma argumentação é um indício de erro. Porém, também acreditávamos em Pascal quando ele dizia que nem a contradição é sinal de falsidade, nem a não contradição é sinal de verdade. Nós já estávamos em contradição!

De fato, não era a forma como Morin escrevia que nos fazia não entendê-lo. Pois percebemos que para entender, deveríamos interpretar cada palavra considerando o contexto. Sobre isso Morin afirma que *"O conhecimento das informações ou dos dados isolados é insuficiente. É preciso situar as informações e os dados em seu contexto para que adquiram sentidos. Para ter sentido, a palavra necessita do texto, que é o próprio contexto, e o texto necessita do contexto no qual se enuncia"* (MORIN, 2000, p.36). Desta forma, palavras isoladas poderiam parecer sem sentidos e contraditórias, mas no contexto não. Além disso, coisas antagônicas, podem ser, ao mesmo tempo complementares e indissociáveis. Uma não anula a outra.

Depois começamos a achar que nos faltavam pré-requisitos para entendê-lo e que talvez estivéssemos contaminados pela "Cegueira do Conhecimento" e que nossos sentidos estivessem "viciados e acostumados" pelo "Impriting e a Normalização". Eles não tinham liberdade para ver, ouvir, sentir e expressar. Tudo já estava pré-determinado. Sendo assim não teríamos o que entender. Inconformados, começamos a analisar outros aspectos do livro. Morin fala de conhecimento. Segundo ele, o conhecimento do mundo é necessidade ao mesmo tempo vital e intelectual. Continuando, ele diz: *"é preciso que o cidadão seja capaz de perceber e conceber o contexto, o global, o multidimensional e o complexo para poder organizar e articular os conhecimentos e assim, reconhecer e conhecer os problemas do mundo"* (MORIN, 2000, p.38). Ele fala de entendimento global e indissociado das partes. Até então, acreditávamos que entendendo as partes e depois reunindo-as poderíamos entender o todo. Acreditávamos ainda que essa seria a forma mais simples. Mas os argumentos de Morin fazem sentido: *"As diversas dimensões que compõem o todo são inseparáveis constitutivos do todo e há um tecido inter-dependente, interativo e inter-retroativo entre o objeto do conhecimento e seu contexto, as partes e o todo, o todo e as partes e as partes entre si"* (MORIN, 2000, p.40) . Ou seja, existe uma relação, dependente do contexto, que se perde quando as partes são separadas. Não se trata apenas de não isolar uma parte do todo, mas também não se deve separar as partes umas das outras. De fato, isso é o que tem sido feito na educação: "*separar, compartimentar, isolar e não unir o conhecimento, o conjunto deles constitui um quebra-cabeça ininteligível"* (MORIN, 2000, p.43), fazendo com que a incapacidade de organizar o saber disperso e compartimentado conduza à atrofia da disposição mental natural de contextualizar e globalizar. Isso é o que temos feito. Mas como fazer diferente? De acordo com Morin, é preciso recompor o todo para reconhecer as partes e isso será possível a partir da promoção da "inteligência geral" que será capaz de entender a complexidade constituinte do todo e das partes, dando sentido ao conhecimento. Para alcançar isso, a educação deverá favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas, através do uso livre da curiosidade.

Outro ponto considerado por Morin é a questão da falsa racionalidade. Devemos nos beneficiar da técnica e não nos submetermos a ela. Quando isso acontece atrofia-se a compreensão, a reflexão e a visão em longo prazo, produzindo novas cegueiras para os problemas globais, fundamentais e complexos. Morin cita algumas conseqüências dessas cegueiras *"As obras-primas mais monumentais da racionalidade tecnoburocrática ocorreram na ex-União Soviética; ali, por exemplo, se desviou o curso de rios para irrigar, mesmo nas horas mais quentes, hectares de plantações de algodão sem árvores, provocando a salinização do solo com a subida do sal da terra, a volatização das águas subterrêneas, o desaparecimento do mar de Aral"* (MORIN, 2000, p. 44 e 45). Diversos cientistas admitem que várias das catástrofes "naturais" que vemos hoje em dia são reflexos das atitudes do homem que *"ignora, de maneira deliberada, que a economia competitiva de mercado necessita de instituições, leis e regras"* (MORIN, 2000, p.45).

Não foi só no campo da educação que houve separação e isolamento. Ao longo do tempo, o ser humano vem se separando ou se descontextualizando do mundo. Novamente se faz necessário à junção. Dessa vez, a junção sobre a condição humana. Em mais um paradoxo Morin afirma que estamos ao mesmo tempo dentro e fora da natureza e compreender isso é o primeiro passo para a compreensão da condição humana. Essa se dá nos campos Cósmicos (disperso, no qual atuam forças como ordem e desordem, organização e desorganização) e Físicos (somos elementos da diáspora solar). É preciso compreender que o homem é um ser plenamente biológico e que se não fosse a cultura seria apenas "*um primata do mais baixo nível"* (MORIN, 2000, p.49).

Nesse sentido, a condição humana precisa ser entendida nos aspectos biofísicos e psico-sócio-culturais não de forma isolada, mas inter-dependentes. Um remetendo ao outro. Morin diz que a educação do futuro deve ter o cuidado de ensinar a idéia da diversidade sem perder de vista a idéia de unidade: *Unitas multiplex*. Ou seja, considerar que nas esferas, individual, social e cultural existe unidade e diversidade ao mesmo tempo. A educação ainda deveria mostrar e ilustrar o destino multifacetado do humano: o destino da espécie, individual, social, histórico, entrelaçados e inseparáveis.

Parece ser algo meio contraditório o fato de vivermos num mundo globalizado e, ao invés de desenvolvermos aptidões de contextualizar e globalizar, nós descontextualizamos e separamos. Morin diz que a finalidade da educação deve ser criar um pensamento policêntrico capaz de apontar o universalismo, não abstrato, mas consciente da unidade/diversidade do ser humano. Assim é preciso ensinar a identidade terrena e isso supõe: entender a era planetária (expedições a partir de 1492) desenvolvida pela violência, destruição, escravidão e exploração. Entender que a mundialização é unificadora, mas conflituosa. O século XX foi marcado por guerras, massacres e fanatismos. Foi marcada também pela racionalização que só conhece o cálculo e ignora o indivíduo, seu corpo, seus sentimentos e sua alma. Desse século, trazemos a herança da morte: armas nucleares, morte ecológica, vírus e drogas pesadas. Por outro lado, trazemos também a herança do nascimento com contracorrentes que pregam: reação contra a degradação, consumo padronizado, violência, a vida prosaica puramente utilitária, manifestando a busca da vida poética, dedicada ao amor, à admiração, à paixão, à festa. Pregam também a emancipação em relação à tirania onipresente do dinheiro. Essas contracorrentes podem civilizar a Terra, mas só pode *"ocorrer com a intertransformação de todos, operando assim, uma transformação global, que retroagiria sobre as transformações individuais"* (MORIN, 2000, p.74). É necessário aprender a viver, a dividir, a comunicar, a comungar; é *"o que se aprende somente nas – e por meio de – culturas singulares"* (MORIN, 2000, p.78.). Isso ocorrerá quando inscrevermos em nós as consciências antropológicas, ecológicas, cívica terrena e espiritual da condição humana. Assim, será possível não mais *"opor o universal às pátrias, mas unir concentricamente as pátrias-familiares, regionais, nacionais européias"* (MORIN, 2000, p.77), integrando no universo concreto da pátria terrestre e fazendo com que se aprenda a soberania de viver perto.

"O conhecimento é a navegação num oceano de incertezas, entre arquipélagos de certezas". (MORIN, 2000, p.86). Morin afirma que é preciso ensinar a incerteza, o que significa admitir que *"o surgimento do novo não pode ser previsto senão não seria novo e que o surgimento de uma criação não pode ser conhecida por antecipação, senão não haveria criação"* (MORIN, 2000, p. 89). Ainda, a *"história avança, não de modo frontal como um rio, mas por desvios que decorrem de inovações ou de criações internas, de acontecimentos ou acidentes externos"* (MORIN, 2000, p.89). Ela é um complexo de ordem, desordem e organização. Tem sempre duas faces opostas: civilização e barbárie, criação e destruição, gênese e morte. Uma nova ciência começa a surgir: o homem confrontado de todos os lados pela incerteza é levado em nova aventura. Nesse sentido, é preciso esperar o inesperado e trabalhar pelo improvável, calculando os efeitos de uma ação em curto e longo prazo e considerando os imprevistos.

Dando continuidade, Morin fala em ensinar a ética do futuro que se constitui na ética propriamente humana (antropoética). É importante que a tríade indivíduo/sociedade/espécie sejam indissociáveis e co-produtores um do outro. A educação precisa considerar isso para compreender a complexidade do desenvolvimento conjunto das autonomias individuais, das participações comunitárias e do sentimento de pertencimento à espécie humana. A missão antropológica é: trabalhar para a humanização da humanidade; efetuar a dupla pilotagem do planeta - obedecer à vida e guiar a vida; alcançar a unidade planetária na diversidade; respeitar no outro, ao mesmo tempo, a diferença e a identidade quanto a si mesmo; desenvolver a ética da solidariedade; desenvolver a ética da compreensão e desenvolver a ética do gênero humano.

Sendo assim, deve-se ensinar a democracia e compreender que ela tem um caráter dialógico que *"une de modo complementar termos antagônicos: consenso/conflito, liberdade/igualdade/fraternidade, comunidade nacional/antagonismos social e ideológicos"* (MORIN, 2000, p.109). É preciso ensinar a cidadania terrestre e isso pressupõe ensinar a SOLIDARIEDADE.

No decorrer da leitura começamos a perceber que mais difícil que **entender** Morin é **compreendê-lo**: "Comunicação não garante compreensão". Segundo o autor, compreender significa intelectualmente aprender em conjunto, *comprehendere,* abraçar junto (o texto e contexto, as partes e o todo, o múltiplo e o uno). No entanto, ele distingue duas formas de compreensão:

- **Compreensão intelectual ou objetiva** que está associada às coisas anônimas ou materiais. Para atingirmos tal compreensão precisamos de inteligibilidade e explicação: *"Explicar é considerar o que é preciso conhecer como objeto e aplicar-lhe todos os meios objetivos do conhecimento"* (MORIN, 2000, p.94).

- **Compreensão humana intersubjetiva** que está associada ao conhecimento de sujeito a sujeito. A explicação é insuficiente para essa compreensão, pois tal compreensão vai além da explicação. Para que ela aconteça é necessário um *"...processo de empatia, de identificação e de projeção. Sempre intersubjetiva, a compreensão pede abertura, simpatia e generosidade"* (MORIN, 2000, p.95).

Existem vários obstáculos que impedem a compreensão tanto intelectual quanto humana. Esses *"são não somente a indiferença, mas também o egocentrismo, o etnocentrismo, o sociocentrismo, que tem como traço comum se situarem no centro do mundo e considerar como secundário, insignificante ou hostil tudo o que é estranho ou distante"* (MORIN, 2000, p.95). Por outro lado, existem fatores que podem favorecer a compreensão: *"o bem pensar que nos permitirá apreender em conjunto o texto e o contexto, o ser e seu meio ambiente, o local e o global, o multidimensional, em suma o complexo, isto é, as condições do comportamento humano"* (MORIN, 2000, p.100)*;* abertura subjetiva em relação ao outro; aceitação da expressão das idéias, convicções, escolhas contrárias as nossas. Descobrindo que somos todos "seres falíveis, frágeis, insuficientes, carentes" é que poderemos descobrir que todos necessitamos de mútua compreensão.

Compreender intelectualmente Morin pode até ser razoavelmente fácil. Mas compreendê-lo humanamente é muito mais difícil. Talvez isso ocorra devido ao fato das idéias parecerem muito utópicas (apesar de urgentes!). Imaginar um mundo a partir das idéias dele é imaginar um mundo melhor. Não diríamos um mundo perfeito, mas no qual possamos (ao menos) perpetuar a humanidade. Para alcançarmos esse mundo é necessário "compreendermos o incompreensível" e isso causa dor. É necessário também admitir que muita coisa foi feita de forma errada e teria que ser feita novamente, pois "compreender é também aprender e reaprender incessantemente".

Em particular, entendemos que nossa dificuldade foi gerada pelo fato de termos lido com uma visão de "Professor de Matemática" (não que sejamos melhores ou piores do que o de outras áreas). Para se entender e compreender Morin é necessário ter uma visão de "Professor de Gente". Esse tipo de professor interpreta Morin não com a RAZÃO, mas com o CORAÇÃO. Precisamos ler novamente.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários a educação do futuro.** São Paulo: Cortez, 2000. 115 p.